

Kohn, Wolfgang

Preprint

Kapitalwertmethode bei nicht-flacher Zinsstrukturkurve

Suggested Citation: Kohn, Wolfgang (2013) : Kapitalwertmethode bei nicht-flacher Zinsstrukturkurve, ZBW - Deutsche Zentralbibliothek für Wirtschaftswissenschaften, Leibniz-Informationszentrum Wirtschaft, Kiel und Hamburg

This Version is available at:

<https://hdl.handle.net/10419/83786>

Standard-Nutzungsbedingungen:

Die Dokumente auf EconStor dürfen zu eigenen wissenschaftlichen Zwecken und zum Privatgebrauch gespeichert und kopiert werden.

Sie dürfen die Dokumente nicht für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, öffentlich zugänglich machen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Sofern die Verfasser die Dokumente unter Open-Content-Lizenzen (insbesondere CC-Lizenzen) zur Verfügung gestellt haben sollten, gelten abweichend von diesen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

Terms of use:

Documents in EconStor may be saved and copied for your personal and scholarly purposes.

You are not to copy documents for public or commercial purposes, to exhibit the documents publicly, to make them publicly available on the internet, or to distribute or otherwise use the documents in public.

If the documents have been made available under an Open Content Licence (especially Creative Commons Licences), you may exercise further usage rights as specified in the indicated licence.

Kapitalwertmethode bei nicht-flacher Zinsstrukturkurve

Net Present Value in Case of Non Flat Interest Term Structure

Prof. Dr. Wolfgang Kohn*
University of Applied Sciences, Bielefeld

03.10.2013

Abstract

The simple financial world assumes a constant interest rate over time (flat yield curve). If this restriction is released for a non constant interest rate (non-flat yield curve) the compounded interest should be neutralized for this interest payments. The net present value with neutralized interest payments (bootstrapping method) leads towards net present values which takes better increasing and decreasing interest terms structures into account which results in lower or higher net present values. Therefore the investment decisions are more in line with the interest term structure. Further on a net present value margin is introduced, which shows for a given interest term structure the margin when the net present value is zero. It is an extension of the internal return of investment. All calculations are in line with a flat interest term structure.

Zusammenfassung

In der einfachen finanzmathematischen Welt herrscht ein konstanter Zinssatz. Wird die Modellwelt hinsichtlich einer nicht flachen Zinsstruktur abgeändert, so sollten die Barwertfaktoren um zwischenzeitliche Zinszahlungen (Zinseszinsen) neutralisiert werden. Die Berechnung der Barwertfaktoren mittels der Duplizierung von Zahlungsströmen (Bootstrapping) führt zu Kapitalwerten, die steigende bzw. fallende Finanzierungskosten der Investition besser im Kapitalwert berücksichtigen. Die Kapitalwerte der Investitionen fallen bzw. steigen gegenüber der herkömmlichen Berechnung und berücksichtigen damit besser die Markterwartungen aus der Zinsstrukturkurve. Die Unternehmensentscheidungen wirken damit stabilisierend auf die konjunkturelle Entwicklung. Ferner wird gezeigt, dass eine Barwertmarge bzw. Rentabilitätsmarge berechnet werden kann, die die Differenz zur gegebenen Zinsstruktur angibt, bei der der Kapitalwert Null wird. Alle Ergebnisse entsprechen dem traditionellen Ansatz, wenn die Zinsstruktur flach ist.

