

Elizondo, Rocio

Working Paper

Estimaciones del PIB mensual basadas en el IGAE

Working Papers, No. 2012-11

Provided in Cooperation with:

Bank of Mexico, Mexico City

Suggested Citation: Elizondo, Rocio (2012) : Estimaciones del PIB mensual basadas en el IGAE, Working Papers, No. 2012-11, Banco de México, Ciudad de México

This Version is available at:

<https://hdl.handle.net/10419/83735>

Standard-Nutzungsbedingungen:

Die Dokumente auf EconStor dürfen zu eigenen wissenschaftlichen Zwecken und zum Privatgebrauch gespeichert und kopiert werden.

Sie dürfen die Dokumente nicht für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, öffentlich zugänglich machen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Sofern die Verfasser die Dokumente unter Open-Content-Lizenzen (insbesondere CC-Lizenzen) zur Verfügung gestellt haben sollten, gelten abweichend von diesen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

Terms of use:

Documents in EconStor may be saved and copied for your personal and scholarly purposes.

You are not to copy documents for public or commercial purposes, to exhibit the documents publicly, to make them publicly available on the internet, or to distribute or otherwise use the documents in public.

If the documents have been made available under an Open Content Licence (especially Creative Commons Licences), you may exercise further usage rights as specified in the indicated licence.

Banco de México
Documentos de Investigación

Banco de México
Working Papers

N° 2012-11

Estimaciones del PIB Mensual Basadas en el IGAE

Rocio Elizondo
Banco de México

Octubre 2012

La serie de Documentos de Investigación del Banco de México divulga resultados preliminares de trabajos de investigación económica realizados en el Banco de México con la finalidad de propiciar el intercambio y debate de ideas. El contenido de los Documentos de Investigación, así como las conclusiones que de ellos se derivan, son responsabilidad exclusiva de los autores y no reflejan necesariamente las del Banco de México.

The Working Papers series of Banco de México disseminates preliminary results of economic research conducted at Banco de México in order to promote the exchange and debate of ideas. The views and conclusions presented in the Working Papers are exclusively of the authors and do not necessarily reflect those of Banco de México.

Estimaciones del PIB Mensual Basadas en el IGAE*

Rocio Elizondo[†]
Banco de México

Resumen

En este artículo se presentan tres métodos para estimar el logaritmo del PIB real mensual en México a partir del Indicador Global de la Actividad Económica (IGAE): (1) una aproximación determinística a través de la tasa de crecimiento del IGAE; (2) una extensión del método de Denton; y, (3) el filtro de Kalman. En dichos métodos el PIB mensual es considerado como una variable no observable que se aproxima utilizando únicamente el IGAE. Los resultados sugieren que el método basado en el filtro de Kalman parece ajustarse mejor a los datos observados del PIB trimestral bajo varias medidas de error. Al analizar diferentes periodos de estimación se encontró que los parámetros correspondientes del filtro permanecen relativamente estables a través del periodo de estudio, por lo cual se utilizó dicho método para realizar pronósticos fuera de la muestra.

Palabras Clave: Producto Interno Bruto, Indicador Global de la Actividad Económica, Filtro de Kalman, Método de Denton, Pronósticos.

Abstract

This article presents three methods to estimate the logarithm of monthly real GDP in Mexico from the Global Indicator of Economic Activity (IGAE): (1) a deterministic approach using the IGAE growth rate; (2) an extension of Denton method; and, (3) the Kalman filter. In these methods the monthly GDP is regarded as an unobservable variable that is approximated using only the IGAE. Results suggest that the method based on the Kalman filter seems to fit better the observed data of quarterly GDP under several error measures. By analyzing different estimation periods it was found that the parameters corresponding to the filter remained relatively stable over the period of study. Therefore, this method was used to perform out-of-sample forecasts.

Keywords: Gross Domestic Product, Global Indicator of Economic Activity, Kalman Filter, Denton Method, Forecasts.

JEL Classification: C22, D24, E23, E27.

*El autor agradece los valiosos comentarios y sugerencias de Santiago García Verdú, Raúl Ibarra, Ana María Aguilar, Carlos Lever, Alejandrina Salcedo, Mario Reyna y tres dictaminadores anónimos. El contenido de este artículo así como las conclusiones que de éste se derivan son responsabilidad del autor y no reflejan necesariamente la opinión del Banco de México.

[†] Dirección General de Investigación Económica. Email: melizondo@banxico.org.mx.

1. Introducción

En general, la medición de las cuentas nacionales se ha convertido en el pilar del análisis macroeconómico moderno. Esto ha permitido a los economistas formular políticas para analizar entre otras cosas, el impacto de los diferentes impuestos y los planes de gasto, el impacto del cambio en el precio del petróleo y otras perturbaciones de precios, el impacto de la política monetaria sobre la economía en su conjunto y sobre los componentes específicos de la demanda final, los ingresos, las industrias, etc.

En particular, el Producto Interno Bruto (PIB)¹ es uno de los indicadores económicos más importantes de las cuentas nacionales y de la economía, debido a que representa una medida amplia de la actividad económica y proporciona señales de la dirección general de la actividad económica agregada.

Cabe destacar que el PIB no se mantiene constante y va cambiando por diversas razones, ya sean económicas o no económicas. Dentro de las razones económicas se pueden incluir cambios en las políticas públicas, como la política fiscal y la política monetaria. Dentro de los motivos no económicos se pueden incluir factores tales como la guerra, la sequía, desastres naturales y provocados por el hombre, entre otros.

Conocer las condiciones económicas actuales es información útil para los economistas y los hacedores de política. Por ejemplo, un cambio en la tasa de política monetaria o un cambio en las expectativas sobre el nivel futuro de la tasa de interés de política monetaria, puede causar una cadena de acontecimientos que afectan a las tasas de interés de corto y largo plazo, el tipo de cambio, el precio de las acciones, etc. A su vez, los cambios en estas variables pueden influenciar las decisiones en gasto y consumo de los hogares y las empresas, lo que afecta el crecimiento de la demanda agregada y la economía, lo cual no es reflejado en tiempo real debido a que el PIB es reportado de forma rezagada.

De acuerdo a lo anterior, uno de los problemas con respecto al flujo de información es que los datos del PIB son publicados en frecuencia trimestral y se reportan dos meses después de que termina el trimestre. Por tal motivo, sería importante contar con una estimación de esta variable en frecuencia mensual. Esto debido a que hoy en día el flujo constante de información es cada vez más importante para conocer el estado actual de la

¹Se define como el valor monetario de todos los bienes y/o servicios producidos por un país o una economía valuados a precios constantes, es decir, valuados según los precios del año que se toma como base o referencia en las comparaciones. Este cálculo se lleva a cabo mediante el deflactor del PIB, según el índice de inflación (o bien calculando el valor de los bienes con independencia del año de producción mediante los precios de un cierto año de referencia). Para el cálculo del PIB trimestral a precios constantes se utiliza el mismo esquema conceptual y metodológico que se emplea en el cálculo de las cuentas de bienes y servicios del Sistema de Cuentas Nacionales de México (SCNM). Éste se obtiene a partir de la elaboración de índices mensuales y trimestrales -de volumen físico de la producción- de formulación Laspeyres, que tienen su base fija en el año 2003. Para el proceso de agregación de los subgrupos a las ramas de actividad económica, se procede a obtener subtotales por rama con los 311 subgrupos medidos de un total de 362, con los que se obtienen los valores representativos de las ramas de actividad que se alinean a los valores anuales por prorrato, infiriéndose de esta forma la evolución probable de los subgrupos que, por no contar con información de corte trimestral y por su mínima importancia relativa, no son directamente medidos. Así, la cobertura alcanzada para el PIB trimestral es de alrededor del 94 por ciento. Fuente: INEGI.

economía. Una posible desventaja de tener observaciones trimestrales es que puede limitar el uso de modelos econométricos que requieren información en alta frecuencia, así como de estimaciones a corto plazo del comportamiento de la economía. Además, para las proyecciones de corto plazo se usan variables alternativas al PIB, tal como la producción industrial, que pueden causar pérdida importante de información en las estimaciones, pues solamente considera un sector de la economía.

La variable que comúnmente se utiliza en México como una aproximación del PIB mensual es el Indicador Global de la Actividad Económica (IGAE)². Es importante tomar en cuenta que la información básica que incorpora dicho indicador es muy preliminar y está sujeta a revisión por parte de las empresas y organismos públicos y privados. Además, no incluye a todas las actividades económicas como lo hace el PIB trimestral. Por ello, los resultados del IGAE pueden diferir de los del PIB trimestral. Por lo tanto, el IGAE debe considerarse como un indicador de la tendencia o dirección de la actividad económica del país en el corto plazo y no como un estimador de la misma. Además, el IGAE es reportado con dos meses de rezago.

Cabe destacar que aunque el IGAE es un buen indicador de la tendencia del PIB, siempre es comparado con éste debido a que los usuarios generalmente tienen en mente el rango de variación que se ha dado como proyección para el crecimiento del PIB. Además, el PIB es de fácil interpretación, sus variaciones relativas proporcionan la señal del crecimiento económico. Así que el tener otras medidas alternas del PIB que estén relacionadas con el IGAE puede llevar a estimadores confiables de éste. Con esta idea, el objetivo principal de este trabajo es obtener medidas o aproximaciones del PIB mensual utilizando tres diferentes métodos y considerando como insumo únicamente al IGAE. A continuación se describe brevemente cada uno de ellos.

