

Steiner, Jürgen

**Working Paper**

## Ertragsteuern in der Investitionsplanung: Zur Frage der Entscheidungsstabilität

Diskussionsbeiträge - Serie C, No. 3

**Provided in Cooperation with:**

Department of Economics, University of Konstanz

*Suggested Citation:* Steiner, Jürgen (1982) : Ertragsteuern in der Investitionsplanung: Zur Frage der Entscheidungsstabilität, Diskussionsbeiträge - Serie C, No. 3, Universität Konstanz, Fakultät für Wirtschaftswissenschaften und Statistik, Konstanz

This Version is available at:

<https://hdl.handle.net/10419/92542>

**Standard-Nutzungsbedingungen:**

Die Dokumente auf EconStor dürfen zu eigenen wissenschaftlichen Zwecken und zum Privatgebrauch gespeichert und kopiert werden.

Sie dürfen die Dokumente nicht für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, öffentlich zugänglich machen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Sofern die Verfasser die Dokumente unter Open-Content-Lizenzen (insbesondere CC-Lizenzen) zur Verfügung gestellt haben sollten, gelten abweichend von diesen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

**Terms of use:**

*Documents in EconStor may be saved and copied for your personal and scholarly purposes.*

*You are not to copy documents for public or commercial purposes, to exhibit the documents publicly, to make them publicly available on the internet, or to distribute or otherwise use the documents in public.*

*If the documents have been made available under an Open Content Licence (especially Creative Commons Licences), you may exercise further usage rights as specified in the indicated licence.*

FAKULTÄT FÜR  
WIRTSCHAFTSWISSENSCHAFTEN UND STATISTIK  
UNIVERSITÄT KONSTANZ

ERTRAGSTEUERN IN DER INVESTITIONSPLANUNG:  
ZUR FRAGE DER ENTSCHEIDUNGSSTABILITÄT

Jürgen Steiner

Serie C — Nr. 3

DISKUSSIONSBEITRÄGE

D-7750 Konstanz  
Postfach 5560

ERTRAGSTEUERN IN DER INVESTITIONSPLANUNG:  
ZUR FRAGE DER ENTSCHEIDUNGSSTABILITÄT

Jürgen | Steiner

Serie C - Nr. 3

Juli 1982

A 9 35 67 / 82 Weltwirtschaft  
Kiel

Serie A: Volkswirtschaftliche Beiträge

Serie B: Finanzwissenschaftliche Arbeitspapiere

Serie C: Betriebswirtschaftliche Beiträge

## INHALTSVERZEICHNIS

A. Stand der Diskussion und Problemstellung	1
B. Das Modell und die Untersuchungsmethode	3
C. Verknüpfung von Untersuchungsmethode und Problemstellung	8
D. Zusammenfassung und Ergänzungen	19
Anhang	24
Symbolverzeichnis	27
Literaturverzeichnis	28

## ERTRAGSTEUERN IN DER INVESTITIONSPLANUNG: ZUR FRAGE DER ENTSCHEIDUNGSSTABILITÄT

Die Frage, ob die Einbeziehung von Ertragsteuern in Modelle der Investitionsplanung notwendig sei, wird in der Literatur gegenwärtig noch nicht einheitlich beantwortet. Den (vielen) Befürwortern und (wenigen) Gegnern ist gemeinsam, daß sie ihre Auffassung jeweils anhand von ausgesuchten Beispielen zu begründen versuchen. Eine befriedigende Diskussion über das Problem setzt aber eine allgemeine Analyse voraus. Auf der Grundlage einer solchen Analyse wird deshalb im folgenden der Frage nachgegangen, wann die Einbeziehung von Ertragsteuern in Modelle der Investitionsplanung zur Entscheidungsfindung bei Einzelobjekten notwendig ist und wann nicht.

### A. STAND DER DISKUSSION UND PROBLEMSTELLUNG

Der Frage des Einflusses von Steuern auf einzelwirtschaftliche Entscheidungen widmet die Betriebswirtschaftslehre etwa seit zwei Jahrzehnten eine steigende Beachtung. Eine besonders herausragende Stellung in der Literatur nehmen dabei Untersuchungen zum Problembereich der Einbeziehung von Steuern im Rahmen der Investitionsplanung ein. In Anbetracht dieser Tatsache erscheint es um so bemerkenswerter, daß die Diskussion um die Grundsatzfrage, nämlich ob denn nun die Berücksichtigung von Steuern im Investitionskalkül Notwendigkeit oder Ballast darstellt, im gesamten Problemfeld doch relativ bescheiden ausfällt. Zweifel an der Effizienz einer Einbeziehung von Steuern in die Investitionsplanung sind jedenfalls bereits zu Anfang der zuvor erwähnten historischen Entwicklung geäußert worden, und zwar von Schwarz<sup>1</sup>. Diesen Zweifeln hat man in der Literatur damals allerdings keine nennenswerte Beachtung gewidmet. Vielmehr setzte sich die Auffassung durch, daß betriebliche Entscheidungen, wie beispielweise

---

<sup>1</sup> Vgl. Schwarz, H., Zur Berücksichtigung erfolgsteuerlicher Gesichtspunkte bei Investitionsentscheidungen, in: BFuP 1962, S. 135-153 und S. 199-211.

solche über die Vorteilhaftigkeit oder den Ersatz von Investitionen, in der Regel durch Steuern beeinflusst werden.

Nun bezieht Mellwig jüngst in einer Untersuchung die Gegenposition und behauptet in einer Kernthese, abgesehen von Sonderfällen sei der im sogenannten Standardmodell nachzuweisende Steuereinfluß praktisch unerheblich<sup>2</sup>. Dies wiederum ist nicht ohne Widerspruch hingenommen worden. In einem Diskussionsbeitrag verteidigt Wagner die "traditionelle" Auffassung und wirft Mellwig Fehler in der Methoden- und Modellogik vor<sup>3</sup>, was dieser wiederum durch eine weitere Stellungnahme zu entkräften versucht hat<sup>4</sup>.

Die soeben erwähnte Kernthese von Mellwig steht nun tatsächlich auf tönernen Füßen. Sie ist nämlich - wie übrigens bei Schwarz auch - lediglich durch Zahlenbeispiele gestützt. Die Negation der Allaussage fällt deshalb also leicht, wenn man wie Wagner ein einziges Gegenbeispiel angibt, das in beachtlichem Ausmaß auf die Einbeziehung steuerlicher Komponenten reagiert<sup>5</sup>.

Trotz des offenkundigen Mangels bei der Ableitung der Kernthese verdient diese im Grundsatz durchaus Beachtung. Nach dem bisherigen Stand der Diskussion in der Literatur kann die Zielsetzung dabei natürlich nicht darauf hinauslaufen, einen generellen Verzicht auf die Einbeziehung von Steuern bei Modellen der Investitionsplanung begründen zu wollen, wohl aber darauf, steuersensitive und steuerinsensitive Entscheidungsfälle voneinander abzugrenzen. Sinnvoll und operational kann diese Abgrenzung allerdings nur dann sein, wenn sie auf der Grundlage einer allgemeinen Analyse vollzogen wird. Hierauf richtet sich dann auch das Augenmerk der folgenden Ausführungen.

---

2 Vgl. Mellwig, W., Sensitivitätsanalyse des Steuereinflusses in der Investitionsplanung - Überlegungen zur praktischen Relevanz einer Berücksichtigung der Steuern bei der Investitionsentscheidung, in ZfbF 1980, S. 16-39, insbesondere S. 32-39.

3 Vgl. Wagner, F.W., Der Steuereinfluß in der Investitionsplanung - Eine Quantité négligeable, in: ZfbF 1981, S. 47-52.

4 Vgl. Mellwig, W., Die Berücksichtigung der Steuern in der Investitionsplanung - Modellprämissen und Ausmaß des Steuereinflusses, in: ZfbF 1981, S. 53-55.

5 Vgl. Wagner, F.W., a.a.O., S. 51.

Um Subjektivismen auszuschalten, interessiert als themenspezifische Aufgabenstellung nicht die Frage der absoluten Auswirkung von Steuern auf finanzwirtschaftliche Zielgrößen oder Ersatzzielgrößen im Sinne von "viel" oder "wenig" Einfluß; entsprechende Werturteile sollte jeder Investor im praktischen Entscheidungsfall tunlichst selbst vornehmen. Im Vordergrund der vorliegenden Untersuchung steht vielmehr die Frage der objektivierbaren Entscheidungsstabilität in folgendem Sinn: Läßt sich die aus einer Vorteilhaftigkeitsanalyse ohne Steuern gewonnene Entscheidung über ein einzelnes Investitionsobjekt auf den Steuerfall übertragen, ohne Steuern im Kalkül selbst zu erfassen? Dabei geht es zunächst einmal um die Ableitung eines allgemeinen Kriteriums, das steuerinsensitive Fälle abgrenzen läßt; also Fälle, in denen die Entscheidung "vor Steuern" auch "nach Steuern" gilt. Sodann bleibt zu überprüfen, ob Zahlungsstrukturen und Abschreibungsmodalitäten existieren, die eine solche Entscheidungsstabilität generell gewährleisten. Sollte eine Abgrenzung entsprechender Investitionsobjekte gelingen, käme zum rechnerischen Vorteil ein planerischer hinzu: Dann nämlich könnte man bei Vorteilhaftigkeitsanalysen für solche Objekte auf die Berücksichtigung von Steuern verzichten.

Die Überprüfung der genannten Frage soll auf der Grundlage des Kapitalwertkriteriums geschehen, wobei der Kapitalwert nach dem in der Literatur für den Steuerfall weit verbreiteten Standardmodell bestimmt wird. Hinsichtlich der interessierenden Steuerarten erfolgt eine Einschränkung auf die für Investitionsplanungen wesentlichen ertragsabhängigen Steuern.

