

Balz, Christoph

**Working Paper**

## Ein Fehlerkorrekturmodell zur Entwicklung des Kapitalmarktzinses in der Bundesrepublik Deutschland

Arbeitspapier, No. 5

**Provided in Cooperation with:**

Johannes Gutenberg-Universität Mainz, Institut für Statistik und Ökonometrie

*Suggested Citation:* Balz, Christoph (1994) : Ein Fehlerkorrekturmodell zur Entwicklung des Kapitalmarktzinses in der Bundesrepublik Deutschland, Arbeitspapier, No. 5, Johannes-Gutenberg-Universität Mainz, Institut für Statistik und Ökonometrie, Mainz

This Version is available at:

<https://hdl.handle.net/10419/49973>

**Standard-Nutzungsbedingungen:**

Die Dokumente auf EconStor dürfen zu eigenen wissenschaftlichen Zwecken und zum Privatgebrauch gespeichert und kopiert werden.

Sie dürfen die Dokumente nicht für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, öffentlich zugänglich machen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Sofern die Verfasser die Dokumente unter Open-Content-Lizenzen (insbesondere CC-Lizenzen) zur Verfügung gestellt haben sollten, gelten abweichend von diesen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

**Terms of use:**

*Documents in EconStor may be saved and copied for your personal and scholarly purposes.*

*You are not to copy documents for public or commercial purposes, to exhibit the documents publicly, to make them publicly available on the internet, or to distribute or otherwise use the documents in public.*

*If the documents have been made available under an Open Content Licence (especially Creative Commons Licences), you may exercise further usage rights as specified in the indicated licence.*

**Ein Fehlerkorrekturmodell zur Entwicklung  
des Kapitalmarktzinses  
in der Bundesrepublik Deutschland**

Christoph Balz

Arbeitspapier Nr. 5 (Oktober 1994)

XIII 152

## **Gliederung**

1. Einleitung
  2. Ein Fehlerkorrekturmodell zur Zinsentwicklung
    - 2.1. Vorüberlegungen
    - 2.2. Empirische Ergebnisse
      - 2.2.1. Feststellung des Integrationsgrades
      - 2.2.2. Test auf Vorliegen von Kointegration
      - 2.2.3. Einzelgleichungsschätzung des Fehlerkorrekturmodells
      - 2.2.4. Analyse der Lagstrukturen
      - 2.2.5. Systemschätzung des Modells
  3. Fazit
- Anhang  
Literaturverzeichnis

## **Zusammenfassung:**

In dieser Arbeit wird ein Fehlerkorrekturmechanismus zur Modellierung der Umlaufrendite festverzinslicher Wertpapiere in den Jahren 1976 - 1994 verwendet. Dabei kommen sowohl Einzelgleichungsschätzverfahren, als auch ein Systemschätzverfahren zur Anwendung.

## **Summary:**

In this paper, an error correction mechanism is used to model the average yield of German bonds in 1976 -1994. Both single equation and systems of equation analysis is applied.

## *1. Einleitung*

Ein kurzer Blick in das Inhaltsverzeichnis einer wirtschaftswissenschaftlichen Zeitschrift genügt, um die Popularität der Fehlerkorrekturmodelle als Modelle ökonomischen Verhaltens in der aktuellen quantitativen Wirtschaftsforschung zu erkennen. Bereits J.D. Sargan (1964) verwendete einen Fehlerkorrekturmechanismus, doch wurde dieser Ansatz erst wieder durch J.E.H. Davidson, D.F. Hendry, F. Srba und S. Yeo (1978) aufgegriffen. Nachdem das theoretische Fundament in den 80er Jahren - insbesondere durch R.F. Engle und C.W.J. Granger (1987) - verfeinert worden war, nahm die Zahl der Anwendungen jedoch deutlich zu. Dabei konnten so unterschiedliche Problemstellungen wie z.B. die Geldnachfrage (Rüdel, T., 1989), die Beschäftigungsnachfrage (Matthes, R., Schulze, P.M., 1991), die Zinsstruktur (Hall, A.D., Anderson, H.M., Granger, C.W.J., 1992) und die Kaufkraftparitätentheorie (Johansen, S., Juselius, K., 1992) modelliert werden.

Grundsätzlich lassen sich bei der ökonometrischen Modellbildung zwei konträre Richtungen erkennen. Häufig wird das Modell unter völligem Verzicht auf die ökonomische Theorie ausschließlich auf Basis der vorliegenden Daten spezifiziert. Dieser reinen Zeitreihenanalyse steht die theoriebezogene Modellierung gegenüber, bei der die Modellspezifikation durch die Wirtschaftstheorie vorgegeben ist. Durch die Entwicklung der Fehlerkorrekturmodelle (engl.: error correction model, ECM) konnte eine Synthese dieser beiden Extrempositionen erreicht werden (Matthes, R., Schulze, P.M., 1991, S. 417).

Auch in einem weiteren Punkt bietet das Fehlerkorrekturmodell eine bemerkenswerte Integration unterschiedlicher Aspekte. Da ökonomische Zeitreihen häufig einen Trend aufweisen, müssen sie vor der Modellschätzung in einen stationären Prozeß überführt werden. Das in diesem Zusammenhang vorgeschlagene Verfahren der Differenzenbildung (z.B. im Rahmen des ARIMA-Verfahrens) führt jedoch dazu, daß die Informationen über den langfristigen Zusammenhang zwischen den Modellvariablen verlorengehen. Das Fehlerkorrekturmodell integriert dagegen sowohl Niveauvariablen, die die langfristigen Informationen beinhalten, als auch Differenzen, die über die kurzfristige Dynamik Auskunft geben (Maddala, G.S., 1992, S. 588).

In dieser Arbeit wird das Instrumentarium der Fehlerkorrekturmodelle verwendet, um die Entwicklung des Kapitalmarktzinseszinses zu modellieren. Auf die Erläuterung der theoretischen Fundamente der ECM wird dabei verzichtet. Ausführliche Darstellungen der einzelnen Schätz- und Testverfahren finden sich z.B. in W.W. Charemza und D.F. Deadman (1992), K. Cuthbertson, M.P. Taylor und S.G. Hall (1992) sowie in A. Banerjee et al. (1993). Für die Durchführung der Berechnungen wurden die Module PCGIVE und PCFIML des Softwarepakets PC-GIVE 6.01 verwendet.

## *2. Ein Fehlerkorrekturmodell zur Zinsentwicklung*

### *2.1. Vorüberlegungen*

Ausgangspunkt der Untersuchung ist der Ansatz von J. Wolters (1990), der ein Fehlerkorrekturmodell zur Zinsstruktur mit Hilfe des Engle-Granger- sowie des Stock-Verfahrens schätzt. Dabei wird die Umlaufrendite aller festverzinslichen Wertpapiere in Deutschland durch den Zinssatz für Dreimonatsgelder in Frankfurt sowie die Rendite dreimonatiger amerikanischer Schatzwechsel erklärt.

Während die Deutsche Bundesbank auf die langfristigen Zinsen nur wenig Einfluß hat, kann sie über die Wertpapierpensionsgeschäfte die Geldmarktzinsen relativ gut kontrollieren. Der Dreimonatsgeldmarktsatz bildet die Politik der Bundesbank daher recht gut ab (Filc, W., 1992, S. 171). Bei einer erwartungstheoretischen Interpretation der Zinsstruktur entspricht bei gegebenem Anlagehorizont der Ertrag einer langfristigen Anlage im Marktgleichgewicht dem Ertrag unmittelbar aufeinanderfolgender kurzfristiger Anlagen (Filc, W., 1992, S. 115). Eine Kointegration von kurzfristigen und langfristigen Zinsen erscheint daher plausibel.

Auch das amerikanische Zinsniveau sollte einen signifikanten Einfluß auf den deutschen Kapitalmarktzins ausüben. Kapitalnachfrager stehen aufgrund der Globalisierung der Märkte in einem weltweiten Wettbewerb um Anleger. Eine Steigerung der Zinssätze in den USA als dem weltweit größten Kapitalmarkt sollte daher c.p. (insbesondere unter Vernachlässigung von Wechselkurserwartungen und Risikoüberlegungen) auch zu einem Anstieg der DM-Zinsen führen (Filc, W., 1992, S. 187).

In dieser Arbeit wird versucht, daß Modell von Wolters in drei Richtungen zu erweitern:

- Verlängerung des Beobachtungszeitraums
- Aufnahme weiterer Regressoren
- Verwendung eines Systemschätzverfahrens

#### *a) Verlängerung des Beobachtungszeitraums*

Wolters verwendet als Beobachtungszeitraum Januar 1981 bis Oktober 1988. Dies erscheint aus mehreren Gründen etwas unbefriedigend. Zum einen ist der Zeitraum von etwa 8 Jahren für die Schätzung einer (langfristigen) Kointegrationsbeziehung etwas kurz, zum anderen umfaßt der Zeitraum in diesem Fall noch nicht einmal einen vollen Zinszyklus. Vom Höhepunkt des Zinsniveaus 1981 bis zum unteren Umkehrpunkt in 1988 fallen die Zinsen fast kontinuierlich. Die paarweisen Korrelationskoeffizienten zwischen den drei Zinssätzen

betragen in dem von Wolters untersuchten Zeitraum daher auch mehr als 0,92. Eine Überprüfung des Zusammenhangs zwischen verschiedenen Variablen sollte aber einen weniger "glatten" Zeitraum umfassen. Trotz der günstigen Rahmenbedingungen gelingt der Nachweis der Kointegrationsbeziehung in dem Modell von Wolters nur schwer. Möglicherweise ist das darauf zurückzuführen, daß der kleine Stichprobenumfang in Richtung einer Annahme der Nullhypothese der Nichtkointegration gewirkt hat.

