

Schüssler, Reinhard; Seidel, Christian

**Preprint**

## Gale Shapley auf dem Arbeitsmarkt

*Suggested Citation:* Schüssler, Reinhard; Seidel, Christian (2010) : Gale Shapley auf dem Arbeitsmarkt, ZBW - Deutsche Zentralbibliothek für Wirtschaftswissenschaften, Leibniz-Informationszentrum Wirtschaft, Kiel und Hamburg

This Version is available at:

<https://hdl.handle.net/10419/55829>

**Standard-Nutzungsbedingungen:**

Die Dokumente auf EconStor dürfen zu eigenen wissenschaftlichen Zwecken und zum Privatgebrauch gespeichert und kopiert werden.

Sie dürfen die Dokumente nicht für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, öffentlich zugänglich machen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Sofern die Verfasser die Dokumente unter Open-Content-Lizenzen (insbesondere CC-Lizenzen) zur Verfügung gestellt haben sollten, gelten abweichend von diesen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

**Terms of use:**

*Documents in EconStor may be saved and copied for your personal and scholarly purposes.*

*You are not to copy documents for public or commercial purposes, to exhibit the documents publicly, to make them publicly available on the internet, or to distribute or otherwise use the documents in public.*

*If the documents have been made available under an Open Content Licence (especially Creative Commons Licences), you may exercise further usage rights as specified in the indicated licence.*

# Gale-Shapley und der Arbeitsmarkt

Von Dr. rer. pol. Reinhard Schüssler und Christian Seidel, M. Phil.

## Abstract

Wir entwickeln einen Vorschlag für eine einheitliche, breitere und allgemeinere mikroökonomische Fundierung für die Theorie der Job-Suche und für das Matching Modell. Dazu wenden wir den von Gale und Shapley entwickelten Matching-Algorithmus auf wechselseitige Präferenzlisten der Arbeitsplätze und Arbeitskräfte an, die aus dem Maß der Übereinstimmung von Eigenschaftsprofilen der Arbeitskräfte und Anforderungsprofilen der Arbeitsplätze abgeleitet sind. Die vorgeschlagene Prozedur ist dezentral und führt zu Nash-stabilen Ergebnissen. Die bisher vorgeschlagenen Ansätze zur mikroökonomischen Fundierung der Theorie der Job-Suche und des Matching-Modells erweisen sich als unnötig restriktiv.

## Inhalt:

1. Einleitung
2. Funktionsweise und Eigenschaften des Gale-Shapley Algorithmus
3. Profile als Grundlage der Bildung von Präferenzordnungen
4. Ein Zahlenbeispiel zur Verdeutlichung der vorgeschlagenen Vorgehensweise
5. Vergleich mit der Theorie der Jobsuche
6. Vergleich mit dem Matching-Modell (das Urnen und Bälle Modell)
7. Praktische Anwendungen
8. Verarbeitete Literatur

### 1. Einleitung

Mit dem vorliegenden Beitrag wird der Versuch unternommen, die Mikrofundierung sowohl des Job Search Modells <sup>1</sup> als auch des Matching- Modells <sup>2</sup> auf eine breitere und allgemeinere Grundlage zu stellen. So zentral wie trivial ist dabei der Aspekt, dass nicht etwa ein einheitliches Gut namens „Arbeitskraft“ gehandelt wird, sondern dass das gehandelte Gut heterogen ist und sich aus einer Kombination von mehreren Merkmalen mit ihren jeweiligen Ausprägungen zusammensetzt. Für den stark stilisierten Fall von zwei Merkmalen kann die ökonomische Idee dahinter wie folgt umrissen werden: „Suppose there are two types of skills in the labor market, for example analytical and manual skills. Both skills are general in the sense that they are productive in many occupations. Occupations combine these two skills in different ways. For example, one occupation might rely heavily on analytical skills, a second more on manual skills, and a third combines the two in equal proportion. Human capital ... while working in an occupation is then specific to that occupation to the extent that occupations place different values on combinations of skills“ (Gathmann und Schönberg 2006). Allen drei hier diskutierten Ansätzen gemeinsam ist, dass sie strikt dezentral sind. Für das mikroökonomisch fundierte Zusammentreffen von Arbeitsplätzen und Arbeitskräften wird kein zentraler Auktionator benötigt, die Prozesse laufen durch autonomes Handeln der Akteure (der Suchenden) ab.

---

<sup>1</sup> Cahuc und Zylberberg (2004), Kapitel 3 „Job Search“

<sup>2</sup> Cahuc und Zylberberg (2004), Kapitel 9.3 „The Matching Model“

Der Beitrag entwickelt die Kombination von zwei Elementen, einerseits der Gale/Shapley Algorithmus zur Paarbildung<sup>3</sup> und andererseits eine speziellen Methode zur Bestimmung der Distanz von zwei Objekten mit mehreren Merkmalen. Nach Kenntnis der Autoren ist der Gale/Shapley-Algorithmus auf Probleme des Arbeitsmarktes bisher nur von Kelso und Crawford (1982) angewandt worden. Hatfield und Milgrom (2005) charakterisieren deren Ansatz wie folgt: „... consider the labor market model of Alexander Kelso and Vincent Crawford (1982), in which firms bid for workers in simultaneous ascending auctions. The Kelso-Crawford model assumes that workers have preferences over firm-wage pairs and that all wage offers are drawn from a prespecified finite set. If that set includes only one wage, then all that is left for the auction to determine is the match of workers to firms, so the auction is effectively transformed into a matching algorithm. The auction algorithm begins with each firm proposing employment to its most preferred set of workers at the one possible wage. When some workers turn it down, the firm makes offers to other workers to fill its remaining openings.“ In dem hier vorgeschlagenen Ansatz ist die Produktivität – und daraus abgeleitet auch der Lohn – einer jeden Kombination von Worker und Job von deren Eigenschaften abhängig; es gibt nicht nur einen Lohn sondern potenziell beliebig Viele. Mit anderen Worten wird zunächst vollständige Heterogenität des Arbeitsmarktes unterstellt. Kollektive, für Gruppen geltende und an den Tätigkeiten orientierte Lohnsysteme können als Zusammenfassungen ähnlicher Paare verstanden werden.

Im Zentrum der Arbeit stehen einerseits die Darstellung des hier vorgeschlagenen Modells, und andererseits der Vergleich zwischen ihm und zwei Standard-Modellen der mikroökonomischen Fundierung von Arbeitsmarkttheorien.

Gale und Shapley haben einen Satz von Spielregeln (einen Algorithmus) entwickelt, mit dem in einer Abfolge von Einzelschritten auf der Grundlage von wechselseitigen Präferenzlisten Paare so gebildet werden, dass das Ergebnis Pareto-optimal und Nash-stabil ist. Dieser Algorithmus hat viele Anwendungen gefunden und lässt sich zwanglos auf Fragestellungen des Arbeitsmarktes übertragen, also auf das Zusammenfinden von Arbeitssuchenden und offenen Stellen, sowie auf die „Passung“ von Arbeitsplatzinhabern und Jobs. Der Algorithmus nach Gale-Shapley ist auch als Stable Marriage Problem bekannt. „The Stable Marriage Problem has been widely studied as a model of economical systems, since it mimics agents maximising their individual utility in a competing environment.“<sup>4</sup>

In den folgenden Abschnitten wird zunächst die Wirkungsweise des Algorithmus beschrieben. Anschließend wendet sich die Aufmerksamkeit dem Zustandekommen der wechselseitigen Präferenzlisten zu. Es wird eine bestimmte Vorgehensweise vorgeschlagen, wie die Distanz von Objekten mit mehreren Merkmalen (Profilen) sachgemäß bestimmt wird. Anschließend wird die Wirkungsweise des Modells an einem Zahlenbeispiel exemplarisch vorgeführt. In den folgenden Kapiteln wird untersucht, wie die Annahmen des job search Modells sowie des matching Modells mit dem hier entwickelten Ansatz auf eine breitere Basis gestellt werden können. Abschließend wird auf einige mögliche praktische Anwendungen des hier entwickelten Ansatzes eingegangen.

## **2. Funktionsweise und Eigenschaften des Gale-Shapley Algorithmus<sup>5</sup>**

Der Paarbildungsprozess setzt voraus, dass die Suchenden voneinander wissen und dass sie wechselseitig übereinander Präferenzlisten gebildet haben<sup>6</sup>. Alle Arbeitssuchenden haben demnach

---

<sup>3</sup> Gale und Shapley (1962).

<sup>4</sup> Caldarell, Capocci und Lauretti (2006)

<sup>5</sup> Eine gut verständliche Darstellung des Algorithmus mit weiteren Literaturhinweisen geben Caldarelli und Capocci (2001).

<sup>6</sup> Der Ansatz beschäftigt sich damit, wie vorhandene Arbeitsplätze und Arbeitskräfte auf die bestmögliche Weise miteinander verbunden werden können. Er beschäftigt sich nicht mit dem Entstehen und der Qualität

jeweils eigene Vorstellungen darüber, in welche Präferenzordnung sie die offenen Stellen einordnen, und für alle offenen Stellen besteht eine jeweils individuelle Präferenzordnung über die Arbeitssuchenden. Das eigene Profil eines Arbeitssuchenden ist nur ihm selbst und den zu besetzenden „offenen Stellen“ bekannt, und nicht den anderen Arbeitssuchenden. Umgekehrt sind die Anforderungsprofile der offenen Stellen nur den Arbeitssuchenden und der jeweiligen offenen Stelle selbst, aber nicht den anderen offenen Stellen, die mit ihr um die Arbeitskräfte konkurrieren, bekannt. Das schränkt die Möglichkeiten zu strategischem Verhalten stark ein. Dabei ist es zunächst unerheblich auf der Grundlage welcher Informationen und Bewertungsprozesse die Präferenzlisten entstanden sind. Das ist Gegenstand des folgenden Kapitels.

Der Paarbildungsprozess beginnt damit, dass ein beliebiger Partner einer Seite (z. B. eine offene Stelle) (Proposer) dem auf seiner Prioritätenliste am höchsten bewerteten Partner der anderen Seite (einem Arbeitssuchenden) (Responder) den Vorschlag macht, ein Paar zu bilden. Dieser willigt zunächst ein, und es bildet sich ein vorläufiges Paar<sup>7</sup>. Anschließend offeriert ein anderer Proposer (eine andere offene Stelle) dem auf ihrer Präferenzliste an erster Stelle stehenden Responder (Arbeitssuchenden) die Bildung eines Paares. Sofern es sich dabei nicht um den Arbeitssuchenden handelt, der bereits mit der ersten offenen Stelle ein Paar gebildet hat, bildet sich ein zweites vorläufiges Paar. Sofern es sich dabei jedoch um den Arbeitssuchenden handelt, der sich bereits mit der anderen offenen Stelle zu einem vorläufigen Paar verbunden hat, dann prüft der betreffende Arbeitssuchende anhand seiner Präferenzliste, welche offene Stelle er bevorzugt. Ist es die erste offene Stelle, dann bleibt das erste vorläufige Paar bestehen, und die zweite offene Stelle wendet sich dem Arbeitssuchenden mit einer Offerte zu, der auf ihrer Präferenzliste als nächster folgt. Ist es die zweite offene Stelle, die der Arbeitssuchende bevorzugt, dann löst sich das bestehende vorläufige Paar auf, indem der Arbeitssuchende zu der zweiten, von ihm bevorzugten offenen Stelle wandert und mit ihr ein (wiederum vorläufiges) Paar bildet. Die erste jetzt wieder offene Stelle wendet sich in diesem Fall mit einer Offerte an den auf ihrer Präferenzliste folgenden Arbeitssuchenden. Der Paarbildungsprozess durchläuft alle Prioritätslisten aller Teilnehmer und endet, sobald alle Suchenden sich zu Paaren formiert haben, vorausgesetzt auf beiden Seiten ist die gleiche Anzahl Suchender vorhanden und die Präferenzlisten sind vollständig. Erst am Ende des Paarbildungsprozesses werden aus den vorläufigen Paaren definitive Paare.

