

Meier, Carsten-Patrick

Working Paper

Trend und Zyklus im Bruttoinlandsprodukt der Bundesrepublik Deutschland - eine Anmerkung

Kiel Working Paper, No. 993

Provided in Cooperation with:

Kiel Institute for the World Economy – Leibniz Center for Research on Global Economic Challenges

Suggested Citation: Meier, Carsten-Patrick (2000) : Trend und Zyklus im Bruttoinlandsprodukt der Bundesrepublik Deutschland - eine Anmerkung, Kiel Working Paper, No. 993, Kiel Institute of World Economics (IfW), Kiel

This Version is available at:

<https://hdl.handle.net/10419/2464>

Standard-Nutzungsbedingungen:

Die Dokumente auf EconStor dürfen zu eigenen wissenschaftlichen Zwecken und zum Privatgebrauch gespeichert und kopiert werden.

Sie dürfen die Dokumente nicht für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, öffentlich zugänglich machen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Sofern die Verfasser die Dokumente unter Open-Content-Lizenzen (insbesondere CC-Lizenzen) zur Verfügung gestellt haben sollten, gelten abweichend von diesen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

Terms of use:

Documents in EconStor may be saved and copied for your personal and scholarly purposes.

You are not to copy documents for public or commercial purposes, to exhibit the documents publicly, to make them publicly available on the internet, or to distribute or otherwise use the documents in public.

If the documents have been made available under an Open Content Licence (especially Creative Commons Licences), you may exercise further usage rights as specified in the indicated licence.

Institut für Weltwirtschaft
Düsternbrooker Weg 120
24105 Kiel

Kieler Arbeitspapier Nr. 993

**Trend und Zyklus im Bruttoinlandsprodukt der
Bundesrepublik Deutschland — Eine Anmerkung**

von

Carsten-Patrick Meier

Juli 2000

Für den Inhalt der Kieler Arbeitspapiere sind die jeweiligen Autorinnen und Autoren verantwortlich, nicht das Institut. Da es sich um Manuskripte in einer vorläufigen Fassung handelt, wird gebeten, sich mit Anregungen und Kritik direkt an die Autorinnen und Autoren zu wenden und etwaige Zitate mit ihnen abzustimmen.

Trend und Zyklus im Bruttoinlandsprodukt der Bundesrepublik Deutschland — Eine Anmerkung*

Zusammenfassung:

Diese Anmerkung zeigt, dass das reale Bruttoinlandsprodukt der Bundesrepublik Deutschland einem trendstationären Prozess folgt. Dabei werden sowohl ökonomische Tests, bei denen die Trendstationarität die Alternativhypothese ist, eingesetzt als auch solche, bei denen sie die Nullhypothese darstellt. Beide Verfahren präferieren das trendstationäre Modell. Eine explizite Berücksichtigung von Brüchen im Trend ist für dieses Ergebnis nicht notwendig. Für die praktische Trend-Zyklus-Zerlegung im Rahmen der Konjunkturforschung hat ein Modell mit Trendbrüchen gleichwohl Vorteile.

Abstract:

This note shows that German real GDP follows a trend-stationary process. Both tests which have trend-stationarity as the alternative hypothesis as well as tests that have it under the null hypothesis prefer the trend-stationary model. Explicit consideration of breaks in the trend is not necessary to obtain this result. The trend-stationary model with breaks is, however, advantageous for trend-cycle decompositions.

Schlagworte: Trend, Konjunkturzyklus, Stationarität, Strukturbrüche
Trends, Business Cycles, Stationarity, Structural change
JEL Klassifikation: C12, C15, C32, E32

Dr. Carsten-Patrick Meier
Institut für Weltwirtschaft
24100 Kiel
Telefon: +49/431/8814-267
Fax: +49/431/8814-525
E-mail: carsten.meier@ifw.uni-kiel.de

* Ich danke Hubert Strauß und Jan Gottschalk für hilfreiche Anregungen.

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung	1
2. Tests der Hypothese der Differenzenstationarität	2
3. Tests der Hypothese der Trendstationarität.....	7
4. Zur praktischen Trennung von Trend und Zyklus.....	12
5. Schlussfolgerungen.....	14
Literatur.....	15

1. Einleitung

Seit Nelson und Plosser (1982) die Möglichkeit einer empirisch gesicherten Unterscheidung zwischen Trend und Zyklus in Frage stellten, wird intensiv diskutiert, ob die Entwicklung gesamtwirtschaftlicher Aggregate als trendstationär modelliert werden kann oder ob die von Nelson und Plosser favorisierte Alternative der Differenzenstationarität zutrifft. Im letzteren Fall wäre die für die Makroökonomik zentrale Unterscheidung zwischen dem trendmäßigen Wachstum des Produktionspotentials einer Volkswirtschaft auf der einen Seite und der Auslastung dieses Potentials im Konjunkturzyklus auf der anderen Seite obsolet, was wiederum weitreichende Folgen für die volkswirtschaftliche Forschung, die empirische Analyse und Prognose gesamtwirtschaftlicher Prozesse sowie für wirtschaftspolitische Empfehlungen hätte.

