

Haase, Knut; Hoppe, Mirko

Working Paper

Standortplanung unter Wettbewerb - Teil 1: Grundlagen

Diskussionsbeiträge aus dem Institut für Wirtschaft und Verkehr, No. 2/2008

Provided in Cooperation with:

Technische Universität Dresden, "Friedrich List" Faculty of Transport and Traffic Sciences, Institute of Transport and Economics

Suggested Citation: Haase, Knut; Hoppe, Mirko (2008) : Standortplanung unter Wettbewerb - Teil 1: Grundlagen, Diskussionsbeiträge aus dem Institut für Wirtschaft und Verkehr, No. 2/2008, Technische Universität Dresden, Fakultät Verkehrswissenschaften, Dresden

This Version is available at:

<https://hdl.handle.net/10419/29684>

Standard-Nutzungsbedingungen:

Die Dokumente auf EconStor dürfen zu eigenen wissenschaftlichen Zwecken und zum Privatgebrauch gespeichert und kopiert werden.

Sie dürfen die Dokumente nicht für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, öffentlich zugänglich machen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Sofern die Verfasser die Dokumente unter Open-Content-Lizenzen (insbesondere CC-Lizenzen) zur Verfügung gestellt haben sollten, gelten abweichend von diesen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

Terms of use:

Documents in EconStor may be saved and copied for your personal and scholarly purposes.

You are not to copy documents for public or commercial purposes, to exhibit the documents publicly, to make them publicly available on the internet, or to distribute or otherwise use the documents in public.

If the documents have been made available under an Open Content Licence (especially Creative Commons Licences), you may exercise further usage rights as specified in the indicated licence.



**TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DRESDEN**

Fakultät Verkehrswissenschaften „Friedrich List“

DISKUSSIONSBEITRÄGE AUS DEM INSTITUT FÜR WIRTSCHAFT UND VERKEHR

NR.2 /2008

KNUT HAASE, MIRKO HOPPE

STANDORTPLANUNG UNTER WETTBEWERB – TEIL 1: GRUNDLAGEN

**HERAUSGEBER: DIE PROFESSOREN DES
INSTITUTS FÜR WIRTSCHAFT UND VERKEHR
ISSN 1433-626X**

Die in diesem Diskussionsbeitrag vertretenen Standpunkte liegen ausschließlich in der Verantwortung der Verfasser bzw. des Verfassers und decken sich nicht zwingend mit denen der Herausgeber.

Standpoints expressed in this discussion paper are within the responsibility of the author(s) and do not necessarily reflect those of the editors.

Standortplanung unter Wettbewerb

Teil 1: Grundlagen

Von Knut Haase, Mirko Hoppe

20. Mai 2008

Prof. Dr. Knut Haase, Dipl.-Verk.wirtsch. Mirko Hoppe, Professur für Betriebswirtschaftslehre, insbesondere Verkehrsbetriebslehre und Logistik, Technische Universität Dresden, Andreas-Schubert-Str. 23, 01069 Dresden, Tel. 0351/463 3 6815, Fax 0351/463 3 7758, E-Mail {knut.haase, mirko.hoppe}@tu-dresden.de

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	5
2	Einordnung und Abgrenzung der Standortplanung unter Wettbewerb	6
3	Modellklassifizierungen	8
3.1	Charakteristika des Wettbewerbs	8
3.2	Räumliche Darstellung des Entscheidungsraumes (Marktes)	11
3.3	Modellierung der Nachfrage bzw. des Marktanteils	12
3.4	Preisstrategie der Wettbewerber	15
3.5	Zielstellung der Wettbewerber	16
3.6	Weitere Klassifizierungsmerkmale	18
3.7	Notation zur Kennzeichnung der Standortmodelle unter Wettbewerb	19
4	Location-Allocation-Modelle	19
4.1	Median-Modelle	21
4.2	Covering-Modelle	22
4.2.1	Location-Set-Covering-Problem	22
4.2.2	Maximal-Covering-Location-Problem	24
4.3	Zentren-Modelle	26
5	Location-Choice-Modelle	27
5.1	Kontinuierliche Location-Choice-Modelle	28
5.1.1	Modell von Hotelling	28
5.1.2	Break-Even-Distanz-Modell	29
5.1.3	Huff-basiertes Gravity-Modell	33
5.2	Diskrete Location-Choice-Modelle	35
5.2.1	Medianoid- und Centroid-Modelle	35
5.2.2	Maximum-Capture-Grundmodell	37
5.2.3	Maximum-Capture-Problem in einem gewichteten Netzwerk	40
5.2.4	Multiple-Location-Modell	42

5.2.5 Gravity- p -Median-Modell	44
6 Zusammenfassung	45

Abbildungsverzeichnis

1	Systematisierung der Standortplanungsmodelle unter Wettbewerb (in Anlehnung an Eiselt u. Laporte (1989a) und Plastria (2001))	9
2	Bestimmung des optimalen Standortes mit Hilfe eines Break-Even-Kreises (vgl. Drezner (1994))	31

Tabellenverzeichnis

1	Notation zur Kennzeichnung der CL-Modelle (aufbauend auf Woite u. Domschke (2003) in Anlehnung an Eiselt u. a. (1993))	20
---	--	----

1 Einleitung

Die Wettbewerbsfähigkeit eines Unternehmens hängt von einer Reihe von Einflüssen ab, die im Zusammenhang mit den Standorten seiner Betriebe stehen. Gründe für die Überprüfung der Standortentscheidungen sind unter anderem die Neuplanung, die Reorganisation bestehender Standortnetze aufgrund von Erweiterungen und Stilllegungen sowie die Zusammenführung mehrerer Netze.

Beispielsweise führt die Liberalisierung des Kurier-, Express- beziehungsweise Paketmarktes und die derzeitige Deregulierung im Postbereich zu einem steigenden Wettbewerb. Neue Marktteilnehmer versuchen Wettbewerbsvorteile zu gewinnen und eine günstige Position im Markt aufzubauen. Durch den zunehmenden Wettbewerb ist die Deutsche Post AG gezwungen die Standorte ihrer Filialen verstärkt nach wirtschaftlichen Gesichtspunkten zu überprüfen. Ein weiterer Rück- und Umbau des Filialnetzes sind beobachtbare Folgen.

Derartige Standortentscheidungen werden der strategischen Unternehmensplanung zugeordnet. Ziel der Planung muss es dabei sein, dass kundenorientierte Anforderungen sowohl mit den bestehenden betriebsinternen Anforderungen als auch mit den externen Wettbewerbsbedingungen im Einklang stehen, um den wirtschaftlichen Erfolg langfristig zu sichern (in Anlehnung an Domschke u. a. (2004), A3-1).

Aus der Sicht der Kunden ist die Wahl einer Einrichtung (zum Beispiel Supermarkt, Postfiliale) eines betrachteten Unternehmens ein diskretes Entscheidungsproblem. Zur Abbildung von diskreten Auswahlentscheidungen hat sich in der wissenschaftlichen Diskussion das so genannte Logit-Modell, als ein Typ diskreter Wahlmodelle, etabliert. Mit diskreten Wahlmodellen kann das Verhalten von Individuen bei ihrer Wahl zwischen einer begrenzten Menge von Alternativen analysiert werden.

Die Frage, wie die Ergebnisse einer Logit-Analyse in die modellgestützte Standortplanung unter Wettbewerb integriert werden können, bildet den Gegenstand eines zweiten Beitrags zur Standortplanung unter Wettbewerb. Im vorliegenden Teil 1 erläutern wir die Grundlagen der betrieblichen Standortplanung unter Wettbewerb (*Competitive (Facility) Location Planning*). Die folgenden Ausführungen bauen auf der Arbeit von

Woite u. Domschke (2003) auf. Dabei stellen wir fest, dass das Auswahlverhalten der Kunden bei Standortplanungsmodellen unter Wettbewerb nicht explizit modellendogen abgebildet wird und weiterer Forschungsbedarf besteht. Somit gehen wir in Teil 2 (vgl. Haase u. Hoppe (2008)) zum einen auf die Spezifizierung und Schätzung des kundenspezifischen Auswahlverhaltens mit Hilfe des multinomialen Logit-Modells ein und zeigen zum anderen, wie die Ergebnisse des Kundenauswahlverhaltens in die Standortplanung unter Wettbewerb integriert werden können.

Beginnen wir mit den Grundlagen der Standortplanung unter Wettbewerb. Der Aufbau von Teil 1 gestaltet sich wie folgt: Kapitel 2 beschäftigt sich sowohl mit Einordnung und Abgrenzung der Standortplanung unter Wettbewerb in den umfangreichen Korpus der Literatur zur Standortplanung allgemein als auch mit der Abgrenzung von diesem Bereich. Dabei werden die Klassifizierung der Modelle sowie die wichtigsten Komponenten bei der Standortplanung unter Wettbewerb in Kapitel 3 erläutert. Des Weiteren erfolgt in Kapitel 4 eine Beschreibung ausgewählter klassischer Location-Allocation-Modelle (LA), auf welchen nachfolgende Location-Choice-Modelle (LC) (vgl. Kapitel 5) aufbauen. Mit Kapitel 6 fassen wir die Ergebnisse von Teil 1 nochmals zusammen.

2 Einordnung und Abgrenzung der Standortplanung unter Wettbewerb

Die Standortplanung (*Location Planning*) befasst sich mit der Bestimmung ein oder mehrerer geographischer Orte¹, welche für die Aktivitäten von (Wirtschafts-)Einheiten in einem räumlich ausgedehnten Gebiet am geeignetsten sind. Diese (Wirtschafts-)Einheiten umfassen sowohl privatwirtschaftliche als auch gemeinnützige (non-profit) Institutionen. Zusätzlich kann jene Fragestellung auf weiterführende, fachfremde Problemstellung, beispielsweise auf die Netzwerkplanung im IT-Bereich übertragen werden.

Die wissenschaftlichen Ansätze zur Standortplanung lassen sich in drei Gruppen einteilen (nachfolgend siehe Domschke u. Drexl (1996), S. 1 ff.):

¹In Anlehnung an Hansmann (2006), S. 107 zum Standortbegriff.

- *Volkswirtschaftliche Standorttheorien* betrachten Standortmuster- und entwicklungen der Unternehmen und Betriebe im Raum und versuchen Aussagen zur güterspezifischen Versorgung zu erklären oder diese zu optimieren.
- *Betriebliche Standortplanung (Facility Location Planning)* behandelt die Planung der Standorte einzelner Betriebe und öffentlicher Einrichtungen. Dazu zählen unter anderem Supermärkte, Fabriken, Filialen eines Fast-Food Restaurants oder Krankenhäuser.
- *Innerbetriebliche Standortplanung (Layout Planning)* umfasst die Planung der räumlichen Anordnung von „Betriebsmitteln“ innerhalb der Grenzen einer Einrichtung (zum Beispiel die Anordnung von Fertigungs- und Verwaltungsbereichen auf einem Betriebsgrundstück oder die Aufstellung von Maschinen in einer Fabrikhalle).

Nachfolgend betrachten wir die betriebliche Standortplanung. Um die einzelnen Klassen von Standortproblemen unterscheiden zu können, kann auf Klose u. Drexl (2005) sowie auf ReVelle u. Eiselt (2005) verwiesen werden. Bei klassischen² Standortmodellen wird angenommen, dass die zu befriedigende Nachfrage bekannt ist und die Minimierung von Kosten das Ziel darstellt. Der Konkurrenzaspekt wird dabei vernachlässigt. Für eine Reihe von Problemstellungen ist diese Annahme jedoch nicht realistisch, da (neue) Wettbewerber in einen Markt eintreten beziehungsweise bereits vorhanden sind und die Gesamtnachfrage (neu) aufgeteilt wird. Sollen Konkurrenzbedingungen und ihre Auswirkungen auf die zu erwartende Nachfrage explizit in die Planung einbezogen werden, eignen sich dafür vor allem *Standortplanungsmodelle unter Wettbewerb* (Competitive-Location-Modelle, kurz CL-Modelle).

Mit Hilfe dieser Modelle kann der geeignetste Standort für eine (neue) Einrichtung in einem Markt bestimmt werden, in dem bereits existierende eigene und/oder konkurrierende Einrichtungen miteinander um Marktanteile konkurrieren. Hierfür ist es notwendig, Standortprobleme unter Wettbewerb zu formulieren, die es ermöglichen, den Marktanteil einer Einrichtung richtig einschätzen zu können (Drezner u. Drezner (2004)). Dabei stehen

²Laut Fischer (1997) bezieht sich die Bezeichnung „klassische Standortplanung“ auf die Standorttheorie in der Tradition von Weber 1909 als „Classical Location Theory“.

die vom eigenen Unternehmen erzielbaren Erlöse oder der maximal erreichbare Marktanteil im Vordergrund (Domschke u. a. (2004), S. A 3-12). Klassische Anwendungsbereiche sind beispielsweise:

- Standortentscheidungen im Einzelhandel (unter anderem Möbelhandel, Einkaufszentren), für Restaurants oder Feuerwachen (vgl. Huff (1964)).
- Produkt- und Marktposition im (zukünftigen) Raum: Es handelt sich um Anwendungen im Marketing, wobei die Dimensionen des Raumes wichtige Eigenschaften des Produktes oder der Nachfrage widerspiegeln (vgl. Drezner u. Eiselt (2002)).
- Position von Kandidaten im Wahlkampf: Dabei dienen die Themen des Wahlkampfes sowie die Zielgruppen als Dimension des Raumes (vgl. Nakanishi u. a. (1974)).

3 Modellklassifizierungen

Um CL-Modelle systematisieren zu können, werden verschiedene Aspekte der Standortplanung unter Wettbewerb herangezogen. Ein ausführlicher Literaturüberblick mit einer Klassifizierung dieser Modelle ist in Eiselt u. Laporte (1989a), Eiselt u. a. (1993) mit ca. 120 klassifizierten Arbeiten sowie in Plastria (2001) zu finden. Woite u. Domschke (2003) haben anhand dieser Quellen bereits einen aktuellen Überblick gegeben, den wir mit einzelnen Merkmalen ergänzen. Die im Folgenden näher betrachteten Klassifizierungsmerkmale stellt Abbildung 1 zusammenfassend dar.³

3.1 Charakteristika des Wettbewerbs

Bezüglich der Betrachtungsweise von Wettbewerbsregeln unterscheiden Eiselt u. a. (1993) und Plastria (2001) verschiedene Modelle. So gibt es Standortmodelle mit einem statischen Wettbewerb und dynamische Modelle, die ein Wettbewerbsgleichgewicht beinhalten. Die Gemeinsamkeit besteht darin, dass es sich um nicht-kooperative Spiele handelt.⁴

³Einen weiteren Merkmalskatalog zur Klassifizierung von Standortplanungsmodellen unter Wettbewerb ist in Fischer (1997) (S. 194 ff.) zu finden.

⁴Weitere Ausführungen über kooperative Spiele sind in Fischer (1997) (S. 308 ff.) zu finden.