## B. DAS MODELL UND DIE UNTERSUCHUNGSMETHODE

Die folgende Gleichung definiert den Kapitalwert  $C(s)$  nach dem Standardmodell wie üblich als:

$$(1) \quad C(s) = -a_0 + \sum_{t=1}^n \{Q_t - s(Q_t - A_t)\} \{1+i(s)\}^{-t}.$$

Hierin entspricht  $a_0$  der Anfangsauszahlung,  $Q_t$  dem Zahlungsüberschuß vor Zinsen und Steuern der Periode  $t$ ,  $s$  dem Steuersatz,  $A_t$  der Ab-

schreibung der Periode  $t$  und  $i(s)$  dem Kalkulationszinssatz nach Steuern<sup>6</sup>. Für diesen gilt:

$$(2) \quad i(s) = i(1-s) = i - is$$

mit  $i$  als Kalkulationszinssatz vor Steuern. Der als Multifaktor zu bestimmende Steuersatz  $s$  ermöglicht eine fallspezifische Berücksichtigung von Einkommen-, Gewerbeertrag- und Kirchensteuer einerseits<sup>7</sup> und Körperschaft- sowie Gewerbeertragsteuer andererseits. Einschränkungen die sich hieraus und aus der Rechnung mit einem einheitlichen Steuersatz für die Allgemeingültigkeit und die praktische Bedeutung der folgenden Analyse ergeben, bleiben an entsprechenden Stellen der vorliegenden Untersuchung noch zu erörtern. Im Vordergrund der folgenden Ausführungen steht zunächst nur die formale Analyse des gestellten Problems.

Die Frage nach der Entscheidungsstabilität kann nun wie folgt konkretisiert werden: Existieren für die Kapitalwertfunktion (1) gemäß Standardmodell Zahlungsstrukturen von Investitionsobjekten und Abschreibungsmodalitäten, bei denen aus positivem oder auch nicht negativem Kapitalwert für  $s=0$ <sup>8</sup> auf positiven Kapitalwert für  $0 < s < 1$  geschlossen werden kann? Falls entsprechende Zahlungsstrukturen und Abschreibungsmodalitäten existieren sollten, wäre der gewünschte planerische und rechnerische Vorteil gegeben; die Analyse des Nichtsteuerfalls genüge als Grundlage der Entscheidung für den Steuerfall.

Um das Verhalten der Kapitalwertfunktion (1) in Abhängigkeit vom Steuersatz zu untersuchen, bietet sich nun natürlich der Weg über entsprechende Ableitungen nach  $s$  an. Allerdings ist die Verfolgung dieses Weges insofern problematisch, als die Variable  $s$  in der Kapitalwertfunktion (1) eben nicht nur vor der gewinnsteuerlichen Bemessungs-

---

6 Alle verwendeten Symbole sind auf S. 27 zusammengefaßt.

7 Vgl. zur Bestimmung entsprechender Multifaktoren z.B. Wagner, F.W., Dirrigl, H., Die Steuerplanung der Unternehmung, Stuttgart, New York 1980, S. 27-30 und S. 165-169.

8 Für  $s=0$  folgt unter Berücksichtigung von (2) aus (1) die übliche Kapitalwertdefinition im Nichtsteuerfall.

grundlage auftaucht, sondern über  $i(s)$  auch im Abzinsungsfaktor nach Steuern, also in der Basis von Potenzen. Da beide Komponenten obendrein multiplikativ miteinander verknüpft sind, wird bereits die erste Ableitung der Kapitalwertfunktion (1) nach dem Steuersatz  $s$  recht unhandlich. Entsprechende Versuche, ökonomisch sinnvolle Ergebnisse über diesen Weg zu erzielen, haben sich als ausgesprochen ineffizient erwiesen. Ergiebiger war hingegen der folgende "Umweg".

Bereits 1948 wurde von Brown zur Analyse der Wirkung von Steuern im Investitionskalkül die folgende Kapitalwertdefinition vorgeschlagen<sup>9</sup>:

$$(3) \quad C = -a_0 + \sum_{t=1}^n \{Q_t - s(Q_t - A_t)\} (1+i)^{-t}.$$

Im Gegensatz zum Standardmodell wird hierfür im folgenden die Bezeichnung Basismodell verwendet<sup>10</sup>. Man erkennt, daß dort der einkommen- bzw. Körperschaftsteuerlichen Bedeutung von Soll- und Habenzinsen weder in der Bemessungsgrundlage noch über eine steuersatzabhängige Korrektur des Kalkulationszinssatzes Rechnung getragen ist<sup>11</sup>; gerechnet wird einfach mit dem Kalkulationszinssatz vor Steuern. Mit der naheliegenden Begründung, das Basismodell ziele wegen der soeben erläuterten steuerlich falschen Behandlung von Zinsen an den Gegebenheiten praktisch relevanten Steuerrechts völlig vorbei, hat man dieses im Rahmen der Betriebswirtschaftslehre dann auch relativ schnell zu Gunsten des diesbezüglich adäquaten Standardmodells aufgegeben.

Dennoch erweist sich das Basismodell für die interessierende Problemstellung im folgenden als ausgesprochen nützlich. Weil nämlich der Kapitalwert gemäß (3) linear vom Steuersatz  $s$  abhängt, wird die ent-

---

9 Vgl. Brown, E.C., Business-Income Taxation and Investment Incentives, in: Employment and Public Policy, Essays in Honour of Alvin H. Hansen, New York 1948, S. 300-316.

10 Vgl. hierzu auch Steiner, J., Gewinnsteuern in Partialmodellen für Investitionsentscheidungen - Barwert und Endwert als Instrumente zur Steuerwirkungsanalyse, Berlin 1980, S. 7-9. (Analog zum Standardmodell ist der Steuersatz in (3) als Multifaktor für die interessierenden Ertragsteuern zu interpretieren.)

11 Zinsaufwendungen (Zinserträge) mindern (mehren) die Bemessungsgrundlage für Einkommen- bzw. Körperschaftsteuer.

sprechende formale Analyse gegenüber dem Standardmodell erheblich erleichtert. Unter Ausnutzung dieses Vorteils läßt eine spezifische Interpretation des Basismodells dann Erkenntnisse ableiten, die für das Standardmodell Gültigkeit besitzen. Der hierfür notwendige Formalismus bleibt nun zunächst zu erläutern<sup>12</sup>.

Löst man die Kapitalwertgleichung (3) des Basismodells nach dem Steuersatz  $s$  auf, erhält man für jeweils vorzugebende Kapitalwertniveaus  $C$  die zugehörige Definitionsgleichung für Kapitalwertisoquanten. Mit  $q = 1 + i$  gilt:

$$(4) \quad s = \frac{\sum_{t=1}^n Q_t q^{-t} - a_0 - C}{\sum_{t=1}^n (Q_t - A_t) q^{-t}} \quad \text{Nenner} \neq 0.$$

Durch (4) werden also Zins-Steuersatz-Kombinationen determiniert, die alle zu einem vorgegebenen Kapitalwertniveau in Höhe von  $C$  führen. In einem  $s, q$  - bzw.  $s, i$  -Diagramm eingetragen könnte die zugehörige Isoquantenschar beispielsweise die  $u$ pten in Abb. 1 a charakterisierte Struktur aufweisen. Zu beachten ist natürlich, daß ein solcher konvexer Verlauf von Kapitalwertisoquanten nach den bisherigen Ausführungen zwar möglich, aber keineswegs gesichert ist; zum speziellen Verlauf der Isoquanten bedarf es an entsprechender Stelle noch weiterer Untersuchungen. Nach den bisherigen Ausführungen ist lediglich gesichert, daß die Isoquante mit dem Kapitalwertniveau in Höhe von  $C=C_0=0$  durch den Punkt  $s = 1$  und  $i = 0$  verlaufen muß: Für dieses Wertepaar ergibt sich gemäß (3) nämlich ein Kapitalwert von Null (Summe der Abschreibungen  $A_t =$  Anfangsauszahlung  $a_0$  vorausgesetzt).

Was nun noch fehlt, ist eine Verbindung von Standardmodell und Basismodell derart, daß sich über das Basismodell Ergebnisse ableiten lassen, die für das Standardmodell Gültigkeit besitzen. Dies kann über die Definitionsgleichung (2) zur Bestimmung des steuerverkürzten Kalkulationszinssatzes erreicht werden. Löst man (2) nach dem Steuersatz  $s$  auf, führt das zu:

---

12 Vgl. hierzu auch Steiner, J., a.a.O., S. 119-121. Nach einer Wiedergabe der notwendigen Grundlagen wird der bekannte Teil des Formalismus in der vorliegenden Untersuchung erweitert und problem-spezifisch (= Frage der Entscheidungsstabilität vor und nach Steuern) verwendet.

$$(5) \quad s = 1 - \frac{i(s)}{i} \quad \text{für } i \neq 0.$$

Hierbei handelt es sich um eine fallende Gerade mit dem Ordinatenabschnitt  $s = 1$  und dem Abszissenabschnitt  $i(s) = i$ . Diese Gerade - sie wird im folgenden als Zins-Steuersatz-Linie bezeichnet - definiert alle nach dem Standardmodell zulässigen Kombinationen von Kalkulationszinssätzen  $i(s)$  nach Steuern und Steuersätzen  $s$  bei gegebenem Kalkulationszinssatz  $i$  vor Steuern; d. h. bei einem gegebenen Kalkulationszinssatz  $i = i_0$  vor Steuern ordnet die Gleichung (5) alternativen Steuersätzen  $s$  den jeweils zugehörigen steuerverkürzten Kalkulationszinssatz  $i(s)$  zu. Mit dem Kalkulationszinssatz  $i = i_0$  vor Steuern ist eine solche Zins-Steuersatz-Linie in Abb. 1 b eingezeichnet.

