

Lindner, Tobias

**Working Paper**

## Das Bundestagswahlrecht aus Perspektive der Social Choice-Theorie

KIT Working Paper Series in Economics, No. 9

**Provided in Cooperation with:**

Karlsruhe Institute of Technology (KIT), Institute of Economics (ECON)

*Suggested Citation:* Lindner, Tobias (2010) : Das Bundestagswahlrecht aus Perspektive der Social Choice-Theorie, KIT Working Paper Series in Economics, No. 9, Karlsruher Institut für Technologie (KIT), Institut für Volkswirtschaftslehre (ECON), Karlsruhe, <https://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:swb:90-206205>

This Version is available at:

<https://hdl.handle.net/10419/41474>

**Standard-Nutzungsbedingungen:**

Die Dokumente auf EconStor dürfen zu eigenen wissenschaftlichen Zwecken und zum Privatgebrauch gespeichert und kopiert werden.

Sie dürfen die Dokumente nicht für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, öffentlich zugänglich machen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Sofern die Verfasser die Dokumente unter Open-Content-Lizenzen (insbesondere CC-Lizenzen) zur Verfügung gestellt haben sollten, gelten abweichend von diesen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

**Terms of use:**

*Documents in EconStor may be saved and copied for your personal and scholarly purposes.*

*You are not to copy documents for public or commercial purposes, to exhibit the documents publicly, to make them publicly available on the internet, or to distribute or otherwise use the documents in public.*

*If the documents have been made available under an Open Content Licence (especially Creative Commons Licences), you may exercise further usage rights as specified in the indicated licence.*

# Das Bundestagswahlrecht aus Perspektive der Social Choice-Theorie

by Tobias Lindner

No. 9 | OCTOBER 2010

WORKING PAPER SERIES IN ECONOMICS



## **Impressum**

Karlsruher Institut für Technologie (KIT)  
Fakultät für Wirtschaftswissenschaften  
Institut für Wirtschaftspolitik und Wirtschaftsforschung (IWW)  
Institut für Wirtschaftstheorie und Statistik (ETS)

Schlossbezirk 12  
76131 Karlsruhe

KIT – Universität des Landes Baden-Württemberg und  
nationales Forschungszentrum in der Helmholtz-Gemeinschaft

Working Paper Series in Economics  
**No. 9**, October 2010

ISSN 2190-9806

---

[econpapers.wiwi.kit.edu](http://econpapers.wiwi.kit.edu)

# Das Bundestagswahlrecht aus Perspektive der Social Choice-Theorie

Tobias Lindner  
Karlsruhe Institute of Technology  
Kaiserstraße 12, 76131 Karlsruhe, tobias.lindner@kit.edu

14. Oktober 2010

## **Zusammenfassung**

Das derzeitige Wahlsystem zum Deutschen Bundestag weist einen schwerwiegenden Defekt auf: Mehr Stimmen für eine Partei können dazu führen, dass diese weniger Sitze erhält - das sogenannte negative Stimmgewicht. Das Bundesverfassungsgericht hat den Bundestag aufgefordert, bis Ende Juni 2011 diesen Fehler durch eine Änderung des Wahlrechts zu beseitigen. Hierzu gibt es eine Vielzahl von Möglichkeiten. Dieser Artikel unternimmt den Versuch, mögliche Änderungen aus Sicht der Social Choice-Theorie zu beurteilen. Hierzu wird ein einfaches System von Bedingungen an Wahlen vorgestellt, anhand dessen die bisherigen Lösungsvorschläge systematisiert werden. Dabei stellt sich heraus, dass es kein Wahlsystem geben kann, das gleichzeitig all diesen Bedingungen genügt. Dennoch lassen sich unter den existierenden Änderungsvorschlägen solche identifizieren, die mehr wünschenswerte Bedingungen erfüllen als andere.

## **1 Einleitung**

Am 30. August 2010 hat das Schleswig-Holsteinische Landesverfassungsgericht festgestellt, dass Teile des Gesetzes zur Wahl des Landtages gegen Verfassungsgrundsätze verstoßen. Dementsprechend wurde angeordnet, dass der erst im Herbst 2009 gewählte Landtag Schleswig-Holsteins bis spätestens Ende 2012 neu zu wählen ist (Vgl. [16]). Dieses Ereignis macht wieder einmal deutlich, dass Abstimmungsverfahren nicht nur „theoretisch“ manche Paradoxie oder Unvereinbarkeit in sich bergen, sondern durchaus ganz „praktisch“, zum Beispiel bei Wahlen in Deutschland, Defekte aufweisen und dementsprechend zu widersinnigen Ergebnissen führen können: so haben bei der erwähnten Landtagswahl am 27. September 2009 in Schleswig-Holstein SPD, GRÜNE, SSW und Linke zusammen etwa 27.000 Stimmen mehr als CDU und FDP, jedoch gemeinsam 3 Sitze weniger als die Regierungskoalition aus CDU und FDP erhalten.

Während obige Sitzverteilung in Schleswig-Holstein unter Umständen noch über Überhangmandate oder verschiedene Interpretationen der Vorschrift, wie diese auszugleichen sind, zu rechtfertigen wäre, besteht beim derzeit aktuellen Wahlrecht zum Deutschen Bundestag ein anderer Defekt: bei Bundestagswahlen kann es zu Ergebnissen kommen, in denen die Stimme eines Wählers für eine Partei dazu führt, dass diese Partei weniger Sitze erhält - das sogenannte *negative Stimmgewicht*<sup>1</sup>. Während das Problem in Schleswig-Holstein also in der Frage bestand, was - gegeben ein Wahlergebnis in Erst- und Zweitstimmen - die „richtige“ Verteilung der Sitze im Parlament ist, kann sich bei Bundestagswahlen ein Wähler gar nicht sicher sein, ob seine Stimme für eine Partei dieser nützt oder schadet. Zugespitzt formuliert: Bei dem derzeit gültigen Bundestagswahlrecht weiß ein Wähler also nicht, wie er seine Präferenz für eine Partei durch seine Zweitstimme so „ausdrücken“ soll, dass die von ihm präferierte Partei einen Vorteil bzw. zumindest keinen Nachteil davon hat. Dies ist ein unzweifelhaft schwerwiegendes Problem.

Das Bundesverfassungsgericht hat am 3. Juli 2008 festgestellt, dass das derzeit gültige Wahlrecht zum Deutschen Bundestag wegen der Möglichkeit des Auftretens des negativen Stimmgewichts verfassungswidrig ist. Während die Bundestagswahl 2009 noch nach dem alten, verfassungswidrigen Wahlrecht durchgeführt werden durfte, wurde dem Gesetzgeber auferlegt, bis zum 30. Juni 2011 ein verfassungsgemäßes Wahlrecht zu verabschieden.

Wie im Verlauf dieses Artikels noch auszuführen sein wird, gibt es hierzu mehrere, sich teilweise deutlich unterscheidende Lösungsmöglichkeiten, von denen manche eher „kleinere Reparaturen“ des Wahlsystems darstellen, während wiederum andere die Wahlen zum Deutschen Bundestag deutlich verändern würden. Da bis zum Sommer 2011 das Wahlrecht korrigiert sein muss, ist damit zu rechnen, dass über die Frage, wie das Bundestagswahlrecht modifiziert werden soll, in den kommenden Monaten eine größere oder zumindest wahrnehmbare Debatte in der Bundespolitik geführt werden dürfte.

Auch in der wissenschaftlichen Literatur gibt es zu dieser Fragestellung eine Fülle von Veröffentlichungen in der Rechtswissenschaft, Politikwissenschaft oder Mathematik. Dieser Artikel versucht nun einen ersten Beitrag aus Sicht der Volkswirtschaftslehre, genauer gesagt aus Sicht der Social Choice-Theorie, zu liefern. Die Social Choice-Theorie (oder auch „Theorie kollektiver Entscheidungsfindung“ genannt) befasst sich unter anderem mit dem Problem der Aggregation von Präferenzen, d.h. mit dem Versuch geeignete Aggregationsverfahren für individuelle Präferenzen zu finden. Dabei werden die Präferenzen als gegeben angenommen. Anwendung findet dieses Teilgebiet der VWL unter anderem sowohl bei „größeren“ (politischen) Wahlen als auch bei (eher kleineren) Abstimmungen wie beispielsweise Teamentscheidungen. Zwei bekannte Resultate der Social Choice-Theorie, das Unmöglichkeitstheorem vom Kenneth Arrow (Vgl.[6].) und das Liberal Paradox von Amartya Sen (Vgl. [17].) zeigen, dass - setzt man verschiedene Bedingungen als wünschenswert voraus - es Fälle geben kann, in denen keine Aggregationsfunktion existiert,

---

<sup>1</sup>Dass es nicht nur zu solchen Ergebnissen kommen kann, sondern dies tatsächlich regelmäßig geschieht, zeigt unter anderem die Übersicht bei [9].

die gleichzeitig alle vorausgesetzten Axiome erfüllt. Gleichzeitig helfen uns solche Bedingungen, mögliche Aggregationsfunktionen nach dem Erfüllen oder Verletzen eines Axioms zu beurteilen und zu systematisieren.

