

Engels, Roland

Working Paper

Zur mikroökonomischen Fundierung der Geldnachfrage in allgemeinen Gleichgewichtsmodellen

Passauer Diskussionspapiere - Volkswirtschaftliche Reihe, No. V-30-04

Provided in Cooperation with:

University of Passau, Faculty of Business and Economics

Suggested Citation: Engels, Roland (2004) : Zur mikroökonomischen Fundierung der Geldnachfrage in allgemeinen Gleichgewichtsmodellen, Passauer Diskussionspapiere - Volkswirtschaftliche Reihe, No. V-30-04, Universität Passau, Wirtschaftswissenschaftliche Fakultät, Passau

This Version is available at:

<https://hdl.handle.net/10419/55017>

Standard-Nutzungsbedingungen:

Die Dokumente auf EconStor dürfen zu eigenen wissenschaftlichen Zwecken und zum Privatgebrauch gespeichert und kopiert werden.

Sie dürfen die Dokumente nicht für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, öffentlich zugänglich machen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Sofern die Verfasser die Dokumente unter Open-Content-Lizenzen (insbesondere CC-Lizenzen) zur Verfügung gestellt haben sollten, gelten abweichend von diesen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

Terms of use:

Documents in EconStor may be saved and copied for your personal and scholarly purposes.

You are not to copy documents for public or commercial purposes, to exhibit the documents publicly, to make them publicly available on the internet, or to distribute or otherwise use the documents in public.

If the documents have been made available under an Open Content Licence (especially Creative Commons Licences), you may exercise further usage rights as specified in the indicated licence.

**Herausgeber:
Die Gruppe der volkswirtschaftlichen Professoren
der Wirtschaftswissenschaftlichen Fakultät
der Universität Passau
94030 Passau**

**Zur mikroökonomischen Fundierung
der Geldnachfrage in allgemeinen
Gleichgewichtsmodellen**

Roland Engels[†]

Diskussionsbeitrag Nr. V-30-04
November 2004

Volkswirtschaftliche Reihe ISSN 1435-3520

Für den Inhalt der Passauer Diskussionspapiere ist der jeweilige Autor verantwortlich.

[†] Der Verfasser verstarb nach Fertigstellung der Arbeit. Die Veröffentlichung erfolgt posthum.

I. Einleitung

In a real sense there *was* a dichotomy in our minds; we were schizophrenics. From 9 to 9.50 a.m. we presented a simple quantity theory of neutral money. There were then barely ten minutes to clear our palates for the 10 to 10.50 discussion of how an engineered increase in M [the amount of money] would help the economy.
– Paul Samuelson, 1968¹

I.1. Untersuchungsgegenstand

Die Verwendung von Geld ist eines der allgegenwärtigsten Phänomene des Wirtschaftslebens. Sei es in der Form von Metallmünzen, von bedruckten Scheinen, von Muscheln auf einer Südseeinsel oder von Zigaretten in einem Kriegsgefangenenlager², ab einer bestimmten Entwicklungsstufe scheinen alle Kulturen ein allgemeines Tauschmittel zu definieren, welches den Individuen nicht in erster Linie ‚intrinsic‘ Nutzen durch Konsum stiftet, sondern vielmehr Transaktionsaufgaben erfüllt.

Der unmittelbare Nutzen von Geld erscheint auf den ersten Blick klar: Transaktionen werden erleichtert, indem vom unmittelbaren Naturaltausch zweier Güter zu einem Tausch von Gütern gegen Geld übergegangen wird. Dies senkt Lagerungs- und Transportkosten und zudem ist Geld meist länger haltbar als andere Güter. Das wichtigste Problem des Naturaltausches, welches durch die Einführung von Geld gelöst wird, ist aber die Erfordernis einer doppelten Übereinstimmung der Bedürfnisse. Dieses Erfordernis besteht darin, dass ein Individuum bei Naturaltausch nicht nur jemanden finden muss, der das anbietet was es erwerben möchte, sondern dieser Anbieter zugleich auch das Gut haben wollen muss, welches das Individuum zum Tausch anzubieten hat.³

Die Allgegenwärtigkeit von Geld in der realen Welt und seine auf den ersten Blick klaren Vorteile lassen es umso verwunderlicher erscheinen, dass die Ökonomik bis zum heutigen Tage noch immer nicht wirklich erklären kann, warum und wie Geld funktioniert. Im Kern der Debatte steht dabei das sogenannte ‚Hahn-Problem‘⁴. Dieses Problem hängt zusammen mit dem Übergang von Warengeld, also Tauschmitteln, die für den Empfänger auch einen intrinsic Wert haben, da sie als Konsumgut Nutzen stiften können, zu Kreditgeld, also bedruckten Scheinen, die keinen intrinsic Wert haben (außer vielleicht für einige Numismatiker). Beim Hahn-Problem handelt es sich dabei um folgende Frage:

¹ SAMUELSON, PAUL [1968]. *What classical and neoclassical monetary theory really was*. in: CLOWER, ROBERT [1968]: *Monetary theory, selected readings*. New York: Penguin, 1968, S. 170-190, hier S. 171.

² Für dieses letzte Beispiel vgl. MANKIW, N. GREGORY [1998]: *Makroökonomik*. 3. Auflage. Stuttgart: Schäffer-Poeschel, 1998, S. 168.

³ Vgl. hierzu schon SMITH, ADAM [1776]: *An Inquiry into the Nature and Causes of the Wealth of Nations*. 2 Bände. Erstveröffentlichung 1776. Wiederauflage: New York: Kelley, 1966, S. 22 f.

⁴ Vgl. HAHN, FRANK H. [1965]: *On Some Problems of Proving the Existence of an Equilibrium in a Monetary Economy*. in: HAHN, FRANK H. / BRECHLING, FRANK (HRSG.): *The Theory of Interest Rates*. Macmillan: London, 1965, S. 126-135.

Why does fiat money have a positive value in exchange against goods and services even though it is not intrinsically useful?⁵

Anders formuliert: Warum messen Menschen etwas Wert bei, was für sie keinen Wert hat? Diese Frage ist für Ökonomen sehr viel schwieriger zu beantworten, als man annehmen könnte. Dies ist in erster Linie durch die Art und Weise bedingt, durch die zumindest die traditionelle allgemeine Gleichgewichtstheorie, die im Arrow-Debreu-Modell⁶ ihren Höhepunkt erfahren hat, die Realität betrachtet. In diesem Modell werden nämlich alle Märkte sofort geräumt. So kann beispielsweise ein Arbeiter seine Arbeitsleistung direkt gegen Konsumgüter eintauschen. Die relativen Preise werden dabei von der etwas mystischen Gestalt des ‚walrasianischen Auktionators‘⁷ ohne Zeitverlust so festgelegt, dass Angebot und Nachfrage zum Ausgleich gelangen. In dieser Situation erbringt Geld keinen ersichtlichen Nutzen. Selbst wenn man Geld in das Modell einführen würde, würde es niemand halten wollen, da man zu seinem Erwerb ein nutzenstiftendes Gut aufgeben müsste und im Gegensatz dazu etwas erhält, das einem keinerlei Nutzen stiftet. Man könnte etwas überspitzt formulieren, dass diese Klasse von Modellen, auf die sich ein Großteil der modernen ökonomischen Theorie stützt, durch die Annahme eines friktionslosen, zentralen Gütertauschs genau jene Probleme der realen Welt wegdefiniert, die überhaupt erst eine Notwendigkeit für Geld schaffen.

Diese Arbeit möchte daher untersuchen, wie, mit welcher Begründung und ob überhaupt sich Geld in ein allgemeines Gleichgewichtsmodell einfügen lassen kann, was dies für Auswirkungen nach sich zieht und ob es alternative Ansätze zur Modellierung von Tauschhandlungen gibt.

1.2. Gang der Abhandlung

Dazu soll zunächst im zweiten Kapitel der Analyserahmen abgesteckt werden. Hierzu ist zunächst eine Definition von Geld erforderlich. Weiterhin wird kurz in die Grundeigenschaften allgemeiner Gleichgewichtsmodelle eingeführt. Abschließend erfolgt eine kurze Darstellung des Sinnes einer Mikrofundierung der Makroökonomik. Hierbei werden auch kurz die damit zusammenhängenden Themen Lucas-Kritik, rationale Erwartungsbildung und repräsentative Individuen angesprochen.

Im Kapitel III werden daraufhin die drei grundlegenden Erklärungsansätze zur Lösung des Hahn-Problems dargestellt. Das älteste und bekannteste ist dabei das ‚overlapping-

⁵ HELLWIG, MARTIN F. [1993]: *The Challenge of Monetary Theory*. in: *European Economic Review*, Ausg. 37, 1993, S. 215-242, hier S. 216.

⁶ Vgl. ARROW, KENNETH J. / DEBREU, GERARD [1954]: *Existence of Equilibrium for a Competitive Economy*. in: *Econometrica*, Ausgabe 22, Nr. 3, 1954, S. 265-290.

⁷ Vgl. beispielsweise VARIAN, HAL R. [2001]: *Grundzüge der Mikroökonomik*. 5. Auflage. München: Oldenbourg, S. 497.

generations'-Modell von Samuelson⁸, welches Geld eine Rolle als Wertaufbewahrungsmittel zwischen der Jugend und dem Alter zuweist. Ein zweiter Ansatz versucht, die Geldhaltung direkt in die Nutzenfunktion der Individuen einfließen zu lassen.⁹ Im dritten Ansatz wird schließlich schlichtweg angenommen, dass die Individuen ihre sämtlichen Transaktionen mit Geld tätigen müssen.¹⁰

Im vierten Kapitel soll anschließend auf die neueren theoretischen Entwicklungen, die im Wesentlichen im Bereich der Transaktionskosten-Modelle stattgefunden haben, eingegangen werden. Insbesondere wird dabei das Modell von Kiyotaki und Wright¹¹ analysiert. Das fünfte Kapitel fasst die Kernaussagen der Arbeit noch einmal zusammen.

1.3. Literaturbericht

Die wissenschaftliche Beschäftigung mit Geld ist so alt wie die Disziplin der Ökonomie selbst. Schon Adam Smith widmet sich in einigen Kapiteln von *Wealth of Nations*¹² monetären Fragen.

Die Theorie des Austauschs und des allgemeinen Gleichgewichts wurde von Walras in seinem Werk *Éléments d'économie politique pure ou théorie de la richesse sociale*¹³ begründet. Das allgemeine Gleichgewichtsmodell von Arrow und Debreu, welches derzeit das Standardmodell der Mikroökonomik darstellt, wurde von diesen in ihrem Aufsatz *Existence of Equilibrium for a Competitive Economy*¹⁴ entwickelt. Vor dem Hintergrund dieser Modelle sind die jüngeren Entwicklungen der Mikrofundierung der Geldtheorie zu sehen.

Einen ersten Überblick über diese Thematik bieten Carl Walshs *Monetary Theory and Policy*¹⁵, Blanchards und Fischers *Lectures on Macroeconomics*¹⁶ sowie das *Handbook on*

⁸ Vgl. SAMUELSON, PAUL A. [1958]: *An Exact Consumption-Loan Model of Interest with or without the Social Contrivance of Money*. in: *Journal of Political Economy*. Ausgabe 66, Nr. 6, 1958, S. 467-482. Wie aus dem Aufsatztitel ersichtlich, nannte Samuelson sein Modell ein ‚Konsumkredit-Modell‘. Da das wesentliche Merkmal des Modells aber in der Modellierung überlappender Generationen besteht, hat sich in der Literatur die Bezeichnung ‚overlapping-generations‘-Modell durchgesetzt, die hier im folgenden durch OLG-Modell abgekürzt werden soll.

⁹ Um mit den Bezeichnungen in der Literatur möglichst konform zu gehen, soll auch hier die gängige englische Abkürzung MIU-Modell für ‚money-in-the-utility-function‘-Modell verwendet werden.

¹⁰ Diese Annahme ist als ‚cash-in-advance-constraint‘ bekannt geworden. Daher soll hier die Abkürzung CIA-Modell verwendet werden.

¹¹ Vgl. KIYOTAKI, NOBUHIRO / WRIGHT, RANDALL [1993]: *A Search-Theoretic Approach to Monetary Economics*. in: *American Economic Review*. Ausgabe 83, Nr. 1, 1993, S. 63-77.

¹² Vgl. beispielsweise SMITH [1776]: Kapitel I.IV., S. 22 ff.

¹³ Vgl. WALRAS, LEON [1874]: *Éléments d'économie politique pure ou théorie de la richesse sociale*. 1874. Wiederauflage: Paris, Economica, 1993.

¹⁴ Vgl. ARROW / DEBREU [1954].

¹⁵ WALSH, CARL E. [1998]: *Monetary Theory and Policy*. Cambridge, Massachusetts: MIT Press, 1998.

¹⁶ BLANCHARD, OLIVIER J. / FISCHER, STANLEY [1989]: *Lectures on Macroeconomics*. Cambridge, Massachusetts: MIT Press, 1989.

*Monetary Economics*¹⁷. Der OLG-Ansatz wurde, wie bereits erwähnt, von Samuelson in seinem Aufsatz *An Exact Consumption-Loan Model of Interest with or without the Social Contrivance of Money*¹⁸ entwickelt und zog zahlreiche weitere Analysen nach sich. Erwähnenswert sind beispielsweise McCallums *The Role of Overlapping Generations Models in Monetary Economics*¹⁹ und Hoovers *The New Classical Macroeconomics*²⁰.

Der Versuch, Geldhaltung in die Nutzenfunktion zu integrieren, wurde bereits von Walras unternommen. Dieser Ansatz wird aber insbesondere mit Patinkins *Money, Interest and Prices*²¹ und Sidrauskis *Rational Choice and Patterns of Growth in a Monetary Economy*²² verbunden. Die cash-in-advance-Modelle schließlich wurden von Robert Clower in *A Reconsideration of the Microfoundations of Monetary Theory*²³ begründet.

Eine Darstellung des Transaktionskostenansatzes findet sich in Ostroys und Starrs *The Transactions Role of Money*²⁴. Das Modell von Kiyotaki und Wright, als ein Beispiel der Modellierung von Transaktionskosten als Suchkosten, wurde erstmals in *On Money as a Medium of Exchange*²⁵ formalisiert. Für die Zwecke der vorliegenden Arbeit noch wichti-

¹⁷ FRIEDMAN, BENJAMIN M. / HAHN, FRANK H. (HRSG.) [1990]: *Handbook of Monetary Economics*. Amsterdam: North-Holland, 1990.

¹⁸ SAMUELSON [1958].

¹⁹ MCCALLUM, BENNETT T. [1983]: *The Role of Overlapping-Generations Models in Monetary Economics*. in: BRUNNER, KARL / METZLER, ALLAN H. (HRSG.) [1983]: *Theory, Policy, Institutions: Papers from the Carnegie-Rochester Conferences on Public Policy*. Amsterdam: North-Holland, 1983, S.129-164.

²⁰ HOOVER, KEVIN D. [1988]: *The New Classical Macroeconomics. A Sceptical Inquiry*. Basil Blackwell: Oxford, 1988, insbesondere Kapitel 6.

²¹ PATINKIN, DON [1965]: *Money, Interest and Prices: An Integration of Monetary and Value Theory*. 2. Auflage. London: Harper International, 1965.

²² SIDRAUSKI, MIGUEL [1967]: *Rational Choice and Patterns of Growth in a Monetary Economy*. in: *American Economic Review*, Aug. 57, Nr. 2, 1967, S. 534-544.

²³ CLOWER, ROBERT W. [1967]: *A Reconsideration of the Microfoundations of Monetary Theory*. in: *Western Economic Journal*. Aug. 6, 1967, S. 1-8.

²⁴ OSTROY, JOSEPH M. / STARR, ROSS M. [1990]: *The Transactions Role of Money*. in: FRIEDMAN / HAHN [1990], S. 4-62.

²⁵ KIYOTAKI, NOBUHIRO / WRIGHT, RANDALL [1989]: *On Money as a Medium of Exchange*. in: *Journal of Political Economy*. Ausgabe 97, Nr. 4, 1989, S. 927-954.

ger ist aber die Weiterentwicklung dieses Modells in *A Search-Theoretic Approach to Monetary Economics*²⁶, da diese sich verstärkt mit Nominalgeld beschäftigt.

²⁶ KIYOTAKI / WRIGHT [1993].

II. Analyserahmen

II.1. Geld – Versuch einer Definition

Der Ökonomik ist es bis heute nicht gelungen, eine allgemein akzeptierte Gelddefinition vorzulegen.²⁷ Dies hängt im Wesentlichen damit zusammen, dass Geld, ähnlich der Sprache, eine gesellschaftliche Institution ist, die erst im Austausch zwischen Individuen ihre Rolle entfaltet. Daher ist jeder Versuch zum Scheitern verurteilt, „dem Geld in einer ‚Robinsonwirtschaft‘ auf die Schliche kommen zu wollen.“²⁸

Ein erster Grundgedanke einer Definition wäre, als Geld jene Tauschmedien zu bezeichnen, die vom Empfänger hauptsächlich deswegen im Tausch gegen Güter oder Dienstleistungen angenommen werden, da dieser hofft, sie wiederum gegen andere Güter oder Dienstleistungen eintauschen zu können, anstatt sie direkt zu konsumieren. Wie schwierig diese Grenze jedoch in der Realität zu ziehen sein dürfte, sei anhand des bereits erwähnten Beispiels einer ‚Zigarettenwährung‘ in einem Kriegsgefangenenlager erläutert. So wäre der Tausch einer Mahlzeit gegen eine Schachtel Zigaretten für einen Raucher, der beabsichtigt, diese Zigaretten selbst zu konsumieren, noch als Naturaltausch anzusehen. Findet der Tausch jedoch durch einen Nichtraucher statt, der beabsichtigt, die Schachtel wiederum gegen etwas anderes wie beispielsweise Schuhe, einzutauschen, so wären die Zigaretten schon als eine Art von Geld anzusehen.

Da eine Definition auf diesem Wege, wie am obigen Beispiel ersichtlich ist, äußerst schwer fällt, hat sich in der Ökonomik allgemein ein Weg der Definition über die Funktionen des Geldes durchgesetzt. Bei dieser quasi „rekursiven“²⁹ Definition gilt all das als Geld, „was Geldfunktionen ausübt.“³⁰ Auch wenn dieser Weg theoretisch nicht ganz befriedigend ist, scheint er der einzig gangbare zu sein.

Als Geldfunktionen werden in der Literatur im Wesentlichen drei Funktionen genannt: die Wertaufbewahrungsfunktion, die Recheneinheitfunktion und die Tausch- oder Zahlungsmittelfunktion.³¹ Als Wertaufbewahrungsmittel ermöglicht Geld den Transfer von Kaufkraft von der Gegenwart in die Zukunft. Diese Wertaufbewahrungsfunktion ist es, die durch Inflation, also einer Steigerung des allgemeinen Preisniveaus, in erster Linie beeinträchtigt wird.

²⁷ Vgl. beispielsweise HELMEDAD, FRITZ [1999]: *Geld: Einführung und Überblick*. in: *Knapps Enzyklopädisches Lexikon des Geld-, Bank- und Börsenwesens*. 4. Auflage. Frankfurt a. M.: Fritz Knapp Verlag, 1999, S. 736-742, hier S. 736.

²⁸ Ebd.

²⁹ Ebd.

³⁰ KLOTEN, NORBERT / VON STEIN, HEINRICH (HRSG.) [1993]: *Obst / Hinter. Geld-, Bank- und Börsenwesen*. 39. Auflage. Stuttgart: Schäffer-Poeschel, 1993, S. 3.

³¹ Vgl. beispielsweise JARCHOW, HANS-JOACHIM [2003]: *Theorie und Politik des Geldes I*. 11. Auflage. Göttingen: Vandenhoeck und Ruprecht, 2003, S. 1 ff.

Die Recheneinheitfunktion bezeichnet die Möglichkeit, Preise in Geldeinheiten auszudrücken. Ohne eine solche Recheneinheit müssten sich die Individuen in einer Wirtschaft mit N Gütern insgesamt $N \cdot (N-1) / 2$ Relativpreise merken. Wird hingegen eines der Güter als Geld und somit als Recheneinheit verwendet, sind es nur noch $N-1$ Relativpreise.

Die Tauschmittelfunktion letztendlich bezeichnet genau jene Funktion, die zu Beginn dieses Abschnittes bereits erwähnt wurde: Geld ist jener Gegenstand, der von den Individuen im Tausch gegen Güter und Dienstleistungen angenommen wird, auch wenn sie keinen intrinsischen Nutzen aus diesem Gegenstand ziehen. Die Tauschmittelfunktion wird dabei im modernen Staat noch dadurch unterstützt, dass bestimmte Transaktionen, wie beispielsweise Steuerzahlungen, stets in Geld zu erfolgen haben.³²

Von großer Bedeutung für die Beurteilung der im Folgenden noch vorzutragenden Lösungsansätze für das Hahn-Problem ist nun die Beziehung zwischen diesen drei Funktionen. Dabei lässt sich von vorneherein sagen, dass die Recheneinheitfunktion für diese Analyse als relativ unbedeutend angesehen werden kann, da sie von den beiden anderen Funktionen unabhängig ist und auch jedes andere Gut die Rolle des *numéraire*-Gutes übernehmen könnte, ohne dass der Vorteil der Reduzierung der Austauschverhältnisse verloren ginge.³³ Anders verhält es sich hingegen mit der Wertaufbewahrungs- und der Tauschmittelfunktion. Diese hängen sehr eng zusammen, da niemand Geld als Tauschmittel akzeptieren würde, wenn es kurz darauf seinen Wert verlöre. Zugleich ist Geld aber nicht das einzige Wertaufbewahrungsmittel, da es in jeder Volkswirtschaft zahlreiche Möglichkeiten gibt, Kaufkraft von der Gegenwart in die Zukunft zu transferieren, sei es durch Immobilien, Finanzanlagen, unverderbliche Gebrauchsgüter oder ähnliches. Daher kann die Wertaufbewahrungsfunktion nur als Hilfsfunktion der Tauschmittelfunktion angesehen werden.

Abschließend lässt sich damit Geld definieren als jenes Medium, das durch gesellschaftliche Konvention zum allgemein anerkannten Tauschmittel bestimmt wird und zudem die Funktionen der Recheneinheit und der Wertaufbewahrung erfüllt.

II.2. Das allgemeine Gleichgewichtsmodell

Unter einem allgemeinen Gleichgewicht versteht man in der Ökonomik ein gleichzeitiges Gleichgewicht der Märkte für alle Güter einer Volkswirtschaft.³⁴ Ein solches Modell wurde erstmals 1874 von Léon Walras entwickelt.³⁵ Darauf aufbauend formalisierten Kenneth

³² Abgesehen von den wenigen noch verbleibenden ‚Realsteuern‘, wie beispielsweise dem Wehrdienst.

³³ Ein Beispiel hierfür ist beispielsweise die alte europäische Korbwährung ECU, die als Recheneinheit für die EU-Verwaltung diente, obwohl sie als Tausch- oder Wertaufbewahrungsmittel fast nirgendwo in Gebrauch war.

³⁴ Vgl. beispielsweise CORNWALL, RICHARD R. [1984]: *Introduction to the Use of General Equilibrium Analysis*. Amsterdam: North-Holland, 1984, S. 1.

³⁵ Vgl. WALRAS [1874].

Arrow und Gerard Debreu 1954 ihr Modell eines allgemeinen Konkurrenzgleichgewichts³⁶, welches bis heute das gebräuchliche Modell der allgemeinen Gleichgewichtstheorie darstellt.

Die grundlegenden Annahmen dieses Modells sind das ‚homo oeconomicus‘-Prinzip, also die reine Eigennutzorientierung der Individuen, jederzeitige Markträumung und vollständige Information der Individuen.³⁷ Entscheidend zum Verständnis des Modells ist die Art und Weise, wie Güterarten darin definiert werden. Die Abgrenzung von Gütern ist schwieriger, als auf den ersten Blick zu vermuten wäre. Gehören beispielsweise zwei Äpfel unterschiedlicher Größe zur gleichen Art von Gütern oder sind es unterschiedliche Güter?³⁸ Arrow und Debreu unterteilen die Güterarten dabei genau so weit, wie eine zusätzliche Präzisierung noch zu neuen, wohlfahrtserhöhenden Transaktionen führen kann. Hat zum Beispiel ein Individuum eine Vorliebe für grüne Äpfel und das andere für rote, so würde eine weitere Unterteilung der Güterart ‚Äpfel‘ nach der Farbe neue Tauschmöglichkeiten und damit Wohlfahrtssteigerungen ermöglichen. Ist man schließlich bei einer so genauen Beschreibung angelangt, dass sich durch weitere Unterteilung keine neuen Tauschmöglichkeiten ergeben, so spricht man von ‚Arrow-Debreu-Gütern‘³⁹.

Insbesondere gehört zu dieser Güterbeschreibung auch der Zeitpunkt der Lieferung und der Zustand der Welt, in dem die Lieferung zu erfolgen hat. Da die im Modell unterstellte vollständige Information der Individuen auch eine unbegrenzte Informationsverarbeitungskapazität beinhaltet, folgt daraus, dass sämtliche Transaktionen zu Anbeginn der Zeit getätigt werden⁴⁰ und es, ganz gleich was in der Zukunft passiert, keine Notwendigkeit mehr gibt, den Markt wieder zu öffnen.⁴¹

Von großer Bedeutung für die vorliegende Arbeit ist aber auch zu betrachten, was durch das Modell nicht erklärt wird. Dies sind in erster Linie die Durchführung der Transaktionen selbst. Diese werden durch den ‚Black Box Markt‘⁴² modellexogen getätigt. Dies bedeutet auch, dass das Modell nicht in der Lage ist, zu beschreiben, wie die Individuen überhaupt zum Gleichgewicht kommen. Hier verbleibt wiederum nur der Rekurs auf Walras‘ Prozess des *tâtonnement* und den ‚walrasianischen Auktionator‘, also einen Akteur,

³⁶ Vgl. ARROW / DEBREU [1954].

³⁷ Vgl. GEANAKOPOLOS, JOHN [1992]: *Arrow-Debreu Model of General Equilibrium*. in: EATWELL, JOHN / MILGATE, MURRAY / NEWMAN, PETER [1992]: *The New Palgrave Dictionary of Money & Finance*. New York: Palgrave MacMillan, 1992, Band I, S. 59-68, hier S. 66.

³⁸ Vgl. GEANAKOPOLOS [1992]: S. 60.

³⁹ Vgl. ebd.

⁴⁰ Transaktionen zu allen späteren Zeitpunkten sind durch die Zeitindizierung der Güterlieferungen eingeschlossen. Unsicherheit über die Zukunft wird durch Festlegung der Transaktionsmengen in jedem möglichen Zustand der Welt berücksichtigt.

⁴¹ Vgl. SPATZ, HEINRICH [1979]: *Die allgemeine Gleichgewichtstheorie*. München: Florentz, 1979, S. 20 ff.