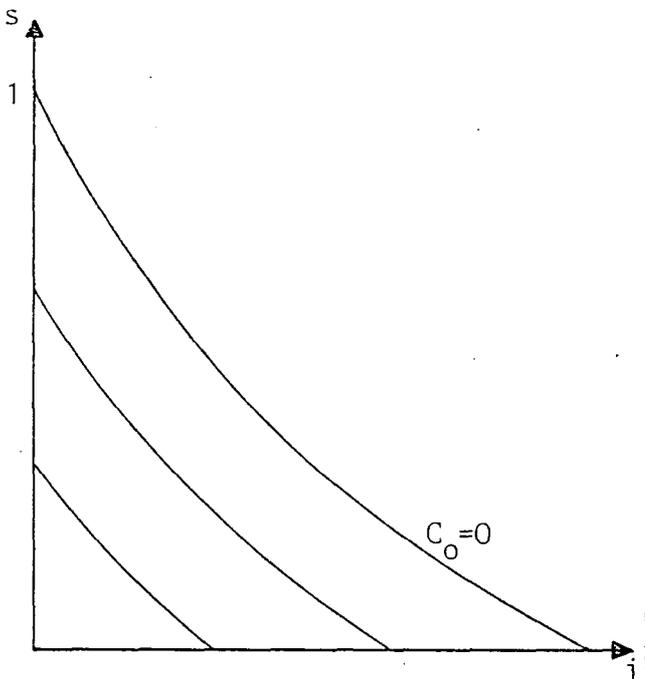


ABB. 1a

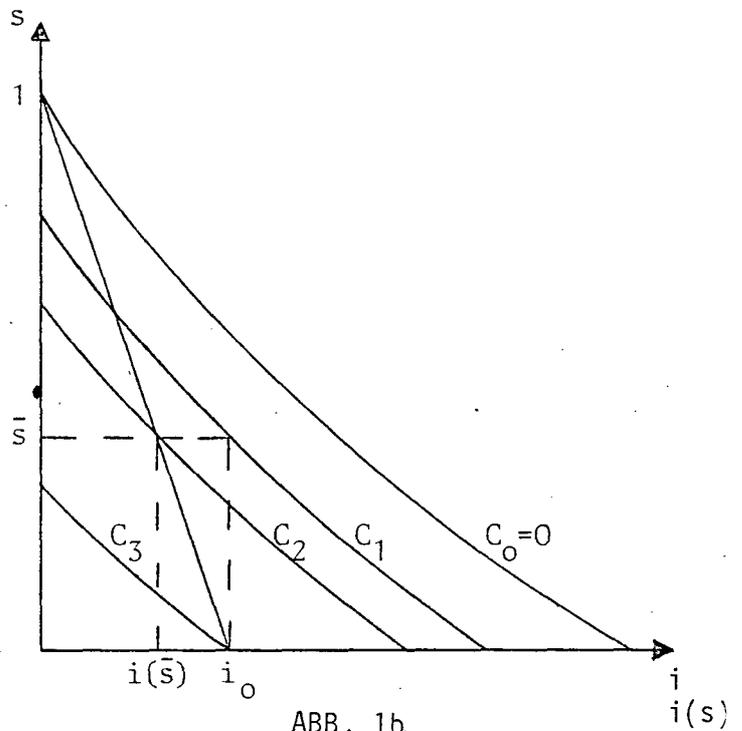


ABB. 1b

Die Abb. 1b ist wie folgt zu interpretieren: Bei einem Kalkulationszinssatz von  $i_0$  und einem Steuersatz von  $s = 0$  ergibt sich der Kapitalwert in Höhe von  $C_3$  sowohl nach dem Basismodell als auch nach dem Standardmodell. Bei diesem Kalkulationszinssatz und einem Steuersatz in Höhe von  $\bar{s}$  weist das Basismodell einen Kapitalwert in Höhe von  $C_1$  aus, das Standardmodell hingegen einen solchen in Höhe von  $C_2$ . Ergebnisse für das Standardmodell müssen ja entlang der Zins-Steuersatz-Linie abgelesen werden, weil diese alle dort zulässigen Kombinationen von Kalkulationszinssätzen nach Steuern und Steuersätzen bei gegebenem Kalkulationszinssatz vor Steuern determiniert<sup>13</sup>. Mit anderen Worten

<sup>13</sup> Der Kapitalwert in Höhe von  $C_2$  würde auch nach dem Basismodell ausgewiesen, wenn man dort wie beim Standardmodell statt  $i_0$  den Kalkulationszinssatz in Höhe von  $i(\bar{s}) = i_0 - i_0 \bar{s}$  ansetzte.

und verallgemeinernd formuliert gilt: Schnitt- bzw. Tangentialpunkte zwischen Zins-Steuersatz-Linien und Isoquanten gemäß Basismodell entsprechen dem Kapitalwert für das Standardmodell bei jeweils gegebenem Kalkulationszinsatz  $i$  vor Steuern. Wesentlich für diese Schlußfolgerung ist die folgende Voraussetzung: Der Steuersatz bzw. Teilsteuersatz, der im Basismodell auf die Bemessungsgrundlage angewendet wird, muß auch bei der Verkürzung des Kalkulationszinsfußes zum Ansatz gelangen, weil sowohl die Kapitalwertisoquanten gemäß (4) als auch die Zins-Steuersatz-Linien gemäß (5) eben diesen Steuersatz als abhängige Variable enthalten. Auf diesen Aspekt wird noch zurückzukommen sein.

Mit den bisherigen Ausführungen ist gezeigt, wie man mit Hilfe des Basismodells und der Zins-Steuersatz-Linie Ergebnisse ableiten kann, die für das Standardmodell Gültigkeit besitzen. Im nächsten Abschnitt bleibt darzustellen, wie diese Zusammenhänge für die interessierende Problemstellung der Entscheidungsstabilität vor und nach Steuern gemäß Standardmodell verwertet werden können. Dabei ist zu beachten, daß im ökonomisch relevanten Bereich alle Zins-Steuersatz-Linien sowie die Kapitalwertisoquante des Niveaus Null auf der Ordinate stets durch den Punkt  $s = 1$  verlaufen. Je kleiner der Kalkulationszinssatz  $i$  vor Steuern ist, um so steiler verlaufen die Zins-Steuersatz-Linien; d. h. sie drehen sich im genannten Angelpunkt zum Ursprung hin.

### C. VERKNÜPFUNG VON UNTERSUCHUNGSMETHODE UND PROBLEMSTELLUNG

Ausgangspunkt zur Lösung der eingangs konkretisierten Aufgabenstellung - nämlich zu überprüfen, ob Fälle existieren, in denen aus positivem oder nicht negativem Kapitalwert vor Steuern auf positiven Kapitalwert nach Steuern gemäß Standardmodell geschlossen werden kann - ist die im folgenden erläuterte Konzeption: Zunächst wird angenommen, die Kapitalwertisoquanten verlaufen im ökonomisch relevanten Bereich von Zins- und Steuersätzen streng monoton fallend und konkav, wie das in Abb. 2 charakterisiert ist. Ebenfalls eingezeichnet sind dort einige Zins-Steuersatz-Linien bei alternativen Kalkulationszinsätzen vor Steuern. Weiterhin sei angenommen, das Niveau der Kapitalwertisoquanten wachse zum Ursprung hin; d. h. die Isoquante mit dem kritischen Niveau Null schließt im ersten Quadranten alle Zins-Steuersatz-Kombinationen mit positivem Kapitalwert ein. Dann können aus Abb. 2 die im Anschluß genannten Schlußfolgerungen abgeleitet werden.

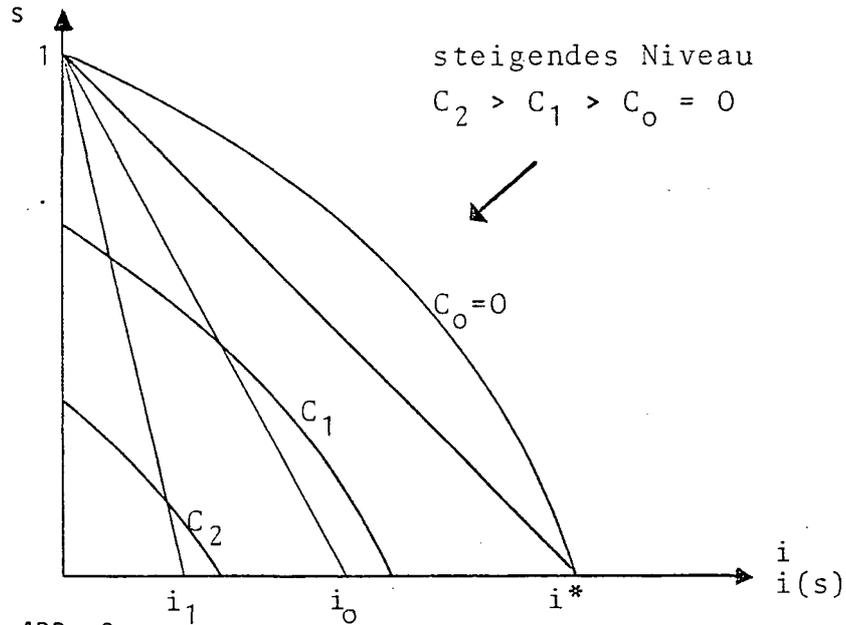


ABB. 2

In dieser Abbildung ist der Kapitalwert vor Steuern bzw. für  $s = 0$  jeweils durch Schnittpunkte zwischen Isoquanten und Abszisse determiniert. So ergibt sich beispielsweise beim Kalkulationszinssatz  $i^*$  ein Kapitalwert vor Steuern in Höhe von Null; d. h.  $i^*$  entspricht dem internen Zinssatz der Investition vor Steuern. Setzt man den Kalkulationszinssatz vor Steuern in Höhe dieses internen Zinssatzes an, so sind gemäß zugehöriger Zins-Steuersatz-Linie die Kapitalwerte nach dem Standardmodell für Steuersätze im Bereich  $0 < s < 1$  stets positiv, da die Zins-Steuersatz-Linie dort unterhalb der Isoquante mit dem kritischen Kapitalwertniveau von Null verläuft; erst bei einem Steuersatz von 100 % ergibt sich ein Kapitalwert in Höhe von Null. Für Kalkulationszinssätze unter dem internen Zinssatz ist der Kapitalwert gemäß Abb. 2 bei  $s=0$  - also vor Steuern - stets positiv. Ansonsten gilt auch dann die zuvor genannte Konsequenz. Insgesamt folgt für den zugrunde gelegten Fall deshalb: Ist der Kapitalwert vor Steuern Null oder positiv, so ist der Kapitalwert gemäß interessierendem Standardmodell für Steuersätze unter 100 % stets positiv. Hier liegt also genau der gewünschte Fall der Entscheidungsstabilität vor; die Analyse vor Steuern genügt als Grundlage der Vorteilhaftigkeitsentscheidung über einzelne Projekte im Steuerfall.

Unter Maßgabe der genannten Voraussetzungen läßt diese Betrachtung zwei grundsätzliche Entscheidungsregeln ableiten:

1. Bestimme den Kapitalwert bei gegebenem Kalkulationszinssatz vor Steuern. Ist der Kapitalwert dann Null oder positiv, so ist er für Steuersätze über 0 % und unter 100 % stets positiv<sup>14</sup>.

