

Schulze, Peter M.; Spieker, Uwe

Working Paper

Deutsche Aktienindizes: Statistische Konzepte und Beispiele

Arbeitspapier, No. 7

Provided in Cooperation with:

Johannes Gutenberg-Universität Mainz, Institut für Statistik und Ökonometrie

Suggested Citation: Schulze, Peter M.; Spieker, Uwe (1994) : Deutsche Aktienindizes: Statistische Konzepte und Beispiele, Arbeitspapier, No. 7, Johannes-Gutenberg-Universität Mainz, Institut für Statistik und Ökonometrie, Mainz

This Version is available at:

<https://hdl.handle.net/10419/49959>

Standard-Nutzungsbedingungen:

Die Dokumente auf EconStor dürfen zu eigenen wissenschaftlichen Zwecken und zum Privatgebrauch gespeichert und kopiert werden.

Sie dürfen die Dokumente nicht für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, öffentlich zugänglich machen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Sofern die Verfasser die Dokumente unter Open-Content-Lizenzen (insbesondere CC-Lizenzen) zur Verfügung gestellt haben sollten, gelten abweichend von diesen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

Terms of use:

Documents in EconStor may be saved and copied for your personal and scholarly purposes.

You are not to copy documents for public or commercial purposes, to exhibit the documents publicly, to make them publicly available on the internet, or to distribute or otherwise use the documents in public.

If the documents have been made available under an Open Content Licence (especially Creative Commons Licences), you may exercise further usage rights as specified in the indicated licence.

Deutsche Aktienindizes
- Statistische Konzepte und Beispiele -

Peter M. Schulze/Uwe Spicker

Arbeitspapier Nr. 7 (Dezember 1994)

XIII / 94

St 55209

INHALTSVERZEICHNIS

- 1 Einleitung
- 2 Konzeption von Aktienindizes
 - 2.1 Zahl der Auswahl der Indextitel
 - 2.1.1 Anzahl der Titel
 - 2.1.2 Auswahl nach dem Zufallsprinzip
 - 2.1.3 Auswahl ohne Zufallsprinzip
 - 2.2 Indexformeln
 - 2.2.1 Kursdurchschnitte
 - 2.2.2 Preisindizes
 - 2.2.3 Wertindex
 - 2.3 Gewichtung der Aktien im Index
 - 2.3.1 Gewichtung mit dem Grundkapital
 - 2.3.2 Gewichtung mit dem Börsenumsatz
 - 2.3.3 Gewichtung mit dem bereinigten Grundkapital
 - 2.4 Korrektur der Indizes
 - 2.4.1 Korrekturen ohne Veränderung der Indexzusammensetzung
 - 2.4.2 Korrekturen mit Veränderung der Indexzusammensetzung
 - 2.4.3 Zeitliche Durchführung der Korrekturen
 - 2.4.4 Technische Durchführung der Korrekturen
 - 2.5 Festlegung der Basis
 - 2.5.1 Indexwert der Basis
 - 2.5.2 Basiszeitpunkt vs. -zeitraum
- 3 In der Bundesrepublik Deutschland verwendete Aktienindizes
 - 3.1 F.A.Z.-Indizes
 - 3.2 Deutscher Aktienindex (DAX)
 - 3.3 Index der Aktienkurse
 - 3.4 Commerzbank-Index
- 4 Vergleich der Aktienindizes

Literaturverzeichnis

Zusammenfassung:

Die Studie gibt einerseits einen Überblick über die wesentlichen, bei der Berechnung von Aktienindizes benutzten statistischen Konzepte, andererseits werden einige wichtige, in der Bundesrepublik-Deutschland verwendeten Aktienindizes dargestellt.

Summary:

The analysis gives a survey on the most important statistical concepts used for the construction of stock-indices and on some important concrete indices used in the Federal Republic of Germany.

1 Einleitung

Das Geschäft an den deutschen Finanzmärkten expandierte in den letzten Jahren stark. Durch die Eröffnung der deutschen Terminbörse am 26. Januar 1990 wurden die Geschäfte im Bereich der synthetischen Finanzprodukte (z.B. Optionshandel) auch in Deutschland eingeführt und der Deutsche Aktienindex (DAX) entwickelt.

Hinzu kommt noch das seit Ende der fünfziger Jahre gestiegene Interesse des privaten Anlegers am Aktienmarkt, verbunden mit einem erhöhten Informationsbedürfnis über die Aktienkursbewegungen. Aus diesem Grund sind in dieser Zeit die meisten deutschen Aktienkursindexkonzeptionen entwickelt worden.¹

Gegenstand des vorliegenden Überblicks sind die deutschen Aktienkursindizes, die im folgenden Aktienindizes genannt werden, obwohl im strengen Sinne auch Aktienumsatz- und Aktienertragsindizes mit eingeschlossen sind.² Andere Indizes, z.B. für den Rentenmarkt, bleiben unberücksichtigt. In 2. Kapitel werden zunächst die theoretischen Grundlagen der Konzeption von Aktienindizes gelegt. Anschließend wird im 3. Kapitel die Konstruktion einiger bekannter und wichtiger deutscher Aktienindizes deren Gemeinsamkeiten und Unterschiede untersucht.

2 Konzeption von Aktienindizes

Zur Berechnung von Aktienindizes werden verschiedene Berechnungskonzepte herangezogen. Dies begründet sich sicherlich am Fehlen einheitlicher Grundvorstellungen, was ein Aktienindex eigentlich messen soll.³ Einigkeit besteht dagegen weitgehend darüber, was unter einem Aktienindex prinzipiell zu verstehen ist: Er soll die Vielzahl von Aktienkursbewegungen an einem Markt in einer Berichtsperiode als statistische Meßgröße (Kennzahl) ausdrücken und zwar in Vergleich zu einer Basisperiode.

2.1 Zahl und Auswahl der Indextitel

Bei der Definition eines Aktienindizes stellt sich zuerst die Frage nach der relevanten Grundgesamtheit. Eine solche ist prinzipiell durch alle an der Börse eines Landes zum Handel zugelassenen Aktien gegeben.⁴ Dabei wird allerdings die Einschränkung

¹ vgl. Rühle, A.-S., Aktienindizes in Deutschland: Entstehung, Anwendungsbereiche, Indexhandel, Wiesbaden, 1991, S. 107

² vgl. Bley Müller, J., Theorie und Technik der Aktienkursindizes, Wiesbaden, 1966, S. 18

³ vgl. Richard, H.-J., Aktienindizes: Grundlagen ihrer Konstruktion und Verwendungsmöglichkeiten unter besonderer Berücksichtigung des Deutschen Aktienindex -DAX, Bergisch Gladbach, 1992, S. 18

⁴ vgl. Ploch, H.-U., Konstruktion und Anwendung von Aktienkursindizes, Wien, 1971, S. 22

gemacht, daß im Inland zugelassene ausländische Aktien nicht aufgenommen werden sollen, da deren Kursentwicklung meist eng mit derjenigen ihrer Heimatbörse verbunden ist.

Nach Festlegung der Grundgesamtheit ist zu klären, ob eine Vollerhebung oder eine Teilerhebung durchgeführt werden soll. Bei einer Teilerhebung ist über deren Art und die Höhe des Auswahlsatzes bzw. die Repräsentationsquote zu entscheiden.

2.1.1 Anzahl der Titel

Praktisch alle Aktienindizes arbeiten mit Teilerhebungen. Selbst der Aktienindex des Statistischen Bundesamtes, der eigentlich alle gehandelten Titel erfassen will, deckt lediglich 90 Prozent des Kurswertes des an deutschen Börsen gehandelten Stammkapitals ab.⁵

Zwar stellt der höhere Rechenaufwand bei einer Totalerhebung heutzutage kein Problem mehr dar, allerdings spricht gegen eine Berücksichtigung aller an der Börse notierten Aktien, daß ein Aktienindex für das Geschehen an der Börse insoweit repräsentativ sein sollte, als er anzeigt, wie sich die Kursentwicklung der am meisten gehandelten Aktien vollzogen hat.⁶ In einen Index sollten also nur solche Aktien aufgenommen werden, für die täglich ein bezahlter Kurs berechnet wird, d.h. Aktien von Gesellschaften, die auch tatsächlich gehandelt werden.

Gerade bei kleineren Gesellschaften, für die nicht täglich ein Kurs zustandekommt, ist das Kursrisiko wesentlich höher ('smaller companies effect')⁷, weil diese Gesellschaften beim Publikum häufig weniger bekannt sind oder sich größere Aktienpakete im Festbesitz befinden, so daß nur wenige Aktien überhaupt noch handelbar sind. Die Aussagekraft eines Indexes, mit einer großen Zahl von Werten, könnte durch diese Tatsache wesentlich beeinträchtigt werden.⁸

Andererseits sollte die Zahl der in den Index aufgenommenen Gesellschaften nicht zu klein sein, um zum einen eine möglichst gute Repräsentation der gesamten Wirtschaft zu erreichen und zum anderen eine Manipulierbarkeit des Indexes zu verhindern. Unter Manipulierbarkeit ist hier eine Beeinflussung des Indexes durch wenige Transaktionen zu verstehen, die eine Tendenz im Index anzeigen würden, die tatsächlich gar nicht gegeben ist.

Die Repräsentativität soll dadurch gewährleistet werden, daß bei allen in der Bundesrepublik berechneten Indizes eine Unterteilung in Branchen vorgenommen werden kann. Die Spannweite ist dabei relativ groß: Der Deutsche Aktienindex (DAX) enthält 30 Titel,

⁵ vgl. Statistisches Bundesamt, Fachserie 9: Geld und Kredit, Reihe 2, Aktienmärkte, Dezember 1993, S. 6

⁶ vgl. Möckel, L., Indizes der Aktienkurse, in: Die Aktiengesellschaft, Nr. 8, 1965, S. 229

⁷ vgl. Richard, H.-J., a.a.O., S. 22

⁸ vgl. Ploch, H.-U., a.a.O., S. 25

der Aktienindex des Statistischen Bundesamtes am 30. Dezember 1993 dagegen 312 Titel.⁹

Wieviele Gesellschaften in einen Index aufgenommen werden sollen, hängt von der Aufgabenstellung des Indexes ab. Dabei ist zwischen einer deskriptiven und einer operativen Zielsetzung des Index zu unterscheiden.

Steht die deskriptive Aufgabe im Vordergrund, soll ein Aktienindex die 'Preisentwicklung' eines Aktienpaketes ex-post aufzeigen. Dazu wird dann ein möglichst repräsentatives Aktienpaket gebildet, das als allgemeines Börsenbarometer zur Dokumentation der Kursentwicklung des im Index nachgebildeten Portefeuilles genutzt werden kann. Eine Möglichkeit besteht in der Anwendung als Vergleichsmaßstab zur Messung der Leistungsfähigkeit eines individuellen Aktienportefeuilles.

Der Index kann aber auch als Grundlage für Anlageentscheidungen (z.B. im Rahmen der Analyse durch Trendbeurteilung und -prognosen) herangezogen werden,¹⁰ wobei die Einschätzungen jedoch sehr unterschiedlich ausfallen: So schätzen z.B. Frantzmann und Kraus die deutschen Aktienindizes in den letzten Jahren als gute Maßstäbe für die deutschen Vermögensverwalter ein.¹¹ Dagegen konnte kein "Deutschland-Aktienfonds" in seiner Wertentwicklung besser abschneiden als der Deutsche Aktienindex (DAX).¹² Auf jeden Fall werden Aktienfonds in ihrem Erfolg immer an Aktienindizes gemessen.