Auch aus schätztheoretischer Sicht erscheint eine Korrelation von ca. 0,92 zwischen den Regressoren nicht ideal. Es besteht die Gefahr, daß die verdeckte Multikollinearität dazu führt, daß die Parameter nicht mehr einzeln geschätzt werden können.

Aus diesen Gründen wurde der Untersuchungszeitraum auf 18 Jahre (Juli 1976 bis Juni 1994) ausgedehnt. Dadurch werden das Tief des Kapitalmarktzinses 1978, der steile Anstieg zu Beginn der 80er Jahre, der langanhaltende Rückgang bis 1988, der anschließende Anstieg - besonders im Gefolge des Wiedervereinigungsprozesses - bis 1990, die Abschwächung bis zum Jahreswechsel 1993/94 und die in 1994 verzeichnete Trendumkehr erfaßt.

#### *b) Aufnahme weiterer Regressoren*

Der Versuch einer Erweiterung des Modells durch Aufnahme zusätzlicher Regressoren führte dagegen zu keinem konsistenten Ergebnis. Neben den beiden o.g. Regressoren wurden, wie u.a. von W. Filc (1992) vorgeschlagen, die Inflationsrate, der Index der Auftragseingänge im verarbeitenden Gewerbe, die Höhe der Staatsverschuldung, der Dollarkurs sowie verschiedene Risikoindikatoren in das Modell aufgenommen. Im Rahmen des Engle-Granger-Verfahrens erwies sich keine der zusätzlichen Variablen als signifikant. Zwar konnte mit Hilfe des Johansen-Ansatzes eine Kointegrationsbeziehung zwischen allen neun betrachteten Variablen nachgewiesen werden, doch ergaben sich unplausible Kointegrationsparameter. Da eine schrittweise Verringerung der Variablenanzahl im Sinne einer General-to-Simple-Strategie ebenfalls keine überzeugenden Resultate liefern konnte, wurde auf die Darstellung dieser Ergebnisse verzichtet. R. Matthes (1994) findet neben dem deutschen Geldmarktzins und einem US-Zins ebenfalls nur einen Risikoindikator als weitere signifikante Erklärungsgröße des Kapitalmarktzinses. Er verweist darauf, daß die weiteren Erklärungsgrößen von der Bundesbank bei der Festlegung ihrer Politik berücksichtigt werden und daher bereits durch den Geldmarktsatz im Modell vertreten sind (Matthes, R., 1994, S. 45f.). Die Vermutung der fehlenden Orthogonalität der Regressoren wird auch durch die Beobachtung gestützt, daß in dem erweiterten Modell insbesondere der Koeffizient des DM-Geldmarktzinssatzes das "falsche" Vorzeichen aufwies.

### c) Verwendung eines Systemschätzverfahrens

Während sich Wolters auf den Einsatz von Einzelgleichungsschätzverfahren beschränkte, soll in dieser Arbeit zusätzlich das Systemschätzverfahren von Johansen angewendet werden. Es erlaubt im Gegensatz zu den Einzelgleichungsansätzen auch die Überprüfung der Anzahl der Kointegrationsbeziehungen und die Schätzung mehrerer Kointegrationsvektoren.

## 2.2. Empirische Ergebnisse

### 2.2.1. Feststellung des Integrationsgrades

Zunächst werden die Integrationsgrade der betrachteten Zeitreihen Kapitalmarktzins (= Umlaufrendite der festverzinslichen Wertpapiere, KMZ), Geldmarktzins (= Zinssatz für Dreimonatsgelder in Frankfurt, GMZ) und amerikanischer kurzfristiger Zins (= Rendite dreimonatiger US-Treasury Bills, USTB) untersucht. Die Daten wurden den Monatsberichten der Deutschen Bundesbank entnommen und liegen als Monatsdurchschnittswerte für den Zeitraum Juli 1976 bis Juni 1994 vor. Die unten dargestellten Ergebnisse des DF- bzw. ADF-Tests zeigen, daß die Nullhypothese der Nichtstationarität bei allen Niveauvariablen angenommen wird. Für die ersten Differenzen wird die Nullhypothese dagegen klar abgelehnt. Es liegen daher Variablen vor, die integriert vom Grad eins sind (vgl. Abb. 1 im Anhang).

	DF-Test	ADF-Test	Laglänge <sup>oo</sup>
KMZ	-0,6°	-0,5	2
GMZ	-0,3°	-0,5	1
USTB	-0,7°	-0,6	6
$\Delta$ KMZ	-9,1	-	
$\Delta$ GMZ	-10,3	-	
$\Delta$ USTB	-10,7°	-7,6	5

°: Residuen des DF-Tests weisen Autokorrelation auf

oo: minimale Anzahl von Lags der abhängigen Variable im ADF-Test bis Autokorrelation der Residuen beseitigt

Der kritischer Wert für den DF-Test bei  $\alpha = 5\%$  und  $T = 250$  beträgt  $-1,95$  (Quelle: Fuller, W., 1976, S. 373). Die Verteilung der Teststatistik des ADF-Tests stimmt asymptotisch mit der Verteilung der Teststatistik des DF-Tests überein. Daher können dieselben Vertafelungen benutzt werden (Maddala, G.S., 1992, S. 584).

### 2.2.2. Test auf Vorliegen von Kointegration

Als nächstes ist zu fragen, ob eine Linearkombination der drei Zinssätze existiert, die stationär ist. In diesem Fall läge eine Kointegrationsbeziehung und damit ein langfristiger Zusammenhang zwischen den drei Zinssätzen vor.

Die erste Stufe des Engle-Granger-Verfahrens ergibt die statische Regression (t-Werte in Klammern, Zeitindex vernachlässigt, vgl. Abb. 2 und 3 im Anhang):

Schätzzeitraum Juli 1976 bis Juni 1994

$$(2.1) \text{ KMZ} = 0,131 \text{ USTB} + 0,412 \text{ GMZ} + 3,747 + \hat{u}$$

(8,9)                      (22,6)                      (28,9)

$$R^2 = 0,82$$

$$F(2,213) = 479,38 [0,0000]$$

$$\text{DF-Test} = -3,79$$

$$\text{ADF-Test} = -4,19$$

mit

$$F(\dots) [0,0000]$$

F-Test auf Signifikanz des Parametervektors  
in runden Klammern: Zahl der Freiheitsgrade  
in eckigen Klammern: marginales Signifikanzniveau

*Korrelationsmatrix:*

	KMZ	GMZ	USTB
KMZ	1,00		
GMZ	0,87	1,00	
USTB	0,62	0,44	1,00

Die Residuen der Gleichung des DF-Tests weisen eindeutig eine Autokorrelation 1. Ordnung auf, die allerdings im Rahmen des ADF-Tests durch den Einbau einer Laggröße verschwindet. Bei einem Signifikanzniveau von 5% beträgt der kritische Wert für den ADF-Test bei  $N = 3$  Variablen und  $T = 200$  Beobachtungswerten nach R.F. Engle und B.S. Yoo (1987, S. 158)  $-3,78$ . Die Nullhypothese der Nichtkointegration muß daher verworfen werden. Es besteht ein langfristiger Zusammenhang zwischen KMZ, USTB und GMZ.



Die Analyse der Kointegrationsbeziehung ist jedoch noch nicht abgeschlossen. Die Schätzparameter einer Gleichung mit nichtstationären Variablen folgen einer Verteilung, die von der Standard-t-Verteilung abweicht. Die Standardfehler der Parameter werden daher durch die Instrumentvariablen-Schätzung der Bewley-transformierten Gleichung

$$(2.2) \text{ KMZ}_t = \Delta \text{KMZ}_t + \Delta \text{KMZ}_{t-1} + \text{USTB}_t + \text{GMZ}_t + \Delta \text{USTB}_t + \Delta \text{GMZ}_t + \Delta \text{GMZ}_{t-1} \\ + \text{Constant} + \varepsilon_t$$

ermittelt (vgl. Banerjee, A., 1993, S. 61f.). Dabei dient  $\text{KMZ}_{t-1}$  als Instrument für  $\Delta \text{KMZ}_t$ . Die Wiedergabe der Schätzergebnisse beschränkt sich in diesem Fall auf die entscheidenden Werte

<i>Variable</i>	<i>Standardfehler</i>
USTB	0,055
GMZ	0,065
Const	0,487

Die Standardfehler der Instrumentvariablen-Schätzung sind wesentlich höher als ursprünglich in (2.1) angenommen. Die t-Werte wurden daher deutlich überschätzt. Die Kointegrationsregression lautet nun mit den korrekten Standardfehlern (t-Werte in Klammern):

$$(2.1') \text{ KMZ} = 0,131 \text{ USTB} + 0,412 \text{ GMZ} + 3,747 + \hat{u} \\ (2,4) \quad (6,4) \quad (7,7)$$

Trotz der Verringerung der t-Werte haben jedoch beide Regressoren weiterhin einen signifikanten Einfluß auf den Kapitalmarktzins.