<sup>14</sup> Wie Abb. 2 verdeutlicht, gilt die Umkehrung hingegen nicht. Es ist also ohne weiteres möglich, daß der Kapitalwert vor Steuern negativ ist und nach Steuern positiv. Dies setzt Kalkulationszinssätze  $i > i^*$  voraus. Schneider bezeichnet solche Fälle als paradox. Vgl. Schneider, D., Investition und Finanzierung - Lehrbuch der Investitions-, Finanzierungs- und Ungewißheitstheorie, 5. Auflage, Wiesbaden 1980, S. 276-279.

2. Bestimme den internen Zinssatz der Investition vor Steuern. Bei einem Kalkulationszinssatz vor Steuern in dieser Höhe oder darunter ist der Kapitalwert nach dem Standardmodell für Steuersätze im Bereich  $0 < s < 1$  ebenfalls stets positiv.

In Anbetracht praktischer Schwierigkeiten beim Ansatz von Kalkulationszinssätzen ist die zweite Entscheidungsregel zweckmäßiger und umfassender als die erste. Die Orientierung am kritischen Wert "interner Zinssatz" hat nämlich den Vorteil, daß man den tatsächlich anzuwendenden Kalkulationszinssatz nicht exakt kennen muß. Man braucht dann lediglich zu schätzen, ob eine Über- oder Unterschreitung des kritischen Wertes wahrscheinlicher ist.

Unbeschadet der weiteren formalen Analyse und auch unbeschadet der bisherigen Annahmen über den Verlauf der Kapitalwertisoquanten dürfte ein Vorteil der bisher erläuterten Vorgehensweise darin bestehen, daß die Bestimmung der Kapitalwertisoquante des Niveaus Null den Bereich positiver Kapitalwerte abstecken läßt, und zwar sowohl auf Kalkulationszinssätze als auch auf Steuersätze bezogen. Ohne zusätzlichen Aufwand wird dadurch gleichsam eine doppelte Sensitivitätsanalyse ermöglicht.

Bevor die bisherige ideelle Analyse um den wesentlicheren Bestandteil der materiellen Analyse erweitert wird, bedarf es an dieser Stelle einiger Ergänzungen, die für die Allgemeingültigkeit der materiellen Analyse von Bedeutung sind. Am Ende des vorhergehenden Kapitels wurde bereits erwähnt, daß die Verbindung von Basismodell und Standardmodell über die Zins-Steuersatz-Linie in der beschriebenen Form darauf beruht, daß der gleiche Steuersatz bzw. Teilsteuersatz sowohl auf die Bemessungsgrundlage als auch auf den Kalkulationszinsfuß vor Steuern angewendet wird. Unter Beachtung geltenden Steuerrechts ist die Kapitalwertdefinition (1) gemäß Standardmodell aber nur bei Eigenfinanzierung sinnvoll, wenn der unter Einbeziehung der Gewerbeertragsteuer als Teilsteuersatz bestimmte Multifaktor  $s$  vor der gewinnsteuerlichen Bemessungsgrundlage  $Q_t - A_t$  auch bei der steuerlichen Kürzung des Kalkulationszinsfußes zum Ansatz gelangt. Im Falle der Fremdfinanzierung impliziert eine solche Vorgehensweise nämlich Abzugsfähigkeit der Fremdkapitalzinsen bei der Gewerbeertragsteuer<sup>15</sup>, was gegebenem

<sup>15</sup> Grundsätzlich impliziert die Steuerverkürzung des Kalkulationszinssatzes beim Standardmodell ansonsten, daß keine steuerliche Diskriminierung vorliegen darf. Bei Eigenfinanzierung bedeutet eine Kürzung des Kalkulationszinsfußes um Gewerbeertragsteuer also, daß auch die Vergleichsbasis der Gewerbeertragsteuer unterliegt.

Steuerrecht widerspricht; tatsächlich sind Dauerschuldzinsen Bestandteil der gewerbeertragsteuerlichen Bemessungsgrundlage. Der erwähnte Fehler läßt sich umgehen, wenn man den Kalkulationszinsfuß lediglich um den Einkommensteuersatz bzw. den ausschüttungsabhängigen durchschnittlichen Körperschaftsteuersatz kürzt und den die Gewerbeertragsteuer einschließenden Multifaktor nur auf die ertragsteuerliche Bemessungsgrundlage anwendet<sup>16</sup>. Dann aber haben Kapitalwertisoquanten gemäß Basismodell und Zins-Steuersatz-Linien unterschiedliche Teilsteuersätze  $s$  als abhängige Variable; d. h. der Fall der Fremdfinanzierung bedarf einer gesonderten Analyse, wenn die Gewerbeertragsteuer einbezogen werden soll. Interessieren hingegen nur die Auswirkungen der Einkommen- bzw. Körperschaftsteuer, besteht dieses Problem nicht, weil dann die Kapitalwertdefinition (1) gemäß Standardmodell sowohl bei Eigenfinanzierung als auch bei Fremdfinanzierung sinnvoll ist. Hier ist auch der auf die Bemessungsgrundlage anzuwendende Steuersatz gleichzeitig Kürzungsfaktor beim Kalkulationszinsfuß vor Steuern. Aus diesen Ausführungen ergibt sich als Einschränkung: Die im folgenden gezogenen Konsequenzen gelten für den Fall der "reinen" Erfolgsteuer im Sinne von Einkommen- bzw. Körperschaftsteuer generell und für den Fall der Einbeziehung von Gewerbeertragsteuer nur bei Eigenfinanzierung.

Hiernach kann nun die materielle Analyse folgen; d.h. es bleibt zu überprüfen, ob Zahlungsstrukturen und Abschreibungsmodalitäten existieren, bei denen die Kapitalwertisoquanten nach dem Basismodell streng monoton fallen, konkav sind und obendrein ein zum Ursprung hin wachsendes Niveau aufweisen. Um entsprechende Aussagen ableiten zu können, muß der Funktionsverlauf der Isoquantengleichung (4) untersucht werden. Die für die Analyse benötigten ersten und zweiten Ableitungen dieser Funktion nach  $q$  sind allerdings ausgesprochen unhandlich und unergiebig, wenn man diese direkt von (4) ausgehend bestimmt. Hier ist der Weg über das totale Differential bzw. die Euler-Gleichung einfacher und ergiebiger. Vorab werden im folgenden die für die Analyse insgesamt notwendigen Ableitungen der Kapitalwertfunktion (3) nach dem Basismodell bestimmt. Im einzelnen gilt<sup>17</sup>:

---

16 Vgl. hierzu und zum zuvor angesprochenen Problembereich Mellwig, W., Sensitivitätsanalysen ..., a.a.O., S. 25-27.

17 Im folgenden gibt der Index bei  $C$  jeweils die Variable(n) an, nach der (denen) abzuleiten ist. So bedeutet  $C_{SS}$  beispielsweise die zweite Ableitung nach  $s$ . Zur Verkürzung der Schreibweise ist weiterhin  $1+i=q$  gesetzt.

$$(6) \quad \frac{\partial C}{\partial s} = - \sum_{t=1}^n (Q_t - A_t) q^{-t} = C_s$$

$$(7) \quad \frac{\partial^2 C}{\partial s^2} = 0 = C_{ss}$$

$$(8) \quad \frac{\partial C}{\partial q} = - \sum_{t=1}^n t \{Q_t - s(Q_t - A_t)\} q^{-t-1} = C_q$$

$$(9) \quad \frac{\partial^2 C}{\partial q^2} = \sum_{t=1}^n t(t+1) \{Q_t - s(Q_t - A_t)\} q^{-t-2} = C_{qq}$$

$$(10) \quad \frac{\partial^2 C}{\partial s \partial q} = \frac{\partial^2 C}{\partial q \partial s} = \sum_{t=1}^n t(Q_t - A_t) q^{-t-1} = C_{sq} = C_{qs}$$

Das totale Differential bzw. das totale Grenzprodukt in Abhängigkeit vom Zinsfaktor und Steuersatz lautet:

$$(11) \quad \frac{\partial C}{\partial q} dq + \frac{\partial C}{\partial s} ds = 0.$$

Dem entsprechen Änderungen von Zins- und Steuersätzen derart, daß sie stets zum gleichen Kapitalwertniveau führen; d.h. die durch Umformung von (11) abgeleitete folgende Gleichung definiert die Grenzrate

der Substitution zwischen Zins- und Steuersatz bzw. die erste Ableitung der Kapitalwertisoquanten<sup>18</sup>:

$$(12) \quad \boxed{\frac{ds}{dq} = - \frac{\frac{\partial C}{\partial q}}{\frac{\partial C}{\partial s}} = - \frac{C_q}{C_s}} = - \frac{C_q\{s(q), q\}}{C_s\{s(q), q\}}.$$

Unter Berücksichtigung von (6) und (8) folgt als entsprechende Erklärung:

$$(13) \quad \frac{ds}{dq} = - \frac{\sum_{t=1}^n t\{Q_t - s(Q_t - A_t)\}q^{-t-1}}{\sum_{t=1}^n (Q_t - A_t)q^{-t}} = s_q.$$

Nach einer der Voraussetzungen der ideellen Analyse sollten die Kapitalwertisoquanten streng monoton fallen; d.h. die entsprechende erste Ableitung muß negativ sein. Wegen (13) ist das hier insgesamt dann der Fall, wenn das Vorzeichen des Quotienten allein positiv ist. Dies wird im folgenden zunächst überprüft.