Dieser Artikel stellt ein erstes einfaches System von solchen Axiomen für das Bundestagswahlrecht vor, anhand dessen die derzeit diskutierten „Lösungen“ zur Vermeidung des negativen Stimmgewichts beurteilt und unterschieden werden können. Das Vorgehen ist dabei wie folgt: Abschnitt 2 stellt das derzeit gültige Wahlsystem vor. In Abschnitt 3 wird das negative Stimmgewicht beschrieben. Abschnitt 4 behandelt ein erstes Axiomensystem für Bundestagswahlen. Dieses wird schließlich auf verschiedene mögliche Modifikationen des Wahlrechts angewandt.

## 2 Das Wahlsystem bei Bundestagswahlen

Der Deutsche Bundestag besteht in der Regel aus 598 Mitgliedern. Diese werden nach den Grundsätzen einer „mit der Personenwahl verbundenen Verhältniswahl gewählt“ (Bundeswahlgesetz § 1, Absatz 1, Satz 1, siehe [4]). In anderen Worten: Das Wahlsystem zum Bundestag ist alles andere als ein „Mischsystem“ aus Mehrheits- und Verhältniswahl, wie oft behauptet oder landläufig angenommen wird. Wie noch näher zu erläutern sein wird, werden die Sitzanteile unter den Parteien, also die Frage, *wie viele* Sitze eine Partei erhält, nach dem Grundsatz der Verhältniswahl bestimmt. Lediglich die Frage, *welche Personen* für die einzelnen Parteien dann in das Parlament einziehen, wird zur Hälfte durch 299 Wahlkreismandate beantwortet.

Im Detail wird die Zusammensetzung des Deutschen Bundestages in folgenden Schritten bestimmt (Vgl. [4, 3].):

- Jeder Wähler verfügt über zwei Stimmen: mit der Erststimme wählt er zwischen Wahlkreisbewerbern. Die für die Sitzverteilung relevante Zweitstimme geht an eine Landesliste einer Partei.
- Relevant für die Sitzverteilung sind nur die Zweitstimmen der Parteien, die mehr als 5 Prozent der abgegebenen gültigen (Zweit-)Stimmen erhalten haben. Ebenfalls unberücksichtigt bleiben die Zweitstimmen der Wähler, die mit ihrer Erststimme einen *erfolgreichen* Bewerber im Wahlkreis gewählt haben, der entweder keiner Partei angehört oder einer Partei angehört, die im betreffenden Bundesland keine Landesliste eingereicht hat. Gewinnt ein solcher Bewerber einen Wahlkreis, so werden solche Mandate von der Gesamtzahl der Sitze (598), die nach Zweitstimmen zu verteilen ist, abgezogen.
- Anschließend erfolgt in einem ersten Schritt die Bestimmung der sogenannten *Oberverteilung*: Die in der Regel 598 Sitze des Bundestags werden unter allen Parteien, die die 5-Prozent-Hürde übersprungen haben, nach dem Verfahren von Saint-Laguë und Schepers zugeteilt. (Auf dieses Verfahren wird später noch näher eingegangen.) Die Oberverteilung beantwortet also die Frage, wie viele Sitze jede Partei erhält.

- In einem nächsten Schritt wird in der *Unterverteilung* die Frage geklärt, welche Bewerber einer Partei die zugeteilten Mandate einnehmen. Präzise gesprochen werden die Gesamtsitze einer Partei nun einzelnen Bundesländern zugeordnet. Das Vorgehen ist dabei völlig analog zum vorangegangenen Schritt: Die Sitzzahl einer Partei wird jeweils als ein Parlament gesehen. Diese Sitze werden erneut nach dem Verfahren von Saint-Laguë und Schepers auf Bundesländer verteilt - entsprechend der Zweitstimmen, die für die jeweiligen Landeslisten abgegeben wurden. Das Ergebnis der Unterverteilung legt also für jede Partei fest, wie viele Abgeordnete aus einem Bundesland in den Deutschen Bundestag einziehen.
- Angenommen einer Partei stehen im Bundesland  $i$  insgesamt  $x_i$  Sitze zu und diese Partei hat in besagtem Bundesland  $y_i$  Wahlkreise gewonnen. Falls  $x_i > y_i$ , so ziehen alle Wahlkreissieger in den Bundestag ein; die verbleibenden  $x_i - y_i$  Sitze werden über die Landesliste besetzt. Wurden hingegen mehr Wahlkreise in diesem Bundesland gewonnen, als der Partei nach der Unterverteilung eigentlich zustehen ( $x_i < y_i$ ), so ziehen dennoch alle  $y_i$  Wahlkreisgewinner in den Bundestag ein - die Partei hat dann in diesem Bundesland  $y_i - x_i$  *interne Überhangmandate* errungen. Hat hingegen die Partei im *gesamten Bundesgebiet* mehr Wahlkreise gewonnen, als ihr nach der Oberverteilung zustehen, gilt also  $\sum_{i=1}^{16} y_i > \sum_{i=1}^{16} x_i$ , so spricht man von *externen Überhangmandaten*. Solche wurden erstmals bei der Bundestagswahl 2009 durch die CSU erreicht (45 gewonnene Wahlkreise bei 42 nach der Oberverteilung zustehenden Mandaten).
- Schließlich trifft das Wahlsystem noch für zwei Sonderfälle Regelungen: Zum einen sind bei der Oberverteilung auch solche Parteien zu berücksichtigen, die zwar weniger als 5 Prozent der Zweitstimmen erhalten, aber mindestens 3 Wahlkreise gewonnen haben (so 1998 bei der PDS geschehen). Weiterhin ist festgelegt, dass eine Partei, die bundesweit mehr als die Hälfte der abgegebenen gültigen Zweitstimmen erhalten hat, auch im Bundestag mehr als die Hälfte der Sitze erhalten muss.

Wie erwähnt wird die Anzahl der Sitze einer Partei über die Zweitstimmen, die diese erhalten hat, bestimmt. Das Wahlsystem zum Bundestag ist also (sieht man vom „Ausnahmefall“ der Überhangmandate ab) tatsächlich ein Verhältniswahlsystem, das um die Möglichkeit ergänzt wurde, dass der Wähler mittels seiner Erststimme auf die personelle Zusammensetzung der einzelnen Fraktionen Einfluss nehmen kann. Auch, wenn „Otto-Normal-Bürger“ in der Regel eher nicht durchschaut oder weiß, wie die Sitzverteilung exakt berechnet wird, so sollte jeder Wähler dennoch darauf vertrauen können, dass eine Stimme für eine Partei oder einen Bewerber dieser oder diesem nutzt und nicht schadet. Gerade dieser Punkt wird durch die Möglichkeit eines negativen Stimmgewichts verletzt.

Das Bundeswahlgesetz hat im Laufe der Zeit diverse Änderungen erfahren. Unter anderem wurde das verwendete Sitzzuteilungsverfahren mehrfach geändert: von 1949

bis 1983 fand das D'Hondt-Verfahren Anwendung, von 1987 bis 2002 das Verfahren von Hare-Niemeyer und seit 2009 das Verfahren von Saint-Laguë und Schepers. Über Eigenschaften und mögliche Paradoxa solcher Verfahren existiert eine breite Literatur (Eine gute Übersicht findet sich beispielsweise in [7]). Die Intention des Gesetzgebers zur Änderung des Sitzzuteilungsverfahrens liegt in der Vermeidung verschiedener Paradoxa (auf die noch näher einzugehen sein wird) bzw. in der Erfüllung gewünschter Eigenschaften eines solchen Verfahrens. Teilweise wird in der aktuellen Diskussion um das negative Stimmgewicht fälschlicherweise behauptet, dieses würde allein durch das Sitzzuteilungsverfahren verursacht. Daher wird im Folgenden zunächst ein kurzer Überblick über solche Verfahren gegeben, bevor das Phänomen des negativen Stimmgewichts an einem Beispiels illustriert wird.