Zur Evidenz für die Bundesrepublik Deutschland in dieser wichtigen Frage hat kürzlich Werner Assenmacher (1998) in einer umfangreichen und gut dokumentierten empirischen Untersuchung Stellung genommen. Assenmacher kommt für das reale Bruttoinlandsprodukt der früheren Bundesrepublik zu dem Ergebnis, dass das differenzenstationäre Modell zwar dann nicht abgelehnt werden kann, wenn — wie beim typischen Dickey-Fuller(1979)-Test — das einfache trendstationäre Modell die Alternativhypothese darstellt, dass Ersteres jedoch zu verwerfen ist, wenn die Alternative ein trendstationäres Modell mit zwei Brüchen in den Trendkoeffizienten ist. Er empfiehlt daher, bei der Modellierung der konjunkturellen Schwankungen des Bruttoinlandsprodukts die klassische Trend-Zyklus-Zerlegung vorzunehmen, dabei allerdings die gefundenen Strukturbrüche zu berücksichtigen.

Die vorliegende Anmerkung stützt prinzipiell Assenmachers Schlußfolgerung, zeigt aber, dass die Daten es auch erlauben, die Hypothese der Differenzenstationarität des realen Bruttoinlandsprodukts zugunsten des einfacheren trendstationären Standardmodells ohne Brüche abzulehnen. Neben der geringeren Komplexität, die dieses Modell gegenüber dem von Assenmacher favorisierten bietet, hat es eine Reihe weiterer Vorteile. So impliziert es generell eine deutlich

geringere Wahrscheinlichkeit von Strukturbrüchen im langfristigen Wachstumstrend der Volkswirtschaft und eignet sich daher besser für langfristige Prognosen. Auch vereinfacht sich die ökonomische Modellierung des realen Bruttoinlandsprodukts im Rahmen multivariater Zusammenhänge, da eine asymptotische Inferenztheorie für trendstationäre Variablen mit mehreren Trendbrüchen im Gegensatz zu der für Variablen ohne Trendbrüche nicht vorliegt.¹ Überdies ist das hier vorgelegte Ergebnis der Trendstationarität des realen Bruttoinlandsprodukts statistisch besser abgesichert, da es auf einem Standardtest beruht, während für Assenmachers Test-Variante mit zwei Trendbrüchen weder eine asymptotische Theorie noch kritische Werte existieren.

Im Folgenden wird zunächst argumentiert, dass die von Assenmacher vorgelegten Dickey-Fuller-Regressionen durchaus ein Verwerfen der Nullhypothese der Differenzenstationarität des realen Bruttoinlandsprodukts nahe legen. Diesem Schluss werden anschließend die Ergebnisse von Tests, bei denen die Trendstationarität nicht die Alternativ-, sondern die Nullhypothese darstellt, gegenübergestellt, die zum Teil ebenfalls das stationäre Modell vorziehen. Abschließend wird die aus den Schätzergebnissen resultierende Trendbereinigung mit der von Assenmacher verglichen.

2. Tests der Hypothese der Differenzenstationarität

Datengrundlage der Untersuchung ist das reale Bruttoinlandsprodukt des früheren Bundesgebiets in Preisen von 1991 für die Jahre 1950 bis 1998 in der bis da-

¹ Zu den Vor- und Nachteilen der Modellierung von trendstationären Variablen mit Trendbruch vgl. Stock (1994: 2820f.)

hin gültigen Systematik der Volkswirtschaftlichen Gesamtrechnung.² Bis auf die zusätzlichen Jahre am aktuellen Rand entspricht der Datensatz dem von Assenmacher.

Ausgangspunkt der statistischen Untersuchung ist die Annahme, dass der Logarithmus des realen Bruttoinlandsprodukts, y_t , $t=1, \dots, T$, dem ARMA-Prozess

$$y_t = \mathbf{a} + gt + \mathbf{f}_0 y_{t-1} + \sum_{i=2}^k \mathbf{f}_i y_{t-i} + A(L)u_t \quad (1)$$

folgt, wobei in Anlehnung an Assenmachers Notation u_t den Innovationsterm der Gleichung bezeichnet und $A(L)$ ein unendliches Lag-Polynom mit $1 + a_1 L + a_2 L^2 + \dots$ und $\sum_{i=0}^{\infty} |a_i| < \infty$ ist; \mathbf{a} , g und $\mathbf{f}_i, i=0, \dots, k$ sind die Parameter dieses Prozesses und t steht für den Zeitindex. Ein trendstationärer Prozess ist gegeben, wenn in (1) gilt $\sum_{i=0}^k \mathbf{f}_i < 1$. Addieren sich die Koeffizienten \mathbf{f}_i dagegen zu eins auf, liegt ein differenzenstationärer Prozess vor.

Letzteres stellt bei dem von Assenmacher angewandten Dickey-Fuller-Test die Nullhypothese dar. Hierfür wird Gleichung (1) umgeformt in

$$\Delta y_t = \mathbf{a} + gt + \mathbf{f}_0^* y_{t-1} + \sum_{i=1}^{k-1} \mathbf{f}_i^* \Delta y_{t-i} + u_t \quad (2)$$

mit $\mathbf{f}_0^* = \sum_{j=1}^k \mathbf{f}_j$, $\mathbf{f}_j^* = - \sum_{i=j+1}^k \mathbf{f}_i, j=1, \dots, k-1$.

² Quelle: Statistisches Bundesamt, Zeitreihenservice. Die Daten für das reale Bruttoinlandsprodukt für die Jahre 1950 bis 1960 werden ohne das Saarland und ohne Berlin-West ausgewiesen. Um diese rein statistisch bedingte Diskontinuität zu vermeiden, werden in der vorliegenden Arbeit die Werte für das reale Bruttoinlandsprodukt der Jahre 1950 bis 1959 mit einem Faktor von 1,06213 multipliziert, der sich aus dem Verhältnis der Werte für das Bruttoinlandsprodukt mit und ohne Saarland im Überlappungsjahr 1960 ergibt. Die weitgehende Übereinstimmung in den Schätzergebnissen mit denen Assenmachers deutet darauf hin, dass auch er eine solche Korrektur vorgenommen hat.