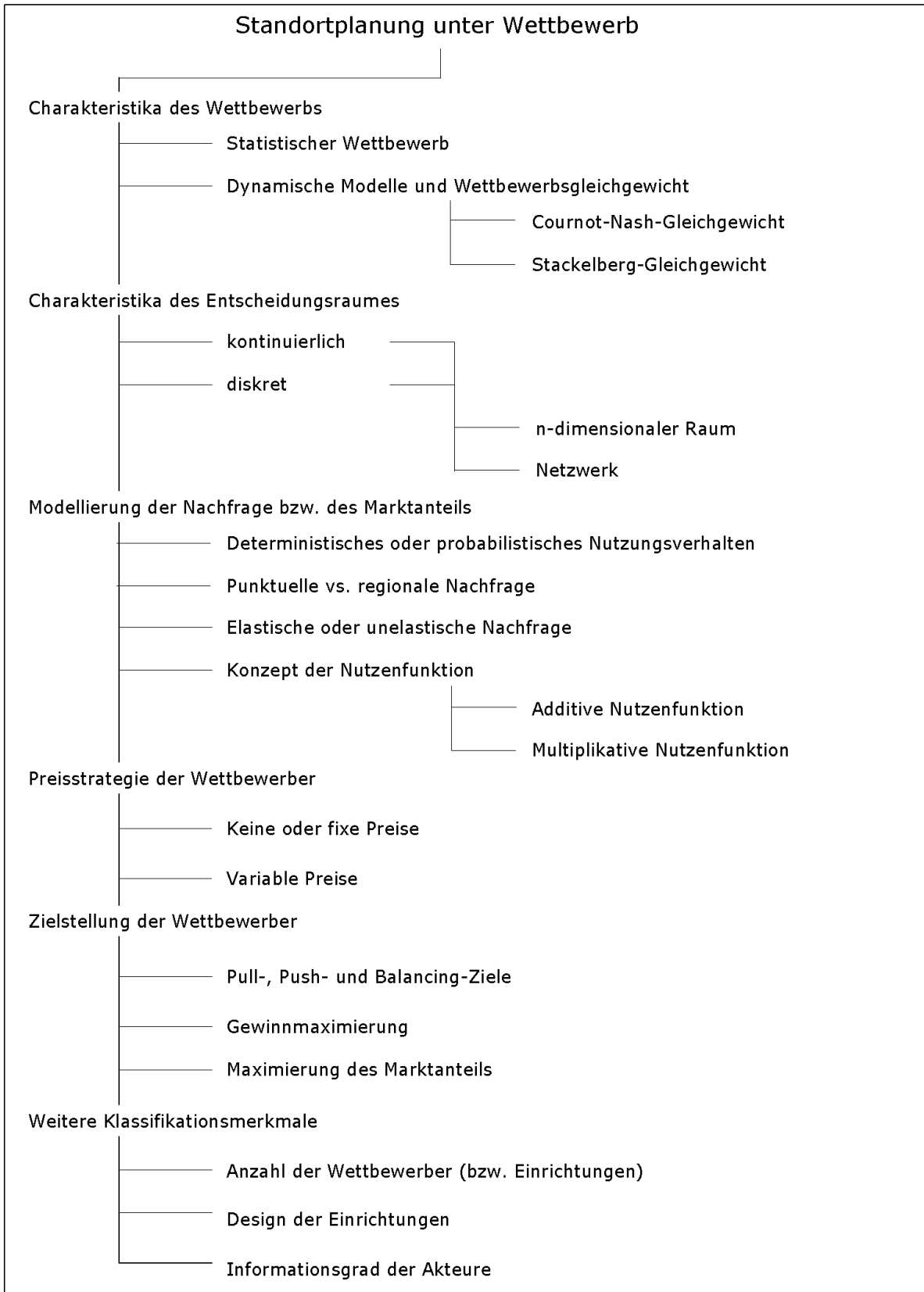


Abbildung 1: Systematisierung der Standortplanungsmodelle unter Wettbewerb (in Anlehnung an Eiselt u. Laporte (1989a) und Plastria (2001))

Die erste Modellklasse, mit einem *statischen Wettbewerb*, gehört zu den einfachen Wettbewerbsmodellen, auf deren Basis komplexere Modelle entwickelt werden. Sie gehen von der Annahme aus, dass die Charakteristika des Wettbewerbs vorab bekannt und als fix angenommen werden. Des Weiteren basieren sie auf der Annahme, dass die Zeit und/oder der (Kosten)-Aufwand der Wettbewerber zu reagieren hinreichend lang beziehungsweise hoch sind, so dass der Nutzen der neuen Einrichtung ausgeschöpft werden kann.

Bei der Entwicklung dynamischer Modelle mit einem Wettbewerbsgleichgewicht sind spieltheoretische Grundlagen zu berücksichtigen.⁵ Zwei Fragen sind in diesem Zusammenhang zu stellen: (a) verläuft das Spiel simultan oder sequentiell und (b) ob ein und falls ja, welches Gleichgewicht erreicht wird. Betrachten wir im Rahmen nicht-kooperativer Spiele zuerst simultane Spiele (vgl. Varian (1994), S. 262 ff.):

- *Simultanes Spiel*: Die Konkurrenten treffen ihre Entscheidung gleichzeitig, das bedeutet, jeder Spieler hat einen Spielzug. Hierbei wird ausschließlich über den Standort entschieden. Wenn die Preisstrategie keine Rolle spielt und die Produktionsmenge den Strategieraum der Unternehmen bildet, wird ein solches Spiel in der volkswirtschaftlichen Literatur Cournot-Spiel genannt.⁶ Wird ein Gleichgewicht erreicht, hat kein Spieler einen Anreiz, seinen Nutzen durch abweichendes Verhalten zu erhöhen, sofern alle anderen Spieler bei ihrer Strategie bleiben. Diese Art des Gleichgewichts ist das so genannte Nash-Gleichgewicht. Demnach wird das erreichte Gleichgewicht in diesem Spiel als das Cournot-Nash-Gleichgewicht bezeichnet.
- *Sequentielles Spiel*: Die Wettbewerber treffen hierbei die Entscheidungen nicht gleichzeitig, sondern nacheinander. Beispielsweise können Unternehmen versetzt ihre Produktionsentscheidungen treffen. Diese Art der nicht-kooperativen Spiele (beziehungsweise das erreichte Gleichgewicht) wird (von) Stackelberg-Spiel (beziehungsweise -Gleichgewicht) genannt. In einer Duopol-Situation ist ein Akteur der Führer und ein Akteur der Folger. Bezogen auf CL-Modelle positioniert der Führer s Einrichtungen mit dem Wissen, dass der Folger als Reaktion t eigene Einrichtungen

⁵Für die Einführung in die spieltheoretischen Grundlagen verweisen wir auf Güth (1999).

⁶Es ist aber auch möglich, die Preise als die relevanten strategischen Variablen zu betrachten, dann wird vom Bertrand-Modell gesprochen.

positionieren wird. Somit trifft der Führer seine Standortentscheidung unter der Berücksichtigung zukünftiger Reaktionen. Aufgrund des dynamischen Charakters ist die Lösung solcher Modelle sehr aufwändig. Als eine Möglichkeit werden diese Modelle rekursiv gelöst. Jeder Spieler muss vor jeder individuellen Entscheidung berücksichtigen, wie die Konkurrenten auf seine Aktionen reagieren könnten und darauf die für ihn beste Alternative wählen. Aktuelle Modellformulierungen im Bereich der Standortplanung sind unter anderem bei Plastria u. Vanhaverbeke (2008) zu finden.

3.2 Räumliche Darstellung des Entscheidungsraumes (Marktes)

Die Unterscheidung in eine kontinuierliche oder diskrete räumliche Betrachtung der Standorte hinsichtlich ihrer (nicht) vorgegebenen Positionen dient als ein zusätzliches Unterscheidungskriterium (vgl. hierzu ReVelle u. Eiselt (2005) sowie Plastria (2001)). Des Weiteren wird unterschieden, ob wir einen n -dimensionalen Raum oder den Markt als Netzwerk betrachten.⁷ Bei einem zwei-dimensionalen Raum wird oft von „in der Ebene“ gesprochen.

Die *kontinuierliche* Standortvorgabe wird anhand eines Koordinatensystems bestimmt, indem die Standorte jeden Koordinatenwert annehmen können. Der eindimensionale Raum ist gleich dem einfachsten möglichen Netzwerk. Dabei kann es sich um eine Linie, einen Kreis oder eine andere begrenzte geometrische Form handeln (vgl. Eiselt u. a. (1993)). Werden wie bei Huff (1964) die optimalen Standorte für zwei Eisverkäufer entlang eines Strandes gesucht, so handelt es sich um einen linearen Markt, ein kontinuierliches Problem in einem Netzwerk. Wenn dagegen mehrere Raststätten auf einem (geschlossenen) Autobahnring zu positionieren sind, dann hat der Markt eine Kreisform. Ein Markt kann allerdings auch als n -dimensionaler Raum betrachtet werden, wenn mehrere

⁷Häufig wird in der Literatur diese detaillierte Unterscheidung nicht vorgenommen. So unterscheidet Plastria (2005) nur die Merkmale kontinuierlich und diskret und das Netzwerk an sich. Ferner bemerkt er, dass der Ausdruck „Standortplanung in einem Netzwerk“ oft restriktiv genutzt wird, in dem die Nachfrage sich nur auf die Knoten bezieht. In diesem Fall können diese Probleme auch als diskrete Standortprobleme betrachtet werden.

Markenprodukte im Markt neu zu platzieren sind. Hierbei können die unterschiedlichen Eigenschaften des Produktes oder der Zielgruppen Dimensionen des Vektorraumes sein.

Bei *diskreten* Modellen gibt es ausschließlich eine finite Anzahl an vorgesehenen Positionen, der Markt besteht demnach immer aus Nachfragepunkten. Ein Beispiel für diskrete Standortprobleme in der Ebene ist die Positionierung von Transmitter-Stationen bei zulässigen Punkten innerhalb einer Region, wie zum Beispiel auf Bergspitzen, während als Beispiel für die Anwendung von diskreten Netzwerkstandortproblemen die Positionierung von Einzelhandelsgeschäften zu nennen ist.

Ferner hängt von der räumlichen Darstellung des Marktes ab, wie die Entfernung zwischen mehreren Einrichtungen gemessen wird. Für den kontinuierlichen Raum wird überwiegend die euklidische Distanz eingesetzt. ReVelle u. Eiselt (2005) erläutern weitere spezielle Distanzmaße. In Netzwerken können die Entfernungen präziser ermittelt werden. Hierzu werden vor allem die Manhattan-Distanz und die Methode der kürzesten Wege angewandt.

3.3 Modellierung der Nachfrage bzw. des Marktanteils

Die Modellierung der Nachfrage beziehungsweise des Marktanteils einer Einrichtung stellt eine zusätzliche Komponente der CL-Modelle dar. Dabei unterscheiden Drezner u. Eiselt (2002) (S. 151) zwei Modellarten:

- *Location-Allocation-Modelle* (LA-Modelle): Bei den LA-Modellen werden die Nachfrager den Einrichtungen zugeteilt (zum Beispiel bei Krankenhäusern oder bei Feuerwehrestationen).
- *Location-Choice-Modelle* (LC-Modelle): Bei den LC-Modellen wählen die Nachfrager die Einrichtungen selbst aus (zum Beispiel bei Supermärkten und Banken).

Die CL-Modelle sind Modelle, welche unter dem zweiten Punkt zusammengefasst werden, bei denen der Erfolg einer Einrichtung in einem konkurrierenden Markt von dem Anteil der Marktnachfrage abhängt. Daher muss bei der Standortentscheidung der Auswahlprozess der Kunden berücksichtigt werden. Abhängig davon, ob das Nachfrageverhal-

ten bestimmbar ist oder nicht, finden sich zwei Gruppen der CL-Modelle in der Literatur (vgl. Eiselt u. a. (1993)):

- *Deterministische Modelle*: Die Kunden werden bei dieser Gruppe der Modelle anhand einer gegebenen Funktion den Einrichtungen zugeordnet. Die Zuordnung erfolgt durch die Annahme, der Kunde favorisiert diejenige Einrichtung, welche für ihn den größten Nutzen hat. Es ergibt sich eine so genannte „*Captured Area*“. Zusätzlich wird die Annahme getroffen, die Kundennachfrage richtet sich nach einem bestimmten Produkt oder einer bestimmten Dienstleistung einer einzigen Einrichtung. Dieses Verhalten wird als „alles oder nichts“-Annahme bezeichnet.
- *Probabilistische (oder stochastische) Modelle*: Diese Modelle gehen davon aus, dass keine eindeutige Zuordnung der Kunden zu den Einrichtungen möglich ist. Vielmehr werden nur Wahrscheinlichkeiten dafür angegeben, dass ein Kunde seine Nachfrage an eine Einrichtung richtet. Zur Abbildung des Entscheidungsverhaltens wird eine stochastische Nutzenfunktion mit dem Ziel der Maximierung verwendet.

Ein weiterer Aspekt ist die *räumliche Verteilung* der Nachfrage. Dabei wird die Differenzierung vorgenommen, ob die Verteilung sich diskret auf eine finite Menge von Nachfragepunkten konzentriert oder ob sie kontinuierlich über eine Region verteilt ist (vgl. Plastria (2001)). Ausgehend vom ersten Fall spricht man von einer *punktuellen Nachfrage* (zum Beispiel die Kaufkraft eines Haushaltes), in Bezug auf den zweiten Fall von einer *regionalen Nachfrage* (zum Beispiel als räumliche Verteilung).

Des Weiteren muss bestimmt werden, ob die Nachfrage als *elastisch* oder *inelastisch* angenommen wird. Diese Eigenschaft hängt stark von dem Produkttyp ab, ob es sich zum Beispiel um Güter des täglichen Bedarfs mit einer eher unelastischen Nachfrage oder Luxusgüter mit einer elastischen Nachfrage handelt.

Der Marktanteil einer Einrichtung kann zusätzlich von weiteren Faktoren beeinflusst werden, insbesondere ist hier die Nutzenfunktion des Kunden näher zu analysieren.

Einflussfaktoren auf den Marktanteil der Einrichtungen Der zu erzielende Marktanteil einer Einrichtung hängt von verschiedenen, beiderseitig zusammenwirkenden Fak-

toren, wie den Eigenschaften der Nachfrager und den Eigenschaften der Einrichtung, ab (vgl. Drezner u. Eiselt (2002), S. 151).

Zu den *Eigenschaften der Kunden* gehören sozio-ökonomische Daten (beispielsweise das Alter, das Einkommen oder das Geschlecht) aus welchen sich letztlich die Kaufkraft und die Zahlungsbereitschaft der Nachfrage bestimmt.

Die unterschiedlichen *Eigenschaften einer Einrichtung* ergeben den Nutzen für den Kunden, der diejenige Einrichtung bevorzugt, welche für ihn mit dem größten Nutzen verbunden ist. In dieser Hinsicht sind *uniforme*⁸ und *multiforme* Einrichtungen zu unterscheiden. Uniforme Einrichtungen, die für den jeweiligen Kunden die geringsten Gesamtkosten, zusammengesetzt aus unter anderem den Preis und den Transportkosten, aufweisen, werden von diesem bevorzugt.

Die Ermittlung des Nutzens einer Einrichtung für den Kunden betrachten wir anhand des Konzepts der Nutzenfunktion näher.

Konzept der Nutzenfunktion Um alle Faktoren zu berücksichtigen, die für einen Kunden bei der Wahl einer Einrichtung von Interesse sind, ist es sinnvoll, eine Nutzenfunktion U_{rj} zu definieren, die angibt, welchen Nutzen jede Einrichtung in Standort j für die Kunden in Nachfragepunkt r bringt, wobei $U_{rj} = f(q_r, h_j, d_{rj})$. Das bedeutet, dass der Nutzen der Einrichtung in j für den Kunden in r von den Eigenschaften der Kunden q_r in Nachfragepunkt r , den Eigenschaften h_j der Einrichtung in Standort j sowie von der Distanz d_{rj} zwischen ihnen abhängt (vgl. Drezner u. Eiselt (2002) (S. 155)). Je nachdem, wie die verschiedenen Einflussfaktoren zusammengefasst werden, können zwei Gruppen von Nutzenfunktionen unterschieden werden (vgl. Drezner u. Eiselt (2002) (S. 158)):

- Bei *Additive Nutzenfunktionen* errechnet sich der Gesamtnutzen einer Einrichtung durch die Addition der gewichteten Einzelfaktoren.⁹

⁸Uniform bedeutet hier, dass Produkte und Dienstleistungen, die bei einer Einrichtung angeboten werden substituierbar sind. In der Literatur findet man teilweise den Ausdruck „homogene Produkte“ als Beschreibung von uniformen Einrichtungen. Homogene Produkte sind bezüglich ihrer Eigenschaften und ihrem Preis bei allen Einrichtungen absolut identisch.

⁹Beispielsweise wird diese Art der Nutzenfunktion für Mill-Pricing-Strategien verwendet (vgl. Abschnitt 3.4).

- Bei *Multiplikative Nutzenfunktionen* werden alle gewichteten Einzelfaktoren miteinander multipliziert, um den Gesamtnutzen einer Einrichtung herzuleiten.¹⁰

Bei Nutzenfunktionen besteht die Schwierigkeit darin, die entscheidenden Eigenschaften der Einrichtungen zu erkennen, diese zu skalieren und mit einer geeigneten Gewichtung zu versehen. Welche Art der Nutzenfunktion anzuwenden ist, hängt von der inhaltlichen Fragestellung ab. Sind einzelne Attribute für eine Wahl entscheidend (beispielsweise die Hygiene für die Wahl eines Krankenhauses) und diese sind nicht vorhanden, bietet sich eine multiplikative Verknüpfung an.