Gemäß der zugrunde liegenden Problemstellung interessieren gerade die Ausgangssituationen, für die aus nicht negativem Kapitalwert vor Steuern, also aus

$$(14) \quad C(0) = \sum_{t=1}^n Q_t q^{-t} - a_0 \geq 0,$$

auf Entscheidungsstabilität im Steuerfall geschlossen werden darf. Wenn aber (14) erfüllt ist, so muß der Nenner von (13) positiv sein,

---

<sup>18</sup> Der Quotient hinter dem eingerahmten Teil von (12) oben ist lediglich aufgeführt, um zu kennzeichnen, daß die untersuchte Kapitalwertfunktion von  $s$  und  $q$  abhängt, wobei zu beachten ist, daß  $s$  gemäß der Isoquantenfunktion (4) wiederum von  $q$  abhängt. Bei weiteren Ableitungen muß deshalb bedacht werden, daß die Differentiationsregel für zusammengesetzte bzw. implizite Funktionen zu verwenden ist.

weil die Summe der zeitlich verteilten abgezinsten Abschreibungen  $A_t$  jedenfalls kleiner ist als die Anfangsauszahlung  $a_0$ ; d.h. für die interessierenden Fälle mit nicht negativem Kapitalwert vor Steuern ist der Nenner von (13) stets positiv, und das Vorzeichen des Quotienten hängt nur noch vom Zähler ab. Der allerdings ist insofern problematisch, als die Zahlungsüberschüsse  $Q_t$  positiv oder negativ sein können, und somit über das Vorzeichen des Zählers ohne weiteres keine Aussage zu treffen ist. Um die Analyse möglichst sinnvoll fortführen zu können, werden im folgenden deshalb nur noch Investitionsobjekte berücksichtigt, bei denen neben der Anfangsauszahlung  $a_0$  im Zeitablauf keine weiteren Auszahlungsüberschüsse mehr anfallen; es gilt also  $Q_t \geq 0$  für alle  $t$ . Solche Investitionsobjekte werden im folgenden als vom Typ A bezeichnet. Für den für das Vorzeichen relevanten Summenausdruck des Zählers gilt wegen  $Q_t - s(Q_t - A_t) = Q_t(1-s) + sA_t$  dann nämlich, daß dieser stets positiv ist<sup>19</sup>; letzteres folgt wegen  $0 \leq s \leq 1$  und  $Q_t, A_t \geq 0$ , weil mindestens ein Abschreibungsbetrag und ein Zahlungsüberschuß positiv sein muß. Bei positivem Zähler und Nenner ist die erste Ableitung (13) der Kapitalwertisoquanten im betrachteten Fall also insgesamt negativ.

Als Teilergebnis der bisherigen Analyse folgt: Bei Investitionsobjekten des Typs A mit nicht negativem Kapitalwert vor Steuern verlaufen die Kapitalwertisoquanten in Abhängigkeit vom Zinssatz bzw. Zinsfaktor streng monoton fallend, und zwar mit steigendem Niveau zum Ursprung. Letzteres zeigt ein Blick in (6) und (8). Hiernach sind die ersten Ableitungen in  $s$  und  $q$  im diskutierten Fall nämlich insgesamt negativ<sup>20</sup>, und somit sinkt der Kapitalwert in beiden Variablen monoton; d.h. das Niveau der Kapitalwertisoquanten muß vom Ursprung her gesehen abnehmen bzw. zum Ursprung hin zunehmen.

Im letzten Schritt der Analyse muß nun noch überprüft werden, unter welcher Voraussetzung die Kapitalwertisoquanten konkav sind. Formal ist das genau dann der Fall, wenn die zweite Ableitung der Isoquan-

---

19 Der Laufindex  $t$  sowie die ökonomisch interessierenden Abzinsungsfaktoren im Zähler von (13) sind stets positiv.

20 Die jeweiligen Summenausdrücke für sich entsprechen denen des Quotienten von (13) und sind der vorhergehenden Analyse zufolge positiv.

tenfunktion nicht positiv ist. Diese Ableitung ergibt sich aus (12) mit (vgl. dazu auch die Ausführungen in Fußnote 18):

$$(15) \quad \frac{d^2 s}{dq^2} = - \frac{1}{C_s^2} \{ (C_{qs} s_q + C_{qq}) C_s - (C_{ss} s_q + C_{sq}) C_q \}.$$

Multipliziert man (13) und (6), so folgt (8) mit negativem Vorzeichen; d.h. es gilt  $s_q C_s = -C_q$ . Da weiterhin  $C_{qs} = C_{sq}$  gilt und wegen (7)  $C_{ss} s_q = 0$  ist, kann (15) folgendermaßen zusammengefaßt werden:

$$(16) \quad \frac{d^2 s}{dq^2} = - \frac{1}{C_s^2} (C_{qq} C_s - 2C_{sq} C_q) = \frac{1}{C_s^2} (2C_{sq} C_q - C_{qq} C_s).$$

Setzt man (6) sowie (8) - (10) in den Ausdruck in runden Klammern ein<sup>21</sup> - der Quotient auf der rechten Seite von (16) ist stets positiv und somit für die Vorzeichenbetrachtung irrelevant -, so ergibt sich: Die Kapitalwertisokanten sind konkav, sofern die folgende Bedingung erfüllt ist:

$$(17) \quad \sum_{t=1}^n \sum_{u=1}^n u(u+1-2t) (Q_t - A_t) \{ Q_u - s(Q_u - A_u) \} q^{-(t+u+2)} \leq 0.$$

Die bisherige Analyse löst einen Teil der Aufgabenstellung zur Frage der Entscheidungsstabilität: Mit (17) liegt das gewünschte Kriterium vor, das auf steuerinsensitive Entscheidungsfälle schließen läßt. Ist diese Bedingung erfüllt, haben Investitionsobjekte des Typs A bei nicht negativem Kapitalwert vor Steuern für ökonomisch interessierende Steuersätze unter 100 % stets einen positiven Kapitalwert; d.h. bei der Vorteilhaftigkeitsanalyse erübrigt sich die Einbeziehung von Ertragsteuern. Mit dieser Erkenntnis ist praktisch allerdings erst dann etwas gewonnen, wenn ohne Einzelprüfung im jeweiligen Fall bereits aus der Struktur der Objektzahlungsreihe und aus dem Abschreibungsverfahren geschlossen werden kann, ob (17) erfüllt ist.

---

21 Im entsprechenden Ausdruck sind Summenausdrücke multiplikativ miteinander verknüpft. Um diesen Ausdruck in der folgenden Bedingung (17) zusammenfassen zu können, sind die Zeitindizes in (8) und (9) gemäß  $t=u$  umindiziert worden.

Die Lösung dieses Problems wird durch den ersten Faktor in der Doppelsumme(17) erschwert. In Abhängigkeit von den Laufindizes  $u$  und  $t$  ( $(u+1)$  versus  $2t$ ) kann dort das Vorzeichen und somit die Krümmung der Kapitalwertisoquanten auch dann wechseln, wenn die verbleibenden Faktoren positiv sind. Das bedeutet insbesondere: Selbst für den ansonsten ergiebigen und bislang auch diskutierten Fall von Investitionen des Typs A - also solchen, bei denen nach der Anfangsauszahlung keine weiteren Auszahlungsüberschüsse mehr anfallen - ist nicht gewährleistet, daß die zugehörigen Kapitalwertisoquanten generell konkav sind. Bei nicht negativem Kapitalwert vor Steuern ist dann lediglich sichergestellt, daß die Kapitalwertisoquanten streng monoton fallen; d.h. sie können konkav, konvex aber auch intervallweise konkav und konvex sein. Bezüglich der interessierenden Aufgabenstellung der Entscheidungsstabilität führt dies zunächst zu folgenden allgemeinen Konsequenzen:

1. Die Kapitalwertisoquanten sind konkav: Bei nicht negativem Kapitalwert vor Steuern ist gewährleistet, daß der Kapitalwert nach Steuern für Steuersätze unter 100 % stets positiv ist (vgl. Abb. 3a im Zusammenhang mit der durchgezogenen Geraden). Die Umkehrung hingegen gilt nicht: Bei negativem Kapitalwert vor Steuern ist es möglich, daß der Kapitalwert nach Steuern positiv wird (vgl. Abb. 3a, unterbrochene Gerade; Zins-Steuersatz-Kombinationen mit positivem (negativem) Kapitalwert sind durch + (-) gekennzeichnet).
2. Die Kapitalwertisoquanten sind konvex: Bei positivem Kapitalwert vor Steuern kann der Kapitalwert nach Steuern je nach Höhe des Steuersatzes positiv oder negativ sein; sichergestellt ist dann lediglich, daß die Entscheidung höchstens einmal "kippen" kann (vgl. Abb. 3b, durchgezogene Gerade). Bei konvexen Isoquanten ist ebenfalls sichergestellt, daß ein nicht positiver Kapitalwert vor Steuern auch nach Steuern nicht positiv sein kann (vgl. Abb. 3b, gestrichelte Gerade). Möglich ist allerdings auch der Fall, daß der Kapitalwert vor Steuern positiv ist und für  $s < 1$  positiv bleibt (vgl. in Abb. 3b den durch Punkte unterbrochenen Linienzug).
3. Die Kapitalwertisoquanten sind bereichsweise konkav und konvex: Auch hier kann es bei positivem Kapitalwert vor Steuern je nach Höhe des Steuersatzes im Steuerfall zu positiven oder negativen Kapitalwerten kommen. Es gilt also die zuvor unter 2. zuerst genannte Konsequenz; dies allerdings mit dem Unterschied, daß die

Entscheidung in Abhängigkeit vom Steuersatz mehrmals "kippen" kann (folgt aus der Kombination der Kurvenzüge gemäß Abb. 3a und 3b).

ABB. 3a (vgl. S. 17a)      ABB. 3b

Für vom Typ A abweichende Investitionsobjekte - also solchen, bei denen neben der Anfangsauszahlung im Zeitablauf weitere Auszahlungsüberschüsse anfallen (Forschungsaufträge, Großreparaturen) - sind ohne weiteres Fälle möglich, bei denen die Kapitalwertisoquanten im ökonomisch relevanten Bereich Extremwerte aufweisen. Hierdurch wird die Vielfalt der Ausprägungen des Verlaufs von Kapitalwertisoquanten natürlich weiter verstärkt. Allerdings ist die Beantwortung der interessierenden Frage der Entscheidungsstabilität damit keineswegs hoffnungslos. Die bisherige Analyse zeigt lediglich, daß eine Einschränkung auf Investitionsobjekte des Typs A allein nicht ausreicht, um steuerinsensitive Entscheidungsfälle abgrenzen zu können. Letzteres erfordert vielmehr weitere Einschränkungen.

Solche Einschränkungen lassen sich für eine Reihe von Entscheidungssituationen angeben. Im Interesse der ökonomischen Problemstellung sind dabei im folgenden bewußt Redundanzen enthalten, indem allgemeine Fälle bereits durch Sonderfälle näher spezifiziert werden. Auf diese Weise lassen sich die formal-abstrakten Ergebnisse insgesamt verständlicher und mit größerem Gehalt formulieren.