Die Parameter werden mittels OLS geschätzt, und es wird geprüft, ob der Koeffizient f_0^* signifikant von null verschieden ist. Trifft dies zu, wird die Nullhypothese der Differenzenstationarität zugunsten der Alternativhypothese der Trendstationarität verworfen. Um verzerrungsfreie Schätzer der Parameter und der Varianz-Kovarianzmatrix zu gewährleisten, muss k so groß gewählt werden, dass der Störterm u_t frei von Autokorrelation ist.

Assenmacher stellt fest, dass für die vorliegende Zeitreihe $k-1=2$ ausreicht, um autokorrelationsfreie Residuen zu erhalten. Knüpft man an dieses Ergebnis an, so ergibt eine Schätzung der Gleichung (2) für den Zeitraum 1953 bis 1995

$$\Delta y_t = 0,711 + 0,002t - 0,098 y_{t-1} + 0,263 \Delta y_{t-1} - 0,295 \Delta y_{t-2} \quad (3)$$

(3,606) (1,857) (-3,305) (1,831) (-2,079)

$$\bar{R}^2 = 0,563, \quad LMF(2,34) = 0,267[0,767], \quad \text{Stichprobenzeitraum: 1953–1995 (T = 43),}$$

wobei die Werte in Klammern unter den Koeffizienten deren t -Statistiken darstellen. Der *LMF*-Test lässt auf Freiheit von Autokorrelation bis zur zweiten Ordnung schließen (marginales Signifikanzniveau in eckigen Klammern). Die Ergebnisse sind nahezu identisch mit denen Assenmachers (1998, Tabelle 3).³

Unterschiede ergeben sich jedoch in der Interpretation der Ergebnisse. Assenmacher schließt aus dem t -Wert von f_0^* , der mit -3,305 (bzw. -3,284 in seiner Rechnung) größer ist als der kritische Wert von -3,514 bei einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 5%, dass die Nullhypothese nicht verworfen werden kann.⁴ Er wendet sich daher einem Modell zu, in dem der deterministische Trend nicht über den gesamten Zeitraum konstant ist, sondern seine Steigung g ändern kann. Er stellt fest, dass die Nullhypothese der Nichtstationarität verworfen werden

³ Geringfügige Abweichungen können sowohl durch die Verwendung unterschiedlicher Software bedingt sein als auch durch Revisionen der Daten. Alle Schätzungen in diesem Papier wurden mit RATS 4.2 durchgeführt.

⁴ Bei einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 10% (kritischer Wert -3,18) wäre sie dagegen abzulehnen.

kann, wenn Trendstationarität mit zwei Trendbrüchen — 1961 und 1973 — die Alternativhypothese bildet.⁵

Angesichts der beiden deterministischen Komponenten in (3) stellt sich aber die Frage, ob die Verwendung der kritischen Werte von Fuller (1976) angemessen ist, denn diese wurden unter der Annahme ermittelt, dass der wahre Koeffizient des deterministischen Trends null ist. Zeichnet sich der datenerzeugende Prozess dagegen durch das Vorliegen eines deterministischen Trends aus, so ist die t -Statistik des Koeffizienten f_0^* unter $H_0: f_0^* = 0$ asymptotisch standardnormal verteilt, da die deterministische Trendkomponente die stochastische in großen Stichproben dominiert (West 1988). Ob der deterministische Trend in (3) tatsächlich signifikant von null verschieden ist, lässt sich allerdings anhand des ausgewiesenen t -Wertes des Koeffizienten g nicht bestimmen, da auch die Verteilung dieses Koeffizienten unter der Nullhypothese der Differenzenstationarität keine Standardverteilung aufweist. Dickey und Fuller (1981) haben stattdessen einen Test auf die gemeinsame Signifikanz von g und f_0^* im Format eines Standard- F -Tests vorgeschlagen und dafür kritische Werte ermittelt.⁶

In Gleichung (3) ergibt sich für den Test auf gemeinsame Signifikanz ein F -Wert von 11,573; der entsprechende kritische Wert auf dem 1%-Niveau für eine Stichprobengröße von nur 25 Beobachtungen liegt bei 10,61. Die Hypothese, dass die Koeffizienten g und f_0^* gemeinsam null sind, wird also abgelehnt. Damit kann

⁵ Allerdings ist unklar, ob das Ergebnis als statistisch gesichert angesehen werden kann. Zwar ermittelt Assenmacher für eine restringierte Variante seines Modells, die ohne Niveausprünge der Konstanten auskommt, einen empirischen t -Wert für den Koeffizienten f_0^* , der mit -4,50 deutlich unter dem von Perron (1989) für den Fall nur eines Trendbruchs ermittelten asymptotischen kritischen Wert von -3,84 $((-3,80-3,87)/2)$, vgl. Perron (1989), Tabelle V.B.) liegt. Allerdings muss bei Vorliegen mehrere Brüchen mit höheren kritischen Werten gerechnet werden, denn die von Perron für den Fall eines Bruchs tabellierten Werte sind keineswegs, wie Assenmacher argumentiert, niedriger als die Dickey-Fuller-Werte, sondern höher.