* wolfgang.kohn@fh-bielefeld.de

Für Diskussion und Ideen bedanke ich mich bei Prof. Dr. Lenz, Dr. Tamm, Prof. Dr. Uphaus
JEL Klassifikation: E43, E44, G11, G31

1 Einführung

In der herkömmlichen Kapitalwertberechnung von Investitionen werden nicht-flache Zinsstrukturkurven so berücksichtigt, dass angenommen wird, dass jede zukünftige Zahlung (am Ende der Periode) in den davor liegenden Zeiträumen auch Zinserträge mit den entsprechenden Zinssätzen in den Perioden erzielt. Wird die Markteffizienzhypothese (Fama) angenommen

$$(1 + i_t)^t = \prod_{\tau=1}^t (1 + \tau_{-1} i_{\tau}) \quad (1)$$

mit $\tau_{-1} i_{\tau}$ den einperiodigen Terminzinssätzen und i_t den Kassazinssätzen, so wird aus der Rechnung mit einer flachen Zinsstruktur eine verallgemeinerte Kapitalwertberechnung abgeleitet.

$$C_0^*(i) = \sum_{t=0}^n \frac{Z_t}{(1+i)^t} \rightarrow C_0^*(i_1, \dots, i_n) = Z_0 + \sum_{t=1}^n \frac{Z_t}{(1+i_t)^t} \quad (2)$$

Jede Zahlung Z_t wird mit dem Produkt der einperiodigen Terminzinssätze diskontiert.

Beispiel 1. Für $t = 1, 2$ werden Zahlungen von $Z_0 = -12 \text{ €}$, $Z_1 = 6 \text{ €}$ und $Z_2 = 7 \text{ €}$ und Kassazinssätze von $i_1 = 3\%$, $i_2 = 4\%$ angenommen. Der Kapitalwert der Investition beträgt nach (2)

$$C_0^*(0.03, 0.04) = -12 + \frac{6}{1.03} + \frac{7}{1.04^2} = 0.2971$$

Für den Kalkulationszinssatz nehmen wir die Kassazinssätze i_t . In der Kapitalwertberechnung wird unterstellt, dass der Ertrag aus Periode 2 in Periode 1 einen Zins in Höhe von 3% hat. Dies ist aber nicht der Fall, da keine Zahlung in Höhe von 7 € in der Periode 1 vorliegt.

Die Berechnung nach (2) unterstellt, dass zwischenzeitliche Zinszahlungen anfallen. Diese Prämisse trifft bei zukünftigen Erträgen aus Investitionen jedoch nicht zu, da für die zukünftigen Zahlungen wie bei Nullkuponanleihen keinerlei Zahlungen in den dazwischen liegenden Zeiträumen anfallen (vgl. [6, Kap. 6.2.2.2]).

Bei einer einperiodigen (jährigen) Betrachtung tritt kein Problem auf, da keine Zwischenzahlungen auftreten. Die Berechnung des zweiten Barwerts $C_0^*(0.03, 0.04)$ unterstellt, dass die Zahlung Z_2 auch zum Zeitpunkt $t = 1$ verzinst wird. Bei einer Investition fällt jedoch für Z_2 in $t = 1$ kein Ertrag an, da sie noch gar nicht erwirtschaftet wurde. Daher ist die einer Verzinsung einer Nullkuponanleihe für die Diskontierung der Zahlung Z_t angemessener. Die Berechnung von Nullkuponzinssätzen ist in der Literatur unter den Namen Duplizierung von Zahlungsströmen und Bootstrap-Verfahren bekannt (vgl. [7]).

2 Berechnung von Barwerten bei nicht-flachen Zinsstrukturkurven

Der Barwert einer Zahlung Z_1 in $t = 1$ ist $\frac{Z_1}{1+i_1}$. Wird ein Zeitraum von 2 Perioden betrachtet, so ist die Zahlung Z_2 um die Zinseszinszahlung in $t = 1$ zu bereinigen. Die

Berechnung nach (2) unterstellt jedoch eine Zinszahlung in Höhe von $i_2 \times Z_2$ zum Zeitpunkt $t = 1$.