Die Bedingung (17) ist für Investitionsobjekte des Typs A stets erfüllt<sup>22</sup>, sofern

1. die Zahlungsüberschüsse  $Q_t$  im Zeitablauf konstant sind, linear über die Nutzungsdauer beschrieben wird, und die Zahlungen in jeder Periode über den Abschreibungen liegen<sup>23</sup>,
2. in jeder Periode wenigstens die Abschreibungen verdient werden, und der danach verbleibende Verdienst von Periode zu Periode mit dem Zinsfaktor als Untergrenze steigt; d.h. neben  $Q_t - A_t \geq 0$  (= zu

---

22 Vgl. dazu die Beweise im Anhang, S. 24-26.

23 Letzteres ist gleichzeitig eine notwendige Bedingung für die interessierenden Fälle mit positivem Kapitalwert vor Steuern.

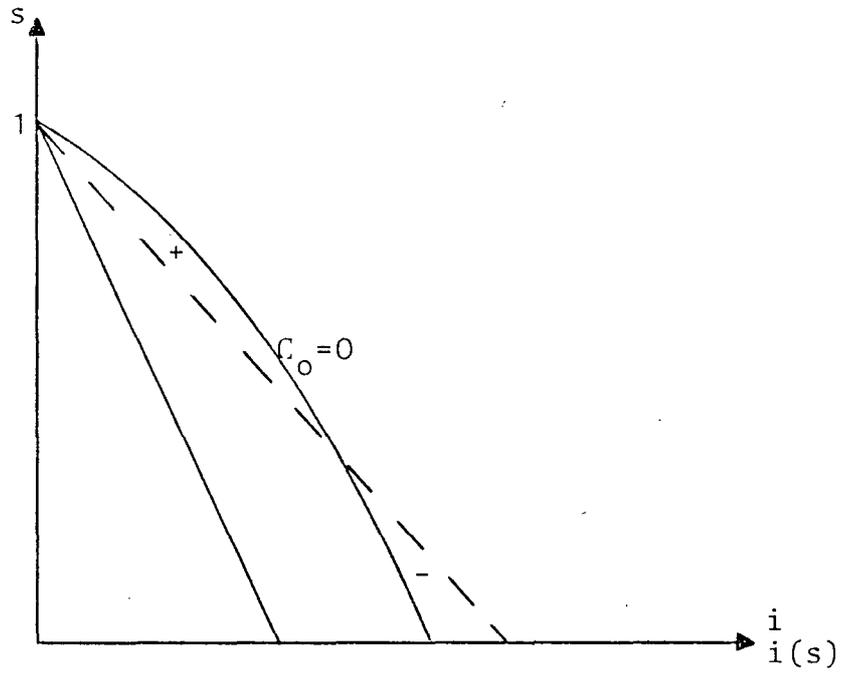


ABB. 3a

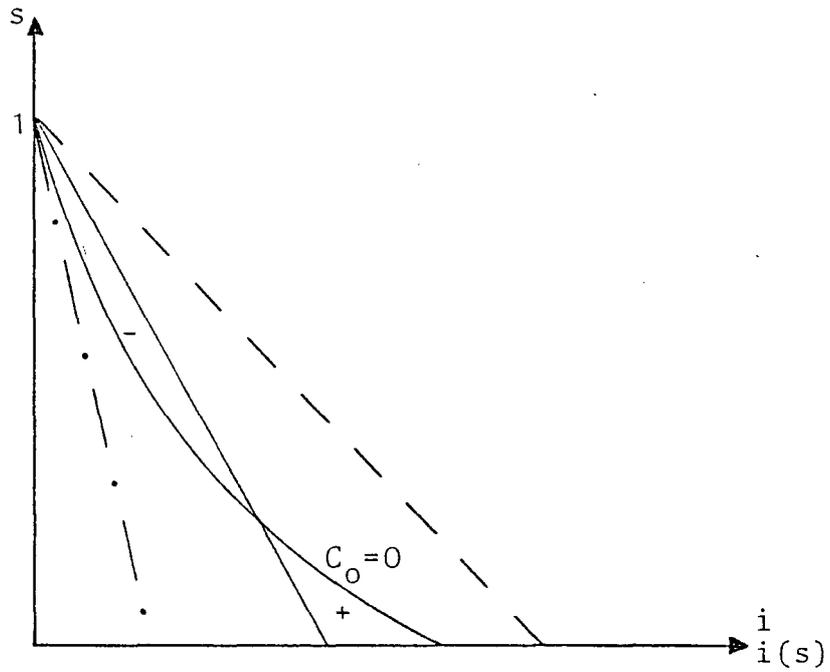


ABB. 3b

versteuernder Gewinn gemäß Standardmodell) für alle  $t$  muß

$$(18) \quad Q_{t+1} - A_{t+1} \geq (Q_t - A_t)(1+i) \quad \text{für } t=1,2,\dots,n-1$$

erfüllt sein. Das bedeutet: Der zu versteuernde Gewinn jeder Folgeperiode muß mindestens um die Zinsen auf den zu versteuernden Gewinn der Vorperiode wachsen.

Als Verallgemeinerung des zweiten Falles ist (17) ebenfalls stets erfüllt, wenn

3. in den Anfangsperioden steuerliche Verluste entstehen, die wenigstens mit dem Zinsfaktor abnehmen und nach dieser Anlaufphase steuerliche Gewinne erwirtschaftet werden, die wiederum mit dem Zinsfaktor  $q$  als Untergrenze steigen; hierbei handelt es sich also um die Verallgemeinerung der Interpretation von Bedingung (18). Gemäß der Beweisführung im Anhang dürfen dann allerdings spätestens ab der Periode  $k = \lceil (n+1)/2 \rceil$  (vgl. zur Erläuterung der Gauß-Klammer Fußnote 29 auf S. 24) keine steuerlichen Verluste erzielt werden; d.h. beispielsweise: bei einer Nutzungsdauer von 9 oder 10 Perioden muß die Anlaufphase mit steuerlichen Verlusten spätestens in der vierten Periode abgeschlossen sein.

In diesen Fällen sind die Kapitalwertisoquanten generell konkav; d.h. Investitionsobjekte mit einem positivem Kapitalwert vor Steuern oder einem solchen in Höhe von Null haben für Teilsteuersätze der Ertragsteuern zwischen 0 % und 100 % stets einen positiven Kapitalwert - hier erübrigt sich also die Einbeziehung von Ertragsteuern als Grundlage der Vorteilhaftigkeitsaussage für Einzelobjekte.

Formt man die Bedingung (18) gemäß  $Q_{t+1} - Q_t \geq A_{t+1} - A_t$  um, so erkennt man, daß diese bei linearer oder degressiver Abschreibung über die Abschreibungsdauer  $m \leq n$  jedenfalls erfüllt ist, wenn die Zahlungsüberschüsse allein wenigstens mit dem Zinsfaktor steigen (hinreichende Bedingung)<sup>24</sup>. Dann also liegt für die steuerlich gängigen Abschreibungsverfahren Steuerinsensitivität stets vor, wenn die Zahlungsüber-

---

24 Wegen  $A_{t+1} \leq A_t \leq A_t q$  ist die rechte Seite der umgeformten Bedingung dann für  $t=1,2,\dots,m$  stets negativ und wegen  $A_t=0$  für  $t=m+1,\dots,n$  ansonsten Null und die linke Seite wegen  $Q_{t+1} \geq Q_t q$  für alle  $t$  nicht negativ. Somit ist die umgeformte Bedingung bzw. (18) selbst dann stets erfüllt.

schüsse mit dem Zinsfaktor steigen. Hierbei handelt es sich allerdings nur um Sonderfälle der zweiten oder auch dritten Entscheidungssituation. Die Bedingung (18) selbst ist umfassender; d.h. sie kann beispielsweise auch dann erfüllt sein, wenn die Zahlungsüberschüsse schwächer als mit  $q$  steigen oder wenn bei degressiver Abschreibung die Zahlungsüberschüsse während der Abschreibungsdauer abnehmen und danach mit  $q$  zunehmen.

Da der Kapitalwert im Steuerfall nur dann positiv sein kann, wenn ein Investitionsobjekt neben Abschreibungen und Zinsen auch die Steuern verdient, folgt aus der vorhergehenden Analyse: Investitionsobjekte, die den genannten Entscheidungssituationen genügen und einen nicht negativen Kapitalwert vor Steuern aufweisen, verdienen neben Abschreibungen und Zinsen auch die anfallenden Ertragsteuern. Andernfalls ist nicht generell sichergestellt, daß Investitionsobjekte mit positivem Kapitalwert vor Steuern zwangsläufig auch die Steuern erwirtschaften; diese Erkenntnis ist jedoch trivial. Aus ökonomischer Sicht interessanter ist in diesem Zusammenhang der Hinweis, daß Investitionsobjekte, die vor Steuern Abschreibungen und Zinsen nicht verdienen, nach Steuern sowohl Abschreibungen und Zinsen als auch Steuern erwirtschaften können (vgl. hierzu Abb. 3a im Zusammenhang mit dem gestrichelten Linienzug). Der Grund hierfür ist darin zu sehen, daß der Ansatz gemäß Standardmodell sofortigen Verlustausgleich unterstellt; d.h. durch "Steuererstattungen" können Zinseffekte entstehen, die den Steuereffekt überkompensieren. Insgesamt ist es deshalb also durchaus möglich, daß dann Abschreibungen, Zinsen und Steuern abgedeckt sind, obwohl vor Steuern nicht einmal Abschreibungen und Zinsen verdient werden.

#### D. ZUSAMMENFASSUNG UND ERGÄNZUNGEN

Untersucht wurde die Fragestellung, unter welchen Voraussetzungen ein Investitionsobjekt mit positivem Kapitalwert vor Steuern oder einem solchen in Höhe von Null für Teilsteuersätze der Ertragsteuern unter 100 % stets einen positiven Kapitalwert aufweist. Das Interesse an dieser Fragestellung ergibt sich aus rechnerischen und planerischen Vorteilen beim Investitionskalkül, weil dann eine Analyse vor Steuern als Grundlage der Vorteilhaftigkeitsaussage für Einzelobjekte ausreicht; auf die explizite Berücksichtigung von Steuern kann hier verzichtet werden. Die aufgezeigten Ergebnisse zu dieser Frage der

Entscheidungsstabilität müssen natürlich insbesondere unter den getroffenen impliziten und expliziten Prämissen der Analyse gesehen werden. Deshalb wird im folgenden zunächst auf die entsprechenden Restriktionen eingegangen.