Einschränkend zeigt eine niederländische Studie über das Kundenwahlverhalten bezüglich ansässiger Einkaufszentren, dass weder die multiplikative noch die additive Verknüpfung jenes Verhalten in der speziellen Untersuchung widerspiegelt (vgl. Drezner u. Eiselt (2002) S. 157).

Übereinstimmend ist festzuhalten, dass der Nutzen einer Einrichtung mit wachsender Entfernung abnimmt, so dass die Nutzenfunktion nach der additiven (beziehungsweise multiplikativen) Methode mit $U_{rj} = -d_{rj}^\lambda + h_j$ (beziehungsweise $U_{rj} = h_j \cdot d_{rj}^{-\lambda}$) angegeben werden kann. Der Einfluss, den die Distanz auf den Nutzen nimmt, wird exponentiell durch die Variable λ (so genannter *Distance Decay Parameter*) ausgedrückt.

3.4 Preisstrategie der Wettbewerber

Eine weitere Komponente der CL-Modelle ist die Preisstrategie der Wettbewerber, unterteilt nach Eiselt u. a. (1993) in zwei Gruppen:

- Preisstrategien, die annehmen, dass ausschließlich über den Standort und nicht über den Preis entschieden wird oder
- Preisstrategien bei denen nicht nur der Standort, sondern auch das Preisniveau Gegenstand der Optimierung ist.

¹⁰Diese Art der Nutzenfunktion wird oft im Zusammenhang mit der Berechnung eines Qualitätsmaßes genutzt.

Ein großer Teil der Literatur über CL baut auf der ersten Gruppe von Modellen auf, für die es mehrere Anwendungen gibt. Beispielsweise sind Preisabsprachen in Kartellen oder die Preisbindung von Büchern zu nennen. Bei der Bestimmung der Standorte von konkurrierenden öffentlichen Einrichtungen (wie Krankenhäusern und Schulen) ist der Preis ebenfalls nicht von Interesse.

Für viele Anwendungen ist die Annahme einer exogenen Preisstrategie jedoch unrealistisch. Tatsächlich kann der optimale Standort nur dann gefunden werden, wenn die genaue Verteilung der Nachfrage bekannt ist. Einerseits muss für jeden potenziellen Standort der erzielbare Absatz berechnet werden, welcher vom verlangten Preis abhängt. Andererseits ist der optimale Preis abhängig vom Standort sowie vom Wettbewerb, so dass die Entscheidungen über den Standort und den Preis miteinander verbunden sind. Folgende Preisstrategien sind denkbar:

- *Mill-Pricing*: Hierbei wird ein Produkt oder eine Dienstleistung am Ort der Einrichtung an alle Kunden zu einem einheitlichen Ladenpreis verkauft. Der endgültige Preis für den Kunden ergibt sich aus der Summe des Ladenpreises und der Transportkosten (zum Beispiel Supermarktpreise).
- *Einheitliche Lieferpreise*: Hierbei ist der endgültige Preis für alle Kunden gleich, unabhängig davon, wie hoch jeweils die Transportkosten zu den Kunden sind. Beispielsweise werden die Kosten des Transports von der Einrichtung bis zum Nachfrageort getragen (Der Versandpreis eines Paketes innerhalb Deutschlands ist unabhängig von der Entfernung.).
- *Echte räumliche Preisdiskriminierung*: Hierbei werden an verschiedenen Orten unterschiedliche Preise verlangt.

3.5 Zielstellung der Wettbewerber

Die Modelle der CL unterscheiden sich ebenfalls darin, welches Ziel eine Institution verfolgt. Bei konkurrierenden öffentlichen und gemeinnützigen Einrichtungen werden *keine kommerziellen Ziele* verfolgt. Vielmehr wird versucht, die Nachfrage ungeachtet der ent-

stehenden Kosten nahezu komplett zu decken oder zumindest ein gewisses Deckungsniveau der Nachfrage sicherzustellen.

Ferner unterscheiden Eiselt u. Laporte (1995) je nach Art der zu platzierenden Einrichtungen zwischen Pull-, Push- und Balancing-Zielen:

- *Pull-Ziele* betreffen diejenigen Einrichtungen, welche von den Nachfragern als beliebt eingestuft und daher in der Nähe der Kunden platziert werden sollen (zum Beispiel Freizeitanlagen, Feuerwachen). Hier verfolgen die Wettbewerber vorwiegend eine Minisum-Strategie, bei der sie die Summe der mit der Nachfrage gewichteten Abstände zwischen den Nachfragepunkten und den Einrichtungen minimieren. Je nach den Voraussetzungen des Modells sind aber auch andere Ziele, wie Minimax- oder Maximin-Ziele, möglich.
- *Push-Ziele* sind von den Einrichtungen zu verfolgen, die bei den Kunden unbeliebt sind und deswegen in möglichst großer Entfernung von ihnen platziert werden (zum Beispiel Atomkraftwerke, Mülldeponien). Die Marktakteure verfolgen dabei meistens eine Maxisum-Strategie, wobei die Summe der gewichteten Abstände zwischen den Nachfragern und den Einrichtungen maximiert wird.
- *Balancing-Ziele* betreffen die Einrichtungen, bei denen gleichzeitig mehrere Pull-Push-Ziele verfolgt werden. Zum Beispiel sind Einrichtungen wie Supermärkte häufig beliebt, denn die Kunden können sich schnell mit Waren versorgen. Andererseits empfinden die Kunden, die in der Nähe eines Supermarkts wohnen, den durch den Lieferverkehr entstehenden Lärm als Belästigung.

Ein Ziel im engeren Sinne ist die *Gewinnmaximierung*. Da nicht angenommen wird, dass durch den Eintritt neuer Konkurrenten eine neue Nachfrage generiert wird oder die Kaufkraft wächst, ist der wesentliche Faktor für den Ertrag einer Einrichtung ihr Marktanteil. Wenn zusätzlich angenommen wird, dass die Kosten der Platzierung der Einrichtungen an allen Standorten konstant oder exogen sind, dann entspricht dieses Ziel der *Maximierung des Marktanteils* der neuen Einrichtungen.

3.6 Weitere Klassifizierungsmerkmale

Als weitere Klassifizierungsmerkmale sind unter anderem die Anzahl der Marktteilnehmer (Wettbewerber), das Design der Einrichtungen oder der Informationsgrad der Marktteilnehmer zu nennen.

- Hinsichtlich der *Anzahl der Marktteilnehmer* im Markt unterscheiden Eiselt u. a. (1993) Modelle mit:
 - zwei, drei oder einer allgemein bestimmten Zahl der Marktteilnehmer,
 - beliebigen, jedoch fixen Anzahl der Marktteilnehmer und
 - einer unbekanntem Zahl an Marktteilnehmern.

Jeder Marktteilnehmer positioniert eine bestimmte Anzahl an Einrichtungen in einem gegebenen Raum. Die Anzahl der Marktteilnehmer muss also nicht mit der Anzahl der Einrichtungen übereinstimmen. Hinsichtlich des letzten Punktes werden Modelle diskutiert, bei denen Marktteilnehmer solange neue Einrichtungen positionieren, solange sie profitabel arbeiten. Wir sprechen von „Märkten mit freiem Eintritt“, bei denen die Anzahl der Marktteilnehmer nicht bekannt ist.

Ferner unterscheidet Plastria (2001) bei statischen Modellen zwischen Ansätzen für einzelne und mehrfache Einrichtungen. Bei dynamischen Modellen wird darüber hinaus auch die Anzahl (zukünftiger) konkurrierender Einrichtungen beachtet.

- Über den Standort einer Einrichtung hinaus kann das *Design einer Einrichtung* entscheidend sein. So kann der Produktpreis oder die Qualität einer Filiale hinsichtlich ihrer Ausstattung, der Wahrnehmung und der Größe (zum Beispiel der Verkaufsfläche) für die Auswahl entscheidend sein.
- Hinsichtlich des *Informationsgrades* setzt ein überwiegender Teil der CL-Modelle die vollständige Information der Akteure voraus. Das heißt, alle Teilnehmer kennen die Verteilung, den Standort und die Ausprägung der Nachfrage. Nach Eiselt (1998) kann allerdings auch ein *Bimatrix-Spiel* vorliegen, das heißt, die Nachfrage ist konstant. Bei diesem Spiel haben die Spieler jedoch keine genauen Informationen, sondern ausschließlich eigene Wahrnehmungen und sie kennen zudem die

Wahrnehmung des Gegners. Aufgrund der unterschiedlichen Wahrnehmungen einzelner Akteure kommen verschiedene Auszahlungsmatrixen zu Stande. Beim *Hyperspiel* wird ebenfalls angenommen, dass die Gegner eigene Wahrnehmungen über die konstante Nachfrage haben, jedoch nicht, im Unterschied zum Bimatrix-Spiel, die Wahrnehmung der Konkurrenten kennen.

3.7 Notation zur Kennzeichnung der Standortmodelle unter Wettbewerb

In Anlehnung an die Taxonomie von Eiselt u. a. (1993) fassen wir die vorangegangenen Ausführungen als eine Klassifizierung mit sieben Komponenten der CL-Modelle nochmals in Tabelle 1 zusammen. Für den Stern in der linken oberen Zelle fügen wir das Kürzel der jeweiligen Kategorie ein. Beispielsweise kann in der ersten Zeile „Charakteristika des Wettbewerbs“ ein „-“ eingesetzt werden, um zu beschreiben, dass es sich um ein Modell mit einem statischen Wettbewerb handelt. Somit ist es uns möglich, nachfolgende CL-Modelle einzuordnen.

4 Location-Allocation-Modelle

In diesem Abschnitt beschreiben wir einige ausgewählte klassische Standortplanungsmodelle zur Bestimmung des optimalen Standorts, auf deren Grundlage die späteren Modelle der Standortplanung unter Wettbewerb basieren. In der Literatur finden sich unzählige Arbeiten, die sich mit den quantitativen Aspekten der Standortplanung beschäftigen. Für einen Überblick empfehlen wir die Veröffentlichungen von Drezner u. Hamacher (2002) sowie Domschke u. Drexl (1996). Gegenstand dieses Kapitels sind Location-Allocation-Modelle (LA). Dabei ist zu beachten, dass wir diskrete Modelle vorstellen, wobei der Markt als Netzwerk dargestellt wird. Darüber hinaus sei zur Erläuterung von kontinuierlichen Modellen (vorwiegend in der Ebene) auf Plastria (2002) und die dort angegebene Literatur verwiesen.

Merkmal	Ausprägung		Kürzel (*)
Charakteristika des Wettbewerbs */ / / / / / /	Statischer Wettbewerb ohne Gleichgewicht		–
	Dynamisches Spiel (mit/ohne Gleichgewicht)	Simultanes Spiel	N
		Sequentielles Spiel	V
Charakteristika des Entscheidungsraums /* / / / / / /	Kontinuierlich	n -dimensionaler Raum	R^n
		Netzwerk	L
	Diskret	n -dimensionaler Raum	$ R^n $
		Netzwerk	N
Nachfrageverhalten // /* / / / / /	Deterministische Modelle	Minimierung der Distanz	D
		Maximierung des deterministischen Nutzens	U
	Probabilistische Modelle		R
Preisstrategie der Wettbewerber // /* / / / / /	Keine oder fixe Preise		\emptyset
	Variable Preise	Mill-Pricing	M
		Einheitliche Lieferpreise	U
		Echte räumliche Preisdiskriminierung	D
Ziel der Wettbewerber // /* / / / / /	Nicht kommerzielles Ziel		N
	Gewinnmaximierung		P
	Marktanteilsmaximierung		M
	Schwellenwert		T
Anzahl der Marktteilnehmer // /* / / / / /	2, 3 oder mehr		2,3,...
	Beliebige fixe Zahl n		n
	Markt mit freiem Eintritt		?
Grad der Information // /* / / / / /	Vollständige Information		C
	Unsicherheit		S

Tabelle 1: Notation zur Kennzeichnung der CL-Modelle (aufbauend auf Woite u. Domschke (2003) in Anlehnung an Eiselt u. a. (1993))

4.1 Median-Modelle

Bei vielen Standortplanungssituationen im öffentlichen wie auch im privaten Sektor liegt die Fokussierung bei der Distanz als Effizienzmaß zwischen den Nachfragern und den Einrichtungen. Das heißt, dass jene Einrichtungen am besten positioniert sind, die die geringste Distanz aufweisen.

Ein klassisches Modell in diesem Bereich ist das *p-Median-Modell* (vgl. Hakimi (1965) und Hakimi (1964)). Zur Modellierung der Nachfrage wird angenommen, dass sie auf R Nachfragepunkte verteilt ist, wobei b_r die Nachfrage des Nachfragepunkts r wiedergibt (im Folgenden in Anlehnung an Domschke u. Drexl (1996) S. 47 ff.). Des Weiteren sind mit der Menge J die potenziellen Standorte für die Einrichtungen gegeben. Mit s wird die Anzahl der zu öffnenden Standorte vorgegeben, wobei $s < |J|$ ist. Die Distanz zwischen dem Nachfragepunkt r und dem potenziellen Standort j wird als d_{rj} bezeichnet. Als *Median* (schlechthin) eines Graphen bezeichnet man einen Knoten, der die minimale Summe der (mit der Nachfrage) gewichteten kürzesten Entfernungen zwischen Knoten r und jedem Knoten j besitzt.

Zur Positionierung einer Einrichtung wird die Binärvariable y_j genutzt. Analog gibt die binäre Variable x_{rj} an, ob der Nachfragepunkt r der Einrichtung j zugeordnet wird. Dabei sollen die Standorte von s Einrichtungen so bestimmt werden, dass die gesamte mit der Menge der Nachfrage gewichtete Distanz zwischen den Nachfragepunkten und den zugeordneten Einrichtungen minimiert wird. Die Formulierung des Modells lautet:

$$\min \sum_{r \in R} \sum_{j \in J} b_r d_{rj} x_{rj} \quad (1)$$

unter den Nebenbedingungen:

$$\sum_{j \in J} y_j = s, \quad (2)$$

$$\sum_{j \in J} x_{rj} = 1, \quad \text{für alle } r \in R, \quad (3)$$

$$x_{rj} - y_j \leq 0, \quad \text{für alle } r \in R, j \in J, \quad (4)$$

$$y_j \in \{0, 1\}, \quad \text{für alle } j \in J, \quad (5)$$

$$x_{rj} \in \{0, 1\}, \quad \text{für alle } r \in R, j \in J. \quad (6)$$

Die Zielfunktion (1) minimiert die mit der Nachfrage gewichteten Distanz. Mit der Nebenbedingung (2) wird erreicht, dass genau s Einrichtungen positioniert werden. Die Nebenbedingungen (3) garantieren, dass jedem Nachfragepunkt genau eine Einrichtung zugeordnet wird. Durch die Ungleichung (4) wird verhindert, dass ein Nachfragepunkt einem Standort zugeordnet wird, an dem keine Einrichtung positioniert wurde. Die Nebenbedingungen (5) und (6) definieren die Wertebereiche der Variablen.

4.2 Covering-Modelle

Neben den im letzten Abschnitt beschriebenen Einrichtungen gibt es auch solche, deren optimale Platzierung nicht allein durch die Minimierung der durchschnittlichen Entfernungen zu den Nachfragern erreicht wird. Es handelt sich um Einrichtungen, wie die Feuerwehr oder die Notaufnahmen der Kliniken, welche Dienstleistungen mit Notdienstcharakter erbringen (vgl. Ghosh u. a. (1995)). Bei der Planung der Standorte solcher Einrichtungen muss für jeden einzelnen Nachfragepunkt eine Maximaldistanz bis zur nächst gelegenen Einrichtung eingehalten werden, da sonst die Einhaltung eines adäquaten Niveaus der Dienstleistung nicht mehr möglich ist.¹¹ Ein geeignetes Kriterium ist das so genannte „Covering“, die Deckung der Nachfrage. Dabei gilt die Nachfrage als gedeckt, wenn sie innerhalb einer bestimmten Zeit befriedigt werden kann. Einen Überblick über die *Covering-Modelle* gibt Schilling u. a. (1993) sowie Current u. a. (2002). Je nach der Betrachtung des Effizienzmaßes ist zwischen *Location-Set-Covering-Problem* (LSCP) (der Bedienung der Nachfrage innerhalb einer bestimmten Distanz/Zeit, mit möglichst minimalen Standortanzahl) und *Maximal-Covering-Location-Problem* (MCLP) (welche möglichst viele Nachfrager innerhalb einer bestimmten Distanz/Zeit mit gegebener Standortanzahl versorgen) zu unterscheiden.