Der Barwert einer Zahlungsfolge ist die Summe der Barwerte der jeweiligen Periode, die mit den Barwertfaktoren c_t berechnet werden. Das lineare Gleichungssystem

$$Z_{0,1} = c_1 Z_1 \quad (3)$$

$$Z_{0,2} = c_1 Z_{1,2} + c_2 Z_2 \quad (4)$$

$$Z_{0,3} = c_1 Z_{1,3} + c_2 Z_{2,3} + c_3 Z_3 \quad (5)$$

⋮

mit $Z_{0,n}$ den Barwerten, $Z_{t,n}$ den Zahlungen zum Zeitpunkt t innerhalb von n Gesamtperioden und Z_n den Zahlungen zum Zeitpunkt n liefert die Barwertfaktoren. Werden der Einfachheit für die Barwerte $Z_{0,n} = 1$ und für die Zahlungen $Z_{t,n} = i_n$ sowie für $Z_n = 1 + i_n$ angenommen, so erhält man durch rekursives Lösen (Bootstrap Verfahren) des Gleichungssystems (3)-(5) die Barwertfaktoren c_t (vgl. [1, Kap. 6.3]). Man erhält für

$$\begin{aligned} c_1 &= \frac{1}{1+i_1} \\ c_2 &= \frac{1}{1+i_2} - \frac{i_2}{1+i_2} \frac{1}{1+i_1} \\ c_3 &= \frac{1}{1+i_3} - \frac{i_3}{1+i_3} \frac{1}{1+i_2} \frac{1}{1+i_1} - \frac{i_3}{1+i_3} \frac{1}{1+i_2} \\ &\vdots \end{aligned}$$

Wird die obige Überlegung verallgemeinert erhält man folgende Berechnungsweise für die Barwertfaktoren (vgl. [2]).

$$c_t = \begin{cases} \frac{1}{1+i_1} & \text{für } t = 1 \\ \frac{1}{1+i_t} - \frac{i_t}{1+i_t} \sum_{k=1}^{t-1} \prod_{\tau=k}^{t-1} (1+i_\tau)^{-1} & \text{für } t = 2, 3, \dots \end{cases} \quad (6)$$

Werden keine Zahlungen $0 < t < n$ angenommen, so ist der Barwert einer Zahlung in n : $Z_{0,n} = c_n \times Z_n$.

Beispiel 2. Es werden 3 Perioden mit der Kassazinsstruktur $i_1 = 3\%$, $i_2 = 4\%$, $i_3 = 5\%$ betrachtet. Der Barwertfaktor c_1 ist $\frac{1}{1.03}$. Es fallen zwischen $t = 0$ und $t = 1$ keinerlei Zahlungen an. Der Barwert einer Zahlung von Z_2 in $t = 2$ ist mit

$$c_2 = \left(\frac{1}{1.04} - \frac{0.04}{1.04} \frac{1}{1.03} \right) = 0.92419$$

zu diskontieren. Die Zahlung in $t = 3$ ist in folgender Weise zu diskontieren.

$$\begin{aligned} c_3 &= \frac{1}{1+i_3} - \frac{i_3}{1+i_3} \sum_{k=1}^2 \frac{1}{\prod_{\tau=k}^2 (1+i_\tau)} \\ &= \frac{1}{1.05} - \frac{0.05}{1.05} \left(\frac{1}{1.03} \frac{1}{1.04} + \frac{1}{1.04} \right) = 0.86213 \end{aligned}$$

Die nicht vorhandenen Zinszahlungen über 2 Perioden ($\frac{0.05}{1.05} \frac{1}{1.03} \frac{1}{1.04}$) und über eine Periode ($\frac{0.05}{1.05} \frac{1}{1.04}$) sind abzuziehen. Ein Zahlung in Höhe von 1 € in 3 Perioden besitzt einen Barwert von 0.86213 €.