⁴² Vgl. ebd., S. 39.

der außerhalb der Zeit die Relativpreise der Güter solange variiert, bis Angebot und Nachfrage zum Ausgleich kommen.⁴³

Dass es in einer solchen Modellumgebung keinen Bedarf für Geld gibt, ist leicht einzusehen:

Money does not appear in the Arrow-Debreu model. Of course, all the reasons for its real-life existence – transactions demand, precautionary demand, store of value, unit of account, etc. – are already taken care of in the Arrow-Debreu model.⁴⁴

II.3. Mikrofundierung, rationale Erwartungen, repräsentative Individuen und die Lucas-Kritik

Die klassische und die keynesianische Makroökonomik postulierten Beziehungen zwischen aggregierten Größen, wie beispielsweise der aggregierten Nachfrage und dem aggregierten Angebot oder der Inflationsrate und der Arbeitslosenrate (die sogenannte modifizierte Phillips-Kurve), und versuchten, diese empirisch nachzuweisen. Dieses Vorgehen war für viele Ökonomen unbefriedigend, da diese Beziehungen oft ohne einen Rekurs auf individuelle Verhaltensweisen formuliert wurden.⁴⁵ Sie forderten vielmehr eine ‚Mikrofundierung‘ der Makroökonomik, in der Art, dass jede makroökonomische Beziehung auf das Entscheidungskalkül der Individuen zurückgeführt werden sollte.

Besonders bekannt geworden ist die Kritik von Robert Lucas am traditionellen Vorgehen:

[...] given that the structure of an economic model consists of optimal decision rules of economic agents, and that optimal decision rules vary systematically with changes in the structure of series relevant to the decision maker, it follows that any change in policy will systematically alter the structure of econometric models.⁴⁶

Die Regierung kann also makroökonomische Beziehungen beobachten, aber in dem Moment, in dem sie versucht diese auszunutzen, ändert sich zugleich das Entscheidungskalkül der Individuen und somit die beobachtete Beziehung.

Ein Problem der geforderten Mikrofundierung liegt allerdings darin, dass ein makroökonomisches Modell, welches die Verhaltensweisen von Millionen von Individuen einzeln modelliert, nicht länger handhabbar ist. Daher greift man zur Vereinfachung auf das Konzept des ‚repräsentativen Individuums‘ zurück, welches stellvertretend für alle anderen Individuen modelliert wird. Dass ein solches Vorgehen allerdings insbesondere bei der Modellierung von Tauschhandlungen, die ja gerade darauf beruhen, dass die Individuen

⁴³ Vgl. GEANAKOPOLOS [1992]: S. 67.

⁴⁴ Ebd., S. 66.

⁴⁵ Das bekannteste Beispiel dürfte wiederum die modifizierte Phillipskurve sein, die implizit unterstellt, dass die Individuen einer ständigen Geldillusion unterliegen.

⁴⁶ LUCAS, ROBERT E. [1976]: *Econometric Policy Evaluation : A Critique*. in: BRUNNER, KARL / MELTZER, ALLEN (HRSG.) [1976]: *The Phillips Curve and Labor Markets*. Carnegie-Rochester Conference Series, Ausg. 1., Amsterdam: North-Holland, S. 19-46.

unterschiedliche Ausstattungen und Präferenzen haben, problematisch ist, wird sich im Verlauf dieser Arbeit noch zeigen.

Ein anderes Konzept, das eng mit der Lucas-Kritik verknüpft ist, ist die Annahme ‚rationaler Erwartungen‘. Auf die Geschichte der ‚rational-expectations revolution‘ soll hier nicht näher eingegangen werden, das Konzept sei aber dennoch kurz erwähnt, da es sich auch in einigen der hier betrachteten Modelle wiederfindet: Die Annahme ‚rationaler Erwartungen‘ unterstellt, dass die Erwartungen der Individuen über die Entwicklung der Variablen den Vorhersagen des betrachteten Modells selbst entsprechen.⁴⁷ Die Individuen verhalten sich also insofern rational, dass sie keinerlei systematischen Vorhersagefehlern unterliegen. Diese Annahme stellt sehr hohe Anforderungen an die Informationsverarbeitungskapazität der Individuen. Dennoch fand sie schnell weite Verbreitung:

This was not because macroeconomists believe that people, firms and participants in financial markets always form expectations rationally. But rational expectations appears to be a natural benchmark, at least until economists have made more progress in understanding whether and how actual expectations systematically differ from rational expectations.⁴⁸

⁴⁷ Vgl. SARGENT, THOMAS [1992]: *Rational Expectations*. in: EATWELL / MILGATE / NEWMAN [1992]: Band III, S. 281-285, hier S. 282.

⁴⁸ BLANCHARD, OLIVIER [2003]: *Macroeconomics*. 3. Auflage. Upper Saddle River: Prentice-Hall, 2003, S. 577.

III. Grundlegende Ansätze zur Mikrofundierung der Geldnachfrage

III.1. Geld als Wertspeicher – Samuelsons “Overlapping-Generations”-Modell

Das erste OLG-Modell, das Geld in die Analyse mit einbezog, war Samuelsons Modell von 1958.⁴⁹ In den darauffolgenden Jahrzehnten entwickelte es sich zu einem der einflussreichsten Ansätze zur Erklärung des wohlfahrtsteigernden Effektes von Geld in Optimierungsmodellen.

III.1.1. Der Aufbau des Modells

Die Zeit wird als diskret angenommen. Alle Individuen leben für zwei Perioden, so dass es in jeder Periode eine junge und eine alte Generation gibt. Individuen innerhalb einer Generation sind homogen. In Periode t werden N_t Individuen geboren. Die Bevölkerung wächst mit der Rate n , so dass bei Normierung der Bevölkerung in $t = 0$ auf eins $N_t = (1 + n)^t$ gilt.⁵⁰

In der Volkswirtschaft gibt es nur eine einzige Konsumgüterart, beispielsweise Schokoladenriegel, die jeweils am Ende der Periode verdirbt. Individuen der jungen Generation werden pro Kopf mit y_1 Einheiten des Konsumgutes ausgestattet, so dass die junge Generation der Periode t insgesamt mit $Y_{1,t} = N_t * y_1$ Einheiten ausgestattet wird. Die alte Generation wird entsprechend pro Kopf mit y_2 und insgesamt mit $Y_{2,t} = N_{t-1} * y_2$ ausgestattet. Die Schokoladenriegel fallen dabei für die Individuen quasi vom Himmel (wie das Manna der Israeliten oder in der Tat Schokoladenriegel für Bewohner pazifischer Inseln während des Zweiten Weltkrieges).⁵¹

Die junge Generation der Periode t konsumiert $C_1(t)$ Einheiten des Konsumguts in ihrer Jugend und $C_2(t+1)$ Einheiten im Alter.⁵² Pro-Kopf-Konsum soll mit $c_1(t)$ und $c_2(t+1)$ bezeichnet werden. Der Nutzen der Individuen bestimmt sich aus ihrem Konsum in den beiden Perioden ihres Lebens:

$$(1.1) \quad u = u[c_1(t), c_2(t+1)]$$

Die intertemporale Nutzenfunktion hat dabei die üblichen Eigenschaften (insbesondere abnehmenden Grenznutzen). Da die Individuen innerhalb der Generationen homogen sind, lässt sich der Gesamt-,nutzen' einer Generation kumulativ bestimmen als:

$$(1.2) \quad U = U[C_1(t), C_2(t)] = N_t \cdot u[c_1(t), c_2(t)]$$

⁴⁹ Vgl. SAMUELSON [1958].

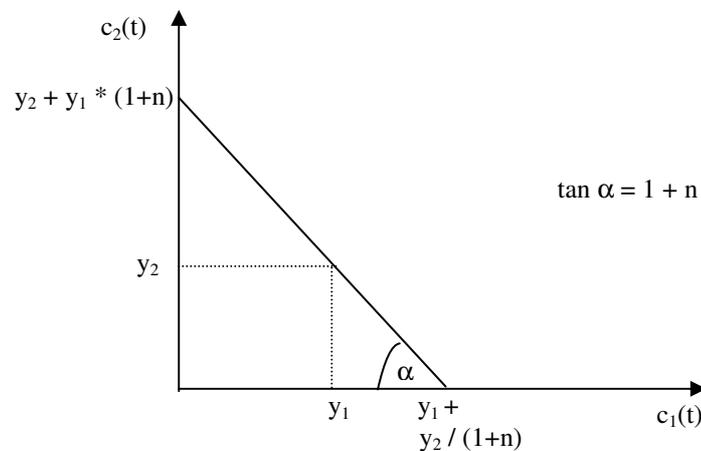
⁵⁰ Vgl. BLANCHARD / FISCHER [1989]: 156.

⁵¹ Vgl. HOOVER [1988]: 112.

⁵² Im Gegensatz zu einem Teil der OLG-Literatur bezeichnet t in dieser Darstellung die Periode, in der der Konsum stattfindet und nicht die Geburtsperiode der jeweiligen Generation.

Der Gesellschaft bieten sich dann in Periode t die folgenden Konsummöglichkeiten:

ABBILDUNG I
DIE PRO-KOPF-KONSUMMÖGLICHKEITEN DER GESELLSCHAFT IN PERIODE t



Quelle: Eigene Darstellung

III.1.2. Eine erste Lösung

Zunächst sei der vereinfachende Fall unterstellt, dass die Bevölkerung nicht wächst ($n=0$). Aufgrund der Verderblichkeit des Konsumguts gibt es keinerlei Möglichkeiten, Konsum individuell zwischen den Perioden zu verschieben. Da die alte Generation am Ende der Periode stirbt, konsumiert sie so viel wie möglich und ist nicht bereit etwas abzugeben. Aber auch die Jungen können keine Ersparnisse für das Alter bilden, da die potenziellen Schuldner, die alte Generation, in der nächsten Periode nicht mehr existieren und die Schulden daher nicht zurückzahlen können. Somit gibt es auch keinerlei gesellschaftliche Möglichkeit, Konsum zwischen den Perioden zu verschieben. Jede Generation konsumiert daher ihre volle Güterausstattung:

$$(1.3) \quad C_1(t) = Y_{1,t}$$

$$(1.4) \quad C_2(t) = Y_{2,t}$$

Dies sei als die Autarkie-Lösung bezeichnet.

Nun sei angenommen, dass eine bestimmte Anzahl bunt bedruckter und beliebig teilbarer Papierscheine zu Anbeginn der Zeit an die Alten gegeben wurde. Diese Scheine haben keinerlei intrinsischen Nutzen für die Individuen, aber es sei nun unterstellt, dass die Jungen bereit sind, im Austausch gegen diese Scheine Konsumgüter an die Alten abzutreten. Dies würden sie nur dann tun, wenn sie darauf vertrauen könnten, diese Scheine im Alter selbst wiederum gegen Konsumgüter der nachfolgenden Generation einzutauschen. Da die

Alten keinerlei Nutzen aus den Scheinen ziehen, werden sie versuchen, sämtliche Scheine gegen Konsumgüter einzutauschen, ganz gleich wie viel sie dafür bekommen.⁵³

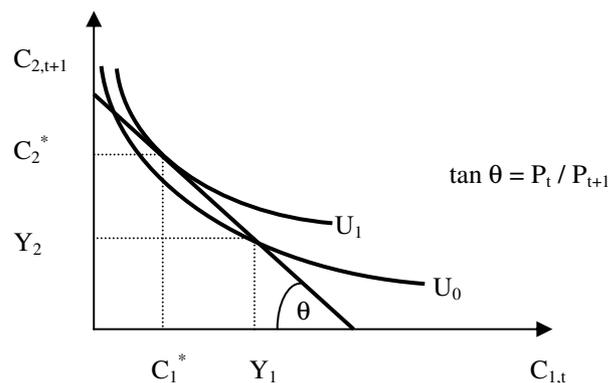
Bezeichnet man die Menge dieser Scheine, also die ‚Geldmenge‘, mit M und das Preisniveau der Periode t , im Sinne des Quotienten aus M und der Menge an Konsumgütern, die mit der gesamten Geldmenge gekauft werden können, mit P_t , so ergibt sich die Budgetbeschränkung des Lebenskonsumplans der jungen Generation zu:⁵⁴

$$(1.5) \quad C_1(t) = Y_{1,t} - M/P_t$$

$$(1.6) \quad C_2(t+1) = Y_{2,t+1} + M/P_{t+1}$$

Um nun zur ursprünglichen Fragestellung dieser Arbeit zurückzukehren: Warum aber sollten die Jungen bereit sein, einen Teil ihrer Konsumausstattung abzugeben im Tausch gegen etwas, das für sie keinerlei intrinsischen Nutzen hat? Zur Beantwortung dieser Frage wird der Lebenskonsumplan der jungen Generation in Periode t als Graphik veranschaulicht:

ABBILDUNG II
DER LEBENSKONSUMPLAN DER JUNGEN IN PERIODE t NACH DER EINFÜHRUNG VON GELD



Quelle: Eigene Darstellung auf Grundlage von HOOVER [1988], S. 114.

Die junge Generation kann sich also besser stellen, wenn sie selbst auf einen Teil des Konsum in Periode t verzichtet und $Y_1 - C_1^*$ Einheiten des Konsumgutes im Tausch gegen M Geldscheine an die Alten abgibt und dafür im Alter von der dann jungen Generation $C_2^* - Y_2$ Einheiten wiederum im Tausch gegen M Geldscheine erhält. Diese Generation kann dadurch ihren Lebenszeitnutzen von U_0 auf U_1 erhöhen. Die Einführung von Geld, einem Medium das keinem Individuum direkten Nutzen stiftet, ist hier also klar wohlfahrterhöhend. Diese Lösung tritt allerdings nur dann auf, wenn die Konsumwünsche der Individuen so gelagert sind, dass sie gegenüber ihrer ursprünglichen Ausstattung Konsum von der Jugend ins Alter verschieben wollen. Da die Alten auf keinen Fall bereit sein werden, auf

⁵³ Vgl. HOOVER [1988]: 115.

⁵⁴ Vgl. ebd.

Konsum zugunsten der Jungen zu verzichten, da diese sie nicht dafür kompensieren können, bleibt es im umgekehrten Fall bei der Autarkie-Lösung und Geld bleibt somit wertlos. Der hier unterstellte Fall scheint aber zumindest einigermaßen realistisch, wenn man die Jugend als Erwerbsperiode und das Alter als Ruhestandsperiode betrachtet.⁵⁵

Die intertemporale Transformationsrate, also die Steigung θ der Budgetgerade, bestimmt sich im Modell als:

$$(1.7) \quad \tan \theta = \frac{M/P_{t+1}}{M/P_t} = \frac{P_t}{P_{t+1}}$$

θ hängt also vom aktuellen Preisniveau und dem Preisniveau der Folgeperiode ab. In nahezu allen Versionen des OLG-Modells werden an dieser Stelle perfekte Voraussicht oder, bei Unsicherheit, rationale Erwartungen unterstellt.⁵⁶ Nehmen die Jungen nun aus welchen Gründen auch immer an, dass das Preisniveau konstant bleiben wird, so führt dies zu $\theta = 1$. Da annahmegemäß die Geldmenge konstant ist und die Bevölkerung nicht wächst, bedeutet dies zugleich, dass sich auch alle folgenden Generationen genau der gleichen Entscheidungssituation gegenübersehen werden und daher auch jeweils C_1^* und C_2^* realisieren. Damit erhöht jede Generation ihren Lebenszeitnutzen durch die Einführung von Geld von U_0 auf U_1 . Dieses Gleichgewicht wird daher als ‚stationäres‘ Gleichgewicht bezeichnet.⁵⁷

Dabei ist zu beachten, dass in der Annahme eines konstanten Preisniveaus noch eine andere, sehr gewichtige Annahme enthalten ist, nämlich die Annahme einer unendlichen Zeit. Würde die (Modell-)Welt nach einer bestimmten Periode t_x enden und würden alle Individuen dies aufgrund der Annahme perfekter Voraussicht wissen, so wäre die junge Generation dieser Periode nicht mehr bereit, Güter im Tausch gegen Geld aufzugeben, da sie daran interessiert sind, vor dem Ende der Welt noch möglichst viel zu konsumieren. Das Preisniveau P_x wäre also unendlich. Da die junge Generation der Periode t_{x-1} antizipiert, dass sie im Alter ihr Geld nicht mehr gegen Güter eintauschen kann, wird auch sie wiederum nicht bereit sein, Güter gegen Geld einzutauschen. Somit ist auch P_{x-1} unendlich und so weiter bis zum Anbeginn der Welt. In einer endlichen Modell-Welt wird Geld also nie einen Wert haben, so dass die Autarkie-Lösung resultiert.⁵⁸

⁵⁵ Dies entspricht auch Samuelsons ursprünglicher Motivation für die Entwicklung des Modells. Vgl. SAMUELSON [1958]: 468 f.

⁵⁶ Vgl. MCCALLUM [1983]: 130.

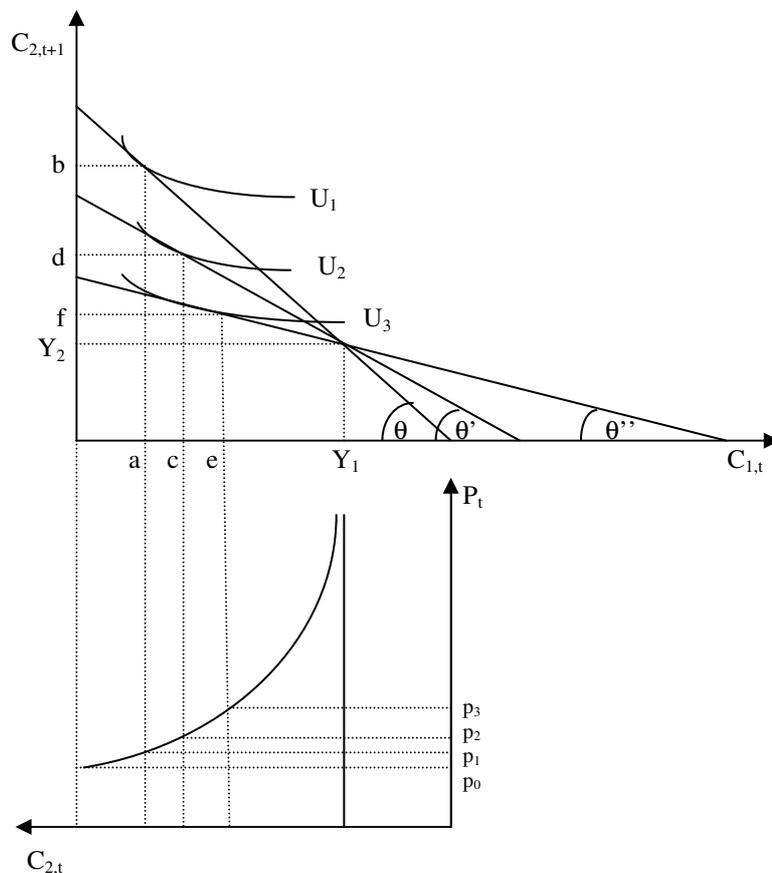
⁵⁷ Vgl. beispielsweise HOOVER [1988]: 116.

⁵⁸ Vgl. BLANCHARD / FISCHER [1989]: 159.

III.1.3. Nichtstationäre Lösungen

Nun sei unterstellt, dass die junge Generation der Periode t annimmt, dass das Preisniveau nicht konstant bleiben wird, sondern sich in der darauffolgenden Periode von $P_t = p'$ auf $P_{t+1} = p''$ mit $p'' > p'$ erhöhen wird. Dadurch ändert sich ihr erwartetes θ , welches ihr erwartetes Substitutionsvermögen zwischen gegenwärtigem Konsum und zukünftigem Konsum zum Ausdruck bringt, zu $\theta' = P_t / P_{t+1} = p' / p'' < 1$, das heißt, Konsum in der Zukunft wird für sie subjektiv teurer und ihre intertemporale Budgetgerade wird flacher (siehe Abbildung III).

ABBILDUNG III
NICHSTATIONÄRE GLEICHGEWICHTE IM 'OVERLAPPING GENERATIONS'-MODELL



QUELLE: Eigene Darstellung auf Grundlage von HOOVER [1988], S. 114.

Daher wollen sie nun mehr in der Gegenwart konsumieren (c anstatt a) und weniger in der Zukunft (d anstatt b). Daher werden in der Gegenwart nun nur noch $Y_1 - c$ statt $Y_1 - a$ Güter zum Tausch gegen M Geldscheine angeboten, wodurch sich das Preisniveau bereits in der Gegenwart, also in der Periode t , zu p_2 anstatt der stationären Lösung p_1 ergibt.⁵⁹

Die junge Generation plant für ihr Alter einen Konsum von d . Um die Annahme perfekter Voraussicht zu erfüllen, müssen die Jungen der nächsten Periode also $d - Y_2$ Konsum-

⁵⁹ Vgl. HOOVER [1988]: 116 f.

gütereinheiten zum Tausch anbieten. Dies entspreche, ausgedrückt in ihren Konsumgütereinheiten, $Y_I - e$. Damit diese Tauschmenge optimal ist, muss die Budgetgerade wiederum flacher werden, das heißt $\theta' > \theta$.

Die anfängliche, willkürliche Annahme, dass das Preisniveau in der nächsten Periode höher sein wird, führt also auf einen Pfad akzelerierender Inflation, der sich asymptotisch der Autarkie-Lösung annähert. Dabei sind einige interessante Merkmale dieses Pfades festzustellen. Zunächst einmal handelt es sich um ein Gleichgewicht. Es gibt keine getäuschten Erwartungen und die Individuen sehen ihren Lebenskonsumpfad stets korrekt voraus. Daher lässt sich diese Lösung als nicht-stationäres Gleichgewicht bezeichnen. Zudem gibt es eine unendlich große Anzahl an nicht-stationären Gleichgewichten, abhängig von der anfänglichen, willkürlichen Annahme über die Steigerung des Preisniveaus. Zum dritten können nur Pfade akzelerierender Inflation, aber nicht akzelerierender Deflation auftreten. Dies ist dadurch bedingt, dass zu einem gewissen Preisniveau p_0 die Alten die gesamte Ausstattung der Jungen aufkaufen können (siehe Abbildung III). Der Preis kann daher nicht tiefer sinken. Da die Individuen antizipieren, dass ein Pfad beschleunigender Deflation in einem bestimmten Punkt abbrechen muss, werden sie einen solchen Pfad gar nicht erst einschlagen.⁶⁰ Viertens ist zu bemerken, dass der Nutzen der Individuen aufgrund des nachlassenden intergenerativen Handels von Generation zu Generation abnimmt. Zuletzt ist noch anzumerken, dass es sich bei dieser Art von nicht-stationärem Gleichgewicht um das handelt, was in der Literatur als ‚selbsterfüllende Erwartung‘ oder ‚sun-spot equilibria‘⁶¹ bezeichnet wird, da Inflation nicht durch eine steigende Geldmenge oder sonstige Änderungen der realen Wirtschaft auftritt, sondern nur aufgrund veränderter Erwartungen.

III.1.4. Erweiterungen des Modells

Von den zahlreichen möglichen Erweiterungen des Modells seien im Folgenden nur zwei betrachtet: zum einen soll die vereinfachende Annahme einer konstanten Bevölkerung N wieder durch die Annahme eines konstanten Bevölkerungswachstums n ersetzt werden und zum anderen soll auf die Effekte eines konstanten Geldmengenwachstums g eingegangen werden.

Wächst die Bevölkerung pro Periode um den Prozentsatz n , so ändert sich dadurch für den einzelnen seine Lebensbudgetrestriktion. Da auf jeden Alten $(1 + n)$ Junge kommen, können die Jungen pro Kopf maximal $y_1 + y_2 / (1 + n)$ konsumieren, während die Alten ma-

⁶⁰ Vgl. ebd., S. 118.

⁶¹ Die Bezeichnung rührt daher, dass wenn die Individuen glauben, dass Sonnenflecken (als Beispiel für etwas von der realen Wirtschaft möglichst Entferntes) einen Einfluss auf das Preisniveau haben, dann haben sie es aufgrund der ‚selbsterfüllenden Erwartungen‘ auch tatsächlich. Weiterführend vgl. BLANCHARD / FISCHER [1989]: 245 ff., insbesondere S. 255 f.

ximal $y_2 + y_1 \cdot (1 + n)$ konsumieren können. Die Budgetrestriktion dreht sich also und die intertemporale Transformationsrate θ erhöht sich von 1 auf $(1 + n)$. Dies bedeutet, dass sich der Zukunftskonsum für den einzelnen subjektiv verbilligt, da er in der Jugend an die relativ wenigen Alten weniger abzugeben braucht, um im Alter von den relativ zahlreichen Jungen die gleiche Menge an Konsumgütern zu erhalten. Zu einem pareto-optimalen Gleichgewicht kommt es bei stabiler Geldmenge in dieser Situation genau dann, wenn das Preisniveau pro Periode um $(1 + n)$ sinkt, da $\theta = P_t / P_{t+1} = 1 + n > 1$. Dies erscheint auch intuitiv einsichtig, da einer konstanten Geldmenge eine immer größere Konsumgütermenge gegenübersteht.

Nun sei zusätzlich unterstellt, dass die Geldmenge jedes Jahr um den Prozentsatz g größer wird. Das zusätzliche Geld wird dabei als eine Form von Zinsen auf Kassenhaltung an die alte Generation gezahlt. Da es sich um ein Modell mit perfekter Voraussicht handelt, wissen die Individuen genau, wie sich die Geldmenge in der Zukunft entwickeln wird und können dies in ihre Entscheidungen miteinbeziehen.

Die ‚reale‘ Wirtschaft des Modells verändert sich durch das Geldmengenwachstum nicht. Die in Abbildung I dargestellte Konsummöglichkeitenkurve der Individuen bleibt gleich, da ein Individuum der jungen Generation weiterhin maximal $y_1 + y_2 / (1 + n)$ und ein Individuum der alten Generation weiterhin maximal $y_2 + y_1 \cdot (1 + n)$ konsumieren kann. Die Steigung θ der Geraden bleibt also konstant. Es muss also gelten:

$$(1.8) \quad \theta = \frac{M_{t+1} / P_{t+1}}{M_t / P_t} = 1 + n = \text{konst.}$$

Da zum Zeitpunkt t M_t , M_{t+1} und P_t aber bereits bestimmt sind, ergibt sich für P_{t+1} im pareto-optimalen Fall:

$$(1.9) \quad P_{t+1} = \frac{M_{t+1}}{M_t} \cdot \frac{P_t}{1 + n} = \frac{1 + g}{1 + n} \cdot P_t$$

Erhöhungen der Geldmenge schlagen sich also nur in gleichgerichteten Steigerungen des Preisniveaus nieder.⁶² Hieraus kann man aber noch nicht auf eine Neutralität des Geldes⁶³ im Sinne der klassischen Quantitätstheorie schließen, da es für dieses Resultat entscheidend auf die Art und Weise, wie Geld in das Modell eingeführt wird, ankommt. Würde das neue Geld beispielsweise unter allen Individuen einer Volkswirtschaft, also auch den Jun-

⁶² Natürlich können auch hier nicht-stationäre Lösungen im Sinne des vorigen Abschnitts auftreten, aber diese sollen hier nicht näher betrachtet werden.