## 2.1 Sitzzuteilungsverfahren

Gängige Sitzzuteilungsverfahren unterscheiden sich in *Quotenverfahren* und *Divisorverfahren*. Während die Methode von Hare-Niemeyer ein Quotenverfahren ist, sind das D'Hondt-Verfahren und das Verfahren von Saint-Laguë und Schepers der letzteren Gruppe zuzurechnen.

Bei Quotenverfahren wird zuerst eine feste und eindeutige *Quote* berechnet, die angibt, wie viele Stimmen idealerweise notwendig sind, um einen Sitz zu erhalten ( $\text{Quote} = \text{Anzahl aller gültigen Zweitstimmen} / \text{Anzahl der Sitze}$ ). Anschließend werden die (Zweit-)Stimmen, die auf eine Partei entfallen sind, durch diese Quote geteilt. Im Normalfall ist dieser Quotient keine ganze Zahl. Zunächst erhalten alle Parteien ihre „ganzzahligen“ Sitze zugeteilt. In einem letzten Schritt werden schließlich - abhängig von den Nachkommastellen der Quotienten - die noch zu vergebenden Sitze zugeteilt. Beispielsweise geschieht dies beim Hare-Niemeyer-Verfahren in der Reihenfolge der höchsten Nachkommastelle.

Bei Divisorverfahren hingegen wird die Anzahl der Stimmen jeweils einer Partei durch einen nicht eindeutigen *Divisor* geteilt. Es ergeben sich wiederum in der Regel nicht ganzzahlige Quotienten für die Parteien, die nun - abhängig vom Verfahren - in ganze Zahlen überführt werden: bei dem Verfahren von D'Hondt geschieht dies durch Abrunden, beim Verfahren von Saint-Laguë und Schepers (im Wesentlichen) durch die kaufmännische Rundung. Die sich so ergebenden Zahlen sind nun die Sitzzahlen der Parteien. Entspricht die Summe dieser Zahlen nicht der Anzahl der Sitze des Parlaments, so ist der Divisor entsprechend herauf- bzw. herabzusetzen.

Alle Quotenverfahren sind anfällig für verschiedene Paradoxa wie das Alabama-Paradoxon, das Wählerzuwachsparadoxon oder das Sperrklauselparadoxon. Beispielsweise kann bei letzterem der Fall eintreten, dass eine Partei *mehr* Stimmen erhält<sup>2</sup>, hierdurch eine andere Partei unter die 5-Prozent-Hürde fällt und nicht ins Parlament einzieht und die Partei, die mehr Stimmen erhalten hat, dennoch *weniger* Sitze zugeteilt bekommt als im Fall mit weniger Stimmen (und einer Partei mehr im Parlament). Bei Divisorverfahren hingegen können diese Paradoxa nicht auftreten.

Das Hare-Niemeyer-Verfahren erfüllt die *Quotenbedingung*, die fordert, dass die

---

<sup>2</sup>Dieser Fall kann dann eintreten, wenn Nichtwähler nun zu Wählern dieser Partei werden.



Sitzzahlen jeder Partei um weniger als 1 von ihrem (üblicherweise nicht ganzzahligen) Idealanspruch abweichen dürfen. Es kann gezeigt werden, dass alle Divisorverfahren diese Bedingung verletzen können. Somit kann im Ergebnis festgehalten werden, dass die Wahl zwischen einem Quoten- und einem Divisorverfahren der Wahl zwischen der Vermeidung verschiedener Paradoxa und der Verletzung der Quotenbedingung gleich kommt. Dies ist die Aussage des Unmöglichkeitstheorems von Balinsky und Young (siehe [7]).

Diese Autoren konnten jedoch in Simulationen zeigen, dass unter den bekannten Divisorverfahren die Methode von Saint-Laguë und Schepers die Quotenbedingung bei US-Parlamentswahlen am seltensten verletzt. Für unser Wahlsystem besteht also die berechtigte Hoffnung, dass sich dieses Resultat übertragen lässt. Weiterhin lässt sich in Zweifel ziehen, ob die Quotenbedingung in allen Situationen eine vernünftige Bedingung ist, da sie nicht auf eine relative, sondern auf eine absolute Abweichung vom Idealanspruch einer Partei abstellt. So macht es aus Sicht des Autors durchaus einen Unterschied, ob eine Partei, der 10,2 Sitze zustehen, 9 Sitze erhält, oder ob eine Partei, der 100,2 Sitze zustehen, 99 Sitze erhält.

Die Entscheidung des Gesetzgebers hin zum Verfahren von Saint-Laguë und Schepers kann also zusammengefasst charakterisiert werden als Entscheidung, der Vermeidung möglicher Paradoxa den Vorzug gegenüber einer (eher selten) möglichen Verletzung der Quotenbedingung zu geben. Auch wenn damit die oben erwähnten Paradoxa vermieden werden, so kann dennoch das Phänomen des negativen Stimmgewichts auftreten, wie im nächsten Abschnitt zu sehen ist.

### 3 Negatives Stimmgewicht bei Bundestagswahlen

Wie eingangs erwähnt bedeutet negatives Stimmgewicht, dass *mehr* (Zweit-)Stimmen für eine Partei zu *weniger* Mandaten bzw. weniger Stimmen zu mehr Mandaten führen können. Ein Wähler schadet also in einem solchen Fall der Partei, für die er stimmt. Dieses Phänomen kann auch im deutschen Wahlsystem auftreten - und zwar unabhängig davon, welches der drei oben erwähnten Sitzzuteilungsverfahren verwandt wird. Die Entstehung von internen Überhangmandaten ist dabei notwendige, aber nicht hinreichende Voraussetzung, wie gleich zu erkennen sein wird.

Eine Partei hat im Bundesland  $i$  insgesamt  $s_i$  Zweitstimmen,  $x_i$  Sitze nach der Unterverteilung und  $y_i$  Direktmandate erhalten. Nun erhält diese Partei mehr Zweitstimmen, diese steigen also auf  $\tilde{s}_i > s_i$ . Je nachdem, wie  $s_i$ ,  $\tilde{s}_i$ ,  $x_i$  und  $y_i$  und die Zweitstimmen der anderen Parteien auf Bundesebene (also bei der Oberverteilung) lauten, kann nun ein negatives Stimmgewicht auftreten:

1. Das Plus an Stimmen, also  $\tilde{s}_i - s_i$ , ist so gering, dass sich die *Oberverteilung nicht ändert*, d.h. die Partei erhält bundesweit nicht mehr Mandate zugeteilt.
2. Gleichzeitig ist  $\tilde{s}_i - s_i$  jedoch so groß, dass es zu einer *Änderung in der Unterverteilung* kommt. In anderen Worten: durch den Zugewinn an Zweitstimmen stehen der Partei zwar bundesweit nicht mehr Mandate zu, aber bei Verteilung

dieser Mandate auf die einzelnen Bundesländer erhält die Partei in Bundesland  $i$  ein Mandat mehr zugeteilt (und - da die Zahl bundesweit unverändert ist - in einem anderen Bundesland ein Mandat weniger).

3. Sei  $j$  nun das Bundesland, in dem sie dafür ein Mandat weniger erhält. Dabei seien  $x_j$  und  $y_j$  die Anzahlen der Mandate und gewonnenen Wahlkreise in Bundesland  $j$  und  $\tilde{x}_i, \tilde{x}_j$  usw. die entsprechenden Größen nach dem Stimmenzuwachs, also unter  $\tilde{s}$ .
4. Nach den obigen Ausführungen gilt:  $\tilde{x}_i = x_i + 1, \tilde{x}_j = x_j - 1, \tilde{y}_i = y_i$  und  $\tilde{y}_j = y_j$ .
5. Hat jetzt die Partei in Bundesland  $i$  vor dem Stimmenzuwachs (also unter  $s$ ) eines oder mehrere (*interne*) *Überhangmandate* erhalten ( $y_i > x_i$ ) und in Bundesland  $j$  mindestens ein Mandat über die Landesliste vergeben ( $y_j < x_j$ ), dann ist das Stimmgewicht von  $\tilde{s}_i - s_i$  negativ: Wurden zuvor  $y_i + x_j$  Abgeordnete aus  $i$  und  $j$  entsandt, so stehen der Partei nun in diesen beiden Ländern  $\tilde{y}_i + \tilde{x}_j = y_i + x_j - 1$  Mandate zu. Die Partei hat also durch den Stimmenzuwachs insgesamt ein Mandat verloren.