Como una primera aproximación intuitiva, sin tener que encontrar estimadores estadísticos que cumplan con ciertos supuestos (es decir, se pretende hacer una estimación “determinística”), se pensó en obtener el logaritmo del PIB mensual utilizando las tasas de crecimiento del IGAE mensuales observadas. En otras palabras, se construye el logaritmo del PIB mensual al tiempo t como la suma entre la tasa de crecimiento del IGAE al tiempo t y el logaritmo del PIB rezagado un periodo. Para ello, además del IGAE sólo se necesita conocer el valor inicial del logaritmo del PIB y así obtener las estimaciones subsecuentes de forma recursiva. Esta aproximación intuitiva es realizada para datos con y sin agregación trimestral de la tasa de crecimiento del IGAE, así como para datos originales y desestacionalizados del PIB y del IGAE.

Dentro de la literatura existen diversos métodos formales para aproximar el PIB mensual³, uno de ellos que se utilizará en este artículo es la Extensión del Método de

² Este indicador muestra la evolución de la actividad económica del país, con periodicidad mensual y una oportunidad prevista entre 57 y 60 días después de concluido el mes de referencia. Para la elaboración del Indicador se utiliza el esquema conceptual y metodológico de la contabilidad nacional, mismo que sigue el cálculo del Producto Interno Bruto (PIB) trimestral. Así, el IGAE se expresa mediante un índice de volumen físico base 2003=100. También emplea la misma clasificación por actividades económicas y fuentes básicas de información que cuentan con oportunidad mensual. Su cobertura geográfica es nacional e incorpora a las Actividades Primarias, Secundarias y Terciarias (ver apéndice D) alcanzando el 82.5% del valor agregado bruto a precios básicos del año 2003, año base de todos los productos del sistema de cuentas nacionales mexicanas (SCNM).

³ Más adelante se describen con más detalle algunos de ellos en la revisión de la literatura.

Denton (R. Fernández (1981)). A grandes rasgos lo que se hace es transformar la serie de baja frecuencia (PIB trimestral) en una serie de alta frecuencia (PIB mensual), utilizando series relacionadas con el PIB de alta frecuencia, en este caso el IGAE. La solución es obtenida minimizando la función de pérdida cuadrática entre la diferencia de la serie que debe ser creada (PIB mensual) y una combinación lineal de las series de alta frecuencia observadas (en este caso sólo será una serie de tiempo, la cual corresponde al IGAE). Esta aproximación proporciona un estimador insesgado con el cual se construye la serie de alta frecuencia, correspondiente al PIB mensual. Dicha aproximación está considerada dentro de los métodos de interpolación. La desventaja de este método es que no se pueden hacer proyecciones fuera de muestra, para ello habría que ajustar algún método correspondiente de extrapolación o conocer alguna proyección del PIB trimestral. Análogo a la aproximación intuitiva, la estimación del PIB mensual mediante esta metodología requiere el dato del IGAE como variable de insumo. En este caso también se tendrán dos meses de rezago al igual que el IGAE.

Otra forma directa de obtener una aproximación robusta del PIB mensual es mediante el filtro de Kalman. El filtro de Kalman es un estimador recursivo basado en la estimación de un sistema estocástico de transiciones de variables aleatorias observables y latentes.⁴ Esto significa que sólo el estado estimado en el tiempo anterior $t-1$ y la medición actual al tiempo t son necesarios para calcular el estado actual en t . El filtro se estima suponiendo que el sistema puede ser descrito a través de un modelo estocástico lineal, en donde el error asociado tanto al sistema en $t-1$ como a la información adicional en t que se incorpora en el mismo tiene una distribución normal con media cero y varianza determinada. La solución del filtro es óptima dado que combina toda la información observada en t y el conocimiento previo acerca del comportamiento del sistema en $t-1$, para producir una estimación del estado de tal manera que el error sea minimizado estadísticamente. El término recursivo significa que el filtro recalcula la solución cada vez que una nueva observación o medida es incorporada al sistema. La ventaja de utilizar el filtro de Kalman en la estimación del PIB mensual es que además de obtener un buen ajuste dentro de la muestra, se pueden obtener estimaciones del PIB mensual fuera de la muestra. Lo que resuelve el problema de que el IGAE es obtenido con dos meses de rezago.

De acuerdo a la estructura del filtro sólo es necesario conocer una o diversas variables mensuales que estén estrechamente relacionadas con el PIB. En cuyo caso sólo será necesario utilizar una variable, la cual será la variable observable en dicho filtro, para construir la variable de estado no observable, que en este caso corresponderá al PIB mensual. La variable observable a utilizar será el IGAE, este indicador es de periodicidad mensual y está estrechamente relacionado con el PIB.

En resumen, en este artículo se describen y utilizan una aproximación intuitiva, la extensión del método de Denton y el filtro de Kalman para estimar el logaritmo del PIB mensual dentro de muestra. De las estimaciones del logaritmo del PIB mensual

⁴ La propuesta de cada iteración del filtro de Kalman es actualizar la estimación del vector de estado del sistema (así como la covarianza del vector de estado) basada en la información de una nueva observación. La versión del filtro de Kalman en esta función supone que las observaciones ocurren en intervalos de tiempo discretos y fijos. También esta función supone un sistema lineal, es decir, que el tiempo de evolución del vector de estado puede ser calculada por la matriz de transición de los estados.

obtenidas mediante el filtro de Kalman, se utilizan dos procedimientos para estimar los parámetros: el primero corresponde a estimar los parámetros con datos trimestrales observados del PIB y del IGAE y posteriormente usar el filtro de Kalman con los parámetros ya conocidos para aproximar el PIB mensual, a este procedimiento se le llama método de una etapa (M una Etapa); el segundo se basa en estimar conjuntamente los parámetros y el PIB mensual, a este método se le llama método de filtro de Kalman (MFK). Todas las aproximaciones del logaritmo del PIB mensual están basadas en dos pasos: i) obtener la tasa de crecimiento del PIB mensual mediante los diferentes métodos y ii) construir el logaritmo del PIB al tiempo t de forma recursiva como la suma entre la tasa de crecimiento del PIB mensual al tiempo t estimado por los diversos métodos y el logaritmo del PIB rezagado un periodo. Las aproximaciones se realizan tanto para datos originales como para datos desestacionalizados del PIB y del IGAE, así como para datos del IGAE con y sin agregación trimestral.

De las estimaciones del logaritmo del PIB mensual se encuentra que, empleando diferentes medidas de error⁵, el modelo que mejor ajusta a los datos trimestrales observados del logaritmo del PIB es el que utiliza el filtro de Kalman⁶. En particular, el modelo MFK alimentado con datos agregados proporciona un porcentaje de error absoluto medio por debajo del 0.05% para los datos originales y por debajo de 0.03% para los datos desestacionalizados. Dado lo anterior, se utilizó dicho modelo para pronosticar el logaritmo del PIB mensual fuera de muestra, considerando varios periodos de tiempo, de donde se desprende que los parámetros involucrados en este modelo son estables a través del periodo de estudio, lo cual resulta ventajoso al pronosticar fuera de muestra el logaritmo del PIB mensual. Además, para verificar qué tipo de datos, agregados o sin agregar, genera un mejor ajuste fuera de muestra, se hace una comparación mensual de las estimaciones del logaritmo del PIB con las aproximaciones obtenidas mediante la extensión del método de Denton y el modelo MFK dentro de muestra, así como una comparación trimestral con los datos observados del logaritmo del PIB, teniendo siempre en mente que ésta última es el único parámetro real de comparación con que se cuenta. De los resultados obtenidos, se puede decir que la estimación del logaritmo del PIB que mejor ajusta a los datos observados corresponde a la realizada con los datos agregados, generando un porcentaje de error absoluto medio menor al 0.1%, tanto para la serie original como para la serie desestacionalizada del logaritmo del PIB.

Finalmente, como un resultado adicional, se puede estimar el logaritmo del IGAE dentro y fuera de muestra utilizando las aproximaciones de la tasa de crecimiento del PIB mensual obtenidas mediante el método MFK con datos sin agregar. Posteriormente, se construye el logaritmo del IGAE al tiempo t de forma recursiva como la suma entre la tasa de crecimiento del PIB mensual al tiempo t y el logaritmo del IGAE rezagado un periodo.

Cabe mencionar que al utilizar el método MFK se resuelve el problema de no tener datos tanto del PIB como del IGAE en tiempo real, ya que mediante dicho método se

⁵ Las medidas de error utilizadas son: el Error Absoluto Medio (EAM), el Porcentaje de Error Absoluto Medio (PEAM) y la Raíz Cuadrada del Error Cuadrático Medio (RECM).

⁶ Para la estimación con filtro de Kalman, se consideran dos modelos: uno al cual se le llama M una Etapa y el otro MFK. La diferencia entre ambos métodos radica en la forma de estimar los parámetros involucrados en el filtro de Kalman. Más adelante se detallan ambos modelos.

pueden pronosticar ambas variables. Las estimaciones de los logaritmos tanto del PIB como del IGAE presentadas en este documento pueden variar si éstas se hubieran realizado en tiempo real, debido a que el PIB y el IGAE son variables que están en constante revisión y por tanto pueden cambiar.