⁶³ Neutralität des Geldes wird dabei als genau diese Eigenschaft definiert, dass sich Erhöhungen der Geldmenge nur im Preisniveau, nicht aber in realen Variablen niederschlagen. Unter ‚Super-Neutralität‘ versteht man die weitergehende Eigenschaft, dass sich auch Änderungen der Geldmengenwachstumsrate nicht in realen Variablen niederschlagen. Vgl. beispielsweise DANTHINE, JEAN-PIERRE [1992]: *Superneutrality*. in: EATWELL / MILGATE / NEWMAN [1992]: Band III, S. 608-609.

gen, verteilt, so hätte dies ganz andere Auswirkungen.⁶⁴ Von Neutralität des Geldes lässt sich nur sprechen, wenn die genannte Eigenschaft bei allen denkbaren Kassenhaltungsverteilungen auftritt.

III.1.5. Beurteilung des Modells

Das Modell weist einige sehr beachtliche Ergebnisse auf. Die Einführung von Geld führt zu einer Pareto-Verbesserung und wird daher von allen Beteiligten gewünscht. Daher sind keine rechtlichen Restriktionen notwendig, um eine Rolle für Geld zu schaffen. Stattdessen erklärt sich diese Rolle aus dem Modell selbst. Damit schafft es das Modell eine Antwort auf die ursprüngliche Fragestellung zu liefern, warum Menschen gewillt sind, für sie intrinsisch wertlose Papierscheine zu halten und sogar Konsumgüter im Tausch gegen diese aufzugeben. Zugleich ist es ein erster Ansatz, das Vertrauen in den Wert des Geldes zu modellieren, welches in den heutigen Zeiten ungedeckten Geldes seine entscheidende Funktionsbedingung zu sein scheint:

It [the OLG model] does capture [...] one feature of money that any theory of money must confront: Its value to me depends on its value to you tomorrow, which depends on its value to someone else the next day, and so on into the endless future.⁶⁵

Daher scheint es vielen Ökonomen das geeignete Modell zu sein, um die makroökonomische Geldtheorie mikroökonomisch zu fundieren.⁶⁶ Durch die Modellierung überlappender Generationen gelingt es ihnen, Friktionen in ein Arrow-Debreu-Modell solcherart einzuführen, dass dort eine wohlfahrtsteigernde Rolle für Geld entsteht.

Das Modell weist aber auch erhebliche Defizite auf. Die wesentliche Kritik des Modells bezieht sich auf die Rolle, die Geld in ihm spielt. Wie in Kapitel II.1. dieser Arbeit festgestellt wurde, scheint die entscheidende Funktion des Geldes die Tauschmittelfunktion zu sein. Diese wird im OLG-Modell jedoch völlig vernachlässigt. Stattdessen spielt Geld die Rolle eines Wertspeichers, der es ermöglicht, Konsum in zukünftige Perioden zu verschieben.⁶⁷ Diese Funktion wird aber im Gegensatz zur Zahlungsmittelfunktion auch noch von vielen anderen Gütern oder Institutionen ausgefüllt. Samuelson selbst gibt zu, dass Geld in seinem Modell die Rolle eines Sozialversicherungssystems übernimmt,⁶⁸ und ein solches staatlich organisiertes System könnte diese Funktion vermutlich sehr viel besser ausfüllen. Tobin kommentiert hierzu:

Another mechanism – widely adopted in societies where fiat money already existed – is a social security scheme. The government promises more or less definite per capita real benefits to each old cohort

⁶⁴ Vgl. HOOVER [1988]: 130 f.

⁶⁵ TOBIN, JAMES [1980]: *Discussion*. in: KAREKEN, JOHN / WALLACE, NEIL (HRSG.) [1980]: *Models of Monetary Economies*. Minneapolis: Federal Reserve Bank of Minneapolis, 1980, S. 83-90, hier S. 85.

⁶⁶ Vgl. WALLACE, NEIL: *The Overlapping Generations Model of Fiat Money*. in: KAREKEN / WALLACE [1980], S. 49-82, hier S. 78.

⁶⁷ Vgl. beispielsweise TOBIN [1980]: 83 f.

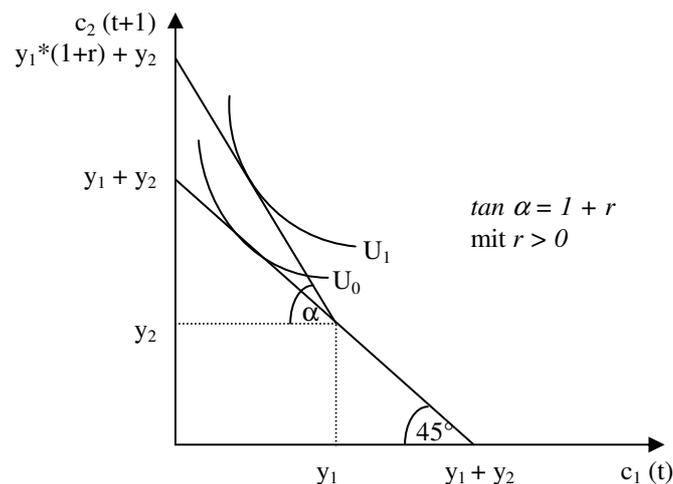
⁶⁸ Vgl. SAMUELSON [1958]: 479.

and raises the needed real resources by taxes on their young contemporaries. I would rather grow old and feeble under that regime than be dependent on the price my young contemporaries may be prepared to pay for my holdings of fiat money.⁶⁹

Ein anderes, von alters her als Wertspeicher genutztes Gut ist Land, aber dennoch hat sich in Gesellschaften mit Landbesitz Geld entwickelt.⁷⁰ Der wichtigste, alternative Wertspeicher ist aber eindeutig Kapital. Dies leitet über zum wohl größten Problem des Modells, dem Problem der Rendite-Dominanz.

Das OLG-Modell funktioniert nur, solange andere nicht-verderbliche Güter, die eine höhere Rendite als Geld haben, ausgeschlossen werden. Es ist allerdings das typische Kennzeichen einer jeden modernen Volkswirtschaft, dass es neben Geld, welches aufgrund von Inflation meist sogar eine negative Rendite erbringt, andere Güter, insbesondere Kapitalgüter, gibt, die eine positive Rendite erwirtschaften.

ABBILDUNG IV
DAS OLG-MODELL MIT RENDITE-DOMINANZ EINES KAPITALGUTES ÜBER GELD
(BEI KONSTANTER BEVÖLKERUNG)



QUELLE: Eigene Darstellung auf Grundlage von HOOVER [1980], S. 122.

Wie Abbildung IV zeigt, wird sich kein Individuum mehr für Geldhaltung entscheiden, wenn es stattdessen in Kapitalgüter mit einer höheren Rendite investieren kann. Dies entspricht in einer Welt mit perfekter Voraussicht dem einfachen Rationalkalkül der Individuen. Aber selbst wenn man Unsicherheit zulässt und unterstellt, dass die Rendite von Kapitalgütern risikobehafteter ist als Geldhaltung, bleiben die Probleme die selben. So stellt sich in diesem Fall zum Beispiel die Frage, warum Individuen von der Regierung ausgegebenes Geld halten, wenn die gleiche Regierung Staatsanleihen mit einer positiven Verzinsung ausgibt und diese Staatsanleihen somit dem gleichen Kreditausfallrisiko unterliegen

⁶⁹ TOBIN [1980]: 84 f.

⁷⁰ Vgl. ebd.

wie das Geld.⁷¹ Eine von Bryant und Wallace vorgeschlagene Lösungsmöglichkeit für dieses Problem bezieht sich auf die Unteilbarkeit von Staatsanleihen, die meist in relativ großen Denominationen ausgegeben werden, und daher nicht für kleinere Transaktionsvolumen geeignet sind.⁷² Aber hier lässt sich erwidern, warum in diesem Falle nicht das Bankensystem die Staatsanleihen aufkauft und dann selbst Banknoten anbietet, auf die es bei vollständiger Konkurrenz eine positive Rendite zahlen würde.⁷³

Das OLG-Modell scheint sich also durch seine Modellierung von Geld als reinem Wertspeicher in kaum auflösbare Probleme zu begeben, die nur durch äußerst realitätsferne Annahmen, wie beispielsweise dem Ausschluss von Gütern mit einer höheren Rendite als Geld, abgeschwächt werden können.

Ein weiteres Problem des Ansatzes ist es, dass Geld nur dann einen Wert hat, wenn die Konsumwünsche so gelagert sind, dass die Individuen in der ersten Periode sparen und in der zweiten entsparen wollen. Nun lässt sich aber argumentieren, dass für den Großteil der Menschheitsgeschichte die Reihenfolge gerade anders herum war. Die Kinder und Jugendlichen konsumierten zunächst mehr, als sie verdienten, und die Erwachsenen arbeiteten bis an ihr Lebensende und bildeten Ersparnisse für ihre Nachkommen.⁷⁴ Aber auch in diesen Gesellschaften hat sich Geld entwickelt.

Ein letztes Problem ist, dass die durchschnittliche Kassenhaltungsdauer als Kehrrbruch der Geldumlaufgeschwindigkeit im OLG-Modell, je nach Lebenserwartung der Individuen, bei mehr als 20 Jahren liegt.⁷⁵ Dies stimmt mit der Realität kaum überein. Es lässt sich jedoch berechtigterweise einwenden, dass sich dieses Problem durch einen komplexeren Modellansatz mit sehr viel mehr Perioden abschwächen ließe.⁷⁶ Aber dennoch bliebe das Problem, dass das Modell nur intergenerative Tauschhandlungen modelliert und keine intragenerativen.

Zusammenfassend lässt sich also sagen, dass die Modellierung überlappender Generationen es ermöglicht, eine pareto-verbessernde Rolle von Geld zu finden und die Entstehung von Geld somit modell-endogen, also ohne die Erfordernis von rechtlichen Bestimmungen oder ähnlichem, zu erklären. Das Modell bietet jedoch keine gute Grundlage für eine umfassende Theorie des Geldes, dass es Geld ausschließlich als Wertspeicher betrachtet, und die exklusive Eigenschaft des Geldes, nämlich die Tauschmittelfunktion, außer Acht lässt.

⁷¹ Vgl. HOOVER [1988]: 123.

⁷² BRYANT, JOHN / WALLACE, NEIL [1979]: *The Inefficiency of Interest-Bearing National Debt*. in: *Journal of Political Economy*. Ausg. 87, Nr. 2, 1979, S. 365-381, hier S. 386.

⁷³ Vgl. HOOVER [1988]: 123.

⁷⁴ Vgl. TOBIN [1980]: 84.

⁷⁵ Vgl. ebd.

⁷⁶ Vgl. BROCK, WILLIAM A. [1990]: *Overlapping Generations Models with Money and Transactions Costs*. in: FRIEDMAN / HAHN [1990], S. 264-295, hier S. 281.

III.2. Geld als Nutzenstifter – der „money-in-the-utility-function“-Ansatz

III.2.1. Modellansatz

Ein anderer Ansatz zur Erklärung der Rolle von Geld beruht auf der Annahme, dass Geld den Individuen einen direkten Nutzen erbringt und damit als Argument in ihre Nutzenfunktion eingeht. Schon John Hicks schlug vor, eine Integration der Geldtheorie in den Rahmen der Werttheorie zu ermöglichen, indem man Geld wie jedem anderen Gut auch einen Nutzen beimisst.⁷⁷ Die umfassendste Ausarbeitung dieses Ansatzes findet sich aber bei Don Patinkin⁷⁸ und Miguel Sidrauski⁷⁹.

Zunächst ist dabei zu fragen, wie es zu begründen ist, dass Kreditgeld, welches quasi *per definitionem* keinen direkten Nutzen für die Individuen hat, als Argument in die Nutzenfunktion aufgenommen werden kann. Sicherlich kann es sich hierbei nicht schlicht um den Betrag baren Geldes handeln, der gehalten wird. Vielmehr gehen gemäß dieses Ansatzes verschiedene ‚Dienste‘ des Geldes für die Individuen in die Nutzenfunktion ein. Für Walras bestand dieser Dienst in der jederzeitigen Verfügbarkeit des Geldes, welche die Tauschmöglichkeiten verbessert. Patinkin sieht den Dienst des Geldes in der Vermeidung der Unannehmlichkeiten einer temporären Zahlungsunfähigkeit.⁸⁰ Aus diesen Überlegungen ist schon zu erkennen, dass sich das Argument der Nutzenfunktion nicht durch die nominale Kassenhaltung approximieren lassen kann, sondern allenfalls durch die Realkassenhaltung.

Sidrauski, dessen Modell hier näher betrachtet werden soll, baut auf diesen Überlegungen auf und versucht sie in ein neoklassisches Wachstumsmodell mit individueller Nutzenoptimierung, das sogenannte Ramsey-Modell⁸¹, zu übertragen. Sein elementarer ökonomischer Akteur ist dabei der ewig bestehende Haushalt. Für diesen definiert er folgende zeitpunktbezogene Nutzenfunktion:⁸²

$$(2.1) \quad u_t = u(c_t, m_t)$$

Dabei bezeichnet c_t den Pro-Kopf-Konsum im Zeitpunkt t und m_t die reale Kassenhaltung pro Kopf zum Zeitpunkt t , definiert als $m_t = M_t / P_t N_t$, wobei M_t die nominale Geldmenge des Haushalts zum Zeitpunkt t und P_t das Preisniveau⁸³ bezeichnet. N_t steht für die Anzahl der Haushaltsmitglieder im Zeitpunkt t .⁸⁴ Die Nutzenfunktion soll dabei die üblichen Be-

⁷⁷ Vgl. HICKS, JOHN R. [1935]: *A Suggestion for Simplifying the Theory of Money*. in: *Economica*, Ausg. 2, 1935, S. 1-19, hier S. 1 ff.

⁷⁸ Vgl. PATINKIN [1965].

⁷⁹ Vgl. SIDRAUSKI [1967].

⁸⁰ Vgl. PATINKIN [1965]: 79 f.

⁸¹ Vgl. RAMSEY, FRANK P. [1928]: *A Mathematical Theory of Saving*. in: *Economic Journal*. Ausg. 38, 1928, S. 543-559.

⁸² Vgl. im folgenden SIDRAUSKI [1967]: 535 ff.

⁸³ Da es im Modell nur ein Konsumgut gibt, entspricht das Preisniveau dem Preis dieses Gutes.

⁸⁴ Da der betrachtete Haushalt repräsentativ ist, hält jedes Individuum der Volkswirtschaft m_t .

dingungen erfüllen, das heißt streng monoton steigend für beide Argumente sein und negative zweite Ableitungen haben.

Es wird nun angenommen, dass jeder Haushalt versucht, seine Wohlfahrt über den gesamten Zeitablauf durch Wahl eines entsprechenden Zeitpfads (c_t, m_t) zu maximieren.⁸⁵ Bei stetigem Zeitablauf und einer subjektiven Zeitpräferenzrate von θ ist die Wohlfahrt eines Haushalts gegeben durch:⁸⁶

$$(2.2) \quad V = \int_0^{\infty} u(c_t, m_t) e^{-\theta t} dt$$

Diese versucht der Haushalt zu maximieren. Er erzielt dabei Einkommen durch Arbeitseinkünfte $w_t N_t$, wobei w_t für den Reallohnsatz steht, und durch Zinseinkünfte $r_t K_t$, wobei r_t den Realzins und K_t den Kapitalbesitz des Haushalts im Zeitpunkt t bezeichnet. Zusätzlich erhält der Haushalt Regierungstransfers in Höhe von X_t . Dieses Einkommen teilt der Haushalt auf Konsum C_t , Kapitalakkumulation und Realkassenakkumulation auf. Kennzeichnet man die erste Ableitung nach der Zeit mit einem Punkt über der Variable, ergibt sich die Budgetrestriktion des Haushalts damit zu:

$$(2.3) \quad C_t + \dot{K}_t + \frac{\dot{M}_t}{P_t} = w_t N_t + r_t K_t + X_t$$

Teilt man diese Gleichung nun durch N_t , so erhält man Pro-Kopf-Größen, die durch Kleinbuchstaben gekennzeichnet werden sollen. Mit π_t als Inflationsrate der Periode t und n als konstantem Bevölkerungswachstum ergibt sich:

$$(2.4) \quad c_t + \dot{k}_t + nk_t + \dot{m}_t + \pi_t m_t + nm_t = w_t + r_t k_t + x_t$$

Die Terme nk_t , nm_t und $\pi_t m_t$ ergeben sich dabei aus

$$(2.5) \quad \dot{k}_t = \left(\frac{\dot{K}_t}{N_t} \right) = \frac{d(K_t/N_t)}{dt} = \frac{\dot{K}_t N_t - K_t \dot{N}_t}{N_t^2} = \frac{\dot{K}_t}{N_t} - \frac{K_t}{N_t} \frac{\dot{N}_t}{N_t} = \frac{\dot{K}_t}{N_t} - nk_t$$

$$\Rightarrow \frac{\dot{K}_t}{N_t} = \dot{k}_t + nk_t$$

und

$$(2.6) \quad \dot{m}_t = \left(\frac{\dot{M}_t}{P_t N_t} \right) = \frac{d(M_t/P_t N_t)}{dt} = \frac{\dot{M}_t P_t N_t - M_t (\dot{P}_t N_t + P_t \dot{N}_t)}{P_t^2 N_t^2} =$$

$$= \frac{\dot{M}_t}{P_t N_t} - \frac{M_t}{P_t N_t} \frac{\dot{P}_t}{P_t} - \frac{M_t}{P_t N_t} \frac{\dot{N}_t}{N_t} = \frac{\dot{M}_t}{P_t N_t} - \pi_t m_t - nm_t$$

$$\Rightarrow \frac{\dot{M}_t}{P_t N_t} = \dot{m}_t + \pi_t m_t + nm_t$$

⁸⁵ Vgl. SIDRAUSKI [1967]: 535.

Ökonomisch bedeutet dies, dass bei wachsender Bevölkerung die Erhöhung des Kapitalstocks und der Kassenhaltung zunächst dazu herangezogen wird, die Neugeborenen mit Kapital beziehungsweise Geld auszustatten und sich nur der Rest in einer wirklichen Erhöhung der Pro-Kopf-Größen niederschlägt. Bei Inflation muss zudem ein Teil der Nominalkassenakkumulation zum Inflationsausgleich herangezogen werden, um die Realkassenhaltung konstant zu halten.

Bezeichnet man das reale Pro-Kopf-Vermögen des Haushalts mit $a_t = k_t + m_t$ und setzt dies in die Budgetrestriktion des Haushalts (2.4) ein,⁸⁷ so ergibt sich für die Veränderungsrate des Vermögens:

$$\begin{aligned}
 \dot{a}_t &= \dot{k}_t + \dot{m}_t = w_t + r_t k_t + x_t - (c_t + n k_t + \pi_t m_t + n m_t) = \\
 (2.7) \quad &= w_t + r_t (a_t - m_t) + x_t - c_t - n (a_t - m_t) - \pi_t m_t - n m_t = \\
 &= [(r_t - n) a_t + w_t + x_t] - [c_t + (\pi_t + r_t) m_t]
 \end{aligned}$$

Diese Gleichung beschreibt die Änderung des Haushaltsvermögens als Differenz aus ‚Bruttoeinkommen‘ und ‚Bruttokonsum‘.⁸⁸ Die linke Klammer bezeichnet dabei das gesamte Einkommen als Summe von Zinseinkünften, Arbeitseinkünften und Regierungstransfers. Zu beachten ist dabei, dass hier die hypothetischen Zinseinkünfte für den Fall betrachtet werden, dass der Haushalt sein gesamtes Vermögen als Kapital hält. Dies macht es möglich, beim Konsum den Zinsverlust durch Geldhaltung im Sinne von Opportunitätskosten als explizite Größe aufzuführen. Der Bruttokonsum teilt sich dadurch auf in tatsächlichen Konsum c_t und Zinsverlust in Höhe des Nominalzinssatzes $(\pi_t + r_t)$ multipliziert mit der Realkassenhaltung m_t .

Aus der Zielfunktion (2.2) und der Restriktion (2.7) lässt sich damit für den Haushalt folgende Hamiltonfunktion aufstellen:⁸⁹

$$(2.8) \quad H = u(c_t, m_t) e^{-\theta t} + \mu_t [(r_t - n) a_t + w_t + x_t - c_t - (\pi_t + r_t) m_t]$$

Da μ_t sich als Barwert einer infinitesimalen Erhöhung des Pro-Kopf-Vermögens a_t im Zeitpunkt t interpretieren lässt, spricht man von der Barwert- oder Gegenwartswertversion der Hamiltonfunktion. Diese lässt sich durch die Definition eines neuen Hamiltonmultiplikators λ_t in folgender Form

$$(2.9) \quad \lambda_t \equiv \mu_t e^{\theta t}$$

in die sogenannte Zeitpunktwertversion überführen, die einfacher zu bearbeiten ist:⁹⁰

⁸⁶ Bei der hier verwendeten Darstellung des Modells handelt es sich um eine etwas veränderte und erweiterte Darstellung des Modells in BLANCHARD / FISCHER [1989], S. 188 ff.

⁸⁷ Vgl. BLANCHARD / FISCHER [1989], S. 189.

⁸⁸ Vgl. ebd.

⁸⁹ Die Hamiltonfunktion stellt das Äquivalent zur Lagrangefunktion bei dynamischen Optimierungsproblemen mit stetigem Zeitablauf dar. Zur Herleitung der Funktion siehe den mathematischen Anhang, Abschnitt A.1.2

$$(2.10) \quad H = \left\{ u(c_t, m_t) + \lambda_t \left[(r_t - n)a_t + w_t + x_t - c_t - (\pi_t + r_t)m_t \right] \right\} e^{-\theta t}$$

III.2.2. Lösung des Modells

Die optimale Lösung einer Hamiltonfunktion ist bestimmt durch $H_c = 0$, $H_m = 0$ und $d\mu_t/dt = -H_a$ sowie die Transversalitätsbedingung (2.14):⁹¹

$$(2.11) \quad \frac{dH}{dc_t} = \left(\frac{du_t}{dc_t} - \lambda_t \right) e^{-\theta t} \stackrel{!}{=} 0 \Rightarrow u_c(c_t, m_t) = \lambda_t$$

$$(2.12) \quad \frac{dH}{dm_t} = \left(\frac{du}{dm_t} - \lambda_t \pi_t - \lambda_t r_t \right) e^{-\theta t} \stackrel{!}{=} 0 \Rightarrow u_m(c_t, m_t) = \lambda_t (\pi_t + r_t)$$

$$(2.13) \quad \frac{d\mu_t}{dt} = \frac{d(\lambda_t e^{-\theta t})}{dt} = \dot{\lambda}_t e^{-\theta t} - \theta \lambda_t e^{-\theta t} \stackrel{!}{=} -\frac{dH}{da_t} = -\lambda_t (r_t - n) e^{-\theta t}$$

$$\Rightarrow \dot{\lambda}_t = (n + \theta - r_t) \lambda_t$$

$$(2.14) \quad \lim_{t \rightarrow \infty} a_t \mu_t = 0 \Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} a_t \lambda_t e^{-\theta t} = 0$$

Aus (2.11) und (2.12) folgt:

$$(2.15) \quad \frac{u_m}{u_c} = \pi_t + r_t$$

Das bedeutet, dass im Optimum die marginale Substitutionsrate zwischen Konsum und Realkassenhaltung genau dem Nominalzins (Realzins plus Inflation) entsprechen muss.

(2.11) und (2.13) lassen sich zusammenfassen zu:

$$(2.16) \quad \frac{\dot{u}_c}{u_c} = n + \theta - r_t$$

Diese Differentialgleichung wird als ‚Keynes-Ramsey-Regel‘ bezeichnet und stellt die Lösung des ursprünglichen Ramsey-Modells dar. Sie besagt im Wesentlichen, dass entlang des optimalen Zeitpfades die Grenzrate der Substitution des Konsum zwischen zwei Zeitpunkten gleich der Grenzrate der Transformation sein muss.⁹² Diese Regel soll hier nicht weiter untersucht werden. Entscheidend für das vorliegende Modell ist lediglich, dass sie sich von der des ursprünglichen Modells nicht unterscheidet, das heißt keinerlei monetäre Größen enthält.

Zum Abschluss des Modells sei schließlich noch eine linear-homogene Produktionsfunktion der Faktoren Arbeit und Kapital unterstellt:⁹³

$$(2.17) \quad Y_t = F(K_t, N_t)$$

⁹⁰ Zeitpunktwertversion deshalb, da λ_t den Wert einer infinitesimalen Erhöhung von a_t zum Zeitpunkt t selbst beschreibt.

⁹¹ Zur Herleitung dieser Bedingungen vgl. mathematischer Anhang, Abschnitt A.1.2.

⁹² Vgl. BLANCHARD / FISCHER [1989]: S. 40 ff.

In Pro-Kopf-Größen ergibt sich:

$$(2.18) \quad y_t = \frac{Y_t}{N_t} = \frac{F(K_t, N_t)}{N_t} = F\left(\frac{K_t}{N_t}, 1\right) \equiv f(k_t)$$

Unterstellt man nun ferner vollständige Konkurrenz auf den Faktormärkten und somit Grenzproduktivitätsentlohnung, so ergibt sich:

$$(2.19) \quad r_t = f'(k_t)$$

und, da sich bei vollständiger Konkurrenz die gesamte Produktion $f(k_t)$ auf die beiden Faktoren aufteilt:

$$(2.20) \quad w_t = f(k_t) - k_t f'(k_t)$$

Schließlich sei noch unterstellt, dass das Geld, das die Individuen halten, durch die Regierungstransfers in das Modell gelangt. Geld wird mit der Rate \dot{M}_t ausgegeben. Dies entspricht einem realen Wert von \dot{M}_t/P_t , so dass für die Transfers $X_t = \dot{M}_t/P_t$ gilt. Die Regierung schüttet also ihr gesamtes Einkommen aus Geldausgabe, das sogenannte ‚seignorage‘-Einkommen, an die Individuen aus. Bezeichnet σ die konstante Geldmengenwachstumsrate, so ergibt sich pro Kopf:⁹⁴

$$(2.21) \quad x_t = \frac{X_t}{N_t} = \frac{\dot{M}_t/P_t}{N_t} = \frac{\dot{M}_t}{M_t} \frac{M_t}{P_t N_t} = \sigma m_t$$

Gesucht ist nun der *steady state* des Modells. Dieser ist gegeben durch $\dot{c}_t = \dot{m}_t = \dot{k}_t = \dot{\lambda}_t = 0$. Zunächst wird die Inflationsrate bei konstanter Realkassenhaltung nur noch durch die Geldmengenwachstumsrate σ und das Bevölkerungswachstum n bestimmt, da aus (2.6) folgt:

$$(2.22) \quad \dot{m}_t^* = \frac{\dot{M}_t}{P_t N_t} - \pi^* m_t - n m_t = \frac{\dot{M}_t}{M_t} \frac{M_t}{P_t N_t} - \pi^* m_t - n m_t = (\sigma - \pi^* - n) m_t = 0$$

$$\Rightarrow \pi^* = \sigma - n$$

Aus $\dot{\lambda}_t = 0$ und (2.13) folgt für den *steady-state*-Zinssatz:

$$(2.23) \quad 0 = (n + \theta - r_t) \lambda_t \Rightarrow r_t = n + \theta \Rightarrow f'(k_t^*) = n + \theta$$

Setzt man dies zusammen mit (2.20), (2.21) und (2.22) in die Budgetrestriktion (2.7) ein, so erhält man als *steady-state*-Konsum:

⁹³ Vgl. ebd., S. 190.