4.2.1 Location-Set-Covering-Problem

Mit Hilfe der Problemformulierung wird die Bedienung der jeweiligen Nachfrage innerhalb einer gegebenen Zeit garantiert. Daher ist die Anzahl der zu positionierenden Einrichtun-

¹¹Hierbei kann es sich sowohl um eine räumliche Distanz als auch um eine Zeitvorgabe handeln.

gen nicht gegeben, sondern wird durch die Einhaltung der maximalen Distanz beziehungsweise der Zeit bestimmt. Dabei soll die unbekannte Standortanzahl von Einrichtungen so geplant werden, dass die Kosten der Nachfragedeckung, unter Berücksichtigung einer maximal akzeptablen Distanz zwischen den Nachfragern und den Einrichtungen, minimiert werden.

Zusätzlich zu den Variablen und Parametern, die wir in Abschnitt 4.1 erläutert haben, führen wir mit a die größte noch akzeptable Distanz (oder Zeit) (die so genannte „Covering-Distanz“) zwischen einem Nachfragepunkt und der ihm zugeordneten Einrichtung ein. Ferner gibt die Menge $X_r = \{j | d_{rj} \leq a\}$ für jeden Nachfragepunkt r die potentiellen Standorte wieder, die innerhalb eines Kreises mit dem Radius a liegen. Das heißt, befindet sich eine Einrichtung innerhalb des Radius, wird der Nachfragepunkt r gedeckt. Das Modell lässt sich wie folgt formulieren (vgl. Marianov u. Serra (2002), S. 122):

$$\min \sum_{j \in J} y_j \tag{7}$$

unter den Nebenbedingungen:

$$\sum_{j \in X_r} y_j \geq 1, \quad \text{für alle } r \in R, \tag{8}$$

$$y_j \in \{0, 1\}, \quad \text{für alle } j \in J. \tag{9}$$

Die Zielfunktion (7) minimiert die Anzahl der erforderlichen Einrichtungen.¹² Die Ungleichung (8) garantiert, dass für jeden Nachfragepunkt mindestens eine Einrichtung innerhalb der akzeptablen Distanz existiert. Nebenbedingung (9) drückt aus, dass die Variablen binär sind.

Die Anzahl der Einrichtungen wird dabei durch die Größe von a bestimmt. Häufig ist

¹²Die Autoren Owen u. Daskin (1998) (S. 308) erweitern die Zielfunktion, indem sie die binären Variablen y_j mit Kosten (verursacht durch die Positionierung einer Einrichtung am potentiellen Standort j) multiplizieren. Somit würde die Zielfunktion die Kosten der Positionierung der Standorte minimieren. Wird ferner angenommen, dass diese Kosten für jeden potenziellen Standort gleich sind, dann ist diese Zielfunktion identisch mit der Zielsetzung, die Gesamtzahl der platzierten Einrichtungen zu minimieren.

es allerdings aus praktischen Gründen (beispielsweise aufgrund des existierenden Straßennetzes) nicht möglich, eine Maximaldistanz für alle Nachfragepunkte einzuhalten. Daher wurde das obige Modell angepasst und daraus das so genannte *Maximal-Covering-Location-Modell* entwickelt.

4.2.2 Maximal-Covering-Location-Problem

In diesem Modell werden die Standorte einer gegebenen Zahl von Einrichtungen so geplant, dass die Nachfrage möglichst vieler Nachfragepunkte von den Einrichtungen gedeckt wird.¹³ Das heißt, es soll die Anzahl der Nachfrager maximiert werden, deren nächste Einrichtung innerhalb einer gewissen Distanz liegt. Hierfür wird zusätzlich eine Binärvariable z_r eingeführt. Diese nimmt den Wert 1 an, wenn der Nachfragepunkt r mit einer oder mehreren Einrichtungen innerhalb der Distanz a abgedeckt wird und sonst den Wert 0. Die Formulierung des *Maximal-Covering-Location-Modells* (MCLP) lautet (vgl. Church u. ReVelle (1974)):

$$\max \sum_{r \in R} b_r z_r \quad (10)$$

unter den Nebenbedingungen:

$$z_r \leq \sum_{j \in X_r} y_j, \quad \text{für alle } r \in R, \quad (11)$$

$$\sum_{j \in J} y_j = s, \quad (12)$$

$$y_j \in \{0, 1\}, \quad \text{für alle } j \in J, \quad (13)$$

$$z_r \in \{0, 1\}, \quad \text{für alle } r \in R. \quad (14)$$

Die Zielfunktion (10) maximiert die gewichtete Summe der abgedeckten Nachfragepunkte, deren nächste Einrichtung innerhalb der Covering-Distanz a liegt. Nebenbedingung (11) erlaubt, einen Nachfragepunkt r nur abzudecken, wenn eine Einrichtung (oder mehrere Einrichtungen) am Standort j aus der Menge X_r (zum Beispiel innerhalb a -Einheiten von r) positioniert ist (sind). Gleichung (12) verhindert, mehr oder weniger

¹³Beispielsweise ist die Anzahl der Einrichtungen aufgrund eines bestimmten Budgets festgelegt.

Einrichtungen zu positionieren, als es die beschränkten Ressourcen erlauben. Mit den Nebenbedingungen (13) und (14) werden die Variablen als binär definiert.

Alternativ zur Nebenbedingung (14) schlagen ReVelle u. a. (2008b) vor, z_r zwischen 0 und 1 zu definieren mit

$$0 \leq z_r \leq 1, \quad \text{für alle } r \in R. \quad (15)$$

Die Variable z_r nicht ganzzahlig zu definieren begründen sie folgendermaßen: Ausschließlich die erste Nebenbedingung beschränkt z_r und bezieht sich dabei auf y_j . Solange y_j ganzzahlig ist, wird z_r es ebenfalls sein. Somit kann der Umfang des Branch-and-Bound-Verfahrens zur Findung einer optimalen Lösung möglicherweise reduziert werden.

Durch geringe Änderungen des MCLP lässt sich die Standortplanung so genannter „unerwünschter“ Einrichtungen durchführen. Diese sind zumeist notwendige Einrichtungen wie Kläranlagen, Mülldeponien oder Atomkraftwerke. Sie sind aufgrund der negativen Einflüsse auf ihre Umgebung nicht beliebt und sollten daher möglichst weit weg von den Nachfragern positioniert werden. Diese Modelle werden *Minimal Covering-Modelle* genannt. An dieser Stelle verzichten wir auf eine ausführliche Beschreibung dieser Modelle, da sie in vielen Punkten Ähnlichkeiten mit dem Maximal Covering-Modell aufweisen.

Vergleicht man das p -Median-Modell mit dem MCLP ist zu bemerken (vgl. im Folgenden Church u. Weaver (1986) sowie Owen u. Daskin (1998)), dass bei beiden Modellen die Anzahl der zu positionierenden Einrichtungen gegeben ist, wobei die Nachfragemenge an jedem Nachfragepunkt zu berücksichtigen ist. Der Unterschied besteht darin, dass im MCLP bei jedem Nachfragepunkt nur ein Teil der potenziellen Standorte, der innerhalb der Maximaldistanz a liegt, in Betracht gezogen wird. Durch die Transformation von (16) ist das MCLP als ein Spezialfall des p -Median-Problems anzusehen. Wenn die Abstände in einem p -Median-Problem in

$$d'_{rj} = \begin{cases} 0, & \text{wenn } d_{rj} \leq a, \\ 1, & \text{wenn } d_{rj} > a \end{cases} \quad (16)$$

transformiert werden, dann wird diejenige Nachfragemenge minimiert, welche nicht innerhalb der Covering-Distanz a liegt. Dieses Ziel ist identisch mit der Maximierung der gedeckten Nachfragemenge innerhalb von a .

4.3 Zentren-Modelle

Weitere Grundmodelle dienen der Bestimmung von Zentren sowie p -Zentren (im Folgenden siehe Domschke u. Drexl (1996), S. 122 ff.). Analog zu den vorangegangenen Modellen sprechen wir bei der Bestimmung eines Standortes vom *1-Zentren-Problem*, bei mehreren Standorten vom *p -Zentren-Problem*. Betrachten wir einen Graphen $G = (R, E)$ mit Kanten- und Knoten, so ist das *Zentrum* der „am zentralsten“ gelegene Knoten eines Graphen. Genauer wird als Zentrum derjenige (beziehungsweise ein) Knoten bezeichnet, dessen größte (mit b_r gewichtete) kürzeste Entfernung zu den übrigen Knoten j des Graphen am kleinsten ist. Sie dienen vorwiegend der Bestimmung zentraler Einrichtungen wie Schulen oder Depots von Rettungsfahrzeugen.

Betrachten wir im Folgenden ein p -Zentren-Problem (vgl. Domschke u. Drexl (1996), S. 137 ff.). Auch in diesem Modell ist die Anzahl der zu positionierenden Einrichtungen gegeben. Zusätzlich wird als Effizienzmaß die Deckung der Nachfrage herangezogen. Sind die Standorte auf die Knoten des Netzwerkes beschränkt (also diskret), spricht man von einem *Vertex-Zentren-Problem*. Können die Standorte an einem beliebigen Knoten im Netzwerk kontinuierlich positioniert werden, spricht man vom *Absoluten-Zentren-Problem*. Im Gegensatz zu den Covering-Modellen ist a' die *maximale* Distanz zwischen einem Nachfragepunkt und seiner nächstliegenden Einrichtung. Es handelt es sich dabei um eine endogene Variable, da zuerst der größte Abstand zwischen allen Nachfragepunkten und ihren nächstliegenden Einrichtungen ermittelt und dann minimiert wird (so genannte Minimax-Strategie). Das Modell als Vertex- p -Zentren-Problem ist wie folgt formuliert (vgl. Owen u. Daskin (1998)):

$$\min a' \tag{17}$$

unter den Nebenbedingungen:

$$\sum_{j \in J} y_j = s, \quad (18)$$

$$\sum_{j \in J} x_{rj} = 1, \quad \text{für alle } r \in R, \quad (19)$$

$$x_{rj} - y_j \leq 0, \quad \text{für alle } r \in R, j \in J, \quad (20)$$

$$a' \geq \sum_{j \in J} d_{rj} x_{rj}, \quad \text{für alle } r \in R, \quad (21)$$

$$y_j \in \{0, 1\}, \quad \text{für alle } j \in J, \quad (22)$$

$$x_{rj} \in \{0, 1\}, \quad \text{für alle } r \in R, j \in J. \quad (23)$$

Die Zielfunktion (17) minimiert die Covering-Distanz über alle Nachfragepunkte. Die Nebenbedingungen (18-20) sind identisch mit den Nebenbedingungen (2-4) des p -Median-Problems. Nebenbedingung (21) definiert die maximale Distanz zwischen dem Nachfragepunkt r und der nächstgelegenen Einrichtung in j , die r bedient. Die Nebenbedingungen (22) und (23) geben den Wertebereich der Variablen an.

Die Autoren Owen u. Daskin (1998) weisen darauf hin, dass Nebenbedingung (23) auch durch eine einfache Nicht-Negativitätsdefinition relaxiert werden kann. Wird x_{rj} nicht ganzzahlig definiert, besteht die Möglichkeit, dass ein Nachfragepunkt r von mehreren Einrichtungen bedient wird. Im einfachsten, unkapazitierten Fall wird bei der Lösung jedem Nachfragepunkt die nächstliegende Einrichtung zugeordnet. Dabei hat jede Lösung, bei der dem Nachfragepunkt mehr als eine Einrichtung zugeordnet wird, ein alternatives Optimum, bei denen alle x_{rj} integriert sind.

5 Location-Choice-Modelle

Wie wir bereits in Abschnitt 3.3 dargestellt haben, unterscheiden sich die LA-Modelle von den LC-Modellen hinsichtlich der Modellierung der Nachfrage beziehungsweise des Marktanteils. Während bei den LA-Modellen die Allokation anhand eines bestimmten Kundenmusters (zum Beispiel Wahl der nächstgelegenen Einrichtung) erfolgt, gestaltet sich bei LC-Modellen die Modellierung der Auswahl der Kunden stochastisch in Abhängigkeit von der Distanz sowie weiterer Eigenschaften einer Einrichtung. Die CL-Modelle

sind der Gruppe der LC-Modelle zuzuordnen und werden deshalb im Folgenden näher untersucht. Dabei unterscheiden wir hinsichtlich der räumlichen Darstellung des Marktes zwei Kategorien:

- *kontinuierliche Standortmodelle unter Wettbewerb* in der Ebene und
- *diskrete Standortmodelle unter Wettbewerb* im Netzwerk.

Diese Unterscheidung ist oft in der Literatur zu finden (vgl. ReVelle u. a. (2008a) oder Perales (2002)). Des Weiteren legen wir den Fokus auf die Modellierung der Nutzenfunktion und deren Integration in die CL-Modelle.

5.1 Kontinuierliche Location-Choice-Modelle

5.1.1 Modell von Hotelling

Das erste Modell der Standortplanung unter Wettbewerb wurde von Hotelling (1929) vorgestellt. Dabei handelt es sich um die Konkurrenzsituation zweier Eisverkäufer entlang eines Strandes. Die Verkäufer wählen die Mill-Pricing Strategie. Die Nachfrage ist preisunelastisch und die Kaufkraft der Kunden ist identisch. Die Kunden wählen dabei den Verkäufer, der ihnen die geringeren Gesamtkosten verursacht. Das Grundmodell von Hotelling ist ein kontinuierliches Modell, denn die Position der Standorte von beiden Verkäufern kann an einem beliebigen Punkt entlang des Strandes sein. Es besteht eine vollständige Information hinsichtlich Verteilung, Standort und Ausprägung der Nachfrage sowie über die Reaktion des Gegenspielers. Als Ziel wird die Gewinnmaximierung verfolgt. Insbesondere handelt es sich um ein mehrstufiges (*mehrst.*) Spiel. Beide Eisverkäufer haben in der ersten Stufe gleichzeitig über ihren Standort und in der zweiten Stufe gleichzeitig über ihre Preise zu entscheiden. Hotelling kommt zu dem Ergebnis, dass in diesem Markt ein Gleichgewicht (*GG*), das Nash-Gleichgewicht, erreicht wird. Zusammenfassend handelt es sich demnach um ein $N_{GG}^{mehrst.}/L/U/M/P/2/C$ -Modell¹⁴. Alternativ ist auch denkbar, beim zweiten Merkmal „Charakteristika des Entscheidungsraums“ von R^1 , also von einem eindimensionalen Raum, zu sprechen.

¹⁴Zur Notation der Klassifizierung siehe Abschnitt 3.7.

Zur Erklärung der Modellidee (im Folgenden siehe Eiselt u. Laporte (1989a)) wird angenommen, dass die Verkäufer A und B auf dem linearen Markt so positioniert sind, dass A links von B steht. Alle Kunden, die von der linken Seite von A kommen, können B nicht erreichen, ohne A zu passieren. Diese Kunden bilden das Hinterland von A. Dies gilt analog für die Kunden rechts von B. Wenn die Preise des Produkts bei A und B gleich sind, dann kaufen die Kunden aus Hinterland von A nur bei A, da die Gesamtkosten mit der zurückzulegenden Entfernung steigen. Das bedeutet, dass die eigentliche Konkurrenz um jene Kunden besteht, die zwischen den Wettbewerbern platziert sind. Beide haben Interesse daran, möglichst viele dieser Kunden dem eigenen Hinterland hinzuzufügen, weswegen sie sich aufeinander zu bewegen. Laut Hotelling wird in diesem Markt ein Nash-Gleichgewicht erreicht, indem beide Verkäufer versuchen, sich so nah wie möglich beieinander niederzulassen. Bezüglich der mathematischen Herleitung sowie der Diskussion der Annahmen und der Ergebnisse sei auf Eiselt u. Laporte (1989b) verwiesen.