El documento se divide de la siguiente manera: en la Sección 2 se proporciona una breve revisión de la literatura; en la Sección 3 se describen los datos que se utilizarán en el análisis; en la Sección 4 se presentan las estimaciones del logaritmo del PIB mensual dentro de muestra obtenidas mediante tres diferentes métodos, entre ellos: la aproximación intuitiva, la extensión del método de Denton y el filtro de Kalman. Además, se muestra una comparación de estas estimaciones; en la Sección 5 se obtienen pronósticos del logaritmo del PIB mensual fuera de muestra, en este caso sólo se utiliza el método MKF, el cual está basado en el filtro de Kalman; en la Sección 6 se ofrece una estimación dentro y fuera de muestra del logaritmo del IGAE, que se obtiene de manera natural al aproximar el PIB mensual mediante el método MFK; finalmente en la Sección 7 se concluye.

2. Revisión de la Literatura

En los años 70's y 80's los métodos más usados para estimar series de alta frecuencia (datos trimestrales o mensuales) provenientes de series de baja frecuencia (datos anuales) eran los métodos de interpolación o extrapolación. Entre los métodos más comunes se encuentra el de Chow y Lin (1971), quienes fueron los primeros en derivar el mejor estimador lineal insesgado para la interpolación, distribución y extrapolación. Ellos asumen una relación lineal entre las series de interés. El problema de su propuesta es que se necesita especificar una matriz de covarianza, la cual es no observable. Además, dicho método produce problemas de discontinuidades y ajustes al pasar de datos anuales a otras frecuencias.⁷ Posteriormente, Denton (1971) considera el problema de la adaptación de series de tiempo mensual o trimestral para que sean independientes de los totales o promedios anuales, sin introducir discontinuidades artificiales. Su método se basa en la minimización restringida de una forma cuadrática en las diferencias entre las series ajustadas y no ajustadas. Diez años más tarde Fernández (1981) extiende la aproximación de Denton al problema general de relacionar series de baja frecuencia (periodicidad anual) con series de alta frecuencia (periodicidad trimestral) y la solución es obtenida minimizando una función de pérdida cuadrática de las diferencias entre las series que deben ser creadas y la combinación lineal de las series de alta frecuencia que son observadas. Este método también proporciona un estimador insesgado bajo ciertos supuestos estadísticos. Este último método es utilizado para obtener una aproximación mensual del logaritmo del PIB a precios constantes. Cabe destacar que para obtener las estimaciones inter-trimestrales mensuales es necesario conocer el dato observado al final de cada trimestre y un supuesto importante en este método es que los pesos inter-trimestrales se consideran iguales. Una desventaja de dicho método es que no sirve para estimar fuera de muestra. Lo anterior sería únicamente posible si se tuviera alguna proyección futura del PIB trimestral.

⁷ En De Alba (1990), se estima el PIB trimestral de México para el periodo de 1967 a 1975 utilizando el método de Chow y Lin (1971).

Los métodos más recientes para estimar el PIB mensual o diversos indicadores relacionados con éste (indicadores de difusión o coincidentes, ciclos del PIB, etc.) hacen uso del filtro de Kalman, debido a que su estructura dinámica lineal finita es más flexible y sus estimaciones son más aproximadas, ya que éstas son actualizadas a medida que llega nueva información de forma secuencial. Entre este tipo de estimaciones se tiene a Stock y Watson (1988), quienes mediante un modelo probabilístico de un sólo factor estiman un índice simple no observado común a cuatro variables macroeconómicas, para el Departamento de Comercio de Estados Unidos, dicho índice es construido usando variables que se mueven contemporáneamente con éste, generando un índice alternativo de indicadores coincidentes que representa el “estado actual de la economía”. Además utilizando variables adelantadas, los autores realizan predicciones del crecimiento del índice coincidente y de una variable que indica si la economía está en recesión o expansión. Cabe destacar que el modelo es estimado utilizando técnicas de filtro de Kalman. En Mariano y Murasawa (2000) extienden el índice de Stock y Watson incluyendo el PIB real trimestral como variable de insumo al modelo de un factor, con el cual se estima un nuevo índice coincidente del ciclo de negocios (con siglas en inglés BIC) para Estados Unidos. Análogamente, para resolver el modelo extendido se aplica el método de filtro de Kalman, considerando a las series trimestrales como series mensuales con observaciones faltantes. Mientras que, en Cuhe y Hess (2000) estiman el PIB mensual desestacionalizado a precios constantes para Suiza, utilizando el filtro de Kalman anidando una gran variedad de pasos de interpolación. Otra forma de pronosticar variables macroeconómicas se presenta en Stock y Watson (2002), quienes pronostican ocho variables macroeconómicas⁸ de Estados Unidos para el periodo 1970-1998 utilizando seis índices de difusión. Los pronósticos se realizan en dos pasos: primero, se construyen dichos índices mediante el análisis de componentes principales utilizando 215 series de tiempo macroeconómicas; segundo, estos índices o factores son usados para pronosticar cada una de las ocho variables macroeconómicas. Estos modelos incrementan la habilidad de pronóstico con respecto a modelos autorregresivos simples y a modelos de indicadores adelantados. Más recientemente, Karanfil y Ozkaya (2007) estiman el PIB real y la economía informal para Turquía usando nuevamente técnicas de filtro de Kalman. Lo importante de dicha literatura para el análisis de este documento es la técnica aplicada del filtro de Kalman en variables relacionadas con el PIB.

En el caso de México, en De Alba (1990) se aproxima el PIB trimestral de México para el periodo de 1967 a 1975 utilizando el método de Chow y Lin (1971). Mientras que en Guerrero V. (2003) se proporciona una estimación de la desagregación mensual del PIB de México, para el periodo 1993-1999, utilizando como variable de insumo el IMGAE⁹ con base 1993. Para ello, el autor utiliza un modelo estadístico que relaciona datos no observados con series estimadas preliminarmente y con series de valores agregados, para resolver el problema de la desagregación temporal.¹⁰ Estas series preliminares pueden ser estimadas con variables relacionadas con los datos. Además, en Guerrero V.

⁸ Cuatro de estas variables corresponden a la actividad económica real usadas para construir el Índice de Indicadores Económicos Coincidentes (con siglas en inglés CEI) del Conference Board, las otras cuatro variables corresponden a índices de precios.

⁹ El IMGAE es un indicador mensual que solamente toma en cuenta el sector industrial y el sector servicios de la economía mexicana.

¹⁰ Desagregación temporal significa transformar datos de baja frecuencia en datos de alta frecuencia.

(2004) se propone una solución a un problema relacionado con el procedimiento de desagregación que se usa para aproximar el PIB real mensual de México, cabe destacar que la serie desagregada es de uso interno para el INEGI. Debido a que en México el PIB es calculado con periodicidad trimestral, generalmente se utiliza al IGAE como un indicador de la tendencia o dirección de la actividad económica en el país en el corto plazo. Por tal motivo, en este artículo se utilizará al IGAE como variable de insumo para obtener diferentes aproximaciones mensuales del logaritmo del PIB a precios constantes dentro y fuera de muestra utilizando una aproximación intuitiva, la extensión del método de Denton y el filtro de Kalman.

3. Datos

Para las aproximaciones del logaritmo del PIB mensual que se obtendrán en el documento, se utilizan las series de tiempo tanto del PIB trimestral a precios constantes como del IGAE mensual, ambas series con datos originales y desestacionalizados, para el periodo de marzo de 1993 a junio de 2011, lo que corresponde a 222 observaciones mensuales y 74 observaciones trimestrales. Los datos originales y desestacionalizados fueron obtenidos del INEGI. El año base para ambas series es 2003.

Es importante mencionar que en el análisis se consideran tanto los datos originales como las series desestacionalizadas,¹¹ éstas últimas para remover factores estacionales periódicos, debido a que su presencia puede dificultar el diagnosticar o describir el comportamiento de una serie económica al no poder comparar adecuadamente un determinado mes con el inmediato anterior. Además, las series desestacionalizadas ayudan a realizar un mejor diagnóstico y pronóstico de la evolución de la misma, ya que facilita la identificación de la posible dirección de los movimientos que pudiera tener la variable en cuestión en el corto plazo.¹²

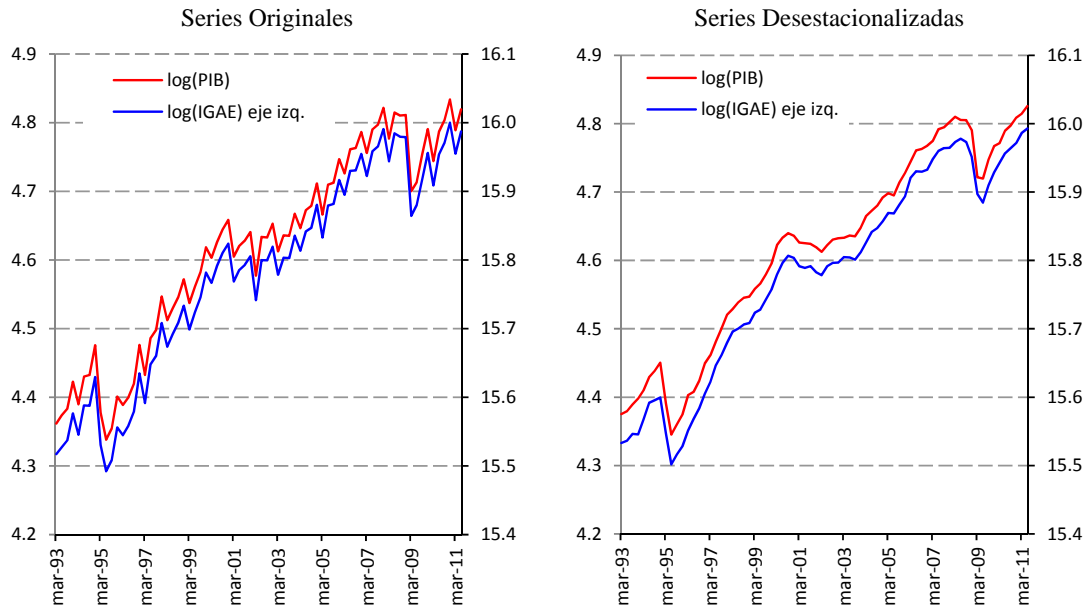
Cabe destacar que el IGAE es un indicador de periodicidad mensual que está estrechamente relacionado con el PIB. Para ver dicha relación se presentan las gráficas de los logaritmos y las tasas de crecimiento¹³ tanto del PIB como del IGAE. Considerando que el PIB es de frecuencia trimestral, se tomó el promedio trimestral del IGAE para hacer la comparación entre ambas series, tanto para los datos originales como para los datos desestacionalizados o con ajuste estacional.