⁶ Vgl. Perron (1988) und Maddala und Kim (1998: 66) für diese Testsequenz. Danach ist zunächst anhand des Dickey-Fuller- t -Tests zu prüfen, ob die Hypothese der Differenzenstationarität zu verwerfen ist. Falls nicht, wird die Signifikanz der deterministischen Komponenten getestet.

aber auch die Hypothese der Differenzenstationarität von y_t zugunsten der Trendstationarität verworfen werden, denn der empirische t -Wert von \hat{f}_0^* liegt unter dem kritischen Wert der Standardnormalverteilung von $-1,96$.⁷ Die klassische Trend-Zyklus-Zerlegung kann ohne Berücksichtigung von Trendbrüchen vorgenommen werden.

Zum gleichen Ergebnis kommt man interessanterweise, wenn man statt des trendstationären Modells zunächst ein stationäres Modell ohne Trend als Alternativhypothese zum differenzenstationären Modell spezifiziert, also in Gleichung (1) $g=0$ setzt. Die Dickey-Fuller-Regression mit $k-1=2$ ergibt

$$\Delta y_t = 0,378 - 0,047 y_{t-1} + 0,288 \Delta y_{t-1} - 0,287 \Delta y_{t-2} \quad (4)$$

(4,462) (-4,305) (1,949) (-1,966)

$$\bar{R}^2 = 0,535, \quad LMF(2,35) = 0,193[0,825], \quad \text{Stichprobenzeitraum: 1953–1995 (T = 43)}$$

Mit $-4,305$ liegt der empirische t -Wert des Koeffizienten f_0^* deutlich unter dem kritischen Wert der Dickey-Fuller-Verteilung von $-3,58$ bei einem Signifikanzniveau von 1%, so dass die Nullhypothese der Differenzenstationarität verworfen wird. Da zudem der Dickey-Fuller- F -Test die Hypothese, dass $\mathbf{a} = \mathbf{f}_0^* = 0$, mit einem empirischen Wert von $12,62$ verwirft, fällt die Ablehnung der Nullhypothese der Differenzenstationarität noch nachdrücklicher aus, da die kritischen Werte für den t -Test von f_0^* der Standardnormalverteilung entnommen werden

⁷ Das Ergebnis wird noch deutlicher, wenn man den Schätzzeitraum um die drei seit Assenmachers Untersuchung hinzugekommenen Jahre bis 1998 erweitert. Die Regressionsfunktion lautet dann

$$\Delta y_t = 0,710 + 0,002 t - 0,098 y_{t-1} + 0,268 \Delta y_{t-1} - 0,299 \Delta y_{t-2} \quad \cdot$$

(3,955) (2,146) (-3,647) (1,940) (-2,190)

$$\bar{R}^2 = 0,576, \quad LMF(2,37) = 0,162[0,851], \quad \text{Stichprobenzeitraum: 1953–1998 (46 Beobacht.)}$$

Der Wert der Dickey-Fuller- F -Statistik beträgt nunmehr $12,472$, doch wird die Nullhypothese der Differenzenstationarität bereits durch den t -Test auf dem 5%-Niveau abgelehnt.

können, die niedriger sind als die Dickey-Fuller-Werte.⁸ Die Frage, ob das einfache stationäre Modell dem trendstationären Modell vorzuziehen ist, beantwortet übrigens die empirische t -Statistik des Koeffizienten g in Gleichung (3), die den deterministischen Trend als — schwach — signifikant von Null verschieden ausweist. Auch das höhere korrigierte Bestimmtheitsmaß (\bar{R}^2) von (3) gegenüber (4) spricht für das trendstationäre Modell.

3. Tests der Hypothese der Trendstationarität

Eine weitere Möglichkeit, den Integrationsgrad einer Zeitreihe zu bestimmen, bieten Tests, bei denen die Trendstationarität die Nullhypothese und die Differenzenstationarität die Alternativhypothese darstellen.⁹ Ein populärer Test dieser Art wurde von Kwiatkowski, Phillips, Schmidt und Shin (1992) (sog. KPSS-Test) entwickelt. Sie gehen von einem Modell aus, bei dem der konstante Term \mathbf{a}_t zeitvariabel ist:

$$y_t = \mathbf{a}_t + gt + u_t \quad u_t \approx N(0, \mathbf{s}_u^2) \quad (5)$$

$$\mathbf{a}_t = \mathbf{a}_{t-1} + \mathbf{e}_t \quad \mathbf{e}_t \approx N(0, \mathbf{s}_e^2) \quad (6)$$

Im Fall der Trendstationarität ist \mathbf{a}_t einfach eine Konstante ($\mathbf{a}_t = \mathbf{a}$) oder $H_0: \mathbf{s}_e^2 = 0$; die differenzenstationäre Alternative ist $H_1: \mathbf{s}_e^2 > 0$. Der Test ist somit ein Spezialfall eines Tests auf Parameterkonstanz gegen die Alternativhy-

⁸ Insgesamt ist das Ergebnis bemerkenswert, weil typischerweise die Güte des Dickey-Fuller-Tests abnimmt, wenn die Alternativhypothese ohne linearen Trend spezifiziert wird, das wahre Modell jedoch trendstationär ist (vgl. Perron 1988: 316). Es wäre also zu erwarten gewesen, dass $H_0: \mathbf{f}_0^* = 0$ in Gleichung (4) weniger deutlich abgelehnt wird als in Gleichung (3). Das Gegenteil ist der Fall.