Das Auftreten des negativen Stimmgewichts mag - angesichts der durchaus komplexen Konstruktion und der Tatsache, dass gleichzeitig mehrere Voraussetzungen erfüllt sein müssen - vielleicht auf den ersten Blick eher als selten angenommen werden. Unter [9] finden sich jedoch zahlreiche Beispiele, die zudem auch belegen, dass es bei vergangenen Bundestagswahlen für CDU oder SPD unter Umständen besser gewesen wäre, weniger Stimmen in verschiedenen Bundesländern erhalten zu haben. Das negative Stimmgewicht ist also nicht nur ein „theoretisches Konstrukt“ sondern vielmehr von tatsächlicher Relevanz.

Man mag nun einwenden, dass Wähler und Parteien ja erst ex-post und nicht ex-ante mit Sicherheit wissen können, ob sich eine Situation mit negativen Stimmgewicht ergibt. Dies löst jedoch nicht das Problem, dass sich bei dem derzeit gültigen Wahlrecht ein Wähler eben nicht *sicher* sein kann, ob seine Stimme für eine Partei dieser von Nutzen ist oder schadet. Zudem finden sich im Zeitalter des Internets im Vorfeld von Wahlen „Tipps“ für Anhänger einzelner Parteien, wie diese unter Umständen strategisch wählen sollen (siehe beispielsweise [8]).

### 3.1 Dresden 2005 - ein Beispiel

Bundesweites Aufsehen erlangte das negative Stimmgewicht bei der Bundestagswahl im September 2005: Damals starb kurz vor der Wahl die Direktkandidatin der NPD im Wahlkreis Dresden 1. Nach den geltenden Bestimmungen ([3, § 82]) durfte diese einen neuen Direktkandidaten benennen und die Abstimmung in diesem Wahlkreis wurde auf den 2. Oktober 2005 verlegt. Im restlichen Bundesgebiet wurde jedoch bereits am 18. September gewählt.

Ohne den Wahlkreis Dresden 1 hatte die CDU in Sachsen bereits 13 Direktmandate bei 10 nach der Unterverteilung zustehenden Sitzen, also 3 Überhangmandate

erhalten. In Nordrhein-Westfalen erreichte die CDU 47 Mandate nach der Unterteilung und gewann 24 Direktmandate. Demnach sollten aus NRW für die CDU 23 Abgeordnete über die Landesliste und 24 über Direktmandate in den Bundestag einziehen.

Hätten bei der Nachwahl am 2. Oktober 2010 nun mehr als 41.000 Wähler ihre Zweitstimme der CDU gegeben, so stünden dieser Partei nach der Unterverteilung in Sachsen ein Sitz mehr (11 Mandate) und in Nordrhein-Westfalen ein Sitz weniger (46 Mandate) zu, während es in der Oberteilung zu keinen Änderungen käme. Somit wären also aus Sachsen weiterhin 13 Abgeordnete, aus NRW jedoch nur 46 in den Bundestag einzogen. Insgesamt hätte damit die CDU in der Summe ein Mandat weniger erhalten. Tatsächlich gaben (nachdem beispielsweise die FDP in Dresden mit dem Slogan „Dresden wählt schlau: Erststimme CDU, Zweitstimme FDP“ warb) rund 38.000 Wähler der CDU ihre Zweitstimme, so dass ein „Schaden“ für die Christdemokraten vermieden wurde (siehe auch [2, 10]).

### 3.2 Die Rechtsprechung des Bundesverfassungsgerichts

Im November 2005 legten daraufhin zwei Personen Einspruch gegen die Wahl zum 16. Deutschen Bundestag ein. Die Einsprüche wurden durch den Bundestag im Dezember 2006 zurückgewiesen, woraufhin die Antragsteller im Januar 2007 das Bundesverfassungsgericht in Karlsruhe anriefen. Dieses stellte am 3. Juli 2008 fest, dass entsprechende Bestimmungen des Bundeswahlgesetzes, die zum negativen Stimmgewicht führen können, verfassungswidrig sind, da sie gegen die Wahlgrundsätze der Gleichheit und der Unmittelbarkeit von Wahlen verstoßen (siehe [5, Artikel 38, Absatz 1]).

Ein Wähler könne sich wegen des möglichen negativen Gewichts seiner Stimme nicht sicher sein, ob diese auf gleiche Weise zum Erfolg einer Partei beiträgt, wie die Stimme eines Wählers aus einem anderen Bundesland. Da Überhangmandate notwendige Voraussetzung für das Auftreten des negativen Stimmgewichts sind und solche bei „kleinen Parteien“ wie FDP oder Grünen nicht auftreten, ist zudem ex ante auch die Wahrscheinlichkeit, dass eine Stimme negatives Gewicht haben kann, unter den Wählern nicht gleich (Vgl. [1, Rn. 107]). In anderen Worten: Wähler von FDP oder Grünen können sich sicher sein, dass ihre Zweitstimmen kein negatives Gewicht haben, während CDU- oder SPD-Wähler diese Sicherheit nicht haben.

Zudem kann es durch das negative Stimmgewicht für einen Wähler nicht ersichtlich sein, wie seine Stimme zum Wahlergebnis beiträgt - dies verletzt die Unmittelbarkeit der Wahl. Dem Gesetzgeber wurde durch das Gericht aufgegeben, bis zum 30. Juni 2011 ein neues, verfassungskonformes Wahlgesetz zu beschließen (Vgl. [1]).

## 4 Modifikationen des Wahlsystems zur Vermeidung eines negatives Stimmgewichts

Wie bereits erwähnt gibt es eine Vielzahl von Möglichkeiten für ein Wahlsystem, in dem ein negatives Stimmgewicht ausgeschlossen ist. Auch das Bundesverfassungsgericht hat im oben erwähnten Urteil verschiedene Möglichkeiten skizziert und im Hinblick auf die Vielfalt der in Frage kommenden Lösungen dem Gesetzgeber eine Frist bis zum 30. Juni 2011 gesetzt, sich für eine dieser Möglichkeiten zu entscheiden.

Für die Entscheidungsfindung sind verschiedene Kriterien denkbar: beispielsweise kann man fragen, wie stark eine Lösung zur Vermeidung des negativen Stimmgewichts das bisherige Wahlsystem modifiziert. Ein anderer Gesichtspunkt, der sich auch in der öffentlichen Diskussion wieder findet, sind Veränderungen in der Sitzverteilung des Bundestages. So finden sich im Spiegel (siehe [13]) Berechnungen, wie die Sitzverteilung im 16. Deutschen Bundestag (2005 bis 2009) bei verschiedenen Modifikationen aussähe, bliebe das Wahlergebnis identisch.

In diesem Artikel wird der Versuch unternommen, eine Unterscheidung der Lösungsmöglichkeiten aus Sicht und mit Methoden der Social Choice-Theorie vorzunehmen. Hierzu wird im nächsten Schritt ein einfaches Axiomensystem definiert, d.h. einfache und möglichst selbstevidente Bedingungen, die ein Wahlsystem erfüllen soll. Anschließend werden derzeit diskutierte Lösungen zur Vermeidung des negativen Stimmgewichts anhand dieses Axiomensystems diskutiert. In anderen Worten: Änderungsmöglichkeiten werden wir danach ein- und beurteilen, welche Eigenschaften diese erfüllen.

### 4.1 Einfache Bedingungen an ein Wahlsystem

Die Social Choice-Theorie kennt eine Vielzahl von Bedingungen, die man an Abstimmungsverfahren stellen kann. Im Folgenden sollen Axiome vorgestellt werden, die insbesondere von sogenannten personalisierten Verhältniswahlsystemen wie dem Wahlsystem zum Deutschen Bundestag erfüllt oder verletzt werden können. In diesem Kontext sind sicher noch weitere, vernünftig scheinende Bedingungen denkbar. Ziel dieses Abschnitts ist jedoch auch eine möglichst kleine und überschaubare Anzahl von wünschenswerten Bedingungen, die genügen, um bekannte Lösungen zu unterscheiden.

**$U$  - Uneingeschränkter Definitionsbereich:** Dies ist die einfachste und wohl gleichzeitig einsichtigste Forderung an ein Wahlsystem: Das Abstimmungsverfahren soll für alle möglichen Ergebnisse (d.h. alle möglichen Fälle, wie Stimmen abgegeben werden können) definiert sein.

Die Bedingung  $U$  ist also eine Eigenschaft, die jedes „vernünftige“ Wahlrecht erfüllen sollte. Wäre sie verletzt, so würde das bedeuten, dass ein Wahlverfahren bei gewissen Wahlausgängen nicht anwendbar ist, d.h. nicht definiert, wie in solchen

Fällen die Sitzverteilung lautet. Im juristischen Kontext kann man auch von einer „Regelungslücke“ des Wahlrechts sprechen, wenn Bedingung  $U$  verletzt ist.