Die Dreiecksstruktur zur Berechnung der Barwertfaktoren ist nicht erforderlich (vgl. [3]). Das lineare Gleichungssystem (3)-(5) in Matrixform

$$\mathbf{Zc} = \mathbf{b} \Rightarrow \mathbf{c} = \mathbf{Z}^{-1} \mathbf{b}$$

$$\begin{bmatrix} Z_1 & 0 & 0 & \dots \\ Z_{1,2} & Z_2 & 0 & \dots \\ Z_{1,3} & Z_{2,3} & Z_3 & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ \vdots \end{bmatrix}$$

kann auch mit einer anderen entsprechenden Anleihenstruktur berechnet werden, die mit einer vollbesetzten Matrix $\tilde{\mathbf{Z}}$ verbunden ist.

$$\tilde{\mathbf{Z}}\mathbf{c} = \tilde{\mathbf{b}} \Rightarrow \mathbf{c} = \tilde{\mathbf{Z}}^{-1} \tilde{\mathbf{b}}$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{Z}_{1,1} & \tilde{Z}_{2,1} & \tilde{Z}_{3,1} & \dots \\ \tilde{Z}_{1,2} & \tilde{Z}_{2,2} & \tilde{Z}_{3,2} & \dots \\ \tilde{Z}_{1,3} & \tilde{Z}_{2,3} & \tilde{Z}_{3,3} & \dots \end{bmatrix} \mathbf{c} = \tilde{\mathbf{b}}$$

Beispiel 3. Statt das Gleichungssystem mit Anleihen entsprechend der Laufzeiten zu verwenden

$$\mathbf{c} = \begin{bmatrix} 1.03 & 0 \\ 0.04 & 1.04 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.970873 \\ 0.924197 \end{bmatrix}$$

kann z. B. auch eine äquivalente Anleihenstruktur herangezogen werden.

$$\mathbf{c} = \begin{bmatrix} 0.03 & 1.03 \\ 0.04 & 1.04 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0.981049 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.970873 \\ 0.924197 \end{bmatrix}$$

verwendet werden.

Interessant ist, dass bei einer steigenden Zinsstruktur die Barwertfaktoren c_t negativ werden können. Geht $t \rightarrow \infty$ für eine gegebene Zinsstruktur (bzw. die Zinssatzabstände gehen gegen Null), so kann c_t negativ werden. Ebenfalls negativ werden kann c_t , wenn die Zinsstruktur extrem ansteigt, z. B. von 1% auf 30%. Ökonomisch müsste das bedeuten, dass die Finanzierung der Zahlung Z_t mit der gegebenen Zinsstruktur mit einem Verlust verbunden ist. Jedoch sind beide Fälle eher unrealistisch. Im Fall einer fallenden Zinsstruktur treten keine negativen Barwertfaktoren auf.

Liegt eine flache Zinsstruktur (i konstant) vor ist

$$c_t = (1 + i)^{-t} \quad (7)$$

und die Barwertberechnung ist dann identisch mit der Diskontierung bei flacher Zinsstruktur (siehe Anhang 1).

Die Rendite r_t einer Nullkuponanleihe ist die herkömmliche exponentielle Verzinsung über t Perioden: $1 \text{ €} = c_t (1 + r_t)^t$. Sie liegt aufgrund der fehlenden Zins- und Zinsseszinszahlungen über denen Renditen der Kuponanleihe.

$$r_t = \sqrt[t]{c_t^{-1}} - 1 \quad (8)$$

Beispiel 4. Die Rendite einer einjährigen Zahlung beträgt aufgrund der fehlenden Zinszahlungen (der Zinssatz besitzt die gleiche Periodizität wie die Zahlungen Z_t) $r_1 = i_1 = 3\%$. Die Rendite einer Zahlungen in 2 Jahren ohne zwischenzeitliche Zahlungen liegt bei

$$r_2 = \sqrt[2]{0.92419^{-1}} - 1 = 4.0202\%$$

und einer Zahlung in 3 Jahren bei

$$r_3 = \sqrt[3]{0.86213^{-1}} - 1 = 5.0688\%$$

In Abb. 1 sind für die Zinssätze von 2% bis 6% (linear steigende Zinsstruktur) mit einem halben Prozentpunkt Abstand pro Jahr (entspricht 9 Jahren) die Barwertfaktoren nach der herkömmlichen Berechnung (Fama) mit $(1 + i_t)^{-t}$ und nach dem Bootstrap Verfahren abgetragen. Es ist in Abb. 1 deutlich zu erkennen, dass bei einer monoton steigenden Zinsstruktur das Bootstrap Verfahren kleinere Barwertfaktoren berechnet. Damit fallen die Kapitalwerte bei einer steigenden Zinsstruktur niedriger aus und die Investition ist weniger rentabel.