Eine in diesem Modell genutzte, aber nicht immer geeignete Annahme ist, dass der Kunde die räumlich nächstgelegene Einrichtung nutzt. Es ist aber auch möglich, dass für Konsumenten angebotsbezogene Motive wichtiger sind als die Minimierung des Weges. Hinsichtlich dieser Überlegung findet man für CL-Modelle in der Ebene Erweiterungen durch die Anwendung einer Nutzenfunktionen (auch als Attraktivitätsfunktion bezeichnet). Diese bildet das beobachtete räumliche Auswahlverhalten von Kunden ab. Bei einer vorgeschlagenen deterministischen Nutzenfunktion von Drezner (1994) werden die Entfernungen zwischen dem Wohnort des Konsumenten und dem potentiellen Ziel sowie zusätzliche Merkmale von Einrichtungen in Form der Attraktivität berücksichtigt, welche wir im Folgenden näher betrachten werden.

5.1.2 Break-Even-Distanz-Modell

Das Modell von Drezner (1994) kann in die Kategorie $-/R^2/U/ \otimes /M/n/C$ eingeordnet werden und trifft folgende Annahmen: Die existierenden Einrichtungen sind aus Sicht des Kunden unterschiedlich attraktiv. Die Kundenerwartung kann als Nutzenfunktion in Form einer Funktion relevanter Eigenschaften (Attribute) einer neuen Einrichtung mit $U = F(h_1, h_2, \dots, h_m)$ abgebildet werden, wobei h_l die Ausprägung der Eigenschaft l

repräsentiert. Zur Modellierung des Nutzens der Einrichtung zieht das vorliegende Modell eine additive Nutzenfunktion der Form

$$U = \sum_{l=1}^m w_l f_l(h_l) \quad (24)$$

heran. Hierbei werden die einzelnen unabhängigen Attribute mit w_l gewichtet. Wir betrachten also eine Verknüpfung verschiedener Teilnutzenwerte. Der Kunde wählt die Einrichtung mit dem höchsten Nutzen. Für die Suche nach der besten Position einer Einrichtung führt die Autorin ferner das so genannte „Break-Even-Konzept“ ein. Es wird angenommen, dass der Kunde bereit ist, eine maximale Distanz zu einer neuen Einrichtung zurückzulegen, dessen Bereitschaft mit Funktion (24) abgebildet wird. Ferner existieren bereits $|J|$ Einrichtungen. Für jede Einrichtung in j ist U_j bekannt. Für eine neue Einrichtung mit $U(d, h_2, \dots, h_m)$ sind ebenfalls alle unabhängigen Variablen (Attribute) h_2, \dots, h_m außer der Distanz bekannt. Das heißt, U kann als eine Funktion der Distanz mit $U(d)$ ausgedrückt werden. Ein Kunde im Nachfragepunkt r wird die neue Einrichtung gegenüber allen anderen existierenden Einrichtungen j bevorzugen, wenn $U(d) > U_j$ für alle $j \in J$.

Wenn für den Kunden $U(d) = U_j$ für alle $j \in J$ gilt, erhalten wir die maximale Distanz d , mit der der Kunde die neue Einrichtung gegenüber den anderen Einrichtungen j gleich einschätzt. Diese Distanz wird *Break-Even-Distanz* (BED) genannt. Ferner ermitteln wir auf Sicht eines Nachfragepunktes r die BEDs zu allen existierenden Einrichtungen mit Δ_{rj} und berechnen die minimale BED, D_r , mit

$$D_r = \min_{j \in J} \{\Delta_{rj}\}. \quad (25)$$

Eine neue Einrichtung wird dann genutzt, wenn deren Distanz zu einem Nachfragepunkt r geringer ist als D_r . In Analogie dazu bedeutet dies, dass die neue Einrichtung innerhalb eines Kreises mit dem Standort r als Mittelpunkt und einem Radius von D_r positioniert werden muss, um die zu r gehörige Nachfrage auszuschöpfen.

Ferner ist die Distanz zwischen r und der neuen Einrichtung als $d_r(X)$ mit X als Position der neuen Einrichtung definiert. Durch die Auswahl des besten Standorts X der neuen Einrichtung ist der Marktanteil M zu maximieren mit

$$\max M(X) = \sum_{d_r(X) < D_r} b_r, \quad (26)$$

wobei b_r die Kaufkraft von r darstellt. Gilt $d_r(X) = D_r$, so wird die Kaufkraft des Nachfragepunktes r genau zwischen zwei Einrichtungen geteilt, welche den gleichen Nutzen für r besitzen. Zur Verdeutlichung der Vorgehensweise bei der Standortbestimmung betrachten wir Abbildung 2.

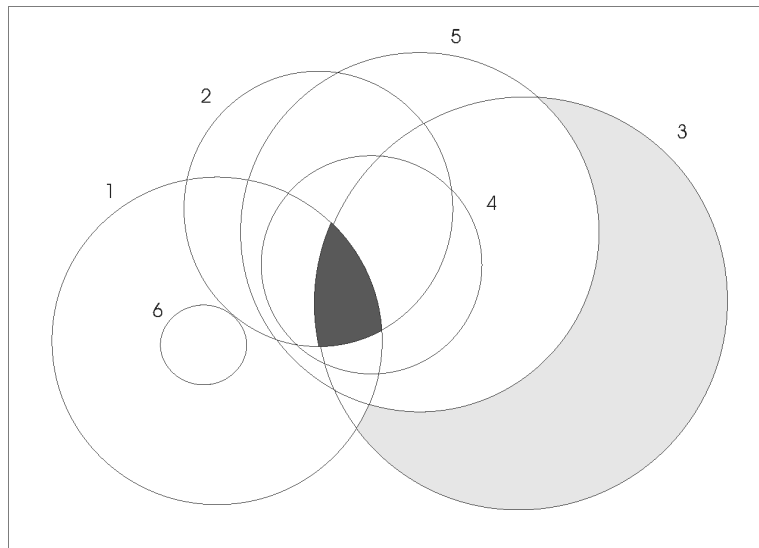


Abbildung 2: Bestimmung des optimalen Standortes mit Hilfe eines Break-Even-Kreises (vgl. Drezner (1994))

Sie zeigt einen Markt mit sechs so genannten Break-Even-Kreisen (BEK). Der Mittelpunkt eines BEK steht für den Standort des Kunden als Nachfragepunkt $r \in R$ (diese sind in der Abbildung nicht dargestellt) und dessen Radius ist D_r . Damit die neue Einrichtung die Nachfrage eines Kunden abschöpfen kann, muss sie im Inneren von dessen BEK positioniert werden. Um die Nachfrage von mehr als einem Kunden zu erobern, muss die neue Einrichtung gleichzeitig innerhalb mehrerer BEK, im Inneren deren Schnittmenge, liegen. Wird mit I eine beliebige Auswahl aus allen BEK angegeben, dann bezeichnet $S(I)$ die (Schnitt-)Fläche mit $I \subset R$ aller Kreise, die in dieser Auswahl vorhanden sind. Die Kreise, die nicht in der Auswahl vorhanden sind, werden in dem Fall nicht berücksichtigt. In

Abbildung 2 ist die dunkler schattierte Fläche $S(I)$ mit $I = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ dargestellt. Das hell schattierte Gebiet gibt $S(I)$ für $I = \{3\}$ an.

Die Fläche $S(I)$ kann als eine Menge betrachtet werden, deren Elemente die Punkte der Ebene sind. Diese liegen im Inneren aller Kreise aus I und gleichzeitig in keinem Kreis, der nicht zu I gehört. Ist $S(I)$ keine leere Menge, dann ziehen alle ihre Elemente (das heißt, alle Punkte im Inneren von $S(I)$) die gleiche Kaufkraft an, da sie alle exakt innerhalb der gleichen BEK liegen. Alle Nachfragepunkte besitzen die gleiche Kaufkraft. Der optimale Standort X^* muss innerhalb einer Menge $S(I^*)$ liegen, wobei I^* diejenige Untermenge der BEK ist, mit der die maximale Kaufkraft erreicht wird. Für die Bestimmung von I^* und damit X^* entwickelt die Autorin einen Algorithmus. Für ausführliche Details verweisen wir auf ihre Veröffentlichung.

Letztlich besteht im vorangegangenen Modell die Annahme, dass für Kunden aus einem Nachfrageort r die gleiche Nutzenfunktion angenommen wird und somit diese die gleiche Einrichtung nutzen. Aufgrund dieser Annahme, der Kunde nutzt die nächstgelegene Einrichtung, führen Drezner u. Drezner (1996) eine stochastische Nutzenfunktion ein. Dabei erweitern sie die deterministische Nutzenfunktion so, dass jeder Kunde eine unterschiedliche Nutzenfunktion für jede gegebene Einrichtung besitzt. Der Mittelwert und die Varianz der stochastischen Nutzenfunktion variieren mit der Attraktivität und Distanz zur jeweiligen Einrichtung. Somit ist es möglich, relative Kaufkraftströme über verschiedene Einrichtungen in der Ebene zu verteilen.

Ergänzend zeigen Drezner u. a. (1998), dass die stochastische Nutzenfunktion durch eine Logit-, „S“-Funktion der Distanz anstatt durch den Ansatz von Drezner (1994) approximiert werden kann. Die Verwendung einer auf einer Logit-Analyse basierenden Nutzenfunktion wird nicht vorgeschlagen.

Ähnliche Überlegungen hinsichtlich einer probabilistischen Nutzenfunktion bestehen bei der Integration von Gravitationsansätzen in kontinuierliche Standortmodelle unter Wettbewerb. Hierzu betrachten wir nachfolgend das Huff-basierte Gravity-Modell.

5.1.3 Huff-basiertes Gravity-Modell

Das Modell basiert auf der Arbeit von Huff (1964), der untersucht, nach welchen Kriterien die Einwohner einer Stadt ihre Einkaufsstätte aus zwei anderen Städten aussuchen. Dabei kommt er zu dem Ergebnis, dass die Wahrscheinlichkeit, dass die Kunden eine Einrichtung bevorzugen, proportional zur so genannten „Floor Area“ der Einrichtung und indirekt proportional zur quadratischen Distanz bis zu dieser Einrichtung ist. Dabei ist die „Floor Area“ einer Einrichtung als Attraktivität der Einrichtung zu interpretieren. Die Kernaussage der *Gravity-Modelle* ist dem identisch. Mit der Modellbeschreibung verfolgen die Autoren das Ziel, die Attraktivität einer Einrichtung aus Kundensicht bei der Standortplanung unter Wettbewerb explizit zu berücksichtigen. Gegenüber dem Break-Even-Distanz-Modell besteht bei folgender Modellkategorie $-/R^2/R/ \circ /M/n/C$ der Unterschied, dass anstatt der deterministischen eine probabilistische Nutzenfunktion betrachtet wird.

Zvi Drezner und Tammy Drezner sowie weitere Autoren präsentieren unter anderem in Drezner (1995), Drezner u. Drezner (1998) und Drezner u. a. (2002) spezielle Gravity-Modelle, die sich ausschließlich in einigen Details unterscheiden. Daher beziehen wir uns bei den nachfolgenden Erläuterungen auf Drezner u. Drezner (2002) und beschreiben das Modell zur Positionierung einer einzigen neuen Einrichtung in einem Markt mit mehreren etablierten Konkurrenten.

Bezogen auf das Gravity-Modell konzentrieren sich die Autoren auf vier Faktoren: M_j als den Marktanteil einer Einrichtung j , die Kaufkraft b_r der Kunden in einem Nachfragepunkt (Teilmarkt) r , die Distanz d_{rj} zwischen Kundenstandort r und der Einrichtung j sowie die unbekannte Attraktivität g_j der Einrichtung j . Die Wahrscheinlichkeit P_{rj} , dass ein Kunde aus r eine Einrichtung j nutzt, wird bestimmt durch:

$$P_{rj} = \frac{g_j / f(d_{rj})}{\sum_{j' \in J} g_{j'} / f(d_{rj'})}. \quad (27)$$

Die Distanzfunktion wird definiert mit $f(d) = d^\lambda$. Der Wert von λ ist von der räumlichen Struktur abhängig und muss empirisch ermittelt werden.¹⁵ Der Marktanteil M_j

¹⁵Des Weiteren weisen Drezner u. Drezner (1997) darauf hin, dass jeder Kunde im Nachfragepunkt

einer Einrichtung in j kann wie folgt bestimmt werden:

$$M_j = \frac{\sum_{r \in R} b_r P_{rj}}{\sum_{j' \in J} \sum_{r \in R} b_r P_{rj'}}, \text{ für alle } j \in J. \quad (28)$$

Gilt

$$\sum_{j \in J} \sum_{r \in R} b_r P_{rj} = \sum_{r \in R} b_r \sum_{j \in J} P_{rj} = \sum_{r \in R} b_r,$$

so erhalten wir

$$M_j = \frac{1}{\sum_{r \in R} b_r} \sum_{r \in R} b_r P_{rj} = \sum_{r \in R} c_r P_{rj}, \text{ für alle } j \in J, \quad (29)$$

wobei als c_r die anteilige Kaufkraft des Teilmarktes r mit $c_r = b_r / \sum_{r' \in R} b_{r'}$ definiert wird. Setzen wir Gleichung (27) in Gleichung (29) ein, erhalten wir

$$M_j = \sum_{r \in R} c_r \frac{g_j / F(d_{rj})}{\sum_{j' \in J} g_{j'} / F(d_{rj'})}, \text{ für alle } j \in J. \quad (30)$$

Bekannt sind der Gesamtumsatz je Einrichtung (und somit der Marktanteil), die Kaufkraft und die Distanz. Ausschließlich das Attraktivitätsmaß g_j mit $j \in J$ ist nicht gegeben. Zur Spezifikation von g_j schlagen die Autoren eine KQ-Schätzung vor:

$$\min \sum_{j \in J} \left[M_j - \sum_{r \in R} c_r \frac{g_j / f(d_{rj})}{\sum_{j' \in J} g_{j'} / f(d_{rj'})} \right]^2, \text{ für alle } j \in J, \quad (31)$$

wobei g_1 aus Normierungsgründen vorgegeben wird.

Durch die Minimierung erhalten wir die gesuchten Attraktivitätsmaße. Sobald eine Lösung für Gleichung (30) existiert, ist der Zielfunktionswert von Gleichung (31) gleich 0. Andernfalls wird die Lösung einen positiven Wert haben und die Abweichung wird minimiert. Der Zielfunktionswert von (31) wird nicht-negativ und hat in den Experimenten der Autoren immer den Wert 0 angenommen. Auf die Beschreibung eines Anwendungsbeispiels gehen wir nicht ein und verweisen auf die vorgestellte Veröffentlichung.

oder Teilmarkt r sich in einer Fläche befindet und der mathematische Punkt nicht genau bestimmt werden kann. Als Vorschlag auf Grundlage einer Studie sollte deshalb die Distanz mit $\sqrt{d_{rj}^2 + 0,24t_r}$ korrigiert werden, wobei t_r für die Fläche des Nachfragepunktes r steht.

Aktuelle Arbeiten in diesem Forschungsbereich umfassen des Weiteren zwei Forschungsrichtungen. Zum einen besteht das Bestreben nach einer realitätsnäheren Darstellung der Problemstellung beziehungsweise Lösungen mit Hilfe der Standortmodelle unter Wettbewerb. Beispielsweise präsentieren Dasci u. Laporte (2005) ein Standortplanungsmodell unter veränderten Wettbewerbsbedingungen und analysieren damit verschiedene Führer-Nachfolger-Strategien. Neben der Reaktion des Wettbewerbs betrachtet Plastria (2005) den Einfluss des Qualitätsstandards des Wettbewerbers und der Kannibalisierung eigener Einrichtungen bei einer Filialkette auf die Standortplanung. McGarvey u. Cavalier (2005) stellen eine Formulierung vor, mit der eine elastische gravitationstheoretische Nachfrage, verbunden mit der Beachtung unerlaubter Bebauungsflächen, Kapazitäten und Budgetrestriktionen, berücksichtigt wird. Eine zweite Forschungsrichtung ist die Verbesserung der Lösungsverfahren (vgl. hierzu Brimberg u. Shali (2005), Drezner u. Drezner (2004) und Klamroth (2004) sowie Klamroth (2001)).