Darüberhinaus kann die Ermittlung der Bestimmungsgründe von Aktienkursen als Grundlage für wirtschaftspolitische Entscheidungen und als Konjunkturbarometer für Börsenprognosen dienen.¹³

Bei der operativen Funktion, die in den letzten Jahren immer mehr an Bedeutung gewonnen hat, bildet der Aktienindex die Grundlage für derivative Finanzinstrumente. Dies sind solche, die aus dem herkömmlichen Finanzgeschäft abgeleitet sind. Dazu zählen aus dem Aktiengeschäft abgeleitete Terminmarktinstrumente, wie z.B. Optionen auf Aktien oder Optionen auf Aktienindizes. Bei diesen Terminmarktinstrumenten werden die Aktienindizes auf Termin gehandelt.¹⁴ Durch solche Terminkontrakte auf den Deutschen Aktienindex ist es für den Käufer möglich, sein Depot in gewissem Umfang gegen Kursverluste durch Bezahlung einer Prämie (Optionspreis) abzusichern.¹⁵

Je nachdem, welche der beiden genannten Funktionen in den Vordergrund gestellt wird, enthält der Index eher mehr Titel bei deskriptiver (F.A.Z.-Index, Commerzbank-Index und Index der Aktienkurse des Statistischen Bundesamtes) oder weniger bei operativer

⁹ vgl. Statistisches Bundesamt, Fachserie 9: Geld und Kredit, Reihe 2, Aktienmärkte, Dezember 1993, S. 6
Der DAX enthält immer 30 Titel. Während beim Index des Statistischen Bundesamtes immer nur eine Stichtagsbetrachtung möglich ist, da dieser laufend angepaßt wird.

¹⁰ vgl. Janßen, B., Rudolph, B., Der Deutsche Aktienindex DAX: Konstruktion und Anwendungsmöglichkeiten, Frankfurt/Main, 1992, S. 3

¹¹ Frantzmann, H.-J., Kraus, A., Aktienindizes schwer zu schlagende Maßstäbe für Vermögensverwalter? Neben Ertrag zählt auch das Risiko, in: Handelsblatt vom 25. September 1990, S. B 2

¹² vgl. Jeske, J., Barbier, H. D., So nutzt man den Wirtschaftsteil einer Tageszeitung, Frankfurt/Main, 1993, S. 434

¹³ vgl. Bley Müller, J., a.a.O., S. 26ff.

¹⁴ vgl. Janßen, B., Rudolph, B., a.a.O., S. 3

¹⁵ vgl. Wiebke, H., Aktienindex-Terminkontrakte: Destabilisierende Instrumente des Portfoliomanagements, Wiesbaden 1992, S. 10f.

Anwendung (DAX). Diese Unterteilung ist allerdings als nicht ganz eindeutig anzusehen, da Indizes mit operativer Verwendung natürlich auch deskriptiv verwendet werden können. Dies ist vor allem darauf zurückzuführen, daß sich in der Bundesrepublik wesentliche Teile des Umsatzes im täglichen Börsenhandel auf wenige große Werte konzentrieren. 1992 beschränkten sich 90 Prozent des gesamten Börsenumsatzes bereits auf die Aktien der 50 größten Gesellschaften. Im Jahr 1989 waren es erst 84 Prozent.¹⁶ Eine größere Zahl der Titel wirkt grundsätzlich dämpfend auf die Amplitude des Indexes, da sich die Kurse der kleineren Gesellschaften nicht so häufig ändern.

Außerdem stellt ein Index, auf den Terminkontrakte abgeschlossen werden können, an die im Portefeuille enthaltenen Gesellschaften weitere Anforderungen. Es müssen ständig Kurse verfügbar sein, da ein solcher Index während eines Börsentages fortlaufend berechnet werden muß (der DAX wird alle 60 Sekunden neu ermittelt). Auch sollte es sich im Hinblick auf den Besitz um möglichst breit gestreute Werte handeln, damit Manipulationen weitgehend ausgeschlossen werden. Dadurch wird die Zahl möglicher Gesellschaften, die in den Index aufgenommen werden können, noch weiter eingeschränkt.

Alles in allem läßt sich sagen, daß die Zahl der Titel in einem Aktienindex im wesentlichen pragmatisch festgelegt wird.

2.1.2 Auswahl nach dem Zufallsprinzip

Bei der Zufallsauswahl wird aus der Gesamtheit aller an den Börsen gehandelten Aktiengesellschaften eine vorher festgelegte Anzahl zufällig ausgewählt.

Für die Zufallsstichprobe spricht, daß dabei keine subjektiven Überlegungen zur Wahl bestimmter Titel führen. Dennoch wird das Zufallsprinzip für die Auswahl der Indextitel nicht angewendet. Als Gegenargument wird vor allem die kleine und überschaubare Grundgesamtheit angeführt.

Bei den meisten Aktienindizes werden neben dem Gesamtindex auch noch Branchenindizes berechnet. Dabei besteht die Gefahr, daß bei einer reinen Zufallsauswahl des Gesamtindexes Teilindizes völlig unzureichend besetzt sind. Deshalb müßte das geschichtete Stichprobenverfahren bei kleinen Stichproben angewendet werden, ohne daß eine Normalverteilung der entsprechenden Grundgesamtheiten vorausgesetzt werden könnte.¹⁷

Auch bei einer Zufallsauswahl mit unterschiedlichen Auswahlwahrscheinlichkeiten käme es zu dem bei der Auswahl ohne Zufallsprinzip oft kritisierten Umstand, daß größere

¹⁶ vgl. o.V., Der deutsche Markt für kleine Aktien trocknet immer mehr aus, in: Frankfurter Allgemeine Zeitung vom 6. Januar 1994, S. 15

¹⁷ vgl. Bley Müller, J., a.a.O., S: 117

Aktiengesellschaften kraft ihrer Börsenkapitalisierung den Index dominieren. Die Ermittlung der Börsenkapitalisierung erfolgt durch die Multiplikation des jeweiligen Aktienkurses mit der Anzahl ausstehender Aktien einer Gesellschaft.¹⁸

Dazu kommt die bereits angesprochene Schwierigkeit, daß nicht für alle Titel mangels Nachfrage bzw. Angebot täglich Kurse festgestellt werden können. Gerade diese Problematik führt zum Verzicht auf die Methode der Zufallsstichprobe in der Praxis, da nicht ausgeschlossen werden kann, daß solche Titel in den Index gelangen.

Ein weiterer Nachteil ist auch die völlig ungeklärte Frage, was mit einer Titelstichprobe passieren soll, wenn es zu Fluktuationen von Gesellschaften, die im Index vertreten waren, kommt. Eine jeweils völlig neue Zusammenstellung der Indexgesellschaften wäre sicherlich keine Lösung.

2.1.3 Auswahl ohne Zufallsprinzip

Bei einer Auswahl ohne Zufallsprinzip kann zwischen der typischen Auswahl, der Auswahl nach dem Konzentrationsprinzip und der Quotenauswahl unterschieden werden.

Die Aufgabe bei der typischen Auswahl, einen für einen Aktienmarkt repräsentativen Aktienindex zusammenzustellen, setzt eine detaillierte Kenntnis des Gesamtmarktes voraus. Es werden deshalb vor allem Titel ausgewählt, die von Börsenspezialisten für 'typisch' gehalten werden.¹⁹

Es ist schwierig, dieses Verfahren in die Praxis umzusetzen, da subjektive Einschätzungen häufig nicht kritiklos hingenommen werden, vor allem, wenn verschiedene Aktienindizes um die Gunst des Publikums konkurrieren. Auch kann es bei einer Neuaufnahme von Aktien eine ganze Zeit dauern, bis klar ist, ob der Titel die 'typischen' Merkmale aufweist.²⁰

Bei der Auswahl nach dem Konzentrationsprinzip werden jene Titel in einen Index aufgenommen, die den größten Beitrag zu einer Merkmalsausprägung liefern. Dabei werden kleinere Titel weggelassen bzw. abgeschnitten.²¹ Als Merkmale, die auch als Gewichte in den Indizes verwendet werden (vgl. Kapitel 2.3), kommen vor allem Grundkapital und Börsenkapitalisierung in Frage. Hier wird dann ein bestimmter Repräsentationsgrad (z.B. 90 Prozent des börsennotierten Grundkapitals) vorgegeben. Bis zur Erreichung einer vorgegebenen Quote wird jeweils die Gesellschaft mit dem

¹⁸ vgl. Loistl, O., Kobinger, M., Index-Arbitrage insbesondere mit DAX-Futures, 2. Aufl., Beiträge zur Wertpapieranalyse Nr. 28 der Deutschen Vereinigung für Finanzanalyse und Anlageberatung, 1993, S. 6

¹⁹ vgl. Bleymüller, J., a.a.O., S. 118

²⁰ vgl. Zingg, W., Indizes, Kenn- und Messziffern für kotierte Schweizeraktien, Bern, 1976, S. 56

²¹ vgl. Bleymüller, J., a.a.O., S. 118

größten Anteil an der Merkmalsausprägung in den Index aufgenommen. Dieses Verfahren wird auch als Abschneideverfahren bezeichnet.

Da - wie erwähnt - die meisten Aktienindizes den Gesamtmarkt noch in Branchen unterteilen, für die Teilindizes berechnet werden, bietet sich darüberhinaus die Quotenauswahl an, bei der die Grundgesamtheit zuerst in Teilgesamtheiten gegliedert wird. In diesen Teilgesamtheiten wird in einem zweiten Schritt die Auswahl nach dem Konzentrationsprinzip durchgeführt und mit Hilfe des Abschneideverfahrens wieder auf oben beschriebene Weise eine Auswahl der Titel getroffen.

2.2 Indexformeln

Für die Zusammenfassung der einzelnen Aktienkursbewegungen zu einem Index werden die aus der Statistischen Methodenlehre bekannten Indexformeln verwendet, wobei allerdings die Probleme über die bei Warenpreisindizes bekannten hinausgehen (vgl. Kapitel 2.5).

2.2.1 Kursdurchschnitte

Kursdurchschnitte stellen die einfachste Form der Zusammenfassung von Einzelkursveränderungen zu einem Wert dar. Es handelt sich dabei streng genommen auch nicht um Indexformeln, weil ihnen der notwendige (rechenmäßige) Bezug zu einem Vergleichszeitpunkt fehlt.

Aus diesem Grund werden sie in Abgrenzung zu den 'echten' Aktienindizes auch als 'unechte' Aktienindizes bezeichnet, da es sich lediglich um Kursdurchschnitte oder aber Meßzahlen aus Kursdurchschnitten handelt.

Zunächst ist das ungewogene arithmetische Mittel zu nennen

$$I(t) = \frac{\sum_{i=1}^n p_{it}}{n} \quad (2.1).$$

Es gibt einen einfachen Kursdurchschnitt von n Gesellschaften zum Zeitpunkt t wieder ("Durchschnittsaktienkurs"), wobei p_{it} den jeweiligen Aktienkurs der Gesellschaft i zum Zeitpunkt t bezeichnet. Die Indexgröße $I(t)$ bezieht sich immer nur auf einen Zeitpunkt. Eine Relation zu Größen eines früheren Zeitpunkts wird nicht hergestellt.