Bei einer fallenden Zinsstruktur (von 6% auf 2% über 9 Jahre) liegen die Barwertfaktoren nach dem Bootstrap Verfahren stets oberhalb der herkömmlichen Faktoren (Fama). Die niedrigeren Finanzierungskosten machen die Investition rentabler. Die Barwertfaktoren fallen zuerst, da die höheren Zinssätze die Barwertberechnung dominieren. Danach bestimmt der Faktor Zeit mit den fallenden Zinssätzen die Berechnung und die Faktoren steigen. Die Barwertfaktoren der herkömmlichen Berechnung liegen unterhalb denen des Bootstrap Verfahrens.

3 Kapitalwertmethode bei nicht-flacher Zinsstruktur

Der Kapitalwert einer Investition mit einer nicht-flachen Zinsstruktur ist folglich besser mit den Barwertfaktoren c_t zu berechnen. In der Literatur wird dieser Ansatz als Marktzinnsmodell bezeichnet (vgl. [4], [5]).

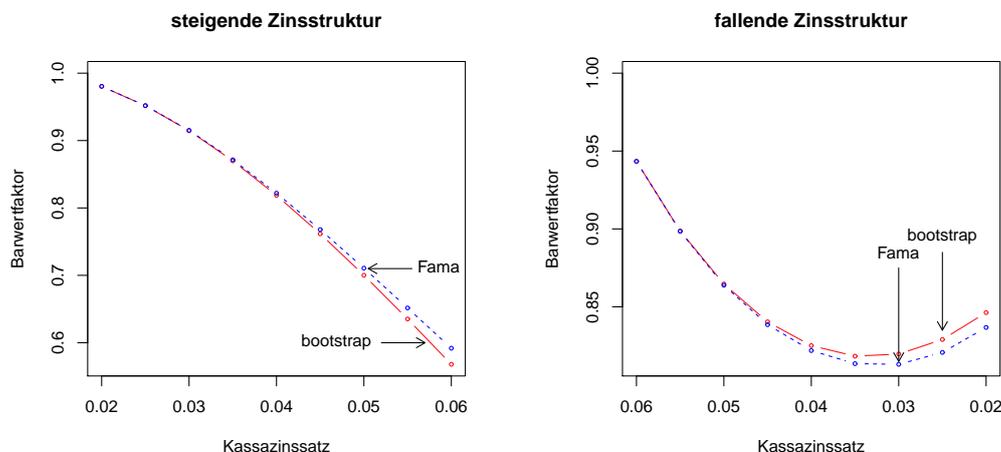
$$C_0(i_1, \dots, i_n) = Z_0 + \sum_{t=1}^n c_t Z_t \quad (9)$$

Beispiel 5. Der Kapitalwert nach 2 Perioden mit den Barwertfaktoren berechnet beträgt

$$C_0(0.03, 0.04) = -12 + 6 \times 0.97087 + 7 \times 0.92419 = 0.2946 < C_0^*$$

Der Kapitalwert C_0 ist gegenüber C_0^* gefallen.