¹¹ Se consideraron ambos tipos de datos para mostrar la robustez de los métodos utilizados. Cabe mencionar que en estudios económicos y econométricos es más común utilizar series desestacionalizadas.

¹² Para desestacionalizar la serie del PIB y del IGAE se estima el modelo ARIMA más adecuado. Una vez definido el modelo se aplica el método X12-ARIMA, cuyas características implican que los factores estacionales se ven sometidos a revisión a medida que se incorporan nuevos datos a la serie; además, se llevan a cabo ajustes previos a la desestacionalización por efectos del calendario (distinto número de días de la semana y Semana Santa). Fuente: INEGI.

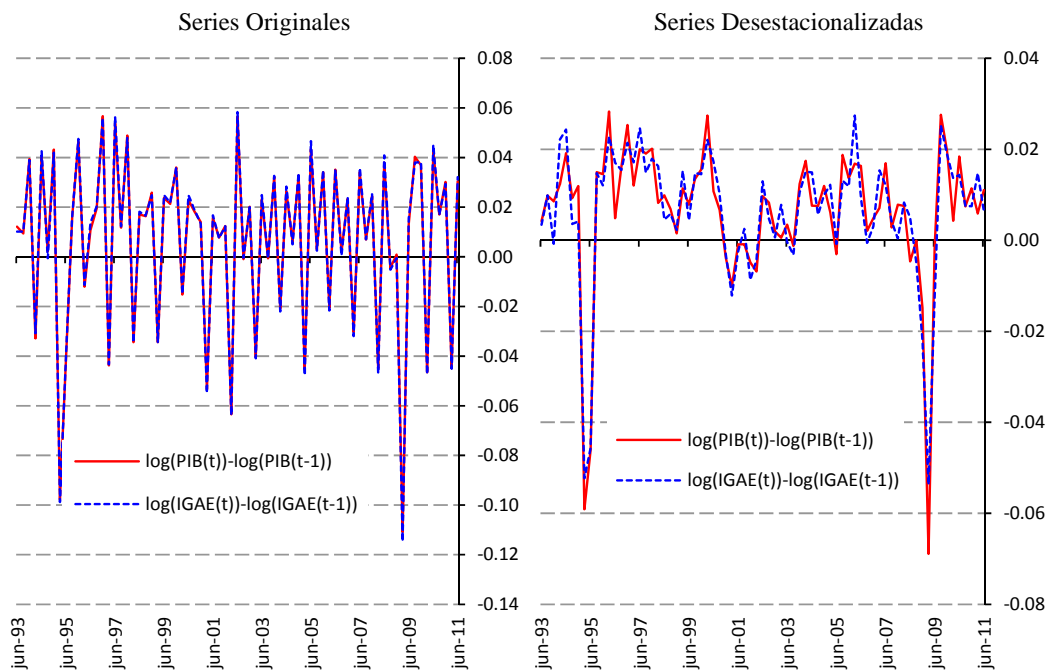
¹³ Las tasas de crecimiento son medidas como la diferencia de los logaritmos: $\text{dif}[x_t] = \log[x_t] - \log[x_{t-1}]$.

Figura 1. Logaritmos del PIB y del IGAE observados con frecuencia trimestral



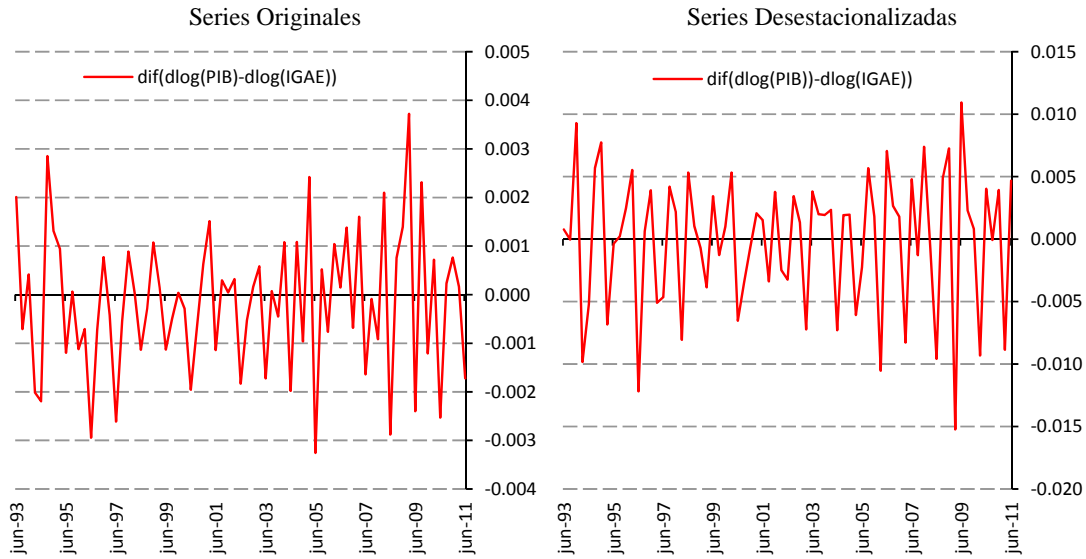
Como se observa de la Figura 1, la tendencia y los movimientos son similares para las series de los logaritmos del PIB y del IGAE, considerando los datos originales y desestacionalizados. Ahora si se consideran las tasas de crecimiento de las series con frecuencia trimestral, se puede ver que las trayectorias de las dos series son muy parecidas, para ello se muestra la Figura 2.

Figura 2. Tasas de Crecimiento del PIB y del IGAE observados con frecuencia trimestral



A simple vista no se percibe en las series originales que la tasa de crecimiento del PIB y la tasa de crecimiento del IGAE sean distintas. Esto debido a que si se restan dichas series en tasas de crecimiento, el resultado es del orden de centésimas y milésimas. En la Figura 3 se presenta la resta entre dichas tasas de crecimiento.

Figura 3. Diferencias entre las tasas de crecimiento del PIB y del IGAE



Mostrada la relación entre el PIB y el IGAE tanto en logaritmos como en tasas de crecimiento con frecuencia trimestral, de aquí en adelante se utilizarán las tasas de crecimiento de dichas variables para estimar las diferentes aproximaciones del PIB mensual.¹⁴

Es muy importante tener en mente que en las aproximaciones realizadas en este artículo se utilizarán series con agregación trimestral y series sin agregación trimestral de la variable de insumo, el IGAE. Para ello, se hacen las siguientes consideraciones:

1. En el análisis sin agregación trimestral, en lo que sigue se dirá simplemente series o datos sin agregar, las series de las tasas de crecimiento del IGAE son estimadas de la forma estándar:

$$\text{dif}[\log[IGAE_t]] = \log[IGAE_t] - \log[IGAE_{t-1}].$$

2. Las series agregadas trimestralmente, en lo que sigue se mencionará simplemente series o datos agregados, de la tasa de crecimiento del IGAE que se utilizarán en el análisis se construyen de la siguiente forma:
 - a. Al final de cada trimestre (los meses correspondientes a marzo, junio, septiembre y diciembre) se considera el promedio trimestral de la serie del IGAE mensual, para los datos originales y los datos

¹⁴ Independientemente de que se obtenga un mejor ajuste con las tasas de crecimiento del PIB y del IGAE, es muy importante verificar que los datos sean estacionarios para poder aplicar los métodos aquí presentados, lo cual se consigue considerando dichas tasas de crecimiento de los datos.

desestacionalizados. Dicho promedio sólo aplica a los datos del final de trimestre, los datos inter-trimestrales corresponden al IGAE mensual.

- b. Se determinan los logaritmos de las series de tiempo anteriores, en las cuales ya se tiene la agregación trimestral deseada.
- c. Finalmente, se toman las tasas de crecimiento del IGAE considerando las siguientes relaciones:

Primer mes del trimestre, $\text{dif}[\log[IGAE_t]] = \log[IGAE_t] - \log[IGAE_{t-1}]$.

Segundo mes del trimestre, $\text{dif}[\log[IGAE_{t+1}]] = \log[IGAE_{t+1}] - \log[IGAE_t]$.

Fin de cada trimestre, $\text{dif}[\log[IGAE_{t+2}]] = \log[IGAE_{t+2}] - \log[IGAE_{t-1}]$.

Otra posible forma de agregar la series del IGAE puede ser tomando promedios móviles con una ventana móvil de tres meses, de tal forma que al final de cada trimestre se tenga el promedio trimestral de las tasas de crecimiento del IGAE para que coincidan con las tasas de crecimiento del PIB (ver Figura 2).¹⁵ La diferencia con la agregación anterior radica en que los datos inter-trimestrales también corresponden a un promedio trimestral. En la Figura C1 del Apéndice C se grafican ambos tipos de datos los cuales resultan ser muy similares. Sin pérdida de generalidad en este artículo para las estimaciones agregadas se utilizará el primer método debido a que se tiene un poco más de movimiento inter-trimestral.