In der Bundesrepublik wird zur Zeit kein Aktienindex auf diese Weise berechnet.²² Erwähnt werden soll jedoch folgendes: Wird die Formel 2.1 um einen Korrekturfaktor c

²² vgl. Richard, H.-J., a.a.O., S. 42

erweitert, ergibt sich der in den USA berechnete Dow-Jones-Industrial-Average (Dow-Jones):

$$I(t) = \frac{1}{c} \cdot \frac{\sum_{i=1}^n p_{it}}{n} \quad (2.2).$$

Zu Beginn der Berechnung enthielt der Index 12 Titel, der Wert für c war 1, d.h. es handelte sich um ein ungewogenes arithmetisches Mittel von 12 Aktienkursen. Inzwischen wurde der Dow-Jones auf 30 Aktiengesellschaften (die sogenannten "blue chips") erweitert und der Wert für c und n wurde in einem Wert c zusammengefaßt, der bei notwendigen Korrekturen (vgl. Kap.2.4.) jeweils neu berechnet wird.²³

Wird die Formel 2.1 um Gewichtungsfaktoren q_{it} erweitert, ergibt sich das gewogene arithmetische Mittel

$$I(t) = \frac{\sum_{i=1}^n p_{it} \cdot q_{it}}{\sum_{i=1}^n q_{it}} \quad (2.3).$$

Besteht die Gewichtung q_{it} aus dem Nominalkapital der Aktiengesellschaften, dann gibt $I(t)$ das Kursniveau wieder. Auch Formel 2.3. findet lediglich bei der Berechnung von Durchschnittsrenditen Anwendung und spielt ansonsten eine untergeordnete Rolle.

Eine weitere Möglichkeit, Kursdurchschnitte zu berechnen, bietet das geometrische Mittel. Da es in der Berechnung heutiger Aktienindizes keine Anwendung findet, soll nicht weiter darauf eingegangen werden.

2.2.2 Preisindizes

Als Preisindizes lassen sich die bekannten Indexformeln von Laspeyres und Paasche benutzen.

Der Aktienindex nach Laspeyres I_L berechnet sich als

$$I_L(t) = \frac{\sum_{i=1}^n p_{it} \cdot q_{i0}}{\sum_{i=1}^n p_{i0} \cdot q_{i0}} \cdot B \quad (2.4).$$

²³ vgl. Baur, D., Der Dow-Jones-Index, in: Die Aktiengesellschaft, Juni 1967, S. 154

Mit q_{i0} wird das Gewicht der i -ten Gesellschaft im Index zum Basiszeitpunkt 0 und mit p_{it} der entsprechende Kurs zum Zeitpunkt t bezeichnet. Der Basiswert B ist der Wert (in der Regel 100 oder 1000) des Indexes zum Basiszeitpunkt.

Der Aktienindex nach Laspeyres erlaubt eine Aussage über die Kursentwicklung von n Aktiengesellschaften zum Zeitpunkt t bezogen auf die Basisperiode mit der konstanten Gewichtung q_{i0} der Basisperiode.

Eine Verwendung der Formel nach Laspeyres hat mehrere Vorteile: Sie ist leicht realisierbar, da aufgrund der konstanten Gewichtung nur die aktuellen Kurse in den Index einbezogen werden müssen. Der Laspeyres-Index ist einfach interpretierbar und gewährleistet eine gute Vergleichbarkeit des Indexverlaufs sowohl in langfristiger als auch in kurzfristiger Betrachtung.²⁴

Die an sich vorteilhafte konstante Gewichtung in der Laspeyres-Formel wirkt sich in der Anwendung als Aktienindex im Vergleich zu der als Preisindex nachteiliger aus, da bei einem Preisindex ausscheidende Waren durch andere, neue Waren substituiert werden können, was bei einem Aktienindex nicht so ohne weiteres möglich ist. Ausscheidende Gesellschaften können nämlich nicht einfach durch neu an die Börse tretende ersetzt werden, da dies in der Regel nicht zeitgleich erfolgt.²⁵ In bestimmten Zeitabständen werden deshalb immer wieder Veränderungen des Basiszeitpunktes, der Basisgewichtung q_{i0} oder der Zusammensetzung des Indexes durchgeführt.

Im Gegensatz zu Laspeyres berücksichtigt die Indexformel nach Paasche I_P die zum Zeitpunkt t aktuellen Gewichte

$$I_P(t) = \frac{\sum_{i=1}^n p_{it} \cdot q_{it}}{\sum_{i=1}^n p_{i0} \cdot q_{it}} \cdot B \quad (2.5)$$

Der Index nach Paasche beantwortet die Frage, wie groß die Veränderung des Kursniveaus ist, wenn die aktuelle Kursgewichtung bereits in der Basisperiode vorgelegen hätte.

Für diese Konstruktion spricht, daß immer die aktuellen Gewichte im Index verarbeitet werden. Dafür ergibt sich das Problem, daß zum Basiszeitpunkt Kurse für die Aktien des Indexportefeuilles nicht immer zwingend zu ermitteln sind. Es müssen dann historische Kurse durch Diskontierung aktueller ermittelt werden, was aber immer nur eine Näherungslösung sein kann.²⁶

Auch der Paasche-Index muß in regelmäßigen Abständen bedingt durch Fluktuationen der Indexgesellschaften aktualisiert werden. So wurde auch der F.A.Z.-Index, der

²⁴ Lützel, H., Jung, W., Neuberechnung des Index der Aktienkurse, in: Wirtschaft und Statistik, Januar 1984, S. 44

²⁵ vgl. Lützel, H., Jung, W., a.a.O., S. 44

²⁶ Die Vorgehensweise in einem solchen Fall wird im Kapitel 3.1. beim F.A.Z.-Aktienindex erklärt.

bekannteste nach Paasche berechnete Aktienindex in der Bundesrepublik, in der Vergangenheit bereits mehrmals aktualisiert (letztmalig am 30. Dezember 1993).²⁷

Der Index nach Laspeyres ist bei den Aktienindizes der am weitesten verbreitete.

Beide Indexformeln lassen sich bekanntlich als gewogene arithmetische Mittel aus Kursmeßzahlen darstellen. Dazu müssen die Zähler mit (p_{i0}/p_{i0}) erweitert werden. Dann ergibt sich

$$I_L(t) = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{p_{it}}{p_{i0}} \cdot p_{i0} \cdot q_{i0}}{\sum_{i=1}^n p_{i0} \cdot q_{i0}} \cdot B \quad (2.6).$$

und

$$I_P(t) = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{p_{it}}{p_{i0}} \cdot p_{i0} \cdot q_{it}}{\sum_{i=1}^n p_{i0} \cdot q_{it}} \cdot B \quad (2.7).$$

Werden $p_{i0} \cdot q_{i0}$ beziehungsweise $p_{i0} \cdot q_{it}$ als Gewichte g_i bezeichnet, können die Formeln 2.6 und 2.7 auch als gewogene arithmetische Mittel aus Kursmeßzahlen angesehen werden. Eine einzelne Kursmeßzahl p_{it}/p_{i0} gibt dabei an, in welchem Verhältnis sich der Kurs der Aktie i zum Zeitpunkt t gegenüber dem Kurs zum Zeitpunkt 0 geändert hat.

2.2.3 Wertindex

Der Wertindex I_W wird sowohl von der Veränderung der Aktienkurse als auch von der des Grundkapitals, wenn dieses der Gewichtung zugrundeliegt, beeinflusst. Es ist dies

$$I_W(t) = \frac{\sum_{i=1}^n p_{it} \cdot q_{it}}{\sum_{i=1}^n p_{i0} \cdot q_{i0}} \cdot B \quad (2.8),$$

wobei der aggregierte Marktwert aller Indexgesellschaften zum Zeitpunkt t zum Marktwert des Basiszeitpunktes ins Verhältnis gesetzt wird.

Der Vorteil des Wertindex ist, daß die Zahl der Korrekturen aufgrund technisch bedingter Kursveränderungen geringer ist, wenn sie nicht mit Bartransaktionen - z.B. bei der Ausgabe von Gratisaktien - verbunden sind.²⁸ Sie sind in der Formel bereits berücksichtigt, da die Kursrückgänge durch ein höheres Grundkapital oder eine höhere Stückzahl ausgeglichen werden.²⁹ Dadurch zeigt der Index einen relative stetigen Verlauf.

²⁷ vgl. o.V., 22 Aktien neu im alten F.A.Z.-Aktienindex, in: Finanzmärkte in der F.A.Z., Frankfurter Allgemeine Zeitung vom 31. Januar 1994, S. 2

²⁸ vgl. Bley Müller, J., a.a.O., S. 44

²⁹ vgl. Zingg, W., a.a.O., S.26

In der Praxis wird der Wertindex nicht in reiner Form angewendet, sondern es werden Änderungen des Gewichtungsschemas und der Indexzusammensetzung über eine Verkettung ausgeglichen, um Indexsprünge zu vermeiden.³⁰

Eine Verkettung zweier Indexzahlen liegt vor, wenn eine Indexzahl (I'_{0t}) aus einer Kette von jeweils auf die Vorperiode bezogenen Indizes gebildet wird:

$$I'_{0t} = I_{01} * I_{12} * \dots * I_{t-1,t} \quad (2.9).$$

Hier wird der Index für den Zeitraum von Periode 0 bis t durch die Multiplikation der Indexzahlen, die jeweils zwei aufeinanderfolgende Perioden beschreiben, berechnet. Die Schwierigkeit bei der Verkettung liegt darin, daß sich die Gewichtung zwischen den einzelnen Perioden ändern kann. Die Indexreihe kann dann zwar aktueller sein als eine Reihe mit einem festen Wägungsschema aus der Basisperiode, jedoch führt die laufende inhaltliche Änderung des Indexes u.U. zu Schwierigkeiten bei der Interpretation der verketteten Indexzahlen.³¹ Es muß also abgewogen werden, ob mit einem ständig älter werdenden Wägungsschema als konstantem Maßstab oder mit sich ständig ändernden Maßstäben gearbeitet werden soll. Da allerdings Aktienindizes immer auch Korrekturen (vgl. Kapitel 2.4.) unterworfen werden, "Korrekturen aber stets als Verkettung interpretiert werden können, müßte eine Ablehnung der Verkettungsmethode zur Ablehnung der Aktienkursindizes überhaupt führen".³²

Die Wertindexformel wurde von der Commerzbank bis 1988 verwendet.³³ Der Index des Statistischen Bundesamtes wird nach der Formel eines verketteten Wertindex berechnet.³⁴

2.3 Gewichtung der Aktien im Index

Wie in den obigen Ausführungen bereits erwähnt, finden reine Kursdurchschnitte - mit der Ausnahme des Dow-Jones - heute keine Anwendung mehr. Die in der Bundesrepublik berechneten Aktienindizes verwenden Formeln, die eine Gewichtung beinhalten. Die Gewichte sollen die Bedeutung der einzelnen Gesellschaft am Gesamtmarkt widerspiegeln.

³⁰ vgl. Richard, H.-J., a.a.O., S. 35

³¹ vgl. Schulze, P. M., Beschreibende Statistik, 2. Aufl. München/Wien 1994, S. 286

³² Bleymüller, J., a.a.O., S. 92

³³ vgl. Rühle, A.-S., a.a.O., S. 170

³⁴ vgl. Lützel, H., Jung, W., a.a.O., S. 45

2.3.1 Gewichtung mit dem Grundkapital

Die Gewichtung mit dem börsennotierten Grundkapital oder mit der jeweiligen Börsenkapitalisierung ist in der Praxis am weitesten verbreitet. So gewichten in der Bundesrepublik die Commerzbank, die Frankfurter Allgemeine Zeitung, das Statistische Bundesamt und der DAX mit dem Grundkapital. Beide Gewichtungen sind äquivalent.³⁵ Gegen die Verwendung des Grundkapitals als Gewicht läßt sich einwenden, daß wenige große Gesellschaften einen sehr hohen Anteil am Börsenwert repräsentieren können, während viele kleine Gesellschaften nur einen geringen Anteil der Gewichte auf sich vereinen und daher auf den Verlauf der Kennziffer praktisch keinen Einfluß ausüben. Aber die Wahl des Grundkapitals als (Kurs-)Gewichtungsfaktor geht davon aus, daß Titel mit hohem Grundkapital meist auch hohe Umsätze aufweisen. Dadurch wird die erforderliche Marktliquidität und Marktbreite gewährleistet und gleichzeitig die Möglichkeit der Indexmanipulation möglichst ausgeschlossen.³⁶

Hier gilt es, einen Mittelweg zu finden zwischen der einseitigen Berücksichtigung großer Gesellschaften im Index, die sich dann auch in der Gewichtung niederschlägt, und einer Mischung mit vielen kleineren Gesellschaften, deren Kurse aufgrund eines sehr kleinen Marktes durch Spekulanten manipulierbar erscheinen.