Eine Einschränkung für die Gültigkeit der gefundenen steuerinsensitiven Entscheidungsfälle ergibt sich daraus, daß gemäß Standardmodell in allen Perioden mit einem einheitlichen Steuersatz gerechnet wird. Streng genommen begrenzt dies die Verwertbarkeit der gefundenen Ergebnisse bei Einkommensteuer auf die Proportionalzonen des Einkommensteuertarifs<sup>25</sup> und bei Körperschaftsteuer auf Fälle, in denen die Relation zwischen einbehaltenem und ausgeschüttetem Gewinn im Zeitablauf zumindest annähernd gleich bleibt<sup>26</sup>.

Auf eine weitere Einschränkung wurde bereits verwiesen. Sie ergibt sich daraus, daß die Steuerverkürzung beim Kalkulationszinsfuß auf dem Teilsteuersatz beruht, der auf die gewinnsteuerliche Bemessungsgrundlage Anwendung findet. Schließt dieser Teilsteuersatz die Gewerbeertragsteuer ein, so impliziert eine solche Vorgehensweise im Gegensatz zu geltendem Steuerrecht Abzugsfähigkeit der Fremdkapitalzinsen (Dauerschuldzinsen) bei der Gewerbeertragsteuer. Dann gelten die aufgezeigten Ergebnisse nur für eigenfinanzierte Investitionsobjekte. Für den Fall der reinen Erfolgsteuer im Sinne von Einkommen- bzw. Körperschaftsteuer allein - wenn also die Gewerbeertragsteuer nicht interessieren sollte - gelten diese Ergebnisse jedoch finanzierungsunabhängig.

<sup>25</sup> Die angestellte Analyse dürfte aber auch für den Bereich des progressiven Tarifs nicht völlig nutzlos sein. Die Kapitalwertisoquante mit dem Niveau von Null läßt nämlich zumindest kritische Zins-Steuersatz-Kombinationen ableiten, und wenn jetzt die Grenzsteuersätze in allen Perioden unter dem kritischen Steuersatz liegen, besteht wohl guter Grund zu der Annahme, daß es sich hierbei um ein vorteilhaftes Objekt handeln dürfte.

<sup>26</sup> Das Problem des Planungsdurchgriffs wird hier außer acht gelassen. Im Prinzip ist die Vernachlässigung der steuerlichen Sphäre der Anteilseigner von Kapitalgesellschaften nur dann berechtigt, wenn man völlige Gewinnthesaurierung voraussetzen kann. Vgl. Hax, H., Offene Probleme der Investitions- und Finanzplanung, in: Investitions- und Finanzplanung im Wechsel der Konjunktur, Hrsg.: Kilger, W., Scheer, A.-W., Würzburg, Wien 1981, S. 16 f. Letztlich geht es hier um die Frage, wie Manager von Kapitalgesellschaften tatsächlich planen und wie sie planen sollten.

Unter Beachtung dieser Einschränkungen gilt: Investitionsobjekte mit nicht negativem Kapitalwert vor Steuern, die in der ersten Periode wenigstens die Abschreibungen verdienen, haben für Teilsteuersätze der Ertragsteuern unter 100 % in folgenden Fällen stets einen positiven Kapitalwert:

1. Die Zahlungsüberschüsse sind konstant, und es wird linear über die Nutzungsdauer abgeschrieben.
2. Der über die Abschreibungen hinaus verdiente Betrag ( $=Q_t - A_t$ ) steigt im Zeitablauf mit dem Zinsfaktor  $q$  als Untergrenze. Dabei ist es gleichgültig, ob die Abschreibungsdauer der Nutzungsdauer entspricht oder darunter liegt.
3. Der Zahlungsüberschuß steigt im Zeitablauf mit dem Zinsfaktor  $q$  als Untergrenze, und es wird - wie steuerlich auch üblich - linear oder degressiv abgeschrieben. Auch hierbei ist es gleichgültig, ob die Abschreibungsdauer der Nutzungsdauer entspricht oder darunter liegt.

Sofern in der Anlaufzeit steuerliche Verluste anfallen - gemäß Standardmodell bedeutet dies  $Q_t - A_t < 0$  -, haben Investitionsobjekte mit nicht negativem Kapitalwert vor Steuern für Teilsteuersätze der Ertragsteuern unter 100 % stets einen positiven Kapitalwert, sofern die folgenden Bedingungen erfüllt sind:

4. In Anfangsperioden fallen steuerliche Verluste an, die wenigstens mit dem Zinsfaktor  $q$  abnehmen, und danach werden steuerliche Gewinne erwirtschaftet, die wenigstens mit dem Zinsfaktor  $q$  zunehmen. Dabei muß die Anzahl von Perioden mit steuerlichen Gewinnen über der Anzahl von Perioden mit steuerlichen Verlusten liegen. Ein zu versteuernder Betrag in Höhe von  $Q_t - A_t = 0$  ist dabei rein formal als steuerlicher Gewinn zu interpretieren. Auch hier ist die Länge der Abschreibungsdauer ohne Bedeutung.

Beim dritten Fall handelt es sich um einen Spezialfall, der hier insbesondere deswegen explizit aufgeführt ist, weil dann für die üblichen steuerlich zulässigen Abschreibungsverfahren eine Überprüfung auf

Steuerinsensitivität anhand des Verlaufs der Zahlungsüberschüsse ausreicht<sup>27</sup>.

Zu betonen bleibt an dieser Stelle, daß die genannten Entscheidungssituationen für das Erfüllen der Bedingung (17) hinreichend sind; hier sind die Kapitalwertisoquanten also jedenfalls konkav. Die Frage der Entscheidungsstabilität könnte somit natürlich erheblich effizienter gelöst werden, wenn es gelänge, Zahlungsstrukturen und Abschreibungsmodalitäten zu bestimmen, die für das Erfüllen der Konkavitätsbedingung (17) notwendig und hinreichend wären. Entsprechende Bemühungen sind wegen der Komplexität der relevanten Bedingung jedoch insofern fruchtlos geblieben, als die Ableitung weiterer entscheidungsstabiler Fälle auf der Grundlage formaler Beweise nicht gelang. Nach den angeestellten Untersuchungen darf jedoch angenommen werden, daß bei nicht negativem Kapitalwert vor Steuern Entscheidungsstabilität auch dann vorliegt<sup>28</sup>, wenn

5. die zu versteuernden Gewinne im Zeitablauf nicht besonders stark schwanken, also wenn beispielsweise die Zahlungsüberschüsse im Zeitablauf keinen großen Schwankungen unterliegen und linear abgeschrieben wird,
6. die zu versteuernden Gewinne im Zeitablauf monoton steigen (bei linearer oder degressiver Abschreibung ist dies beispielsweise stets erfüllt, wenn die Zahlungsüberschüsse monoton steigen) oder
7. bei steuerlichen Anfangsverlusten später steuerliche Gewinne auftreten.

---

27 Bezogen auf die Ertragsteuern wird damit ein Teil der folgenden Behauptung von Mellwig, W., Sensitivitätsanalysen ..., a.a.O., S. 37, widerlegt: "Ein nennenswerter Steuereinfluß ergibt sich nur dann, wenn Investitionen stark ansteigende oder stark absinkende Überschußverläufe aufweisen..." Tatsächlich ist es also so, daß bei stark ansteigenden Überschußverläufen zumindest durch Ertragsteuern dann kein Steuereinfluß entsteht, wenn man Steuereinfluß als Wechsel des Vorzeichens bei den Kapitalwerten vor und nach Steuern versteht. Die angestellten Untersuchungen bestätigen hingegen, daß bei stark sinkenden Überschußverläufen durchaus ein Vorzeichenwechsel möglich ist. Vgl. hierzu auch die im laufenden Text noch folgenden Erläuterungen sowie das dort angegebene Beispiel.

28 Die folgenden Ergebnisse lassen sich in der Tendenz bereits begründen, wenn man die Bedingung (17) beispielsweise für eine Nutzungsdauer von 6 oder 8 Perioden ausschreibt und in einer t-u-Matrix anordnet. Man erkennt dann, daß diese Bedingung für die oben im Anschluß genannten Entscheidungssituationen wohl stets erfüllt sein dürfte.

Die beiden letzten Fälle stellen gegenüber den zuvor unter zweitens und viertens erwähnten Entscheidungssituationen insofern eine Erweiterung dar, als dort auf Monotonie bei steuerlichen Gewinnen bzw. Verlusten mit dem Zinsfaktor  $q$  als Untergrenze abgestellt ist.

Bedenkt man weiterhin, daß Entscheidungsstabilität auch im Falle eines konvexen Verlaufs der Kapitalwertisoquanten möglich ist (vgl. dazu Abb. 3b im Zusammenhang mit der durch Punkte unterbrochenen Geraden), so spricht einiges für die Vermutung, daß steuersensitive Entscheidungssituationen bei Investitionsentscheidungen eher den Sonderfall darstellen. Insofern wird die entsprechende von Mellwig nur beispielhaft gestützte Kernthese auch auf der Grundlage einer allgemeinen Analyse bekräftigt.

Instabile Entscheidungssituationen können nach den angestellten Untersuchungen tendenziell mit sinkenden steuerlichen Gewinnen auftreten oder mit relativ stark sinkendem Überschußverlauf und steuerlichen Endverlusten. So ergibt sich beispielsweise für das Investitionsobjekt mit der Zahlungsreihe -12.000, 5.000, 4.000, 3.000, 2.000, 2.000 bei einem Kalkulationszinsfuß von 12 % mit 194,29 ein positiver Kapitalwert vor Steuern. Bei einem Teilsteuersatz von 61,74 % (d.h. Einkommensteuersatz 56 %, Steuermeßzahl für den Gewerbeertrag 5 %, Hebesatz 300 %) und linearer Abschreibung ergibt sich gemäß (1) mit -29,61 hingegen ein negativer Kapitalwert.