Resumiendo, se tendrán cuatro series de tiempo que corresponderán a las variables de insumo para realizar las aproximaciones, ellas son: la tasa de crecimiento del IGAE con datos originales sin agregar, la tasa de crecimiento del IGAE con datos desestacionalizados sin agregar, la tasa de crecimiento del IGAE con datos originales agregados y la tasa de crecimiento del IGAE con datos desestacionalizados agregados.

4. Métodos para Aproximar el Logaritmo del PIB Mensual Dentro de la Muestra

En las aproximaciones del logaritmo del PIB mensual se requiere de una variable observable (en el filtro de Kalman y en la aproximación intuitiva) o de una variable de alta frecuencia (en la extensión del método de Denton). Para ello, en los tres métodos analizados se utiliza al IGAE como variable observable.

Es importante mencionar que cuando se piensa en la relación entre el PIB y el IGAE, se considera que para poder comparar ambas variables el IGAE necesita estar agregado trimestralmente. Pero para el análisis de este artículo, el PIB mensual a estimar en tasas de crecimiento o logaritmos según sea el caso, siempre será una variable no observable,

¹⁵ Para corroborar que ambas formas de agregación del IGAE, con datos inter-trimestrales mensuales y trimestrales proporcionan resultados similares, en la Figura C2 del Apéndice 3 se presentan las estimaciones del logaritmo del PIB mensual utilizando ambos tipos de datos para dos diferentes métodos: la aproximación intuitiva y el método de filtro de Kalman (MFK) para los datos originales agregados y sin agregar.

lo que da un mayor grado de libertad sobre la variable de insumo requerida en los modelos a utilizar, ya que se pueden hacer sobre ésta los supuestos que uno considere correctos o suficientes para lograr una buena aproximación del PIB mensual. Por tal motivo, se examinan dos supuestos sobre la variable de insumo: El primero, es que en frecuencia mensual la tasa de crecimiento del IGAE será muy parecida a la tasa de crecimiento del PIB mensual, la cual será la forma natural de aproximar a la tasa de crecimiento del PIB mensual (series sin agregación trimestral). El segundo supuesto es que hay agregación trimestral en la tasa de crecimiento del IGAE, así para este supuesto las aproximaciones del logaritmo del PIB mensual cargaran con dicha agregación. De esta forma, se utiliza la tasa de crecimiento del IGAE¹⁶ como variable de insumo para estimar la tasa de crecimiento del PIB mensual mediante los tres diferentes métodos. Posteriormente, se obtienen los logaritmos del PIB mensual mediante las siguientes relaciones estándares:

Caso con datos sin agregar:

$$\log[\widehat{PIB}_t] = dif[\log(\widehat{PIB}_t)] + \log[PIB_{t-1}]. \quad (1)$$

Caso con datos agregados:

$$\begin{aligned} \text{Primer mes del trimestre, } \log[\widehat{PIB}_t] &= dif[\log(\widehat{PIB}_t)] + \log[PIB_{t-1}]. \\ \text{Segundo mes del trimestre, } \log[\widehat{PIB}_{t+1}] &= dif[\log(\widehat{PIB}_{t+1})] + \log[PIB_t]. \\ \text{Fin de cada trimestre, } \log[\widehat{PIB}_{t+2}] &= dif[\log(\widehat{PIB}_{t+2})] + \log[PIB_{t-1}]. \end{aligned} \quad (2)$$

Para poder obtener las aproximaciones del logaritmo del PIB mensual se requiere de un valor inicial de dicho logaritmo. Para ello, se considera el dato correspondiente al logaritmo del PIB observado en marzo de 1993 como valor inicial. Posteriormente, se estiman los logaritmos recursivamente mediante las relaciones mostradas en (1) para datos sin agregar y (2) para datos agregados.

Además, se pueden obtener las cifras absolutas del PIB mensual a precios constantes mediante la expresión $\widehat{PIB}_t = \exp[\log(\widehat{PIB}_t)]$. Para fines de este documento sólo se muestran los logaritmos.

Cabe destacar que las estimaciones del logaritmo del PIB mensual consisten en encontrar la mejor aproximación a la $dif[\log(\widehat{PIB}_t)]$ mediante los diferentes métodos considerados en el análisis, tales como: la aproximación intuitiva, el método de Denton y el filtro de Kalman, aplicados a las series de tiempo original y desestacionalizada, tanto para los datos agregados como para los datos sin agregar.

¹⁶ Estimadas con datos originales y desestacionalizados, así como con datos agregados y sin agregar.

4.1 Aproximación Intuitiva del Logaritmo del PIB Mensual

La aproximación intuitiva consiste en construir el logaritmo del PIB mensual utilizando la tasa de crecimiento del IGAE mensual observado sin considerar ningún estimador o modelo estadístico. En otras palabras, se toma simplemente a la tasa de crecimiento del PIB mensual, tanto para los datos agregados y sin agregar, como

$$dif[\log(\widehat{PIB}_t)] = dif[\log(IGAE_t)].$$

Posteriormente, se genera la serie mensual del logaritmo del PIB mediante las siguientes relaciones:

Caso con datos sin agregar para toda t :

$$\log[\widehat{PIB}_t] \approx dif[\log(IGAE_t)] + \log[PIB_{t-1}]. \quad (3)$$

Caso con datos agregados para cada trimestre:

$$\begin{aligned} \log[\widehat{PIB}_t] &\approx dif[\log(IGAE_t)] + \log[PIB_{t-1}]. \\ \log[\widehat{PIB}_{t+1}] &\approx dif[\log(IGAE_{t+1})] + \log[\widehat{PIB}_t]. \\ \log[\widehat{PIB}_{t+2}] &\approx dif[\log(IGAE_{t+2})] + \log[\widehat{PIB}_{t+1}]. \end{aligned} \quad (4)$$

En las aproximaciones (3) y (4) sólo se requiere de un valor inicial del logaritmo del PIB y de las tasas de crecimiento mensuales del IGAE observadas para poder estimar los valores subsecuentes de forma recursiva.

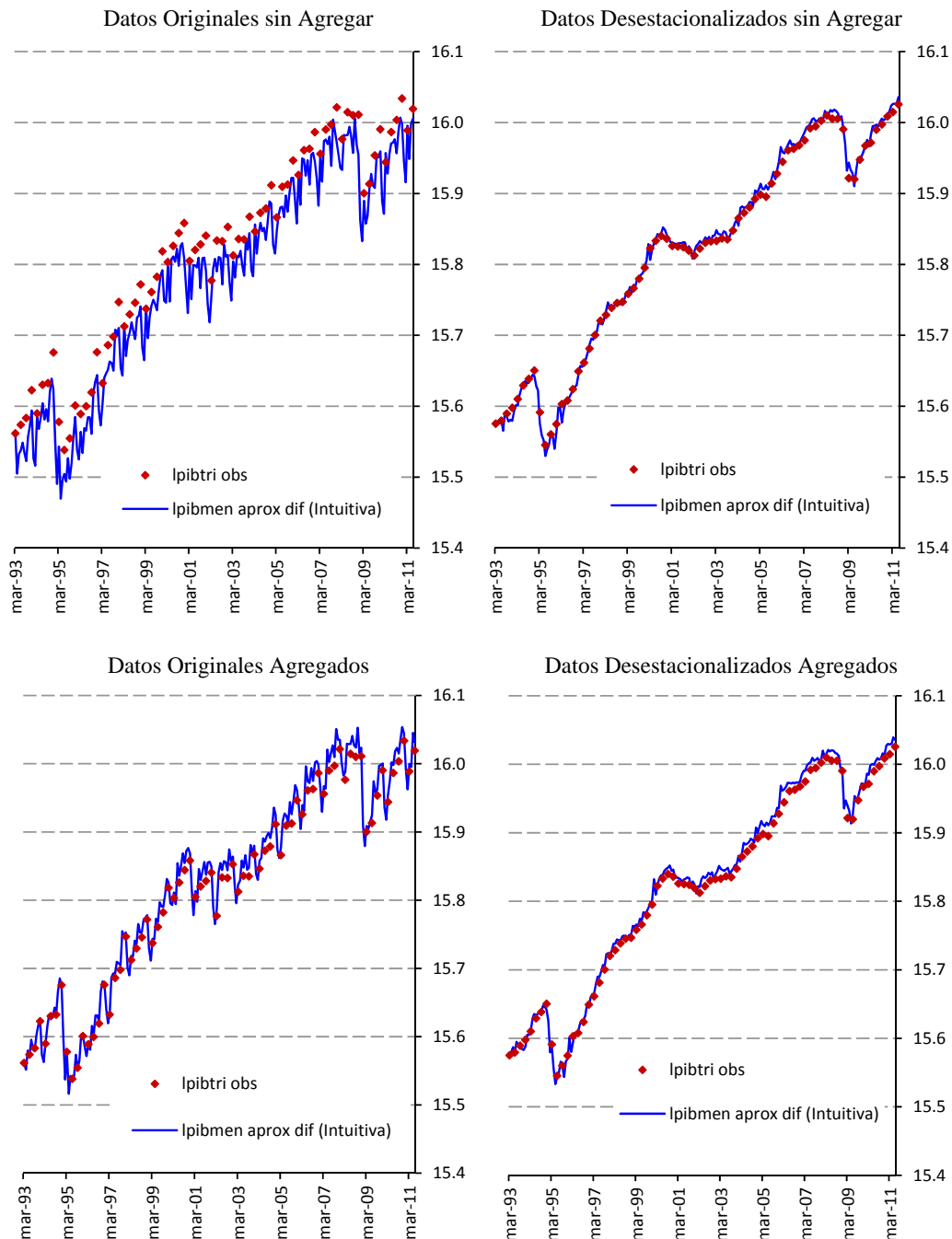
En la Figura 4 se presenta la construcción intuitiva del logaritmo del PIB mensual tanto para las series originales como para las series desestacionalizadas, así como para los datos agregados y sin agregar. Como punto de partida para las aproximaciones se consideró el logaritmo del PIB trimestral de marzo de 1993 y las tasas de crecimiento del IGAE mensuales de abril de 1993 a junio de 2011, para después aplicar la relación (3) a los datos sin agregar y las relaciones de (4) a los datos agregados.¹⁷