**$M$  - Monotonie:** Ist diese Bedingung erfüllt, so kann es nicht zu einem negativen Stimmgewicht kommen. Erfüllt ein Wahlsystem Monotonie, so dürfen mehr Zweitstimmen nicht dazu führen, dass eine Partei weniger Sitze erhält.

Mit anderen Worten: die Verletzung von Bedingung  $M$  durch das derzeitige Wahlrecht ist die Ursache, warum eine Änderung notwendig ist. Ist dieses Axiom verletzt, so kann ein negatives Stimmgewicht auftreten. Ein Wahlsystem, das diese Bedingung hingegen erfüllt, kann als „Lösung“ zur Vermeidung des negativen Stimmgewichts betrachtet werden.

**$WK$  - Wahlkreisgewinner erhalten ein Mandat:** Ist diese Bedingung erfüllt, so ist sichergestellt, dass Wahlkreisgewinner immer auch ins Parlament einziehen. Beispielsweise erfüllt das derzeitige Wahlsystem mit Überhangmandaten diese Bedingung.

Man kann unterschiedlicher Auffassung sein, ob die Bedingung  $WK$  eine notwendige Eigenschaft eines Wahlsystems sein soll oder nicht. Für die Erfüllung dieser Bedingung spricht beispielsweise, dass in diesem Fall sichergestellt ist, dass die Wähler jedes Wahlkreises einen Vertreter im Parlament haben. Gegen die Notwendigkeit diese Bedingung zu erfüllen spricht andererseits das Argument, dass der Bundestag als Parlament ganz Deutschlands nicht regionalen, sondern nationalen Interessen verpflichtet ist.

**$P$  - Saint-Laguë-Proporz:** Die Sitzverteilung im Parlament soll in allen Fällen der Verteilung entsprechen, die sich nach Anwendung des Verfahrens von Saint-Laguë und Schepers (auf die Zweitstimmen) ergibt. Prinzipiell wäre auch denkbar, das Axiom für ein anderes Sitzverteilungsverfahren zu definieren. Die Entscheidung für das Saint-Laguë-Verfahren folgt jedoch der Argumentation des Gesetzgebers, dass einer Vermeidung möglicher Paradoxa (siehe Abschnitt 2) der Vorzug gegenüber einer äußerst seltenen Verletzung der Quotenbedingung zu geben ist.

Ebenso wie bei Bedingung  $WK$  ist es auch bei der Eigenschaft  $P$  nicht von vornherein klar, ob dieses Axiom zwingend ist. Anhänger eines Mehrheitswahlsystems beispielsweise mögen argumentieren, dass eine proportionale Verteilung der Sitze zwar erstrebenswert wäre, man aber auf jeden Fall sicher stellen sollte, dass jeder Wahlkreisgewinner auch ins Parlament einzieht - und man bereit ist, gegebenenfalls hierfür Verzerrungen - also eine Verletzung von  $P$  - hinzunehmen. Andererseits werden Anhänger des Verhältniswahlrechts Bedingung  $P$  als notwendige Eigenschaft eines Wahlsystems ansehen.

**$S$  - Feste Parlamentsgröße:** Erfüllt ein Wahlsystem diese Forderung, so hat das Parlament - unabhängig vom Wahlausgang - immer die gleiche Größe. Beispielsweise erfüllen Wahlsysteme mit Überhang- oder Ausgleichsmandaten (wie die meisten Wahlsysteme zu den Landtagen in Deutschland) dieses Axiom nicht. Auch der aktuelle Bundestag verletzt diese Bedingung: nominell gehören ihm 598 Abgeordnete, tatsächlich (d.h. inklusive aller Überhangmandate) 622 Mitglieder an.

Ob eine feste Parlamentsgröße gewünscht ist, mag durchaus strittig sein und auch davon abhängen, „wie stark“ die Bedingung  $S$  durch eine Lösung verletzt werden würde. Beispielsweise kann man der Auffassung sein, dass geringfügige Abweichungen von einer nominellen Parlamentsgröße hinnehmbar sind. Solche Abweichungen entstehen in unserem derzeitigen Wahlsystem durch Überhangmandate. Andererseits kann die Bedingung  $S$  auch dadurch verletzt werden, dass ein Wahlsystem sogenannte Ausgleichsmandate zur Kompensation von Überhängen vorschreibt. Würde man zum Beispiel im aktuellen Bundestag die Überhangmandate der CDU und CSU dadurch „ausgleichen“, indem SPD, FDP, GRÜNE und Linke so viele zusätzliche Mandate zugeteilt bekommen, bis die Sitzverteilung wieder proportional zu den Zweitstimmen ist, so hätte der Bundestag über 800 Mitglieder - was eine weitaus deutlichere Verletzung von  $S$  darstellen würde. Ist diese Bedingung hingegen durch ein Wahlsystem erfüllt, so kann man sicher sein, dass das Parlament immer dieselbe Größe hat. Dies ist auch aus ganz „praktischen“ Gesichtspunkten wie Kosten, Größe des Plenarsaals, Büroflächen, Anzahl der Kandidaten von Parteien etc. eine attraktive Forderung.

## 4.2 Diskussion von Lösungen im Bezug auf die Bedingungen

Welche dieser Eigenschaften erfüllen Wahlsysteme? Wir wollen das oben vorgestellte System von Axiomen nun nutzen, um verschiedene Modifikationen des Bundestagswahlsystems zu analysieren. In einem ersten Schritt betrachten wir das derzeit gültige Wahlrecht, anschließend „große“ Modifikationen (z.B. ein reines Mehrheitswahlrecht) und schließlich Modifikationen im Rahmen der personalisierten Verhältniswahl. Dabei wollen wir auch beschreiben, wodurch eine Bedingung, beispielsweise durch die Entstehung von internen oder externen Überhangmandaten, verletzt wird.

**Derzeitiges Wahlsystem:** Das derzeitige Wahlsystem erfüllt die Bedingungen  $U$  und  $WK$ . Es verletzt jedoch nicht nur Bedingung  $M$  (wegen der Möglichkeit des negativen Stimmgewichts), sondern auch die Axiome  $P$  und  $S$ : Wegen der inzwischen häufig auftretenden internen Überhangmandate ist weder die Parlamentsgröße fixiert noch ist die Menge der Abgeordneten entsprechend den Zweitstimmen proportional verteilt. Es kann also durch Überhangmandate zu Sitzverteilungen und Koalitionen kommen, die im Widerspruch zur Verteilung der Zweitstimmen stehen; genauer gesagt: es können sich Sitzverteilungen ergeben, bei denen eine Koalition aus zwei oder mehr Parteien über eine Mehrheit an Sitzen verfügt, obwohl diese Parteien keine Mehrheit an Zweitstimmen haben.

**Reines Mehrheitswahlssystem:** Ein reines Mehrheitswahlrecht kennt keine Landeslisten und damit auch keine Zweitstimmen. Das Wahlgebiet ist in Wahlkreise unterteilt. In jedem Wahlkreis wird ein Abgeordneter nach dem Grundsatz der Mehrheitswahl gewählt. Dieses Wahlsystem (das derzeit beispielsweise in Großbritannien Anwendung findet) erfüllt die Bedingungen  $U$ ,  $WK$ ,  $S$  und  $M$  (in dem Sinne, dass mehr Stimmen für einen Wahlkreisbewerber nicht dazu führen können, dass er zuvor den Wahlkreis gewinnt, aber durch einen Stimmenzuwachs diesen verliert). Dagegen ist das Axiom  $P$  verletzt: beispielsweise kann eine Partei viele Wahlkreise knapp, eine andere Partei jedoch ihre Wahlkreise mit einem großen Stimmenvorsprung gewinnen. Die Sitzverteilung entspricht in einem solchen Fall nicht dem Verhältnis der Stimmen, die (auf Bundesebene aggregiert) auf beide Parteien entfallen sind. Bei der Unterhauswahl 2010 in Großbritannien erhielt die Liberaldemokratische Partei beispielsweise 23 Prozent der Stimmen, jedoch nur 8,8 Prozent der Parlamentssitze.

**Reines Verhältniswahlssystem:** Das „Gegenstück“ zum Mehrheitswahlssystem ist ein reines Verhältniswahlrecht, bei dem die Parlamentssitze nur über Listen vergeben werden. Ein solches System erfüllt die Bedingungen  $U$ ,  $S$ ,  $M$  und  $P$ . Wahlkreise haben bei einem Verhältniswahlssystem nur „virtuelle“ Bedeutung im Sinne einer regionalen Verteilung. Axiom  $WK$  ist deswegen verletzt, da nicht sicher gestellt werden kann, ob für jeden dieser „virtuellen“ Wahlkreise auch mindestens ein Mitglied im Parlament sitzt.