Die Vorgehensweise wird in Kapitel 4 mit einem konkreten Zahlenbeispiel vorgeführt.

Wenn die Zahl der Suchenden auf einer Seite geringer als auf der anderen Seite ist, dann bestimmt die „kürzere“ Seite die Zahl der Paare, und es bleiben einige offene Stellen unbesetzt bzw. einige Arbeitssuchende ohne Arbeitsplatz. Ähnliches gilt, wenn die Präferenzlisten unvollständig sind, zum Beispiel wenn bestimmte Mindestvoraussetzungen einer oder beider Seiten an die Qualität des sich bildenden Paares nicht erfüllt sind.

Der Gale-Shapley Algorithmus weist die Eigenschaft auf, dass die von ihm generierte Lösung stabil im Sinne des Nash-Gleichgewichts ist. Letzteres bedeutet, dass ein Zustand erreicht wird, in dem jeder Versuch eines einzelnen an der Paarbildung Beteiligten, durch eine Änderung seiner Handlung seinen Zustand zu verbessern, nur zu einer für ihn ungünstigeren Lösung führen kann.

Der Algorithmus selbst generiert eine stabile Lösung. Im Allgemeinen bestehen aber mehrere stabile Lösungen (Gusfield 1989; Knuth 1997). Die Gesamtmenge aller stabilen Lösungen lässt sich dabei

---

von Arbeitsplätzen (Technik, Nachfragebedingungen etc.) und auch nicht mit Umfang und Qualität des Arbeitskräfteangebotes (Bildung, Erwerbsbeteiligung etc.).

<sup>6</sup> Die Vorläufigkeit der eingegangenen Bindungen unterscheidet diesen Ansatz von anderen, wie beispielsweise bei Gode und Sunder (1993), bei denen bindende Kontrakte eingegangen werden.

jeweils aus Sicht der Proposer und aus Sicht der Responder ordnen: Eine stabile Lösung M1 ist gegenüber einer stabilen Lösung M2 aus Sicht einer Seite dann vorzuziehen, wenn jedes Mitglied dieser Seite in M1 einen Partner hat, den er mindestens genauso bevorzugt wie seinen Partner in M2. Die Präferenzordnung der Proposer über die stabilen Lösungen läuft dabei genau entgegengesetzt zu der Präferenzordnung der Responder: Wenn M1 aus Sicht der Arbeitsplätze gegenüber M2 vorzuziehen ist, dann ist M2 aus Sicht der Arbeitssuchenden vorzuziehen. Zudem gibt es aus Sicht jeder Partei eine am meisten bevorzugte stabile Lösung, die zudem eindeutig bestimmt ist. Der Gale-Shapley-Algorithmus hat die interessante Eigenschaft, dass er jeweils die aus Sicht der vorschlagenden Seite beste aller stabilen Lösungen (und damit die aus der Sicht der anderen Seiten schlechteste aller stabilen Lösungen) erzeugt. Zu welcher Lösung der Gale-Shapley-Algorithmus im Allgemeinen gelangt, hängt davon ab, welche Seite mit dem Vorschlag beginnt. Da die vorschlagende Seite ihre Prioritäten unter diesem Verfahren besser durchsetzen kann als die akzeptierende Seite, werden bei einer Situation auf dem Arbeitsmarkt, die durch einen Arbeitskräfteüberschuss gekennzeichnet ist, eher die offenen Stellen die Vorschlagenden sein, während bei Arbeitskräfteknappheit die Vorschläge eher von den Arbeitssuchenden kommen werden, und es werden sich entsprechende Ergebnisse einstellen. In Kapitel 3 wird jedoch gezeigt, dass dieser Unterschied bei Präferenzlisten, die aus dem Vergleich von Profilen abgeleitet werden, nicht gilt.

Der Mechanismus ist grundsätzlich dezentral. Er kann bei kleinen Fallzahlen in einer überschaubaren Zeit zu einem stabilen Ergebnis gelangen, ohne dass es einer zentralen Stelle bedarf, der die Präferenzlisten einsammelt, durchrechnet und das Ergebnis verkündet. Es ist also kein „walrasianischer“ Auktionator erforderlich. Die Beteiligten müssen nicht intelligenter sein als fähig, die beschriebenen Präferenzordnungen aufzubauen und die beschriebenen Regeln zu respektieren (Gode und Sunder 1993). In der Praxis ist er bisher allerdings vorwiegend bei Situationen mit großen Fallzahlen und mit einer Stelle, die Bescheide versendet, eingesetzt worden (Roth 2007).

### **3. Profile als Grundlage der Bildung von Präferenzordnungen**

Die vorherrschende Literatur wendet den Gale-Shapley Algorithmus auf bereits gegebene Präferenzordnungen an. Für die hier intendierte Anwendung auf dem Arbeitsmarkt ist es allerdings wichtig zu untersuchen, wie die Präferenzordnungen genau zu Stande kommen. Wir schlagen vor, Präferenzordnungen aus der Distanz zwischen Anforderungs- und Eigenschaftsprofilen abzuleiten sowie dabei ein spezielles Distanzmaß zu verwenden und so mikroökonomisch zu fundieren.

Ein Arbeitsplatz ist durch ein Anforderungsprofil charakterisiert, und eine Arbeitskraft durch ein Eigenschaftsprofil. Beide Profile bestehen aus einer begrenzten Zahl von Attributen (Anforderungen bzw. Eigenschaften), die für alle offenen Stellen (Arbeitsplätze) und Arbeitssuchenden (Arbeitskräfte) gelten. Ein bestimmter Arbeitsplatz bzw. eine bestimmte Arbeitskraft ist durch die Ausprägungen gekennzeichnet, die die Attribute bei ihm aufweisen.

Bestandteile der jeweiligen Profile sind beispielsweise:

1. das etwa durch den erlernten Beruf und das Einsatzgebiet definierte Arbeitsmarktsegment (Tiemann et al. 2008). In diesem Fall handelt es sich nicht um ein Profil sondern um eine Zugehörigkeit zu einer Ausprägung eines kategorialen Merkmals.
2. Intelligenz und Integrität (Profil mit zwei Merkmalen; Schmidt und Hunter 2000)
3. Tätigkeit und Qualifikation (Profil mit zwei Merkmalen, Schlicht 2007)
4. Skill characteristics of the job (Profil mit 4 Merkmalen, Ingram and Neumann 2006)
  - Intelligence
  - Fine motor skill

- Coordination
  - (physical) Strength
5. Tätigkeitsfelder (Profil mit 6 Merkmalen, Spitz 2003)
- Analytische Aufgaben, wie forschende, planende oder bewertende Aktivitäten
  - Interaktive Aufgaben, wie Koordination und Delegation von Arbeit
  - Repetitive kognitive Aufgaben wie Buchhaltung und Kalkulation
  - Repetitive manuelle Aufgaben wie einer Maschine Teile zuführen
  - Nicht-repetitive manuelle Aufgaben wie Haushaltsführung oder Reparatur
  - Tätigkeiten am Computer.
6. Überfachliche Qualifikationsanforderungen (Profil mit 11 Merkmalen, Dickerson and Green 2004)
- literacy skills
  - physical skill
  - number skills
  - technical know-how
  - high-level communication
  - planning skills
  - client communication
  - horizontal communication
  - problem-solving
  - checking skills
7. Arbeitsbedingungen<sup>8</sup> (Noll und Weick 2003)
- Eine Stelle, die einem viel Freizeit lässt
  - Eine sichere Stelle
  - Eine Stelle mit hohem Einkommen
  - Eine Stelle bei der man selbständig arbeiten kann
  - Kollegen, mit denen man gut zusammenarbeiten kann
  - Eine Stelle, die gute Aufstiegschancen bietet
  - Eine Stelle, bei der man Eigeninitiative zeigen kann
  - Eine Stelle mit flexiblen Arbeitszeiten
  - Eine Stelle, bei der man die eigenen Fähigkeiten nutzen kann

---

<sup>7</sup> Antwortmöglichkeiten im „Eurobarometer“ auf die folgende Frage: Sagen Sie mir bitte für jeden der folgenden Punkte, wie wichtig er für Sie persönlich bei der Auswahl einer Stelle ist (sehr wichtig, wichtig, weder noch, unwichtig, völlig unwichtig, weiss nicht).

- Günstige Arbeitszeiten
- Gute Weiterbildungsmöglichkeiten
- Eine Stelle, bei der man ganz oder viel zu Hause arbeiten kann
- Eine Stelle mit viel Abwechslung
- Eine Stelle mit geringer Arbeitsbelastung

Die Profile können bei kurzem Zeithorizont der Betrachtung nicht „entbündelt“ werden<sup>9</sup> (Heckman und Scheinkman 1987). Ein Arbeitskraftinhaber ist nur als ganze Person mit allen ihren Eigenschaften zu betrachten, und eine offene Stelle ist zunächst entsprechend der innerbetrieblichen Arbeitsteilung abgegrenzt. Auf mittlere Frist kommen hier dynamische Aspekte wie Einarbeitung, learning on the job, Lernkurve, Fortbildung, anfänglich bestehende Unsicherheit über die Performanz des Beschäftigten, Umstrukturierung der innerbetrieblichen Aufgabenverteilung etc. zum Tragen.

Für die weiteren Überlegungen ist es nützlich, sich vorzustellen, dass die Anforderungen der Arbeitsplätze und die Eigenschaften der Arbeitskräfte aufeinander bezogen sind, d.h. einer Anforderung entspricht eine Eigenschaft und umgekehrt, sowie dass die Merkmale gleich gemessen werden, beispielsweise auf einer ordinalen Skala von 1 bis 5 oder auf einer kardinalen Skala von 1 bis 100. Dabei handelt es sich um eine vereinfachende Annahme gegenüber den Problemen, die sich bei einer konkreten Bestimmung und Quantifizierung stellen<sup>10</sup>. Unter diesen Bedingungen ist die über die Merkmale der Profile aggregierte Distanz bzw. Ähnlichkeit zwischen Arbeitsplatz und Arbeitskraft die einfache Summe der (ordinalen oder kardinalen) Distanzen zwischen den Merkmalen.