Zum Vergleich dazu die Ergebnisse von J. Wolters (1990, S. 170):

$$(2.3) \text{ KMZ} = 0,216 \text{ USTB} + 0,353 \text{ GMZ} + 3,405 + \hat{u} \\ (1,8) \quad (2,7)$$

(t-Werte: eigene Berechnungen aus den Angaben von Wolters).

$$R^2 = 0,93 \quad \text{DF} = -3,1 \quad \text{ADF} = -2,5$$

Kritische Werte bei einem Signifikanzniveau von  $\alpha = 10\%$  und  $T = 100$ :  
 nach W.W. Charemza/D.F. Deadman (1992, S. 323): -3,04 (DF und ADF)  
 nach R.F. Engle/B.S. Yoo (1987, S. 157f.): -3,59 (DF) und -3,32 (ADF)

Der Determinationskoeffizient von (2.3) ist höher als bei (2.1), was angesichts der eingangs gemachten Bemerkungen zur Auswahl der Stützperiode nicht verwundert. Der höhere Wert für  $R^2$  bei gleichzeitig niedrigeren t-Werten deutet auf Multikollinearitätsprobleme im Modell (2.3) hin.

Vorzeichen und Größenordnung der Parameter in beiden Modellen erscheinen plausibel. Bewegungen der kurzfristigen Zinsen in Deutschland und den USA lösen gleichlaufende Entwicklungen am deutschen Kapitalmarkt aus. Eine Erhöhung von USTB um einen Prozentpunkt führt in (2.1) zu einem Anstieg von 0,131 Prozentpunkten des deutschen Kapitalmarktzinses. Bei einer gleich starken Erhöhung des DM-Geldmarktzinses nimmt der Kapitalmarktzins um 0,412 Prozentpunkte zu. Im Modell (2.1) hat GMZ einen relativ stärkeren Einfluß, während sich Änderungen von USTB nicht so stark auswirken wie in (2.3). Ursache könnte einerseits die Multikollinearitätsproblematik in Wolters Gleichung sein, die die exakte Separierung der Einflüsse der Regressoren verhindert. Ökonomisch plausibel erscheint aber auch die Überlegung, daß gerade in den Jahren seit 1990 die Zinsentwicklung aufgrund der Wiedervereinigung hauptsächlich binnendeterminiert war, was sich in den Parametern von Wolters Modell nicht mehr auswirken konnte.

Die Parameterschätzungen decken sich erstaunlich gut mit den Ergebnissen von H. König und J. Wolters (1984, S. 242), die mit den gleichen Variablen für den Zeitraum 1962 bis 1981 ein ADL- (Autoregressive Distributed Lag-) Modell schätzten. Als langfristige Multiplikatoren erhielten sie für den deutschen Geldmarktzins 0,432 und für den kurzfristigen amerikanischen Zins 0,159.

Der Nachweis der Kointegration anhand der ADF-Werte ist bei Modell (2.1) offensichtlicher. Die Ergebnisse von Wolters sind dagegen nicht ganz eindeutig. Der DF-Test signalisiert zwar Kointegration auf dem 10%-Signifikanzniveau nach Charemza/Deadman, doch ist er bei Autokorrelation der Residuen unbrauchbar. Der ADF-Test ergibt auch auf dem 10%-Niveau keine Anzeichen für Kointegration. Bei den bivariaten Paarvergleichen sind KMZ und USTB sowie USTB und GMZ kointegriert, nicht aber KMZ und GMZ. Wolters argumentiert, daß bei einer Kointegration von zwei Paaren aus drei Variablen auch das dritte Paar (hier: KMZ und GMZ) kointegriert sein muß, woraus auch die Kointegration aller drei Zinssätze folge (Wolters, J., 1990, S. 169). Zwar ist diese Überlegung zutreffend, doch bleibt bei dieser komplexen Argumentation die Frage nach dem Signifikanzniveau, bei dem die Nullhypothese der Nichtkointegration abgelehnt wird, offen.

### 2.2.3. Einzelgleichungsschätzung des Fehlerkorrekturmodells

Da eine Kointegrationsbeziehung nachgewiesen werden konnte, muß nach dem Repräsentationstheorem von Granger auch eine Fehlerkorrekturdarstellung möglich sein. Ausgehend von einem breit angelegten Ansatz

$$(2.4) A(L) \Delta KMZ_t = B(L) \Delta USTB_t + C(L) \Delta GMZ_t + \rho u_{t-1} + \text{Constant} + \varepsilon_t$$

mit  $u_{t-1}$  = Fehlerkorrekturterm (Residualgröße aus (2.1))

wurde unter schrittweiser Vernachlässigung nicht signifikanter Verzögerungen das folgende Fehlerkorrekturmodell mit OLS geschätzt (General-to-Simple-Strategie):

#### (2.5) Modell $\Delta KMZ$

Schätzzeitraum September 1976 bis Juni 1994

Variable	Koeffizient	t-Wert
$\Delta KMZ_{t-1}$	0,316	5,5
$\Delta USTB_t$	0,134	7,8
$\Delta GMZ_t$	0,290	8,8
$\Delta GMZ_{t-1}$	-0,096	2,6
$\hat{u}_{t-1}$	-0,083	4,0
Constant	-0,004	0,4

$$R^2 = 0,57$$

$$S_e = 0,169$$

$$F(5,208) = 55,7 \quad [0,0000]$$

$$\text{AR1-1 } F(1,207) = 0,54 \quad [0,4636]$$

$$\text{AR1-12 } F(12,196) = 1,05 \quad [0,4011]$$

$$\text{ARCH1 } F(1,206) = 0,07 \quad [0,7898]$$

$$\text{ARCH12 } F(12,184) = 0,82 \quad [0,6265]$$

$$\text{Normality } \chi^2(2) = 1,064$$

$$\text{White-F}(20,187) = 0,889 \quad [0,6013]$$

$$\text{RESET } F(1,207) = 0,031 \quad [0,8602]$$

mit	
$S_e$	Standardfehler der Schätzung
AR 1-p F(...)	F-Version des Tests auf Autokorrelation der Ordnung 1 bis p der Residuen
ARCH r F(...)	F-Version des ARCH-Tests der Ordnung r
Normality $\chi^2(2)$	$\chi^2$ -Test auf Normalverteilung der Residuen nach Jarque und Bera
White F(...)	F-Test auf Heteroskedastie nach White
RESET F(...)	F-Test auf Fehlspezifikation nach Ramsey
(vgl. auch Hendry, D.F., 1989, S. 31ff.)	

Wie nicht anders zu erwarten, weist die dynamische Gleichung (2.5) im Vergleich zur statischen Gleichung (2.1.) einen geringeren Determinationskoeffizienten auf. Die langfristigen Bewegungen des Kapitalmarktzinses sind leichter zu erklären als die (relativ erratischen) kurzfristigen.

Die schätztheoretischen Eigenschaften sind zufriedenstellend. Die Residuen sind offensichtlich normalverteilt, wie der Test von Jarque/Bera andeutet. Es liegt weder Autokorrelation 1. noch 12. Ordnung vor. Die Varianzen sind homoskedastisch, wie der White-Test anzeigt.

Die bei Zeitreihen aus dem Finanzbereich häufig auftretende autoregressiv bedingte Heteroskedastie (ARCH) wurde mit dem ARCH-Test von Engle überprüft. Die Testergebnisse ergeben jedoch keine Hinweise auf ARCH-Effekte.

Multikollinearitätsprobleme scheinen nicht vorzuliegen. Die höchste Korrelation zwischen den Regressoren beträgt 0,56. Auch Hilfsregressionen einzelner erklärender Variablen auf die übrigen Regressoren ergaben keine hohen Determinationskoeffizienten.

Der Koeffizient des Fehlerkorrekturterms ist signifikant kleiner als Null. Dies bestätigt noch einmal das Ergebnis des Kointegrationstests.

Zur Überprüfung der Parameterstabilität bietet PC-GIVE u.a. rekursive Kleinstquadratschätzer (RLS, recursive least squares) an. Man schätzt dazu die k Parameter des Modells für einen Zeitraum  $t = 1, 2, \dots, n$  - wobei die Zahl der Beobachtungswerte n gemäß der Modellannahme des multiplen Regressionsmodells die Zahl der Parameter k übersteigen muß - mit OLS. Anschließend wird der Untersuchungszeitraum um eine Periode ausgedehnt und das Modell erneut geschätzt. Diese Prozedur wird fortgesetzt bis der Schätzzeitraum die gesamte Stichprobe umfaßt. Die Werte der einzelnen Regressionsparameter können dann gegen die

letzte Periode, die für die rekursive Schätzung verwendet wurde, abgetragen werden (Charemza, W.W., Deadman, D.F., 1992, S. 66f.). Im Beispiel erweisen sich die Koeffizienten als stabil. Aus Platzgründen wird in Abb. 4 nur der Koeffizient des Fehlerkorrekturterms dargestellt.