De la Figura 4 se observa que las estimaciones realizadas con los datos desestacionalizados, agregados y sin agregar, ajustan mejor al logaritmo del PIB trimestral observado que las series originales. En particular, utilizando series originales sin agregar se subestima al logaritmo del PIB trimestral observado, mientras que utilizando los datos agregados el ajuste resulta mejor. Sin embargo, la aproximación hecha con los datos desestacionalizados sin agregar parece jugar un mejor papel en el ajuste con los datos observados trimestrales que la aproximación realizada con los datos desestacionalizados agregados. Cabe destacar que en general, las estimaciones generadas mediante la aproximación intuitiva no están muy alejadas de las observaciones trimestrales. El único inconveniente es que sólo se pueden hacer estimaciones dentro de muestra, ya que el dato del IGAE siempre es requerido para

¹⁷ En la Figura C2 del Apéndice C panel superior, se presentan las gráficas correspondientes a la agregación con datos inter-trimestrales tanto mensuales como trimestrales para datos originales y desestacionalizados, mostrando en este caso que los resultados de las estimaciones son similares, lo que hace al método robusto ante diferentes formas de agregación inter-trimestral.

hacer una nueva aproximación del PIB mensual, por lo cual también se tiene un rezago de dos meses para conocer la estimación en tiempo real del logaritmo del PIB mensual.

Figura 4. Aproximación intuitiva del logaritmo del PIB mensual y el logaritmo del PIB trimestral observado



lplibtri es el logaritmo del PIB trimestral observado.

lplibmen es el logaritmo del PIB mensual construido mediante la aproximación intuitiva.

En la siguiente subsección se muestra otra forma de aproximar el logaritmo del PIB mensual basada en un modelo formal bajo ciertos supuestos, la ventaja de esta

estimación es que el dato trimestral ajustado coincide exactamente con el dato trimestral observado del logaritmo del PIB. En este caso no será necesario utilizar la serie agregada de las tasas de crecimiento del IGAE.

4.2 Construcción del Logaritmo del PIB Mensual Mediante la Extensión del Método de Denton

Mediante la extensión del Método de Denton (R. Fernández (1981)) se transforma la serie de baja frecuencia, el PIB trimestral, en una serie de alta frecuencia, el PIB mensual, utilizando series relacionadas con el PIB de alta frecuencia, en este caso el IGAE. La solución es obtenida minimizando la función de pérdida cuadrática entre la diferencia de la serie que debe ser creada (PIB mensual) y una combinación lineal de las series de alta frecuencia (IGAE mensual).

Este método de construcción de series de tiempo de corto plazo tiene dos ventajas: la primera es que sólo requiere técnicas de regresión múltiple y segundo es que el documento de Denton (1971) proporciona un fácil procedimiento computacional para el problema de ajuste de datos de baja frecuencia (series trimestrales) a datos de alta frecuencia (series mensuales)¹⁸.

Sin pérdida de generalidad, se supone que la serie de baja frecuencia es trimestral con k periodos de tiempo inter-trimestrales, " k " es el entero a construirse. Cada serie de alta frecuencia observada cubre m años y consiste de $n=mk$ valores. Estas series son representadas en forma matricial por $Z=[Z_1, Z_2, \dots, Z_q]$, donde $Z_i=[z_{i1}, z_{i2}, \dots, z_{in}]'$ con $i=1,2,\dots,q$ vectores columna. Sea la serie trimestral representada por el vector $Y=[y_1, y_2, \dots, y_m]'$. El problema radica en construir un nuevo vector $X=[x_1, x_2, \dots, x_n]'$ que hace uso de la información disponible de las Z_i y satisface la condición de que el valor k de la nueva serie dentro de cada trimestre suma el valor observado para el trimestre completo.

Escribiendo el problema en términos de un modelo de regresión múltiple, se supone que la serie que debe ser estimada, X , satisface la relación:

$$X = Z\beta + u,$$

donde $\beta = [\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_q]'$ es un vector de coeficientes desconocidos y u es un vector aleatorio con media cero y matriz de covarianza $E[uu'] = V$. Entonces en términos de Y , la serie observada de baja frecuencia se relaciona con la serie de alta frecuencia de la siguiente forma:

$$Y = B'X = B'Z\beta + B'u,$$

donde

$$B = \begin{bmatrix} j & 0 & \dots & 0 \\ 0 & j & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & j \end{bmatrix}.$$

¹⁸ El documento original estudia el problema con datos de baja frecuencia anuales y datos de alta frecuencia trimestrales o mensuales.

B es una matriz de dimensión $n \times m$ donde j representa un vector columna k -dimensional, en el cual cada elemento es igual a la unidad y cero representa un vector columna nulo k -dimensional.

El problema de pasar de una serie de baja frecuencia a una serie de alta frecuencia, se resuelve especificando la función de pérdida cuadrática de la diferencia entre las series X que deben ser creadas y la combinación lineal de las series de alta frecuencia observadas, es decir,

$$L = (X - Z\beta)'A(X - Z\beta),$$

donde A es una matriz no singular simétrica de dimensión $n \times n$. La variable X y el vector de parámetros β son obtenidos minimizando la función de pérdida sujeta a la restricción $Y=B'$, así el estimador lineal insesgado \hat{X} de X está dado por:

$$\begin{aligned}\hat{X} &= Z\hat{\beta} + A^{-1}B(B'A^{-1}B)^{-1}[Y - B'Z\hat{\beta}], \\ \hat{\beta} &= [Z'B(B'A^{-1}B)^{-1}B'Z]^{-1}Z'B(B'A^{-1}B)^{-1}Y.\end{aligned}$$

El caso más simple es cuando A es la matriz identidad. Esto significa que la suma de cuadrados de la diferencia $(X-Z\beta)$ es minimizada y en este caso se obtienen los estimadores:

$$\hat{X} = Z\hat{\beta} + B[Y - B'Z\hat{\beta}] \frac{1}{k}, \quad (5)$$

$$\hat{\beta} = [Z'BB'Z]^{-1}Z'BY. \quad (6)$$

La expresión de $\hat{\beta}$ tiene la forma de un estimador de mínimos cuadrados ordinarios, así éste puede ser obtenido mediante la regresión entre los valores de las series de alta frecuencia $Z'B$ y la serie de baja frecuencia Y . La \hat{X} implica que la discrepancia para cada trimestre entre el valor trimestral observado (Y) y el valor trimestral estimado ($B'Z\hat{\beta}$) debería ser distribuido en montos iguales a través de los k periodos dentro del trimestre.¹⁹

Para aproximar el logaritmo del PIB mensual mediante la extensión del método de Denton, se consideran los estimadores de (5) y (6), así como las siguientes especificaciones de las matrices involucradas en dichas ecuaciones:

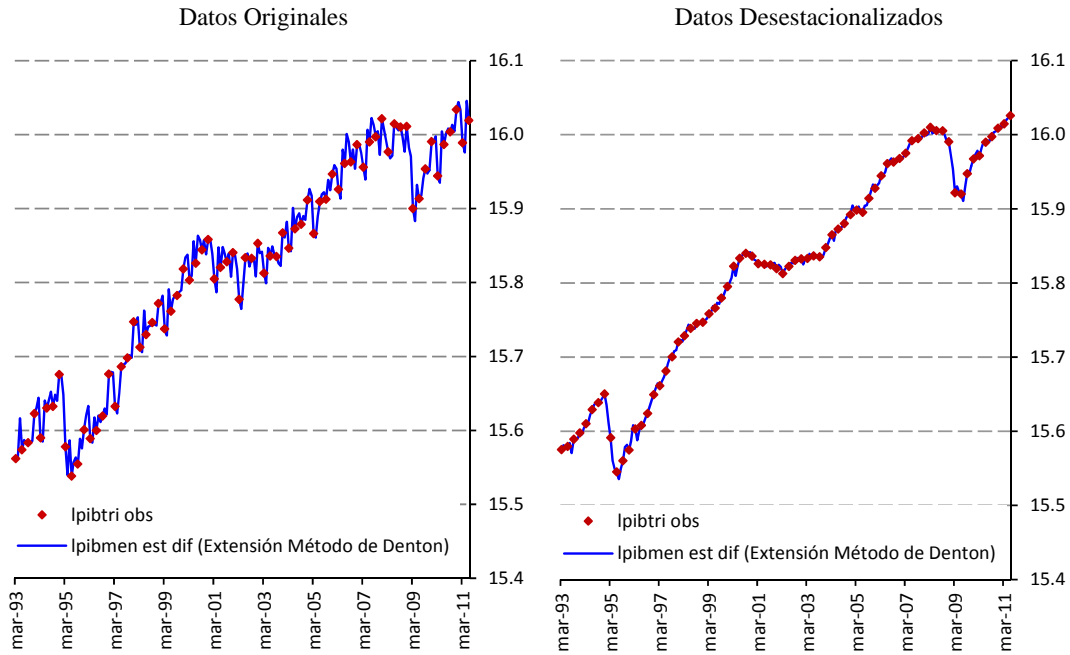
- i. \hat{X}_t representa la tasa de crecimiento del PIB mensual a ser estimado.
- ii. Z_t es la tasa de crecimiento del IGAE con frecuencia mensual (222 observaciones).
- iii. Y_t corresponde a la tasa de crecimiento del PIB con frecuencia trimestral (74 observaciones).
- iv. B es una matriz de dimensión 222×74 con entradas $B_{222 \times 1} = [1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \dots 0 \ 0 \ 0]'$, $B_{222 \times 2} = [0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \dots 0 \ 0 \ 0]'$, ..., $B_{222 \times 74} = [0 \ 0 \ 0, \dots, 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1]'$.
- v. k es igual a 3.