Wenn die genannten Bedingungen erfüllt sind, können die beiden Profile (eines Arbeitsplatzes und eines Arbeitssuchenden) unmittelbar miteinander verglichen werden. Der Vergleich führt zu dem Ergebnis, dass pro Merkmal konstatiert wird, ob

1. die Anforderung des Arbeitsplatzes und die Eigenschaft des Beschäftigten in ihrer aktuellen Ausprägung übereinstimmen,
2. die Anforderung größer als die Eigenschaft (aktuelle Fähigkeit) oder
3. die Fähigkeit größer als die Anforderung ist.

Eine Paarbildung kann erfolgen, ohne dass auf die Informationen über die Profile zurückgegriffen wird, beispielsweise durch eine zufallsgesteuerte Verbindung. Solche Paarbildungsmechanismen sind sparsam in ihrem Informationsbedarf und in den Kosten, die das Sammeln und Aufbereiten der Informationen verursacht. Die Paarbildungsprozesse, die die Profilinformatoren nutzen, sind dagegen anspruchsvoll und „teuer“.

Werden die Informationen über die Profile verwendet, dann liegt es nahe, Ähnlichkeitsmaße zu verwenden, anhand derer die „Nähe“ von zwei Objekten zueinander berechnet wird, wobei sich im vorliegenden Fall jeweils möglichst ähnliche Arbeitsplätze und Arbeitssuchende miteinander verbinden werden. Viele Ähnlichkeitsmaße orientieren sich an der Differenz zwischen den

---

<sup>8</sup> Schlicht (2007) geht das Problem in der Weise an, dass er entsprechend den zwei Attributen zwei Arten von Wettbewerb postuliert (Mengen- und Qualitätswettbewerb), die in Abhängigkeit von den allgemeinen Arbeitsmarktbedingungen alternativ zum Tragen kommen.

<sup>9</sup> Die Personal- und Organisationsberatungsfirma Hay Group verwendet diesen Ansatz zur Bewertung von Entlohnungsstrukturen. Siehe: O`Shaughnessy et al. (2001).

Ausprägungen eines Merkmals bei zwei Objekten und summieren die Differenzen auf<sup>11</sup>. Hier wird aus inhaltlichen Gründen ein anderes Ähnlichkeitsmaß verwendet.

Bestimmend für die Produktivität eines Arbeitsplatz-Beschäftigten-Paares soll der jeweils kleinere Wert pro Element sein, denn im Fall (2) werden die Anforderungen nur bis zu dem Ausmaß erfüllt, das der Beschäftigte mitbringt, und im Fall (3) sind die Anforderungen übersteigenden Fähigkeiten des Beschäftigten zunächst nicht verwertbar (die Person ist überqualifiziert). Der „Wert“ eines Arbeitsplatz-Beschäftigten-Paares ist durch Addition der Minima der Elementen-Paare zu berechnen. Am ähnlichsten ist aus der Sicht eines einzelnen Arbeitsplatzes der Arbeitsuchende, mit dem sich die höchste Summe der Minima ergibt (und umgekehrt). Dieser Arbeitsuchende wird in der gegebenen Konstellation auf dem ersten Platz der Präferenzliste des Arbeitsplatzes stehen. Ob dies für den betreffenden Arbeitsuchenden auch gilt, oder ob aus seiner Sicht ein oder mehr attraktivere Arbeitsplätze vorhanden sind (mit höheren Summen der Minima), ist zunächst offen. Ob sich mit diesem Arbeitsuchenden als Wunschpartner des einen Arbeitsplatzes letztendlich ein stabiles Paar bildet, ergibt sich aus dem Paarbildungsprozess nach Gale-Shapley.

Neben der Summe der Minima sind in der hier verwendeten Definition weitere Kenngrößen für die Qualität des gebildeten Paares bezeichnend: Ausgehend vom Anforderungsprofil die Summe der „Unterdeckungen“, d. h. der Differenzen bei den Merkmalen, bei denen die Anforderung höher ist als die Eigenschaft des Arbeitsuchenden, und ausgehend vom Eigenschaftsprofil die Summe der „Überqualifikation“. Die Summe von Unterdeckung und Überqualifikation entspricht der Summe der Differenzen zwischen den Merkmalsausprägungen der beiden Objekte, wie sie in üblichen Distanzmaßen verwendet werden.

Je größer Unterdeckung und Überqualifikation ausfallen, desto weiter liegen Potenziale und Anforderungen auseinander, desto größer ist die „Unzufriedenheit“ beider Seiten mit der Situation und desto geringer ist die „Bindungsstärke“ des Paares. Obwohl die Gesamtsituation mit allen gebildeten Paaren (d. h. mit den aktuell zur Verfügung stehenden potentiellen Partnern) stabil ist, kann es solche schwach gebundenen Paare geben. Sie werden eher auf den Arbeitsmarkt zurückkehren und nach passenderen Partnern Ausschau halten als stark gebundene Paare mit geringen Werten bei Unterdeckung oder Überqualifikation.

Mit diesen Kennzahlen einer bestehenden Verbindung bietet das Modell Anknüpfungspunkte für die Modellierung von Suchintensitäten. Auf beiden Seiten hängt der vernünftigerweise zu betreibende Suchaufwand davon ab, welcher „Unterschied“ zwischen dem bestehenden und einem besseren Suchergebnis zu erwarten ist. Wenn dieser Unterschied klein ist, dann lohnt sich der Aufwand für eine weitere Suche in aller Regel nicht, sobald eine „befriedigende“ Lösung gefunden ist. Dieser Aspekt wird mit dem reservation wage des Job Search Modells (siehe unten Kapitel 5) teilweise aufgegriffen und wäre um „Mindestanforderungen“ der Unternehmen zu ergänzen.

Das Entwicklungspotential eines Arbeitsplatz-Beschäftigten-Paares wird durch die Differenzen bestimmt, die zwischen den Anforderung und den Eigenschaften bestehen. Wenn durch geeignete Maßnahmen der jeweils kleinere Teil des Elementen-Paares sich in seiner Ausprägung verbessern kann, dann steigt der „Wert“ des gesamten Paares. Jedenfalls in der kurzfristigen Perspektive ist dabei zu beachten, dass nur die Verbesserung der jeweils schwächer ausgeprägten Seite eines Elementen-Paares eine Verbesserung der Produktivität ergibt. Die weitere Erhöhung einer Anforderung, die ohnehin nicht erfüllt wird, führt ebenso ins Leere wie die weitere Verbesserung einer Fähigkeit, die nicht ausgeschöpft wird.

Die Bestimmung der Distanz von Objekten mit mehreren Merkmalen wirft eine Fülle von Problemen auf: Welche Merkmale sind im vorliegenden Kontext relevant, in welcher Dimension werden sie

---

<sup>10</sup> Siehe etwa Kapitel 3.3 „Auswahl eines Unähnlichkeits- oder Ähnlichkeitsmaßes“ bei Bacher (2002).

gemessen, wie wird der Abstand pro Merkmal gemessen und wie werden die merkmalsbezogenen Distanzen zu einer Gesamtdistanz aggregiert. Die Bestimmung der Distanz dient hier der Aufstellung von Präferenzlisten, die wiederum der Ausgangspunkt für den Paarbildungsprozess sind. Die genauere Untersuchung des Zusammenwirkens zwischen der Art der Distanzmessung und dem Paarbildungsprozess führt zu einigen interessanten Ergebnissen, die im Folgenden ausgeführt werden.

Bei gegebener Zahl von Teilnehmern auf jeder Seite (im Folgenden je sieben Arbeitskräfte und Arbeitsplätze, in Kapitel 4 je fünf) ist – unabhängig von den Präferenzen – eine Vielzahl von Situationen mit je unterschiedlichen Kombinationen von Paaren möglich ( $n!$  mögliche Situationen). Jede der möglichen Situationen weist einen bestimmten „gesamtwirtschaftlichen“ Wert auf, der unter den gesetzten Annahmen (kardinale Messung der Merkmalsausprägungen, alle Merkmale in der gleichen Dimension) die Summe der Werte (Produktivitäten) der einzelnen Paare ist<sup>12</sup>. Im Folgenden wird untersucht,

- ob nur eine stabile Lösung existiert, oder mehrere,
- welchen Platz die stabile Lösung in der Verteilung aller möglichen Situationen einnimmt,
- wie die Wahl des Distanzmaßes die Form der Verteilung und die Lage der stabilen Lösung beeinflusst.

Werden die Präferenzordnungen für den Gale-Shapley-Prozess aus kardinal oder ordinal gemessenen Distanzen zwischen Anforderungs- und Eigenschaftsprofilen abgeleitet, dann gibt es stets nur eine eindeutige stabile Lösung. Das heißt, dass in diesen Fällen die vom Algorithmus hervorgebrachte Lösung sowohl aus Sicht der vorschlagenden als auch aus Sicht der akzeptierenden Seite die optimale unter den stabilen Lösungen ist. Es macht in diesen Fällen keinen Unterschied, welche Seite mit dem Vorschlagen beginnt. Dieses Ergebnis geht darauf zurück, dass die Ableitung der Präferenzen aus einem Distanzmaß zu eingipfligen Präferenzordnungen führt, welche nur eine einzige stabile Lösung im Gale-Shapley-Algorithmus zulassen (Bartholdi und Trick 1986). Die Ableitung der Präferenzen aus Distanzmaßen führt generell dazu, dass es nur eine stabile Lösung gibt.

Zwar gibt es unter dem vorgeschlagenen Vorgehen stets nur eine einzige stabile Lösung, doch *welche* Paarzuordnung sich als stabil erweist, hängt bei gegebenen Eigenschafts- und Anforderungsprofilen von dem verwendeten Distanzmaß ab (vgl. Abb. 1 und 2). Wird statt der Summe der Minima die Summe der arithmetischen Mittel der Merkmalsausprägungen verwendet, dann weisen alle möglichen Ergebnisse des Paarbildungsprozesses in der Summe über die Paare den gleichen Wert auf. Gleiches gilt auch für die einfache Summe der Merkmalsausprägungen. Die Verteilung der möglichen Situationen kollabiert zu einem einzigen Wert. Mit anderen Worten sind unter diesem

---

<sup>12</sup> Bei ordinal gemessenen Merkmalen (alle Merkmale in der gleichen Skalierung, so dass eine einfache Aggregation über die Merkmale pro Paar möglich ist), kann die Gesamtsituation als Gesamtzufriedenheit gemessen werden, indem die „Bindungsstärke“ der einzelnen Paare aufsummiert wird. Die Bindungsstärke eines Paares ist in diesem Fall die Summe der Rangpositionen, die die Partner des gebildeten Paares einander vor der Paarbildung gegeben hatten: Wenn das Paar aus zwei Partnern besteht, die einander auf ihrer jeweiligen Prioritätenliste weit oben platziert hatten, dann ist die Bindung stark (die Summe der Rangplätze klein). Wenn dagegen das Ergebnis des Paarbildungsprozesses so ausfällt, dass beispielsweise ein Arbeitsplatz mit einem Arbeitsanbieter ein Paar bildet, der weit unten auf seiner Prioritätenliste rangierte, dann ist die Bindung schwach (die Summe der Rangplätze hoch), und die Zufriedenheit des Paares miteinander gering.