2.3.2 Gewichtung mit dem Börsenumsatz

Eine weitere geeignet erscheinende Gewichtung ist diejenige mit dem Börsenumsatz. Dies ist aber nicht zweckmäßig, da der tägliche Börsenumsatz einzelner Aktien sehr stark schwankt und ständige, nur schwer zu überblickende Gewichtsveränderungen mit sich bringt. Dadurch würden die zu- und abnehmenden Umsatzaktivitäten im Index gemessen. Dies sollte jedoch nicht der Fall sein, da die *Kursentwicklung* gemessen werden soll.

Als Alternative würde sich das Festhalten an der Gewichtung eines Stichtages anbieten, was aber sicherlich zu dem Vorwurf eines veralteten Gewichtungsschemas führt. Zudem entzieht sich ein auf diese Weise gewichteter Index einer halbwegs sinnvollen Interpretation.

³⁵ vgl. Bleymüller, J., a.a.O., S. 57

³⁶ vgl. Janßen, B., Rudolph, B., a.a.O., S. 15

2.3.3 Gewichtung mit dem bereinigten Grundkapital

Bei diesem Verfahren müssen zur Ermittlung der Gewichtungsfaktoren alle gegenseitigen Beteiligungen von Unternehmen und sich in Festbesitz befindliche Teile des Grundkapitals ermittelt und herausgerechnet werden.

Ein auf diese Weise gewichteter Index wird nur die Marktbewegungen erfassen, die auf die im Streubesitz befindlichen Aktien zurückgehen. Diese Vorgehensweise ist mit sehr aufwendigen Vorarbeiten verbunden, da die gegenseitigen Beteiligungen zuerst einmal vollständig erfaßt werden müssen, was mit Schwierigkeiten verbunden ist.

In der Bundesrepublik wurde der Aktienindex des Statistischen Bundesamtes bis 1964 nach dieser Methode gewichtet.³⁷ Nach der ersten Umbasierung wurde vom Statistischen Bundesamt die Gewichtungsart - ohne Begründung - gewechselt.³⁸

Weitere Möglichkeiten der Gewichtung, die in der Literatur genannt werden, spielen in der Praxis keine Rolle.³⁹

2.4 Korrektur der Indizes

Die Notwendigkeit von Korrekturen einer Indexformel ergibt sich, weil neben der eigentlich von Aktienindizes zu messenden Kursentwicklung der im Index enthaltenen Titel auch marktfremde Einflüsse auf die Kurse einwirken. Hierzu zählen die Änderungen in der Indexzusammensetzung und die Kapitalveränderungen der Indexgesellschaften.

2.4.1 Korrekturen ohne Veränderung der Indexzusammensetzung

Zu den Ereignissen, die eine Korrektur der Indexzahl bei unveränderter Zusammensetzung bewirken, zählen die Dividendenzahlungen und die Kapitalveränderungen einzelner Indexgesellschaften, wenn das Kapital als Gewichtungsfaktor benutzt wird.

Bei Kapitalveränderungen der Indexgesellschaften wird bei den heute berechneten Aktienindizes eine Korrektur durchgeführt, da deren marktfremder Einfluß auf den Index in der Regel zu bedeutend ist.⁴⁰ Bei Kapitalveränderungen ist grundsätzlich zwischen einer Außenfinanzierung, verbunden mit Barmittelleinlagen (Ausgabe von Bezugsrechten,

³⁷ vgl. Herrmann, K., Die Statistik der Börsenwerte der Aktien, in: Wirtschaft und Statistik, 8. N.F., 1956, S. 195f.

³⁸ vgl. Spellerberg, B., Schneider, R., Neuberechnung des Index der Aktienkurse, in: Wirtschaft und Statistik, Juni 1967, S. 342f.

³⁹ vgl. hierzu Bley Müller, J., a.a.O., S. 63 ff.

⁴⁰ vgl. Zingg, W., a.a.O., S. 41

Umwandlung von Wandelobligationen) und einer Innenfinanzierung, d.h. aus Gesellschaftsmitteln (Gratisaktien), zu unterscheiden. Allerdings ist nur im Fall der Außenfinanzierung eine Korrektur durchzuführen, da bei der Innenfinanzierung die Börsenkapitalisation nicht berührt wird.⁴¹

Bei der Korrektur, die bei Ausgabe von Bezugsrechten nötig ist, soll so vorgegangen werden, daß der auf die Bezugsrechte zurückzuführende Kursrückgang der Aktie nicht zu einem Rückgang des Indexes führt. Dabei wird in der Regel nach der Methode 'Opération Blanche' vorgegangen. Dies ist eine Berechnungsmethode zur Ermittlung der Wertentwicklung eines Aktienbestandes. Anfallende Aktienerträge - wie Bezugsrechtserlöse - werden in der entsprechenden Aktie wiederangelegt. Es werden genau so viele Bezugsrechte verkauft, um mit den restlichen Bezugsrechten junge Aktien ohne zusätzlichen Kapitalaufwand kaufen zu können. Dadurch wird dem Bestand weder Geld zugeführt, noch entnommen.

Bei der Frage, ob Dividendenzahlungen zu korrigieren sind, gehen die Meinungen stark auseinander. Kritiker halten sie für überflüssig, weil die Kursrückgänge am ersten Handelstag nach der Ausschüttung jeweils gering seien.⁴² Dividendenbereinigte Aktienindizes werden als Performance-Index (oder auch Total-Return-Index⁴³) bezeichnet und meist parallel zum Kursindex berechnet. Seit Januar 1994 wird von der Frankfurter Allgemeinen Zeitung auch ein Performance-Index parallel zum Aktienindex berechnet. Der Einfluß der Korrektur der Dividendenzahlungen machte dabei 1993 rund drei Indexpunkte aus (146,11 Indexpunkte mit Bereinigung gegenüber 143,01 ohne Bereinigung).⁴⁴ Kurzfristig ist die Wirkung der Dividenden sicher nicht besonders groß, aber langfristig sollten sie doch berücksichtigt werden. Die Wirkung kann im Einzelfall sogar größer sein als die bei der Berücksichtigung von Bezugsrechten. 1989 wurde das Bezugsrecht der Dresdner Bank mit 1,61 DM berechnet, während die höchste Dividende 13 DM betrug.⁴⁵ Die Gesamtzahl aller Dividendenzahlungen hat auf jeden Fall eine Wirkung und sollte auch korrigiert werden.

Da die Dividendenzahlungen nicht gleichmäßig über das Jahr verteilt sind (der Schwerpunkt liegt in der Mitte des Jahres), kommt es gerade in dieser Zeit massiv zu Kursabschlägen. Auch wenn der einzelne Dividendenabschlag nur zu geringen Auswirkungen auf den Index führt, so zeigt sich in der Summe eine deutliche Wirkung. Dividendenbereinigte Indizes und reine Kursindizes werden sich mit der Zeit immer weiter auseinanderbewegen.

Als Korrekturmöglichkeiten bieten sich die Investition des Ausschüttungsbetrages

⁴¹ vgl. Bloch, H. U., a.a.O., S. 50 ff.

⁴² vgl. z.B. Zingg, W., a.a.O., S. 38

⁴³ vgl. Janßen, B., Rudolph, B., S. 22

⁴⁴ vgl. o.V., Rund 46 Prozent Wertsteigerung im Börsenrekordjahr 1993, in: Finanzmärkte in der F.A.Z., Frankfurter Allgemeine Zeitung vom 31. Januar 1994, S. 2

⁴⁵ vgl. Richard, H.-J., a.a.O., S. 85

- in Aktien der gleichen Gesellschaft,
- gleichmäßig verteilt auf alle Gesellschaften des Indexes oder
- in verzinsliche Anlagen oder andere Anlageformen an, die dann dem Gesamtportefeuille hinzugefügt werden.⁴⁶

Der letzte Fall wird nicht mehr weiter behandelt, da dann jede Zinsänderung Einfluß auf die Wertentwicklung des Indexportefeuilles hätte⁴⁷, was der eigentlichen Aufgabe des Indexes entgegenstehen würde.

Als Dividende wird die Bardividende (Bruttodividende abzüglich der bereits vom Unternehmen gezahlten Körperschaftsteuer) verwendet. Die Entscheidung für die Bardividende ist umstritten⁴⁸, da die Bardividende der Betrag ist, den kaum ein Anleger erhält. Die Bardividende wurde unter der Annahme ausgewählt, daß die durchschnittliche Belastung eines Aktionärs etwa dem Steuersatz der Körperschaftsteuer entspricht. Ob dies letztlich zutrifft, ist nicht endgültig zu klären, weil die Durchschnittssteuersätze der Aktionäre nicht zu erheben sind.⁴⁹ Andererseits würde die Berücksichtigung der Steuergutschrift in letzter Konsequenz zur Berechnung verschiedener Performance-Indizes für die unterschiedlichen Progressionstufen führen.

Die genaue technische Durchführung wird zusammen mit der Bezugsrechtsbereinigung in Kapitel 2.4.4 betrachtet.

2.4.2 Korrekturen mit Veränderung der Indexzusammensetzung

In regelmäßigen Abständen sollte die Indexzusammensetzung daraufhin überprüft werden, ob bzgl. der Zielsetzung des Indexes die Auswahlkriterien noch erfüllt sind. Ist dies nicht der Fall, sollten diese Gesellschaften durch andere ersetzt werden.

Darüber hinaus kann es noch zu unplanmäßigen Ereignissen kommen, die eine Veränderung der Indexzusammensetzung erforderlich werden lassen. Die Streichung einer Gesellschaft aus dem Index kann eintreten, wenn sie mit einer Gesellschaft fusioniert, Konkurs anmeldet oder ihre Kursfestsetzung an der Börse eingestellt wird. Fusionieren zwei Gesellschaften aus dem Index, ist darauf zu achten, daß die daraus resultierenden Änderungen nicht den Indexstand ändern. Ist eine bestimmte Zahl von Titeln für den Index vorgegeben, dann ist eine geeignete Ersatzgesellschaft in den Index einzustellen.⁵⁰

⁴⁶ vgl. Bley Müller, J., a.a.O., S. 79ff.

⁴⁷ vgl. Loistl, O., Computergestütztes Wertpapiermanagement, 3. Aufl. München/Wien 1990, S. 381

⁴⁸ vgl. Janßen, B., Rudolph, B., a.a.O. S. 25f.

⁴⁹ Bei der Zugrundelegung der seit Januar 1993 gültigen Freibetragsregelung für Kapitalerträge wird die Ermittlung eines durchschnittlichen Steuersatzes noch schwieriger.

⁵⁰ vgl. Bley Müller, J., a.a.O., S. 96f.

2.4.3 Zeitliche Durchführung der Korrekturen

Bei der Wahl des Korrekturzeitpunktes ist darauf zu achten, daß die Indexzahl aktuell und repräsentativ für den Gesamtmarkt und die Teilmärkte bleibt. In der Bundesrepublik werden alle Indizes zu bestimmten Zeitpunkten korrigiert. Nur der Index des Statistischen Bundesamtes wird einer täglichen Überprüfung und Anpassung unterzogen (vgl. Kapitel 3.3.). Dabei werden vor jedem Börsentag die bis dahin vorliegenden Informationen in den Index eingearbeitet.