⁹ Vgl. Moryson (1998), S. 183ff. für eine Übersicht.

pothese, dass die Parameter einem Random Walk folgen (Nyblom 1989, Hansen 1992).¹⁰

Die Teststatistik lässt sich prinzipiell als

$$K = \frac{\sum_{t=1}^T s_t^2}{\hat{\mathbf{S}}_u}, \quad s_t = \sum_{i=1}^t \hat{u}_i, \quad \hat{\mathbf{S}}_u = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \hat{u}_t \quad (7)$$

aus den geschätzten Residuen \hat{u}_t einer Regression von y_t auf eine Konstante und einen deterministischen Trend berechnen. Das Problem dabei ist, dass $\hat{\mathbf{S}}_u$ normalerweise nicht frei von Autokorrelation und daher verzerrt ist. Kwiatkowski et al. (1992) ersetzen daher $\hat{\mathbf{S}}_u$ durch einen semi-parametrischen Newey-West (1987)-Schätzer für die Langfrist-Varianz $\hat{\mathbf{S}}_\infty$, bei dem allerdings ein Kappungsparameter, l , bei der Analyse vorgegeben werden muss.

Zur Berechnung dieses Test wird zunächst Gleichung (5) geschätzt. Die Regression ergibt

$$y_t = 6,452 + 0,035 t \quad (8)$$

(165,382) (25,409)

$$\bar{R}^2 = 0,931, \quad DW = 0,041, \quad \text{Stichprobenzeitraum: 1950–1998 (T = 49)}$$

wobei der Durbin-Watson-Test (DW) tatsächlich das Vorliegen beträchtlicher Autokorrelation anzeigt und somit die semi-parametrische Korrektur des Varianz-Schätzers notwendig macht. In Abhängigkeit von der Höhe des Kappungsparameters l ergeben sich folgende empirische Werte für die Teststatistik K .

¹⁰ Wie sich zeigen lässt (vgl. Moryson 1998: 184ff.), impliziert die Nullhypothese der Stationarität der Zeitreihe, dass deren erste Differenz Δy_t einen nicht stationären Moving-Average-Prozess erster Ordnung $MA(1)$ folgt. Ein Test auf Stationarität einer Zeitreihe ist daher äquivalent zu einem Test auf eine MA -Einheitswurzel.

Sie sind mit dem von Kwiatkowski et al. (1992) ermittelten kritischen Wert zu vergleichen, der bei einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 5% bei 0,146 liegt:

Tabelle 1 – Empirische Werte des Tests auf Trendstationarität nach Kwiatkowski et al. (1992)

l	2	4	8	12	16
K	0,389	0,259	0,177	0,151	0,146

Quelle: Eigene Berechnungen.

Den Berechnungen zufolge lehnt der *KPSS*-Test die Nullhypothese der Trendstationarität des realen Bruttoinlandsprodukts selbst bei einem recht hohen Kap-
pungsparameter von $l = 16$ noch ab.

Leybourne und McCabe (1994) haben einen ähnlichen Test entwickelt, der allerdings ohne die nicht parametrische Schätzung der Langfrist-Varianz auskommt. Etwaige Autokorrelation in (5) wird stattdessen parametrisch aus den Residuen herausgefiltert. Sie verallgemeinern Gleichung (5) zu

$$y_t = \mathbf{a}_t + gt + \sum_{i=1}^k y_{t-i} + \mathbf{e}_t \quad , \quad \mathbf{e}_i \approx N(0, \mathbf{s}_e^2) \quad (5a)$$

Die reduzierte Form des so erweiterten Modells (5a)–(6) entspricht einem *ARIMA*($k,1,1$)-Prozess

$$\Delta y_t = \mathbf{a} + \sum_{i=1}^{k-1} \mathbf{f}_i \Delta y_{t-i} + w_t \quad , \quad w_t = \mathbf{e}_t + u_t - u_{t-1} = \mathbf{h}_t + \mathbf{q}\mathbf{h}_{t-1} \quad (9)$$

mit dem Moving-Average(*MA*)-Koeffizienten \mathbf{q} und dem Innovationsterm $\mathbf{h} \approx N(0, \mathbf{s}_h^2)$. Der Test auf Stationarität lautet wieder $H_0: \mathbf{s}_e^2 = 0$, d.h. es wird die Konstanz von \mathbf{a}_t in (5a) geprüft. Um den Test zu implementieren, wird zunächst die autokorrelationsfreie Zeitreihe $y_t^* = y_t - \sum_{i=1}^k \hat{\mathbf{f}}_i y_{t-i}$ konstruiert, wobei die Koeffizienten $\hat{\mathbf{f}}_i$ die Maximum-Likelihood-Schätzer des *ARIMA*($k,1,1$)-

Modells sind. Die Zeitreihe y_t^* wird anschließend wiederum auf eine Konstante und einen Trend regressiert und aus den Residuen die K -Statistik berechnet.¹¹

Für die praktische Umsetzung des Tests ist die Verzögerungs-Ordnung festzulegen. Hier wird $k-1$ so gewählt, dass die Residuen von (7) frei von Autokorrelation sind. Letzteres wird wiederum mit Hilfe eines LMF -Tests geprüft. Im vorliegenden Fall erwies sich $k-1=3$ als ausreichend; die Schätzung von (9) ergibt:

$$\Delta y_t = 1,141 + 1,200 \Delta y_{t-1} - 0,328 \Delta y_{t-2} + 0,128 \Delta y_{t-3} - 0,654 \mathbf{h}_{t-1} \quad (10)$$