Distanzmaß alle beliebigen Kombinationen von Arbeitsplätzen und Arbeitskräften gesamtwirtschaftlich gleich viel wert, ein inhaltlich nicht plausibles Ergebnis.

Betrachtet man statt der Summe der Minima die Summe der Maxima, so liegt die stabile Lösung in der Verteilung aller möglichen Paarzuordnungen tendenziell näher am arithmetischen Mittel als unter dem Minimumsmaß. Auch macht es für die stabile Lösung einen Unterschied, ob die einfachen Abweichungen oder die quadrierten Abweichungen zur Distanzmessung verwendet werden.

Das verwendete Maß muss also bei entsprechenden Anwendungen inhaltlich gut begründet werden. Für Anwendungen auf dem Arbeitsmarkt scheint aus den oben genannten Gründen das Minimumsmaß eine sinnvolle Distanzfunktion zu sein.

Abbildung 1: Identifikation der stabilen Lösung unter verschiedenen Distanzmaßen

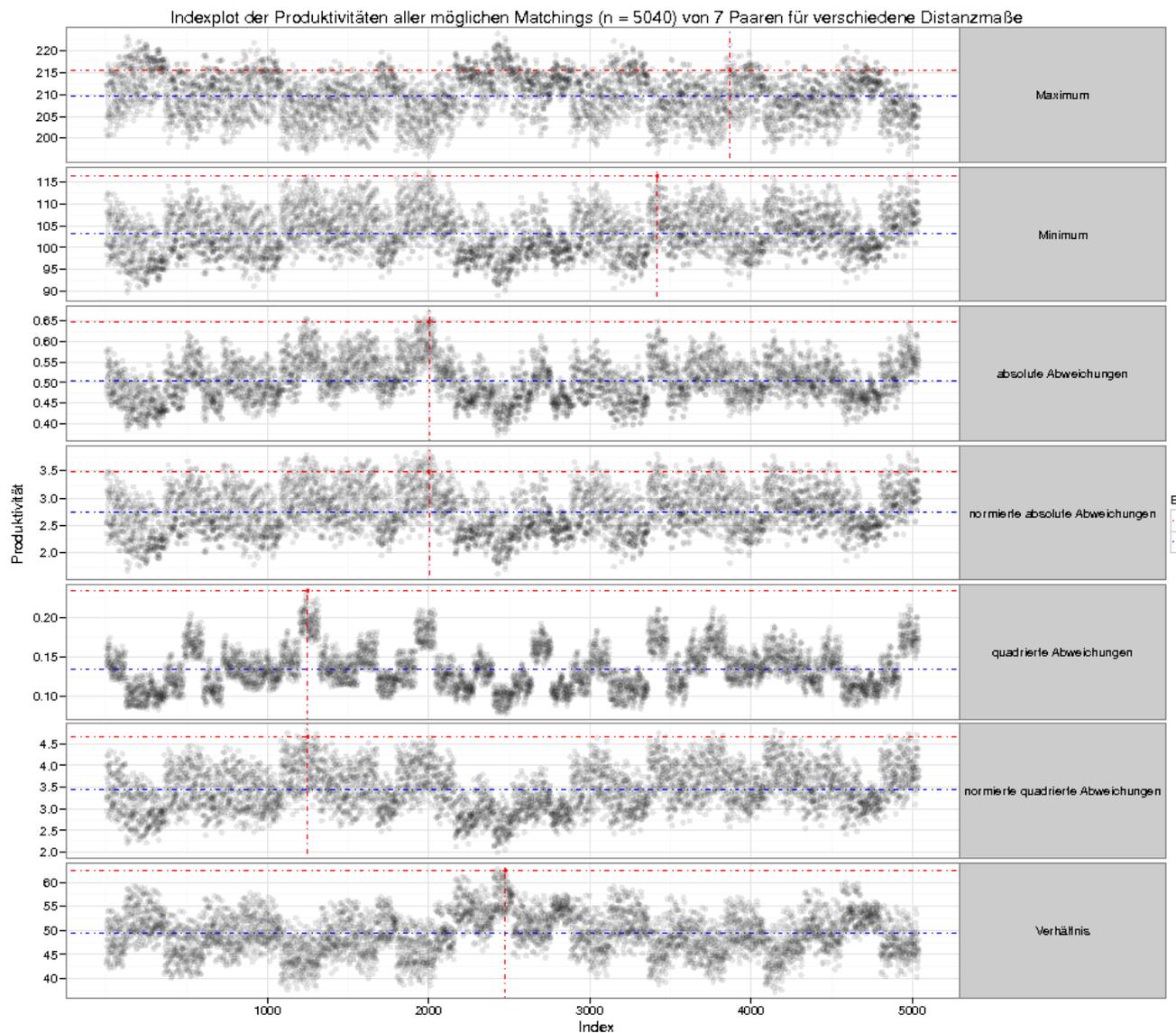
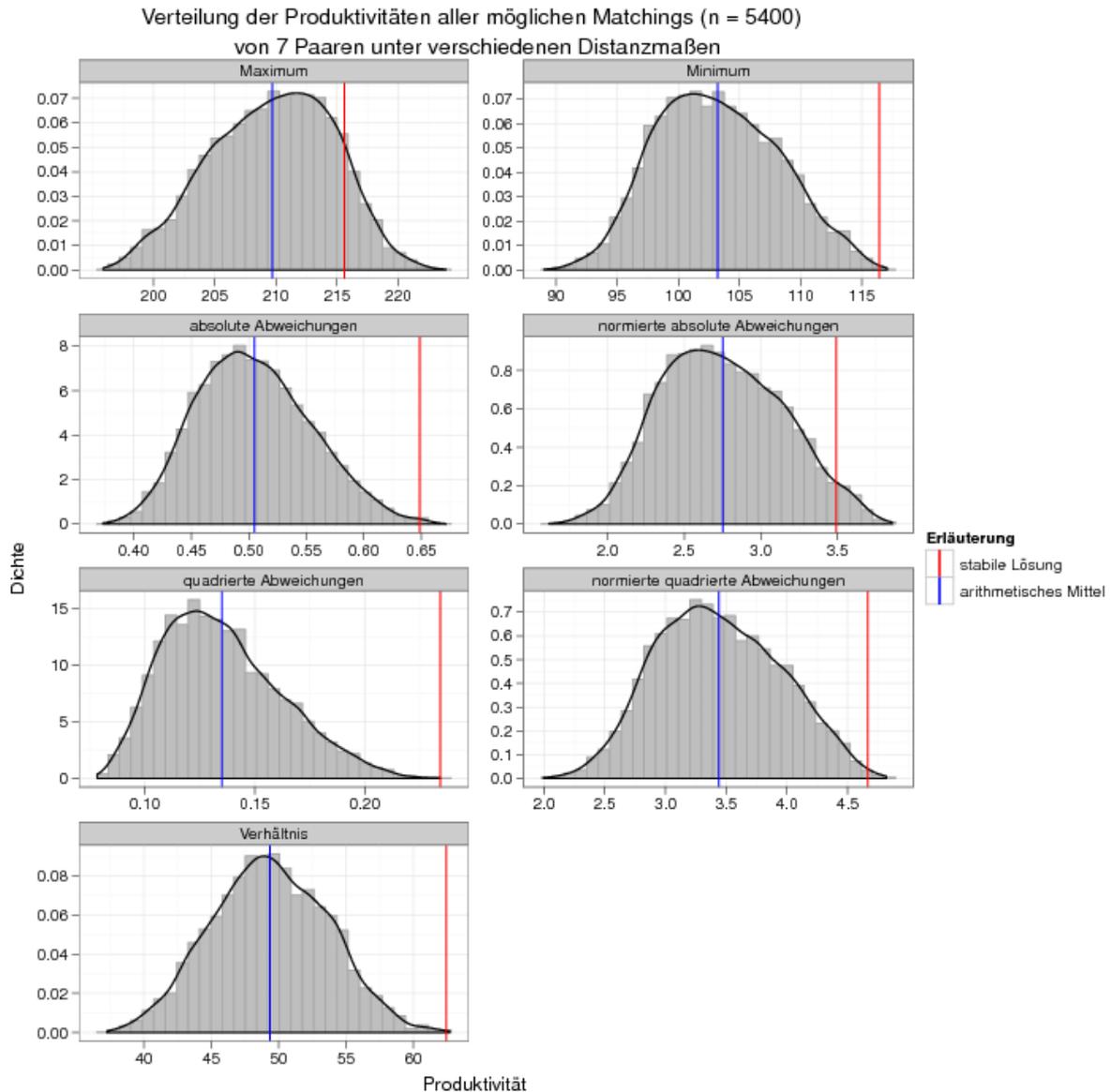


Abbildung 2: Form der Verteilung aller Zuordnungen unter verschiedenen Distanzmaßen und Lage der stabilen Lösung darin.



Der Lohn (das Arbeitsentgelt) kann ein Element des Anforderungs-/Eigenschaftsprofils sein. Er ist kleiner als die Produktivität, die sich nach den Eigenschaften des gebildeten Paares bestimmt, und ist Gegenstand entweder kollektiv- oder einzelvertraglicher Vereinbarungen. Je nach institutionellen Gegebenheiten können Gruppen von Paaren mit unterschiedlicher Produktivität einen ähnlichen Lohn oder Paare mit ähnlicher Produktivität unterschiedliche Löhne aufweisen.

Bei der Lohnfindung kann das Ausmaß der oben definierten Unter- oder Überqualifikation eine Rolle spielen. Arbeitsplatz-/Arbeitskraftpaare mit gleich hoher Summe der Minima unterscheiden sich darin, ob bei der Feststellung der Ähnlichkeit der Profile, die der Paarbildung zugrunde liegt, sich das Eigenschaftsprofil im Ganzen gesehen eher (etwas) stärker oder etwas schwächer als das Anforderungsprofil erwiesen hat. Ein so definiertes „stärkeres“ Eigenschaftsprofil führt zu einer Lohnprämie, ein „schwächeres“ dagegen zu einem Lohnabschlag (Daly, Büchel & Duncan 2000, Büchel 2002).

#### 4. Ein Zahlenbeispiel zur Verdeutlichung der vorgeschlagenen Vorgehensweise

Im Folgenden wird der gesamte Ablauf der Prioritätenbildung und des Paarbildungsprozesses in der hier vorgeschlagenen Weise mit einem einfachen Zahlenbeispiel beschrieben. Ausgangspunkt des Zahlenbeispiels sind Angaben über je 5 Arbeitskräfte und Arbeitsplätze. Sie weisen 4 Merkmale mit unterschiedlichen Ausprägungen auf. (Tabelle 1)

Tabelle 1: Arbeitsplätze und Arbeitskräfte mit ihren Merkmalen

	Merkmal				
Arbeitsplätze	1	2	3	4	Summe
1	0,0	1,8	3,5	10,0	15,3
2	2,1	5,2	6,2	9,8	23,2
3	6,3	8,7	4,3	1,3	20,6
4	1,6	5,3	4,6	9,7	21,2
5	2,8	6,0	3,2	9,7	21,7
Arbeitskräfte	1	2	3	4	Summe
1	5,9	9,0	3,6	1,7	20,3
2	2,7	6,2	4,7	9,4	23,1
3	5,8	9,3	4,8	3,3	23,1
4	1,3	5,0	4,9	9,3	20,5
5	2,4	4,8	4,6	9,5	21,3

Mit diesem Material werden die Bildung der Präferenz- bzw. Prioritätenlisten und der Paarbildungsprozess durchgespielt. Es wird das „gesamtwirtschaftliche“ Ergebnis, das sich einstellt, ermittelt, und es wird auf die Menge an Informationen, die für den Paarbildungsprozess benötigt wird, hingewiesen.