Zum Vergleich mit der zweistufigen Schätzung wird eine einstufige Schätzung des Fehlerkorrekturmodells mit der Methode von J.H. Stock (1987) bzw. G. Bardsen (1989) durchgeführt:

**(2.6) Modell  $\Delta KMZ_t$  (mit OLS)**

*Schätzzeitraum September 1976 bis Juni 1994*

Variable	Koeffizient	t-Wert
$\Delta KMZ_{t-1}$	0,302	5,2
$\Delta GMZ_t$	0,288	8,7
$\Delta GMZ_{t-1}$	-0,098	2,6
$\Delta USTB_t$	0,138	7,9
Constant	0,263	3,0
$KMZ_{t-1}$	-0,084	4,0
$USTB_{t-1}$	0,016	3,0
$GMZ_{t-1}$	0,036	3,6

$R^2 = 0,58$

$S_e = 0,169$

F-Test (5,208) = 40,0 [ .0000 ]

AR1-1 F(1,205) = 0,72 [ .3982 ]

AR1-12 F(12,194) = 0,93 [ .5132 ]

ARCH1 F(1,204) = 0,00 [ .9541 ]

ARCH12 F(12,182) = 0,77 [ .6833 ]

Normality  $\chi^2(2) = 0,985$

White-F(27,178) = 0,727 [ .8349 ]

RESET F(1,205) = 1,154 [ .2839 ]

Die verschiedenen Teststatistiken sind akzeptabel. Die rekursiven Koeffizientenschätzungen zeigen überwiegend Stabilität der Parameter der Dynamik an. Für die langfristigen Parameter, insbesondere von GMZ und USTB, sind jedoch Schwankungen zu verzeichnen.

Als nichtlineare Schätzer für die Kointegrationsparameter ergeben sich:

$$\text{USTB: } \beta_1 = 0,016/0,084 = 0,187 \quad \text{GMZ: } \beta_2 = 0,036/0,084 = 0,431.$$

Zum Vergleich noch einmal die Werte nach Engle und Granger aus Gleichung (2.1):

$$\text{USTB: } \beta_1 \text{ (E-G)} = 0,131 \quad \text{GMZ: } \beta_2 \text{ (E-G)} = 0,412.$$

Während sich der Koeffizient von GMZ nur geringfügig verändert hat, ist bei dem Koeffizienten von USTB eine deutliche Erhöhung zu bemerken.

#### 2.2.4. Analyse der Lagstrukturen

Zur Untersuchung der Dynamik im Zeitbereich schlagen G. Shi und G. Laven (1993, S. 7) eine Transformation von Gleichung (2.5) durch Auflösen der Differenzenoperatoren und durch Aufspaltung des Fehlerkorrekturterms  $\hat{u}_{t-1} = \text{KMZ}_{t-1} - 0,131 \text{ USTB}_{t-1} - 0,431 \text{ GMZ}_{t-1}$  vor. Damit erhält man die Lagoperatordarstellung des allgemeinen Modells verteilter Verzögerungen:

$$(2.7) \quad V(L) \text{ KMZ}_t = U_1(L) \text{ USTB}_t + U_2(L) \text{ GMZ}_t + \text{Constant} + \varepsilon_t$$

$$\text{mit } V(L) = 1 - 1,232L + 0,316L^2$$

$$U_1(L) = 0,134 - 0,123L$$

$$U_2(L) = 0,290 - 0,352L + 0,096L^2.$$

Nach Division von (2.7) durch das Lagpolynom des Regressanden  $V(L)$  ergibt sich die Beziehung

$$(2.8) \quad \text{KMZ}_t = [U_1(L)/V(L)] \text{ USTB}_t + [U_2(L)/V(L)] \text{ GMZ}_t + \text{Const} + \xi_t \\ = W_1(L) \text{ USTB}_t + W_2(L) \text{ GMZ}_t + \text{Const} + \xi_t$$

Dabei ist  $W_i(L)$  die gebrochen rationale Lagfunktion  $W_i(L) = \sum_{j=0}^k w_{ij}L^j$  mit  $0 < k \leq \infty$ . Die

Koeffizienten  $w_{ij}$  geben an, wie sich eine  $j$  Perioden zurückliegende Änderung des Regressors  $X_i$  per se auf den aktuellen Wert des Kapitalmarktzinses auswirkt (Shi, G., Laven, G., 1993, S. 2). Für  $j = 0$  erhält man also den *kurzfristigen* Reaktionskoeffizienten  $w_{i0}$ , der den Einfluß

einer Änderung der erklärenden Größe  $X_i$  in der Periode  $t$  auf  $KMZ_t$  beschreibt. Für die Berechnung des *langfristigen* Einflusses wird angenommen, daß alle Anpassungsprozesse abgelaufen sind und alle Variablen ein konstantes Niveau erreicht haben. Formal bedeutet dies:

$$(2.9) \quad \begin{aligned} KMZ_t &= KMZ_{t-1} = KMZ_{t-2} = \dots = KMZ \\ USTB_t &= USTB_{t-1} = USTB_{t-2} = \dots = USTB \\ GMZ_t &= GMZ_{t-1} = GMZ_{t-2} = \dots = GMZ \end{aligned}$$

Schreibt man nun (2.7) ausführlich

$$(2.10) \quad \begin{aligned} (v_0 + v_1L + v_2L^2)KMZ_t \\ = (u_{10} + u_{11}L)USTB_t \\ + (u_{20} + u_{21}L + u_{22}L^2)GMZ_t + \text{Const} + \xi_t \end{aligned}$$

und setzt (2.9) ein, so erhält man unter Vernachlässigung der Residuen

$$(2.11) \quad \begin{aligned} (v_0 + v_1 + v_2)KMZ \\ = (u_{10} + u_{11})USTB + (u_{20} + u_{21} + u_{22})GMZ + \text{Const} \end{aligned}$$

bzw.

$$(2.12) \quad V(1) KMZ = U_1(1) USTB + U_2(1) GMZ + \text{Const.}$$

Division durch den Skalar  $V(1)$  ergibt

$$(2.13) \quad KMZ = W_1(1) USTB + W_2(1) GMZ + C \quad \text{mit } C = \text{Const}/V(1).$$

Die Koeffizienten  $W_i(1) = \sum_{j=0}^k w_{ij} = U_i(1)/V(1)$  geben also die langfristige Wirkung einer Veränderung der erklärenden Größe  $i$  auf die zu erklärende Größe an (Shi, G., Laven, G., 1993, S. 2). Man kann nun die Lagstruktur standardisieren, indem man den langfristigen Effekt auf den Wert eins normiert (Johnston, J., 1984, S. 344):

$$(2.14) \quad H_i(L) = W_i(L) / W(1) = \sum_{j=0}^k h_{ij}L^j.$$

Dies bietet den Vorteil, daß jeder Koeffizient der normierten Lagstruktur  $H_i(L)$  den Anteil am langfristigen Gesamteffekt angibt, der sich genau in der  $j$ -ten Periode nach der Änderung der erklärenden Größe  $i$  ergibt. Jeder Koeffizient der Partialsumme

$$(2.15) S_{ij} = \sum_{g=0}^j h_{ig}$$

weist dann den Anteil am langfristigen Gesamteffekt aus, der  $j$  Perioden nach der Änderung der erklärenden Größe  $i$  insgesamt erreicht ist. (Johnston, J., 1984, S. 344).

In der Literatur finden sich die Bezeichnungen *total multiplier* für  $W_i(1)$ , *interim multiplier* für  $w_{ij}$  und speziell für  $w_{i0}$  *impact multiplier* (Johnston, J., 1984, S. 9f.). A.C. Harvey (1990, S. 234f.) verwendet den Begriff *interim multiplier* dagegen für die Partialsumme  $S_{ij}$ .

Im Beispiel zur Zinsentwicklung erhält man für USTB:

$$W_1(L) = U_1(L)/V(L) = 0,134 + 0,042L + 0,009L^2 + 0,002L^3 - 0,001L^4 - 0,002L^5 - \dots$$

$$W_1(1) = U_1(1)/V(1) = 0,011/0,083 = 0,131 \quad (\text{vgl. Modell (2.1)})$$

Normierte Lagstruktur:

$$H_1(L) = W_1(L)/W_1(1) = 1,026 + 0,322L + 0,073L^2 + 0,012L^3 - 0,008L^4 - 0,014L^5 - \dots$$

$j$	0	1	2	3	4	5	$\infty$
$S_{1j}$	1,026	1,348	1,421	1,433	1,425	1,411	1

Ergebnisse für GMZ:

$$W_2(L) = U_2(L)/V(L) = 0,290 + 0,006L + 0,011L^2 + 0,012L^3 + 0,011L^4 + 0,010L^5 + \dots$$

$$W_2(1) = U_2(1)/V(1) = 0,034/0,083 = 0,412 \quad (\text{vgl. Modell (2.1)})$$

Normierte Lagstruktur:

$$H_2(L) = W_2(L)/W_2(1) = 0,704 + 0,014L + 0,028L^2 + 0,030L^3 + 0,028L^4 + 0,025L^5 + \dots$$

$j$	0	1	2	3	4	5	$\infty$
$S_{2j}$	0,704	0,718	0,746	0,776	0,804	0,829	1

Interpretation:

Eine Erhöhung des kurzfristigen amerikanischen Zinses führt zu einem deutlichen Überschießen des deutschen Kapitalmarktzinses nach oben (vgl.  $S_{1j}$ ). Dies erscheint nur bedingt realistisch. Allerdings könnte der Anstieg des USTB-Zinses auf zwei Wegen wirken.