5.2 Diskrete Location-Choice-Modelle

5.2.1 Medianoid- und Centroid-Modelle

Bereits in Kapitel 4 haben wir p -Median- und p -Center-Modelle vorgestellt, welche häufig bei der Planung von geeigneten Standorten nicht-konkurrierender Einrichtungen eingesetzt werden. Hakimi (1983) erweitert diese Modelle, so dass ihre Anwendung in der Standortplanung unter Wettbewerb möglich wird.

Zwei Anbieter, bezeichnet mit A und B, konkurrieren um Kunden und möchten s und t Standorte für Einrichtungen ermitteln. Es wird angenommen, dass anfangs keines der beiden Unternehmen im betrachteten Markt präsent ist. Zuerst bestimmt A, anschließend ermittelt B seine Standorte, so dass ein Stackelberg-Spiel vorliegt. Als räumliche Darstellung des Marktes dient ein Netzwerk, ein ungerichteter, bewerteter Graph $G(R, E)$. $r \in R$ (beziehungsweise $e \in E$) steht für die Knotenmenge (beziehungsweise Kantenmenge) des Netzwerks. Jeder Knoten r ist mit einem Gewicht b_r ¹⁶ verbunden, das der Nachfrage auf

¹⁶Die Gewichte können für die Distanz beziehungsweise für die Transportkosten zwischen zwei Knoten stehen.

diesem Knoten entspricht. x_1, \dots, x_s stehen für die Standorte der Einrichtungen von A und werden mit der Menge $X_s = \{x_1, \dots, x_s\}$ zusammengefasst. Analog gilt dies für die Einrichtungen von B mit Y_t .¹⁷

Es gilt weiter die Annahme, dass die Kunden diejenige Einrichtung bevorzugen, die am nächsten zu ihnen positioniert ist. Zur Angabe der Distanzen werden die kürzesten Wege ermittelt, wobei d_{rj} die Länge des kürzesten Weges von r nach j angibt. Sind Standorte X_s von Anbieter A bekannt, kann B die Nachfrage des Knotens r nur dann erobern, wenn er mindestens eine seiner Einrichtungen so positioniert, dass die Länge des kürzesten Weges zu r kürzer ist als die Länge des kürzesten Weges zwischen r und der nächsten Einrichtung von A. Anhand der bisherigen Ausführungen können wir das Modell in die Kategorie $V/N/D/\circ/M/2/C$ einordnen.

$R(Y_t|X_s)$ gibt die Menge der Knoten wieder, deren Nachfrage von einer Einrichtungen des Anbieters B bedient wird, mit

$$R(Y_t|X_s) = \{r \in R | d_{rY_t} < d_{rX_s}\}. \quad (32)$$

Dabei ist d_{rY_t} (beziehungsweise d_{rX_s}) der kürzeste Weg zwischen dem Knoten r und allen Punkten der Menge Y_t (beziehungsweise X_s). Bezeichnet man mit $M(Y_t|X_s)$ den Marktanteil, den B mit der Standortmenge Y_t bei gegebener Standortmenge X_s mit

$$M(Y_t|X_s) = \sum \{b_r | r \in R(Y_t|X_s)\} \quad (33)$$

erzielen kann, so stellen sich für beide Anbieter unterschiedliche Fragen:

- B plant die Standorte seiner Einrichtungen, wenn die Standorte von A schon bekannt sind. Sein Problem besteht darin, seine t Einrichtungen unter Berücksichtigung von X_s so zu positionieren, dass sein erzielter Marktanteil maximiert wird. Das Problem von Anbieter B wird $(t|X_s)$ -Medianoid-Problem genannt.

¹⁷Es ist zu beachten, dass die Einrichtungen nicht nur auf die Knoten, sondern auf jeden beliebigen Punkt des Netzwerks positioniert werden können. In diesem Fall sprechen wir von einem kontinuierlichen Modell innerhalb eines Netzwerks.

Y_t^* soll so gewählt werden, dass $M(Y_t^*|X_s) \geq M(Y_t|X_s)$ für alle Y_t ist. Y_t^* heißt dann $(t|X_s)$ -Medianoid von G , wenn alle Punkte für B zur Wahl stehen. Kommen nur Knoten in Frage, so wird das Problem *Maximum-Capture-Problem* genannt (siehe Abschnitt 5.2.2).

- Das Problem von A als Führer besteht darin, ohne momentane Konkurrenz seine s Einrichtungen so zu positionieren, dass die t Einrichtungen von B, die erst nach seiner Entscheidung in den Markt eintreten, so wenig Nachfrage wie möglich erobern. Dieses Problem bezeichnet Hakimi (1983) als das $(t|s)$ -*Centroid-Problem*.

Wähle X_s^* so, dass $M(Y_t^*(X_s^*)|X_s^*) \leq M(Y_t^*(X_s)|X_s)$ für alle X_s ist. X_s^* heißt dann $(t|s)$ -Centroid von G . Das Problem von A ist ein Minimax-Problem, da er versucht, den größten Marktanteil, den sein Konkurrent B erreichen kann, zu minimieren mit

$$\min_{X_s} \{ \max_{Y_t(X_s)} [M(Y_t(X_s)|X_s)] \} = \min_{X_s} [M(Y_t^*(X_s)|X_s)]$$

Für die Darstellung der Lösungsverfahren (unter anderem mit der Greedy-Methode oder der Minimum-Differentiation-Heuristik) sei auf Bhadury u. a. (2003) verwiesen.

5.2.2 Maximum-Capture-Grundmodell

Ein weiteres Grundmodell der Standortplanung unter Wettbewerb ist das von ReVelle (1986) benannte *Maximum-Capture-Modell* (MAXCAP). Speziell im Rahmen dieser Klasse haben sich verschiedene Autoren mit der Standortwahl für Einzelhändler, insbesondere für so genannte Nachbarschaftsläden, befasst. Charakteristisch für diese Art von Läden sind ein begrenztes und gleiches Produkt- beziehungsweise Dienstleistungsangebot sowie ein untereinander ähnliches Image und Preisniveau der Läden.

Hierbei handelt es sich um eine Weiterentwicklung des in Abschnitt 4 beschriebenen Maximal-Covering-Problems. Das MAXCAP-Modell hat folgende Grundidee: In einem netzwerkbasierten Markt teilen sich t Filialen der Firma B die Marktnachfrage, die auf den Knoten $r \in R$ verteilt ist. Dabei repräsentiert jeder Knoten r einen Nachfragebereich oder einen Teilmarkt. Die konstante Nachfrage des Teilmarkts r wird dabei mit b_r angegeben. Beide Konkurrenten verkaufen ein homogenes Produkt. Der Preis hat keinen Einfluss auf

den Marktanteil. Die s uniformen Einrichtungen des Anbieters A sollen auf dem Knoten des Netzwerks so positioniert werden, dass M^A , der erzielte Marktanteil von A, maximiert wird. Kannibalisierung unter den neuen Einrichtungen wird nicht berücksichtigt. Dabei ist J die Menge der geeigneten Standorte, wobei J_1 die Menge der besetzten Standorte und J_2 die Menge der nicht besetzten (potentiellen) Standorte darstellt, bei denen es sich eignet, neue Einrichtungen zu positionieren. Kunden bevorzugen die Einrichtung, welche den geringsten Abstand d_{rj} zu ihnen aufweist. Es herrscht vollständige Information sowohl über die Nachfrage als auch über die Standorte des Konkurrenten. Nach dem Eintritt der neuen Einrichtungen gibt es keine Reaktion seitens des Wettbewerbers. Ziel des neuen Anbieters A ist es, seinen eroberten Markt (Captured Area) zu maximieren. Folglich handelt es sich um die Kategorie $-/N/D/ \oslash /M/2/C$.

Will A die Nachfrage des Punktes r erobern, dann muss er eine Einrichtung so positionieren, dass diese einen kleineren Abstand von r hat als die nächste Filiale des Konkurrenten B. u_r steht für diejenige Filiale von B, die bisher am nächsten zu r positioniert ist. Mit $X_r = \{j \in J_2 | d_{rj} < d_{ru_r}\}$ (beziehungsweise mit $Y_r = \{j \in J_2 | d_{rj} = d_{ru_r}\}$) ist die Menge der potenziellen Standorte gegeben, die eine kürzere (beziehungsweise die gleiche) Distanz zu r aufweisen als u_r . Aufgrund der Informationen über die Standorte der Einrichtungen von B sind X_r und Y_r bekannt. Haben zwei konkurrierende Einrichtungen genau den gleichen Abstand von einem Nachfragepunkt, so wird die Nachfrage dieses Punkts zwischen ihnen geteilt. Mit den Binärvariablen $x_r^A = 1$, wenn A (innerhalb d_{ru_r}) den Nachfragepunkt r bedient (0, sonst) und $z_r = 1$, wenn die Nachfrage von r zwischen A und B geteilt wird (0, sonst) sowie y_j^A , wenn A eine Einrichtung am Knoten j positioniert wird (0, sonst), lautet die mathematische Formulierung des Modells wie folgt:

$$\max M^A = \sum_{r \in R} b_r x_r^A + \sum_{r \in R} (b_r/2) z_r \quad (34)$$

unter den Nebenbedingungen:

$$x_r^A \leq \sum_{j \in X_r} y_j^A \quad \text{für alle } r \in R, \quad (35)$$

$$z_r \leq \sum_{j \in Y_r} y_j^A \quad \text{für alle } r \in R, \quad (36)$$

$$x_r^A + z_r \leq 1 \quad \text{für alle } r \in R, \quad (37)$$

$$\sum_{j \in J_1 \cup J_2} y_j^A = s, \quad (38)$$

$$x_r^A, z_r, y_j^A \in \{0, 1\} \quad \text{für alle } r \in R, j \in J. \quad (39)$$

Die Zielfunktion (34) gibt den eroberten Markt von A wieder. Dabei ist die erste Summe die Nachfrage der Teilmärkte, die von A allein bedient werden, während die zweite Summe die Teilmärkte beinhaltet, deren Nachfrage zwischen A und B geteilt wird. Durch die Nebenbedingungen (35) wird ausgedrückt, dass A nur in dem Fall allein die Nachfrage von r bedient, wenn er eine Einrichtung innerhalb der Menge X_r positioniert hat. X_r ist für jedes r bekannt. ReVelle spricht hier von der entscheidenden Nebenbedingung. Ein Nachfragepunkt r kann nur vollständig bedient werden, wenn eine Einrichtung die Position erhält, die noch von keiner anderen Einrichtung besetzt ist (dann ist $j \in J_2$). Die Ungleichung (36) ist ähnlich, wobei hier die Teilmärkte behandelt werden, deren Nachfrage zwischen A und B geteilt wird. Die Nebenbedingungen (37) drücken aus, dass die Nachfrage entweder nur von A ($x_r^A = 1, z_r = 0$) oder von A und B gemeinsam ($x_r^A = 0, z_r = 1$) oder aber nur von B ($x_r^A = 0, z_r = 0$) bedient wird. In jedem Fall gilt $x_r^A + z_r \leq 1$. Nebenbedingung (38) bewirkt, dass genau s Einrichtungen von A positioniert werden. Nebenbedingung (39) beschreibt die Wertebereiche der Variablen.¹⁸

Das MAXCAP-Grundmodell setzt voraus, dass es sich um uniforme Einrichtungen handelt, das heißt, dass keine Gewichtung der konkurrierenden Einrichtungen vorliegt. Des Weiteren werden Reaktionen des Konkurrenten und die Unsicherheit bezüglich der Parameter des Modells ausgeschlossen. Werden diese Annahmen gelockert, so ergeben sich verschiedene MAXCAP-Erweiterungen.

Ähnlich wie die Medianoid- und Centroid-Modelle ist auch das MAXCAP-Grundmodell ein NP-schweres Modell. Bei relativ kleinen Netzwerken (bis zu 30 Knoten) kann zur Lösung des Problems lineare Programmierung und Branch and Bound eingesetzt werden. Für umfangreichere Probleme wird der „Algorithm for Market Capture“ AMACA benutzt. Für die nähere Beschreibung dieses Algorithmus wird an dieser Stelle auf Serra u. ReVelle

¹⁸Für die Beschreibung weiterer Modellformulierungen, wie beispielsweise als p -Median-Problem sei auf ReVelle (1986) verwiesen.

(1995) verwiesen.

Der Wettbewerb zeichnet sich dabei immer durch die Entfernung aus, während die Kunden ebenfalls nur einer Einrichtung zugeordnet werden. Diese Annahmen haben eine Reihe unterschiedlicher Ansätze initiiert, von denen einzelne Modifikationen in Serra u. ReVelle (1995) ausführlich dargestellt sind. Serra u. a. (1999) stellen zwei neue MAXCAP-Modelle mit verschiedenen Kundenentscheidungsregeln vor, um die direkte Zuordnung der Kunden zu einer Einrichtung zu umgehen.

5.2.3 Maximum-Capture-Problem in einem gewichteten Netzwerk

Als eine weitere Modifikation des MAXCAP präsentieren Eiselt u. Laporte (1989b) ein Standortplanungsproblem, bei dem sie das Modell derart modifizieren, dass Parameter, basierend auf dem Gravitationsmodell und Voronoi-Diagrammen, einbezogen werden können. Dabei handelt es sich um ein diskretes Standortmodell unter Wettbewerb auf einem gewichteten Netzwerk mit der Kennzeichnung $-/N/U/ \oslash /P/2/C$.

Um das Modell zu erklären, betrachten wir einen Graphen $G = (R, E)$ mit den Knoten $r \in R$ und Kanten $e \in E$. Dieser kann gerichtet, ungerichtet oder ein Mix aus beiden sein. Ferner steht b für die Nachfrage und d für die Distanz. Wenn $r = j$ ist d_{rj} als willkürlich kleiner Wert δ zu interpretieren. Mit $w_j \geq 0$ werden die Gewichte einer Einrichtung bezeichnet, die zum Beispiel die Größe der Verkaufsfläche und/oder den Preisvorteil beschreiben. Die (positiven) Gewichte \bar{w}_j sind bekannte Konstanten, die Gewichte der potentiellen Einrichtungen w_j sind Entscheidungsvariablen. Der Zusammenhang zwischen der Attraktivität einer Einrichtung und der Distanz zum Kunden wird durch die Funktion $\phi_{rj} = w_j/d_{rj}$ abgebildet.