Der erste Schritt ist die Ermittlung der wechselseitigen Präferenzlisten. Jeder „Arbeitsplatz“ bewertet die Arbeitssuchenden, indem er sein Anforderungsprofil mit ihren Eigenschaftsprofilen vergleicht, und jeder „Arbeitssuchende“ bewertet die Arbeitsplätze, indem er sein Eigenschaftsprofil mit ihren Anforderungsprofilen vergleicht. Die „Werte“ der einzelnen Paare, die sich bei dem Bewertungsprozess ergeben, sind nach der oben beschriebenen Regel berechnet: Summe der Minima der Ausprägungen des jeweiligen Merkmals. Tabelle 2 zeigt den Rechengang im Detail für das Paar „Arbeitsplatz 1 und Arbeitskraft 1“. Der wirtschaftliche Wert dieses Paares beträgt „7,0“. Zusätzlich ist ausgewiesen, bei welchen Merkmalen und in welchem Ausmaß die Arbeitskraft – gemessen an den Anforderungen, die dieser Arbeitsplatz stellt – unter- oder überqualifiziert ist.

Tabelle 2: Berechnung des Wertes (der Produktivität) des Paares „Arbeitsplatz 1“ und „Arbeitskraft 1“ nach dem Minimumprinzip

	Merkmal Nr.				Summe
	1	2	3	4	
Arbeitsplatz Nr. 1	0,0	1,8	3,5	10,0	15,3
Arbeitskraft Nr. 1	5,9	9,0	3,6	1,7	20,3
Minimum	0,0	1,8	3,5	1,7	<b>7,0</b>
Unterqualifikation				8,3	8,3
Überqualifikation	5,9	7,2	0,1		13,3

Es wird (siehe Anhang) für jede mögliche Kombination von Arbeitsplatz und Arbeitskraft deren Wert ermittelt. Auf der Grundlage dieser Werte ergeben sich wechselseitige Präferenz- oder Prioritätenlisten. Sie beinhalten die Information, in welcher Reihenfolge der jeweilige Arbeitsplatz die Bewerber bewertet, und wie umgekehrt jeder Bewerber die Arbeitsplätze bewertet. Die Präferenzlisten für das Zahlenbeispiel sind in Tabelle 3 dargestellt.

Tabelle 3: Präferenzordnungen der Arbeitsplätze und der Arbeitskräfte

Rang- folge	Arbeitsplatz					Rang- folge	Arbeitskraft				
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
	Rangfolge der Arbeitskräfte						Rangfolge der Arbeitsplätze				
<b>1</b>	5	2	3	2	2	<b>1</b>	3	2	3	2	2
<b>2</b>	2	5	1	5	5	<b>2</b>	5	5	2	4	4
<b>3</b>	4	4	2	4	4	<b>3</b>	2	4	5	5	5
<b>4</b>	3	3	5	3	3	<b>4</b>	4	1	4	1	1
<b>5</b>	1	1	4	1	1	<b>5</b>	1	3	1	3	3

Der eigentliche Paarbildungsprozess nach Gale/Shapley beginnt auf der Grundlage der mit dem Minimum-Verfahren ermittelten Präferenzordnungen. Die Schrittfolge ist in Übersicht 1 dargestellt. Arbeitsplatz 1 schlägt entsprechend seiner Präferenzordnung der Arbeitskraft 5 vor, ein Paar zu bilden. Es handelt sich um ein vorläufiges Paar, denn es ist noch nicht bekannt, ob Arbeitskraft 5, für die Arbeitsplatz 1 an der vierten (vorletzten) Stelle ihrer Präferenzordnung steht, eventuell ein für sie günstigeres Angebot erhalten wird. Im Weiteren schlagen der Arbeitsplatz 2 der Arbeitskraft 2 und der Arbeitsplatz 3 der Arbeitskraft 3, die auf ihrer Präferenzordnung jeweils den ersten Platz einnehmen, eine Paarbildung vor, die auch erfolgt. Im nächsten Schritt wendet sich Arbeitsplatz 4 an die von ihm präferierte Arbeitskraft 2. Sie befindet sich jedoch in einer vorläufigen Verbindung mit Arbeitsplatz 2. Arbeitskraft 2 prüft, ob sie auf das neue Angebot eingeht oder in ihrer bestehenden Verbindung bleibt. Die Prüfung fällt für die bestehende Verbindung positiv aus, denn für Arbeitskraft 2 nimmt Arbeitsplatz 2 die erste Position auf ihrer Prioritätenliste ein, während Arbeitsplatz 4 sich auf Platz 3 befindet. Arbeitsplatz 4 wendet sich nach diesem „Korb“ nunmehr der Arbeitskraft zu, die sich auf seiner Prioritätenliste an der zweiten Stelle befindet, nämlich Arbeitskraft 5, und bildet mit

ihr ein vorläufiges Paar, usw. Nach 12 Schritten sind alle Kandidaten zu Paaren vereint. Das Ergebnis ist stabil, denn es gibt für keinen der Beteiligten eine Möglichkeit, sich mit einem anderen Partner von der Gegenseite zu verbinden, die für beide vorteilhafter wäre.

Übersicht 1: Schrittfolge des Paarbildungsprozesses nach Gale/Shapley für das Zahlenbeispiel

Schrittfolge	Vorschlagender Arbeitsplatz	Angefragte Arbeitskraft	Vorläufig gebildetes Paar	Arbeitskraft wandert zu Arbeitsplatz	Endgültig gebildetes Paar
1	1	5	1 & 5	4	
2	2	2	2 & 2		2 & 2
3	3	3	3 & 3		3 & 3
4	4	2	-		
5	4	5	4 & 5		4 & 5
6	1	2	-		
7	1	4	1 & 4	5	
8	5	2	-		
9	5	5	-		
10	5	4	5 & 4		5 & 4
11	1	3	-		
12	1	1	1 & 1		1 & 1

Die Ergebniskonstellation, die sich eingestellt hat, ist mit all ihren Details, also den Profilen sowie den jeweiligen Minima, in Tabelle 4 dargestellt.

Tabelle 4: Ergebniskonstellation des Paarbildungsprozesses

	Merkmal Nr.				Summe
	1	2	3	4	
Erstes Paar					
Arbeitsplatz Nr. 2	2,1	5,2	6,2	9,8	23,2
Arbeitskraft Nr. 2	2,7	6,2	4,7	9,4	23,1
Minimum	2,1	5,2	4,7	9,4	<b>21,4</b>
Zweites Paar					
Arbeitsplatz Nr. 3	6,3	8,7	4,3	1,3	20,6
Arbeitskraft Nr. 3	5,8	9,3	4,8	3,3	23,1
Minimum	5,8	8,7	4,3	1,3	<b>20,1</b>
Drittes Paar					
Arbeitsplatz Nr. 4	1,6	5,3	4,6	9,7	21,2
Arbeitskraft Nr. 5	2,4	4,8	4,6	9,5	21,3
Minimum	1,6	4,8	4,6	9,5	<b>20,6</b>
Viertes Paar					
Arbeitsplatz Nr. 5	2,8	6,0	3,2	9,7	21,7
Arbeitskraft Nr. 4	1,3	5,0	4,9	9,3	20,5
Minimum	1,3	5,0	3,2	9,3	<b>18,8</b>
Fünftes Paar					
Arbeitsplatz Nr. 1	0,0	1,8	3,5	10,0	15,3
Arbeitskraft Nr. 1	5,9	9,0	3,6	1,7	20,3
Minimum	0,0	1,8	3,5	1,7	<b>7,0</b>
<b>Summe der Minima</b>					<b>87,8</b>

Da die Profile aus kardinal gemessenen Merkmalen bestehen, kann ein Wert pro Paar (die Produktivität des Paares) und in der Summe über die Paare dargestellt werden. Der Wert in der Summe über die Paare stellt das „gesamtwirtschaftliche“ Ergebnis auf der Grundlage der gebildeten Präferenzen und des Paarbildungsprozesses dar.

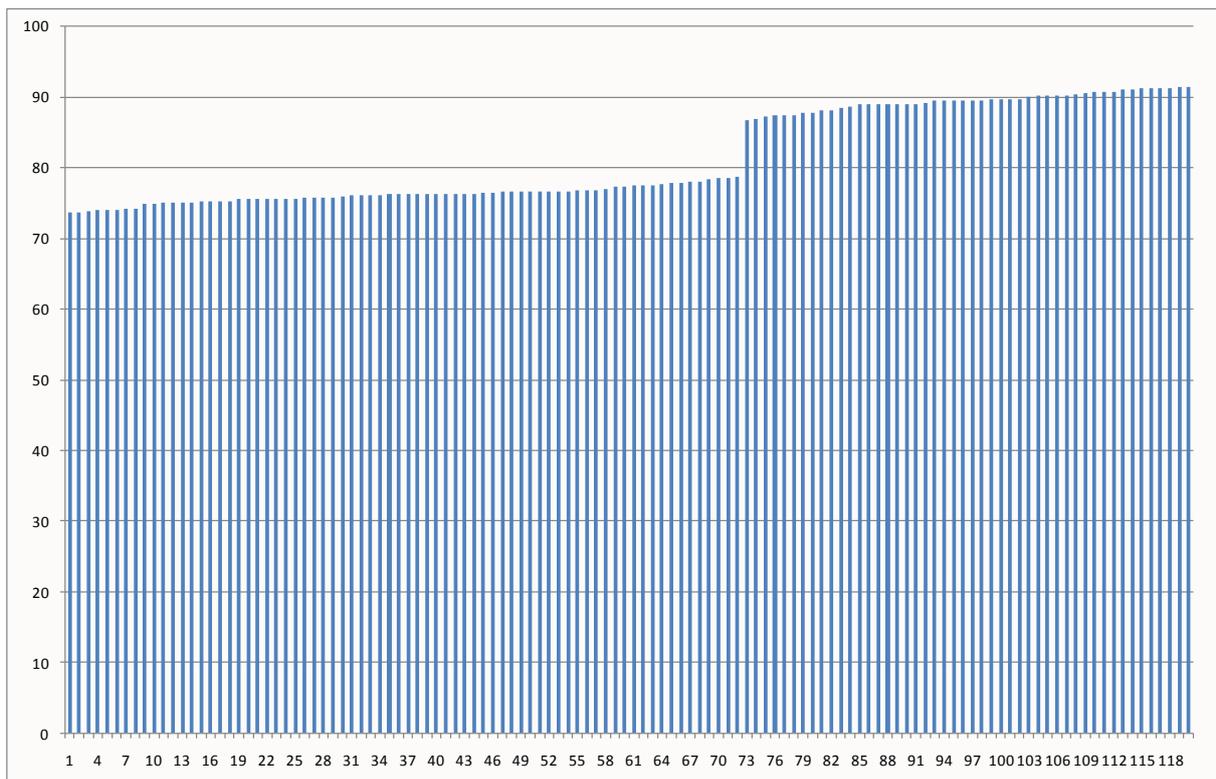
Es sind außer der oben dargestellten weitere 119, insgesamt 120 verschiedene Kombinationen von je 5 Paaren (jeweils ein Arbeitsplatz und eine Arbeitskraft) möglich. Abbildung 1 zeigt die „wirtschaftlichen“ Ergebnisse der für das Zahlenbeispiel möglichen Kombinationen. Das arithmetische Mittel der möglichen Kombinationen beträgt 81,5, das Minimum beträgt 73,7, das Maximum 91,4. Für die „Gesellschaft“, die aus diesen fünf Arbeitskräften und Arbeitsplätzen besteht, wäre das Maximum die vorteilhafteste Lösung. Es stellt sich jedoch bei dem beschriebenen dezentralen Vorgehen die stabile Lösung mit dem Wert 87,8 ein, die deutlich ungünstiger ist als das Maximum.