**Grabenwahlssystem:** In einem Grabenwahlssystem wird die Sitzverteilung einer Hälfte des Parlaments durch Mehrheitswahlrecht, der anderen Hälfte durch das Verhältniswahlrecht bestimmt. Dieses Wahlsystem verteilt also nur einen Teil der Parlamentssitze proportional zu den Stimmen und verletzt daher Bedingung  $P$ . Die Bedingungen  $U$ ,  $WK$ ,  $M$  und  $S$  sind hingegen erfüllt.

#### 4.2.1 Personalisierte Verhältniswahlssysteme

Neben diesen „großen“ Änderungsmöglichkeiten (also weg von einer personalisierten Verhältniswahl hin zu einem anderen Wahlsystem) gibt es Modifikationsmöglichkeiten „innerhalb“ des Systems der personalisierten Verhältniswahl, die im folgenden vorgestellt werden sollen.

**Bundesliste:** Eine Möglichkeit zur Vermeidung des negativen Stimmgewichts ist der Verzicht auf die Unterverteilung der Stimmen. Dementsprechend müssten die Parteien statt Landeslisten jeweils eine Bundesliste bilden. Eine Zuteilung der Sitze würde also direkt bei der Oberverteilung erfolgen. Dieser Lösungsvorschlag erfüllt die Axiome  $U$ ,  $WK$  und  $M$ . Interne Überhangmandate können in einem solchen System nicht entstehen, da keine Unterverteilung auf Länderebene erfolgt. Deshalb erfüllt es in Fällen, in denen es (bei der Existenz von Landeslisten) zu internen Überhangmandaten kommen würde, auch die Bedingungen  $P$  und  $S$ .

Nach wie vor kann es aber zu externen Überhangmandaten kommen - nämlich dann, wenn eine Partei insgesamt mehr Direktmandate erzielt, als ihr nach der Oberverteilung zustehen. In solchen Fällen sind die Bedingungen  $P$  und  $S$  verletzt. Würde man externe Überhangmandate „streichen“, also nicht vergeben, wären  $P$  und  $S$  erfüllt, aber  $WK$  verletzt.

Ein eher praktischer Gesichtspunkt, der gegen diese Änderung spricht, ist die Aufstellung von Bundeslisten mit mehreren hundert Listenplätzen durch die Parteien. Neben der Tatsache, dass ein solcher Vorgang einige Zeit erfordert - das Parteiengesetz schreibt die geheime und separate Wahl aller Listenplätze vor - ist ein Argument, das für die Beibehaltung von Landeslisten und der Unterverteilung spricht, eine angemessene regionale Verteilung der Mandate in Abhängigkeit der (nach Bundesländern) abgegebenen Zweitstimmen.

**Verteilung auf Länderebene:** Eine andere Möglichkeit ist der Verzicht auf die Oberverteilung. Dabei ist jedem Bundesland vorab eine feste Anzahl von Mandaten zugewiesen. Unter allen Parteien, die *bundesweit* die 5-Prozent-Hürde übersprungen haben, findet nun je Bundesland eine Verteilung auf die Mandate statt. Ein solches Verfahren wurde bei den Bundestagswahlen 1949 und 1953 durchgeführt. Die Frankfurter Allgemeine Zeitung berichtet in ihrer Ausgabe vom 30. September 2010 (siehe [14]), dass diese Modifikation von Seiten der CDU und der FDP derzeit favorisiert wird. Eine direkte Verteilung auf Länderebene erfüllt die Axiome  $U$ ,  $WK$  und  $M$ . Nach wie vor sind sowohl externe als auch interne Überhangmandate möglich. In beiden Fällen sind  $P$  und  $S$  verletzt.

Die Verletzung der Bedingung  $P$  ist hier aus zwei Gründen besonders schwerwiegend: erstens wird eine mögliche nicht-proportionale Verteilung der Sitze nicht allein durch Überhangmandate verursacht. Nimmt man an, dass es in einigen Bundesländern eine hohe, in anderen Bundesländern jedoch eine geringere Wahlbeteiligung gibt und betrachtet man das Verhältnis aller Stimmen auf Bundesebene, so sind hier deutliche Abweichungen von einer proportionalen Sitzverteilung möglich. In anderen Worten: bei diesem Vorschlag kann es zur einer Verletzung von  $P$  kommen, ohne dass hierfür Überhangmandate entstehen müssen. Demgegenüber ist beispielsweise bei einer Bundesliste die Bedingung  $P$  nur bei Entstehung externer Überhänge verletzt.<sup>3</sup>

**Streichung von Überhangmandaten:** Wie erwähnt sind interne Überhangmandate eine notwendige Voraussetzung für das Auftreten des negativen Stimmgewichts. Eine Lösungsmöglichkeit wäre also das Entstehen interner Überhangmandate zu verhindern und dementsprechend solche Mandate zu „streichen“. Beispielsweise könnten in Fällen, in denen es zu internen Überhängen käme, die Wahlkreisgewinner mit dem geringsten Erststimmenanteil „gestrichen“ werden, also kein Mandat erhalten. Ein

---

<sup>3</sup>Eine weiterer Grund, der allerdings über dieses Axiomensystem hinausgeht, ist die Frage, wie viele Stimmen auf ein Mandat entfallen. Im bisherigen Wahlsystem ist dieser Quotient für alle Landeslisten und alle Parteien fast gleich, bei der vorgeschlagenen Modifikation könnten sich hier (ebenfalls wegen unterschiedlicher Wahlbeteiligungen) deutliche Abweichungen ergeben.



solches System erfüllt die Bedingungen  $U$ ,  $M$  und  $S$ , verletzt jedoch  $WK$ . Bedingung  $P$  wäre nur in solchen Fällen verletzt, in denen ein Bewerber einer Partei, die nicht die 5-Prozent-Hürde überspringt, einen Wahlkreis gewinnt. (Externe Überhangmandate wiederum könnten durch das Streichen auf Landesebene ebenfalls vermieden werden; sie würden somit  $P$  nicht verletzen.)

**Ausgleichsmandate:** Ein (untauglicher) Versuch zur Vermeidung des negativen Stimmgewichts ist die Einführung von Ausgleichsmandaten. Kommt es zur Entstehung von Überhangmandaten, so werden an die Parteien, die keine Überhänge haben, so genannte Ausgleichsmandate vergeben, bis die Sitzverteilung im Parlament wieder dem Verhältnis der Zweitstimmen entspricht (vollständiger Ausgleich). Dieses Verfahren hat zwei entscheidende Nachteile: zum einen kann die Parlamentsgröße sehr stark ansteigen<sup>4</sup>, zum anderen kann es auch mit Ausgleichsmandaten zu einem negativen Stimmgewicht kommen; ein Beispiel findet sich bei [11]. Dieser Vorschlag erfüllt also die Bedingungen  $U$ ,  $P$  und  $WK$ , verletzt jedoch  $M$  und  $S$  - und ist somit keine „Lösung“ zur Vermeidung des negativen Stimmgewichts.

**Reduzierung der Zahl der Wahlkreise:** Im aktuellen Wahlrecht besteht der Bundestag aus 598 Abgeordneten, von denen die Hälfte, also 299, über Direktmandate und die andere Hälfte über Listenmandate bestimmt werden. Ein (ebenfalls untauglicher) Versuch, ein negatives Stimmgewicht zu vermeiden, ist die Reduktion dieser bisher 299 Wahlkreise, also eine Änderung des Verhältnisses Listen- zu Direktmandate<sup>5</sup>. Eine solche Modifikation würde die Möglichkeit eines negativen Stimmgewichts nicht unmöglich, aber je nach Verhältnis unwahrscheinlicher machen, da Überhangmandate nur dann auftreten können, wenn es (im Vergleich zum derzeitigen Wahlrecht) zu „extremere“ Wahlergebnissen kommen würde. Das so modifizierte Wahlsystem erfüllt also  $U$  und  $WK$ , verletzt hingegen jedoch  $M$ ,  $P$  und  $S$  - ist also ebenfalls keine „Lösung“.