¹⁹ Otra posible simplificación consiste en que si existe sólo una variable de alta frecuencia y $\beta=1$, la expresión general para \hat{X} es reducida a: $\hat{X} = Z + A^{-1}B(B'A^{-1}B)^{-1}[Y - B'Z]$.

Dadas Y_t , Z_t y B con las especificaciones anteriores, se aplica la extensión del método de Denton para construir \hat{X}_t , que corresponde a la tasa de crecimiento del PIB mensual, $\text{dif}[\log(\text{PIB}_t)]$. Posteriormente, se obtiene la aproximación al logaritmo del PIB mensual mediante la relación (1).

En la Figura 5 se presenta la trayectoria mensual del logaritmo del PIB interpolado por la extensión del método de Denton junto con los datos trimestrales observados de los logaritmos del PIB, para la serie original y desestacionalizada.

Figura 5. Aproximaciones del logaritmo del PIB mensual mediante la extensión del método de Denton y el logaritmo del PIB trimestral observado



lplibtri es el logaritmo del PIB trimestral observado. lplibmen es el logaritmo del PIB mensual construido mediante la extensión del método de interpolación de Denton.

La ventaja de este método con respecto a la estimación intuitiva es que mediante la extensión del método de Denton se obtiene una aproximación mensual del logaritmo del PIB cuyo dato trimestral coincide exactamente con el logaritmo del PIB trimestral observado, el único inconveniente es que dicha aproximación mensual considera que los datos inter-trimestrales tienen el mismo peso, lo cual puede no ser cierto en la realidad. Además, al igual que la aproximación intuitiva, solamente se pueden realizar estimaciones dentro de muestra, pues se necesita conocer el dato del IGAE y del PIB para hacer la aproximación inter-trimestral del PIB mensual, así que en este caso tampoco se puede conocer el logaritmo del PIB mensual en tiempo real, es decir, la última estimación tiene un rezago de cinco meses con respecto al mes de la publicación.

Para solucionar el problema de estimaciones con retraso, a continuación se presenta la aproximación del logaritmo del PIB mensual mediante el filtro de Kalman. Éste es un método recursivo robusto por medio del cual se pueden hacer estimaciones fuera de muestra.

4.3 Aproximación del Logaritmo del PIB Mensual Mediante el Filtro de Kalman

Ahora la idea es aproximar la tasa de crecimiento del PIB mensual en cada paso del tiempo utilizando un modelo de espacio-estado, considerando que la variable de estado representará dicha tasa de crecimiento, la cual será considerada como una variable no observable. Además, como variable de insumo observable se tomará a la tasa de crecimiento del IGAE generada con datos originales y desestacionalizados, así como con datos agregados y sin agregar, según sea el caso. Antes de presentar cualquier estimación, se describe el modelo de espacio-estado y su solución mediante el filtro de Kalman, primero en su forma general y posteriormente el que se utiliza para las aproximaciones de la tasa de crecimiento del PIB mensual.

4.3.1 Un Modelo de Espacio-Estado Discreto y el Filtro de Kalman

Sea un sistema dinámico lineal cuyo estado queda definido en cada instante de tiempo t por un vector de estados X_t . La evolución de dicho estado en tiempo discreto puede representarse a través de la siguiente ecuación:

$$X_t = A_t X_{t-1} + C_t u_t + E_t w_t \quad w_t \sim N(0, Q_t). \quad (7)$$

La ecuación (7) quiere decir que el estado del sistema X en el instante t está determinado por el estado del sistema en el instante anterior $t-1$, por un vector de variables exógenas (u_t) y por un vector de ruido (w_t).

Además, se cuenta con un vector de variables observadas o “medidas” Z_t , que se relacionan con el estado del sistema a través de la ecuación:

$$Z_t = H_t X_t + D_t u_t + G_t v_t \quad v_t \sim N(0, R_t). \quad (8)$$

El modelo en forma de espacio-estado queda definido por las dos ecuaciones anteriores, siendo (7) la ecuación conocida como de estado o de transición y la ecuación (8) es conocida como la ecuación de observación o de medida.

En esta representación A_t , C_t , E_t , H_t , D_t y G_t son las matrices características del sistema. En principio, dichas matrices son no estocásticas y el subíndice t indica que sus elementos pueden cambiar en el tiempo. Así, cada matriz representa:

A_t es la matriz ($n \times n$) de transición del sistema;
 C_t es la matriz ($n \times r$) de distribución del control;
 E_t es la matriz ($n \times p$) de distribución del ruido de estado;
 H_t es la matriz ($m \times n$) de observación;
 D_t es la matriz ($m \times r$) de distribución del control en la ecuación de observación;
 G_t es la matriz ($m \times c$) de distribución del error de observación;
 X_t es el vector ($n \times 1$) de variables de estado;

u_t es el vector ($rx1$) de variables de control;
 Z_t es el vector ($mx1$) de variables observadas;
 w_t es el vector ($px1$) de perturbaciones de la dinámica del sistema y
 v_t es el vector ($cx1$) de errores de observación.

Las ecuaciones (7) y (8) describen el comportamiento de un sistema dinámico en tiempo discreto. En general, las variables de estado del sistema son no observables. A priori lo único que se conoce de ellas es que siguen el proceso dado por la ecuación (7).

Una vez caracterizado el modelo en forma de espacio-estado, se emplea el algoritmo de filtro de Kalman para estimar el vector de estados X_t .

En particular, el filtro de Kalman permite obtener una estimación óptima de los elementos del vector de estados X_t utilizando para ello la información disponible hasta el tiempo t .²⁰

La intuición del filtro de Kalman radica en que a partir de un valor inicial del vector de estados, el filtro proporciona una estimación óptima de dicho vector en el instante de tiempo t , utilizando la información disponible hasta el instante anterior $t-1$. Cuando llega una nueva observación sobre las variables observadas Z_t , el filtro actualiza la estimación obtenida en el paso anterior ponderando el error cometido al predecir Z_t , mediante su esperanza condicionada a la información en el tiempo $t-1$, por una matriz conocida como la matriz de ganancia de Kalman, K_t . El vector de errores de la ecuación de medida (error de predicción dentro del filtro), conocido como proceso de innovaciones, tiene una matriz de covarianzas S_t , la cual es estimada dentro del filtro. Además, en los dos pasos anteriores se calculan las matrices de covarianzas asociadas al error de estimación del vector de estado (en $P_{t/t-1}$ y $P_{t/t}$). Así en general, el filtro de Kalman puede expresarse como:

$$\hat{X}_{t+1/t} = (A_{t+1} - K_t - H_t)\hat{X}_{t/t-1} + K_t(Z_t - D_t u_t) + E_{t+1}u_{t+1},$$

$$K_t = A_{t+1}P_{t-1}H_t'S_t^{-1},$$

$$P_{t+1/t} = A_{t+1}P_{t/t-1}A_{t+1}' + E_{t+1}Q_{t+1}E_{t+1}' - K_tB_tK_t'.$$

El detalle de la representación del Filtro de Kalman puede verse en el Apéndice A.²¹

²⁰ Es decir, se minimiza la suma de cuadrados de la diferencia entre la estimación del vector de estados y el vector de las variables de medición.

²¹ Para ver el detalle del filtro de Kalman también se pueden consultar Harvey y Shepard (1993); Tanizaki (1996); Solera (2003); Cortazar, Schwartz y Naranjo (2003); Kleinbauer (2004); Welch y Bishop (2006); Pasricha (2006).

4.3.2 Aproximación del Logaritmo del PIB Mensual

Para la aproximación del logaritmo del PIB mensual se considera la representación más sencilla de un modelo de espacio-estado y se utiliza el filtro de Kalman para estimar la variable de estado no observable X_t . Cabe destacar que X_t estará formada por un sólo estado, lo que implica que las matrices del modelo formado por las ecuaciones (7) y (8) contienen un sólo elemento, así que de aquí en adelante se hablará de parámetros en lugar de matrices.