Es ist eine Menge X von s Einrichtungen fix in einem Netzwerk gegeben, die positioniert werden sollen. Die Lösung des Problems bezieht sich auf das $(r|X_s)$ von Hakimi (1983) (vgl. Abschnitt 5.2.1), wobei sich die Autoren auf eine zu errichtende Einrichtung beschränken. $J_1 \subseteq R$ beschreibt die nicht-leere Menge existierender Einrichtungen und $J_2 \subseteq R$ die Menge potenzieller Standorte. Um eine neue Einrichtung in einem Knoten zu positionieren, indem bereits eine Einrichtung existiert, wird j durch j' in J_1 mit $d_{j'} = \delta$ substituiert, so dass sich J_1 und J_2 nicht überschneiden. Die Kosten c für die Positio-

nierung einer Einrichtung in j mit w_j sind gleich $c \cdot w_j$ mit $c > 0$. Weitere Definitionen lauten:

$$\begin{aligned}\psi_r &= \max_{j \in J_1} \{\phi_{rj} = \bar{w}_j / d_{rj}\}, \text{ für alle } r \in R \text{ und} \\ E_r &= \{j \in J_1 : \phi_{rj} = \psi_r\}, \text{ für alle } r \in R.\end{aligned}$$

Als x_{rj} wird der Anteil der Nachfrage am Knoten r bezeichnet, welcher durch die neue Einrichtung befriedigt wird, die am Knoten j ($r \in R, j \in J_2$) positioniert ist (0, sonst). Die Entscheidungsvariable $y_j = 1$, wenn die neue Einrichtung am Knoten j ($j \in J_2$) positioniert ist (0, sonst). Sei $I[\cdot]$ eine Indikatorfunktion, die den Wert 1 annimmt, wenn die Bedingung in den Klammern erfüllt ist und ansonsten den Wert 0, so kann die mathematische Formulierung wie folgt wiedergegeben werden:

$$\max Z = \sum_{j \in J_2} \left(\sum_{r \in R} b_r x_{rj} - c w_j \right) \quad (40)$$

unter den Nebenbedingungen:

$$x_{rj} = \frac{1}{|E_r| + 1} I\left[\frac{w_j}{d_{rj}} = \psi_r\right] + I\left[\frac{w_j}{d_{rj}} > \psi_r\right], \text{ für alle } r \in R, j \in J_2, \quad (41)$$

oder alternativ für Gleichung (41)

$$x_{rj} = \frac{w_j y_j / d_{rj}}{w_j y_j / d_{rj} + \sum_{j' \in J_1} \bar{w}_{j'} / d_{rj'}}, \text{ für alle } r \in R, j \in J_2, \quad (42)$$

$$\sum_{j \in J_2} y_j = 1, \quad (43)$$

$$y_j \in \{0, 1\}, \text{ für alle } j \in J_2, \quad (44)$$

$$x_{rj} \geq 0, \text{ für alle } r \in R, j \in J_2, \quad (45)$$

$$w_j \geq 0, \text{ für alle } j \in J_2. \quad (46)$$

Gleichung (40) stellt die gewinnmaximierende Zielfunktion dar. Die beiden Gleichungen (41) und (42) sind als jeweils eine Alternative zu sehen. Hinsichtlich der ersten Gleichung nehmen wir an, dass der Kunde in Nachfragepunkt r seine Nachfrage gleichmäßig zwischen allen Einrichtungen verteilt, die für ihn am attraktivsten sind. Mit diesem Verhalten ignoriert der Kunde alle Einrichtungen, die für ihn nicht maximal sind. Letztlich ist x_{rj}

als Verhältnis einer Einrichtung gegenüber allen anderen Einrichtungen zu sehen, wie wir es bereits beim Huff-Modell kennen gelernt haben. Mit Gleichung (43) wird bestimmt, dass nur eine Einrichtung geöffnet wird und die Gleichungen (44) bis (46) stellen die Wertebereiche dar. Für die Beschreibung auf das Lösungsverfahren verweisen wir auf die vorgestellte Arbeit.

5.2.4 Multiple-Location-Modell

Die Autoren Achabal u. a. (1982) entwickeln ein Standortmodell, das *Multiple Store Location Model* (kurz MULTILOC Modell), bei dem sie das so genannte *Multiplicative Competitive Interaction Model* (MCI-Modell) (vgl. ausführlich Nakanishi u. Cooper (1974)) mit einer gewinnmaximierenden Zielfunktion erweitern. Beginnen wir mit einer kurzen Erläuterung des MCI, dessen allgemeine Form Gleichung (47) wiedergibt:

$$P_{rj} = \frac{\left(\prod_{l=1}^L h_{lrj}^{\beta_l} \right)}{\left[\sum_{j' \in J} \left(\prod_{l=1}^L h_{lrj'}^{\beta_l} \right) \right]} \text{ für alle } r \in R \text{ und } j \in J \quad (47)$$

mit

- P_{rj} Wahrscheinlichkeit, mit der ein Kunde aus r den Standort j auswählt;
- h_{lrj} Ausprägung der l -ten erklärenden Variablen des Kunden r in Bezug auf Standort j ;
- β_l zu schätzender Parameter, der die Sensitivität von P_{rj} bezüglich der Variablen l repräsentiert.

Die modelltheoretische Weiterentwicklung des MCI-Modells, aufbauend auf dem Modell von Huff (1964), besteht darin, die attraktivitäts- und distanzbestimmenden Faktoren umfassender zu operationalisieren.¹⁹ Dieses Modell stellt die Basis für das MULTILOC dar, welches in die Problemklasse der *Competitive Facility Location and Design Problem* (kurz CFLDP) eingeordnet wird und der Kategorie $-/N/R/ \oslash /M/n/C$ folgt. Alternativ

¹⁹Ob wirklich von einer Weiterentwicklung des Huff-Modells gesprochen werden kann, ist nicht einheitlich in der Literatur dargestellt. So sprechen Cooper u. Nakanishi (1988) (S. 21 f.) von einem eigenen Modell, welches auf „Kotlers Theorem“ aus dem Bereich der Marktanteilsmodelle basiert.

können, implizit über die Operationalisierung von h_{lrj} , Mill-Pricing Strategien oder eine echte Preisdiskriminierung berücksichtigt werden.

Die Menge aller existierenden Einrichtungen im Markt ist J , die Menge der potentiellen Standorte für die neuen Einrichtungen wird in Anlehnung an die bereits verwendete Notation mit $J_2 \subset J$ bezeichnet. Mit f_{oj} als die Fixkosten einer Einrichtung am Standort j mit dem Design o , b_r als die Gesamtausgaben (Umsatz) der Kunden aus r und v_j als anteiliger Deckungsbeitrag einer Einrichtung am Standort j lautet die mathematische Formulierung des MULTILOOC:

$$\max Z = \sum_{r \in R} \sum_{j \in J_2} v_j b_r P_{rj} - \sum_{j \in J_2} \sum_{o \in O} f_{oj} y_{oj} \quad (48)$$

unter den Nebenbedingungen:

$$\sum_{o \in O} \sum_{j \in J_2} y_{oj} = s, \quad (49)$$

$$\sum_{o \in O} y_{oj} \leq 1, \quad \text{für alle } j \in J, \quad (50)$$

und der Erweiterung von (47) mit

$$P_{rj} = \frac{\sum_{o \in O} \left(\prod_{l=1}^L h_{lrj_o}^{\beta_{l_o}} y_{oj} \right)}{\sum_{j \in J_2} \sum_{o \in O} \left(\prod_{l=1}^L h_{lrj_o}^{\beta_{l_o}} y_{oj} \right) + \sum_{j' \in J} \left(\prod_{l=1}^L h_{lrj'}^{\beta_{l_{j'}}} \right)} \quad (51)$$

indem die Entscheidungsvariable y_{oj} eingebunden wird (mit 1, wenn eine Einrichtung j mit einem Design o an Standort j positioniert wird (0, sonst)). Das tiefer gestellte o von l bezieht sich auf den o -ten Wert von dem Attribut l . Mit der Zielfunktion (48) wird der Gewinn maximiert. Die Summe von $\sum_{r \in R} \sum_{j \in J_2} b_r P_{rj}$ stellt die erwarteten Umsatz mit s neuen Einrichtungen dar. Multiplizieren wir diesen mit dem anteiligen Deckungsbeitrag v_j der Einrichtungen j , erhalten wir den Gesamtdeckungsbeitrag, von dem die fixen Kosten subtrahiert werden. Gleichung (49) bestimmt die Anzahl s der neuen Einrichtungen und Gleichung (50) bestimmt, dass höchstens eine Einrichtung mit dem Design o bei Standort j positioniert werden kann.

Die Autoren beschreiben darüber hinaus Lösungsprozeduren (zum Beispiel Austauschheuristiken), die jedoch nicht der weitere Gegenstand des vorliegenden Beitrages sind.

In einem aktuellen Beitrag von Aboolian u. a. (2007) wird im Rahmen des CFLDP neben der Auswahl von Standorten aus einer Menge potenzieller Standorte auch deren Ausgestaltung in ein MCI-Typ-Modell aufgenommen.

5.2.5 Gravity- p -Median-Modell

Es handelt sich bei diesem Modell um die Kategorie $-/N/R/ \circ /P/n/C$. Es besteht das gleiche Ziel, die Gesamtdistanz zu minimieren, wie wir es beim p -Median-Problem kennen gelernt haben. Drezner u. Drezner (2007) präsentieren jedoch eine neue Formulierung für das p -Median-Problem (vgl. Abschnitt 4.1), bei der die Auswahlwahrscheinlichkeiten von Kunden mit Hilfe des Gravity-Ansatzes berücksichtigt werden. Das heißt, die entscheidende Kritik und Erweiterung der neuen Formulierung ist die Aufhebung der Annahme, dass jeder Nachfragepunkt von der nächst gelegenen Einrichtung bedient wird. R steht für die Knotenmenge und b_r für die Nachfrage des Knotens r . Wie bereits in den vorangegangenen Abschnitten dargestellt, ist U_{rj} der Nutzen von einer Einrichtung, die sich in j befindet, für einen Kunden, der sich in r befindet. Dabei ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Kunde in r durch eine Einrichtung j bedient wird, proportional zu U_{rj} . Das Nutzenmaß hängt von der Distanz und der Attraktivität der Einrichtung ab. Wir nehmen ferner an, dass J die Knotenmenge ist, in der sich die Einrichtungen befinden. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Kunde in Nachfragepunkt r die Einrichtung j mit $j \in J$ nutzt, lässt sich somit wie folgt darstellen:

$$\frac{U_{rj}}{\sum_{j' \in J} U_{rj'}} b_r, \text{ für alle } r \in R,$$

und kann mit der Nachfrage b_r multipliziert werden. Somit erhalten wir den Nachfrageanteil für den Knoten r , der durch Einrichtung j bedient wird.

Die Zielfunktion $f(J)$ (als die Gesamtdistanz, welche durch alle Kunden zu deren ausgewählten Einrichtungen der Menge J zurückgelegt wird) lautet:

$$f(J) = \sum_{r \in R} \sum_{j \in J} b_r d_{rj} \frac{U_{rj}}{\sum_{j' \in J} U_{rj'}} = \sum_{r \in R} \left\{ \frac{b_r}{\sum_{j' \in J} U_{rj'}} \sum_{j \in J} U_{rj} d_{rj} \right\}$$

$$= \sum_{r \in R} \left\{ b_r \frac{\sum_{j \in J} U_{rj} d_{rj}}{\sum_{j \in J} U_{rj}} \right\}. \quad (52)$$

Den Term $\frac{\sum_{j \in J} U_{rj} d_{rj}}{\sum_{j \in J} U_{rj}}$ bezeichnen die Autoren als „Durchschnittsdistanz“ von r für eine gegebene Menge J . Folglich lautet die Formulierung des Gravity- p -Median-Modells:

$$\min_J \left\{ f(J) = \sum_{r \in R} b_r \frac{\sum_{j \in J} U_{rj} d_{rj}}{\sum_{j \in J} U_{rj}} \right\}. \quad (53)$$

Nachfolgend analysieren die Autoren die Eigenschaften der vorgestellten Formulierung und beweisen, dass das Gravity- p -Median-Modell den Eigenschaften des Standard 1-Median-Modells entspricht. Zur Lösung präsentieren die Autoren zwei Heuristiken (die *schrittweise Senkung* und ein *Tabu Search*) mit umfangreichen numerischen Beispielen.

6 Zusammenfassung

Zusammenfassend lässt sich festhalten:

1. Es ist festzustellen, dass alle LA-Modelle und LC-Modelle unter Berücksichtigung von Wettbewerb in der Regel als Entscheidungshilfe für die Eröffnung neuer Standorte beziehungsweise für eine Verschiebung und Eröffnung neuer Standorte zur gleichen Zeit dienen. Es ist jedoch nur eine geringe Anzahl an Veröffentlichungen zu finden, die sich mit der Standortschließung beschäftigen (vgl. Wang u. a. (2003)). Einen ersten Überblick hierzu ist in ReVelle u. a. (2007) zu finden.
2. Bei kontinuierlichen wie bei diskreten Standortmodellen unter Wettbewerb als Weiterentwicklung der LA-Modelle ist die Berücksichtigung des empirischen Kundenwahlverhaltens ein Forschungsschwerpunkt. Der Literaturüberblick mit den skizzierten Beiträgen hat gezeigt, dass die Integration des beobachteten Wahlverhaltens mit einer verbesserten Abbildung und somit mit einer realitätsnäheren Planung von Standorten unter Wettbewerb einhergeht. Des Weiteren konnten wir feststellen, dass das Wahlverhalten der Kunden nicht explizit modellendogen abgebildet wird. Damit ergibt sich folgende Überlegung: Wir gehen von einem rational handelnden Kunden aus, der die Einrichtung auswählt, die den größten Nutzen für

ihn aufweist. Der für das Aufsuchen einer Einrichtung erforderliche Zeitaufwand liefert einen negativen Nutzenbeitrag. Somit ist eine Endogenisierung des Wahlverhaltens erforderlich, denn der Zeitaufwand wird durch die Lösung der Standortplanung determiniert. Erstmals greift Perales (2002) die Gedanken auf, indem sie das MCI-Modell in die Modellformulierung integriert und die Standorteröffnung in Abhängigkeit von einem Schwellenwert der Kundennachfrage stellt.

Aus der Sicht des Kunden ist die Wahl einer Filiale ein so genanntes diskretes Entscheidungsproblem, wobei die Menge der Filialen die Alternativen repräsentieren. Zur Abbildung derartiger Wahlentscheidungen haben sich Wahlmodelle (sog. Zufallsnutzenmodelle), zum Beispiel das multinomiale Logit-Modell, etabliert (vgl. Train (2003)). Im Hinblick auf die Standortplanung stellt sich daher die Frage, inwieweit die nutzentheoretisch fundierten Ergebnisse einer Logit-Analyse explizit in ein Modell der Standortplanung integriert werden können. Dies ist der zentrale Gegenstand unseres Teil 2 in der zweiteiligen Schriftenreihe zur Standortplanung unter Wettbewerb (vgl. Haase u. Hoppe (2008)).

Literatur

- [Aboolian u. a. 2007] ABOOLIAN, R. ; BERMAN, O. ; KRASS, D.: Competitive facility location and design problem. In: *European Journal of Operational Research* 182 (2007), Nr. 1, S. 40–62
- [Achabal u. a. 1982] ACHABAL, D.D. ; GORR, W.L. ; MAHAJAN, V.: MULTILOC: A multiple store location decision model. In: *Journal of Retailing* 58 (1982), Nr. 2, S. 5–25
- [Bhadury u. a. 2003] BHADURY, J. ; EISELT, H.A. ; JARAMILLO, J.H.: An alternating heuristic for medianoid and centroid problems in the plane. In: *Computers & Operations Research* 30 (2003), Nr. 4, S. 553–565
- [Brimberg u. Shali 2005] BRIMBERG, J. ; SHALI, S.: A continuous location-allocation problem with zone-dependent fixed cost. In: *Annals of Operations Research* 136 (2005), S. 99–115
- [Church u. ReVelle 1974] CHURCH, R.L. ; REVELLE, C.S.: The maximal covering location problem. In: *Papers in Regional Science* 32 (1974), Nr. 1, S. 101–118
- [Church u. Weaver 1986] CHURCH, R.L. ; WEAVER, J.R.: Theoretical links between median and coverage location problems. In: *Annals of Operations Research* 6 (1986), Nr. 1, S. 1–19
- [Cooper u. Nakanishi 1988] COOPER, L.G. ; NAKANISHI, M.: *Market-Share Analysis: Evaluating Competitive Marketing Effectiveness*. Kluwer Academic Pub, 1988
- [Current u. a. 2002] CURRENT, J. ; M., Daskin ; SCHILLING, D.: Discrete network location models. In: DREZNER, Z. (Hrsg.) ; H.W., Hamacher (Hrsg.): *Facility Location: Application and Theory*. Berlin : Springer, 2002, S. 81–118
- [Dasci u. Laporte 2005] DASCI, A. ; LAPORTE, G.: A continuous model for multistore competitive location. In: *Operations Research* 53 (2005), Nr. 2, S. 263–280