⁹⁴ Vgl. ebd.

$$\begin{aligned}
(2.24) \quad \dot{a}^* &= \left[(r^* - n)a^* + w^* + x^* \right] - \left[c^* + (\pi^* + r^*)m^* \right] = 0 \\
&\Rightarrow \left[(\theta + n - n)a^* + f(k^*) - k^*(\theta + n) + \sigma m^* \right] - \left[c^* + (\sigma - n + \theta + n)m^* \right] = 0 \\
&\Rightarrow \theta(a^* - k^* - m^*) + f(k^*) - nk^* - c^* = 0 \\
&\Rightarrow c^* = f(k^*) - nk^*
\end{aligned}$$

Schließlich ergibt sich aus (2.15), (2.22) und (2.23):

$$(2.25) \quad \frac{u_m(c^*, m^*)}{u_c(c^*, m^*)} = \pi^* + r^* = \sigma - n + \theta + n = \sigma + \theta$$

Hieraus lässt sich, abhängig von der Spezifikation der Nutzenfunktion, mit dem *steady-state*-Konsum c^* die optimale Höhe der Realkassenhaltung m^* bestimmen.

III.2.3. Schlussfolgerungen

Die entscheidende Aussage dieses Modells ist es nun, dass keine der realen Größen außer der Realkassenhaltung von einer monetären Größe, insbesondere der Geldmengenwachstumsrate und der Inflationsrate, abhängt.⁹⁵ Geld ist also ‚superneutral‘, das heißt, dass weder die Höhe des Preisniveaus noch die Änderungsrate des Preisniveaus, also die Inflationsrate, einen Einfluss auf reale Größen außer der Realkassenhaltung haben.

Da die Geldmengenwachstumsrate keine realen Größen beeinflusst, ist die Regierung in der Wahl dieser Rate völlig frei. Da die Realkassenhaltung der Individuen aber in ihre Nutzenfunktion eingeht, kann die Regierung die Wachstumsrate nun so wählen, dass der Nutzen der Individuen maximiert wird. Geht man davon aus, dass das Drucken von Geld kostenlos erfolgen kann, so sollte die Regierung den Individuen solange Realkasse zur Verfügung stellen bis der Grenznutzen der Geldhaltung auf Null gesunken ist. Aus (2.12) folgt, dass dies dann der Fall ist, wenn $\pi = -r$ beträgt, also bei einer Deflationsrate in Höhe des Realzinssatzes. Dies führt zu einem Nominalzinssatz von Null.

Eine solche Überlegung wurde zum ersten Mal von Milton Friedman angestellt.⁹⁶ Er argumentiert dabei folgendermaßen: Geld kann (fast) kostenlos gedruckt werden, das heißt, die sozialen Grenzkosten der Geldhaltung sind gleich Null. Die privaten Grenzkosten belaufen sich hingegen auf Opportunitätskosten in Höhe des Nominalzinssatzes. Um diese Kluft zu beseitigen, sollte die Regierung den Nominalzinssatz auf Null drücken. Dies erreicht sie durch eine Deflation in Höhe des Realzinses, so dass sich das Geld quasi mit dem Realzinssatz verzinst.

Bei expliziter Spezifizierung der Nutzenfunktion eignet sich dieses Modell aber auch zur Mikrofundierung einer Geldnachfragefunktion. Unterstellt man beispielsweise eine zeitpunktbezogene Nutzenfunktion folgender Art:

⁹⁵ Vgl. ebd., S. 190.

⁹⁶ Vgl. WALSH [1998], S. 61.

$$(2.26) \quad u_t = c_t^\alpha m_t^{1-\alpha}$$

so ergibt sich aus (2.15):

$$(2.27) \quad \frac{u_m(c_t, m_t)}{u_c(c_t, m_t)} = \pi_t + r_t \Rightarrow \frac{(1-\alpha)(c_t^\alpha / m_t^\alpha)}{\alpha(m_t^{1-\alpha} / c_t^{1-\alpha})} = \pi_t + r_t \Rightarrow \frac{1-\alpha}{\alpha} \frac{c_t}{m_t} = \pi_t + r_t$$

$$\Rightarrow m_t = \frac{1-\alpha}{\alpha} \frac{c_t}{\pi_t + r_t}$$

Es ergibt sich also das den meisten makroökonomischen Modellen zugrundeliegende Resultat einer positiven Abhängigkeit der Geldhaltung vom Konsum (und damit indirekt vom Einkommen) und einer negativen Abhängigkeit vom Nominalzins (zusammengesetzt aus Realzins und Inflationsrate).

Bestimmt man eine solche Geldnachfragefunktion, so lassen sich aber auch die Wohlfahrtskosten der Inflation ermitteln. In einem solchen Modell ergeben sie sich als die Fläche unter der Geldnachfragekurve in Abhängigkeit vom Nominalzins.⁹⁷ Von rechts nach links betrachtet kann man diese nämlich als eine Art Konsumentenrente betrachten, die durch eine Reduzierung der Inflationsrate geschaffen wird. Für obige Spezifikation der Nutzenfunktion ergeben sich die Wohlfahrtskosten damit zu:⁹⁸

$$(2.28) \quad WKI_t = \int_0^s \frac{1-\alpha}{\alpha} \frac{c_t}{i_t} di_t = \frac{1-\alpha}{\alpha} c_t \int_0^s \frac{1}{i_t} di_t = \frac{1-\alpha}{\alpha} c_t [\ln i]_0^s$$

III.2.4. Exkurs: Der Tobin-Effekt

Etwa zur gleichen Zeit wie Sidrauski entwickelte auch Tobin ein Modell, in dem er versuchte, Geld in ein neoklassisches Wachstumsmodell einzuführen.⁹⁹ Er baute dabei auf das Wachstumsmodell von Solow¹⁰⁰ auf, bei welchem im Gegensatz zum Ramsey-Modell, das Sidrauski benutzte, die Sparquote exogen ist. Das Modell und der daraus resultierende Tobin-Effekt sollen hier kurz dargestellt werden, um aufzuzeigen, wie man in einer relativ ähnlichen Modellumgebung zu völlig entgegengesetzten Politikaussagen kommen kann.

Wie im Solow-Modell erfolgt die Produktion gemäß einer linear-homogenen Produktionsfunktion $Y = F(K, N)$, die sich, wie im vorigen Abschnitt gezeigt, auf die Pro-Kopf-Form $y = f(k)$ reduzieren lässt. Als Erweiterung des Solow-Modells wird Geld als zusätzli-

⁹⁷ Vgl. BAILEY, MARTIN J. [1956]: *The Welfare Costs of Inflationary Finance*. in: *Journal of Political Economy*. Ausg. 64, Nr. 2, 1956, S. 93-110.

⁹⁸ Wie zu sehen ist, sind die Wohlfahrtskosten bei dieser Spezifikation der Nutzenfunktion unendlich hoch, da bei einem Nominalzins von Null die Geldnachfrage unendlich groß wird. Daher kann es bei dieser Klasse von Modellen erforderlich sein, die Nutzenfunktion so zu spezifizieren, dass irgendwann eine Sättigungsmenge des Geldes erreicht wird.

⁹⁹ Vgl. TOBIN, JAMES [1965]: *Money and Economic Growth*. in: *Econometrica*, Ausg. 33, 1965, S. 671-684.

¹⁰⁰ Vgl. SOLOW, ROBERT M. [1956]: *A Contribution to the Theory of Economic Growth*. in: *Quarterly Journal of Economics*, Ausg. 70, 1956, S. 65-94.

che Vermögensform eingeführt, so dass sich das Pro-Kopf-Gesamtvermögen eines Individuums darstellen lässt als:¹⁰¹

$$(2.29) \quad a = k + m$$

Wie im Solow-Modell nimmt Tobin nun an, dass die Individuen einen festen Anteil s ihres verfügbaren Realeinkommens sparen. Verfügbares Realeinkommen setzt sich dabei zusammen aus der Güterproduktion plus der Zunahme an Realkasse.¹⁰² Die Ersparnis teilt sich in Kapitalakkumulation \dot{K} und Zunahme an Realkasse auf. Für die Veränderung des Kapitalstocks gilt dann:¹⁰³

$$(2.30) \quad \dot{K} = s \left[Y + \left(\frac{\dot{M}}{P} \right) \right] - \left(\frac{\dot{M}}{P} \right)$$

Mit (2.5) und (2.6) ergibt sich in Pro-Kopf-Größen:

$$(2.31) \quad \begin{aligned} \dot{k} &= \frac{\dot{K}}{N} - nk = s \left[\frac{Y}{N} + \frac{(\dot{M}/P)}{N} \right] - \frac{(\dot{M}/P)}{N} - nk = sy + (1-s) \frac{\dot{M}P - \dot{P}M}{P^2 N} - nk \\ &= sy + (1-s) \left(\frac{\dot{M}}{PN} - \frac{\dot{P}}{P} \frac{M}{PN} \right) - nk = sy + (1-s)(\dot{m} + \pi m + nm - \pi m) - nk \\ &= sy + (1-s)(\dot{m} + nm) - nk \end{aligned}$$

Die Wachstumsrate der Pro-Kopf-Realkassenhaltung ergibt sich als Differenz aus der Wachstumsrate der nominalen Geldmenge, der Inflationsrate und dem Bevölkerungswachstum:

$$(2.32) \quad \begin{aligned} \dot{m} &= \left(\frac{\dot{M}}{PN} \right) = \frac{\dot{M}PN - M(\dot{P}N + P\dot{N})}{P^2 N^2} = \frac{\dot{M}}{PN} - \frac{M\dot{P}}{P^2 N} - \frac{M\dot{N}}{PN^2} \\ &= \frac{M}{PN} \left(\frac{\dot{M}}{M} - \frac{\dot{P}}{P} - \frac{\dot{N}}{N} \right) = m(\sigma - \pi - n) \end{aligned}$$

Setzt man dies in die vorige Gleichung ein, so erhält man:

$$(2.33) \quad \dot{k} = sy + (1-s) \left[m(\sigma - \pi - n) + nm \right] - nk = sy - (1-s)(\sigma m - \pi m) - nk$$

Im *steady state* muss $\dot{m} = 0$ gelten, so dass aus (2.32) sofort ersichtlich wird, dass dann für die Inflationsrate $\pi = \sigma - n$ gelten muss. Da der Kapitalstock im *steady state* konstant ist, folgt dann:

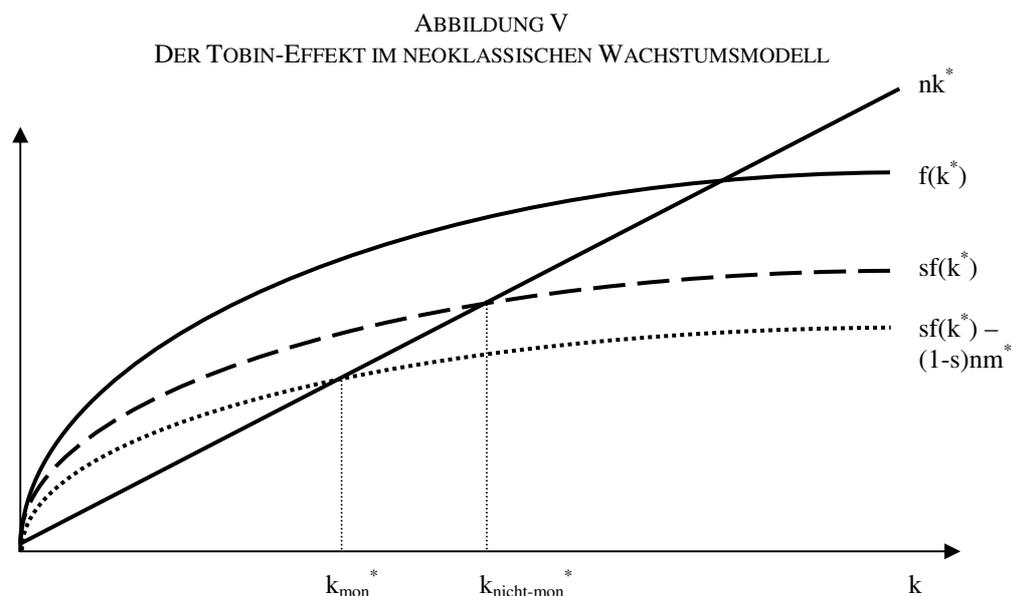
¹⁰¹ Diese Darstellung des Modells basiert auf ORPHANIDES, ATHANASIOS / SOLOW, ROBERT M. [1990]: *Money, Inflation and Growth*. in: FRIEDMAN / HAHN [1990], S. 224-261. Variablenbezeichnungen werden nur erläutert, sofern sie vom Sidrauski-Modell abweichen.

¹⁰² Welche, wie im Sidrauski-Modell, dem Einkommen der Regierung durch den Druck von Geld („seignorage“) entspricht und durch Realtransfers an die Haushalte weitergeben wird. Vgl ORPHANIDES / SOLOW [1990]: S. 230.

¹⁰³ Zur Vereinfachung wird unterstellt, dass keine Abschreibungen auftreten oder dass die Produktionsfunktion die Nettoproduktion nach Abzug der Abschreibungen beschreibt.

$$(2.34) \quad \begin{aligned} \dot{k}^* = sy^* - (1-s)(\sigma - \pi)m^* - nk^* = 0 &\Rightarrow 0 = sf(k^*) - (1-s)(\sigma - (\sigma - n))m^* - nk^* \\ &\Rightarrow 0 = sf(k^*) - (1-s)nm^* - nk^* \end{aligned}$$

Hieraus wird der Tobin-Effekt schon ersichtlich: Je niedriger die Realkassenhaltung im *steady state*, umso höher der Kapitalstock und umso höher damit die Pro-Kopf-Produktion. Dies lässt sich auch in der graphischen Standarddarstellung des neoklassischen Wachstumsmodells erkennen:¹⁰⁴



Quelle: Eigene Darstellung auf Grundlage von
PATINKIN, DON / LEVHARI, DAVID: *The Role of Money in a Simple Growth Model*.
in: *American Economic Review*. Ausg. 58, 1968, S. 713-753, hier S. 716.

Tobin definiert nun zum Abschluss seines Modells eine Geldnachfragefunktion, die die Portfolio-Entscheidung der Individuen erfasst. Denkbar ist zum Beispiel eine Funktion, die aufgrund des Transaktionskassenbedarfs positiv vom Einkommen und aufgrund von Opportunitätskosten der Geldhaltung negativ vom Nominalzinssatz abhängt:¹⁰⁵

$$(2.35) \quad m = \phi(y, r + \pi) \text{ mit } \frac{d\phi}{dy} > 0 \text{ und } \frac{d\phi}{d(r + \pi)} < 0$$

Gleichung (2.34) wird damit zu:

$$(2.36) \quad 0 = sf(k^*) - (1-s)n\phi(y^*, r^* + \pi^*) - nk^*$$

Differenziert man diese Gleichung total und setzt alle Größen außer dk^* und $d\sigma$ gleich Null, so erhält man für die Abhängigkeit des *steady-state*-Kapitalstocks von der Geldmengewachstumsrate:

¹⁰⁴ Bei der Abbildung ist unterstellt, dass m^* linear abhängig ist von $y^* = f(k^*)$. Eine mögliche Spezifikation der Geldnachfragefunktion folgt im Anschluss.

¹⁰⁵ Vgl. beispielsweise ORPHANIDES / SOLOW [1990]: S. 231.

$$\begin{aligned}
dZ &= \left(s \frac{df}{dk^*} - (1-s)n \frac{d\phi}{dy^*} \frac{dy^*}{dk^*} - n \right) dk^* + \left(\frac{d\phi}{d\pi^*} \frac{d\pi^*}{d\sigma} \right) d\sigma = 0 \\
(2.37)^{106} \quad \Rightarrow \frac{dk^*}{d\sigma} &= \frac{\left(s \frac{df}{dk^*} - (1-s)n \frac{d\phi}{dy^*} \frac{dy^*}{dk^*} - n \right)}{\left(\frac{d\phi}{d\pi^*} \frac{d\pi^*}{d\sigma} \right)} > 0 \\
\text{da } \frac{df}{dk^*} > 0, \frac{d\phi}{dy^*} > 0, \frac{dy^*}{dk^*} > 0, \frac{d\phi}{d\pi^*} < 0, \frac{d\pi^*}{d\sigma} > 0 \text{ und } \left(s \frac{df}{dk^*} - n \right) < 0
\end{aligned}$$

Aus Tobins Modell lässt sich damit die Schlussfolgerung ziehen, dass eine höhere Geldmengenwachstumsrate und damit auch eine höhere Inflationsrate zu einem höheren Pro-Kopf-Kapitalstock und einer höheren Pro-Kopf-Produktion im *steady state* führt. Damit ist Geld im Tobin-Modell nicht ‚superneutral‘ und eine höhere Inflationsrate ist wohlfahrtserhöhend. Optimal wäre sogar eine unendlich hohe Inflationsrate, da die Individuen ihr Vermögen dann nur noch als Kapital halten würden und die Pro-Kopf-Produktion damit maximiert würde.

Dieses intuitiv kaum einsichtige Resultat hängt im Wesentlichen damit zusammen, dass sich die Rolle von Geld im Modell, ähnlich wie in Samuelsons OLG-Modell, wiederum nur auf die eines Wertspeichers beschränkt.¹⁰⁷ Diese Rolle wird nun aber von Kapital sehr viel besser, da produktiver, ausgefüllt. Etwas polemischer formuliert: Wenn Tobin Geld in ein Wachstumsmodell einführt, ohne ihm eine wesentliche Funktion zuzuweisen, ist es kein Wunder, dass sich die optimale Inflationsrate in einer solchen Höhe ergibt, dass niemand überhaupt erst Geld halten will.

III.2.5. Fazit

Im vorigen Abschnitt wurden zwei Modelle vorgestellt, die versuchen, Geld in neoklassische Wachstumsmodelle einzuführen. Das Tobin-Modell und der daraus resultierende Tobin-Effekt führen zu dem Ergebnis, dass Geld am besten gar nicht erst in das Modell eingeführt worden wäre, da es die Vermögensanlage nur weg vom produktiven Kapital hin zur unproduktiven Realkasse verschiebt und somit das Pro-Kopf-Einkommen senkt. Dies hängt damit zusammen, dass Geld im Modell überhaupt keine Funktion erfüllt.

Das Sidrauski-Modell dagegen weist Geld eine Funktion zu: Es ist ein Argument der Nutzenfunktion der Individuen. Das Modell kommt mit dieser Annahme und einer endogenen Sparquote zum Ergebnis, dass Geld im *steady state* ‚superneutral‘ ist, das heißt, kei-

¹⁰⁶ Die letzte Annahme $sf'(k^*) - n < 0$ ist dabei bereits für das nicht-monetäre Solow-Modell erforderlich, um einen *steady state* zu erreichen. Ist diese Annahme verletzt, handelt es sich um einen instabilen *steady state*, der zu einer Armutsschleife führen kann.

¹⁰⁷ Vgl. LEVHARI / PATINKIN [1968]: 717.

nen Einfluss auf das Pro-Kopf-Einkommen und andere reale Größen außer der Realkassenhaltung hat.

Aber auch dieses Modell beschreibt die Funktionsweise von Geld nur unzureichend. Dass es sich bei dem Ansatz, die Geldhaltung direkt in die Nutzenfunktion eingehen zu lassen, nur um eine Abkürzung handeln kann, soll folgende Betrachtung verdeutlichen:¹⁰⁸

Gegeben seien zwei Haushalte im Sidrauski-Modell, die über den gesamten Zeitablauf stets den gleichen Konsum pro Kopf realisieren. Haushalt 1 habe jedoch stets eine größere Realkasse als Haushalt 2. Die Wohlfahrt der Haushalte wird wiederum bestimmt durch:

$$(2.38) \quad V = \int_0^{\infty} u(c_t, m_t) e^{-\theta t} dt \quad \text{mit} \quad \frac{du}{dm_t} > 0$$

Das bedeutet, dass Haushalt 1 eine größere Wohlfahrt realisiert als Haushalt 2 und das, obwohl beide stets das gleiche Konsumniveau haben! Dennoch sollte man den Ansatz, Geld direkt in die Nutzenfunktion einzubeziehen nicht völlig ablehnen, da sich einige der im Folgenden betrachteten Ansätze, die die Transaktionsfunktion von Geld stärker beachten, durch einen solchen Ansatz approximieren lassen.¹⁰⁹

Zuletzt sei noch als interessante Betrachtung zu den beiden Modellen bemerkt, dass im einen Modell die Inflationsrate für das Pro-Kopf-Einkommen keine Rolle spielt und im anderen Modell Inflation dieses sogar erhöht. Aber keines der Modelle kommt zu dem intuitiv ersten Ergebnis, dass Inflation die Preise als Knappheitsindikatoren so verzerrt, dass es zu Fehlallokationen und damit zu einem niedrigeren Pro-Kopf-Einkommen kommt.

III.3. Geld als notwendiges Zahlungsmittel – „cash-in-advance“-Modelle

Viele Ökonomen störten sich an der Ausrichtung der in den letzten Abschnitten präsentierten Modelle auf die Wertaufbewahrungsfunktion des Geldes. Für sie war vielmehr die Tauschmittelfunktion des Geldes entscheidend. Robert Clower beschrieb die besondere Funktion des Geldes mit seinem berühmten Satz: „Goods buy money and money buys goods, but goods don’t buy goods.“¹¹⁰ Aufbauend auf dieser Annahme begründete er eine Modelltradition, die versucht, die Tauschmittelfunktion des Geldes mittels der sogenannten „cash-in-advance“- oder Clower-Restriktion zu erfassen. Diese Restriktion fordert, dass der gesamte Konsum¹¹¹ durch zuvor gehaltenes Geld bezahlt werden muss.

¹⁰⁸ Vgl. WALSH [1998]: 51.

¹⁰⁹ Vgl. FEENSTRA, R. C. [1986]: *Functional Equivalence between Liquidity Costs and the Utility of Money*. in: *Journal of Monetary Economics*. Aug. 17, Nr. 2, 1986, S. 271-291.

¹¹⁰ CLOWER [1967]: 5.

¹¹¹ In manchen Modellen auch der Konsum plus die gesamte Investition.

Am einfachsten umsetzen lässt sich diese Annahme in Optimierungsmodellen mit diskretem Zeitablauf. Unterstellt sei dazu, ähnlich dem Sidrauski-Modell des vorigen Abschnitts, eine periodenbezogene Nutzenfunktion der Form

$$(3.1) \quad u_t = u(c_t)$$

wobei c_t den Vektor der konsumierten Gütermengen in der Periode t beschreibt.

Das (unendlich lang lebende) Individuum maximiert nun seinen Lebenszeitnutzen, der sich als mit der subjektiven Zeitpräferenzrate θ abdiskontierte Summe der Periodennutzen ergibt:¹¹²

$$(3.2) \quad U = \sum_{t=0}^{\infty} (1+\theta)^{-t} u(c_t)$$

Es sieht sich dabei in jeder Periode folgender, in Nominalgrößen ausgedrückter Vermögensaufteilungs-Restriktion gegenüber:¹¹³

$$(3.3) \quad P_t c_t + m_{t+1} + b_{t+1} = y_t + m_t + b_t(1+i_{t-1})$$

Dabei bezeichnet P_t den Preisvektor der Konsumgüter in der Periode t , m_{t+1} die unverzinsliche Nominalkasse, die von Periode t bis Periode $t+1$ gehalten werden soll, und b_{t+1} die verzinslichen Bonds¹¹⁴, die von t bis $t+1$ gehalten werden sollen. y_t bezeichnet das Arbeitseinkommen des Individuums in Periode t , m_t und b_t die aus der Periode $t-1$ übertragene Nominalkassenhaltung und Bonds und i_{t-1} den auf die Bonds gezahlten Nominalzins.

Die rechte Seite der Gleichung bringt damit die Quellen des Vermögens des Individuums in Periode t zum Ausdruck, und die linke Seite beschreibt die Verwendung des Vermögens.

In dieses gängige Optimierungsmodell wird nun die Clower-Restriktion als zusätzliche Restriktion eingeführt. Sie lässt sich hier formalisieren als:

$$(3.4) \quad P_t c_t \leq m_t$$

Zu beachten ist, da m_t die aus Periode $t-1$ transferierte Nominalkassenhaltung beschreibt, dass das Individuum bereits in $t-1$ planen muss, welchen transaktionsbedingten Geldbedarf es in der nächsten Periode haben wird.

Unterstellt man nun im einfachsten Fall ein Modell mit Sicherheit und perfekter Voraussicht, so wird sofort erkennbar, dass das Individuum immer genau soviel Geld halten wird, wie es in der nächsten Periode zum Kauf seiner Konsumgüter brauchen wird. Eine darüber hinaus gehende Kassenhaltung wäre nicht optimal, da sie keinerlei Nutzen für das Individuum bringt und mit Opportunitätskosten in Höhe des Nominalzinses auf die alternative Anlageform der Bonds verbunden ist. Damit wird aus (3.4):

¹¹² Vgl. BLANCHARD / FISCHER [1989]: S. 166.

¹¹³ Vgl. ebd.

¹¹⁴ Die Bonds stellen in dieser Spezifikation des Modells das Kapital dar.

$$(3.5) \quad P_t C_t = m_t$$

Da jedes Individuum diese Betrachtung anstellt, lässt sich mit C_t als globaler Konsum und M_t als gesamter Geldmenge für die gesamte Volkswirtschaft verallgemeinern:

$$(3.6) \quad P_t C_t = M_t$$

Diese Gleichung erinnert bereits sehr stark an die klassische Quantitätsgleichung $PY=MV$, in der Y die gesamte Produktion und V die Umlaufgeschwindigkeit des Geldes beschreibt. Ersetzt man nun in der Quantitätsgleichung Y durch C , da im obigen Modell die Kapitaltransaktionen nicht durch Geld, sondern über den nicht-monetären Bond-Markt abgewickelt werden, so wird sofort klar, dass die Clower-Restriktion eine Geldumlaufgeschwindigkeit von eins pro Periode impliziert. Zudem gibt es keinen Einfluss des Nominalzinses auf die Höhe der Geldnachfrage. Diese beiden Folgerungen scheinen nicht der empirischen Realität zu entsprechen. Sie hängen dabei wesentlich mit den unterstellten Annahmen zusammen, insbesondere der Annahme der Sicherheit und der Annahme, dass alle Güter nur mit Geld erworben werden können. Es gibt nun zahlreiche Ansätze, die diese Annahmen abschwächen. Dabei sind allerdings im Allgemeinen jene Ansätze, die versuchen, dies in einem allgemeinen Gleichgewichtsmodell zu tun, sehr komplex, so dass eine Darstellung im Einzelnen den Rahmen dieser Arbeit sprengen würde.¹¹⁵ Daher sollen die verschiedenen Abwandlungen nur kurz vorgestellt werden.