Abbildung 1: Herkömmliche und Bootstrap Barwertfaktoren



Im Kapitalwert C_0 werden stärker die höheren Finanzierungskosten der Investition im 2-ten Jahr berücksichtigt, sofern eine fristenkonguerente Finanzierung mit der Investition verbunden ist. Dies führt zu einem Fallen der Barwerte gegenüber der herkömmlichen Berechnungsweise. In der Zinsstruktur spiegeln sich die Erwartungen der Marktteilnehmer bzgl. Inflation, Kreditrisiken und Zinsänderungsrisiken wider. Die Erwartungen bzw. die Risikoprämien der Marktteilnehmer sind im Wesentlichen von der Konjunktur bestimmt. Sind diese korrekt, so werden Unternehmen ihre Investitionsentscheidung konjunkturgerecht treffen. Bei verbesserten Konjunkturaussichten nehmen die Risikoprämien zu und die Zinsstrukturkurve steigt stärker an. Die Kapitalwerte C_0 sinken stärker als C_0^* und Investitionen werden stärker eingeschränkt. In einer Rezessionsphase hingegen verläuft die Zinsstrukturkurve flacher oder wird gar invers (fallende Zinsstruktur). Die Kapitalwerte C_0 der Investitionen steigen stärker als C_0^* und Investitionen werden lukrativer und können daher einen stärkeren positiven Effekt auf die Konjunktur haben. Eine Fehlallokation von Kapital wird vermieden. Entscheiden sich Unternehmen bewusst gegen eine fristenkonguerente Finanzierung (z. B. durch eine Folge von einjährigen Finanzierung) so wird zusätzlich ein Finanzierungsrisiko eingegangen, das jedoch nicht inhärent mit der Investition verbunden ist (vgl. [5, Seite 707]).

Beispiel 6. Es wird eine fallende Zinsstruktur mit $i_1 = 4\%$, $i_2 = 3\%$ angenommen. Es gilt weiterhin die Zahlungsfolge aus Beispiel 1. Die Barwertfaktoren für die 2-periodige Betrachtung sind nun

$$c_1 = \frac{1}{1.04} = 0.96154$$

$$c_2 = \frac{1}{1.03} - \frac{0.03}{1.03} \frac{1}{1.04} = 0.94286$$

Der Kapitalwert der Investition beträgt

$$C_0(0.04, 0.03) = 0.3693 > C_0^* = 0.3674$$

Die Investition ist gegenüber dem herkömmlichen Ansatz (Fama) rentabler, da die fallenden Kalkulationszinssätze stärker in die Berechnung eingehen.

Werden in C_0^* die Nullkuponrenditen synthetische Nullkuponterminzinssätze eingesetzt, so sind die Ergebnisse gleich C_0 .

Beispiel 7. Aus den Nullkuponrenditen lassen sich mit (1) synthetische Terminzinssätze der Nullkuponanleihen ${}_{\tau-1}r_\tau$ berechnen. Für das Beispiel mit $i_1 = r_1 = 0.03$ und $i_2 = 0.04$ ($r_2 = 0.0402$) erhält man folgende Werte.

$$\begin{aligned} {}_0r_1 &= 0.03 \\ {}_1r_2 &= \frac{1.0402^2}{1.03} - 1 = 0.0505 \end{aligned}$$

Aufgrund der angenommenen Effizienzhypothese (1) ist dann der Kapitalwert

$$C_0^*({}_0r_1, {}_1r_2) = Z_0 + \sum_{t=1}^2 \frac{Z_t}{\prod_{\tau=1}^t (1 + {}_{\tau-1}r_\tau)} = -12 + \frac{6}{1.03} + \frac{7}{1.03 \times 1.0505} = 0.2946$$

gleich

$$C_0^*(r_1, r_2) = Z_0 + \sum_{t=1}^2 \frac{Z_t}{(1 + r_t)^t} = -12 + \frac{6}{1.03} + \frac{7}{1.0402^2} = 0.2906$$

und gleich dem mit den Bootstrap-Barwertfaktoren berechneten Kapitalwert $C_0(i_1, i_2)$. Werden hingegen die Terminzinssätze ${}_{\tau-1}i_\tau$ verwendet, die die Zwischenzahlungen nicht neutralisieren, sind die Kapitalwerte C_0 und C_0^* verschieden.