- [Domschke u. Drexl 1996] DOMSCHKE, W. ; DREXL, A.: *Logistik: Standorte*. 4. Aufl. Oldenbourg, 1996
- [Domschke u. a. 2004] DOMSCHKE, W. ; DREXL, A. ; MAYER, G.: Betriebliche Standortplanung. In: ARNOLD, D. (Hrsg.) ; ISERMANN, H. (Hrsg.) ; KUHN, A. (Hrsg.) ; TEMPELMEIER, H. (Hrsg.): *Handbuch Logistik* Bd. 2. Springer, 2004, S. A3–1 – A3–14
- [Drezner 1994] DREZNER, T.: Locating a single new facility among existing, unequally attractive facilities. In: *Journal of Regional Science* 34 (1994), Nr. 2, S. 237–252
- [Drezner 1995] DREZNER, T.: Competitive facility location in the plane. In: DREZNER, Z. (Hrsg.): *Facility Location: A Survey of Applications and Methods*. Berlin : Springer, 1995, S. 285–300
- [Drezner u. Drezner 1996] DREZNER, T. ; DREZNER, Z.: Competitive facilities: Market share and location with random utility. In: *Journal of Regional Science* 36 (1996), Nr. 1, S. 1–15
- [Drezner u. Drezner 1997] DREZNER, T. ; DREZNER, Z.: Replacing continuous demand with discrete demand in a competitive location model. In: *Naval Research Logistics* 44 (1997), Nr. 1, S. 81–95
- [Drezner u. Drezner 1998] DREZNER, T. ; DREZNER, Z.: Facility location in anticipation of future competition. In: *Location Science* 6 (1998), Nr. 1-4, S. 155–173
- [Drezner u. Drezner 2002] DREZNER, T. ; DREZNER, Z.: Validating the gravity-based competitive location model using inferred attractiveness. In: *Annals of Operations Research* 111 (2002), S. 227–237
- [Drezner u. Drezner 2004] DREZNER, T. ; DREZNER, Z.: Finding the optimal solution to the Huff based competitive location model. In: *Computational Management Science* 36 (2004), Nr. 1, S. 1–15
- [Drezner u. Drezner 2007] DREZNER, T. ; DREZNER, Z.: The gravity p-median model. In: *European Journal of Operational Research* 179 (2007), Nr. 3, S. 1239–1251

- [Drezner u. a. 2002] DREZNER, T. ; DREZNER, Z. ; SHIODE, S.: A threshold-satisfying competitive location model. In: *Journal of Regional Science* 42 (2002), Nr. 2, S. 287–299
- [Drezner u. Eiselt 2002] DREZNER, T. ; EISELT, H.A.: Consumers in competitive location models. In: DREZNER, T. und Hamacher H. (Hrsg.): *Facility Location: Applications and Theory*. Berlin, Heidelberg : Springer, 2002, S. 151–178
- [Drezner u. Hamacher 2002] DREZNER, Z. ; HAMACHER, H.: *Facility Location: Applications and Theory*. Springer, 2002
- [Drezner u. a. 1998] DREZNER, Z. ; WESOŁOWSKY, G.O. ; DREZNER, T.: On the logit approach to competitive facility location. In: *Journal of Regional Science* 38 (1998), Nr. 2, S. 313–327
- [Eiselt 1998] EISELT, H.A.: Perception and information in a competitive location model. In: *European Journal of Operational Research* 108 (1998), Nr. 1, S. 94–105
- [Eiselt u. Laporte 1989a] EISELT, H.A. ; LAPORTE, G.: Competitive spatial models. In: *European Journal of Operational Research* 39 (1989), Nr. 3, S. 231–242
- [Eiselt u. Laporte 1989b] EISELT, H.A. ; LAPORTE, G.: The maximum capture problem in a weighted network. In: *Journal of Regional Science* 29 (1989), Nr. 3, S. 433–439
- [Eiselt u. Laporte 1995] EISELT, H.A. ; LAPORTE, G.: Objectives in Location Problems. In: DREZNER, Z. (Hrsg.): *Facility Location: A Survey of Applications and Methods*. Berlin : Springer, 1995, S. 151–180
- [Eiselt u. a. 1993] EISELT, H.A. ; LAPORTE, G. ; THISSE, J.F.: Competitive location models: A framework and bibliography. In: *Transportation Science* 27 (1993), Nr. 1, S. 44–54
- [Fischer 1997] FISCHER, K.: *Standortplanung unter Berücksichtigung verschiedener Marktbedingungen*. Springer, 1997

- [Ghosh u. a. 1995] GHOSH, A. ; S., McLafferty ; CRAIG, C.S.: Multifacility retail networks. In: DREZNER, Zvi (Hrsg.): *Facility Location: A Survey of Applications and Methods*. Berlin : Springer, 1995, S. 301–330
- [Güth 1999] GÜTH, W.: *Spieltheorie und ökonomische (Bei) Spiele*. Springer, 1999
- [Haase u. Hoppe 2008] HAASE, K. ; HOPPE, M.: *Standortplanung unter Wettbewerb Teil 2: Integration diskreter Auswahlentscheidungen*. http://tu-dresden.de/die_tu_dresden/fakultaeten/vkw/iwv/bwl/research. Version: 2008. – TU Dresden, Fakultät Verkehrswissenschaften Friedrich List, Diskussionsbeiträge aus dem Institut für Wirtschaft und Verkehr, 10. Jg., Nr. 2, S. 1-1000
- [Hakimi 1964] HAKIMI, S.L.: Optimum locations of switching centers and the absolute centers and medians of a graph. In: *Operations Research* 12 (1964), Nr. 3, S. 450–459
- [Hakimi 1965] HAKIMI, S.L.: Optimum distribution of switching centers in a communication network and some related graph theoretic problems. In: *Operations Research* 13 (1965), Nr. 3, S. 462–475
- [Hakimi 1983] HAKIMI, S.L.: Locating new facilities in a competitive environment. In: *European Journal of Operational Research* 12 (1983), Nr. 1, S. 29–35
- [Hansmann 2006] HANSMANN, K.W.: *Industrielles Management*. Oldenbourg, 2006
- [Hotelling 1929] HOTELLING, H.: Stability in competition. In: *Economic Journal* 39 (1929), S. 41–57
- [Huff 1964] HUFF, D.L.: Defining and estimating a trading area. In: *Journal of Marketing* 28 (1964), Nr. 3, S. 34–38
- [Klamroth 2001] KLAMROTH, K.: A reduction result for location problems with polyhedral barriers. In: *European Journal of Operational Research* 130 (2001), Nr. 3, S. 486–497

- [Klamroth 2004] KLAMROTH, K.: Algebraic properties of location problems with one circular barrier. In: *European Journal of Operational Research* 154 (2004), Nr. 1, S. 20–35
- [Klose u. Drexl 2005] KLOSE, A. ; DREXL, A.: Facility location models for distribution system design. In: *European Journal of Operational Research* 162 (2005), Nr. 1, S. 4–29
- [Marianov u. Serra 2002] MARIANOV, V. ; SERRA, D.: Location problems in the public sector. In: DREZNER, Z. (Hrsg.) ; H.W., Hamacher (Hrsg.): *Facility Location: Application and Theory*. Berlin : Springer, 2002, S. 119–150
- [McGarvey u. Cavalier 2005] MCGARVEY, R.G. ; CAVALIER, T.M.: Constrained location of competitive facilities in the plane. In: *Computers & Operations Research* 32 (2005), S. 359–378
- [Nakanishi u. Cooper 1974] NAKANISHI, M. ; COOPER, L.G.: Parameter estimation for a multiplicative competitive interaction model. In: *Journal of Marketing Research* 11 (1974), Nr. 3, S. 305 – 311
- [Nakanishi u. a. 1974] NAKANISHI, M. ; COOPER, L.G. ; KASSARJIAN, H.H.: Voting for a political candidate under conditions of minimal information. In: *The Journal of Consumer Research* 1 (1974), Nr. 2, S. 36 – 43
- [Owen u. Daskin 1998] OWEN, S.H. ; DASKIN, M.S.: Strategic facility location: A review. In: *European Journal of Operational Research* 111 (1998), Nr. 3, S. 423–447
- [Perales 2002] PERALES, Rosa C.: *Consumer Choice in Competitive Location Models*. Barcelona, Universitat Pompeu Fabra, Diss., 2002
- [Plastria 2001] PLASTRIA, F.: Static competitive facility location: An overview of optimisation approaches. In: *European Journal of Operational Research* 129 (2001), Nr. 3, S. 461–470
- [Plastria 2002] PLASTRIA, F.: Continuous covering location problems. In: DREZNER, Z. (Hrsg.) ; H.W., Hamacher (Hrsg.): *Facility Location: Applications and Theory*. Berlin : Springer, 2002, S. 37–79

- [Plastria 2005] PLASTRIA, F.: Avoiding cannibalisation and/or competitor reaction in planar single facility location. In: *Journal of the Operations Research Society of Japan* 48 (2005), Nr. 2, S. 148–157
- [Plastria u. Vanhaverbeke 2008] PLASTRIA, F. ; VANHAVERBEKE, L.: Discrete models for competitive location with foresight. In: *Computers & Operations Research* 35 (2008), Nr. 3, S. 683–700
- [ReVelle 1986] REVELLE, C.S.: The maximum capture or „sphere of influence“ location problem: Hotelling revisited on a network. In: *Journal of Regional Science* 26 (1986), Nr. 2, S. 343–358
- [ReVelle u. Eiselt 2005] REVELLE, C.S. ; EISELT, H.A.: Location analysis: A synthesis and survey. In: *European Journal of Operational Research* 165 (2005), Nr. 1, S. 1–19
- [ReVelle u. a. 2008a] REVELLE, C.S. ; EISELT, H.A. ; DASKIN, M.S.: A bibliography for some fundamental problem categories in discrete location science. In: *European Journal of Operational Research* 184 (2008), Nr. 3, S. 817–848
- [ReVelle u. a. 2007] REVELLE, C.S. ; MURRAY, A.T. ; SERRA, D.: Location models for ceding market share and shrinking services. In: *Omega* 35 (2007), S. 533–540
- [ReVelle u. a. 2008b] REVELLE, C.S. ; SCHOLSSBERG, M. ; WILLIAMSA, J.: Solving the maximal covering location problem with heuristic concentration. In: *Computers & Operations Research* 35 (2008), S. 427–435
- [Schilling u. a. 1993] SCHILLING, D.A. ; JAYARAMAN, V. ; BARKHI, R.: A review of covering models in facility location. In: *Location Science* 1 (1993), S. 25–55
- [Serra u. a. 1999] SERRA, D. ; EISELT, H.A. ; LAPORTE, G. ; REVELLE, C.S.: Market capture models under various customer-choice rules. In: *Environment and Planning B: Planning and Design* 26 (1999), Nr. 5, S. 741–750
- [Serra u. ReVelle 1995] SERRA, D. ; REVELLE, C.S.: Competitive location in discrete space. In: DREZNER, Z. (Hrsg.): *Facility Location, A Survey of Applications and Methods*. Springer, 1995, S. 367–386

- [Train 2003] TRAIN, K.: *Discrete Choice Methods with Simulation*. Cambridge University Press, 2003
- [Varian 1994] VARIAN, H.R.: *Mikroökonomie, 3. Auflage*. Oldenbourg Verlag, München, 1994
- [Wang u. a. 2003] WANG, Q. ; BATTA, R. ; BHADURY, J. ; RUMP, M.C.: Budget constrained location problem with opening and closing of facilities. In: *Computers & Operations Research* 30 (2003), Nr. 13, S. 2047–2069
- [Woite u. Domschke 2003] WOITE, G. ; DOMSCHKE, W.: *Standortplanung unter Wettbewerb*. 2003. – Diplomarbeit, TU Darmstadt

SEIT 1998 SIND FOLGENDE DISKUSSIONSBEITRÄGE ERSCHIENEN:

- 1/1998 Röhl, Klaus-Heiner: Gewerbeflächenmanagement in Agglomerationsräumen - Institutionelle Lösungsansätze und die Einflußmöglichkeiten der Regionalplanung**
- 2/1998 Bröcker, Johannes und Frank Richter: Entwicklungsmuster ostdeutscher Stadtregionen nach 1945**
- 3/1998 Bröcker, Johannes: Welfare Effects of a Transport Subsidy in a Spatial Price Equilibrium**
- 4/1998 Bröcker, Johannes: Spatial Effects of Transeuropean Networks: preliminary results from a spatial computable general equilibrium analysis**
- 5/1998 Bröcker, Johannes: Spatial Effects of Transport Infrastructure: The Role of Market Structure**
- 1/1999 Bröcker, Johannes und Martin Schneider: How does Economic development in Eastern Europe affect Austria's regions? A multiregional general equilibrium framework**
- 2/1999 Richter, Frank: Ökonomische Hintergründe der Verwaltungsreform von 1952 in der DDR**
- 1/2000 Röhl, Klaus-Heiner: Die Eignung der sächsischen Agglomerationsräume als Innovations- und Wachstumspole für die wirtschaftliche Entwicklung des Landes**
- 2/2000 Röhl, Klaus-Heiner: Der Aufbau der ostdeutschen Infrastruktur und sein Beitrag zur wirtschaftlichen Entwicklung in Sachsen**
- 3/2000 Kummer, Sebastian; Mating, Anette; Käsbauer, Markus; Einbock, Marcus: Franchising bei Verkehrsbetrieben**
- 4/2000 Westphal, Jan R.: Komplexitätsmanagement in der Produktionslogistik**
- 5/2000 Röhl, Klaus-Heiner: Saxony's Capital Dresden – on the Way to become Eastern Germany's first "Innovative Milieu"?**
- 6/2000 Schramm, Hans-Joachim: Electronic Commerce im Lebensmitteleinzelhandel - Auswertung einer Konsumentenbefragung im Großraum Dresden**
- 1/2001 Schramm, Hans-Joachim; Veith, Elisabeth: Schwerlasttransport auf deutschen Straßen, Ergebnisse einer Befragung deutscher Schwerlasttransportunternehmen**
- 2/2001 Schramm, Hans-Joachim; Eberl, Katharina: Privatisierung und Going Public von staatlichen Eisenbahnunternehmen - Versuch eines adaptiven Vergleichs zwischen Japan und Deutschland**

- 1/2002 Kummer, Sebastian; Schmidt, Silvia: Methodik der Generierung und Anwendung wertorientierter Performance-Kennzahlen zur Beurteilung der Entwicklung des Unternehmenswertes von Flughafenunternehmen
- 2/2002 Wieland, Bernhard: Economic and Ecological Sustainability - The Identity of Opposites?
- 1/2003 Freyer, Walter; Groß, Sven: Tourismus und Verkehr - Die Wechselwirkungen von mobilitätsrelevanten Ansprüchen von touristisch Reisenden und Angeboten (touristischer) Transportunternehmen
- 2/2003 Stopka, Ulrike; Urban, Thomas: Implikationen neuer Vertriebs- und Distributionsformen auf das Customer Relationship Management und die Gestaltung von virtuellen Marktplätzen im BtoC-Bereich
- 1/2004 Hoppe, Mirko; Schramm, Hans-Joachim: Use of Interorganisational Systems - An Empirical Analysis
- 2/2004 Wieland, Bernhard; Seidel, Tina; Matthes, Andreas; Schlag, Bernhard: Transport Policy, Acceptance and the Media
- 1/2005 Brunow, Stephan; Hirte, Georg: Age Structure and Regional Income Growth
- 2/2005 Stopka, Ulrike; Urban, Thomas: Erklärungsmodell zur Beurteilung der betriebswirtschaftlichen Vorteilhaftigkeit des Kundenbeziehungsmanagements sowie Untersuchung zur Usability von Online-Angeboten im elektronischen Retailbanking
- 3/2005 Urban, Thomas: Medienökonomie
- 4/2005 Urban, Thomas: eMerging-Media: Entwicklung der zukünftigen Kommunikations- und Medienlandschaft
- 1/2006 Wieland, Bernhard: Special Interest Groups and 4th Best Transport Pricing
- 2/2006 Ammoser, Hendrik; Hoppe, Mirko: Glossar Verkehrswesen und Verkehrswissenschaften
- 1/2007 Wieland, Bernhard: Laudatio zur Verleihung der Ehrendoktorwürde an Herrn Prof. Dr. rer. pol. habil. Gerd Aberle
- 2/2007 Müller, Sven; Kless, Sascha: Veränderung der leistungsabhängigen Schwerverkehrsabgabe in Abhängigkeit der Streckenbelastung
- 1/2008 Vetter, Thomas; Haase, Knut: Alternative Bedienformen im ÖPNV – Akzeptanzstudie im Landkreis Saalkreis
- 2/2008 Haase, Knut; Hoppe, Mirko: Standortplanung unter Wettbewerb – Teil 1: Grundlagen