Eine erste Möglichkeit der Erweiterung des ursprünglichen Ansatzes ist es, Unsicherheit der Individuen über ihren künftigen Konsumpfad zuzulassen.¹¹⁶ Dies geschieht meist so, dass die Individuen in Periode t ihre Geldhaltung für Periode $t+1$ bestimmen müssen, aber erst in Periode $t+1$ erfahren, wie hoch ihr transaktionsbedingter Geldbedarf wirklich ist. Hierdurch müssen die Individuen eine Abwägung treffen zwischen den Kosten der Illiquidität in Form von vermindertem Konsum und den Opportunitätskosten einer versehentlich zu hohen Geldhaltung in Form von entgangenen Zinsen. Hierdurch wird bereits deutlich, dass in einem solchen Modellumfeld die Geldhaltung von der Höhe des Nominalzinses abhängen wird. Zugleich kann die Geldumlaufgeschwindigkeit unter eins sinken, wenn einige Individuen ex-post irrtümlich mehr Geld halten, als sie für ihre Transaktionszwecke benötigen. Dieser Ansatz eignet sich somit dazu, zwei der Geldhaltungsmotive der keynesianischen Makroökonomik mikroökonomisch zu fundieren: die Transaktionskasse, die durch die Clower-Restriktion bereits im Modell mit Sicherheit auftritt und positiv abhängig

¹¹⁵ Vgl. beispielsweise KRUGMAN, PAUL / PERSSON, TORSTEN / SVENSSON, LARS [1985]: *Inflation, Interest Rates and Welfare*. in: *Quarterly Journal of Economics*, Ausg. 100, Nr. 3, S. 677-696.

¹¹⁶ Vgl. beispielsweise DIAMOND, DOUGLAS / DYBVIK, PHILIP [1983]: *Bank Runs, Deposit Insurance and Liquidity*. in: *Journal of Political Economy*, Ausg. 91, Nr. 3, 1983, S. 401-419, oder BLANCHARD / FISCHER [1989], S. 167 f.

ist vom Konsum und somit vom Einkommen, und die Vorsichtskasse, die negativ vom Nominalzins abhängig ist.¹¹⁷

Eine zweite Erweiterung wurde von Lucas und Stokey vorgeschlagen:¹¹⁸ Sie unterteilen die Menge der Konsumgüter in ‚cash-goods‘, für die die Clower-Restriktion gilt, und in ‚credit-goods‘, für die diese Restriktion nicht gilt, da sie auf Kredit gekauft und dann aus dem laufenden Periodeneinkommen bezahlt werden können. Inflation und positive Nominalzinsen führen nun dazu, dass sich die Relativpreise der beiden Konsumgüterklassen ändern. Da der Konsum von ‚cash-goods‘ immer erst in der darauffolgenden Periode möglich ist, während ‚credit-goods‘ in der gleichen Periode konsumiert werden können, in der das zu ihrem Erwerb notwendige Einkommen anfällt, wird der Konsum von ‚cash-goods‘ um die Nominalzinsrate, in welche die Inflation einfließt, teurer. Führt man in dieses Modell nun zusätzlich eine Arbeit-Freizeit-Entscheidung ein, so ist klar, dass es sich bei Freizeit um ein ‚credit-good‘ handelt, da die Restriktion hier nicht greift, so dass auch diese Entscheidung durch Inflation verzerrt wird.¹¹⁹ Problematisch ist bei diesem Ansatz die Festlegung, bei welchen Gütern es sich um ‚cash-goods‘ und bei welchen es sich um ‚credit-goods‘ handelt.¹²⁰ Diese erfolgt exogen und relativ willkürlich. Zu fragen wäre, ob die Unterteilung nicht vielmehr endogen geschehen müsste und von den Eigenschaften des Geldes und den Gegebenheiten der Kreditwirtschaft abhängen müsste.

III.4. Fazit

Ausgangspunkt dieses Kapitels war das ‚Hahn-Problem‘: Warum halten Individuen im allgemeinen Gleichgewicht ein Gut, welches niemand jemals konsumieren möchte, da es niemandem intrinsischen Nutzen stiftet?

Dieses Kapitel hat die drei grundlegenden Antwortversuche der Ökonomik auf diese Frage untersucht. Samuelson versucht durch die Entwicklung eines Modells überlappender Generationen Geld als Lösungsmittel für ein intergeneratives Allokationsproblem einzuführen. Dabei gelingt es ihm, im Gegensatz zu den beiden anderen untersuchten Ansätzen, Geld eine wohlfahrtsteigernde Rolle zuzuweisen, so dass die Entstehung des Geldes endogen erklärt werden kann. Problematisch an seinem Modell ist jedoch die Rolle, die Geld einnimmt. Es fungiert in ersten Linie als Wertaufbewahrungsmittel zwischen den Perioden. Diese Funktion können aber andere Güter, insbesondere Kapital, sehr viel besser ausfüllen,

¹¹⁷ Vgl. das „transactions-motive“ und das „precautionary-motive“ in KEYNES, JOHN MAYNARD [1957]: *The General Theory of Employment, Interest and Money*. London: Macmillan, 1957, S. 195 f.

¹¹⁸ Vgl. LUCAS, ROBERT / STOKEY, NANCY [1987]: *Money and Interest in a Cash-in-advance Economy*. in: *Econometrica*, Ausg. 55, Nr. 3, S. 491-514.

¹¹⁹ Vgl. COOLEY, THOMAS / HANSEN, GARY [1987]: *The Inflation Tax in a Real Business Cycle Model*. UCLA Working Paper, Nr. 496, 1987, S. 3.

¹²⁰ Vgl. WALSH [1998]: 106.

so dass sein Modell nur dann funktioniert, wenn per Annahme alle Güter mit einer höheren Rendite als Geld ausgeschlossen werden. Aber selbst unter dieser äußerst strengen Annahme könnte der intergenerative Tausch genauso gut im Zuge eines ‚Generationenvertrages‘ durch die Regierung hoheitlich organisiert werden, wie es ja auch tatsächlich in vielen Staaten geschieht.

Patinkin und Sidrauski wählen daher einen anderen Weg, indem sie annehmen, dass die Geldhaltung der Individuen in ihre Nutzenfunktion eingeht. Da Kreditgeld annahmegemäß keinerlei intrinsischen Nutzen stiftet, muss diese Annahme gerechtfertigt werden. Sie tun dies, indem sie annehmen, dass Geld gewisse Dienste leistet. So ist es etwa jederzeit verfügbar und schützt vor den Unannehmlichkeiten einer Illiquidität. Unter diesen Annahmen kommt Sidrauski, der Geld in ein neoklassisches Wachstumsmodell mit lebensnutzenmaximierenden Individuen einführt, zu dem Schluss, dass Geld superneutral ist, das heißt, dass weder das Preisniveau noch die Inflationsrate einen Einfluss auf reale Größen außer der Realkassenhaltung haben. Die optimale Inflationsrate bestimmt sich zu einer Deflation in Höhe des Nominalzinssatzes, da so die reale Geldhaltung, die ja annahmegemäß Nutzen stiftet, maximal wird. Unbefriedigend an diesem Ansatz ist, dass es das Hahn-Problem nicht löst, sondern vielmehr einfach weg definiert. Geld wird genauso behandelt, wie jedes andere Gut auch, indem ihm einfach ein Nutzen zugewiesen wird. Worin dieser Nutzen aber besteht, nämlich in der Erleichterung von Transaktionen zwischen wirtschaftlichen Akteuren, das wird durch das Modell nicht weiter beleuchtet.

Der Ansatz von Clower dagegen versucht sich mit der Rolle des Geldes in Transaktionen näher zu beschäftigen. Dies tut er allerdings auf eine recht brachiale Art und Weise: es wird einfach angenommen, dass jede Transaktion durch Geld abgewickelt werden muss. Auch hierbei wird also letztendlich die Frage, warum Geld benutzt wird, nicht wirklich beantwortet, sondern einfach festgeschrieben: Geld muss benutzt werden. Damit ist eine modellendogene Erklärung der Entstehung von Geld von vorneherein ausgeschlossen. Auch eine wohlfahrtsteigernde Rolle ist nicht erkennbar, da die Clower-Restriktion einem perfekt funktionierenden, da vom walrasianischen Auktionator sofort zum Ausgleich gebrachten Marktmodell übergestülpt wird, so dass die Einführung von Geld durch eine zusätzliche Restriktion die Wohlfahrt der Individuen vielmehr einschränkt.

Zudem wurde im vorigen Kapitel in einem Exkurs noch kurz auf ein Beispiel dafür eingegangen, was geschieht, wenn man Geld in ein solches, bereits perfekt funktionierendes Naturaltauschsystem einführt und ihm dabei keinerlei Rolle zuweist. Das Tobin-Modell kommt durch diesen Mangel zu dem nur wenig überraschenden Schluss, dass die optimale Inflationsrate unendlich hoch ist, da dadurch niemand mehr Geld halten möchte, und wir wieder in der optimalen Welt des Naturaltauschs sind.

Damit lässt sich zusammenfassend sagen, dass keiner der dargestellten Ansätze ein zufriedenstellendes Modell des Geldes entwickelt hat. Sie konzentrieren sich entweder auf die Wertaufbewahrungsfunktion des Geldes, wie das OLG- und das Tobin-Modell, in welcher Geld aufgrund seiner Unproduktivität stets dem Kapital als Wertanlage unterlegen sein muss, oder nehmen, wie das Sidrauski-Modell und die ‚cash-in-advance‘-Modelle, die Lösung des Hahn-Problems einfach als Annahme vorneweg.

Wünschenswert wäre ein Modell, welches sich auf die Tauschmittelfunktion des Geldes, als seine wichtigste, da exklusive Funktion, konzentriert und zugleich ein endogenes, da durch Wohlfahrtsteigerungen bedingtes, Entstehen von Geld als Tauschmedium erklären kann. Das vorige Kapitel lässt vermuten, dass ein solches Modell nicht im Bereich walrasianischer Gleichgewichtsmodelle mit zentraler Markträumung gefunden werden kann. Aufgrund der äußerst strikten Annahmen funktioniert in diesen Modellen der zentralisierte, multilaterale Tausch bereits in einer Naturalwirtschaft optimal, so dass Geld keine Funktion mehr auszufüllen hat. Daher sollte ein funktionierendes Modell von Geld den Tauschprozess selbst, der sich dezentral zwischen Individuum und Individuum abspielt, und nicht in einem zentralen, außerzeitlichen Marktplatz, vollzieht, modellieren. Solchen Modellen soll das nächste Kapitel gewidmet sein.

IV. Modelle mit dezentralen Tauschhandlungen

IV.1. Vom zentralisierten zum dezentralen Tausch

Das walrasianische Konzept eines zentralisierten Tauschs scheint der Suche nach einem befriedigenden Modell des Geldes im Wege zu stehen. Ein zentralisierter Tausch ermöglicht nämlich genau jenen Tausch Gut gegen Gut, der Geld als Mittel zur Tauscherleichterung überflüssig macht. Daher versuchen in den letzten Jahren mehr und mehr Ökonomen diese Annahme aufzugeben und stattdessen Modelle dezentralen, das heißt bilateralen, Tauschs zu entwickeln. Das bahnbrechende Modell auf diesem Gebiet war dabei das Modell von Kiyotaki und Wright, dem der nächste Abschnitt gewidmet ist. Dieses Modell gehört dabei zur Tradition der suchtheoretischen Modelle, die von Peter Diamond begründet wurde.¹²¹ Diese Modelle führen als wesentliche Friktion, die sie von der perfekten Welt walrasianischen Tauschs unterscheidet, eine ressourcen- oder zeitaufwändige Suche nach Tauschpartnern ein und weisen Geld dann eine Rolle in der Reduzierung dieses Aufwands zu. Nach der Präsentation des suchtheoretischen Ansatzes von Kiyotaki und Wright sollen in einem anschließenden Abschnitt mögliche Erweiterungen des Modells und alternative Ansätze zur Modellierung dezentralen Tauschs vorgestellt werden.

IV.2. Das Kiyotaki-Wright-Modell des Geldes

IV.2.1. Ansatz

Von den Anfängen der Ökonomik an wurde argumentiert, dass die wesentliche Funktion des Geldes darin liegt, das Problem einer doppelten Übereinstimmung der Bedürfnisse zu überwinden. Adam Smith beschrieb dies so:

When the division of labour has been once thoroughly established, it is but a very small part of a man's wants which the produce of his own labour can supply. He supplies the far greater part of them by exchanging [...]. But when the division of labour first began to take place, this power of exchanging must frequently have been very much clogged and embarrassed in its operations. One man, we shall suppose, has more of a certain commodity than he himself has occasion for, while another has less. The former consequently would be glad to dispose of, and the latter to purchase, a part of this superfluity. But if this latter should chance to have nothing that the former stands in need of, no exchange can be made between them. [...] In order to avoid the inconveniency of such situations, every prudent man in every period of society, after the first establishment of the division of labour, must naturally have endeavoured to manage his affairs in such a manner, as to have at all times by him, besides the peculiar produce of his own industry, a certain quantity of some one commodity or other, such as he imagined few people would be likely to refuse in exchange for the produce of their industry.¹²²

¹²¹ Vgl. DIAMOND, PETER [1982]: *Aggregate Demand Management in Search Equilibrium*. in: *Journal of Political Economy*. Ausg. 90, 1982, S. 881-894 und DIAMOND, PETER [1984]: *Money in Search Equilibrium*. in: *Econometrica*. Ausg. 52, 1984, S. 1-20.

¹²² SMITH [1776]: 22 f.

Erstaunlicherweise blieb diese Erkenntnis lange Zeit bei der Formulierung geldtheoretischer Modelle völlig unbeachtet. Erst Ostroy und Diamond versuchten in den 70er und 80er Jahren Modelle auf dieser Grundlage zu entwickeln.¹²³ Der wirkliche Durchbruch auf diesem Gebiet kam aber erst mit dem ersten Modell von Kiyotaki und Wright aus dem Jahre 1989.¹²⁴ Darin beschäftigen sie sich mit dem endogenen Entstehen eines Gutes als Tauschmedium in einem such-theoretischen Umfeld, das heißt in einem Umfeld, in dem die Individuen Zeit aufwenden müssen, um Tauschpartner zu finden, und in dem dementsprechend ein Problem der doppelten Übereinstimmung der Bedürfnisse bei Naturaltausch besteht. Inzwischen hat dieser Ansatz vielfache Verwendung gefunden.¹²⁵ Bei dem im Folgenden dargestellten Modell handelt es sich um eine abgewandelte Version des ursprünglichen Kiyotaki-Wright-Modells, die sich insbesondere auf die Analyse des hier interessierenden Nominalgeldes konzentriert.¹²⁶

IV.2.2. Aufbau des Modells

Die gegebene Volkswirtschaft wird von einer großen Anzahl von unendlich lange lebenden Individuen bevölkert.¹²⁷ Die Bevölkerungsgröße wird auf eins normiert. Zudem gibt es eine große Anzahl K an Konsumgüterarten. Die Konsumgüter sind unteilbar. Zusätzlich zu den Konsumgütern gibt es ein zusätzliches Gut, Kreditgeld, das niemandem intrinsischen Nutzen stiftet und das niemand jemals konsumieren will und das aus einer bestimmten Anzahl unteilbarer Scheine besteht.

Ein exogener Parameter x ($0 < x < 1$) beschreibt, wie heterogen die Geschmäcker der Individuen sind. Wenn k die Anzahl an Konsumgüterarten beschreibt, die jeder Agent konsumieren möchte,¹²⁸ dann bezeichnet $x = k / K$ den entsprechenden Anteil an der gesamten Menge der Konsumgüterarten. Zugleich beschreibt x auch, wie groß der Anteil der Bevölkerung ist, der ein einzelnes Konsumgut konsumieren möchte.¹²⁹ Konsumiert ein Individuum eines seiner Konsumgüter, so erbringt ihm dies einen positiven Nutzen U , konsumiert es hingegen ein anderes Konsumgut oder Geld, so bringt ihm dies keinen Nutzen.

Weiterhin sei angenommen, dass zu Beginn ein Anteil M der Bevölkerung mit je einem Geldschein ausgestattet wird und ein Anteil $1 - M$ mit je einem Konsumgut. Der Teil der

¹²³ Vgl. OSTROY, JOSEPH M. [1970]: *Exchange as an Economic Activity*. Dissertation. Evanston: Northwestern University, 1970, und DIAMOND [1984].

¹²⁴ Vgl. KIYOTAKI / WRIGHT [1989].

¹²⁵ Vgl. beispielsweise AIYAGARI, S. RAO / WALLACE, NEIL [1991]: *Existence of Active Trade Steady States in the Kiyotaki-Wright Model*. in: *Review of Economic Studies*. Ausg. 58, 1991, S. 901-916.

¹²⁶ Es entstammt KIYOTAKI / WRIGHT [1993].

¹²⁷ Vgl. für die folgenden Ausführungen KIYOTAKI / WRIGHT [1993]: 64 ff.

¹²⁸ Wenn ein Individuum ein Konsumgut konsumieren möchte, so sei dieses im Folgenden als eines seiner Konsumgüter bezeichnet.

¹²⁹ Gibt es also beispielsweise 50 Konsumgüterarten und ist $x = 0,1$, so bedeutet das, dass jedes Individuum fünf der Konsumgüterarten konsumieren möchte, und umgekehrt, dass jedes Konsumgut von 10% der Bevölkerung konsumiert werden kann.

Bevölkerung, der Geld besitzt, sei als Geldhändler bezeichnet, der Teil, der Konsumgüter besitzt als Güterhändler.¹³⁰ Konsumgüter und Geld können ohne Kosten beliebig lange gelagert werden. Geld kann von niemandem produziert werden. Zur Produktion eines Konsumgutes sind hingegen zwei Inputs erforderlich: der Konsum eines Konsumgutes und eine zufällige Zeitdauer. In dem Moment also, in dem ein Individuum eines seiner Konsumgüter erhält, konsumiert es dieses sofort und beginnt mit der Produktion eines neuen Konsumgutes. Der Anteil der Bevölkerung, der sich im Produktionsprozess befindet, sei als Produzenten bezeichnet. Die Verteilung der zur Produktion notwendigen Zeitdauer ist gegeben durch einen Poisson-Prozess mit der Prozessrate α .¹³¹ Um die folgende Analyse zu vereinfachen, wird zudem unterstellt, dass die Produzenten nicht ihren eigenen Output konsumieren können.

Nachdem die Produktion abgeschlossen ist, wird der Produzent zum Güterhändler und macht sich auf die Suche nach einem Tauschpartner. Händler treffen sich dabei immer paarweise und, ebenfalls entsprechend einem Poisson-Prozess mit der Ergebnisrate β , mit einer durchschnittlichen Häufigkeit von β pro Zeitpunkt.¹³² Aufgrund der großen Anzahl der Individuen und der entsprechend kleinen Wahrscheinlichkeit, dass sich zwei Individuen wieder begegnen, seien Tauschakte auf Kreditbasis abgeschlossen.

Als letzte Annahme sei nun unterstellt, dass die Annahme eines Konsumgutes während eines Tauschaktes mit Transaktionskosten in Höhe von ε ($0 < \varepsilon < U$) verbunden ist. Die Annahme von Geld erfolgt hingegen ohne Transaktionskosten.

IV.2.3. Analyse

Vor der mathematischen Analyse lassen sich schon einige erste Schlussfolgerungen ziehen. Zunächst wird ein Individuum im Tauschakt stets ein Konsumgut annehmen, wenn es zu seinen Konsumgütern zählt.¹³³ Aufgrund der Transaktionskosten wird ein Individuum hingegen nie ein Konsumgut annehmen, welches nicht zu seinen Konsumgütern zählt. Hierdurch ist es unmöglich, dass sich eine Konsumgüterart als allgemeines, also von allen akzeptiertes, Tauschmedium herauskristallisiert.¹³⁴ Da x die Wahrscheinlichkeit bezeichnet,

¹³⁰ Durch die Unteilbarkeit der Konsumgüter und des Geldes kann der Tausch immer nur auf einer eins-zu-eins-Basis geschehen, so dass niemand jemals gleichzeitig Geld und Güter halten kann.

¹³¹ Der Poisson-Prozess ist ein Zufallsprozess, bei dem die Ergebnisse (der Output) innerhalb eines Zeitintervalls stochastisch unabhängig vom Ergebnis anderer Zeitintervalle sind. Die Prozessrate α ist, wenn $E(X)$ den Erwartungswert der Ergebnisanzahl im betrachteten Zeitintervall bezeichnet, folgendermaßen definiert: $E(X(t)) = \alpha * t$. α bezeichnet also die Ableitung der erwarteten Ergebnisanzahl nach der Zeit. Der hier betrachtete Poisson-Prozess lässt sich also so interpretieren, dass die durchschnittliche Produktivität, im Sinne von durchschnittlichem Output pro Zeiteinheit, zu jedem Zeitpunkt (im Sinne eines unendlich kleinen Zeitintervalls) α beträgt.

¹³² Wie bereits an der Definition des Poisson-Prozesses ersichtlich, wird bei dieser Analyse die Zeit infinitesimal betrachtet, indem die betrachteten Perioden so unendlich klein gewählt werden, dass sie in einer Grenzbetrachtung in einen Zeitpunkt übergehen.

¹³³ Vgl. ebd., S. 66.

¹³⁴ Diese Art von Tauschmedien werden in KIYOTAKI / WRIGHT [1989] näher beleuchtet.

dass ein Güterhändler im Tausch auf ein Individuum trifft, das sein Gut erwerben möchte, bezeichnet x^2 die anfänglich beschriebene Wahrscheinlichkeit einer doppelten Übereinstimmung der Bedürfnisse.¹³⁵

Der Nutzen, den die Individuen daraus ziehen, Produzenten, Güterhändler oder Geldhändler zu sein, sei respektive mit V_0 , V_1 und V_m bezeichnet. Der Anteil der Geldhändler an der Gesamtmenge der Händler sei mit μ bezeichnet. Ferner beschreibe Π die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter Güterhändler Geld im Austausch für sein Gut annimmt und π die optimale Reaktion eines einzelnen Individuums auf ein solches Angebot. Mit r als subjektiver Zeitpräferenzrate lässt sich dann das Gleichgewicht des Modells als dynamisches Maximierungsproblem mit folgenden Bellman-Gleichungen beschreiben:¹³⁶

$$(4.1) \quad V_0 = \frac{\alpha(V_1 - V_0)}{r}$$

$$(4.2) \quad V_1 = \frac{\beta(1 - \mu)x^2(U - \varepsilon + V_0 - V_1) + \beta\mu x \max_{\pi} \pi(V_m - V_1)}{r}$$

$$(4.3) \quad V_m = \frac{\beta(1 - \mu)\Pi x(U - \varepsilon + V_0 - V_m)}{r}$$

Gleichung (4.1) beschreibt dabei den abdiskontierten Nutzen eines Individuums, das im nächsten Zeitpunkt Produzent ist. Dieser setzt sich zusammen aus dem Nutzenszuwachs $V_1 - V_0$, der sich ergibt, wenn das Individuum die Produktion abschließt und zum Güterhändler wird, multipliziert mit der Eintrittswahrscheinlichkeit α .¹³⁷

Der abdiskontierte Nutzen eines Güterhändlers wird durch (4.2) beschrieben. Er setzt sich aus zwei Komponenten zusammen. Mit der Wahrscheinlichkeit $\beta(1 - \mu)$ trifft er einen anderen Güterhändler. Trifft dies ein, so kommt es mit einer Wahrscheinlichkeit x^2 zu einer doppelten Übereinstimmung der Bedürfnisse und damit zum Tausch. Erfolgt der Tausch, so hat der Güterhändler Transaktionskosten von ε , konsumiert, aber sofort darauf das erworbene Konsumgut, welches ihm einen Nutzen von U verschafft, und wird wieder zum Produzenten, welches ihm einen Nutzen von $(V_0 - V_1)$ verschafft.

Mit der Wahrscheinlichkeit $\beta\mu$ trifft der Güterhändler hingegen einen Geldhändler. Dieser wird mit der Wahrscheinlichkeit x das angebotene Konsumgut erwerben wollen. Der Güterhändler muss nun entscheiden, ob er Geld im Tausch gegen das Konsumgut annimmt ($\pi = 1$), oder ob er es nicht annimmt ($\pi = 0$).¹³⁸ Da er durch die Annahme vom Güter- zum

¹³⁵ Vgl. ebd.

¹³⁶ Zur Bedeutung der Bellman-Gleichung in der dynamischen Optimierung siehe den mathematischen Anhang.

¹³⁷ Vgl. hierzu und im folgenden ebd., S. 67.

¹³⁸ Es ist auch noch eine dritte Entscheidung $\pi = x$ möglich. Auf diese soll später näher eingegangen werden.

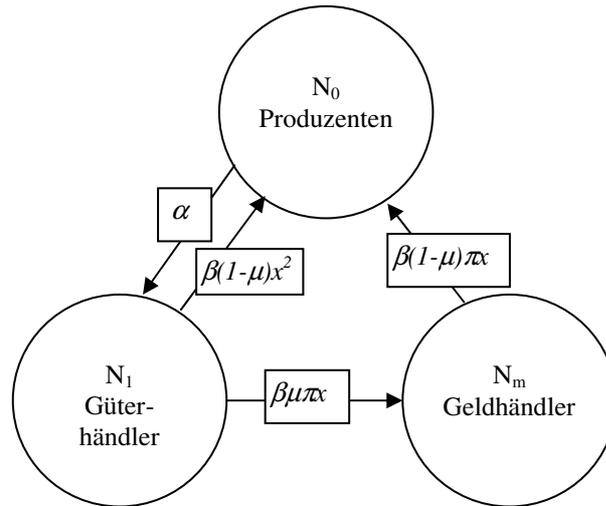
Geldhändler wird, ist die Entscheidung abhängig von der Nutzendifferenz ($V_m - V_l$), die ihm dieser Wechsel bringt.

Die letzte Gleichung (4.3) beschreibt den abdiskontierten Nutzen eines Geldhändlers. Dieser trifft mit einer Wahrscheinlichkeit von $\beta(1 - \mu)$ einen Güterhändler, der mit der Wahrscheinlichkeit x ein Konsumgut hat, welches der Geldhändler erwerben möchte, und welcher mit der Wahrscheinlichkeit π Geld im Tausch gegen das Konsumgut annimmt. Kommt es zum Tausch, hat der Geldhändler Transaktionskosten in Höhe von ε , konsumiert das Gut sofort, welches ihm Nutzen in Höhe von U verschafft, und wird danach zum Produzenten, welches ihm Nutzen in Höhe der Differenz $V_0 - V_m$ erbringt.

Gesucht wird nun nach einem symmetrischen und stationären Nash-Gleichgewicht für die Strategien π der Individuen, die bestimmen, ob sie Geld im Tausch annehmen oder nicht. Zur Bestimmung dieses Gleichgewichts muss zunächst die dynamische Struktur des Modells untersucht werden.