$$C_0(i_1, i_2) \neq C_0^*({}_0i_1, {}_1i_2) = C_0^*(i_1, i_2)$$

4 Barwertmarge bei nicht-flacher Zinsstruktur

Ein interner Kapitalzinssatz ist bei einer nicht-flachen Zinsstruktur nicht definiert. Man kann aber eine Barwertmarge m definieren, die einen Kapitalwert von Null bei gegebener Zinsstruktur erzeugt. Es werden die Nullstellen der Kapitalwertfunktion für gegebene c_t in Abhängigkeit von m berechnet: $C_0(m) \stackrel{!}{=} 0$. Wir unterstellen für die Barwertmarge m ein polynomiales Verhalten. Dies hat den Vorteil, dass sie die Zinsstruktur der Nullkuponrenditen erhält.

$$C_0(m) = Z_0 + c_1 Z_1 m + c_2 Z_2 m^2 + \dots + c_n Z_n m^n \stackrel{!}{=} 0 \quad (10)$$

Eine positive reelle Lösung für m ist die Barwertmarge, die den Kapitalwert für gegebene c_t bzw. i_t Null werden lässt. Die Lösung ist nicht unbedingt eindeutig. Für $n > 2$ kann m numerisch berechnet werden.

Beispiel 8. Für das Beispiel 5 ist folgendes Nullstellenproblem zu lösen, um einen Kapitalwert von Null zu erhalten.

$$C_0(m) = -12 + 5.8252m + 6.4693m^2 \stackrel{!}{=} 0$$

Die Lösungen für m sind 0.9842 und -1.8846 . Ökonomisch sinnvoll ist nur die Barwertmarge 0.9842.

Eine Zinsstruktur von $\hat{r}_1 = \frac{1}{c_1 m} - 1 = 0.04652$ und $\hat{r}_2 = \sqrt{\frac{1}{c_2 m^2}} - 1 = 0.05688$ erzeugt einen Kapitalwert von Null. Dies ist die Rentabilitätsgrenze für die gegebene Investition und die gegebene Zinsstruktur. Liegen die Zinssätze der Finanzierung r_t darunter ist die Investition rentabel.

Aus dem obigen Beispiel wird die Beziehung zwischen der Nullkuponrenditen r_t (bzw. Barwertfaktoren c_t) und der Zinsstruktur für einen Kapitalwert von Null \hat{r}_t deutlich.

$$(1 + \hat{r}_t)m = \frac{1}{c_t} = (1 + r_t)$$

Die Barwertmarge m kann auch als Rentabilitätsmarge interpretiert werden. Das Verhältnis der Zinsstruktur $1 + \hat{r}_t$, die einen Kapitalwert von Null erzeugt und der Nullkuponrenditen $1 + r_t$ ist aufgrund des Ansatzes (10) konstant und kann als Rentabilitätsmarge k festgelegt werden.

$$1 + k = \frac{1 + \hat{r}_t}{1 + r_t} \rightarrow k = \frac{1 + \hat{r}_t}{1 + r_t} - 1 = \frac{1}{m} - 1$$

Beispiel 9. Im obigen Beispiel beträgt die Rentabilitätsmarge rd. 1.6%.

$$k = \frac{1}{0.9842} - 1 = 0.01604$$

Dies ist die Nettoerendite der Investition, wenn eine zeitunabhängige Marge m unterstellt wird. Die Investition ist um 1.6% rentabler als eine Geldanlage zur gegebenen Zinsstruktur.