Der weite Abstand der stabilen von der gesamtwirtschaftlich maximalen Lösung legt es nahe, nach Möglichkeiten zu suchen, das Design des Prozesses so umzugestalten, dass die stabile Lösung näher bei der maximalen Lösung liegt. Dabei ist etwa an die Einführung von Kompensationsmöglichkeiten zwischen den Paaren zu denken, oder an die Ausgestaltung der verfügbaren Information. Indem der Verlust an Informationen rückgängig gemacht wird, der mit der Übersetzung der Summe der Minima in Prioritäten und der damit verbundenen Dimensionsreduktion von kardinal auf ordinal einher geht, eröffnen sich möglicherweise Spielräume für gesamtwirtschaftlich bessere und unter der Einbeziehung von Kompensationen zugleich stabile Konstellationen. Auch kann beispielsweise aus der Perspektive des Designs eines firmeninternen Arbeitsmarktes überlegt werden, wie es gelingen kann, die Informationen über freie Arbeitsplätze und deren Anforderungsprofile sowie über veränderungswillige Arbeitskräfte und deren Eigenschaftsprofile so zu gestalten, dass sich das aus Firmensicht

maximale Ergebnis einstellt. In dem hier dargestellten Kontext hieße das, die verfügbaren Informationen zu vermindern. Beide Änderungen am Design wären (vermutlich) nur aus einer zentralen Perspektive sinnvoll, und nicht aus der hier verfolgten dezentralen Perspektive.

Aus der hier bevorzugt verfolgten dezentralen Sicht ist deutlich, dass die Matching-Methode nach Gale/Shapley schnell an „natürliche“ Grenzen der Teilnehmerzahlen stößt. Diese ergeben sich aus dem Zeitbedarf, der entsteht, bis alle Beteiligten ihre Präferenzlisten gebildet haben, und der benötigt wird, bis der Tanz der sich bildenden, sich wieder auflösenden und sich neu bildenden Paare zu einem Abschluss gekommen ist. Für ein gesamtwirtschaftliches Bild, das jeweils mehrere Hunderttausende oder sogar Millionen von Arbeitssuchenden und offenen Stellen umfasst, wäre eher an ein zeitliches Nebeneinander von vielen einzelnen solcher Mikro-Märkte zu denken, die parallel zueinander ablaufen. Bezieht man die Gesamtheit aller existierenden Paare auf dem Arbeitsmarkt (die besetzten Stellen bzw. die Erwerbstätigen) in das Bild ein, dann sind eher weite „ruhige“ Bereiche vorzustellen, auf denen in dem betrachteten Zeitraum keine Such- und Paarbildungsaktivitäten stattfinden, und einzelne „heiße Stellen“ mit vielen parallelen Aktivitäten.

Abbildung 1: Die wirtschaftlichen Werte aller möglichen Kombinationen von je 5 Paaren



Von Interesse wäre es, aus der dezentralen Sicht heraus zu untersuchen, welche Änderung auf dem Mikro-Markt in einem der beteiligten Profile ausreicht, um (a) eine Änderung in den Präferenzordnungen hervorzurufen, und (b) eine Änderung der stabilen Lösung. Mit anderen Worten wäre zu untersuchen, welche Änderung in den Ausgangsbedingungen zu einer veränderten Lösung führt, und welche Rolle dabei Umsortierungen einnehmen, die von veränderten Präferenzordnungen angestoßen werden.

Diese Untersuchungswege werden hier nicht weiter verfolgt. Stattdessen wird im Folgenden untersucht, zu welchen Ergebnissen die Verwendung anderer Distanzmaße und die Verwendung anderer Paarbildungsprozesse führen. Damit sollen die Eigenheiten und Vorzüge des hier vorgeschlagenen Ansatzes weiter herausgearbeitet werden

## 5. Vergleich mit dem Job Search Modell

Die Theorie beschäftigt sich mit der Jobsuche von Arbeitssuchenden<sup>13</sup>. Sie stellt den Kern des gegenwärtig dominierenden Arbeitsmarktmodells dar, des Modells von Mortensen und Pissarides. Wie der hier vorgeschlagene Ansatz geht sie davon aus, dass unvollkommene Informationen bestehen, sowohl auf Seiten der Arbeitssuchenden als auch auf Seiten der Unternehmen. Das unterscheidet sie von der klassischen Theorie mit vollkommener Information. Die Arbeitssuchenden kennen nur ihre Eigenschaften und die allgemeine Arbeitsmarktlage. Sie kennen nicht das Spektrum aller offenen Stellen und deren Löhne. Auf der Grundlage dieser Informationen legt ein Arbeitssuchender für sich einen Mindestlohn (reservation wage) fest. In unregelmäßigen Abständen erhält er Job-Angebote. Die Job-Angebote (offenen Stellen) weisen fixe Einkommen auf, die unabhängig von der Person sind, mit der sie besetzt werden. Die Unternehmen kennen nicht das Spektrum der Arbeitssuchenden und deren Mindestlöhne. Die optimale Strategie besteht für den Arbeitssuchenden darin, den ersten Job der ihm angeboten wird, dessen Lohn höher ist als sein Mindestlohn, anzunehmen. Ein einmal angenommener Job bleibt bestehen, bis der Arbeitsplatz verschwindet (aus welchen Gründen auch immer, preisliche Wettbewerbsfähigkeit oder technischer Wandel). Die Unternehmen sind bei der Stellenbesetzung passiv, sie akzeptieren den ersten willigen Bewerber. Es wird davon ausgegangen, dass ein „williger“ Bewerber in der Lage ist, die Anforderungen des Arbeitsplatzes voll zu erfüllen. Ein Warten der Unternehmen auf einen eventuell besser passenden Arbeitssuchenden ist nicht vorgesehen.

Jedes Element jeder Seite (Arbeitssuchende und Jobs) verfügt nur über ein Merkmal. Das Merkmal der Arbeitssuchenden sind die reservation wages, und das Merkmal der Jobs sind die gebotenen Löhne (offered wages). Die Begegnung zwischen Arbeitssuchenden und offenen Stellen findet „im Dunkeln“ statt, niemand kennt die Zahl oder die Eigenschaften der anderen Mitspieler.

Die hier entwickelte Prozedur weist dem gegenüber die folgenden Unterschiede auf:

- Sowohl die Arbeitssuchenden als auch die Unternehmen (offenen Stellen) kennen alle Elemente der „Gegenseite“.
- Die Elemente beider Seiten weisen mehrere Merkmale auf.
- Die Ausprägungen der Merkmale bestimmen die Präferenzordnungen.
- Das Wahlverhalten wird durch die ordinale Präferenzordnung gesteuert, und nicht durch die kategoriale Zuordnung zur Klasse der zulässigen Partner.

---

<sup>13</sup> Die Darstellung stützt sich auf Cahuc und Zylberberg (2004), Kapitel 3 „Job Search“.

- Es gibt es keine Untergrenze für das Maß an Übereinstimmung zwischen den beiden Profilen. Anders als im Job-Search-Modell akzeptiert ein Arbeitsuchender im ersten Schritt jeden angebotenen Job. Erst wenn ihm ein aus seiner Sicht günstigerer Job angeboten wird, kann er sich verbessern<sup>14</sup>.

Im Folgenden wird die Vorgehensweise des Job Search Modells mit den Werten des Zahlenbeispiels aus Kapitel 4 nachgeahmt. Dazu wird zur Erleichterung des Vergleiches zwischen den Verfahren angenommen, dass die Merkmale „Mindestlohn“ und „angebotener Lohn“ in einem bestimmten Verhältnis zu den Profilen stehen. Sie sollen die einfache Summe der Merkmalsausprägungen sein. Die Paarbildung orientiert sich dementsprechend an zwei Merkmalen, die zwar gewisse Hinweise auf die Form der Profile beinhalten, aber die Details sind verborgen. Es ergibt sich die folgende Konstellation:

Tabelle 5: Restriktionen für den Paarbildungsprozess mit Untergrenzen („Mindestlöhnen“) seitens der Arbeitsuchenden

Arbeits- plätze	Lohn- angebot	Arbeits- kräfte	reser- vation wage	Arbeits- platz	Arbeitskraft				
					1	2	3	4	5
1	15,3	1	20,3	1					
2	23,2	2	23,1	2	X	X	X	X	X
3	20,6	3	23,1	3	X			X	
4	21,2	4	20,5	4	X			X	
5	21,7	5	21,3	5	X			X	X

Arbeitsplatz 1 bleibt unbesetzt, weil der dort angebotene Lohn geringer ist als die Mindestlöhne aller Arbeitsuchenden. Welche Arbeitskraft und welcher Job sich verbinden, und welche Arbeitskraft ohne Job bleibt, hängt zunächst davon ab, über welche Optionen die Arbeitskräfte verfügen (Jobs mit Lohn > Mindestlohn).

Die verfügbaren Optionen sind im rechten Block der Tabelle mit einem X markiert. Welche der verfügbaren Optionen realisiert werden, ist zufallsbedingt und hängt davon ab, in welcher Reihenfolge Jobs und Arbeitsuchende sich begegnen. In dem Zahlenbeispiel führen 96 Abfolgen von Begegnungen (Ziehen ohne Zurücklegen) dazu, dass vier Paare entstehen, alle anderen Reihenfolgen enden mit drei oder zwei Paaren. Ursache dafür ist der Umstand, dass den Arbeitsplätzen 3 und 4 nur zwei Arbeitskräfte, nämlich 1 und 4, als potentielle Verbindung zur Verfügung stehen. Wenn diese

<sup>14</sup> Dieser Aspekt kann in dem hier vorgeschlagenen Modell berücksichtigt werden, indem Untergrenzen für das Maß an Übereinstimmung zwischen den beiden Profilen (die Summe der Minima) eingeführt werden. Beide Seiten könnten Untergrenzen bestimmen.