Bezeichnen N_0 , N_l und N_m , die Anteile der Bevölkerung in den entsprechenden Sektoren, so ist zunächst festzustellen, dass zu jedem Zeitpunkt ein Anteil α der Produzenten N_0 die Produktion abschließt und zu Güterhändlern wird. Zugleich trifft (Wahrscheinlichkeit β) ein Anteil $\beta(1-\mu)x^2$ der Güterhändler N_l auf einen anderen Güterhändler (Wahrscheinlichkeit $1-\mu$), mit dem eine doppelte Übereinstimmung der Bedürfnisse besteht (x^2), tauscht mit diesem, konsumiert das Konsumgut und wird sofort wieder zum Produzenten. Ein Anteil $\beta\mu\pi x$ der Güterhändler ist dagegen bereit, Geld im Tausch für das Konsumgut anzunehmen (π) und trifft (β) im betrachteten Zeitpunkt auch auf einen Geldhändler (μ), der das angebotene Konsumgut erwerben will (x), so dass dieser Anteil an Güterhändlern zu Geldhändlern wird. Von den Geldhändlern trifft (β) ein Anteil $\beta(1-\mu)\pi x$ auf einen Güterhändler ($1-\mu$), der Geld annimmt (π) und der eines der Konsumgüter des Geldhändlers anbietet (x), so dass ein Tausch vollzogen wird, die Geldhändler das erworbene Konsumgut konsumieren und sofort zu Produzenten werden. Graphisch lässt sich diese dynamische Struktur wie folgt veranschaulichen:

ABBILDUNG VI: DIE DYNAMISCHE STRUKTUR DES KIYOTAKI-WRIGHT-MODELLS



Quelle: KIYOTAKI/WRIGHT [1993]: 67.

Für ein stationäres Gleichgewicht des Modells müssen die Ströme aus einem Sektor den Strömen in den Sektor entsprechen. Zugleich muss sich die Wahrscheinlichkeit Π , dass ein zufällig ausgewählter Güterhändler Geld im Austausch gegen sein Gut annimmt, aus den gewählten Strategien π der Individuen ergeben, so dass $\Pi = \pi$ gilt. Für den Produktionssektor folgt dann:¹³⁹

$$(4.4) \quad \alpha N_0 = \beta(1-\mu)x^2 N_1 + \beta(1-\mu)\Pi x N_m$$

Für den Geldhändlersektor gilt:

$$(4.5) \quad \beta(1-\mu)\Pi x N_m = \beta\mu\Pi x N_1 \Rightarrow N_1 = \frac{1-\mu}{\mu} N_m$$

Da zu Beginn ein Anteil M der Bevölkerung mit Geld ausgestattet wurde und die Tauschakte aufgrund der Unteilbarkeit der Güter und des Geldes immer auf einer *quid-pro-quo*-Basis stattfinden, gilt stets $N_m = M$. Zugleich gilt $N_0 = 1 - N_1 - N_m$, so dass aus (4.4) und (4.5) folgt:

$$(4.6) \quad \begin{aligned} \alpha \left(1 - \frac{1-\mu}{\mu} M - M\right) &= \beta(1-\mu)x^2 \left(\frac{1-\mu}{\mu} M\right) + \beta(1-\mu)\Pi x M \\ \Rightarrow \left(\beta(1-\mu)x^2 \frac{1-\mu}{\mu} + \beta(1-\mu)\Pi x + \alpha \frac{1}{\mu} \right) M &= \alpha \\ \Rightarrow M &= \frac{\alpha\mu}{\alpha + \beta(1-\mu)(x^2(1-\mu) + \Pi x\mu)} \end{aligned}$$

In dieser Gleichung sind nun nur noch zwei endogene Größen, μ und Π , enthalten. Daher lässt sich μ als Funktion von Π und M beschreiben, wenn die anderen exogenen Grö-

¹³⁹ Vgl. KIYOTAKI/WRIGHT [1993]: 67.

ßen als fix angesehen werden. Für diese Funktion $\mu(\Pi, M)$ gilt $\mu(\Pi, 0) = 0$, wie sich aus (4.6) sofort erkennen lässt. Ferner ergibt sich für $\mu(\Pi, 1) = 1$, aus:

$$\begin{aligned} 1 &= \frac{\alpha\mu}{\alpha + \beta(1-\mu)(x^2(1-\mu) + \Pi x\mu)} \Rightarrow \alpha + \beta(1-\mu)(x^2(1-\mu) + \Pi x\mu) = \alpha\mu \\ (4.7) \quad &\Rightarrow (\mu-1)\alpha = (1-\mu)\beta(x^2(1-\mu) + \Pi x\mu) \\ &\Rightarrow \mu = 1 \end{aligned}$$

Die Abhängigkeit zwischen M und μ lässt sich folgendermaßen bestimmen:

$$(4.8) \quad \frac{\delta M}{\delta \mu} = \frac{\alpha(\alpha + \beta(1-\mu)(x^2(1-\mu) + \Pi x\mu)) - \alpha\mu(\beta x\Pi - 2\beta\mu x\Pi - 2\beta x^2 + 2\beta\mu x^2)}{(\alpha + \beta(1-\mu)(x^2(1-\mu) + \Pi x\mu))^2}$$

Da μ zwischen Null und Eins liegt, ist der Nenner eindeutig positiv. Daher sei im Folgenden nur der Zähler betrachtet:

$$\begin{aligned} &\alpha^2 + \alpha\beta\mu x\Pi - \alpha\beta\mu^2 x\Pi + \alpha\beta x^2 - 2\alpha\beta\mu x^2 + \alpha\beta\mu^2 x^2 \\ &- \alpha\beta\mu x\Pi + 2\alpha\beta\mu^2 x\Pi + 2\alpha\beta\mu x^2 - 2\alpha\beta\mu^2 x^2 = \\ (4.9) \quad &\alpha^2 + \alpha\beta\mu^2 x\Pi + \alpha\beta x^2 - \alpha\beta\mu^2 x^2 = \\ &\alpha^2 + \alpha\beta x(\mu^2\Pi - \mu^2 x + x) = \\ &\alpha^2 + \alpha\beta x(\mu^2\Pi - \mu^2 x + \mu^2 x + (1-\mu^2)x) = \\ &\alpha^2 + \alpha\beta x(\mu^2\Pi + (1-\mu^2)x) > 0 \end{aligned}$$

Da also auch der Zähler eindeutig größer als Null ist, gilt $\delta M / \delta \mu > 0$, und daher auch im Umkehrschluss $\delta \mu / \delta M > 0$. Damit ergibt sich eine Funktion $\mu(\Pi, M)$, die jedem Wert Π aus $[0;1]$ und M aus $[0;1]$ ebenfalls einen eindeutigen Wert μ aus $[0;1]$ zuweist und die in M monoton ansteigend von 0 bis 1 ist.¹⁴⁰ Somit sind alle endogenen Variablen des Modells außer der Geldakzeptanz Π eindeutig durch exogene Parameter bestimmt. Gelingt es nun noch zu zeigen, dass für Π Nash-Gleichgewichte existieren, so ist ein allgemeines Gleichgewicht des Modells bestimmt.

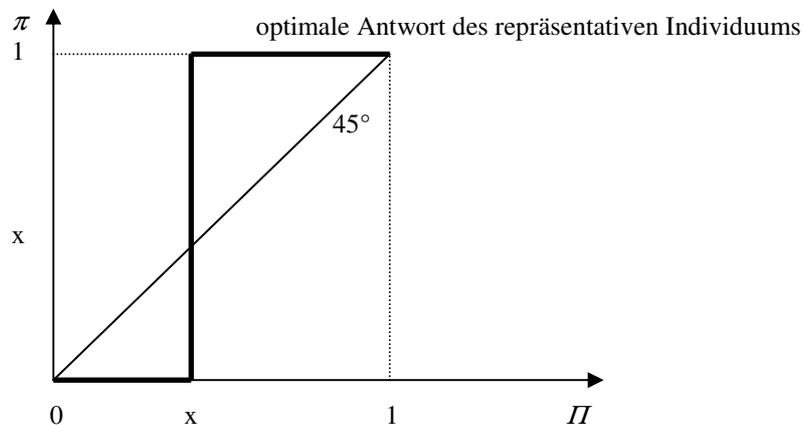
Hierzu seien die ursprünglichen Bellman-Gleichungen (4.1) – (4.3) noch einmal betrachtet. Vergleicht man (4.2) und (4.3), so wird klar, dass der Nutzen eines Geldhändlers V_m , genau dann größer ist als der Nutzen eines Güterhändler V_l , wenn Π größer als x ist, wenn also die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig angetroffener Güterhändler, der ein erwünschtes Konsumgut anbietet, Geld im Austausch gegen sein Gut annimmt, größer ist, als die Wahrscheinlichkeit, dass er ein angebotenes Konsumgut erwerben möchte. Kurz gesagt, lohnt es sich dann, Geldhändler zu sein, wenn Geld allgemein akzeptiert ist (Π groß) und Naturaltausch eher schwierig ist (x^2 klein), und es lohnt sich dann nicht, wenn Geld wenig akzeptiert ist (Π klein) und Naturaltausch relativ einfach ist (x^2 groß).

¹⁴⁰ Vgl. ebd.

Daher ist die optimale Antwortstrategie eines repräsentativen Individuums, immer Geld anzunehmen ($\pi = 1$), wenn es sich lohnt ein Geldhändler zu sein ($\Pi > x$), und nie Geld anzunehmen ($\pi = 0$), wenn es sich nicht lohnt ein Geldhändler zu sein ($\Pi < x$). Für $\Pi = x$ sind sie indifferent.

Da diese Betrachtung für ein repräsentatives Individuum gemacht wurde, verhalten sich (im symmetrischen Gleichgewicht) alle Individuen so. Da sich aber Π , also die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig angetroffener Händler Geld akzeptiert, aus den optimalen Antwortstrategien aller Individuen bestimmt, ergibt sich folgendes (Nash)-Gleichgewicht:¹⁴¹

ABBILDUNG VII: OPTIMALE ANTWORTSTRATEGIEN UND VERHALTENSGLEICHGEWICHTE IM KIYOTAKI-WRIGHT-MODELL



Quelle: KIYOTAKI / WRIGHT [1993]: 68.

Das Gleichgewicht $\Pi = 0$ sei als nichtmonetäres Gleichgewicht bezeichnet. In diesem Gleichgewicht wissen alle, dass niemand Geld im Tausch gegen Güter annehmen wird, und daher ist es auch für sie selbst optimal, niemals Geld im Tausch anzunehmen. Der Fall $\Pi = 1$ sei als monetäres Gleichgewicht bezeichnet. In diesem Fall wissen alle, dass jeder andere Geld im Tausch gegen Güter annehmen wird, und daher nimmt auch jeder Geld an, in dem Wissen, dass er es wieder eintauschen kann. Zu beachten ist, dass es auch im monetären Gleichgewicht noch zu Naturaltausch kommen kann, wenn zwei Güterhändler aufeinandertreffen und eine doppelte Übereinstimmung der Bedürfnisse gegeben ist. Ein letztes Gleichgewicht ergibt sich für den Grenzfall $\Pi = x$. Dies sei als gemischt-monetäres Gleichgewicht bezeichnet. Dies kann dann der Fall sein, wenn alle Individuen Geld mit der Wahrscheinlichkeit x annehmen. Es kann sich aber auch um den asymmetrischen Fall handeln, dass ein Anteil x der Bevölkerung stets Geld annimmt und der Rest nie Geld an-

¹⁴¹ Vgl. zu den Gleichgewichten ebd., S. 68.

nimmt.¹⁴² Da sich die Betrachtung hier aber auf symmetrische Gleichgewichte beschränken soll, sei dieser Fall nicht weiter betrachtet.

IV.2.4. Wohlfahrtswirkungen des Geldes

Nachdem die drei Gleichgewichte bestimmt worden sind, ist natürlich von Interesse, in welchem der Nutzen der Individuen maximal wird. Um die Analyse zu vereinfachen, sei ohne Beschränkung der Allgemeinheit angenommen, dass die Produktion keinerlei Zeit erfordert ($\alpha \rightarrow \infty$), so dass sich die Betrachtung auf den entscheidenden Handelssektor konzentrieren kann.¹⁴³ Aufgrund dieser Annahme gilt $N_I + N_m = I$. Da, wie zuvor bereits festgestellt, $N_m = M$ gilt, folgt $N_I = I - M$ und $\mu = N_m / (N_m + N_I) = M / (M + I - M) = M$. Zudem wird jedes Individuum, das ein Konsumgut ertauscht und konsumiert, aufgrund der unendlich schnellen Produktion sofort wieder zum Güterhändler, wodurch in den Bellman-Gleichungen V_0 , also der Nutzen davon Produzenten zu sein, durch V_I , also den Nutzen davon Güterhändler zu sein, ersetzt werden kann. Dies lässt sich auch mathematisch anhand von (4.1) zeigen:

$$(4.10) \quad V_0 = \frac{\alpha(V_I - V_0)}{r} \Rightarrow V_0 + \frac{\alpha}{r} V_0 = \frac{\alpha}{r} V_I \Rightarrow V_0 = \frac{\alpha/r}{1 + \alpha/r} V_I$$

$$\lim_{\alpha \rightarrow \infty} V_0 = V_I$$

Zur Bestimmung des Nutzens der Güter- und Geldhändler müssen die Bellman-Gleichungen (4.2) und (4.3) gelöst werden. Mit $V_0 = V_I$ und $\mu = M$ ergibt sich ihre Differenz zu:

$$(4.11) \quad r(V_I - V_m) = \beta(1-M)x^2(U - \varepsilon) + \beta Mx\Pi(V_m - V_I) - \beta(1-M)\Pi x(U - \varepsilon + V_I - V_m)$$

$$\Rightarrow (r + \beta Mx\Pi + \beta(1-M)x\Pi)(V_I - V_m) = \beta(1-M)x(x - \Pi)(U - \varepsilon)$$

$$\Rightarrow V_I - V_m = \frac{\beta(1-M)x}{r + \beta x\Pi}(x - \Pi)(U - \varepsilon)$$

Einsetzen in (4.2) und (4.3) führt zu:

$$(4.12) \quad rV_I = \beta(1-M)x^2(U - \varepsilon) - \beta Mx\Pi \left(\frac{\beta(1-M)x}{r + \beta x\Pi}(x - \Pi)(U - \varepsilon) \right)$$

$$\Rightarrow rV_I = \beta(1-M)x \left(x + \frac{\beta Mx\Pi^2}{r + \beta x\Pi} - \frac{\beta Mx^2\Pi}{r + \beta x\Pi} \right) (U - \varepsilon)$$

$$\Rightarrow rV_I = \frac{\beta(1-M)x}{r + \beta x\Pi} (rx + \beta x^2\Pi + \beta Mx\Pi^2 - \beta Mx^2\Pi) (U - \varepsilon)$$

$$\Rightarrow rV_I = \frac{\beta(1-M)x}{r + \beta x\Pi} (rx + \beta x\Pi(x + M\Pi - Mx)) (U - \varepsilon)$$

¹⁴² Vgl. ebd.

¹⁴³ Vgl. ebd.

und:

$$\begin{aligned}
 rV_m &= \beta(1-M)\Pi x \left((U - \varepsilon) + \frac{\beta(1-M)x}{r + \beta x \Pi} (x - \Pi)(U - \varepsilon) \right) \\
 \Rightarrow rV_m &= \beta(1-M)x \left(\Pi + \frac{\beta(1-M)x^2 \Pi}{r + \beta x \Pi} - \frac{\beta(1-M)x \Pi^2}{r + \beta x \Pi} \right) (U - \varepsilon) \\
 (4.13) \quad \Rightarrow rV_m &= \frac{\beta(1-M)x}{r + \beta x \Pi} (r\Pi + \beta x \Pi^2 + \beta(1-M)x^2 \Pi - \beta(1-M)x \Pi^2) (U - \varepsilon) \\
 \Rightarrow rV_m &= \frac{\beta(1-M)x}{r + \beta x \Pi} [r\Pi + \beta x \Pi (\Pi + x - Mx - \Pi + M\Pi)] (U - \varepsilon) \\
 \Rightarrow rV_m &= \frac{\beta(1-M)x}{r + \beta x \Pi} [r\Pi + \beta x \Pi ((1-M)x + M\Pi)] (U - \varepsilon)
 \end{aligned}$$

Erkennbar ist, dass die Wohlfahrt der Individuen jeweils ein Vielfaches von $(U - \varepsilon)$ ist. Dies ist auch intuitiv klar, da der Nutzen U aus Konsum die einzige Nutzenquelle der Individuen ist. Da jedes Mal, wenn ein Konsumgut erworben wird, Transaktionskosten in Höhe von ε anfallen, müssen diese vom Konsumnutzen abgezogen werden. Die Terme vor dieser Differenz lassen sich dann als Konsum-Geschwindigkeiten interpretieren. Je größer diese Terme, umso weniger Zeit benötigen die Individuen, um das von ihnen produzierte Konsumgut gegen eines ihrer Konsumgüter einzutauschen (ganz gleich, ob auf dem direkten Weg oder über den Umweg des Gelderwerbs).

Nun lässt sich durch Einsetzen der unterschiedlichen Π -Werte die Wohlfahrt der Individuen in den verschiedenen Gleichgewichten bestimmen. Die Gleichgewichte seien durch die Indizes m (monetär), g (gemischt-monetär) und n (nicht-monetär) gekennzeichnet. Für die Wohlfahrt der Güterhändler ergibt sich:

$$(4.14) \quad rV_1^n = \frac{\beta(1-M)x}{r} (rx)(U - \varepsilon) = \beta(1-M)x^2 (U - \varepsilon)$$

$$(4.15) \quad rV_1^g = \frac{\beta(1-M)x}{r + \beta x^2} (rx + \beta x^3)(U - \varepsilon) = \beta(1-M)x^2 (U - \varepsilon)$$

$$\begin{aligned}
 rV_1^m &= \frac{\beta(1-M)x}{r + \beta x} (rx + \beta x(x + M - Mx))(U - \varepsilon) \\
 (4.16) \quad \Rightarrow rV_1^m &= \frac{\beta(1-M)x^2}{r + \beta x} (r + \beta x + \beta M - \beta Mx)(U - \varepsilon) \\
 \Rightarrow rV_1^m &= \left(\beta(1-M)x^2 + \frac{\beta M(1-x)}{r + \beta x} \right) (U - \varepsilon)
 \end{aligned}$$

Güterhändler haben also im nicht-monetären und gemischt-monetären Gleichgewicht die gleiche und im monetären Gleichgewicht eine eindeutig höhere Wohlfahrt. Die Einführung von Geld ist also für sie klar wohlfahrterhöhend. Für die Geldhändler gilt:

$$(4.17) \quad rV_m^n = 0$$

$$(4.18) \quad rV_m^g = \frac{\beta(1-M)x}{r+\beta x^2} [rx + \beta x^3] (U - \varepsilon) = \beta(1-M)x^2 (U - \varepsilon)$$

$$(4.19) \quad \begin{aligned} rV_m^m &= \frac{\beta(1-M)x}{r+\beta x} [r + \beta x(x - Mx + M)] (U - \varepsilon) \\ \Rightarrow rV_m^m &= \frac{\beta(1-M)x}{r+\beta x} [r + \beta x + \beta x(1-M-x+Mx)] (U - \varepsilon) \\ \Rightarrow rV_m^m &= \frac{\beta(1-M)x}{r+\beta x} [r + \beta x + \beta x(1-M)(1-x)] (U - \varepsilon) \\ \Rightarrow rV_m^m &= \left[\beta(1-M)x + \frac{\beta x(1-M)(1-x)}{r+\beta x} \right] (U - \varepsilon) \end{aligned}$$

Da $0 < x < 1$, gilt $x > x^2$. Da auch der zweite Summand von V_m^m eindeutig positiv ist, gilt für die Geldhändler, dass ihre Wohlfahrt im monetären Gleichgewicht höher ist als im gemischt-monetären, und dort wiederum höher ist als im nicht-monetären. Im nicht-monetären Gleichgewicht beträgt ihre Wohlfahrt sogar Null, da ihnen niemand jemals ihr Geld abnehmen wird, und sie so niemals konsumieren können.

Insgesamt ist damit gezeigt, dass die Einführung von Geld im Kiyotaki-Wright-Modell eindeutig wohlfahrtserhöhend ist. Die Entstehung von Geld kann damit modell-endogen erklärt werden.

IV.2.5. Die optimale Geldmenge

Als Nächstes soll untersucht werden, ob sich für das monetäre Gleichgewicht ($\Pi = 1$) Empfehlungen für die wohlfahrtsoptimale Geldmenge ableiten lassen. Hierzu wird die Wohlfahrt der gesamten Volkswirtschaft als Summe der Einzelnutzen betrachtet:¹⁴⁴

$$(4.20) \quad W = N_0 V_0 + N_1 V_1 + N_m V_m$$

Es gilt zunächst die Werte von N_0 , N_1 und N_m im Gleichgewicht zu bestimmen. Hierzu wird zur Vereinfachung der weiteren Betrachtung die durchschnittliche Konsumfunktion der Händler definiert:¹⁴⁵

$$(4.21) \quad \varphi = \beta(1-\mu)(\mu x \Pi + (1-\mu)x^2)$$

¹⁴⁴ Vgl. ebd., S. 69.

¹⁴⁵ Vgl. ebd., S. 67.

Diese Funktion beschreibt den durchschnittlichen Konsum eines Händlers pro Zeitpunkt. Dieser ergibt sich als Produkt der Wahrscheinlichkeit, dass der Händler einen anderen Händler trifft, der Wahrscheinlichkeit, dass dieser andere Händler ein Güterhändler ist sowie der Summe der Wahrscheinlichkeiten, dass der betrachtete Händler ein Geldhändler ist, sein Gegenüber sein Konsumgut anbietet und Geld im Tausch akzeptiert und dass der betrachtete Händler anderenfalls ein Güterhändler ist und es zu einer doppelten Übereinstimmung der Bedürfnisse kommt.

Mit dieser Funktion vereinfacht sich Gleichung (4.6) zu:

$$(4.22) \quad N_m = M = \frac{\alpha\mu}{\alpha + \varphi}$$

Für die anderen Sektoren ergibt sich im Gleichgewicht:

$$(4.23) \quad \begin{aligned} \mu &= \frac{M}{M + N_1} \Rightarrow M\mu + N_1\mu = M \\ \Rightarrow N_1 &= \frac{M}{\mu} - M = \frac{(1-\mu)\alpha}{\alpha + \varphi} \end{aligned}$$

$$(4.24) \quad N_0 = 1 - N_1 - M = \frac{(\alpha + \varphi) - (1-\mu)\alpha - \mu\alpha}{\alpha + \varphi} = \frac{\varphi}{\alpha + \varphi}$$

Für die Wohlfahrt folgt zunächst aus den ursprünglichen Bellman-Gleichungen:

$$(4.25) \quad \begin{aligned} rW &= N_0 rV_0 + N_1 rV_1 + N_m rV_m = N_0 (\alpha V_1 - \alpha V_0) + \\ &+ N_1 [\beta(1-\mu)x^2(U - \varepsilon + V_0 - V_1) + \beta\mu x(V_m - V_1)] + \\ &+ M [\beta(1-\mu)x(U - \varepsilon + V_0 - V_m)] \end{aligned}$$

Umsortieren erbringt:

$$(4.26) \quad \begin{aligned} rW &= V_0 [-\alpha N_0 + \beta(1-\mu)x^2 N_1 + \beta(1-\mu)xM] + \\ &+ V_1 [\alpha N_0 - \beta(1-\mu)x^2 N_1 - \beta\mu x N_1] + \\ &+ V_m [\beta\mu x N_1 - \beta(1-\mu)xM] + \\ &+ (U - \varepsilon) [\beta(1-\mu)x^2 N_1 + \beta(1-\mu)xM] \end{aligned}$$

Durch einsetzen von (4.22) – (4.24) folgt:

$$\begin{aligned}
(4.27) \quad rW = & V_0 \left[\frac{-\alpha\varphi + \alpha\beta(1-\mu)^2 x^2 + \alpha\beta(1-\mu)\mu x}{\alpha + \varphi} \right] + \\
& + V_1 \left[\frac{\alpha\varphi - \alpha\beta(1-\mu)^2 x^2 - \alpha\beta(1-\mu)\mu x}{\alpha + \varphi} \right] + \\
& + V_m \left[\frac{\alpha\beta(1-\mu)\mu x - \alpha\beta(1-\mu)\mu x}{\alpha + \varphi} \right] + \\
& + (U - \varepsilon) \left[\frac{\alpha\beta(1-\mu)^2 x^2 + \alpha\beta(1-\mu)\mu x}{\alpha + \varphi} \right]
\end{aligned}$$

Weiteres vereinfachen erbringt:

$$\begin{aligned}
(4.28) \quad rW = & V_0 \left[\frac{-\alpha\varphi + \alpha\varphi}{\alpha + \varphi} \right] + V_1 \left[\frac{\alpha\varphi - \alpha\varphi}{\alpha + \varphi} \right] + (U - \varepsilon) \left[\frac{\alpha\varphi}{\alpha + \varphi} \right] \\
\Rightarrow W = & \frac{\alpha\varphi}{\alpha + \varphi} \frac{(U - \varepsilon)}{r}
\end{aligned}$$

Die Wohlfahrt im monetären Gleichgewicht ist also abhängig von der durchschnittlichen Produktionsrate α pro Zeitpunkt, vom durchschnittlichen Konsum pro Zeitpunkt φ , vom ‚Nettonutzen‘ des Konsums $(U - \varepsilon)$ und von der Zeitpräferenzrate r , die die subjektiven Kosten des Wartens zum Ausdruck bringt.

Die einzig verbleibende modellendogene Größe ist φ . W ist von ihr wie folgt abhängig:

$$(4.29) \quad \frac{\delta W}{\delta \varphi} = \frac{(U - \varepsilon)}{r} \frac{\alpha(\alpha + \varphi) - \alpha\varphi}{(\alpha + \varphi)^2} = \frac{(U - \varepsilon)}{r} \frac{\alpha^2}{(\alpha + \varphi)^2} > 0$$

Da also die Wohlfahrt mit steigendem durchschnittlichen Konsum steigt, muss die optimale Geldmenge so gewählt werden, dass φ maximal wird. Da M in φ nicht direkt enthalten ist, wird stattdessen φ in Bezug auf den Anteil der Händler, die Geld handeln, μ , maximiert:

$$\begin{aligned}
(4.30) \quad \frac{\delta \varphi}{\delta \mu} = & -\beta(\mu x + (1-\mu)x^2) + \beta(1-\mu)(x - x^2) \stackrel{!}{=} 0 \\
\Rightarrow & -\beta\mu x - \beta x^2 + \beta\mu x^2 + \beta x - \beta x^2 - \beta\mu x + \beta\mu x^2 = 0 \\
\Rightarrow & -2\mu - 2x + 2\mu x + 1 = 0 \Rightarrow \mu(2x - 2) = 2x - 1 \\
\Rightarrow & \mu = \frac{2x - 1}{2x - 2} = \frac{1 - 2x}{2 - 2x}
\end{aligned}$$

Hieraus folgt, dass für $x > 0,5$ der optimale Anteil der Geldhändler an den Händlern Null beträgt. Dies ist genau dann der Fall, wenn die Geldmenge auch Null beträgt. Intuitiv lässt sich dies so erklären, daß, wenn aufgrund einer geringen Heterogenität der Konsumwün-

sche Naturaltausch relativ einfach ist, es für die Individuen besser ist, wenn kein Geld existiert, und sie stattdessen zu Beginn alle mit einem Konsumgut ausgestattet werden.¹⁴⁶

Sinkt x jedoch unter 0,5, so lohnt sich die Einführung von Geld. Mit sinkendem x steigt μ und mit ihm auch die optimale Geldmenge. Für $x \rightarrow 0$ geht die optimale Geldmenge gegen 0,5. Mit steigender Heterogenität lohnt sich also, mehr Individuen mit Geld auszustatten.