Eine noch häufigere Berechnung, die sich bei einem Index anbietet, der während einer Börsensitzung mehrmals berechnet wird, erscheint nicht sinnvoll, weil dadurch der Index unübersichtlich würde. Es erscheint also am sinnvollsten, einen Index zwischen zwei Börsentagen zu korrigieren. Für Kapitalerhöhungen erfolgt die Änderung bei Bekanntwerden (Commerzbank) oder an einem vorab festgelegten Termin (DAX). Bei den berücksichtigten Dividendenzahlungen werden die Indizes am Tage der Auszahlung korrigiert.

2.4.4 Technische Durchführung der Korrekturen

Die Bereinigung kann bei gewichteten Indexformeln so vorgenommen werden, als würde der Betrag in der den Ertrag bringenden Aktiengattung oder gleichmäßig auf alle Indexgesellschaften verteilt. Nicht berücksichtigt werden anfallende Transaktionskosten und das Problem der Bruchteilsaktien.⁵¹

1. Die Korrektur nach Dividendenzahlung kann unter der Annahme der Reinvestition in der jeweiligen Aktiengattung multiplikativ vorgenommen werden.⁵² So ist der Kurs der Aktie i nach der Zahlung der Dividende im Zeitpunkt t $K_{ex_{it}}$ mit dem Faktor c_{it} zum letzten Kurs vor der Dividendenzahlung $K_{cum_{it}}$

$$K_{ex_{it}} \cdot c_{it} = K_{cum_{it}} \quad (2.10)$$

zu verknüpfen. Rechnerisch sollte K_{ex} genau um die Höhe der Dividende von K_{cum} abweichen ($K_{ex_{it}} = K_{cum_{it}} - \text{Dividende}_{it}$). Daraus folgt für c_{it}

$$c_{it} = \frac{K_{cum_{it}}}{K_{cum_{it}} - \text{Dividende}_{it}} \quad (2.11)$$

Die c_{it} werden dann z.B. im Zähler der Formel von Laspeyres

⁵¹ Rechnerisch können die Aktien beliebig geteilt werden. Tatsächlich sind nur ganze Stücke erwerbbar. Ein Indexportefeuille läßt sich deshalb in der Realität nicht vollständig nachbilden.

⁵² vgl. Richard, H.-J., a.a.O., S. 88f.

$$I_L(t) = \frac{\sum_{i=1}^n p_{it} \cdot q_{i0} \cdot c_{it}}{\sum_{i=1}^n p_{i0} \cdot q_{i0}} \cdot B \quad (2.12.)$$

integriert. Analog sind die Wertindexformel und die Formel nach Paasche zu korrigieren.

Wird dagegen die Dividende proportional zur Gewichtungsstruktur auf den Index verteilt, ist ein Faktor d_t zu berechnen, der dann auf den ganzen Index wirkt

$$I_L(t) = d_t \cdot \frac{\sum_{i=1}^n p_{it} \cdot q_{i0}}{\sum_{i=1}^n p_{i0} \cdot q_{i0}} \cdot B \quad (2.13.)$$

Der Faktor d_t muß bei jeder Dividendenzahlung neu berechnet werden. Dabei geht man so vor, als ob das Indexportfeuille vor der Zahlung der Dividende komplett veräußert und anschließend zusammen mit der Dividende entsprechend den Gewichtungskriterien reinvestiert wird. Der Korrekturfaktor d_t ist dann der Quotient aus dem Marktwert des Portfeuillees vor der Ausschüttung und dem hypothetischen Wert nach der Dividendenzahlung.

Ist der Kurs am ersten Ex-Tag höher/niedriger als die Differenz von K_{cum} und der Dividende, ergibt die multiplikative Korrektur des tatsächlichen Kurses auf der Basis von c_{it} einen zusätzlichen Kursgewinn/-verlust.⁵³

- Bei der Bereinigung der Bezugsrechte wird - gemäß der 'Opération Blanche' - nur in die gleiche Aktie investiert. Durch die Ausübung der Bezugsrechte kommt es zu einem Kurssprung, der ausgeglichen werden soll. Hier kann Formel 2.11. angewendet werden, wenn die Dividende durch den theoretischen Wert für das Bezugsrecht (BR)⁵⁴ und der letzte Kurs vor der Dividendenzahlung $K_{cum,t}$ durch den alten Kurs K_A ersetzt wird. Werden nun K_A und BR in 2.11 eingesetzt, ergibt sich für den Korrekturfaktor

$$c_{it} = \frac{K_A \cdot (A + N)}{N \cdot K_N + A \cdot K_A} \quad (2.14.)$$

⁵³ vgl. Zingg, W., a.a.O., S. 40

⁵⁴ vgl. Wöhe, G., Einführung in die allgemeine Betriebswirtschaftslehre, 18. Aufl., München 1993, S. 923 ff. Der Wert des Bezugsrechtes BR läßt sich nach

$$BR = \frac{K_A - K_N}{\frac{A}{N} + 1}$$

mit den bei 2.14 erläuterten Größen berechnen.

Hierbei ist K_A der alte und K_N der neue Kurs der Aktie sowie A die Höhe des alten und N die Höhe des neuen Kapitals.

Der Korrekturfaktor errechnet sich aus dem Verhältnis zwischen einem hypothetischen Marktwert der Gesellschaft i , der sich aus dem Kurs vor der Ausübung des Bezugsrechtes und dem Gesamtkapital nach der Kapitalerhöhung ergibt, und dem tatsächlichen Wert zum Zeitpunkt der Kapitalerhöhung.

Die Durchführung der technischen Korrekturen bei Kapitalveränderungen stellt sicher, daß es im Indexverlauf nicht zu unerwünschten Brüchen kommt. Sie ist einfach, verständlich und gewährleistet die Aktualität der Indexberechnung.

2.5 Festlegung der Basis

Bei der Wahl der Basis für einen Index müssen folgende Fragen beantwortet werden:

- welchen Indexwert soll die Basis annehmen und
- soll der Index in bezug auf einen Zeitpunkt oder eine Periode berechnet werden?

2.5.1 Indexwert der Basis

In der Praxis werden häufig Werte von 100 oder 1000 verwendet. Eine größere Basiszahl bei Aktienindizes läßt dabei kleinere Kursschwankungen deutlicher sichtbar werden. Dieser 'Lupeneffekt' kann problematisch werden, wenn kleineren Schwankungen eine zu große Bedeutung beigemessen wird. Wichtig ist es, immer die prozentuale und nicht die absolute Veränderung zu betrachten.⁵⁵

In der Praxis wird meist ein einmal festgelegter Basiswert beibehalten, der die Vergleichbarkeit weit zurückliegender Indexwerte mit den heutigen sicherstellt. Allerdings kann auch bei sich ändernden Basiswerten die Vergleichbarkeit durch Verknüpfung hergestellt werden. Die Verknüpfung ist in der Anwendung nur dann sinnvoll, wenn sich die beiden Indexreihen proportional entwickeln.

2.5.2 Basiszeitpunkt vs. Basiszeitraum

Die Auswahl des Basiszeitpunktes sollte so vorgenommen werden, daß extreme Schwankungen (Saison- oder Wochenschwankungen) dort nicht enthalten sind. Mit der Ent-

⁵⁵ vgl. Janßen, B., Rudolph, B., a.a.O., S. 21

scheidung für eine Basisperiode können diese Schwankungen durch Kursdurchschnitte der Indexgesellschaften ausgeglichen werden.

Bei der Entscheidung für einen Basiszeitpunkt werden die Kurse eines bestimmten Tages gewählt. Dabei können entweder die Schlußkurse oder die Kassakurse genommen werden, die natürlich keinen Augenblick repräsentieren, sondern die Entwicklung eines ganzen Tages widerspiegeln. Trotzdem werden diese Kurse dafür herangezogen.

Bei der Auswahl eines geeigneten Stichtages als Basiszeitpunkt ist darauf zu achten, daß die Basiskurse sich nicht auf einen Hochpunkt einer Hausse oder Tiefpunkt einer Baisse beziehen.

Die deutschen Aktienindizes werden alle auf das Jahresende basiert, wobei dafür die Einprägsamkeit des Jahresultimos als Datum und/oder die i.d.R. geringen Kursauschläge am Jahresende angeführt werden.⁵⁶

3 In der Bundesrepublik verwendete Aktienindizes (Beispiele)

Die wichtigsten in der Bundesrepublik Deutschland veröffentlichten Aktienindizes lassen sich hinsichtlich der Träger der Berechnung in folgende, wie in Tabelle 1 gezeigt, aufgeführten Hauptgruppen unterteilen.

Berechnet	Bezeichnung des Indexes	Berechnende Institutionen
Von Zeitungen	F.A.Z-Aktienindizes SZ-Aktienindizes Welt-Aktienindizes	Frankfurter Allgemeine Zeitung Süddeutsche Zeitung Die Welt
Direkt an der Börse	Deutscher Aktienindex DAX FWB-Gesamtindex	Frankfurter Wertpapierbörse, Börsen-Zeitung, Arbeitsgemeinschaft der Deutschen Wertpapierbörsen Frankfurter Wertpapierbörse
Von amtlicher Seite	Index der Aktienkurse	Statistisches Bundesamt
Von Banken	Commerzbank-Index West-LB-Aktienindex	Commerzbank Westdeutsche Landesbank

Tabelle 1: Überblick über wichtige deutsche Aktienindizes

Im folgenden soll aus jeder der vorgenannten Gruppen jeweils ein Index mit dem größten Bekanntheitsgrad exemplarisch vorgestellt werden.

⁵⁶ Spellerberg, B., Schneider, R. a.a.O., S. 342

3.1 F.A.Z.-Indizes

Die Frankfurter Allgemeine Zeitung publiziert zwei Aktienindizes, den F.A.Z.-Aktienindex und den F.A.Z.-Performance-Index.⁵⁷

Der F.A.Z.-Aktienindex wird seit dem 4. September 1961 aus den Einheitskursen von 100 ausgewählten Aktiengesellschaften berechnet. Die Indexbasis ist der 31. Dezember 1958 mit einem Basiswert von 100. Berechnet wird der Index nach einer modifizierten Paasche-Formel (vgl. Gleichung 2.5 mit B=100).

$$I_p(t) = \frac{\sum_{i=1}^{100} q_{it} \cdot p_{it}}{\sum_{i=1}^{100} q_{i0} \cdot p_{i0} \cdot \prod_j A_{ij}} \cdot 100 \quad (3.1).$$

Der Index zeigt die Relation von aktuellem Bestand bewertet mit aktuellen Kursen zu aktuellem Bestand mit rückwärts bereinigten Kursen des Basistages. Die Paasche-Formel wurde deshalb gewählt, um Änderungen des börsennotierten Grundkapitals sofort in die Berechnungen einfließen zu lassen.⁵⁸

Die Gewichtung q_i erfolgt in der Formel mit dem aktuellen börsennotierten Grundkapital der Aktie i am Berechnungstag mit der Folge, daß jede Kapitalveränderung sich sofort auf die relative Bedeutung einer Aktie im Index auswirkt. p_{it} ist der jeweilige Kurs der Aktie i am Berechnungstag und p_{i0} der Kurs am Basistag (31.12.58).

Zusätzlich enthält der Nenner noch das Produkt aller Ausgleichsfaktoren A_{ij} einer Aktie i , wobei j die Zahl der Ausgleichsfälle einer Aktie im Zeitablauf angibt. Dieser Ausgleichsfaktor (A_{ij}) soll Kurssprünge, die kein Ausdruck einer Tendenz an der Börse darstellen, zu Beginn des Bezugsrechtshandels ausschalten. Bei jeder Kapitalveränderung werden die Ausgleichsfaktoren jeweils neu berechnet und mit den alten multiplikativ verknüpft. Dadurch entsteht ein neuer Ausgleichsfaktor, mit dem im Nenner weitergerechnet wird.⁵⁹ Die Ausgleichsfaktoren wirken jedoch nicht auf die aktuellen Kurse, sondern auf die historischen vom 31.12.1958. Diese Vorgehensweise kann in einem Spezialfall auch dazu führen, daß der Index sinkt, obwohl er dies ohne die Korrektur nicht getan hätte.