Zum einen sind Portfolioumschichtungen von DM-Anlagen in die nun attraktiveren Dollar-Anlagen wahrscheinlich, zum anderen könnten Erwartungseffekte bewirken, daß vorsichtige Anleger aus Angst vor weiteren Rückschlägen am Kapitalmarkt ihre Bestände an deutschen festverzinslichen Wertpapieren liquidieren. Nach einer Stabilisierung des Rentenmarktes könnten Rückkäufe einen Rückgang des Zinsniveaus auf das endgültige Niveau bewirken. Trotzdem ist ein Überschießen von 43,3 % des endgültigen Effektes schwer vorstellbar.

Die Stabilität des Fehlerkorrekturmodells ist allerdings trotz des Überschießens gewährleistet. Werden die exogenen Variablen konstant gehalten, so reduziert sich (2.7) auf die inhomogene Differenzengleichung

$$(2.16) \quad V(L)KMZ_t = KMZ_t - 1,232KMZ_{t-1} + 0,316KMZ_{t-2} = \text{Const.}$$

Stabilität des Modells erfordert, daß die Lösungen der charakteristischen Gleichung von  $V(L)$  betragsmäßig kleiner als eins sind (Kmenta, J., 1986, S. 727). Die charakteristische Gleichung

$$(2.17) \quad \lambda^2 - 1,232\lambda + 0,316 = 0$$

besitzt die Wurzeln  $\lambda_1 = 0,868$  und  $\lambda_2 = 0,364$ . Das Modell ist daher stabil.

Die Ergebnisse für den deutschen Geldmarktzins erscheinen dagegen plausibel. Ungefähr 70% der Auswirkung einer Änderung von GMZ zeigt sich sofort. Die restlichen ca. 30% verteilen sich dagegen auf einen sehr langen Zeitraum. Eventuell spiegelt sich darin das unterschiedliche Verhalten der verschiedenen Anlegergruppen wieder. Während die (quantitativ bedeutenderen) professionellen institutionellen Anleger auf Variationen des Geldmarktzins sofort reagieren, erfolgt die Reaktion der privaten Anleger erst mit Verzögerung.

Auch für die Stock/Bardsen-Version (2.6) des Fehlerkorrekturmodells wurde eine Analyse der Lagstruktur durchgeführt:

$$(2.18) \quad V(L) KMZ_t = U_1(L) USTB_t + U_2(L) GMZ_t + \text{Constant}$$

mit  $V(L) = 1 - 1,219L + 0,302L^2$

$$U_1(L) = 0,138 - 0,122L$$

$$U_2(L) = 0,288 - 0,350L + 0,098L^2$$

Daraus ergibt sich für USTB:

$$W_1(L) = U_1(L)/V(L) = 0,137 + 0,046L + 0,014L^2 + 0,003L^3 - 0,001L^4 - 0,001L^5 - \dots$$

$$W_1(1) = U_1(1)/V(1) = 0,016/0,084 = 0,187 \quad (\text{vgl. Modell (2.6)})$$

$$H_1(L) = W_1(L)/W_1 = 0,734 + 0,244L + 0,076L^2 + 0,018L^3 - 0,005L^4 - 0,005L^5 - \dots$$

j	0	1	2	3	4	5	$\infty$
$S_{1j}$	0,734	0,978	1,054	1,072	1,067	1,062	1

Ergebnisse für GMZ:

$$W_2(L) = U_2(L)/V(L) = 0,288 + 0,001L + 0,010L^2 + 0,011L^3 + 0,010L^4 + \dots$$

$$W_2(1) = U_2(1)/V(1) = 0,036/0,084 = 0,431 \quad (\text{vgl. Modell (2.6)})$$

$$H_2(L) = W_2(L)/W_2 = 0,669 + 0,003L + 0,022L^2 + 0,026L^3 + 0,025L^4 + \dots$$

j	0	1	2	3	4	5	$\infty$
$S_{1j}$	0,669	0,672	0,694	0,72	0,745	0,769	1

Interpretation:

Während sich die Ergebnisse für GMZ kaum geändert haben, ergeben sich bei der Untersuchung der Lagstruktur des amerikanischen Zinses deutliche Verschiebungen. Es ist nur noch ein geringfügiges Überschießen des Kapitalmarktzinses zu beobachten. Auch in diesem Fall ist die Stabilitätsbedingung des Modells erfüllt. Die Lösungen der charakteristischen Gleichung von  $V(L)$ ,  $\lambda_1 = 0,873$  und  $\lambda_2 = 0,346$ , liegen innerhalb des Einheitskreises.

Auffällig ist die schnellere Anpassung des Kapitalmarktzinses an Störungen, die vom amerikanischen Geldmarkt ausgehen, im Vergleich zu Störungen, die auf den deutschen Geldmarkt zurückzuführen sind (vgl.  $S_{1j}$  und  $S_{2j}$ ). Nach 5 Monaten ist bei GMZ erst 76,9 % des Gesamteffektes erreicht, während bei USTB die Anpassung schon weitgehend vollzogen wurde. Dies dürfte seine Ursache darin haben, daß Änderungen der Dollar-Zinsen überwiegend die Dispositionen der professionellen Anleger beeinflussen und weniger das Anlageverhalten der privaten Anleger in Deutschland. Da die institutionellen Anleger eine kürzere Reaktionszeit

benötigen, werden Störungen, die vom amerikanischen Geldmarkt ausgehen, schneller absorbiert als Änderungen des deutschen Geldmarktzinses.

Der Vergleich der beiden Modelle (2.5) und (2.6) ergibt, daß der einstufige Schätzer zu plausibleren Ergebnissen führt als die zweistufige Prozedur. Als Erklärung bieten sich zwei Möglichkeiten an. Zum einen könnte die bereits von J.H. Stock (1987) beobachtete geringere Verzerrung des einstufigen Schätzers in endlichen Stichproben ausschlaggebend sein. Eine andere Ursache könnte in den Eigenschaften der betrachteten Zeitreihen liegen. Bereits J. Wolters (1990, S. 171) zweifelt an der I(1)-Natur der Zinssätze. Er weist ferner darauf hin, daß eine zweistufige Schätzung, bei der die langfristige Beziehung ohne Berücksichtigung der kurzfristigen Dynamik geschätzt wird, nicht mehr zulässig ist, wenn die Zinssätze Eigenschaften stationärer Prozesse aufweisen. Tatsächlich weisen A.D. Hall, H.M. Anderson und C.W.J. Granger (1992, S. 120) auf einen wichtigen Unterschied zwischen der theoretischen Entwicklung von I(1)-Prozessen und dem Verlauf von Nominalzinsen hin. Danach können Nominalzinsen nicht unbegrenzt schwanken, da sie durch die Nulllinie begrenzt sind.

### 2.2.5. Systemschätzung des Modells

Im multivariaten Fall ist die Verwendung des Engle-Granger-Verfahrens nicht mehr empfehlenswert. Im folgenden wird daher mit Hilfe des Maximum-Likelihood-Ansatzes von Johansen untersucht, ob und ggf. wieviele Kointegrationsbeziehungen zwischen den drei Variablen KMZ, GMZ und USTB vorliegen. Außerdem werden die Kointegrationsvektoren, falls sie existieren, geschätzt.

Entsprechend den bisherigen Ergebnissen wird die Schätzung eines VAR(2)-Modells unter Berücksichtigung eines Absolutgliedes  $\mathbf{D}$  für sinnvoll erachtet:

$$(2.19) \mathbf{X}_t = \Pi_1 \mathbf{X}_{t-1} + \Pi_2 \mathbf{X}_{t-2} + \Pi_0 \mathbf{D} + \varepsilon_t$$

In der Fehlerkorrekturform lautet dieses Modell:

$$(2.20) \Delta \mathbf{X}_t = \Gamma_1 \Delta \mathbf{X}_{t-1} + \Gamma_2 \mathbf{X}_{t-2} + \Gamma_0 \mathbf{D} + \varepsilon_t$$

mit  $\mathbf{X}_t' = (\text{KMZ}_t \text{ GMZ}_t \text{ USTB}_t)$ ,  $\Gamma_i = -\mathbf{I} + \Pi_1 + \dots + \Pi_i$  ( $i = 1, 2$ )  
und  $\Gamma_0 = \Pi_0$ .

Die FIML-Schätzung ergibt:

	$\Delta KMZ_{t-1}$	$\Delta GMZ_{t-1}$	$\Delta USTB_{t-1}$	$KMZ_{t-2}$	$GMZ_{t-2}$	$USTB_{t-2}$	Constant
$\Delta KMZ_t$	0,317	-0,033	0,062	-0,102	0,034	0,020	0,382
$\Delta GMZ_t$	0,349	0,160	0,052	0,002	-0,027	0,018	0,040
$\Delta USTB_t$	-0,113	-0,095	0,291	-0,127	0,041	-0,009	0,741

Standardfehler:

	$\Delta KMZ_{t-1}$	$\Delta GMZ_{t-1}$	$\Delta USTB_{t-1}$	$KMZ_{t-2}$	$GMZ_{t-2}$	$USTB_{t-2}$	Constant
$\Delta KMZ_t$	0,086	0,049	0,026	0,027	0,013	0,007	0,110
$\Delta GMZ_t$	0,136	0,077	0,041	0,042	0,021	0,011	0,176
$\Delta USTB_t$	0,255	0,145	0,076	0,079	0,039	0,020	0,328

Das Modul PCFIML bietet leider nur eine geringe Anzahl von Teststatistiken für die Modelldiagnose. Der besseren Übersichtlichkeit wegen werden im folgenden nur die Teststatistiken für die 1. Gleichung ( $\Delta KMZ$ ) des Systems dargestellt:

$$R^2 = 0,275$$

$$\text{Normality } \chi^2(2) = 5,802$$

$$\text{AR1-12 } F(12,183) = 1,29 [0,2249]$$

Die Annahmen der Normalverteilung sowie der Nichtautokorrelation der Residuen sind bei einem Signifikanzniveau von 5% erfüllt.