(0,002) (3,742) (-1,208) (0,619) (-1,946)

$$\bar{R}^2 = 0,295, \quad LMF(2,37) = 0,290[0,750], \quad \text{Stichprobenzeitraum: 1954–1998 (45 Beobacht.)}$$

Die Regression (5), mit den mit Hilfe der geschätzten Koeffizienten aus (10) autokorrelationsbereinigten Werten für y , ergibt

$$y_t^* = 0,872 + 0,003 t \quad (11)$$

(133,704) (15,216)

$$\bar{R}^2 = 0,837, \quad LMF(2,40) = 0,780[0,465], \quad \text{Stichprobenzeitraum: 1953–1998 (T = 46)}$$

Anders als in (8) liegt keine Autokorrelation mehr vor. Die Teststatistik K kann direkt auf der Basis der Residuen von (11) berechnet und mit dem kritischen Wert von 0,146 verglichen werden, der auch für den $KPSS$ -Test bei 5prozentiger Irrtumswahrscheinlichkeit gilt. Mit einem empirischen K von 0,175 verwirft der Leybourne-McCabe-Test die Nullhypothese der Stationarität zwar knapper als der $KPSS$ -Test. Er kommt aber zum selben Ergebnis.

¹¹ Als Variante mit offenbar höherer Güte schlagen Leybourne und McCabe (1999) vor, die K -Statistik nicht auf Basis der geschätzten Varianz $\hat{\mathbf{s}}_u^2$ der Regression (5) zu berechnen, sondern mit Hilfe des Varianzschätzers $\tilde{\mathbf{s}}_e^2 = \hat{\mathbf{s}}_h^2 \hat{\mathbf{q}}$ unter Zugrundelegung der geschätzten Parameter des $ARIMA(k,1,1)$ -Modells (7). Im vorliegenden Fall waren die Unterschiede allerdings so gering, dass auf diese Modifikation nicht weiter eingegangen wird.

Einschränkend muss allerdings darauf hingewiesen werden, dass Simulationsstudien nachgewiesen haben, dass sowohl der *KPSS*-Test (vgl. Leybourne und McCabe 1994) als auch der Leybourne-McCabe-Test (vgl. Caner und Kilian 1998) in kleinen Stichproben die Nullhypothese sehr viel häufiger ablehnen, als es die nominal ausgewiesene Irrtumswahrscheinlichkeit anzeigt, falls die untersuchte Zeitreihe eine hohe Persistenz aufweist, der Differenzenstationarität also sehr nahe kommt. Sowohl der Schätzwert von $1 - \hat{f}_0^* = 0,91$ aus (3) als auch die Summe der autoregressiven Koeffizienten in (10) von $1,2 - 0,33 + 0,13 = 0,90$ deuten darauf hin, dass dies auf das reale Bruttoinlandsprodukt der Bundesrepublik zutreffen könnte. Aus der Ablehnung der Stationaritätshypothese durch den *KPSS*- und den Leybourne-McCabe-Test muss daher noch nicht auf einen Widerspruch zu den Ergebnissen der Tests auf Differenzenstationarität geschlossen werden.

Bemerkenswerterweise ändert sich das Resultat des Leybourne-McCabe-Tests, wenn Gleichung (5a) ohne den deterministischen Trend als Ausgangsmodell gewählt wird und die Koeffizienten für die Autokorrelationsbereinigung entsprechend aus einem ARIMA-Modell ohne Konstante geschätzt werden, was angesichts der Insignifikanz des konstanten Gliedes in Gleichung (10) (*t*-Wert: 0,002) empirisch zulässig erscheint. Die Schätzung ergibt:

$$\Delta y_t = 1,301 \Delta y_{t-1} - 0,330 \Delta y_{t-2} - 1,189 h_{t-1} \quad (12)$$

(7,252) (-1,945) (-6,661)

$$\bar{R}^2 = 0,570, \quad LMF(2,39) = 0,968[0,389], \quad \text{Stichprobenzeitraum: 1953–1998 (T = 46)}$$

Die dazugehörige Hilfsregression (5) mit $g=0$ führt zu

$$y_t^* = 0,239 \quad (13)$$

(85,086)

$$\bar{R}^2 = 0,000, \quad LMF(2,42) = 1,953[0,154], \quad \text{Stichprobenzeitraum: 1952–1998 (T = 47),}$$

und die aus deren Residuen berechnete empirischen *K*-Statistik hat einen Wert von 0,085. Der kritische Wert für ein Modell ohne Trend liegt bei einer Irrtums-

wahrscheinlichkeit von 5% (10%), Kwiatkowski et al. (1992) zufolge, bei 0,463 (0,347). Die Nullhypothese der Stationarität wird also nicht verworfen.

Somit ergibt sich eine Analogie zum Augmented Dickey-Fuller- t -Test auf Differenzenstationarität oben, der ebenfalls das differenzenstationäre Modell favorisiert, wenn die Alternative das trendstationäre Modell ist, während er das Erstere verwirft, wenn ein stationäres Modell ohne Trend die Alternativhypothese darstellt. Offenbar ist die Anpassung des trendstationären Modells ohne Bruch an das reale Bruttoinlandsprodukt der Bundesrepublik tatsächlich, wie schon von Assenmacher (1998) vermerkt, so schlecht, dass die implizit getestete Hypothese, dass das reale Bruttoinlandsprodukt stationär um einen konstanten Wachstumstrend schwankt, verworfen wird bzw. die Differenzenstationarität nicht verworfen wird. Die Tatsache, dass die jeweilige Reformulierung der Tests, die ohne die Annahme des konstanten Wachstumstrends auskommt, dazu führt, dass das stationäre Modell bevorzugt wird, deutet aber darauf hin, dass die Stationarität des realen Bruttoinlandsprodukts die sinnvollere Hypothese ist.