Kursveränderungen aufgrund von Dividendenzahlungen werden dagegen nicht korrigiert. Die Berechnungsstelle des F.A.Z.-Aktienindex⁶⁰ ist hier der Ansicht, daß die Berechnung von Ausgleichsfaktoren nur sinnvoll sei, wenn davon auszugehen ist, daß die einzelnen Aktionäre ihre Dividende gleichzeitig in eine Kapitalerhöhung der Gesellschaft

⁵⁷ vgl. Erlenbach, E., Jetzt zwei F.A.Z.-Aktienindizes, in: Finanzmärkte in der F.A.Z., Frankfurter Allgemeine Zeitung vom 31. Januar 1994, S. 2

⁵⁸ vgl. Erlenbach, E., Das Maß für alle Aktien: Der F.A.Z.-Aktienindex, in: Frankfurter Allgemeine Zeitung vom 20. August 1985, S. B 27

⁵⁹ vgl. Erlenbach, E., Das Maß ..., a.a.O., S. B 27f.

⁶⁰ vgl. Erlenbach, E., Das Maß ..., a.a.O. S. B 28

einbringen (Schütt-aus-hol-zurück-Methode). Diese Methode wird jedoch sehr selten angewendet, so daß Dividendenabschläge nicht korrigiert werden.

Trotz der stets aktualisierten Gewichtung mußte der Index in der Vergangenheit (1970/1982/1988/1993) regelmäßig umbasiert werden. Dafür gab es die folgenden vier Gründe:⁶¹

- Umwandlung in eine andere Rechtsform,
- Fusion mit einem anderen Unternehmen,
- Vereinigung eines Großteils der Aktien in einer Hand und
- die Absicht, durch eine Änderung der Indexstruktur die gewandelten Marktverhältnisse besser zum Ausdruck zu bringen.

Bei der Aufnahme neuer Gesellschaften, für die keine bis zum 31. Dezember 1958 zurückreichenden historischen Kurse vorhanden sind, wird unterstellt, daß sie sich wie der zugehörige Branchenindex entwickelt hätten. Ein Basiskurs wird dann durch Zurückrechnung mit dem fortgeschriebenen Branchenindex durchgeführt.⁶² Ein nahtloser Übergang ist allerdings immer nur für den Gesamtindex herstellbar. Für Teilindizes kann es aufgrund der ausscheidenden und neu hinzukommenden Gesellschaften sowie der teilweisen Umgruppierung von Branchen zu Brüchen kommen. Sie werden jeweils nach Umbasierungen wieder mit dem Wert 100 ausgewiesen, obwohl sie fortlaufend bis 1958 zurückreichen.

Seit dem 3. Januar 1994 wird von der FAZ ein Performance-Index (dividendenbereinigter Index) berechnet. Dieser ist speziell für Kleinanleger gedacht, die ihr Vermögen in den letzten Jahren verstärkt in Aktienfonds investieren. Die Wertentwicklung eines solchen Fondsanteils enthält häufig wiederangelegte Erträge. Um die angestrebte Vergleichbarkeit des Performance-Index mit thesaurierenden Fonds zu gewährleisten, wird ein Korrekturfaktor für Dividendenzahlungen einberechnet. Dieser Korrekturfaktor unterstellt die Reinvestition von Dividendenzahlungen in neue Aktien. Der Performance-Index enthält neben den 100 bereits im F.A.Z.-Aktienindex enthaltenen Werten noch 67 weitere Titel, die zum Teil auch an anderen deutschen Börsen (neben der Frankfurter Wertpapierbörse) gehandelt werden. Er berechnet sich wiederum nach einer modifizierten Paasche-Formel⁶³

$$I_p(t) = \frac{\sum_{i=1}^{167} q_{it} \cdot p_{it}}{\sum_{i=1}^{167} q_{i0} \cdot \prod_{m=1}^M D_{im} \cdot \prod_{j=1}^J A_{ij}} \cdot 100 \quad (3.2).$$

⁶¹ vgl. Erlenbach, E., 24 neue Werte im aktualisierten F.A.Z.-Aktienindex, in: Frankfurter Allgemeine Zeitung vom 31. Dezember 1988, S. 17

⁶² vgl. o. V., Münchner Rück kommt jetzt noch nicht in den F.A.Z.-Aktienindex, in: Frankfurter Allgemeine Zeitung vom 19. April 1994, S. 28

⁶³ vgl. o. V., Rund 46 ..., a.a.O., S. 2

Die in der Formel verwendeten Symbole entsprechen den oben bei Formel 3.1 erläuterten. p_{i0} steht jetzt für die historischen Kurse am Basisstichtag, 30. Dezember 1992. Es erfolgt eine Korrektur der Kapitalerhöhungen $\left(\prod_{i=1}^J A_{ij}\right)$ und der Dividendenzahlungen $\left(\prod_{m=1}^M D_{im}\right)$. Mit M bzw. J wird jeweils die Anzahl der Bereinigungsfälle aufgrund von Dividendenzahlungen bzw. Kapitalerhöhungen für Unternehmung i bis zum Zeitpunkt t bezeichnet.

Am Ende eines Jahres sollen die Dividendenfaktoren im Performance-Index entsprechend der Brancheneinteilung korrigiert werden (Rücksetzung auf den Wert 1). Praktisch bedeutet dies, daß die in einer Branche angefallenen Dividenden rechnerisch gleichmäßig auf alle Aktien einer Branche verteilt werden sollen. So ergab sich durch die Wiederanlage der Dividenden am Jahresende 1993 ein um drei Indexpunkte höherer Performance-Index als ohne Dividendenkorrektur.

Anschließend wird mit Hilfe der berechneten Branchenindizes (die gleichen 12 Branchen wie beim F.A.Z.-Aktienindex) für jede Branche ein gleich hoher Dividendenfaktor ermittelt. Dies soll dazu führen, daß die Branchenindizes nach der Verteilung der Dividenden auf alle Aktien einer Branche wieder den gleichen rechnerischen Wert aufweisen wie die zuvor ermittelten Branchenindizes.⁶⁴ Dahinter steht die Absicht, den Einfluß von Kapitalveränderungen auf den Index von dem der Dividendenerträge zu trennen.

Im Gegensatz zum F.A.Z.-Aktienindex werden dem Performance-Index nicht durchgehend Einheitskurse zugrundegelegt, sondern die bei Schluß der offiziellen Börsenzeit vorliegenden Börsenkurse. Dies sind bei variabel gehandelten Werten die Schlußkurse und bei den anderen die Einheitskurse. Mit der Einführung des Performance-Index hat die Frankfurter Allgemeine Zeitung ihre Ablehnung gegen die Dividendenbereinigung aufgegeben. Allerdings wurde, anders als im DAX, die Zahl der in diesem Index enthaltenen Titel gegenüber dem F.A.Z.-Aktienindex noch einmal erhöht. Dadurch kommen auch weniger häufig gehandelte Werte in den Performance-Index.

3.2 Deutscher Aktienindex (DAX)

Seit dem 1. Juli 1988 wird der Deutsche Aktienindex minütlich während der amtlichen Börsenzeit an der Frankfurter Wertpapierbörse berechnet. Er soll eine Abbildung des Gesamtmarktes der Bundesrepublik liefern und stellt eine Basis für neue Terminmarktinstrumente dar.⁶⁵ Der DAX wurde mit dem Index der Börsen-Zeitung (früher Hardy-Index) verknüpft, so daß historische Kurse bis zum September 1959 vorliegen. Mit der Einführung des DAX stellte die Börsen-Zeitung die Berechnung ein. Der DAX enthält 30

⁶⁴ vgl. o. V., Rund 46 ..., a.a.O., S. 2

⁶⁵ vgl. Janßen, B., Rudolph, B., a.a.O., S. 8

Titel, für deren Auswahl ein hoher Börsenumsatz, eine hohe Börsenkapitalisierung und frühe Eröffnungskurse als Auswahlkriterien zugrunde gelegt wurden. Die sich hieraus ergebende Branchenstruktur deckt sich weitgehend mit der des Index des Statistischen Bundesamtes, der den Gesamtmarkt abdecken soll.

Bereits bei der Konstruktion des DAX wurden Ersatzwerte für den Fall des Ausscheidens einer Gesellschaft bestimmt. Eine Gesellschaft kann aus dem Index genommen werden, wenn ihr Umsatz an der Börse stark zurückgegangen ist oder grundlegende Änderungen der Aktionärsstruktur eine Änderung erforderlich machen. Einmal jährlich wird der DAX daraufhin überprüft, ob er den Markt ausreichend repräsentiert. Bei Bedarf wird er angepaßt.

Als Basiszeitpunkt wurde der 30. Dezember 1987 mit der Basis 1000 gewählt. Dieser Basiszeitpunkt ist nur bedingt akzeptabel, da er noch unter dem Einfluß des Kursverfalls des Oktober 1987 stand. Es ist nicht unbedingt davon auszugehen, daß es sich hier um 'normale' Basiskurse handelt. Trotzdem wurde dieser Termin als Basiszeitpunkt gewählt, weil die Ansicht vertreten wurde, daß sich dies längerfristig relativiert.⁶⁶

Die Berechnungsformel, bei der es sich um eine modifizierte Formel nach Laspeyres (vgl. 2.4) handelt, lautet zum Zeitpunkt t:⁶⁷

$$I_L(t) = K(T) \cdot \frac{\sum_{i=1}^{30} p_{it} \cdot q_{iT} \cdot c_{it}}{\sum_{i=1}^{30} p_{i0} \cdot q_{i0}} \cdot 1000 \quad (3.3).$$

Hierbei bezeichnet t die minütlichen Berechnungszeitpunkte seit dem Basiszeitpunkt. T ist der letzte Verkettungstermin und i die Anzahl der Gesellschaften. Mit p wird der Kurs der Gesellschaft i einmal zum Basiszeitpunkt 0 und einmal zum Zeitpunkt t bezeichnet. q steht für das zugelassene Grundkapital der Gesellschaft i zum Basiszeitpunkt 0 und beim letzten Anpassungstermin T. Der Korrekturfaktor c dient der Erfassung von Dividenden und Kapitalveränderungen. K ist ein konstanter Verkettungsfaktor, der jeweils ab dem letzten Verkettungstermin gültig ist. Da die Kurse mit dem Grundkapital gewichtet werden, bestimmen Gesellschaften mit einem hohen Grundkapital den Index stärker als solche mit niedrigerem Grundkapital, so daß sich deren Kursänderungen weniger stark auf den Index auswirken. Das an der Frankfurter Wertpapierbörse zugelassene Kapital jeder Gesellschaft i wird bewertet mit dem Aktienkurs p dieser Gesellschaft zum Zeitpunkt t, d.h. es wird die Marktkapitalisierung jeder Gesellschaft zum Zeitpunkt t berechnet. Die Summe dieser Kapitalisierungswerte wird in Relation zu der addierten Kapitalisierung zum Basiszeitpunkt gesetzt und mit der Basis 1000 multipliziert. Der DAX zeigt also immer die

⁶⁶ vgl. Janßen, B., Rudolph, B., a.a.O., S. 21f.

⁶⁷ vgl. ebenda, S. 14

Relation zwischen der aktuellen Indexkapitalisierung und derjenigen am 30. Dezember 1987, erweitert um den Verkettungsfaktor.