**Interne Verrechnung von Überhangmandaten:** Eine weitere Möglichkeit ist die interne Verrechnung (interner) Überhangmandate. Das bisherige Wahlsystem wird dabei für den Fall, dass es zu internen Überhangmandaten kommt, modifiziert. Erhält eine Partei in einem oder mehreren Bundesländern Überhangmandate, so werden in einem ersten Schritt diese Mandate in der Unterverteilung den Landeslisten zugeteilt. Es ziehen also alle Wahlkreisgewinner aus den betroffenen Bundesländern in das Parlament ein. Anschließend werden die verbleibenden Mandate erneut unter den restlichen Landeslisten verteilt. Kurz formuliert: Interne Überhangmandate werden mit Listenmandaten aus anderen Bundesländern verrechnet. Diese Modifikation, das sogenannte „Augsburger Zuteilungsverfahren“, wurde durch Friedrich Pukelsheim (siehe [15]) in die aktuelle Diskussion eingeführt und war Gegenstand ei-

---

<sup>4</sup>Wie bereits erwähnt hätte der aktuelle Bundestag bei einem vollständigen Ausgleich über 800 Mitglieder.

<sup>5</sup>Bei der Bundestagswahl 1949 war dieses Verhältnis ebenfalls nicht 50 zu 50.

Lösungsvorschlag	Erfüllte Axiome	Verletzte Axiome
Derzeitiges Wahlsystem (Keine Lösung, da verfassungswidrig)	$U, WK$	$M, P, S$
Reines Mehrheitswahlsystem	$U, M, WK, S$	$P$
Reines Verhältniswahlsystem	$U, M, P, S$	$WK$
Grabenwahlsystem	$U, M, WK, S$	$P$
Personalisierte Verhältniswahlsysteme		
Bundesliste		
- mit internen Überhängen	$U, M, WK, P, S$	
- mit externen Überhängen	$U, M, WK$	$P, S$
- bei Streichung ext. Überhänge	$U, M, P, S$	$WK$
Verteilung auf Länderebene	$U, M, WK$	$P, S$
Streichung von Überhangmandaten	$U, M, P, S$	$WK$
Ausgleichsmandate	$U, WK, P, S$	$M$
Reduzierung der Zahl der Wahlkreise	$U, WK$	$M, P, S$
Interne Verrechnung		
- mit internen Überhängen	$U, M, WK, P, S$	
- mit externen Überhängen	$U, M, WK$	$P, S$
- bei Streichung ext. Überhänge	$U, M, P, S$	$WK$

Tabelle 1: Übersicht zu Modifikationen des Bundestagswahlrechts. (Der seltene Fall, dass ein oder zwei Bewerber einer Partei ein Direktmandat gewinnen, die Partei aber an der 5-Prozent-Hürde scheitert, ist aus Gründen der Übersichtlichkeit außer Acht gelassen.)

nes Antrags der Fraktion BÜNDNIS 90/DIE GRÜNEN im 16. Deutschen Bundestag ([12])<sup>6</sup>.

Die vorgeschlagene Modifikation erfüllt  $U$ ,  $WK$  und  $M$ . Kommt es nur zu internen Überhangmandaten, so sind weiterhin  $P$  und  $S$  erfüllt. Bei externen Überhangmandaten verletzt dieser Vorschlag, ebenso wie der Vorschlag der Einführung einer Bundesliste, die Axiome  $P$  und  $S$ . Würde man externe Überhänge streichen, so wären  $P$  und  $S$  erfüllt, jedoch  $WK$  verletzt.

### 4.3 Strategische Bedeutung externer Überhangmandate

Externe Überhangmandate treten dann auf, wenn eine Partei bundesweit mehr Wahlkreise gewinnt als ihr nach der Oberverteilung zustehen. Dieser Fall mag äußerst selten erscheinen, zumal er erstmalig bei der Bundestagswahl 2009 bei der CSU aufgetreten ist. Gleiches gilt für Wahlkreisgewinner, deren Partei nicht die 5-Prozent-

<sup>6</sup>Dieser Antrag, der beabsichtigte, bereits den aktuellen Bundestag nach einem neuen Wahlrecht wählen zu lassen, erhielt keine Mehrheit.

Hürde überspringt oder diese durch den Gewinn von mindestens drei Wahlkreisen außer Kraft setzt. Von diesem Standpunkt aus mag man argumentieren, dass die Einführung einer Bundesliste oder die interne Verrechnung von Überhängen (wegen der Erfüllung von  $U$ ,  $WK$ ,  $M$ ,  $P$  und  $S$  in Fällen ohne externe Überhänge) äußerst attraktiv erscheinende Lösungen sind.

Jedoch sollte hier ein strategischer Aspekt nicht außer acht gelassen werden: Die SPD erzielt beispielsweise häufig in Hamburg, Bremen und Sachsen-Anhalt (interne) Überhangmandate. Aus Sicht der SPD wäre es daher strategisch von Vorteil, diese Landesverbände in einer eigenen Partei auszugliedern („SPD Nord-Ost“) und so die internen in externe Überhangmandate umzuwandeln. Gleiches wäre der CDU anzuraten. Diese sollte den Landesverband Baden-Württemberg entsprechend in eine eigene Partei („CSU 2“) überführen.

Um solche Anreize und eine damit verbundene Fragmentierung der bundesdeutschen Parteienlandschaft zu vermeiden, wäre es daher vielleicht durchaus ratsam, im Rahmen der Neufassung des Wahlrechts die selten auftretenden externen Überhangmandate zu streichen<sup>7</sup>. In solchen Fällen würden eine Bundesliste oder die interne Verrechnung  $U$ ,  $M$ ,  $P$  und  $S$  erfüllen und  $WK$  verletzen.

#### 4.4 Ein Unmöglichkeitsergebnis

Wie wir gesehen haben, gibt es unter den bisher diskutierten Lösungsversuchen keine Modifikation, die alle Bedingungen des obigen Axiomensystems erfüllt. Diese Aussage lässt sich im Rahmen der hier betrachteten personalisierten Verhältniswahlsysteme verallgemeinern: *Es gibt kein personalisiertes Verhältniswahlsystem, das die Bedingungen  $U$ ,  $WK$ ,  $P$  und  $S$  erfüllt.*

Zum Nachweis dieser Behauptung betrachten wir alle Kombinationen aus je drei dieser Bedingungen und werden zeigen, dass, wenn jeweils drei dieser Bedingungen erfüllt sind, die verbleibende verletzt sein muss.

- $WK$ ,  $P$  und  $S$  können durch ein Wahlsystem nur dann erfüllt sein, wenn es keine externen Überhangmandate und Wahlkreisgewinner von Parteien, die unter der 5-Prozent-Hürde liegen, gibt. In anderen Worten: Ein personalisiertes Verhältniswahlsystem, das diese drei Bedingungen erfüllt, muss auf solche Fälle beschränkt sein und verletzt damit die Bedingung  $U$ .
- Sind  $U$ ,  $WK$  und  $P$  erfüllt, dann kann im Fall von externen Überhangmandaten eine zu den Zweitstimmen proportionale Sitzverteilung nur dann erreicht werden, wenn das Parlament durch Ausgleichsmandate entsprechend so stark vergrößert wird, bis der Proporz wiederhergestellt ist. Bedingung  $S$  ist damit aber verletzt.
- Sollen die Bedingungen  $U$ ,  $WK$  und  $S$  gelten, also das Parlament eine feste Größe haben und jeder Wahlkreisgewinner auch immer ein Mandat erhalten,

---

<sup>7</sup>Eine Möglichkeit ist die Nichtvergabe der Mandate an Wahlkreisgewinner mit dem geringsten Stimmenanteil.

so muss im Fall externer Überhangmandate die Forderung einer proportionalen Verteilung, also Bedingung  $P$ , verletzt sein.

- Schließlich gilt, wenn  $U$ ,  $P$  und  $S$  erfüllt sind, also das Parlament eine feste Größe und in allen Fällen eine zu den Zweitstimmen proportionale Verteilung haben soll, dass im Fall externer Überhangmandate diese nicht intern verrechnet werden können. Es müssen also Wahlkreisgewinner gestrichen werden. Damit ist Bedingung  $WK$  verletzt.

Unsere Analyse aus Sicht der Social Choice-Theorie liefert also quasi ein „klassisches“ Social Choice-Resultat: Ein personalisiertes Verhältniswahlssystem, das allen Bedingungen genügt, ist unmöglich. Für den Gesetzgeber ist also die Frage zu klären, welchen der obigen Bedingungen er den Vorzug gibt. Im Wesentlichen wird sich die Frage stellen, ob in allen Fällen (d.h. konkret gesprochen vor allem im extrem seltenen Fall externer Überhangmandate, der bisher nur einmal aufgetreten ist) Wahlkreisgewinner ein Mandat erhalten sollen oder ob einer zu den Zweitstimmen proportionalen Verteilung der Sitze der Vorzug zu geben ist.

## 5 Schlussfolgerung

Primäres Ziel dieser Arbeit ist es nicht, unter den diskutierten Lösungsmöglichkeiten eine eindeutige beste Lösung zu identifizieren. Vielmehr sollen die zahlreichen möglichen Modifikationen im Lichte wünschenswerter Bedingungen systematisiert und unterschieden werden können.