Arbeitskräfte zuvor bereits den beiden anderen Arbeitsplätzen 2 und 5 begegnet sind, dann bleiben die Arbeitsplätze 3 und 4 unbesetzt.

Die Prozedur des Job Search Modells kann der hier vorgeschlagenen Prozedur schrittweise angenähert werden. Dabei ändern sich die gebildeten Paare, und es ändert sich das Gesamtergebnis als Aggregat über die gebildeten Paare. Es wird die Begegnungssituation zwischen Jobs und Bewerbern besser „beleuchtet“, und zwar so weit, dass die Beteiligten die Anwesenheit der Anderen und deren Merkmal (angebotener Lohn und Mindestlohn) erkennen können. Damit sind die Beteiligten in die Lage versetzt, Prioritätenlisten aufzustellen. Anhand der Prioritätenlisten läuft der Paarbildungsprozess nach Gale/Shapley ab.

Es ergeben sich die folgenden Prioritätenlisten. Arbeitsplatz 1 findet wie gehabt keinen Arbeitsuchenden, der bereit ist zu dem dort angebotenen Lohn zu arbeiten. Die Arbeitsplätze bilden ihre Priorität nach der Maßgabe, dass die Arbeitsuchenden umso begehrenswerter sind, je höher ihr reservation wage ist (der reservation wage ist geringer als der angebotene Lohn, es wird auf jeden Fall der angebotene Lohn gezahlt, der reservation wage signalisiert ein Kompetenzniveau). Die Arbeitskräfte bilden ihre Priorität nach der Maßgabe, dass der Arbeitsplatz umso attraktiver ist, je höher der Lohn ist.

Übersicht 2: Prioritätenlisten im „beleuchteten“ Job Search Modell

Rang- folge	Arbeitsplatz					Rang- folge	Arbeitskraft				
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
	Rangfolge der Arbeitskräfte						Rangfolge der Arbeitsplätze				
1	n.a.	2	4	4	5	1	2	2	2	2	2
2	n.a.	3	1	1	4	2	5			5	5
3	n.a.	5			1	3	4			4	
4	n.a.	4				4	3			3	
5	n.a.	1									

Auf der Grundlage der Prioritäten läuft der Paarbildungsprozess nach Gale/Shapley ab, und es resultiert eine stabile Lösung.

Nachdem die Paare sich gebildet haben, liegt genügend Information vor, um den Wert der Paare nach dem Minimum-Prinzip zu ermitteln. Er beträgt für die stabile Lösung „81,0“. Dieser Wert ist mit der fünf Paare umfassenden Lösung von Kapitel 4 nicht unmittelbar vergleichbar.

Berechnet man jedoch mit dem Minimum-Verfahren die „inneren“ Werte aller 96 möglichen Konstellationen mit vier Paaren, die bei Dunkelheit stattfinden können, und die alle gleich wahrscheinlich sind, dann ergibt sich für diese ein Erwartungswert = Mittelwert über die 96 Konstellationen in Höhe von „70,3“. Der Unterschied zu dem Wert der stabilen Lösung (er beträgt 81,0) zeigt den Wert der zusätzlichen Information an, der durch die „Beleuchtung“ der Szenerie entsteht.

Übersicht 3: Schrittfolge nach Gale-Shapley im „beleuchteten“ Job Search Modell

Schritt- folge	Vorschla- gender Arbeits- platz	Angefragte Arbeits- kraft	Vorläufig gebildetes Paar	Arbeits- kraft wandert zu Arbeits- platz	Endgültig gebildetes Paar
1	2	2	2 & 2		2 & 2
2	3	4	3 & 4	4	
3	4	4	4 & 4		4 & 4
4	3	1	3 & 1		3 & 1
5	5	5	5 & 5		5 & 5

Offenbar ist das job search Modell mit seinen Annahmen über die vorhandenen Informationen und deren Nutzung zu restriktiv. Die Annahme eines zufälligen Begegnens von Job und Worker kann aufgegeben werden.

## 6. Vergleich mit dem Matching-Modell (dem Urnen und Bälle Modell) <sup>15</sup>

Das Urnen und Bälle Modell stellt einen Versuch der mikroökonomischen Fundierung des so genannten Matching-Modells dar. Cahuc und Zylberberg charakterisieren das Matching-Modell wie folgt: „In this section, we develop a simple model of the labor market in which transaction costs explain the simultaneous existence of vacant jobs and unemployed persons. Wage formation is here described by a bargaining process between employers and workers; in other words, the hypothesis of competitive wages is dropped. The model is structured around the concept of a matching function, which sums up, at the aggregate level, the outcomes of encounters between persons in search of a job and firms with positions vacant.“

Die bisherigen Versuche einer mikroökonomischen Fundierung beschreiben sie wie folgt: “A simple but not truly realistic way of obtaining an aggregate matching function consists of comparing vacant jobs to “urns” and job applications to “balls” tossed at the urns by job-seekers (Pissarides, 1979; Blanchard and Diamond, 1994). A match occurs when a ball goes into an urn. The inefficiency of the job search process is reflected in the greater or lesser precision with which the balls are tossed in the direction of the urns. ...  $D$  and  $V$  will denote respectively the number of job-seekers and the number of vacant jobs at a given date. Let us assume that job-seekers know the locations of all vacant jobs, and that a particular job-seeker, whom we shall call Mr.  $i$ , simultaneously sends  $e_i$  applications out randomly among the  $V$  jobs vacant. Parameter  $e_i$  is an indicator of the effort that Mr.  $i$  puts into his job search. When more than one application is received for the same vacant job, a random draw determines who will get it, and the other applications go into the wastepaper basket. Let us further suppose that there is no coordination among the job-seekers. That being so, it is possible that one vacant job will receive a heap of applications while another will not receive any.“

<sup>14</sup> Die Darstellung stützt sich auf Cahuc und Zylberberg (2004), Kapitel 9.3 „The Matching Model“. Für Deutschland siehe Fahr und Sunde (2001), Sunde (2002) und Falk, Huffman und Sunde (2006).

Das Modell ist dem hier vorgeschlagenen sowie dem oben behandelten Job Search Modell recht ähnlich. Zunächst fällt wie im Job Search Modell die weitgehende Passivität und Blindheit der Unternehmen auf.

In dem Matching Modell kennen die vacant jobs die job-seekers nicht. Im Vergleich zu dem Job Search Modell, in dem beide Seiten nicht voneinander wissen, kann man das Modell als „halb beleuchtete Szenerie“ bezeichnen, indem zumindest eine Marktseite von den Objekten auf der anderen Marktseite Kenntnis hat. In dem hier vorgeschlagenen Modell wissen sowohl die job-seeker von den vacant jobs, als auch die vacant jobs von den job-seekers.

Insofern liegen sowohl die „Bewerbung“ des Stellensuchenden als auch die „Bekanntmachung“ einer offenen Stelle zeitlich vor dem hier vorgeschlagenen Verfahren und sind nicht dessen Gegenstand, während das Matching-Modell mit einem Kennenlern- (Bewerbungs-)prozess beginnt. In dem hier vorgeschlagenen Verfahren tragen die offenen Stellen von allen job-seekers die Information, dass sie auf der Suche sind und auf Angebote positiv reagieren werden, und umgekehrt.

Job Search Modell und Matching Modell können weiterhin vereinheitlicht werden, indem man annimmt, dass im Matching Modell die job searcher nur Bewerbungen für solche jobs abgeben, die die Bedingungen des Job Search Modell erfüllen, nämlich dass der Lohn grösser ist als der reservation wage.

Es verbleibt zwischen den beiden Modellen noch der Unterschied, dass im Job Search Modell der erste Bewerber akzeptiert wird, während im matching Modell das Unternehmen unter den Bewerbern eine Zufallsauswahl trifft. Für das Gesamtergebnis, also die Qualität der gebildeten Paare, resultiert das gleiche Ergebnis wie oben für das job search Modell gezeigt. Es ist zufällig und hängt entweder von der Reihenfolge der Begegnungen (job search Modell) oder von der Reihenfolge ab, in der die vacant jobs ihre Zufallsauswahl treffen. Jede getroffene Auswahl reduziert die Optionen der anderen vacant jobs.

Welche Marktseite welcher Marktseite ein definitives Angebot macht, ist für das hier vorgeschlagene Verfahren beliebig. Im Allgemeinen ist das Gesamtergebnis für die proposer günstiger als für die responder, so dass für eine Situation mit einem Überschuss an Arbeitskräften eher die vacant jobs die proposer sein werden.

## **7. Praktische Anwendungen**

### **7.1 Fachkräftemangel verstehen**

Immer wieder bewegt die für die Bildungs- und für die Arbeitsmarktpolitik Verantwortlichen die Klage über einen Mangel an geeigneten Fachkräften. Waren es Ende der 90er Jahre die Informatik Fachkräfte, deren Fehlen beklagt wurde, so sind es gegenwärtig die Ingenieure und Naturwissenschaftler. Ab etwa 2015, also in gut fünf Jahren, ist damit zu rechnen, dass ein Fachkräftemangel nicht mehr nur gelegentlich und in eng umrissenen Arbeitsmärkten auftritt, sondern zu einem umfassenderen Phänomen wird. Der Grund dafür ist, dass ab dann das Erwerbspersonenpotential aus demografischen Gründen nicht mehr nur altern, sondern absolut zurück gehen wird. Zwar wird es von 2015 aus gesehen noch etwa 20 Jahre dauern, bis alle Reserven für den Arbeitsmarkt zahlenmäßig ausgeschöpft sind (Arbeitslosigkeit, Stille Reserve, Erwerbsbeteiligung) und eine umfassende Knappheit einsetzt, aber Knappheiten auf einzelnen Teilarbeitsmärkten werden dann häufiger und gravierender sein als heute.

Trotz der Vertrautheit mit dem Phänomen der Fachkräfteknappheit mangelt es aber an einem geeigneten begrifflichen und analytischen Instrumentarium, mit dem das Phänomen dargestellt,

seine Auswirkungen qualitativ beschrieben und quantitativ beziffert sowie Strategien zu seiner Bekämpfung entwickelt werden können. Wir können bisher nicht genau beschreiben, mit welchen Anpassungsstrategien Unternehmen und Erwerbspersonen auf Engpässe reagieren, wir wissen nicht, wie schnell und umfassend „Ersatzlösungen“ (Substitute) entwickelt und realisiert werden. Wir können auch nicht genau beziffern, wie groß der „Schaden“ ist, den der Fachkräftemangel auslöst, wenn wir in die Rechnung einbeziehen wollen, dass Substitutions- und Anpassungsprozesse stattfinden, die einerseits den Schaden mildern, andererseits aber mit Kosten verbunden sind, die sonst nicht entstanden wären. Und welche Rolle spielen dabei die Preise (hier: Arbeitslöhne), die nach der ökonomischen Theorie doch einen Ausgleich zwischen Angebot und Nachfrage bewirken sollen: Knappheitsbedingte Änderungen von relativen Preisen sind wohl nicht als „Schaden“ zu betrachten?