Als Alternative zur Gewichtung mit dem Grundkapital erwog man eine Gewichtung mit dem frei verfügbaren Kapital. Diese Methode wurde jedoch als zu problematisch abgelehnt.⁶⁸

Beim DAX werden, da es sich um einen Performance-Index handelt, sowohl Dividendenzahlungen als auch Kapitalveränderungen korrigiert. Es erfolgt eine Wiederanlage der anfallenden Erträge aus Dividenden und Bezugsrechten im jeweiligen Titel. Ziel ist dabei die Abbildung eines Portefeuilles, das über längere Zeit konstant gehalten wird.⁶⁹ Dividenden und Bezugsrechte werden nach der Methode 'Opération blanche' errechnet. Die Korrekturen bei Dividendenzahlungen und Bezugsrechten führt man aktuell durch, während das Grundkapital nur einmal im Jahr durch die Verkettung aktualisiert wird.

Die Bereinigung der Dividenden und Bezugsrechte⁷⁰ geschieht über den Faktor c_{it} entsprechend der Formel 2.11. Die Korrektur der Kapitalveränderungen erfolgt mit einer zu Formel 2.14 äquivalenten Formel:

$$c_{it} = \frac{P_{i,t\text{cumBezugsrecht}}}{P_{i,t\text{cumBezugsrecht}} - \text{theoret. Bezugsrechtswert}} \quad (3.5)$$

$P_{i,t\text{cumBezugsrecht}}$ steht für den Schlußkurs der jeweiligen Aktiengesellschaft am Tag vor Beginn des Bezugsrechtshandels und entspricht dem Kurs der alten Aktie (K_A). Beide Korrekturen unterstellen, daß die Eröffnungskurse am ersten Handelstag nach der Dividendenzahlung bzw. der Ausübung des Bezugsrechtes genau um den ausgeschütteten Betrag niedriger sind als die Schlußkurse des Vortages. Über c wird diese Differenz multiplikativ beseitigt.

Soweit für eine Gesellschaft sowohl Dividenden- als auch Bezugsrechtskorrekturen stattfinden, werden die beiden Korrekturfaktoren multiplikativ zu einem einzigen zusammengefaßt. Die Korrekturfaktoren jeder Gesellschaft werden beim nächsten Verkettungstermin (T) in den Verkettungsfaktor $K(T)$ übernommen, weil ansonsten die Korrekturfaktoren zusammen mit den Gewichten q auf die Kurse einwirken. Die Vorgabe, ausschließlich mit dem Nominalkapital zu gewichten, wäre damit verletzt.

Der DAX wird einer jährlichen Anpassung jeweils am dritten Freitag im September unterzogen. Dieser Termin hat den Vorteil, daß fast alle Indexgesellschaften ihre Jahresdividende gezahlt haben und die Korrekturkoeffizienten c bis zur nächsten Dividendensaison (1991 wurden etwa 90 Prozent der Dividenden in den Monaten März bis Juli

⁶⁸ Die Gewichtung mit dem frei-verfügbaren Kapital entspricht der Gewichtung mit dem bereinigten Grundkapital aus Kapitel 2.3.3. und wurde aus den dort bereits erläuterten Problemen verworfen.

⁶⁹ vgl. Janßen, B., Rudolph, B., a.a.O., S. 22

⁷⁰ vgl. Janßen, B., Rudolph, B., a.a.O., S. 23ff.

ausgezahlt) weitgehend unverändert bleiben. Gleichzeitig wird das Indexportefeuille auf seine Aktualität überprüft und bei Bedarf angepaßt.⁷¹

Am DAX wird auch die Schwierigkeit des Performance-Konzeptes deutlich. In aller Regel reicht der Ausschüttungsbetrag einer Gesellschaft nicht aus, um eine ganze Zahl an Aktien derselben Gesellschaft zu kaufen. Die im Index einfach vorzunehmende mathematische Korrektur ist in der Praxis nur mit einigem Aufwand und mit entsprechenden Transaktionskosten zu verwirklichen.

Der entscheidende Unterschied zwischen dem DAX und den anderen deutschen Aktienindizes ist der, daß Kontrakte auf ihn abgeschlossen werden können. Er geht damit über die Aufgabe, das Börsengeschehen nachzuzeichnen, hinaus.

3.3 Index der Aktienkurse

Der Index der Aktienkurse des Statistischen Bundesamtes bezieht sich grundsätzlich auf die Gesamtheit aller an deutschen Börsen notierten Aktiengesellschaften. Dabei handelt es sich um Gesellschaften, deren Sitz in der Bundesrepublik liegt, deren Stammaktien in DM lauten und die an mindestens einer deutschen Wertpapierbörse gehandelt werden.⁷²

Kleinere Aktiengesellschaften, deren Aktien häufig über einen längeren Zeitraum nicht gehandelt werden, werden nicht in den Index einbezogen. Insofern sind tatsächlich nur etwa 60 Prozent der an deutschen Wertpapierbörsen notierten Aktiengesellschaften im Index vertreten.⁷³ Diese kleineren Aktiengesellschaften beeinflussen den Indexverlauf nur in geringem Umfang, da der Index mit dem Grundkapital gewichtet ist, und sollten sie längere Zeit nicht gehandelt werden, ist ihr Kurs auch nicht mehr Ausdruck einer allgemeinen Börsentendenz. Die Repräsentationsquote des Gesamtmarktes wird beim Statistischen Bundesamt als ausreichend betrachtet, wenn mindestens 90 Prozent des Nominalwertes der börsennotierten Stammaktien für jeden im Index enthaltenen Wirtschaftsbereich erfaßt sind. Dies wird durch ein Auswahlverfahren jeweils am Ende des Jahres überprüft und bei Bedarf angepaßt.⁷⁴ Dabei werden Beteiligungen untereinander berücksichtigt.

Der Index soll die Kursveränderungen bzw. -entwicklungen wiedergeben. Kursrückgänge aus Dividendenzahlungen werden nicht korrigiert, da sie als Ausgleich für den vorangegangenen Wertzuwachs durch die zu erwartende Dividende angesehen werden. Dies hat

⁷¹ vgl. im einzelnen ebenda, S. 28ff.

⁷² vgl. Statistisches Bundesamt, Fachserie 9: a.a.O., S. 4

⁷³ vgl. Statistisches Bundesamt, Fachserie 9: Geld und Kredit, Reihe 2.S.1, Index der Aktienmärkte, Lange Reihen - , Januar 1982 - Juni 1992, S. 296

⁷⁴ vgl. Statistisches Bundesamt, Fachserie 9: a.a.O., S. 4

bei diesem Index geringe Auswirkungen, da die Zahl der Gesellschaften groß ist. Allerdings sollten auch hier Dividendenzahlungen korrigiert werden.

Bei Kapitalveränderungen und Änderungen des Gesamtmarktes, die sich auf die Gewichte auswirken, werden Korrekturen vorgenommen, so daß die Zusammensetzung des Aktienkapitals an der Börse derjenigen im Index entspricht. Dazu wird an jedem Börsentag ein Ausgleichsfaktor

$$A_t = \frac{\sum_{i=1}^n q_{it} \cdot p_{it-1}}{\sum_{i=1}^n q_{it-1} \cdot p_{it-1}} \quad (3.6)$$

berechnet, der diese Änderungen in den Gewichten erfaßt. A_t wird mit der Indexformel multiplikativ im Nenner verknüpft. Für Indextage ohne eine Veränderung des Gewichtungsschemas nimmt A_t den Wert eins an. Bei dieser Art der Berechnung wird das Gewicht einer ausscheidenden Gesellschaft auf die verbleibenden gleichmäßig verteilt. Daraus ergibt sich ein modifizierter Wertindex (vgl. 2.8)

$$I_w(t) = \frac{\sum_{i=1}^n p_{it} \cdot q_{it}}{\sum_{i=1}^n p_{i0} \cdot q_{i0} \cdot \prod_{t=1}^t A_t} \cdot 100 \quad (3.7)$$

als Formel für die Berechnung. Dabei steht n für die korrigierte Zahl der Aktiengesellschaften am Berichtstag t und $\prod A_t$ für das Produkt aller Korrekturfaktoren seit dem Tag nach dem Basisstichtag.⁷⁵ Diese Berechnungsmethode ist äquivalent zu der in Formel 2.13, da das Produkt der Korrekturfaktoren dort $1/d_t$ entspricht. Die Ausgleichsfaktoren in Formel 3.7. wirken nicht anders als die Verkettungsfaktoren, da sie hier im Nenner stehen.

Alternativ könnte das Gewicht einer ausscheidenden Gesellschaft auch auf eine der verbliebenen Gesellschaften oder eine neu in den Index aufzunehmende übertragen werden. Auf die Schwierigkeit, immer eine passende Ersatzgesellschaft zu finden, wurde bereits hingewiesen.

3.4 Commerzbank-Index⁷⁶

Der Commerzbank-Index ist der älteste börsentäglich berechnete deutsche Aktienindex, als Basis dient das Kursniveau vom 31. Dezember 1953. Neben dem Gesamtindex, der

⁷⁵ vgl. Lützel, H., Jung, W., a.a.O., S. 44f.

⁷⁶ vgl. hierzu Commerzbank AG (Hrsg.), Commerzbank-Index, Frankfurt/M. 1988, S. 6, 8, 10

60 Standardwerte enthält, werden noch 12 Branchenindizes berechnet, deren Basiswerte jeweils am Jahresende wieder auf 100 gesetzt werden, um die jährliche Entwicklung darzustellen. Seit kurzem werden auch für die Branchenindizes (Basis 30.12.1987 = 100) fortlaufende Werte publiziert.

Der Commerzbank-Index umfaßt ca. 75 Prozent des Kurswertes aller börsennotierten Aktiengesellschaften in Deutschland, wobei bei der Zusammensetzung darauf geachtet wird, daß es sich um Titel mit einem hohen Anteil frei handelbaren Kapitals handelt.

Früher wurde der Commerzbank-Index auf der Basis der Kassakurse der Düsseldorfer Wertpapierbörse berechnet. Seit Mitte 1988 sind die Kassakurse der Frankfurter Wertpapierbörse Grundlage des Indexes (Ausnahme: Victoria Leben an der Börse in Düsseldorf), um der Zentralisierung des Aktiengeschäftes nach Frankfurt Rechnung zu tragen.

Es handelt sich um einen Index vom Typ Laspeyres (vgl. 2.4) mit

$$I_L(t) = \frac{\sum_{i=1}^{60} p_{it} q_{it}}{\sum_{i=1}^{60} p_{io} q_{io}} * 100 \quad (3.8),$$

wobei die Kassakurse p_{it} mit den jeweiligem Aktienkapital q_{it} multipliziert und zum Wert der Basisperiode $p_{io} q_{io}$ für die 60 Gesellschaften in Beziehung gesetzt werden.

Korrekturen werden bei Kapitalveränderungen sowie bei Änderungen der Indexzusammensetzung vorgenommen, um die Kontinuität und die Vergleichbarkeit des Indexes zu gewährleisten. Die Commerzbank unterscheidet zwischen einer Kapitalerhöhung, die mit einer Einzahlung (Bezugsrecht) verbunden ist und einer aus Gesellschaftsmitteln (Ausgabe von Gratisaktien). Bei der Ausgabe von Gratisaktien ist eine Korrektur nicht nötig, da sich die Börsenkapitalisation nicht ändert.

Die durch die Ausübung der Bezugsrechte ausgelösten Kurssprünge werden korrigiert. Die Vorgehensweise unterscheidet sich hierbei von der in Kap. 2.4.4 bereits erläuterten: Zuerst wird der rechnerische Wert des Bezugsrechtes vom aktuellen Kurs der Aktie am Tag vor dem Bezugsrechtshandel abgezogen. Der so errechnete Kurs wird dann mit dem neuen Aktienkapital gewichtet und anschließend durch den Gesamtindex des Tages dividiert.