Nach der durchgeführten Analyse fallen vor allem zwei Aspekte auf: Einerseits ist es nicht möglich, ein personalisiertes Verhältniswahlssystem zu finden, das allen vorgestellten Bedingungen genügt. Politische Entscheider sehen sich also einem „trade off“ zwischen attraktiven Eigenschaften eines neuen Bundestagswahlrechts gegenüber. Andererseits gibt es unter den Modifikationen durchaus solche, die mehr Bedingungen als andere Lösungen erfüllen. So verletzt die derzeit diskutierte Streichung der Oberverteilung (also die Verteilung auf Länderebene) sowohl im Fall interner als auch externer Überhangmandate die Bedingungen  $P$  und  $S$  (und kann  $P$  sogar dann verletzen, ohne dass hierzu Überhänge notwendig sind), während hingegen eine Bundesliste oder die interne Verrechnung von Überhangmandaten diese Bedingungen nur im Falle externer Überhangmandate nicht erfüllen, zumal solche bisher nur bei der letzten Bundestagswahl entstanden sind. Eine Streichung von Überhangmandaten hingegen würde  $WK$  bereits dann verletzen, wenn es zu internen Überhängen kommt.

Ein weiterer Gesichtspunkt ist die Vermeidung externer Überhangmandate: Man mag zwar argumentieren, dass diese bei nur einer Bundestagswahl entstanden und somit selten sind, andererseits würde ein Wahlsystem, das interne Überhangmandate vermeidet (beispielsweise verrechnet) den Parteien Anreize zu einer Aufspaltung bieten.

Hält man es für sinnvoll, solche Anreize zu unterbinden und ist man gleichzeitig der Auffassung, dass ein Wahlsystem möglichst viele Axiome erfüllen sollte, so

scheinen die Einführung von Bundeslisten oder die interne Verrechnung von Überhangmandaten bei gleichzeitiger Streichung externer Überhangmandate die attraktivsten Lösungsvorschläge zu sein. Beide würden alle Bedingungen erfüllen und *WK* nur dann verletzen, wenn es zur Entstehung und damit Streichung externer Überhänge käme.

Die Einführung von Bundeslisten erscheint insofern attraktiv, als hierbei ein klares und eher leichter verständliches Wahlsystem resultieren würde - zumal der Bundestag als Parlament des Bundes nicht zwingend auf eine regionale Verteilung der Listenkandidaten angewiesen ist. Andererseits stellt die interne Verrechnung von Überhangmandaten die geringfügigste Änderung des derzeitigen Wahlsystems dar. Will der Gesetzgeber also lediglich den „Defekt“ des negativen Stimmgewichts korrigieren, ist aber ansonsten mit dem Wahlsystem, wie es sich in 50 Jahren Bundesrepublik etabliert hat, zufrieden, so wäre zu dieser Lösung anzuraten.

## Literatur

- [1] *BVerfG, 2 BvC 1/07 vom 3.7.2008, Absatz-Nr. (1 - 145)*. [http://www.bundesverfassungsgericht.de/entscheidungen/cs20080703\\_2bvc000107.html](http://www.bundesverfassungsgericht.de/entscheidungen/cs20080703_2bvc000107.html),
- [2] *Bundestagswahl 2005*. [http://de.wikipedia.org/wiki/Bundestagswahl\\_2005](http://de.wikipedia.org/wiki/Bundestagswahl_2005), abgerufen am 5.10.2010
- [3] *Bundeswahlordnung*. <http://www.bundeswahlleiter.de/de/bundestagswahlen/downloads/rechtsgrundlagen/bundeswahlordnung.pdf>, zuletzt geändert am 3. Dezember 2008 (BGBl. I S. 2378)
- [4] *Bundeswahlgesetz*. <http://www.gesetze-im-internet.de/bwahlg/>, zuletzt geändert am 5. August 2009 (BGBl. I S. 2687)
- [5] *Grundgesetz für die Bundesrepublik Deutschland*. <http://www.bundestag.de/dokumente/rechtsgrundlagen/grundgesetz/index.html>, zuletzt geändert durch das Gesetz vom 21. Juli 2010 (BGBl. I S. 944)
- [6] ARROW, Kenneth J.: *Social choice and individual values*. Wiley, 1951
- [7] BALINSKI, M. L. ; YOUNG, H. P.: *Fair representation: meeting the ideal of one man, one vote*. New Haven : Yale University Press, 1982. – ISBN 0300027249
- [8] CANTOW, Matthias ; FEHNDRICH, Martin ; ZICHT, Wilko: *Bundestagswahl 2009 - Leitfaden zur optimalen Stimmabgabe*. <http://www.wahlrecht.de/bundestag/2009/index.html>, letzte Aktualisierung: 28.9.2009
- [9] FEHNDRICH, Martin: *Geschichte der Überhangmandate im Deutschen Bundestag*. <http://www.wahlrecht.de/ueberhang/ueberhist.html#negative>, letzte Aktualisierung: 1.11.2009

- [10] FEHNDRICH, Martin: *Bundestagswahl 2005 - Schädliche Stimmen in Dresden*. <http://www.wahlrecht.de/ueberhang/beispiel-bundestagswahl-2005.html>, letzte Aktualisierung: 26.9.2005
- [11] FEHNDRICH, Martin: *Negatives Stimmgewicht trotz Ausgleichsmandaten*. <http://www.wahlrecht.de/systemfehler/trotz-ausgleichsmandaten.html>, letzte Aktualisierung: 29.3.2009
- [12] FRAKTION BÜNDNIS 90/DIE GRÜNEN: *Entwurf eines Gesetzes zur Änderung des Bundeswahlgesetzes, Drucksache 16/11885*. <http://dipbt.bundestag.de/dip21/btd/16/118/1611885.pdf>, 11.2.2009
- [13] HIPP, Dietmar: Mathematik der Macht. In: *Der Spiegel*. 2008 (28), S. 50–51
- [14] LÖWENSTEIN, Stephan: Vorschlag zur Wahlrechtsreform. In: *Frankfurter Allgemeine Zeitung*. 2010 (227), S. 4
- [15] PUKELSHEIM, Friedrich: *Vorschlag für § 6–7 BWahlG zur Vermeidung negativer Stimmgewichte*. <http://www.math.uni-augsburg.de/stochastik/pukelsheim/2008Berlin/VorschlagBWahlG.pdf>, 22.9.2008
- [16] SCHLESWIG-HOLSTEINISCHES LANDESVERFASSUNGSGERICHT: *Urteil zur Landtagswahl 2009*. Aktenzeichen LVerfG 1/10, 30. August 2010
- [17] SEN, Amartya: The Impossibility of a Paretian Liberal. In: *The Journal of Political Economy* 78 (Jan. - Feb., 1970), Nr. 1, 152–157. <http://www.jstor.org/stable/1829633>. ISBN 00223808

# Working Paper Series in Economics

---

recent issues

- No. 9** *Tobias Lindner: Das Bundestagswahlrecht aus Perspektive der Social Choice-Theorie, October 2010*
- No. 8** *Andranik S. Tangian: Decision making in politics and economics: 4. Bundestag elections 2009 and direct democracy, October 2010*
- No. 7** *Martin Ruckes and Thomas Rønde: Dynamic incentives in organizations: success and inertia, October 2010*
- No. 6** *Siegfried Berninghaus, Sven Haller, Tyll Krüger, Thomas Neumann, Stephan Schosser, Bodo Vogt: Risk attitude, beliefs, and information in a corruption game – An experimental analysis, September 2010*
- No. 5** *Ingrid Ott, Susanne Soretz: On the role of productive government spendings for convergence of a growing economy with heterogenous specialists, August 2010*
- No. 4** *Anna Chernobai, Christian Menn, Svetlozar T. Rachev, Stefan Trück: Estimation of operational value-at-risk in the presence of minimum collection threshold: An empirical study, August 2010*
- No. 3** *Omid Rezaia, Svetlozar T. Rachev, Edward Sun, Frank J. Fabozzi: Analysis of the intraday effects of economic releases on the currency market, August 2010*
- No. 2** *Young Shin Kim, Svetlozar T. Rachev, Michele Leonardo Bianchi, Ivan Mitov, Frank J. Fabozzi: Time series analysis for financial market meltdowns, August 2010*
- No. 1** *Biliana Güner, Svetlozar T. Rachev, Daniel Edelman, Frank J. Fabozzi: Bayesian inference for hedge funds with stable distribution of returns, August 2010*