4. Zur praktischen Trennung von Trend und Zyklus

Auch wenn Trendbrüche für den Nachweis der Stationarität des realen Bruttoinlandsprodukts nicht erforderlich sind, hat ihre Berücksichtigung für die praktische Trennung von Trend und Zyklus erhebliche Vorteile. Assenmacher (1998) schlägt vor, den Wachstumsprozess der Bundesrepublik in drei Phasen zu unterteilen, die 50er Jahre, die 60er und frühen 70er Jahre sowie die Zeit danach, wobei er als genaue Zeitpunkte für die Trendbrüche die Jahre 1961 und 1973 wählt. Etwas Experimentieren mit einer modifizierten Gleichung (2) mit zwei Trendbrüchen zu den Zeitpunkten B_1 und B_2

$$\Delta y_t = \mathbf{a} + gt + g_{B_1} t_1 + g_{B_2} t_2 + \mathbf{f}_0^* y_{t-1} + \sum_{i=1}^{k-1} \mathbf{f}_i^* \Delta y_{t-i} + u_t \quad (14)$$

$$t_1 = \begin{cases} t - B_1 & \text{für sonst } t > B_1 \\ 0 & \end{cases}$$

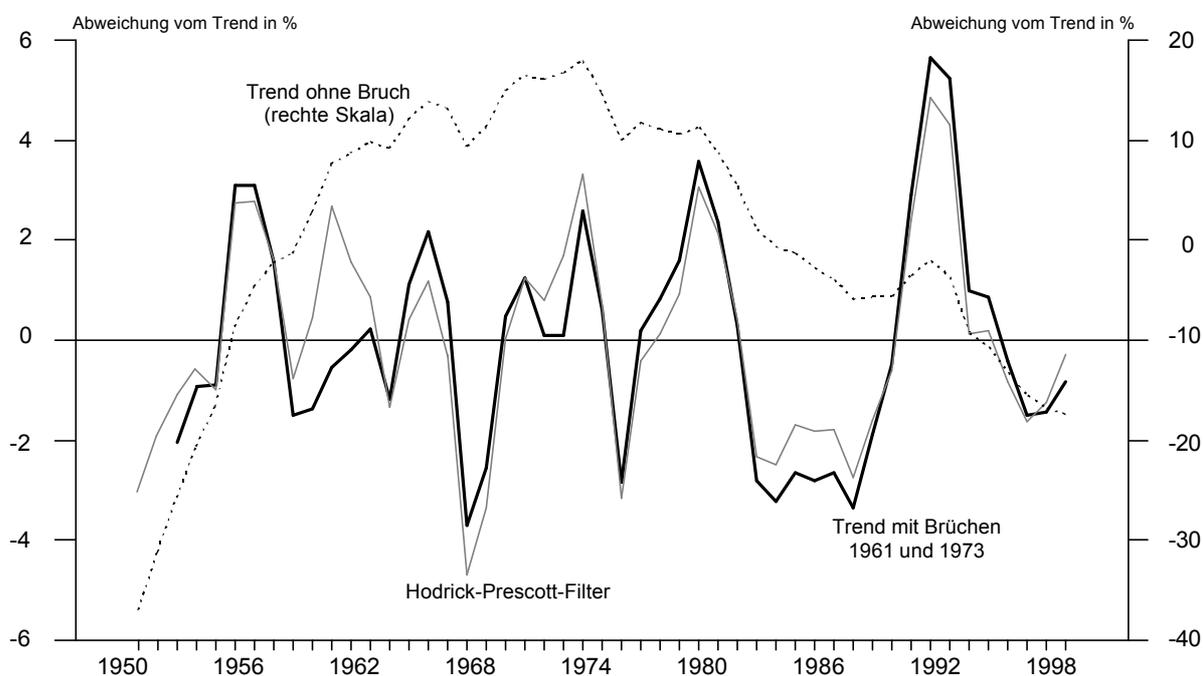
$$t_2 = \begin{cases} t - B_2 & \text{für sonst } t > B_2 \\ 0 & \end{cases}$$

ergibt, dass die Anpassung der Gleichung, gemessen am \bar{R}^2 , tatsächlich bei diesen Bruchzeitpunkten maximal ist. Regressiert man y_t nur auf die deterministischen Terme dieser Gleichung, erhält man für den Zeitraum 1950–1998

$$y_t = 6,096 + 0,074t - 0,033t_1 - 0,020t_2. \quad (15)$$

Die trendmäßigen Wachstumsraten des realen Bruttoinlandsprodukts für die drei Perioden ergeben sich aus dieser Spezifikation wie folgt (vgl. Johnston 1984: 392f.): $g_{50-61} = 7,4\%$, $g_{62-73} = 7,4\% - 3,3\% = 4,1\%$ und $g_{74-98} = 7,4\% - 3,3\% - 2,0\% = 2,1\%$.