Diesen Divisor scheint die Commerzbank wie folgt in 3.8 einzubeziehen

$$I_L(t) = \frac{1}{d(t)} * \frac{\sum_{i=1}^{60} p_{it} q_{it}}{\sum_{i=1}^{60} p_{io} q_{io}} * 100 \quad (3.9).$$

Ist diese Annahme zutreffend, dann wird also hypothetisch das gesamte Indexportfolio vor der Kapitalveränderung verkauft. Anschließend muß entsprechend der aktuellen

Grundkapitalien der Indexgesellschaften unter Berücksichtigung der durch die Kapitalerhöhung zusätzlich aufzunehmenden Aktien investiert werden.⁷⁷

Dividendenabschläge werden dagegen nicht ausgeschaltet.

4 Vergleich der Aktienindizes

Die Indizes unterscheiden sich - wie gezeigt - vor allem durch verschiedene Gewichtungsarten, die Anzahl der einbezogenen Werte und durch die Zugrundelegung verschiedener Basiszeitpunkte sowie Art und Umfang technischer Korrekturen.

Für die untersuchten deutschen Aktienindizes ergibt sich folgende Übersicht:

	F.A.Z.- Aktienindex	DAX	Index des Statistischen Bundesamtes	Index der COMMERZBANK
Basis	31.12.1958	1.7.1988	31.12.1953	31.12.1953
Zahl der Titel	100	30	312	60
Gewichtung	aktuelles börsen- notiertes Grund- kapital	Grundkapital	Nominalwert der Stammaktien	Aktienkapital
Indextyp	Paasche	Laspeyres	Wertindex	Laspeyres

Tabelle 2: Zusammenfassende Gegenüberstellung ausgewählter deutscher Aktienindizes

Die Zahl der in den Index einbezogenen Werte variiert zwischen 30 und 312. Beim Vergleich der berücksichtigten Gesellschaften zeigte sich, daß die 30 im DAX enthaltenen Werte komplett im F.A.Z.-Aktienindex und im Commerzbank-Index vertreten sind. Im Index des Statistischen Bundesamtes sind 29 der 30 Titel des DAX.

Von den 60 Gesellschaften des Commerzbank-Index enthält der F.A.Z.-Aktienindex 54 und der Index des Statistischen Bundesamtes 55 Titel. Der Index des Statistischen Bundesamtes beinhaltet wiederum 85 der 100 Werte des F.A.Z.-Aktienindex.

Ein Index mit weniger Werten reagiert sowohl bei steigender als auch bei fallender Markt-tendenz wesentlich stärker.⁷⁸ Eine mögliche Begründung für diesen Sachverhalt ist, daß in den Indizes mit einer größeren Anzahl von Werten auch größere Gesellschaften mit einer relativ starken Gewichtung enthalten sind. Bei einem Vergleich zwischen einem

⁷⁷ vgl. Richard, H.-J., a.a.O., S. 98f.

⁷⁸ vgl. Ploch, H.-U., a.a.O., S. 77

'großen' und einem 'kleinen' Aktienindex sollte sich dann auch eine starke Übereinstimmung des Kursverlaufes feststellen lassen. Dabei haben die zusätzlichen Titel, die unregelmäßig gehandelt werden, eine dämpfende Wirkung auf die Reagibilität des 'größeren' Index.

Für die Zeitreihen der oben vorgestellten Indizes ergeben sich für 1993 folgende Korrelationskoeffizienten:

	Index des Statistischen Bundesamtes	F.A.Z.- Aktienindex	DAX	Index der COMMERZBANK
Index des STATISTISCHEN BUNDESAMTES	1	0,997894	0,996489	0,998895
F.A.Z.- Aktienindex	0,997894	1	0,997031	0,998448
DAX	0,996489	0,997031	1	0,998375
Index der COMMERZBANK	0,998895	0,998448	0,998375	1

Tabelle 3: Korrelationskoeffizienten der Zeitreihen für 1993

- Quellen:
1. Commerzbank Commerzbank-Index, Zentrales Geschäftsfeld Asset Management, Frankfurt 1993
 2. Frankfurter Allgemeine Zeitung 1993
 3. Statistisches Bundesamt, Fachserie 9: Geld u.d Kredit, a.a.O.

Alle Aktienindizes sind, wie an den Werten zu erkennen ist, sehr stark positiv korreliert. Aufgrund der festgestellten Übereinstimmung der Titel in den verschiedenen Indexkonzeptionen war dieses Ergebnis zu erwarten. Es bestätigt die Ergebnisse früherer Untersuchungen. Dies läßt sich dadurch begründen, daß die großen Gesellschaften mit den entsprechenden Gewichtungen alle auch in den 'größeren' Indexkonzeptionen enthalten sind und weitere Gesellschaften mit geringerem Gewicht nur geringen Einfluß auf den Indexverlauf haben.

Abschließend bleibt festzustellen, daß trotz unterschiedlicher Konstruktionsweisen die betrachteten deutschen Aktienindizes das Börsengeschehen in etwa gleich abbilden.

Die Akzeptanz eines Aktienindex bei den Anwendern hängt keineswegs von der Konzeption oder der 'rechnerischen Präzision' ab. Vielmehr scheinen eine einfache Berechnungsformel und eine geringe Zahl einbezogener Werte den Erfolg eher zu fördern. Der DAX z.B. folgt mit einem einfachen Aufbau und einer geringen Zahl von Werten genau dieser Erkenntnis.

Literaturverzeichnis

- Baur, D.**, Der Dow-Jones-Index, in: Die Aktiengesellschaft, Juni 1967, S. 153-159
- Bleymüller, J.**, Theorie und Technik der Aktienkursindizes, Wiesbaden, 1966
- Commerzbank AG** (Hrsg.), Commerzbank-Index, Frankfurt/M., 1988
- Erlenbach, E.**, 24 neue Werte im aktualisierten F.A.Z.-Aktienindex, in: Frankfurter Allgemeine Zeitung vom 31. Dezember 1988, S. 17
- Erlenbach, E.**, Das Maß für alle Aktien: Der F.A.Z.-Aktienindex, in: Frankfurter Allgemeine Zeitung vom 20. August 1985, S. B 27-B 28
- Erlenbach, E.**, Jetzt zwei F.A.Z.-Aktienindizes, in: Finanzmärkte in der F.A.Z., Frankfurter Allgemeine Zeitung vom 31. Januar 1994, S. 2
- Frantzmann, H.-J., Kraus, A.**, Aktienindizes schwer zu schlagende Maßstäbe für Vermögensverwalter? Neben Ertrag zählt auch das Risiko, in: Handelsblatt vom 25. September 1990, S. B 1-B 2
- Herrmann, K.**, Die Statistik der Börsenwerte der Aktien, in: Wirtschaft und Statistik, 8. N.F., 1956, S. 188-197
- Janßen, B., Rudolph, B.**, Der Deutsche Aktienindex DAX: Konstruktion und Anwendungsmöglichkeiten, Frankfurt/Main, 1992
- Jeske, J., Barbier, H. D.**, So nutzt man den Wirtschaftsteil einer Tageszeitung, Frankfurt/Main, 1993
- Loistl, O.**, Computergestütztes Wertpapiermanagement, 3. Aufl., München/Wien, 1990
- Loistl, O., Kobinger, M.**, Index-Arbitrage insbesondere mit DAX-Futures, 2. Aufl., Beiträge zur Wertpapieranalyse Nr. 28 der Deutschen Vereinigung für Finanzanalyse und Anlageberatung, o.O., 1993
- Lützel, H., Jung, W.**, Neuberechnung des Index der Aktienkurse, in: Wirtschaft und Statistik, Januar 1984, S. 43-56
- Möckel, L.**, Indizes der Aktienkurse, in: Die Aktiengesellschaft, Nr. 8 1965, S. 228 - 233
- o.V.**, 22 Aktien neu im alten F.A.Z.-Aktienindex, in: Finanzmärkte in der F.A.Z., Frankfurter Allgemeine Zeitung vom 31. Januar 1994, S. 2
- o.V.**, Der deutsche Markt für kleine Aktien trocknet immer mehr aus, in: Frankfurter Allgemeine Zeitung vom 6. Januar 1994, S. 15
- o.V.**, Münchner Rück kommt jetzt noch nicht in den F.A.Z.-Aktienindex, in: Frankfurter Allgemeine Zeitung vom 19. April 1994, S. 28
- o.V.**, Rund 46 Prozent Wertsteigerung im Börsenrekordjahr 1993, in: Finanzmärkte in der F.A.Z., Frankfurter Allgemeine Zeitung vom 31. Januar 1994, S. 2
- Ploch, H.-U.**, Konstruktion und Anwendung von Aktienkursindizes, Wien, 1971

- Richard, H.-J.**, Aktienindizes: Grundlagen ihrer Konstruktion und Verwendungsmöglichkeiten unter besonderer Berücksichtigung des Deutschen Aktienindex - DAX, Bergisch Gladbach, 1992
- Rühle, A.-S.**, Aktienindizes in Deutschland: Entstehung, Anwendungsbereiche, Indexhandel, Wiesbaden, 1991
- Schulze, P. M.**, Beschreibende Statistik, 2. Aufg. München/Wien, 1994
- Spellerberg, B., Schneider, R.**, Neuberechnung des Index der Aktienkurse, in: Wirtschaft und Statistik, Juni 1967, S.341-346
- Statistisches Bundesamt**, Fachserie 9: Geld und Kredit, Reihe 2, Aktienmärkte, Januar - Dezember 1993
- Statistisches Bundesamt**, Fachserie 9: Geld und Kredit, Reihe 2.S.1, Index der Aktienmärkte - Lange Reihen -, Januar 1982 - Juni 1992
- Wiebke, H.**, Aktienindex-Terminkontrakte: destabilisierende Instrumente des Portfoliomanagements?, Wiesbaden, 1992
- Wöhe, G.**, Einführung in die allgemeine Betriebswirtschaftslehre, 18. Aufg. München, 1993.
- Zingg, W.**, Indizes, Kenn- und Messziffern für kotierte Schweizeraktien, Bern, 1976

Reine Datenquellen wurden in das Literaturverzeichnis nicht aufgenommen.

Autoren: Prof. Dr. Peter M. Schulze, Leiter des Instituts für Statistik und Ökonometrie
der Universität Mainz

Uwe Spieker, Diplom-Volkswirt

Bisher erschienene Arbeitspapiere:

1. Peter M. Schulze, Prognoseverfahren wissenschaftlicher Institute in der Bundesrepublik Deutschland. Überblick über eine Umfrage (Dezember 1993)
2. Martina Nold / Peter M. Schulze, Möglichkeiten und Grenzen der Quantifizierung der Schattenwirtschaft (April 1994)
3. Armin Seher, Einfluß der Integrationsordnung bei Zeitreihen auf die Spezifikation von Fehlerkorrekturmodellen (Juni 1994)
4. Lars Berg / Armin Gemünden / Frank Hubert / Ralf Leonhardt / Michael Leroudier, Die Situation der Studentenschaft in den Wirtschaftswissenschaften an der Universität Mainz im Frühjahr 1994. Ergebnisse einer Umfrage (August 1994)
5. Christoph Balz, Ein Fehlerkorrekturmodell zur Entwicklung des Kapitalmarktzinses in der Bundesrepublik Deutschland (Oktober 1994)
6. Reinhard Elkmann / Nora Lauterbach / Stephan Wind, Tertiärisierung regionaler Wirtschaftsstrukturen. Eine empirische Analyse kreisfreier Städte und Landkreise in Hessen, Rheinland-Pfalz und dem Saarland (Dezember 1994)
7. Peter M. Schulze / Uwe Spieker, Deutsche Aktienindizes. Statistische Konzepte und Beispiele. (Dezember 1994)