Die Matrix  $\Gamma_2$  aus (2.20) lautet (s. oben):

$$\begin{pmatrix} -0,102 & 0,034 & 0,020 \\ 0,002 & 0,027 & 0,018 \\ -0,127 & 0,041 & -0,009 \end{pmatrix}$$

Die Faktorisierung  $\Gamma_2 = \alpha\beta'$  mit  $\beta$  = Matrix der Kointegrationsvektoren und  $\alpha$  = Matrix der Anpassungskoeffizienten nach Johansen ergibt:

Standardisierte  $\beta'$ -Eigenvektoren:

$$\begin{pmatrix} 1,000 & -0,417 & -0,160 \\ -0,481 & 1,000 & -1,083 \\ 6,369 & 11,544 & 1,000 \end{pmatrix}$$

Standardisierte  $\alpha$ -Koeffizienten:

$$\begin{pmatrix} -0,101 & -0,004 & -0,000 \\ -0,001 & 0,017 & -0,009 \\ -0,103 & 0,022 & -0,002 \end{pmatrix}$$

Die Eigenwerte  $\lambda_i$  lauten:

$$0,021797 \quad 0,035135 \quad 0,085711$$

Für die Teststatistiken folgt daraus (in Klammern kritische Werte auf dem 10%- und 5%-Niveau nach M. Osterwald-Lenum (1992, wiederabgedruckt in: Banerjee, A., et al., 1993, S. 275)):

N-r	$\lambda_{\max} = -T \ln(1-\lambda_i)$	trace = $-T \sum \ln(1-\lambda_i)$
1	4,72 (6,50/8,18)	4,72 (6,50/8,18)
2	7,65 (12,91/14,90)	12,37 (15,66/17,65)
3	19,18 (18,90/21,07)	31,55 (28,71/31,52)

Die Hypothese, daß für die  $N = 3$  Variablen der Kointegrationsrang  $r$  gleich Null ist, wird anhand der  $\lambda_{\max}$ -Statistik auf dem 10%-Niveau abgelehnt (s. Zeile  $N-r = 3 - 0 = 3$ ). Der kritische Wert der trace-Statistik wird bereits bei einem Signifikanzniveau von 5% überschritten. Der Kointegrationsrang beträgt damit mindestens eins.

Im nächsten Schritt wird die Hypothese  $r \leq 1$  überprüft. Beide Teststatistiken bleiben selbst auf dem 10%-Niveau deutlich hinter den entsprechenden kritischen Werten zurück. Die Nullhypothese wird daher angenommen, der Kointegrationsrang beträgt eins, d.h. es existiert genau eine stationäre Linearkombination der drei Variablen. Der Kointegrationsvektor ist die erste Zeile der Matrix  $\beta'$ :

$$(1,000 \quad -0,417 \quad -0,160),$$

wobei der Koeffizient von  $\Delta\text{KMZ}_t$  auf eins normiert wurde. Die Maximum-Likelihood-Schätzung der Kointegrationsparameter bestätigt damit in etwa die Ergebnisse der Einzelgleichungsschätzungen

nach Engle/Granger	(1,000	-0,412	-0,131)
und Stock	(1,000	-0,431	-0,187)

Leider erhält man jedoch keinen Hinweis darauf, welcher der beiden Werte für den Parameter von USTB der "Richtigere" ist, da sich der ML-Schätzer von -0,160 genau in der Mitte zwischen den beiden Werten bewegt.

Die beiden unteren Zeilen von  $\beta'$  geben die nichtstationären Linearkombinationen der Variablen an. Da in dem vektorautoregressiven Modell (2.20) nur stationäre Terme auftreten dürfen, müssen die zugehörigen Anpassungskoeffizienten in der zweiten und dritten Spalte der  $\alpha$ -Matrix Null sein. Die relativ geringen empirischen Werte für diese beiden Spalten entsprechen dieser Anforderung.

Auch der Anpassungskoeffizient  $\alpha_{11} = -0,101$  der Matrix der  $\alpha$ -Koeffizienten ist in der Größenordnung plausibel und liegt relativ nahe bei dem Wert aus dem Engle/Granger-Ansatz (-0,083). Insbesondere "stimmt" das Vorzeichen. Abweichungen von der langfristigen Kointegrationsbeziehung werden in den folgenden Perioden korrigiert.

An dieser Stelle muß auf das Problem Einzelgleichungsschätzung vs. Systemschätzung eingegangen werden. Das Engle-Granger-Verfahren und der einstufige Schätzer besitzen den Vorteil, daß nur die Gleichung für die interessierende Variable (in diesem Fall KMZ) modelliert und geschätzt werden muß. Ein solches Vorgehen ist jedoch nur zulässig, wenn die übrigen Variablen als *schwach exogen* angesehen werden können (Banerjee, A., et al., 1993, S. 252).

Die Analyse der gemeinsamen Wahrscheinlichkeitsverteilung  $f(\text{KMZ}_t, \text{GMZ}_t, \text{USTB}_t)$  kann bei schwacher Exogenität von GMZ und USTB auf die bedingte Verteilung  $g(\text{KMZ}_t | \text{GMZ}_t,$

USTB<sub>t</sub>), d.h. die erste Gleichung des Systems (2.20), reduziert werden. In diesem Fall kann ein Einzelgleichungsmodell für KMZ unter Vernachlässigung der beiden anderen Gleichungen geschätzt werden, da bei der Analyse des Partialsystems keine Informationen verloren gehen (Johansen, S., 1992b, S. 401). Voraussetzung für die schwache Exogenität von GMZ und USTB ist, daß der Fehlerkorrekturterm nicht in der zweiten und dritten Gleichung des VAR-Modells (2.20) auftritt (Banerjee, A., et al., 1993, S. 252). Banerjee et al. weisen darauf hin, daß bei Verletzung dieser Bedingung Verzerrungen der Schätzer zu befürchten sind.

Betrachtet man die zu dem Fehlerkorrekturterm korrespondierende erste Spalte der  $\alpha$ -Matrix, so erkennt man, daß der Fehlerkorrekturterm - wie oben bereits erwähnt - in der Gleichung für den Kapitalmarktzins mit einem Koeffizienten von  $\alpha_{11} = -0,101$  auftritt. Dies ist ebenso theoriekonform wie der niedrige Koeffizient  $\alpha_{21} = -0,001$ , der darauf hinweist, daß die Gleichung für den Geldmarktsatz nicht den Fehlerkorrekturterm enthält. Dagegen erscheint der Koeffizient  $\alpha_{31} = -0,103$  sehr hoch. Dies könnte ein Indiz sein, daß der Fehlerkorrekturterm in der Gleichung für den amerikanischen Zins auftritt, wodurch USTB nicht mehr als schwach exogen angesehen werden könnte, da in diesem Fall die erste Gleichung über den Fehlerkorrekturterm von der dritten abhängig wäre.

S. Johansen (1992a) hat ein Verfahren entwickelt, wie man die Signifikanz der Anpassungskoeffizienten überprüfen kann. Existiert nur ein Kointegrationsvektor, so kann danach die Hypothese der schwachen Exogenität von  $x_i \in (x_1, x_2, \dots, x_N)$  für die Schätzung der Fehlerkorrekturgleichung von  $x_1$  als  $H_0: \alpha_{i1} = 0$  formuliert werden. Bezogen auf die spezielle Fragestellung in dieser Arbeit bedeutet dies, daß für die schwache Exogenität von KMZ der Koeffizient  $\alpha_{11}$  Null sein muß, analog  $\alpha_{21} = 0$  für GMZ bzw.  $\alpha_{31} = 0$  für USTB.

Die Restriktion  $\alpha_{i1} = 0$  kann nach Johansen mit Hilfe eines Likelihood-Ratio-Tests (LR) überprüft werden. Dazu werden für das restringierte und das unrestringierte Modell jeweils der Logarithmus der Determinante der Varianz-Kovarianz-Matrix berechnet. Die Teststatistik ergibt sich dann als

$$LR = T (\ln |\Omega'| - \ln |\Omega^\circ|) \sim \chi^2(\text{d.f.})$$

mit  $T$  = Anzahl der Beobachtungen,  $\text{d.f.}$  = Anzahl der Restriktionen,  $\Omega'$  = Var-Cov-Matrix des restringierten Modells und  $\Omega^\circ$  = Var-Cov-Matrix des unrestringierten Modells (Johansen, S., 1992a, S. 323).

Die Tests der Nullhypothese der schwachen Exogenität ergeben

Exogenität von	Teststatistik	kritischer Wert ( $\alpha = 5\%$ )
KMZ	23,752	$\chi^2(1) = 3,84$

GMZ	0,001	$\chi^2(1) = 3,84$
USTB	2,233	$\chi^2(1) = 3,84$
GMZ und USTB	2,251	$\chi^2(2) = 5,99$

Damit ist die schwache Exogenität der Variablen GMZ und USTB für die Parameter der Gleichung für den Kapitalmarktzins belegt. Die Einzelgleichungsschätzungen in Abschnitt 2.2.3. waren daher zulässig. Dennoch empfiehlt sich die Analyse des gesamten Systems, da die Annahmen über die Anzahl der Kointegrationsvektoren und die schwache Exogenität der erklärenden Größen dadurch recht einfach überprüft werden können (Johansen, S., 1992a, S. 323).