Ist die Zinsstruktur flach ($i = i_t$), so ist \hat{r} identisch mit dem internen Kapitalzinsfuß. Es gilt dann (7) und man erhält aus (10) die Beziehung für den internen Kapitalzinssatz

$$\frac{1}{(1 + \hat{r})^t} \stackrel{!}{=} \left(\frac{m}{1 + i} \right)^t \rightarrow \hat{r} = \frac{1 + i}{m} - 1$$

5 Fazit

Den Kapitalwert mit Barwertfaktoren nach dem Bootstrap Verfahren zu berechnen ermöglicht adäquat die Diskontierung der Zahlungsströme bei einer nicht-flachen Zinsstruktur zu berücksichtigen. Die Kapitalwerte sinken/steigen bei steigender/fallender Zinsstruktur. Die Investitionen sind weniger/mehr rentabel, da die steigenden/fallenden Finanzierungskosten stärker berücksichtigt werden. Ein Äquivalent zum internen

Kapitalzinssatz ist mit der Barwertmarge bzw. Rentabilitätsmarge berechenbar. Für eine flache Zinsstruktur sind die Ergebnisse des Kapitalwerts und des internen Kapitalzinssatzes identisch mit der herkömmlichen Verfahren. Neben der betriebswirtschaftlichen Betrachtung besitzt die korrekte Berücksichtigung der Zinsstruktur in der Kapitalwertberechnung auch eine makroökonomische Implikation: Sie wirkt stabilisierend auf die Konjunktur.

Anhang

1. Aus (6) folgt für $i_t = i$

$$\begin{aligned}
 c_t &= \frac{1}{1+i} - \frac{i}{1+i} \left(\frac{1}{(1+i)} + \dots + \frac{1}{(1+i)^{t-1}} \right) \\
 &= \frac{1}{(1+i)} - \frac{i}{(1+i)} \left[(1+w + \dots + w^{t-1}) - 1 \right] \quad \text{mit } w = \frac{1}{(1+i)} \\
 &= \frac{1}{(1+i)} - \frac{i}{(1+i)} \left[\frac{w^t - 1}{w - 1} - 1 \right] \\
 &= \frac{1}{(1+i)} - \frac{i}{(1+i)} \left[\frac{(1+i)(1 - (1+i)^t)}{(1+i)^t(1 - (1+i))} - 1 \right] \\
 &= \frac{1}{(1+i)} + \frac{1 - (1+i)^t}{(1+i)^t} + \frac{i}{(1+i)} = 1 + \frac{1 - (1+i)^t}{(1+i)^t} \\
 &= \frac{(1+i)^t + 1 - (1+i)^t}{(1+i)^t} = \frac{1}{(1+i)^t}
 \end{aligned}$$

Literatur

- [1] Marek Capiński, Ekkehard Kopp. Discrete Models of Financial Markets. Cambridge University Press. Cambridge, New York, Melbourne. 2012.
- [2] Wolfgang Kohn, Riza Öztürk. Mathematik für Ökonomen. Ökonomische Anwendungen der linearen Algebra und Analysis mit Scilab. 2. Auflage. Springer Gabler. Berlin, Heidelberg. 2012.
- [3] Lutz Kruschwitz, Michael Röhrs. Debreu, Arrow und die marktzinsorientierte Investitionsrechnung. in: Zeitschrift für Betriebswirtschaft (ZfB). Seite 655-665. 64. Jg. Heft 5. 1994.
- [4] Louis Perridon, Manfred Steiner, Andreas Rathgeber. Finanzwirtschaft der Unternehmung. 16. Auflage. Verlag Vahlen. München. 2012.
- [5] Bernd Rolfes. Marktzinsorientierte Investitionsrechnung. in: Zeitschrift für Betriebswirtschaft (ZfB). Seite 691-713. 63. Jg. Heft 7. 1993.

- [6] Henner Schierenbeck, Claudia B. Wöhle. Grundzüge der Betriebswirtschaftslehre. Dozentenausgabe. 17. Auflage. Oldenbourg Verlag. München. 2008.
- [7] Arnd Wiedemann. Financial Engineering. Bewertung von Finanzinstrumenten. 6. Auflage. Frankfurt School Verlag. Frankfurt. 2013.