Legt man den strengen Maßstab des theoretischen Anspruchs an, so ist zu betonen, daß die unter 5.-7. genannten Entscheidungsregeln nicht auf einem exakten Beweis beruhen. Hinzu kommt, daß von diesen das fünfte Kriterium nicht operational zu verwerten ist. Solange diese Schwachstellen nicht beseitigt sind, müssen die Entscheidungsregeln gemäß 5.-7. mit der gebührenden Vorsicht betrachtet werden. Abschließend bleibt deshalb hervorzuheben, daß lediglich die unter 1.-4. genannten Entscheidungsregeln bewiesen wurden; selbst diese dürften eine Vielzahl möglicher Planungsfälle bei Investitionsentscheidungen abdecken lassen. In diesen Fällen - und unter Beachtung der am Anfang der Zusammenfassung genannten Voraussetzungen - haben Investitionsobjekte mit nicht negativem Kapitalwert vor Steuern für Teilsteuersätze der Ertragsteuern unter 100 % jedenfalls einen positiven Kapitalwert; d.h. sie sind im Sinne der Vorteilhaftigkeitsaussage für Einzelobjekte "vor Steuern" und "nach Steuern" entscheidungsstabil.

ANHANG

I. Für die folgende Vorzeichenbetrachtung kann der konstante Faktor  $q^{-2}$  in (17) vernachlässigt werden. Mit  $D_t = Q_t - A_t$  bzw.  $D_u = Q_u - A_u$  ist (17) deshalb äquivalent zu:

$$(19) \quad \sum_{u=1}^n \{u(Q_u - sD_u)q^{-u} \sum_{t=1}^n (u+1-2t)D_tq^{-t}\} \leq 0.$$

Für  $Q_u \geq u$  für alle  $u$  bzw. Investitionsobjekte des Typs A ist der erste Summenausdruck dieser Bedingung stets positiv (vgl. dazu die Ausführungen auf S. 14). Deshalb ist (19) erfüllt für:

$$\sum_{t=1}^n (u+1-2t)D_tq^{-t} \leq 0 \quad \text{bzw.} \quad \sum_{t=1}^n (u+1-2t)D_tq^{-t} - \sum_{t>k}^n (u+1-2t)D_tq^{-t} \leq 0. \quad 29$$

$k = \lceil \frac{u+1}{2} \rceil$

Letzteres ist wiederum äquivalent zu:

$$(20) \quad \sum_{t=1}^k (u+1-2t)D_tq^{-t} \leq \sum_{t>k}^n (2t-u-1)D_tq^{-t}.$$

{a} {b}

Im folgenden wird gezeigt, daß die Bedingung (20) und somit (19) für  $D_k \geq 0$  und

$$(21) \quad D_{t+1} \geq D_tq \quad \text{bzw.} \quad D_{t+1}q^{-(t+1)} \geq D_tq^{-t} \quad \text{für } t = 1, 2, \dots, n-1$$

stets erfüllt ist.

Für  $u \leq n$  gilt:

$$(22) \quad \begin{aligned} n(u-n) &\leq 0 && \text{bzw.} \\ n(u-n) + n-n &\leq 0 && \text{bzw.} \\ n(u+1) - 2\frac{n}{2}(n+1) &\leq 0. \end{aligned}$$

Wegen  $\sum_{t=1}^n (u+1) = n(u+1)$  und  $\sum_{t=1}^n t = \frac{n}{2}(n+1)$  ist (22) äquivalent zu:

---

29 Die Gauß-Klammer beim entsprechenden oberen Summenindex bedeutet, daß  $k = (u+1)/2$  bei ungerader Zahl den nächst kleineren ganzzahligen Wert bedeutet und bei gerader Zahl diese selbst.

$$\sum_{t=1}^n (u+1-2t) \leq 0 \quad \text{bzw.}$$

$$\sum_{t=1}^k (u+1-2t) \leq \sum_{t>k}^n (2t-u-1).$$

Für  $D_k \geq 0$  gilt deshalb ebenfalls:

$$(23) \quad \underbrace{\sum_{t=1}^k (u+1-2t) D_k q^{-k}}_{\{c\}} \leq \underbrace{\sum_{t>k}^n (2t-u-1) D_k q^{-k}}_{\{d\}}.$$

Wegen (21) gelten für die linke und rechte Seite von (23) folgende Abschätzungen:

$$(24) \quad \underbrace{\sum_{t=1}^k (u+1-2t) D_k q^{-k}}_{\{c\}} \geq \underbrace{\sum_{t=1}^k (u+1-2t) D_t q^{-t}}_{\{a\}}$$

$$(25) \quad \underbrace{\sum_{t>k}^n (2t-u-1) D_k q^{-k}}_{\{d\}} \leq \underbrace{\sum_{t>k}^n (2t-u-1) D_t q^{-t}}_{\{b\}}.$$

Die Bedingung (24) ist deshalb erfüllt, weil  $D_k q^{-k}$  wegen (21) für  $t \leq k$  den größten Wert der entsprechenden Folge darstellt. Analog ist dann (25) erfüllt, weil  $D_k q^{-k}$  für  $t > k$  den kleinsten Wert in dieser Folge darstellt.

Nach (24), (23) und (25) gilt:  $\{a\} \leq \{c\}$ ,  $\{c\} \leq \{d\}$  und  $\{d\} \leq \{b\}$ . Deswegen gilt auch  $\{a\} \leq \{b\}$  - also die Ungleichung (20) -, womit gleichzeitig bewiesen ist, daß die Ausgangsbedingung (19) bei  $Q_u \geq 0$  für alle  $u$ ,  $D_k = Q_k - A_k \geq 0$  und  $D_{t+1} \geq D_t q$  bzw.

$$(18) \quad Q_{t+1} - A_{t+1} \geq (Q_t - A_t) q \quad \text{für } t=1, 2, \dots, n-1$$

erfüllt ist. Die Bedingung  $D_k \geq 0$  ist insbesondere bei  $D_t \geq 0$  für alle  $t$  eingehalten (Entscheidungsregel 2., S.17). Ansonsten kann ohne weiteres  $D_t < 0$  für  $t=1, 2, \dots, k-1$  sein, sofern  $D_k \geq 0$  und (18) erfüllt ist (Entscheidungsregel 3., S.18).

II. Der weiterhin interessierende Beweis, daß die Kapitalwertisoquanten bei  $Q_t=Q$  und  $A_t=A$  für alle  $t$ ,  $Q>A$  und nicht negativem Kapitalwert vor Steuern stets konkav sind, stellt sich über das abgeleitete Kriterium (17) im Vergleich zu I. unverhältnismäßig aufwendig. Der folgende Weg ist erheblich einfacher: Für konstante Zahlungsüberschüsse und lineare Abschreibungen über die Nutzungsdauer ergeben sich die Kapitalwertisoquanten mit  $RBF(q)$  als Rentenbarwertfaktor gemäß (4) als:

$$s = \frac{Q \cdot RBF(q) - a_0 - C}{(Q-A) RBF(q)}.$$

Erweitert man Zähler und Nenner mit dem Annuitätenfaktor  $ANF(q)$ , so folgt:

$$(26) \quad s = \frac{Q}{Q-A} - \frac{a_0 + C}{Q-A} ANF(q).$$

Der erste Quotient von (26) ist unabhängig von  $q$  und als Linearterm somit für die Krümmung der Kapitalwertisoquanten bedeutungslos. Da der Annuitätenfaktor mit wachsendem Zinsfaktor  $q$  wegen des Zinseszins-effektes überproportional zunimmt, ist  $ANF(q)=f(q)$  streng monoton steigend und konvex. Wegen des negativen Vorzeichens beim zweiten Quotienten von (26) sind die Kapitalwertisoquanten deswegen für  $Q-A>0$  und  $a_0+C \geq 0$  - letzteres ist wegen  $a_0 > 0$  und die interessierenden Fälle mit nicht negativem Kapitalwert  $C \geq 0$  stets erfüllt - monoton fallend und konkav.

SYMBOLVERZEICHNIS

$ANF(q)$	Annuitätenfaktor
$A_t$	Abschreibung der Periode $t$
$a_0$	Anfangsauszahlung
$C$	Kapitalwert nach dem Basismodell
$C(s)$	Kapitalwert nach dem Standardmodell
$D_t = Q_t - A_t$	zu versteuernder Gewinn der Periode $t, u$
$D_u = Q_u - A_u$	
$n$	Nutzungsdauer
$m$	Abschreibungsdauer ( $m \leq n$ )
$i$	Kalkulationszinssatz vor Steuern
$i(s) = i(i-s)$	Kalkulationszinssatz nach Steuern
$Q_t, Q_u$	Zahlungsüberschuß der Periode $t, u$ vor Zinsen und Steuern
$q = 1+i$	Zinsfaktor vor Steuern
$RBF(q)$	Rentenbarwertfaktor
$s$	Steuersatz bzw. Teilsteuersatz
$t, u$	Periodenindizes ( $t, u = 1, 2, \dots, n$ )

LITERATURVERZEICHNIS

- Brown, E.C., Business Income Taxation and Investment Incentives, in: Employment and Public Policy, Essays in Honour of Alvin H. Hansen, New York 1948, S. 300-316.
- Hax, H., Offene Probleme der Investitions- und Finanzplanung, in: Investitions- und Finanzplanung im Wechsel der Konjunktur, Hrsg.: Kilger, W., Scheer, A.-W., Würzburg, Wien 1981, S. 9-22.
- Mellwig, W., Sensitivitätsanalyse des Steuereinflusses in der Investitionsplanung - Überlegungen zur praktischen Relevanz einer Berücksichtigung der Steuern bei der Investitionsentscheidung, in: ZfbF 1980, S. 16-39.
- Mellwig, W., Die Berücksichtigung der Steuern in der Investitionsplanung - Modellprämissen und Ausmaß des Steuereinflusses, in: ZfbF 1981, S. 53-55.
- Schneider, D., Investition und Finanzierung - Lehrbuch der Investitions-, Finanzierungs- und Ungewißheitstheorie, 5. Auflage, Wiesbaden 1980.
- Schwarz, H., Zur Berücksichtigung erfolgsteuerlicher Gesichtspunkte bei Investitionsentscheidungen, in: BFuP 1962, S. 135-153 und S. 199-211.
- Steiner, J., Gewinnsteuern in Partialmodellen für Investitionsentscheidungen - Barwert und Endwert als Instrumente zur Steuerwirkungsanalyse, Berlin 1980.
- Wagner, F.W., Der Steuereinfluß in der Investitionsplanung - Eine Quantité négligeable, in: ZfbF 1981, S. 47-52.
- Wagner, F.W., Dirrigl, H., Die Steuerplanung der Unternehmung, Stuttgart, New York 1980.