### 3. Fazit

In der vorliegenden Arbeit wurde gezeigt, daß Fehlerkorrekturmodelle in der Lage sind, kurzfristige Dynamik und langfristige Beziehungen in einem Modell darzustellen. Dabei besitzt der langfristige Teil des Modells eine wirtschaftstheoretische Fundierung, während die Spezifikation der kurzfristigen Dynamik ausschließlich anhand der Dateneigenschaften erfolgt.

Die Anwendung des Instrumentariums der Fehlerkorrekturmodelle auf ein Beispiel zur Zinsentwicklung ergab für den Untersuchungszeitraum 1976 - 1994 u.a. die folgenden Ergebnisse:

- Der deutsche Kapitalmarktzins, der deutsche Geldmarktzins sowie der amerikanische Geldmarktzins sind kointegriert. Dabei übt der deutsche Geldmarktzins eindeutig einen stärkeren Einfluß auf den Kapitalmarktzins aus als der amerikanische.
- Der einstufige Schätzer nach Stock bzw. Bardsen ergab plausiblere Schätzergebnisse für die Dynamik als der zweistufige Schätzer nach Engle und Granger.
- Die Systemschätzung nach Johansen bestätigte in etwa die Einzelgleichungsschätzungen der Kointegrationsparameter. Die beiden Geldmarktsätze konnten als schwach exogen für die Parameter der Gleichung des Kapitalmarktzinses identifiziert werden.



Anhang:

Abb. 1: KMZ = GMZ = USTB =

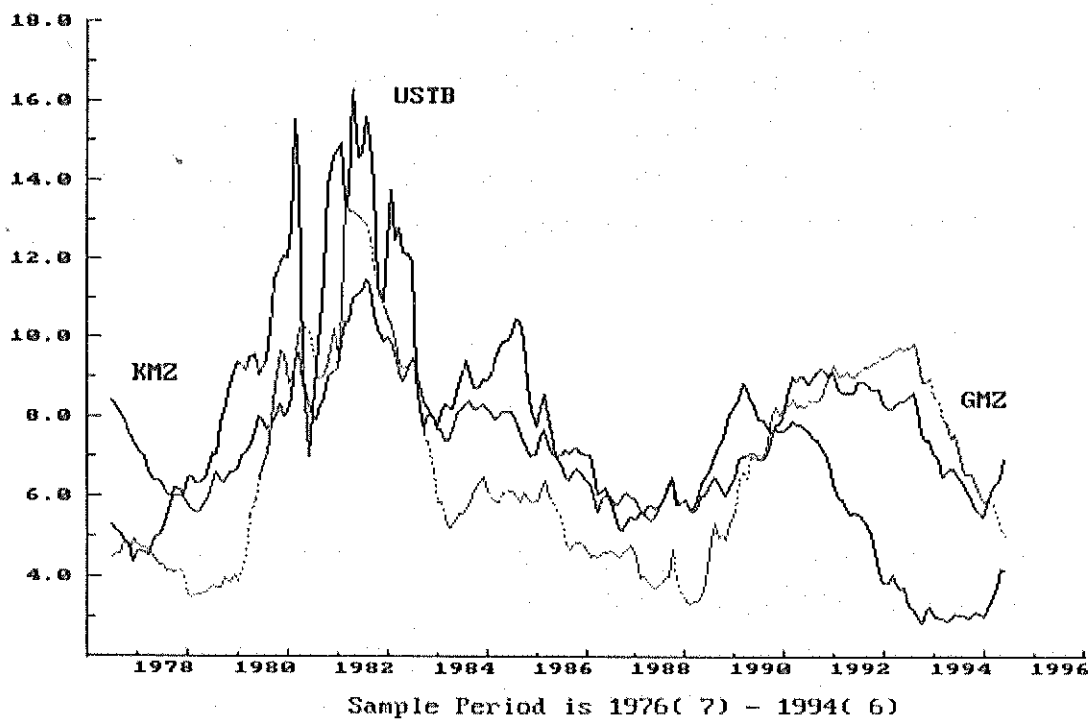


Abb. 2: 1. Stufe des Engle-Granger-Ansatzes (statische Regression)

KMZ = FITTED =

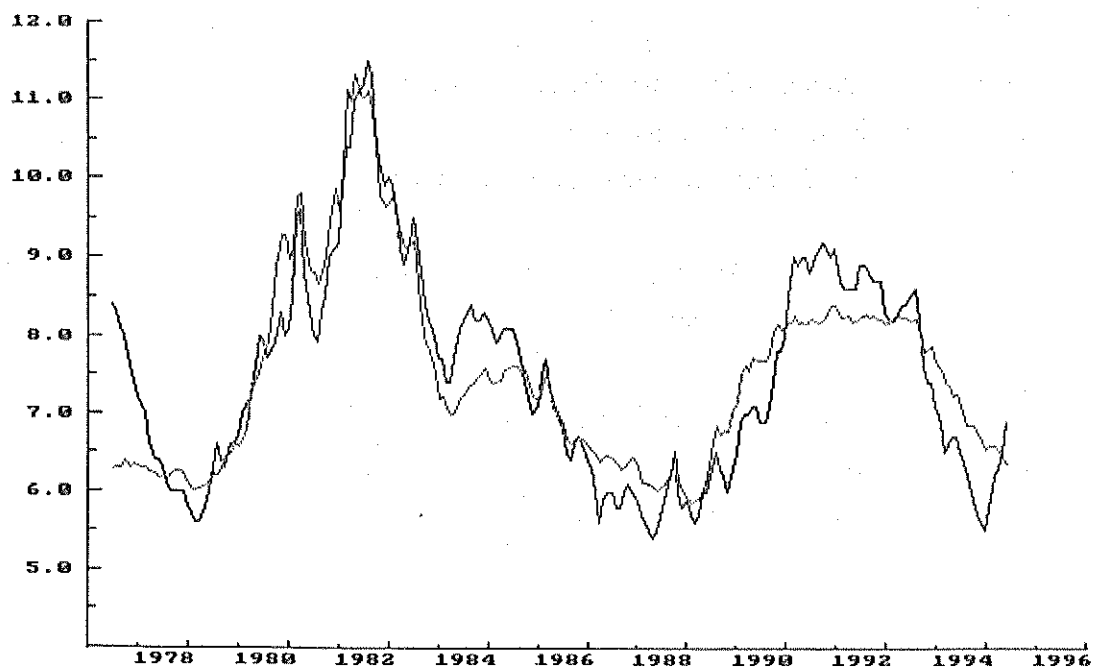


Abb. 3: Residuen der Gleichung 2.1. (= Fehlerkorrekturterm)