Abbildung 1 – Zyklische Komponente des realen Bruttoinlandsprodukts — Verschiedene Konzepte, 1950–1998



Die zyklische Komponente des realen Bruttoinlandsprodukts, die so genannte Produktionslücke (Output Gap) auf Basis dieses Modells zeigt Abbildung 1. Sie

stimmt bis auf die Bruchzeitpunkte weitgehend mit der Produktionslücke überein, die sich aus der Anwendung eines Hodrick-Prescott(1980)-Filters¹² (Glättungsparameter $l = 100$) ergibt. Das Modell ohne Trendbruch liefert dagegen eine unplausible Trend-Zyklus-Zerlegung, die den Großteil der Wachstumsabschwächung nach 1973 als zyklisches Phänomen definiert. Bei einer sehr langfristigen Betrachtung könnte sich diese Zerlegung zwar als sinnvoll erweisen. Für die Konjunkturanalyse und -prognose ist aber das Modell mit Trendbrüchen die sinnvollere Alternative.

5. Schlussfolgerungen

Verschiedene Tests kommen zu dem Ergebnis, dass das reale Bruttoinlandsprodukt des früheren Bundesgebiets besser als trendstationärer denn als differenzstationärer Prozess zu charakterisieren ist. Die wesentliche Schlussfolgerung von Assenmacher (1998) wird also bestätigt, ohne dass — wie bei ihm — die Berücksichtigung von Brüchen im Trend des realen Bruttoinlandsprodukts für die Ableitung dieses Ergebnisses zwingend wäre. Für die ökonometrische Modellierung des realen Bruttoinlandsprodukts kann dies ein Vorteil sein, da eine aufwendige Berücksichtigung von Trendbrüchen nicht notwendig ist. Auch die übrigen Komplikationen, die sich im Zusammenhang mit nichtstationären Variablen ergeben, entfallen. Für die praktische Trend-Zyklus-Zerlegung im Rahmen der Konjunkturforschung liefert das von Assenmacher vorgeschlagene Modell mit Trendbrüchen gleichwohl die plausibleren Ergebnisse.

¹² Vgl. auch Smeets (1992) zur Anwendung des Hodrick-Prescott-Filters auf Daten für die Bundesrepublik.

Literatur

- Assenmacher, W. (1998). Trend und Zyklus im Bruttoinlandsprodukt der Bundesrepublik Deutschland. *Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik*, 217 (5): 628–648.
- Caner, M., und L. Kilian (1998). Analyzing Unit Root Tests in Finite Samples Using Power Profiles. Working Paper 98,05. University of Michigan, Department of Economics, Ann Arbor, MI.
- Dickey, D.A., und W.A. Fuller (1979). Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series With a Unit Root. *Journal of the American Statistical Association*, 74: 427–431.
- (1981). Likelihood Ratio Statistics for Autoregressive Time Series With a Unit Root. *Econometrica*, 49: 1057–1072.
- Fuller, W.A. (1976). *Introduction to Statistical Time Series*. New York, Wiley.
- Hansen, B.E. (1992). Testing for Parameter Instability in Linear Models. *Journal of Policy Modeling*, 14: 517–533.
- Hodrick, R., und E. Prescott (1980). Post-War U.S. Business Cycles — An Empirical Investigation. Discussion Paper No. 451. Carnegie-Mellon University, Pittsburgh
- Johnston, J. (1984). *Econometric Methods*. Singapore: McGraw-Hill International Editions.
- Kwiatkowski, D., P.C.B. Phillips, P. Schmidt und Y. Shin (1992). Testing the Null of Stationarity Against the Alternative of a Unit Root. *Journal of Econometrics*, 54: 159–178.
- Leybourne, S.J., und B.P.M. McCabe (1994). A Consistent Test for a Unit Root. *Journal of Business & Economic Statistics*, 12: 157–166.
- (1999). Modified Stationarity Tests with Data-Dependent Model-Selection Rules. *Journal of Business & Economic Statistics*, 17 (2): 264–270.
- Maddala, G.S., und I.-M. Kim (1998). *Unit Roots, Cointegration, and Structural Change*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Moryson, M. (1998). *Testing for Random Walk Coefficients in Regression and State Space Models*. Physica-Verlag: Heidelberg.

- Nelson, C.R., und C.I. Plosser (1982). Trends and Random Walks in Macroeconomic Time Series: Some Evidence and Implications. *Journal of Monetary Economics*, 10: 139–162.
- Newey, W.K., und K.D. West (1987). A Simple Positive Semi-Definite Heteroskedasticity and Autocorrelation-Consistent Covariance Matrix. *Econometrica*, 55: 703–708.
- Nyblom, J. (1989). Testing the Constancy of Parameters Over Time. *Journal of the American Statistical Association*, 84: 223–230.
- Perron, P. (1988). Trends and Random Walks in Macroeconomic Time Series: Further Evidence from a New Approach. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 12: 297–332.
- (1989). The Great Crash, the Oil Price Shock, and the Unit Root Hypothesis. *Econometrica*, 57: 1361–1401.
- Smeets, H.-D. (1992). „Stylized Facts“ zum Konjunkturverlauf in der Bundesrepublik Deutschland. *Jahrbuch für Nationalökonomie und Statistik*, 210 (5-6): 512–532.
- Stock, J.H. (1994). Unit Roots, Structural Breaks and Trends. In R.F. Engle und D.L. McFadden (Hrsg.), *Handbook of Econometrics, Volume IV*. Elsevier Science B.V.: 2739–2841.
- West, K.D. (1988). Asymptotic Normality, When Regressors Have a Unit Root. *Econometrica*, 56: 1397–1417.