Die Wirkungen eines Fachkräftemangels bestimmen sich aus dem Ausmaß, in dem die Arbeitsplatzanforderungen in den gefundenen Paaren nicht befriedigt werden. Sie werden gemessen durch die Differenz zwischen den Ausprägungen der Anforderungs-/Eigenschaftspaare, sofern die Ausprägung des Anforderungsattributs größer ist als die des Eigenschaftsattributs. Dieses Maß ist identisch mit einem der oben angegebenen Maße für die Beurteilung der Gesamtsituation und kann auch bei ordinaler Messung verwendet werden. Wenn die Ausprägungen der Attribute kardinal gemessen werden, dann kann mit der gleichen Rechenvorschrift die Differenz zwischen der tatsächlichen Produktivität (Summe der Minima der vorliegenden Attributsausprägungen) und der potentiellen Produktivität (Summe Arbeitsplatzanforderungen) bestimmt werden, sie entspricht dem „Schaden“, der dem Fachkräftemangel zuzurechnen ist.

## **7.2 Vermittlung besser organisieren**

Bessere Vermittlungsergebnisse sind makroökonomisch wachstumswirksam, weil sie eine bessere Kombination von Personen und Arbeitsplätzen bewirken, eingeschlossen die Fälle, in denen ein Arbeitsplatz überhaupt erst auf Grund des Nachweises einer geeigneten Arbeitskraft besetzt werden kann. Eine bessere Kombination von Personen und Arbeitsplätzen steigert die Wertschöpfung, es entsteht mehr Einkommen.

Eine bessere Vermittlung äußert sich im Rahmen dieses Modells vor Allem darin, dass die Kosten, die mit der wechselseitigen Sammlung von Informationen einher gehen, vermindert werden. Das vergrößert tendenziell den Bereich, über den gesucht werden kann und über den der Paarbildungsprozess abläuft, mit dem Ergebnis, dass tendenziell mehr Verbindungen und Verbindungen mit höherer Güte entstehen. Andererseits hängt der auf beiden Seiten vernünftigerweise zu betreibende Suchaufwand davon ab, welcher „Unterschied“ zwischen einem gerade noch befriedigenden und einem optimalen Suchergebnis besteht. Wenn dieser Unterschied klein ist, dann lohnt sich der Aufwand für eine weitere Suche in aller Regel nicht, sobald eine „befriedigende“ Lösung gefunden ist. Damit kann das Modell die Bedeutung und die quantitative Auswirkung verbesserter Vermittlung theoretisch fassen. Weiterbildung und Qualifizierung der Arbeitskräfte äußert sich im Rahmen des Modells darin, dass der Bereich, in dem beide Profile übereinstimmen, größer wird.

## **7.3 Den Vorteil von Diversität verstehen**

Dass die Ergebnisse des Paarbildungsprozesses stabil sind, bedeutet nicht, dass alle Beteiligten mit dem Ergebnis zufrieden sind. Die Summe der Rangplätze, die die beiden Seiten der letztendlich gebildeten Paare einander im Vorfeld des Paarbildungsprozesses gegeben haben, kann als Maß für die Zufriedenheit verwendet werden. Im Idealfall finden zwei Partner zusammen, die einander jeweils auf den ersten Rang gesetzt hatten, im ungünstigsten Fall besteht das Paar aus zwei Partnern, die beide ihr Gegenüber auf einen hinteren Rangplatz gesetzt hatten. Paare mit hohem

Unzufriedenheitswert werden sich möglicherweise vor der nächsten „Paarbildungsrunde“ auflösen und erneut auf die Suche nach einem höher bewerteten Partner machen. Caldarelli und Capocci (2001) zeigen, dass mit zunehmender Gleichförmigkeit der Rangfolgen (alle Unternehmen haben weitgehend die gleiche Rangfolge für die Bewerber, alle Bewerber haben weitgehend die gleiche Rangfolge für die Stellen) die durchschnittliche Zufriedenheit abnimmt. Umgekehrt nimmt bei zunehmender Heterogenität der Rangfolgen die durchschnittliche Zufriedenheit zu.

#### **7.4 Die Tendenz zum Gleichgewicht verstehen**

Möglicherweise erreicht ein laufender Paarbildungsprozess seinen stabilen Zustand nicht, weil Akteure hinzukommen oder wegfallen oder weil die Profile der Akteure sich ändern. Das führt zur Frage nach dem gesamtwirtschaftlichen Gleichgewicht auf dem Arbeitsmarkt. Es ist durch viele, gleichzeitig stattfindende Bewegungen gekennzeichnet: Neue Arbeitsplätze mit je eigenen Anforderungsprofilen entstehen, vorhandene Arbeitsplätze fallen weg, Personen wachsen aus dem Bildungssystem in das Erwerbspersonenpotenzial hinein und bringen ihr Eigenschaftsprofil mit, Personen scheiden aus dem Erwerbspersonenpotenzial aus Altersgründen und aus anderen Gründen aus.

## 8. Verarbeitete Literatur

Bacher, Johann (2002): Clusteranalyse. Oldenbourg Verlag 2002.

Bartholdi III, John J. und Trick, Michael A. (1986): Stable matching with preferences derived from a psychological model. *Operations Research Letters*, 5 (4), 165-169.

Büchel, Felix (2002): The Effects of Overeducation on Productivity in Germany – the Firms' Viewpoint. *Economics of Education Review*, Vol. 21 No 3, 263-275.

Cahuc, Pierre und Andre Zylberberg (2004): *Labor Economics*. MIT Press.

Caldarelli, Guido. and Capocci, Andrea. (2001): Beauty and Distance in the Stable Marriage Problem. *Physica A* 300, pp. 325-331.

Caldarelli, Guido, Andrea Capocci and Paolo Laureti (2006) Sex-oriented stable matchings of the Marriage Problem with correlated and incomplete information. arXiv:cond-mat/0104338 v1 18 Apr 2001 (Preprint submitted to Elsevier Preprint, 9. August 2006).

Crawford, Vincent P. and Elsie Marie Knoerr (1981). Job Matching with Heterogeneous Firms and Workers. *Econometrica*, 49(2), 437-50.

Daly, Mary C., Felix Büchel und Greg J. Duncan (2000): Premiums and penalties for surplus and deficit education . Evidence from the United States and Germany. *Economics of Education Review* 19 169 – 178.

Dickerson, Andy and Francis Green (2004): The growth and valuation of computing and other generic skills. *Oxford Economic Papers* 2004 Vol. 56, 371-406.

Fahr, Rene und Uwe Sunde (2001): Disaggregate Matching Functions. IZA dp 335.

Falk, Armin, David Huffman und Uwe Sunde (2006): Do I have what it takes? Equilibrium Search with Type Uncertainty and Non-Participation. IZA dp 2531.

Gathmann, Christina und Uta Schönberg (2006): How General is Specific Human Capital? IZA Discussion Paper 2485, December 2006.

Gode, Dhananjay K. and Sham Sunder (1993): Allocative Efficiency of Markets with Zero-Intelligence Traders: Market as a Partial Substitute for Individual Rationality. *Journal of Political Economy*, Vol. 101, No. 1, 119-137.

Gale, D and L. S. Shapley (1962), College Admissions and the Stability of Marriage. *American Mathematical Monthly* 69, 9-14.

Gusfield, Dan und Robert W. Irving (1989): *The Stable Marriage Problem. Structure and Algorithms*. MIT Press.

Hatfield, John William and Paul R. Milgrom (2005): Matching with Contracts. *American Economic Review*, Vol. 95, No. 4 (September 2005), 913-935.

Heckman, James and Jose Scheinkman (1987): The Importance of Bundling in a Gorman-Lancaster Model of Earnings. *Review of Economic Studies* LIV, 243-255.

Ingram, Beth F. and George R. Neumann (2006): The Returns to Skill. *Labour Economics*, Vol. 13, 35-59.

Kelso, Alexander S. and Vincent P. Crawford (1982): Job Matching, Coalition Formation, and Gross Substitutes. *Econometrica*, Vol. 50, No. 6 (November, 1982), 1483-1504.

Knuth, Donald E. (1997): Stable Marriage and Its Relation to Other Combinatorial Problems. An Introduction to the Mathematical Analysis of Algorithms. American Mathematical Society (CRM Proceedings & Lecture Notes, 10).

Mortensen, Dale T. and Christopher Pissarides (1999): New Developments in Models of Search in the Labor Market. *Handbook of Labor Economics*, Vol. 3. Edited by O. Ashenfelter and D. Card.

Noll, Heinz-Herbert und Stefan Weick (2003): Qualität der deutschen Arbeitsplätze im europäischen Vergleich allenfalls Durchschnitt. *Analysen zur Wahrnehmung und Bewertung der Arbeitssituation in Deutschland und der EU. Informationsdienst Soziale Indikatoren (ISI) Ausgabe 30, Juli 2003, 6-10.*

O'Shaughnessy, K. C. , David I. Levine and Peter Cappelli (2001): Changes in managerial pay structures 1986-1992 and rising returns to skill. *Oxford Economic Papers* Vol. 53 No. 3 (July 2001) 482-507.

Roth, Alvin E. (2007): Deferred Acceptance Algorithms: History, Theory, Practice, and open Questions. *International Journal of Game Theory*, Special Issue in Honor of David Gale on his 85th birthday, 36, March, 2007, 537-569.

Roth, Alvin E. and John H. Vande Vate (1990) Random Paths to Stability in Two-sided Matching. *Econometrica*, Vol. 58, No. 6 (November, 1990), 1475-1480.

Schlicht, Ekkehart (2007): Wage Dispersion, Over-Qualification, and Reder Competition. *Economia* Vol. 1 No. 13.

Schlicht, Ekkehart (ohne Jahrgang): Qualifikationswettbewerb. (Unterlage zu einer Vorlesung an der Universität München).

Schmidt, Frank L. und John E. Hunter (2000): Messbare Personenmerkmale: Stabilität, Variabilität und Validität zur Vorhersage zukünftiger Berufsleistung und berufsbezogenen Lernens. In: Martin Kleinmann und Bernd Strauss (Hrsg.): *Potentialfeststellung und Personalentwicklung*. Hogreve 2000.

Shimer, Robert (2005): The Assignment of Workers to Jobs in an Economy with Coordination Frictions. *Journal of Political Economy*, Vol 113, No. 5, 996-1025.

Spitz, Alexandra (2003): IT Capital, Job Content and Educational Attainment. ZEW Discussion Paper No. 03-04.

Sunde, Uwe (2002): Unobserved Bilateral Search on the Labor Market: A Theory-Based Correction for a common Flaw in Empirical Matching Studies. IZA dp 520.

Tiemann, Michael und andere (2008): Berufsfeld-Definitionen des BIBB auf Basis der Klassifikation der Berufe 1992, *Wissenschaftliche Diskussionspapiere*, Heft 105.

## **Anhang**

Profilvergleich von Arbeitsplätzen und Arbeitskräften: Minima und deren Summe