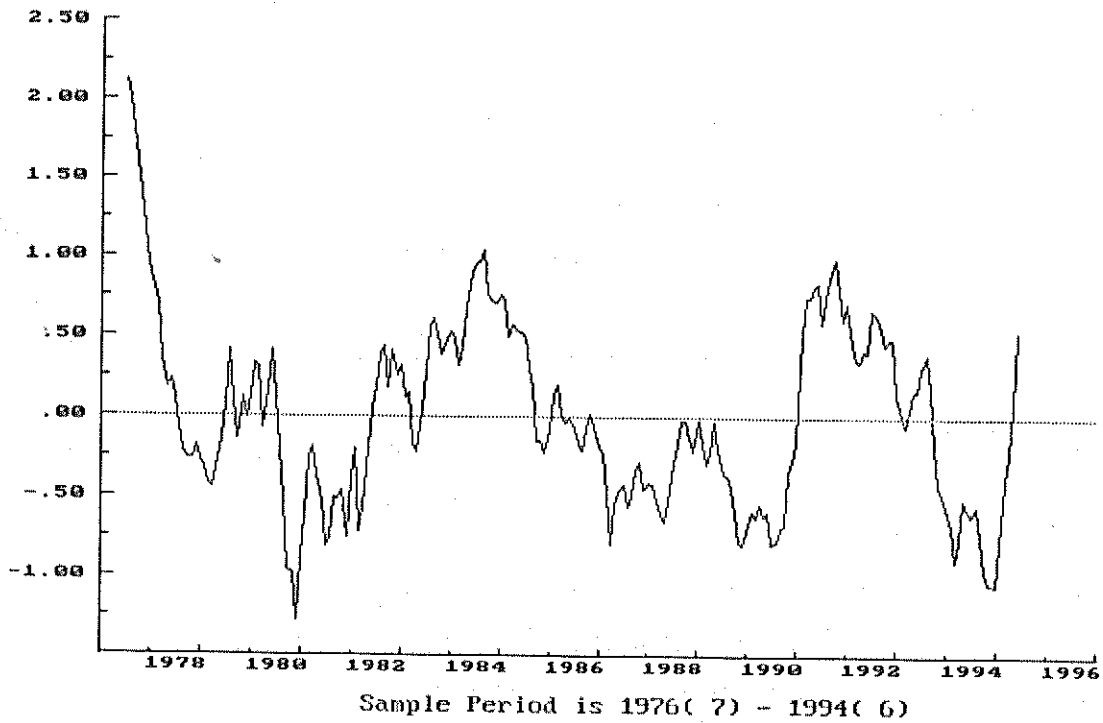
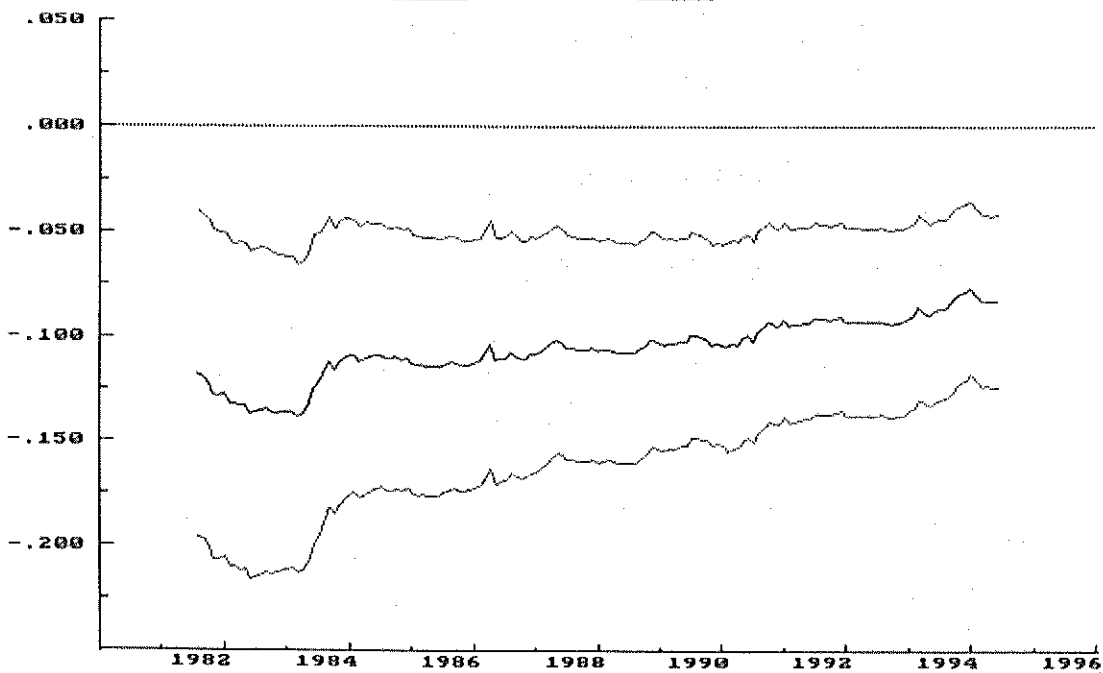


Abb. 4: RLS-Schätzung des Koeffizienten des Fehlerkorrekturterms  
 $U_{t-1} = \text{_____} \pm 2 \times \text{S.E.} = \text{_____}$



## *Literaturverzeichnis:*

*Banerjee, A., Dolado, J.J., Galbraith, J.W., Hendry, D.F.*, Co-Integration, Error Correction, and the Econometric Analysis of Non-Stationary Data, Oxford 1993.

*Bardsen, G.*, Estimation of Long-Run Coefficients in Error Correction Models, in: Oxford Bulletin of Economics and Statistics, Vol. 51, 1989, S. 345-350.

*Charemza, W.W., Deadman, D.F.*, New Directions in Econometric Practice, Aldershot 1992.

*Cuthbertson, K., Hall, S.G., Taylor, M.P.*, Applied Econometric Techniques, New York usw. 1992.

*Davidson, J.E.H., Hendry, D.F., Srba, F., Yeo, S.*, Econometric Modelling of the Aggregate Time-Series Relationship Between Consumers' Expenditure and Income in the United Kingdom, in: Economic Journal, Vol. 88, 1978, S. 661-692.

*Engle R.F., Granger C.W.J.*, Co-integration and Error Correction: Representation, Estimation und Testing, in: Econometrica, Vol. 55, 1987, S. 251-276.

*Engle, R.F., Hendry, D.F., Richard, J.-F.*, Exogeneity, in: Econometrica, Vol. 51, 1983, S. 277-304.

*Engle R.F., Yoo, B.S.*, Forecasting and Testing in Co-Integrated Systems, in: Journal of Econometrics, Vol. 35, 1987, S. 143-159.

*Filc, W.*, Theorie und Empirie des Kapitalmarktzinses, Stuttgart 1992.

*Fuller, W.A.*, Introduction to Statistical Time Series, New York 1976.

*Hall, A.D., Anderson, H.M., Granger C.W.J.*, A Cointegration Analysis of Treasury Bill Yields, in: The Review of Economics and Statistics, Vol. 74, 1992, S. 116-126.

*Harvey, A.C.*, The Econometric Analysis of Time Series, 2nd edition, New York usw. 1990.

*Hendry, D.F.*, PC-GIVE: An Interactive Econometric Modelling System, Oxford 1989.

*Johansen, S.*, Testing Weak Exogeneity and the Order of Cointegration in UK Money Demand Data, in: *Journal of Policy Modelling*, Vol. 14, 1992a, S. 313-334.

*Johansen, S.*, Cointegration in partial systems and the efficiency of single-equation analysis, in: *Journal of Econometrics*, Vol. 52, 1992b, S. 389-402.

*Johansen, S.*, Statistical Analysis of Cointegration Vectors, in: *Journal of Economic Dynamics and Control*, Vol. 12, 1988, S. 231-254.

*Johansen, S., Juselius, K.*, Testing structural hypotheses in a multivariate cointegration analysis of the PPP and UIP for UK, in: *Journal of Econometrics*, Vol. 53, 1992, S. 211-244.

*Johnston, J.*, *Econometric Methods*, 3rd edition, New York usw. 1984.

*Kmenta, J.*, *Elements of Econometrics*, 2nd edition, New York 1986.

*König, H., Wolters, J.*, Zinsstruktur und Inflation in einer offenen Volkswirtschaft. Eine ökonometrische Studie für die Bundesrepublik Deutschland, in: *Die Bedingungen des Wirtschaftswachstums in Vergangenheit und Zukunft*, Helmstädter, E. (Hrsg.), Tübingen 1984, S. 219-249.

*Maddala, G.S.*, *Introduction to Econometrics*, 2nd edition, New York 1992.

*Matthes, R.*, Zinsprognosen: Fehlerkorrekturmodelle vs. Neuronale Netze, in: Bol, G., Nakhaeizadeh, G., Vollmer, K.-H. (Hrsg.), *Finanzmarktanwendungen neuronaler Netze und ökonometrischer Verfahren*, Heidelberg 1994, S. 41-60.

*Matthes, R., Schulze, P.M.*, Ein Fehlerkorrekturmodell zur Beschäftigungsnachfrage, in: *Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik*, Vol. 208, 1991, S. 414-424.

*Osterwald-Lenum, M.*, A Note with Quantiles of the Asymptotic Distribution of the Maximum Likelihood Cointegration Rank Test Statistics, in: *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, Vol. 54, 1992, S. 461-472.

*Rüdel, T.*, *Kointegration und Fehlerkorrekturmodelle*, Heidelberg 1989.

*Sargan, J.D.*, Wages and Prices in the United Kingdom: A Study in Econometric Methodology, in: Hart, P.E., Mills, G., Whitaker, J.K. (eds.), *Econometric Analysis for*

National Economic Planning, London 1964, reprinted in: Hendry, D.F., Wallis, K.F. (eds.), *Econometrics and Quantitative Economics*, Oxford 1984.

*Shi, G., Laven., G.*, Zur Interpretation von Lagverteilungen, Beiträge zur Wirtschaftsforschung Nr. 41, Universität Mainz, Mainz 1993.

*Stock, J.H.*, Asymptotic Properties of Least Squares Estimators of Cointegrating Vectors, in: *Econometrica*, Vol. 55, 1987, S. 1035-1056.

*Wolters, J.*, Zur ökonometrischen Modellierung kurz- und langfristiger Abhängigkeiten; dargestellt am Beispiel der Zinsstruktur, in: Nakheiazadeh, G., Vollmer, K.-H. (Hrsg.), *Neuere Entwicklungen in der angewandten Ökonometrie*, Heidelberg 1990, S. 155-176.

**Autor:**

Christoph Balz

Diplom-Volkswirt  
Projektbearbeiter

Bisher erschienene Arbeitspapiere:

1. Peter M. Schulze, Prognoseverfahren wissenschaftlicher Institute in der Bundesrepublik Deutschland. Überblick über eine Umfrage (Dezember 1993).
2. Martina Nold / Peter M. Schulze, Möglichkeiten und Grenzen der Quantifizierung der Schattenwirtschaft (April 1994).
3. Armin Seher, Einfluß der Integrationsordnung bei Zeitreihen auf die Spezifikation von Fehlerkorrekturmodellen (Juni 1994).
4. Lars Berg / Armin Gemünden / Frank Hubert / Ralf Leonhardt / Michael Leroudier, Die Situation der Studentenschaft in den Wirtschaftswissenschaften an der Universität Mainz im Frühjahr 1994. Ergebnisse einer Umfrage (August 1994).
5. Christoph Balz, Ein Fehlerkorrekturmodell zur Entwicklung des Kapitalmarktzinses in der Bundesrepublik Deutschland (Oktober 1994)