IV.2.6. Fazit

Das Kiyotaki-Wright-Modell schafft es durch die Annahme einer zeitaufwändigen Suche nach Tauschpartnern die Entstehung von Geld endogen zu erklären, da es wohlfahrtsteigernd wirkt. Jedes Individuum im Modell stellt sich besser, wenn es intrinsisch wertlose Geldscheine im Austausch gegen Konsumgüter annimmt, da dies den Tauschprozess beschleunigt. Geld hat dabei eine Art von dezentraler Aufzeichnungsfunktion. Der Besitz von Geld signalisiert, dass der Besitzer in der Vergangenheit ein Konsumgut aufgegeben hat, und daher ‚berechtigt‘ ist, selbst ein Konsumgut zu erhalten. Entscheidend ist dabei, dass diese ‚Aufzeichnung‘ der vorherigen Tauschhandlungen nicht, wie im walrasianischen Ansatz, zentral an einem Marktplatz geschieht, sondern dezentral über den vorhandenen Geldbesitz.¹⁴⁷ Das Vertrauen in den Wert des Geldes, welches bei deckungslosem und intrinsisch nutzlosem Kreditgeld so entscheidend ist, stellt sich im Modell als Nash-Gleichgewicht der individuellen Geldakzeptanzstrategien ein. Sobald Geld einmal ein akzeptiertes Tauschmedium ist, ist es für jeden einzelnen optimal, selbst auch Geld anzunehmen, da er weiß, dass er es wiederum gegen ein Konsumgut eintauschen kann.

Beachtenswert ist auch die Verknüpfung zwischen Geld und Arbeitsteilung. Die Arbeitsteilung geht über den Parameter x in das Modell ein. Je niedriger x ist, umso spezialisierter ist die Produktion und umso geringer sind dementsprechend die Abnehmergruppen für die einzelnen Produkte. Solange x noch größer ist als 0,5, lohnt sich die Einführung von Geld nicht, mit sinkendem x wird die Rolle von Geld jedoch immer bedeutender. Dieses Ergebnis lässt sich sehr gut auf die Entwicklung von Geld als Tauschmedium in der menschlichen Geschichte übertragen. Solange die Produktion noch wenig spezialisiert erfolgte, war Geld als Tauschmedium nicht erforderlich, da die Wahrscheinlichkeit einer doppelten Übereinstimmung der Bedürfnisse sehr groß war. Als sich aber im Lauf der Jahrhunderte die Produktion mehr und mehr spezialisierte, vergrößerte sich die Rolle von Geld zunehmend bis zum heutigen Punkt, wo x nahe null ist und fast alle Transaktionen über Geld abgewickelt werden.

¹⁴⁶ Vgl. ebd., S. 69.

¹⁴⁷ Weiterführendes zur Problematik der Aufzeichnung von Tauschhistorien findet sich bei OSTROY / STARR [1990]: 8 ff.

Das Modell von Kiyotaki und Wright scheint daher besser als alle bisher betrachteten Ansätze in der Lage zu sein, das Entstehen und die Funktion von Geld zu erklären. Es tun sich jedoch auch zahlreiche Probleme auf. Das erste ist selbstverständlich das Problem, dass über die Annahme der Unteilbarkeit der Güter und des Geldes eine Betrachtung der Preisbildung völlig ausgeschlossen bleibt. Der Tausch erfolgt immer nur auf einer Basis von ‚ein Geldschein gegen ein Konsumgut‘. Daher lässt das Modell viele der bedeutendsten Fragen der Geldtheorie, insbesondere bezogen auf die Inflationsrate, unbeantwortet. Im folgenden Abschnitt sollen einige Versuche aufgezeigt werden, dieses Problem zu beheben.

Das andere wesentliche Problem des Modells ist, ob es überhaupt noch integrierbar ist in traditionelle ökonomische Modelle, die sich letztendlich auf allgemeine Gleichgewichtsmodelle walrasianischen Typs stützen. So ist beispielsweise zu fragen, ob bei einer dezentralen Modellierung von Tauschhandlungen andere Implikationen zentralisierter Tauschmodelle, wie beispielsweise das ‚Gesetz des einheitlichen Preises‘, überhaupt noch Gültigkeit besitzen können. Dies kann aber auch als Vorteil gesehen werden, da dezentrale Tauschmodelle überhaupt erst ermöglichen, die Gültigkeit solcher Gesetze in einem realistischeren Umfeld, also ohne walrasianischen Auktionator, zu untersuchen. Damit könnte sich aus einem ursprünglich geldtheoretischen Modell ein umfassenderes tauschtheoretisches Modell entwickeln lassen und der Versuch unternommen werden, die bisherige ‚black box‘ Tausch explizit modellieren.

Zusammenfassend ist zu sagen, dass der Erklärungsansatz von Kiyotaki und Wright die im vorigen Kapitel formulierten Forderungen an ein befriedigendes Modell des Geldes weitestgehend erfüllt: Die Einführung von Geld wirkt wohlfahrtsteigernd und lässt sich daher endogen erklären und die Tauschmittelfunktion des Geldes steht im Mittelpunkt. Dabei ist klar, dass das Kiyotaki-Wright-Modell nur ein Ausgangspunkt für ein umfassendes, mikroökonomisches Modell des Geldes und des Tauschs sein kann. Mögliche Erweiterungen sollen im nächsten Abschnitt untersucht werden.

IV.3. Erweiterungen des Kiyotaki-Wright-Modells und alternative Ansätze

Die erste und wichtigste Weiterentwicklung des Kiyotaki-Wright-Modell stellen Modelle mit teilbarem Geld dar, die somit Preisbetrachtungen zulassen. In den letzten Jahren hat sich hierzu eine umfangreiche Literatur entwickelt.¹⁴⁸ Der entscheidende Punkt hierbei ist,

¹⁴⁸ Vgl. beispielsweise TREJOS, ALBERTO / WRIGHT, RANDALL [1995]: *Search, Bargaining, Money, and Prices*. in: *Journal of Political Economy*. Aug. 103, 1995, S. 118-141, GREEN, EDWARD / ZHOU, RUILIN [1998]: *A Rudimentary Random-Matching Model with Divisible Money and Prices*. in: *Journal of Economic Theory*. Aug. 81, 1998, S. 252-271, SHI, SHOUYONG [1997]: *A Divisible Search Model of Fiat Money*. in: *Econometrica*. Aug. 65, 1997, S. 75-102, und BERENTSEN, ALEKSANDER / MOLICO, MIGUEL / WRIGHT, RANDALL [2002]: *Indivisibilities, Lotteries and Monetary Exchange*. in: *Journal of Economic Theory*. Aug. 107, 2002, S. 70-94.

wie die Preisbildung modelliert wird. Die meisten Ansätze modellieren ein Verhandlungsspiel zwischen Käufer und Verkäufer.¹⁴⁹ Trejos und Wright schlagen beispielsweise vor, dass beim Aufeinandertreffen von potentielllem Käufer und potentielllem Verkäufer einer der beiden, der zufällig ausgewählt wird, ein Angebot abgibt und der andere dieses entweder annehmen oder ablehnen kann.¹⁵⁰ Kommt es zur Ablehnung, so müssen beide eine Zeitspanne Δ warten, bevor eine neue Verhandlungsrunde beginnen kann. Da diese Zeitspanne für beide mit Opportunitätskosten in Form von Konsumentgang verbunden ist, kommt dem Bietenden eine gewisse Macht im Verhandlungsprozess zu. Hierdurch bilden sich bei Trejos und Wright zwei Gleichgewichtspreise, je nachdem wer zuerst bieten darf. Diese stellen, ähnlich wie die Akzeptanz von Geld im ursprünglichen Kiyotaki-Wright-Modell, Nash-Gleichgewichte dar, die dementsprechend universell akzeptiert sind. Je kleiner die Zeitspanne Δ wird und umso kleiner damit die Verhandlungsmacht des Erstbietenden wird, umso mehr nähern sich die beiden Gleichgewichtspreise an.¹⁵¹ Green und Zhou kommen in einem sehr ähnlichen Modell zu dem Schluss, dass Geld neutral ist, können aber keine Aussagen zu Preisniveau und Geldumlaufgeschwindigkeit treffen.¹⁵²

Eine von Kiyotaki und Wright selbst vorgenommene Weiterentwicklung ihres Modells ist die Annahme, dass die Arbeitsteilung x die Produktivität erhöht, in dem Sinne, dass die Produzenten ihre Spezialisierung x selbst wählen und eine größere Spezialisierung zu einer größeren Produktionsrate α führt (dass also gilt: $\alpha'(x) < 0$).¹⁵³ Hiermit können sie zeigen, wie Geld noch zusätzlich wohlfahrtsteigernd wirkt, indem es den Produzenten ermöglicht, ihre Produktivität durch größere Spezialisierung zu steigern. Hiermit können sie den schon sehr alten Gedanken einer Verbindung zwischen Einführung von Geld und steigender Arbeitsteilung theoretisch untermauern.

Ein in den letzten Jahren aufgekommener alternativer Ansatz für dezentrale Tauschmodelle stellt auf Informationsasymmetrien im Tausch ab. Dieser Ansatz sieht das zentrale Problem, welches Geld zu beseitigen hilft, nicht in einer zeitaufwändigen Suche nach Tauschpartnern, sondern in der Einschätzung der Qualität der angebotenen Ware.¹⁵⁴ Da Individuen die Qualität von Gütern, die sie nicht selbst hergestellt haben oder die sie konsumieren möchten, nur selten einschätzen können, scheuen sie davor zurück, ein solches Gut als Tauschmedium zu akzeptieren. Kreditgeld dagegen ist von gleichbleibender Qualität¹⁵⁵ und kann sich daher als allgemein akzeptiertes Tauschmedium durchsetzen. Es hilft

¹⁴⁹ Vgl. beispielsweise TREJOS / WRIGHT [1995] und GREEN / ZHOU [1998].

¹⁵⁰ Vgl. TREJOS / WRIGHT [1995]: 123.

¹⁵¹ Vgl. ebd., S. 124.

¹⁵² Vgl. GREEN / ZHOU [1998]: 254.

¹⁵³ Vgl. KIYOTAKI / WRIGHT [1993]: 71 ff.

¹⁵⁴ Vgl. beispielsweise HAEGLER, URS [1997]: *Fiat Money and Quality Uncertainty*. in: *Economica*. Ausg. 64, S. 547-565.

¹⁵⁵ Sieht man einmal von Falschgeld ab.

also quasi ein ‚lemon‘-Problem, das heißt, das Ausbleiben potenziell wohlfahrtsteigender Tauschhandlungen aufgrund von Informationsasymmetrien, zu beseitigen.

V. Schlussbetrachtung und Ausblick

Zu Beginn dieser Arbeit stand das ‚Hahn-Problem‘, also die Frage, warum Geld benutzt wird, obwohl niemand intrinsischen Nutzen aus ihm zieht. Bei dem Versuch, diese Frage zu beantworten, wurden zunächst die drei grundlegenden Herangehensweisen, die sich in der Ökonomik herausgebildet haben, untersucht.

Paul Samuelsons Modell überlappender Generationen sieht Geld als Mittel zur Lösung eines intergenerativen Allokationsproblems. Miguel Sidrauski nimmt hingegen an, dass Geldhaltung den Individuen Nutzen stiftet, da sie gewisse Dienste aus der Geldhaltung ziehen. Robert Clower letztendlich legt einfach fest, dass alle Konsumgüterkäufe mit Geld zu erfolgen haben.

Alle drei Antwortstrategien bleiben unbefriedigend, da sie sich entweder auf die Wertaufbewahrungsfunktion des Geldes konzentrieren, in welcher Geld immer dem produktiveren Kapital unterlegen sein muss, oder die Lösung des Hahn-Problems schlichtweg als Prämisse annehmen, so dass eine modellendogene Erklärung des Nutzens von Geld unmöglich wird. Allen drei Modellen ist gemeinsam, dass sie versuchen, das Hahn-Problem im Kontext von walrasianischen allgemeinen Gleichgewichtsmodellen zu lösen. Dieser Ansatz scheint jedoch grundsätzlich zum Scheitern verurteilt, da sämtliche realweltlichen Transaktionsprobleme, welche überhaupt erst eine Rolle für Geld schaffen, in diesen Modellen *per definitionem* ausgeschlossen werden. Insbesondere erfolgt der Gütertausch zentralisiert und außerhalb der Zeit und hierdurch friktionslos. In dieser schon perfekten Welt kann die Einführung von Geld keinen Vorteil mehr haben.

Daher beschäftigt sich ein neuer Zweig der Ökonomik damit, dezentrale Tauschmodelle zu entwickeln, die realweltlichen Problemen, insbesondere der zeitaufwändigen Suche nach Tauschpartnern und der damit verbundenen Erfordernis einer doppelten Übereinstimmung der Bedürfnisse beim Naturaltausch, sehr viel näher kommen. Als wegweisend hat sich hierbei das suchtheoretische Modell von Kiyotaki und Wright erwiesen.

In ihrer Modellwelt erfolgt die Produktion arbeitsteilig und die Konsumgüterwünsche der Individuen sind heterogen. Daher muss jedes Individuum nach Tauschpartnern suchen. Diese Suche erfordert Zeit und hält daher die Individuen von der Produktion neuer Konsumgüter ab. Ist die Heterogenität der Produktion und der Konsumpräferenzen groß genug, so begrüßen alle Individuen die Einführung von Kreditgeld und sind bereit, ihre Produktion im Tausch gegen für sie eigentlich wertlose Papierscheine einzutauschen. Dies tun sie, da sie bei universeller Akzeptanz des Geldes Suchzeit einsparen. Da sich aber jedes Individuum so verhält, ergibt sich diese universelle Akzeptanz als pareto-superiores Nash-Gleichgewicht aus der Summe der Individualverhalten. Dem Kiyotaki-Wright-Modell gelingt es damit, durch eine realistischere Modellierung der Tauschaktionen als diese in wal-

rasianischen Modellen erfolgt, die Entstehung von Geld modellendogen zu erklären und das Hahn-Problem somit zu lösen.

Die von Kiyotaki und Wright begründete Modelltradition steckt allerdings noch in den Kinderschuhen. Insbesondere ist noch unklar, wie sich Preisbildungsmechanismen und Inflation, deren Analyse ja oft den eigentlichen Daseinsgrund der Geldtheorie darstellen, in diese Modelle integrieren lassen. Weiterhin ist derzeit noch unklar, inwiefern die sonstigen, aus walrasianischen Gleichgewichtsmodellen abgeleiteten Gesetzmäßigkeiten in einer solchen Modellwelt überhaupt noch Bestand haben.

Aber dennoch könnte es durch diesen Ansatz möglich sein, die Geldtheorie und auch die Tauschtheorie auf eine solidere, da realitätsnähere Grundlage zu stellen. Und vielleicht gelingt es dadurch eines Tages ja tatsächlich, die im Eingangszitat beschriebene Schizophrenie der monetären Ökonomen zu überwinden.

A. Mathematischer Anhang

A.1. Dynamische Optimierungsprobleme

A.1.1. Die Problemstellung

Bei dynamischen Optimierungsproblemen handelt es sich um Probleme, bei denen nicht wie bei der statischen Optimierung der spezifische Wert einer Entscheidungsvariable so gewählt werden muss, dass die Zielfunktion maximiert wird, sondern stattdessen ein optimaler *Zeitpfad* der Entscheidungsvariablen zu bestimmen ist, das heißt, ein optimaler Wert für jede Periode bis zum Planungshorizont T (diskreter Fall) beziehungsweise für jeden Punkt des Intervalls $[0, T]$ (stetiger Fall) gefunden werden muss.¹⁵⁶

Dadurch wird die Zielfunktion zum Zielfunktional, da sie nicht länger reelle Zahlen reellen Zahlen zuordnet¹⁵⁷, sondern Kurvenverläufen eine reelle Zahl zuordnet.¹⁵⁸ Zudem sind dynamische Optimierungsprobleme meist durch Beziehungen zwischen Bestandsgrößen und Stromgrößen gekennzeichnet.¹⁵⁹ Diese Beziehung wird durch die sogenannte ‚Bewegungsgleichung‘ zum Ausdruck gebracht, die festlegt, wie sich die Bestandsgrößen aufgrund einer Veränderung der Stromgrößen verhalten. Es gibt derzeit drei Verfahren zur Lösung dynamischer Optimierungsprobleme: die im 17. Jahrhundert von Isaac Newton entwickelte Variationsrechnung¹⁶⁰, die in den 1950er Jahren im Wesentlichen vom sowjetischen Mathematiker L. S. Pontryagin entwickelte optimale Kontrolltheorie¹⁶¹ und das von Richard Bellman etwa gleichzeitig formulierte Verfahren der dynamischen Programmierung.¹⁶²

Die optimale Kontrolltheorie eignet sich dabei besonders zur Lösung von Problemen mit stetigem Zeitablauf und wurde in dieser Arbeit bei der Lösung des Sidrauski-Modells angewandt. Die dynamische Programmierung ist dagegen besonders für diskrete Probleme geeignet. Normalerweise wird sie dabei auf Probleme mit diskretem Zeitablauf angewendet. In dieser Arbeit fand sie jedoch Verwendung in der Lösung des Kiyotaki-Wright-

¹⁵⁶ Vgl. CHIANG, ALPHA [1992]: *Elements of Dynamic Optimization*. New York: McGraw-Hill, S. 3.

¹⁵⁷ Wie beispielsweise in der Haushaltstheorie die Nutzenfunktion $U = U(c_1, c_2)$ den Mengen an konsumierten Gütern einen Nutzenwert zuordnet.

¹⁵⁸ Ein Beispiel wäre die Lebenskonsumplanung eines Individuums, in der es für jede Periode bzw. für jeden Zeitpunkt den Konsum und damit zugleich die Ersparnis so festlegt, dass sein Lebensnutzen maximal wird.

¹⁵⁹ Vgl. DIXIT, AVINASH [1990]: *Optimization in Economic Theory*. 2. Auflage. Oxford: Oxford University Press, 1990, S. 145. Ein Beispiel wären wiederum die Beziehungen zwischen Konsum, Ersparnis und Einkommen als Stromgrößen und dem Kapitalstock als Bestandsgröße.

¹⁶⁰ Für eine ausführliche Einführung vgl. KAMIEN, MORTON / SCHWARTZ, NANCY: *Dynamic Optimization. The Calculus of Variations and Optimal Control in Economics and Management*. New York: North Holland, 1981.

¹⁶¹ Vgl. ebd., CHIANG [1992], S. 161ff. oder INTRILIGATOR, MICHAEL [1971]: *Mathematical Optimization and Economic Theory*. London: Prentice-Hall, 1971, S. 344 ff.

¹⁶² Vgl. BELLMAN, RICHARD [1957]: *Dynamic Programming*. Princeton: Princeton University Press, 1957.

Modells, welches zwar mit einem stetigen Zeitablauf arbeitet, aber drei diskrete Sektoren bzw. Zustände der Individuen besitzt.

A.1.2. Die optimale Kontrolltheorie: Aufstellung der Hamiltonfunktion und Ableitung der Optimalitätsbedingungen

Gegeben sei das in dieser Arbeit beschriebene Optimierungsproblem des Sidrauski-Modells, bestehend aus der Zielfunktion (vgl. Gleichung (2.2) im Haupttext):

$$(5.1) \quad V = \int_0^{\infty} u(c_t, m_t) e^{-\theta t} dt$$

und als Nebenbedingung der ‚Bewegungsgleichung‘ für den Vermögensbestand (Gleichung (2.7)):

$$(5.2) \quad \dot{a} = (r_t - n) a_t + w_t + x_t - c_t - (\pi_t + r_t) m_t$$

Die Bestandsgröße ist in diesem Fall der Vermögensbestand a des Haushalts. Die Kontrollgrößen sind der Konsum c und die Geldhaltung m . Der Ansatz der optimalen Kontrolltheorie, welchem sie auch ihren Namen verdankt, ist es nun nicht nach einem optimalen Zeitpfad für die Bestandsgröße zu suchen, sondern einen optimalen Zeitpfad für die Kontrollgrößen zu ermitteln. Aus diesem resultiert dann der Zeitpfad für die Bestandsgröße.¹⁶³

Aus (5.1) und (5.2) lässt sich zunächst ein klassischer Lagrangeansatz aufstellen:

$$(5.3) \quad L = \int_0^{\infty} u(c_t, m_t) e^{-\theta t} dt + \mu_t \left((r_t - n) a_t + w_t + x_t - c_t - (\pi_t + r_t) m_t - \dot{a} \right)$$

Der Multiplikator $\mu(t)$ hat dabei die Funktion des Lagrangemultiplikators bei statischen Optimierungsproblemen, es handelt sich hier allerdings um eine Funktion in t , die jedem Zeitpunkt einen Lagrangemultiplikator zuweist. Dieser Multiplikator sei nun zunächst ersetzt durch $\lambda(t)$, welches wie folgt definiert ist:

$$(5.4) \quad \lambda_t \equiv \mu_t e^{\theta t}$$

Diese Vereinfachung führt zum Übergang von der Barwertversion des Multiplikators (und der später noch einzuführenden Hamiltonfunktion) zur Zeitpunktwertversion, da der Multiplikator nun den Wert einer geringfügigen Abschwächung der Restriktion (5.2) zum Zeitpunkt t und nicht länger zum Zeitpunkt 0 beschreibt. Für die Lagrangefunktion ergibt sich damit:

$$(5.5) \quad L = \int_0^{\infty} \left(u(c_t, m_t) + \lambda \left((r_t - n) a_t + w_t + x_t - c_t - (\pi_t + r_t) m_t - \dot{a} \right) \right) e^{-\theta t} dt$$

Das wesentliche Problem bei der Lösung dieser Funktion stellt der Term \dot{a} in der Nebenbedingung dar. Daher wird dieser Term aus dem Integral gezogen:¹⁶⁴

¹⁶³ Vgl. CHIANG [1992]: 161 f.

¹⁶⁴ Der hier eingeschlagene Lösungsweg folgt CHIANG [1992]: 178 ff.

$$\begin{aligned}
L &= \int_0^\infty \left(u(c_t, m_t) + \lambda \left((r_t - n)a_t + w_t + x_t - c_t - (\pi_t + r_t)m_t \right) - \lambda \dot{a} \right) e^{-\theta t} dt \\
(5.6) \quad L &= \int_0^\infty \left(u(c_t, m_t) + \lambda \left((r_t - n)a_t + w_t + x_t - c_t - (\pi_t + r_t)m_t \right) \right) e^{-\theta t} dt - \int_0^\infty \lambda \dot{a} e^{-\theta t} dt \\
L &= \int_0^\infty \left(u(c_t, m_t) + \lambda \left((r_t - n)a_t + w_t + x_t - c_t - (\pi_t + r_t)m_t \right) \right) e^{-\theta t} dt - \int_0^\infty \mu \dot{a} dt
\end{aligned}$$

Partielle Integration des zweiten Integrals ergibt:

$$(5.7) \quad -\int_0^\infty \mu \dot{a} dt = -\mu(\infty)a(\infty) + \mu(0)a(0) + \int_0^\infty \dot{\mu} a dt$$

Eingesetzt in (5.6) folgt damit:

$$(5.8) \quad L = \int_0^\infty \left(u(c_t, m_t) + \lambda \left((r_t - n)a_t + w_t + x_t - c_t - (\pi_t + r_t)m_t \right) + \dot{\mu} a \right) e^{-\theta t} dt - \mu(\infty)a(\infty) + \mu(0)a(0)$$

Nun sei die sogenannte Hamiltonfunktion wie folgt definiert:

$$(5.9) \quad H = \left[u(c_t, m_t) + \lambda \left((r_t - n)a_t + w_t + x_t - c_t - (\pi_t + r_t)m_t \right) \right] e^{-\theta t}$$

Damit ergibt sich (5.8) zu:

$$(5.10) \quad L = \int_0^\infty \left(H(a, c, m, t, \lambda) + \dot{\mu} a e^{-\theta t} \right) dt - \mu(\infty)a(\infty) + \mu(0)a(0)$$

Das von Pontryagin entwickelte Maximumprinzip formuliert nun jene notwendigen Bedingungen, die die ersten Ableitungen der Hamiltonfunktion erfüllen müssen, damit das Optimierungsproblem gelöst wird. Dazu wird zunächst davon ausgegangen, dass die optimalen Zeitpfade der Stromgrößen c_t^* und m_t^* sowie der Bestandgröße a_t^* bereits bestimmt sind. Nun werden zu diesen optimalen Zeitpfaden ‚Störfunktionen‘ p_t , q_t und r_t addiert, so dass sich ‚benachbarte‘ Zeitpfade ergeben:¹⁶⁵

$$(5.11) \quad \begin{aligned} c_t &= c_t^* + \varepsilon p_t \\ a_t &= a_t^* + \varepsilon q_t \\ m_t &= m_t^* + \varepsilon r_t \end{aligned}$$

Für diese ‚benachbarten‘ Zeitpfade nimmt die Lagrangefunktion folgende Form an:

$$(5.12) \quad L = \int_0^\infty \left(H(a_t^* + \varepsilon q_t, c_t^* + \varepsilon p_t, m_t^* + \varepsilon r_t, t, \lambda) + \dot{\mu} (a_t^* + \varepsilon q_t) \right) e^{-\theta t} dt - \mu(\infty) (a_\infty^* + \varepsilon \Delta a_\infty) + \mu(0)a(0)$$

Der Term Δa_∞ bezeichnet dabei die Abweichung des Endwertes von a durch die Störfunktion. Der wesentliche Schritt zur Herleitung der gewünschten Bedingungen liegt nun in der Maximierung der Lagrangefunktion über den Störparameter ε :

$$(5.13) \quad \frac{\delta L}{\delta \varepsilon} = 0$$

¹⁶⁵ Vgl. ebd., S. 180.

Für die Ableitung von L nach ε ergibt sich:

$$(5.14) \quad \frac{\delta L}{\delta \varepsilon} = \int_0^\infty \left[\left(\frac{\delta H}{\delta a_t} q_t + \frac{\delta H}{\delta c_t} p_t + \frac{\delta H}{\delta m_t} r_t \right) + \dot{\mu} q_t \right] e^{-\theta t} dt - \mu(\infty) \Delta a_\infty = 0$$

Umsortieren ergibt:

$$(5.15) \quad \frac{\delta L}{\delta \varepsilon} = \int_0^\infty \left[\left(\frac{\delta H}{\delta a_t} + \dot{\mu} \right) q_t + \frac{\delta H}{\delta c_t} p_t + \frac{\delta H}{\delta m_t} r_t \right] e^{-\theta t} dt - \mu(\infty) \Delta a_\infty = 0$$

Da die Störfunktionen einen beliebigen, also insbesondere von Null verschiedenen Verlauf, haben können, kann (5.15) nur dann stets erfüllt sein, wenn gilt:

$$(5.16) \quad \dot{\mu} = -\frac{\delta H}{\delta a_t}, \quad \frac{\delta H}{\delta c_t} = 0, \quad \frac{\delta H}{\delta m_t} = 0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \mu_t = 0$$

Diese vier Bedingungen, die zusammen Pontryagins Maximumprinzip ausmachen, beschreiben die notwendigen Bedingungen für eine optimale Lösung bei Verwendung der Hamiltonfunktion.¹⁶⁶ Sie wurden bei der Lösung des Sidrauski-Modells in dieser Arbeit in (2.11) – (2.14) zugrunde gelegt.

A.1.3. Dynamische Programmierung

Ein anderer Ansatz zur Lösung dynamischer Optimierungsprobleme ist die sogenannte dynamische Programmierung. Sie wurde von Richard Bellman¹⁶⁷ entwickelt und eignet sich insbesondere für diskrete Optimierungsprobleme.

Der Lösungsweg sei anhand eines Optimierungsproblems bei diskretem Zeitablauf mit Startperiode 0 und Endperiode T erläutert. Bellmans grundsätzliche Überlegung ist sein ‚Optimalitätsprinzip‘:

An optimal policy has the property that, whatever the initial state and decision are, the remaining decisions must constitute an optimal policy with regard to the state resulting from the first decision.¹⁶⁸

Er beginnt nun mit der letzten Periode T . Für diese wird durch die Endbedingung festgeschrieben, welchen Wert die Bestandsgröße nach Ablauf der Periode annehmen muss.¹⁶⁹ Nun bestimmt man unter dieser Nebenbedingung die optimalen Werte der Kontrollvariablen und der Bestandsgröße für Periode T . Diese Größen werden nun wiederum als Nebenbedingungen für die Optimierung in Periode $T - 1$ herangezogen, und so weiter bis zu Periode 0. Das dynamische Problem wird damit rekursiv in eine Reihe von statischen Optimierungsproblemen zerlegt. Die sogenannte Bellman-Gleichung beschreibt dabei den optimalen Wert der Zielfunktion für die jeweilige Periode.¹⁷⁰

¹⁶⁶ Vgl. auch ebd., S. 181.

¹⁶⁷ Vgl. BELLMAN [1957].

¹⁶⁸ Bellman, zitiert in INTRILIGATOR [1971]: 327.

¹⁶⁹ Im Sidrauski-Modell war dies beispielsweise die Transversalitätsbedingung, die vorschreibt, dass im Zeitpunkt unendlich der abdiskontierte Wert des Haushaltsvermögens Null sein muss.

¹⁷⁰ Für eine ausführliche Darstellung vgl. INTRILIGATOR [1971]: 326 ff.

Bei den Bellman-Gleichungen des Kiyotaki-Wright-Modells handelt es sich um einen Sonderfall der dynamischen Programmierung. Auch hier handelt es sich um ein diskretes Optimierungsproblem, allerdings nicht mit diskretem Zeitablauf sondern mit diskreten Sektoren (Produzenten, Geldhändler, Konsumgüterhändler). Aber auch für diese Sektoren gilt Bellmans Optimalitätsprinzip: das Individuum verhält sich dann optimal, wenn es sich in jedem einzelnen Sektor optimal verhält. Dies tut es genau dann, wenn es seine Zielfunktion in jedem Sektor maximiert.

B. Anhang

B.1. Abkürzungsverzeichnis

Ausg. Ausgabe

CIA cash-in-advance / „Geld im voraus“

Ebd. Ebenda

MIU money-in-the-utility-function / „Geld-in-der-Nutzenfunktion“-Ansatz

OLG overlapping-generations / überlappende Generationen

S. Seite

Vgl. Vergleiche

B.2. Abbildungsverzeichnis

- I: OLG-Modell: Die Pro-Kopf-Konsummöglichkeiten der Gesellschaft in Periode t , S.11
- II: OLG-Modell: Der Lebenskonsumplan der Jungen in Periode t nach der Einführung von Geld, S.12
- III: Nichtstationäre Gleichgewichte im ‚overlapping generations‘-Modell, S.14
- IV: Das OLG-Modell mit Rendite-Dominanz eines Kapitalgutes über Geld (bei konstanter Bevölkerung), S. 18
- V: Der Tobin-Effekt im neoklassischen Wachstumsmodell, S. 28
- VI: Die dynamische Struktur des Kiyotaki-Wright-Modells, S.41
- VII: Optimale Antwortstrategien und Verhaltensgleichgewichte im Kiyotaki-Wright-Modell, S. 43

B.3. Notationsverzeichnis

B.3.1. OLG-Modell

$c_1(t)$ Pro-Kopf-Konsum der jungen Generation in Periode t

$c_2(t)$ Pro-Kopf-Konsum der alten Generation in Periode t

$C_1(t)$ Gesamtkonsum der jungen Generation in Periode t

$C_2(t)$ Gesamtkonsum der alten Generation in Periode t

g Wachstumsrate der Geldmenge

M Geldmenge

n Wachstumsrate der Bevölkerung

N_t Bevölkerungsgröße in der Periode t

P_t Preisniveau der Periode t

r	Rendite des Kapitalgutes
t	Zeitperiode
u	Nutzen eines Individuums
U	Gesamt, nutzen' einer Generation
y_1	Pro-Kopf-Ausstattung der jungen Generation
y_2	Pro-Kopf-Ausstattung der alten Generation
$Y_{1,t}$	Gesamtausstattung der jungen Generation in Periode t
$Y_{2,t}$	Gesamtausstattung der alten Generation in Periode t
θ	intertemporale Transformationsrate

B.3.2. Sidrauski-Modell

a_t	Pro-Kopf-Vermögen des Haushalts zum Zeitpunkt t
c_t	Pro-Kopf-Konsum des Haushalts zum Zeitpunkt t
C_t	Gesamtkonsum des Haushalts zum Zeitpunkt t
f	Pro-Kopf-Produktionsfunktion
F	Produktionsfunktion
H	Hamiltonfunktion
k_t	Pro-Kopf-Kapitalstock des Haushalts zum Zeitpunkt t
K_t	Kapitalbesitz des Haushalts zum Zeitpunkt t
m_t	Pro-Kopf-Realkassenhaltung des Haushalts zum Zeitpunkt t
M_t	Nominalkasse des Haushalts zum Zeitpunkt t
N_t	Haushaltsgröße zum Zeitpunkt t
P_t	Preisniveau zum Zeitpunkt t
r_t	Realzinssatz zum Zeitpunkt t
t	Zeitpunkt
u_t	zeitpunktbezogener Pro-Kopf-Nutzen des Haushalts zur Zeit t
V	Wohlfahrt des Haushalts über den gesamten Zeitablauf
w_t	Reallohnsatz zum Zeitpunkt t
x_t	Pro-Kopf-Regierungstransfers an den Haushalt zum Zeitpunkt t
X_t	gesamte Regierungstransfers an den Haushalt zum Zeitpunkt t
λ_t	Hamiltonmultiplikator in der Zeitpunktversion
μ_t	Hamiltonmultiplikator in der Barwertversion
π	Inflationsrate zum Zeitpunkt t
θ	subjektive Zeitpräferenzrate des Haushalts
σ	Wachstumsrate der Geldmenge

B.3.3. Tobin-Modell

a	Pro-Kopf-Vermögen
f	Pro-Kopf-Produktionsfunktion
F	Produktionsfunktion
k	Pro-Kopf-Kapitalstock
K	Kapitalstock
m	Pro-Kopf-Realkassenhaltung
M	Geldmenge
n	Wachstumsrate der Bevölkerung
s	Sparquote
y	Pro-Kopf-Output
ϕ	Geldnachfragefunktion
π	Inflationsrate
σ	Wachstumsrate der Geldmenge

B.3.4. cash-in-advance-Modell

b_t	von Periode $t-1$ bis Periode t gehaltene Bonds
c_t	Vektor der konsumierten Gütermengen in Periode t
C_t	globaler Konsum in Periode t
i_t	Zinssatz auf die von Periode t bis Periode $t+1$ gehaltenen Bonds
m_t	von Periode $t-1$ bis Periode t gehaltene nominale Geldmenge
M_t	Geldmenge in Periode t
P_t	Preisvektor der Konsumgüter
t	Zeitperiode
u_t	Periodenbezogene Nutzenfunktion in Periode t
V	Umlaufgeschwindigkeit des Geldes
y_t	Arbeitseinkommen in Periode t
Y	gesamter Output
θ	subjektive Zeitpräferenzrate

B.3.5. Kiyotaki-Wright-Modell

k	Anzahl der Güterarten, die ein einzelnes Individuum konsumieren möchte
K	Anzahl der Konsumgüterarten
M	Anteil der Bevölkerung, der mit Geld anstelle eines Konsumgutes ausgestattet wird

N_0	Anteil der Produzenten an der Gesamtbevölkerung
N_1	Anteil der Güterhändler an der Gesamtbevölkerung
N_m	Anteil der Geldhändler an der Gesamtbevölkerung
r	subjektive Zeitpräferenzrate
U	Nutzen aus dem Konsum eines Konsumgutes
x	Heterogenitätsparameter
V_0	individueller Nutzen davon, im nächsten Zeitpunkt Produzent zu sein
V_1	individueller Nutzen davon, im nächsten Zeitpunkt Güterhändler zu sein
V_m	individueller Nutzen davon, im nächsten Zeitpunkt Geldhändler zu sein
W	Gesamtwohlfahrt der Bevölkerung
α	durchschnittliche Produktivität pro Zeitpunkt (Prozessrate des Poisson-Prozesses der Produktion)
β	durchschnittliche Häufigkeit des Aufeinandertreffens zweier Händler (Prozessrate des Poisson-Prozesses des Suchens)
ε	Transaktionskosten bei Annahme eines Konsumgutes
φ	durchschnittlicher Konsum eines Händlers pro Zeitpunkt
μ	Anteil der Geldhändler an der Gesamtzahl der Händler
π	individuelle Geldakzeptanzstrategie
Π	Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter Güterhändler Geld im Tausch annimmt

C. Bibliographie

- AIYAGARI, S. RAO / WALLACE, NEIL [1991]: *Existence of Active Trade Steady States in the Kiyotaki-Wright Model*. in: *Review of Economic Studies*. Ausg. 58, 1991, S. 901-916.
- ARROW, KENNETH J. / DEBREU, GERARD [1954]: *Existence of Equilibrium for a Competitive Economy*. in: *Econometrica*, Ausgabe 22, Nr. 3, 1954, S. 265-290.
- BAILEY, MARTIN J. [1956]: *The Welfare Costs of Inflationary Finance*. in: *Journal of Political Economy*. Ausg. 64, Nr. 2, 1956, S. 93-110.
- BELLMAN, RICHARD [1957]: *Dynamic Programming*. Princeton: Princeton University Press, 1957.
- BERENTSEN, ALEKSANDER / MOLICO, MIGUEL / WRIGHT, RANDALL [2002]: *Indivisibilities, Lotteries and Monetary Exchange*. in: *Journal of Economic Theory*. Ausg. 107, 2002, S. 70-94.
- BLANCHARD, OLIVIER J. / FISCHER, STANLEY [1989]: *Lectures on Macroeconomics*. Cambridge, Massachusetts: MIT Press, 1989.
- BLANCHARD, OLIVIER [2003]: *Macroeconomics*. 3. Auflage. Upper Saddle River: Prentice-Hall, 2003.
- BROCK, WILLIAM A. [1990]: *Overlapping Generations Models with Money and Transactions Costs*. in: FRIEDMAN / HAHN [1990], S. 264-295.
- BRYANT, JOHN / WALLACE, NEIL [1979]: *The Inefficiency of Interest-Bearing National Debt*. in: *Journal of Political Economy*. Ausg. 87, Nr. 2, 1979, S. 365-381.
- CHIANG, ALPHA [1992]: *Elements of Dynamic Optimization*. New York: McGraw-Hill, 1992.
- CLOWER, ROBERT W. [1967]: *A Reconsideration of the Microfoundations of Monetary Theory*. in: *Western Economic Journal*. Ausg. 6, 1967, S. 1-8.
- COOLEY, THOMAS / HANSEN, GARY [1987]: *The Inflation Tax in a Real Business Cycle Model*. UCLA Working Paper, Nr. 496, 1987.
- CORNWALL, RICHARD R. [1984]: *Introduction to the Use of General Equilibrium Analysis*. Amsterdam: North-Holland, 1984.
- DANTHINE, JEAN-PIERRE [1992]: *Superneutrality*. in: EATWELL, JOHN / MILGATE, MURRAY / NEWMAN, PETER [1992]: *The New Palgrave Dictionary of Money & Finance*. New York: Palgrave MacMillan, 1992, Band III, S. 608-609.
- DIAMOND, PETER [1982]: *Aggregate Demand Management in Search Equilibrium*. in: *Journal of Political Economy*. Ausg. 90, 1982, S. 881-894.

- DIAMOND, DOUGLAS / DYBVIK, PHILIP [1983]: *Bank Runs, Deposit Insurance and Liquidity*. in: *Journal of Political Economy*, Ausg. 91, Nr. 3, 1983, S. 401-419.
- DIAMOND, PETER [1984]: *Money in Search Equilibrium*. in: *Econometrica*. Ausg. 52, 1984, S. 1-20.
- DIXIT, AVINASH [1990]: *Optimization in Economic Theory*. 2. Auflage. Oxford: Oxford University Press, 1990.
- FEENSTRA, R. C. [1986]: *Functional Equivalence between Liquidity Costs and the Utility of Money*. in: *Journal of Monetary Economics*. Ausg. 17, Nr. 2, 1986, S. 271-291.
- FRIEDMAN, BENJAMIN M. / HAHN, FRANK H. (HRSG.) [1990]: *Handbook of Monetary Economics*. Amsterdam: North-Holland, 1990.
- GEANAKOPOLOS, JOHN [1992]: *Arrow-Debreu Model of General Equilibrium*. in: EATWELL, JOHN / MILGATE, MURRAY / NEWMAN, PETER [1992]: *The New Palgrave Dictionary of Money & Finance*. New York: Palgrave MacMillan, 1992, Band I, S. 59-68.
- GREEN, EDWARD / ZHOU, RUILIN [1998]: *A Rudimentary Random-Matching Model with Divisible Money and Prices*. in: *Journal of Economic Theory*. Ausg. 81, 1998, S. 252-271.
- HAHN, FRANK H. [1965]: *On Some Problems of Proving the Existence of an Equilibrium in a Monetary Economy*. in: HAHN, FRANK H. / BRECHLING, FRANK (HRSG.): *The Theory of Interest Rates*. Macmillan: London, 1965, S. 126-135.
- HELLWIG, MARTIN F. [1993]: *The Challenge of Monetary Theory*. in: *European Economic Review*, Ausg. 37, 1993, S. 215-242.
- HELMEDAD, FRITZ [1999]: *Geld: Einführung und Überblick*. in: *Knapps Enzyklopädisches Lexikon des Geld-, Bank- und Börsenwesens*. 4. Auflage. Frankfurt a. M.: Fritz Knapp Verlag, 1999, S. 736-742.
- HICKS, JOHN R. [1935]: *A Suggestion for Simplifying the Theory of Money*. in: *Economica*, Ausg. 2, 1935, S. 1-19.
- HOOVER, KEVIN D. [1988]: *The New Classical Macroeconomics. A Sceptical Inquiry*. Basil Blackwell: Oxford, 1988.
- INTRILIGATOR, MICHAEL [1971]: *Mathematical Optimization and Economic Theory*. London: Prentice-Hall, 1971.
- JARCHOW, HANS-JOACHIM [2003]: *Theorie und Politik des Geldes I*. 11. Auflage. Göttingen: Vandenhoeck und Ruprecht, 2003.
- KAMIEN, MORTON / SCHWARTZ, NANCY: *Dynamic Optimization. The Calculus of Variations and Optimal Control in Economics and Management*. New York: North Holland, 1981.

- KEYNES, JOHN MAYNARD [1957]: *The General Theory of Employment, Interest and Money*. London: Macmillan, 1957.
- KIYOTAKI, NOBUHIRO / WRIGHT, RANDALL [1989]: *On Money as a Medium of Exchange*. in: *Journal of Political Economy*. Ausgabe 97, Nr. 4, 1989, S. 927-954.
- KIYOTAKI, NOBUHIRO / WRIGHT, RANDALL [1993]: *A Search-Theoretic Approach to Monetary Economics*. in: *American Economic Review*. Ausgabe 83, Nr. 1, 1993, S. 63-77.
- KLOTEN, NORBERT / VON STEIN, HEINRICH (HRSG.) [1993]: *Obst / Hinter. Geld-, Bank- und Börsenwesen*. 39. Auflage. Stuttgart: Schäffer-Poeschel, 1993.
- KRUGMAN, PAUL / PERSSON, TORSTEN / SVENSSON, LARS [1985]: *Inflation, Interest Rates and Welfare*. in: *Quarterly Journal of Economics*, Aug. 100, Nr. 3, S. 677-696.
- LUCAS, ROBERT E. [1976]: *Econometric Policy Evaluation : A Critique*. in: BRUNNER, KARL / MELTZER, ALLEN (HRSG.) [1976]: *The Phillips Curve and Labor Markets*. Carnegie-Rochester Conference Series, Aug. 1., Amsterdam: North-Holland, S. 19-46.
- LUCAS, ROBERT / STOKEY, NANCY [1987]: *Money and Interest in a Cash-in-advance Economy*. in: *Econometrica*, Aug. 55, Nr. 3, S. 491-514.
- MANKIW, N. GREGORY [1998]: *Makroökonomik*. 3. Auflage. Stuttgart: Schäffer-Poeschel, 1998.
- MCCALLUM, BENNETT T. [1983]: *The Role of Overlapping-Generations Models in Monetary Economics*. in: BRUNNER, KARL / METZLER, ALLAN H. (HRSG.) [1983]: *Theory, Policy, Institutions: Papers from the Carnegie-Rochester Conferences on Public Policy*. Amsterdam: North-Holland, 1983, S.129-164.
- ORPHANIDES, ATHANASIOS / SOLOW, ROBERT M. [1990]: *Money, Inflation and Growth*. in: FRIEDMAN, BENJAMIN M. / HAHN, FRANK H. (HRSG.) [1990]: *Handbook of Monetary Economics*. Amsterdam: North-Holland, 1990, S. 224-261.
- OSTROY, JOSEPH M. [1970]: *Exchange as an Economic Activity*. Dissertation. Evanston: Northwestern University, 1970.
- OSTROY, JOSEPH M. / STARR, ROSS M. [1990]: *The Transactions Role of Money*. in: FRIEDMAN, BENJAMIN M. / HAHN, FRANK H. (HRSG.) [1990]: *Handbook of Monetary Economics*. Amsterdam: North-Holland, 1990, S. 4-62.
- PATINKIN, DON [1965]: *Money, Interest and Prices: An Integration of Monetary and Value Theory*. 2. Auflage. London: Harper International, 1965.
- RAMSEY, FRANK P. [1928]: *A Mathematical Theory of Saving*. in: *Economic Journal*. Aug. 38, 1928, S. 543-559.

- SAMUELSON, PAUL A. [1958]: *An Exact Consumption-Loan Model of Interest with or without the Social Contrivance of Money*. in: *Journal of Political Economy*. Ausgabe 66, Nr. 6, 1958, S. 467-482.
- SAMUELSON, PAUL A. [1968]. *What classical and neoclassical monetary theory really was*. in: CLOWER, ROBERT [1968]: *Monetary theory, selected readings*. New York: Penguin, 1968, S. 170-190.
- SARGENT, THOMAS [1992]: *Rational Expectations*. in: EATWELL, JOHN / MILGATE, MURRAY / NEWMAN, PETER [1992]: *The New Palgrave Dictionary of Money & Finance*. New York: Palgrave MacMillan, 1992, Band III, S. 281-285.
- SHI, SHOUYONG [1997]: *A Divisible Search Model of Fiat Money*. in: *Econometrica*. Ausg. 65, 1997, S. 75-102.
- SIDRAUSKI, MIGUEL [1967]: *Rational Choice and Patterns of Growth in a Monetary Economy*. in: *American Economic Review*, Ausg. 57, Nr. 2, 1967, S. 534-544.
- SMITH, ADAM [1776]: *An Inquiry into the Nature and Causes of the Wealth of Nations*. 2 Bände. Erstveröffentlichung 1776. Wiederauflage: New York: Kelley, 1966.
- SOLOW, ROBERT M. [1956]: *A Contribution to the Theory of Economic Growth*. in: *Quarterly Journal of Economics*, Ausg. 70, 1956, S. 65-94.
- SPATZ, HEINRICH [1979]: *Die allgemeine Gleichgewichtstheorie*. München: Florentz, 1979.
- TOBIN, JAMES [1965]: *Money and Economic Growth*. in: *Econometrica*, Ausg. 33, 1965, S. 671-684.
- TOBIN, JAMES [1980]: *Discussion*. in: KAREKEN, JOHN / WALLACE, NEIL (HRSG.) [1980]: *Models of Monetary Economies*. Minneapolis: Federal Reserve Bank of Minneapolis, 1980, S. 83-90.
- TREJOS, ALBERTO / WRIGHT, RANDALL [1995]: *Search, Bargaining, Money, and Prices*. in: *Journal of Political Economy*. Ausg. 103, 1995, S. 118-141.
- VARIAN, HAL R. [2001]: *Grundzüge der Mikroökonomik*. 5. Auflage. München: Oldenbourg.
- WALLACE, NEIL: *The Overlapping Generations Model of Fiat Money*. in: KAREKEN, JOHN / WALLACE, NEIL (HRSG.) [1980]: *Models of Monetary Economies*. Minneapolis: Federal Reserve Bank of Minneapolis, 1980, S. 49-82.
- WALRAS, LEON [1874]: *Éléments d'économie politique pure ou théorie de la richesse sociale*. 1874. Wiederauflage: Paris, Economica, 1993.
- WALSH, CARL E. [1998]: *Monetary Theory and Policy*. Cambridge, Massachusetts: MIT Press, 1998.

Lebenslauf Roland Engels

21.7.1978	Geboren in Uster (Schweiz)
Bis 1981	Wohnhaft in Konstanz (Bodensee)
1981-1998	Wohnhaft in Lübeck
1985-1989	Besuch der Grundschule, Lübeck
1989-1997	Besuch des Gymnasiums, Johanneum, Lübeck; eine Klasse übersprungen
1997	Abitur mit der Abschlussnote 1,1
1997-1998	Zivildienst, Jugendhotel in Lübeck
1998	Beginn des Studiums in Passau, zunächst Informatik
1999	Wechsel des Studienfaches zu einem Doppelstudium in „Sprachen, Wirtschafts- und Kulturraumstudien“ sowie Volkswirtschaftslehre
2001-2002	Auslandsstudium in Edinburgh
Januar 2003	Abgabe der Diplomarbeit in Sprachen, Wirtschafts- und Kulturraumstudien: „Neue Kriege und neuer Frieden, Bewaffnete Konflikte nach dem Ende des Kalten Krieges“; bewertet mit der Note 1,3.
Januar 2004	Abgabe der Diplomarbeit in Volkswirtschaftslehre „Zur mikroökonomischen Fundierung der Geldnachfrage in allgemeinen Gleichgewichtsmodellen“; bewertet mit der Note 1,0
2.2.2004	Verstorben

Volkswirtschaftliche Reihe der Passauer Diskussionspapiere

Bisher sind erschienen:

- V-1-98 Gerhard Rübel, Can adjustments to working hours help reduce unemployment?
- V-2-98 Martin Werding, Pay-as-you-go Public Pension Schemes and Endogenous Fertility: The Reconstruction of Intergenerational Exchange
- V-3-98 Carsten Eckel, International Trade, Direct Investment, and the Skill Differential in General Equilibrium
- V-4-98 Reinar Lüdeke, Das Staatsbudget und intergenerationelle Umverteilung, Das Staatsvermögen als Instrument intergenerativer Verteilungspolitik und der "generational accounting"-Ansatz: Alter Wein in neuen (höherwertigen) Schläuchen?
- V-5-98 Anja Klüver und Gerhard Rübel, Räumliche Industriekonzentration und die komparativen Vorteile von Ländern - eine empirische Studie der Europäischen Union
- V-6-98 Klaus Beckmann und Elisabeth Lackner, Vom Leviathan und von optimalen Steuern
- V-7-98 Martin Werding, The Pay-as-you-go Mechanism as Human Capital Funding: The "Mackenroth hypothesis" Revisited
- V-8-98 Reinar Lüdeke und Klaus Beckmann, Social Costs of Higher Education: Production and Financing. The Case of Germany (1994)
- V-9-98 Gerhard Rübel, "Faire" Löhne und die Flexibilität von Arbeitsmärkten in einem Zwei-Sektoren-Modell
- V-10-98 Klaus Beckmann, Notizen zum Steueranteil von Rentenversicherungsbeiträgen im Umlageverfahren
- V-11-98 Christian Jasperneite und Hans Joachim Allinger, Trendwende am westdeutschen Arbeitsmarkt? - Eine ökonometrische Analyse
- V-12-98 Christian Jasperneite und Hans Joachim Allinger, Langfristige Perspektiven für den westdeutschen Arbeitsmarkt: Was sagen die Gesetze von Okun und Verdoorn?
- V-13-98 Hans Joachim Allinger und Christian Jasperneite, Saisonbereinigung von Arbeitsmarktdaten bei aktiver Arbeitsmarktpolitik
- V-14-99 Reinar Lüdeke und Klaus Beckmann, Hochschulbildung, Humankapital und Beruf: Auswertung einer Längsschnittbefragung Passauer Absolventen 1988 -1998
- V-15-99 Gerhard Rübel, Volkseinkommenssteigerung durch ausgabenfinanzierte Steuersenkung - Eine Umkehrung des Haavelmo-Theorems für offene Volkswirtschaften
- V-16-99 Silke Klüver, Konzentrationsursachen in der europäischen Versicherungsbranche - eine empirische Untersuchung
- V-17-99 Reinar Lüdeke, Familienlastenausgleich, Elternleistungsausgleich und die Neufundierung der umlagefinanzierten Altersversorgung
- V-18-99 Anja Klüver und Gerhard Rübel, Industrielle Konzentration als Kriterium für die Geeignetheit eines einheitlichen Währungsraums – Eine empirische Untersuchung der Europäischen Union von 1972 bis 1996

-
- V-19-00 Carsten, Eckel, Fragmentation, Efficiency-seeking FDI, and Employment
- V-20-00 Christian Jasperneite, Understanding Hysteresis in Unemployment: The German Case
- V-21-00 Jörg Althammer, Reforming Family Taxation
- V-22-00 Carsten Eckel, Labor Market Adjustments to Globalization: Unemployment versus Relative Wages
- V-23-00 Klaus Beckmann, Tax Competition through Tax Evasion
- V-24-01 Klaus Beckmann, Steuerhinterziehung, begrenzte Rationalität und Referenzabhängigkeit: Theorie und experimentelle Evidenz
- V-25-01 Klaus Beckmann, Solidarity, Democracy, and Tax Evasion: an Experimental Study
- V-26-04 Michael Fritsch, Udo Brix und Oliver Falck, The Effect of Industry, Region and Time on New Business Survival - A Multi-Dimensional Analysis
- V-27-04 Gerhard D. Kleinhenz, Bevölkerung und Wachstum - Die Bevölkerungsentwicklung in Deutschland als Herausforderung für Wirtschafts- und Sozialpolitik
- V-28-04 Johann Graf Lambsdorff, The Puzzle with Increasing Money Demand – Evidence from a Cross-Section of Countries
- V-29-04 Frauke David, Oliver Falck, Stephan Heblich und Christoph Kneiding, Generationengerechtigkeit und Unternehmen