El modelo más simple de espacio-estado a estimar será:

$$X_t = AX_{t-1} + w_t \quad w_t \sim N(0, Q). \quad (9)$$

$$Z_t = HX_t + v_t \quad v_t \sim N(0, R). \quad (10)$$

La variable Z_t es observable y corresponderá a la tasa de crecimiento del IGAE con frecuencia mensual, tanto para los datos originales y desestacionalizados agregados como para los datos originales y desestacionalizados sin agregar. Mientras que, la variable X_t es no observable y será construida dentro del filtro de Kalman. Además, ésta última representará la tasa de crecimiento del PIB mensual en la construcción de las relaciones (1) para datos sin agregar y (2) para datos agregados, es decir,

$$dif[\widehat{\log(PIB_t)}] = X_t.$$

Es muy importante tener en mente que para las estimaciones realizadas con el filtro de Kalman en su forma más sencilla, éste es utilizado tal cual se presenta en las ecuaciones (9) y (10), debido a que en cada paso del tiempo se supone que la variable de estado X_t es no observable. Así que en los casos en que se considera la agregación trimestral en los datos, dicha agregación estará contenida implícitamente en la variable de insumo Z_t . Más explícitamente, cuando se realizan las estimaciones con los datos sin agregar, no se supone ninguna restricción sobre las X_t , en el sentido de que no se pedirá ninguna agregación o promedio trimestral para aproximar la tasa de crecimiento del PIB mensual. La idea es precisamente tratar de construir la tasa de crecimiento del PIB mensual de una forma natural, considerando simplemente que las X_t no observables están relacionadas con la tasa de crecimiento del IGAE mediante la ecuación (10). Mientras que para el caso en que se utilizan los datos agregados de la tasa de crecimiento del IGAE como variable observable, al relacionar ésta con la tasa de crecimiento del PIB mensual no observable mediante la ecuación (10), dicha aproximación del PIB mensual implícitamente ya trae consigo la agregación trimestral heredada de la variable de insumo.²²

²² En los casos estudiados por Mariano y Murasawa (2000) y Cuche y Hess (2000) si hacen modificaciones al filtro del Kalman para hacer la agregación trimestral. En este documento la idea es más sencilla, porque sin tener que modificar el filtro de Kalman original, se puede introducir la agregación trimestral directamente en la variable de insumo observable y por consiguiente al estimar la variable de estado no observable, con el supuesto de que ésta última está relacionada con la variable de insumo que

Los vectores de error w_t y v_t son Gaussianos con media cero y varianza Q y R , respectivamente. Es importante mencionar que dichos vectores de error no están correlacionados, $E(w_t v_s') = 0$ para toda $t, s = 1, 2, \dots, m$ y $t \neq s$, lo que quiere decir que la varianza del estimador del vector de estados es independiente de la varianza del vector de la ecuación de medida. Intuitivamente la no correlación significa que ninguna observación ayuda más que otra a reducir la incertidumbre existente en el vector de estados. Aunque cabe destacar que por construcción del mismo filtro está garantizado el no crecimiento de dicha incertidumbre en el ciclo de actualización dentro del filtro de Kalman.²³

Los parámetros A , H , Q y R son desconocidos y sus valores se encontrarán mediante el método de máxima verosimilitud. Los detalles de cómo obtener estos parámetros vía su función de máxima verosimilitud se proporcionan en el Apéndice A.

Como ya se mencionó anteriormente, para poder aplicar el filtro de Kalman a la aproximación de la tasa de crecimiento del PIB mensual, primero se necesitan conocer los parámetros A , H , Q y R . Para ello, se proponen los siguientes 2 procedimientos para estimarlos:

- 1) Un procedimiento estándar²⁴ es estimar estos parámetros usando los datos trimestrales observados de las tasas de crecimiento tanto del PIB como del IGAE. A este procedimiento se le llamará método de una etapa (*Una Etapa*). En otras palabras, dadas las ecuaciones (9) y (10) se estiman los parámetros mediante la función de máxima verosimilitud conjunta de los errores de ambas ecuaciones, es decir:

$$\begin{aligned} w_t &= X_t - AX_{t-1} \\ v_t &= Z_t - HX_t, \end{aligned}$$

con

$$\begin{pmatrix} w_t \\ v_t \end{pmatrix} \sim N \left(\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} Q & 0 \\ 0 & R \end{pmatrix} \right).$$

Para obtener una estimación mensual de la tasa de crecimiento del PIB, después de estimar los parámetros A , H , Q y R mediante máxima verosimilitud con datos observados del PIB y del IGAE de frecuencia trimestral, se aplica el filtro de Kalman considerando como variable observable, Z_t , a la tasa de crecimiento del IGAE, generada con datos originales y desestacionalizados tanto agregados como sin agregar con periodicidad mensual. La implementación de este procedimiento para estimar los parámetros es muy sencilla y la convergencia de éste es rápida, lo que hace que el costo computacional sea pequeño.

ya tiene la agregación trimestral, entonces la variable de estado estimada heredará la agregación de la variable observable.

²³ Los errores de la ecuación de medida y de la ecuación de transición pueden estar correlacionados, inclusive en la literatura existe un algoritmo del filtro de Kalman con correlación en los errores, aunque no es muy común su aplicación. En las estimaciones realizadas en este documento no se considera este caso, puesto que en la literatura es más estándar utilizar el filtro de Kalman con los errores no correlacionados, debido a que lo que se desea es que todas las observaciones pesen lo mismo para reducir la incertidumbre en el vector de estado cuando éste es no observable.

²⁴ Para más detalles ver Pasricha, G. K. (2006).

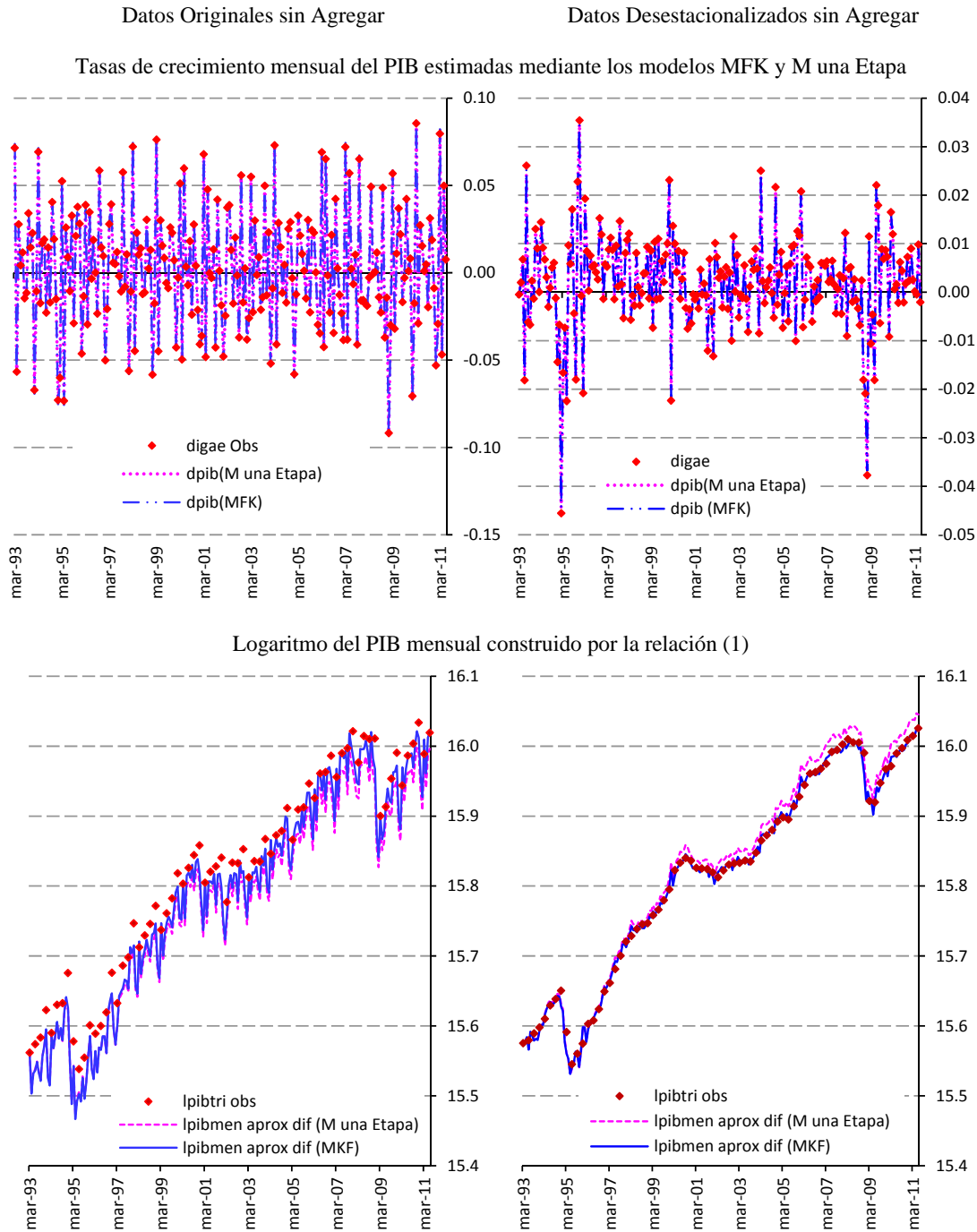
- 2) El segundo procedimiento consiste en estimar conjuntamente tanto los parámetros A , H , Q y R , así como la variable no observable X_t , que corresponde a la tasa de crecimiento del PIB mensual. Para ello, nuevamente se utiliza el filtro de Kalman dentro de la función de máxima verosimilitud (la estimación explícita se muestra en el Apéndice A). Análogo al procedimiento anterior, la variable observable Z_t corresponde a la tasa de crecimiento del IGAE, generada con datos originales y desestacionalizados, agregados y sin agregar con periodicidad mensual. A este procedimiento se le llamará *MFK*. La implementación de este procedimiento para estimar los parámetros es un poco más complicada que la anterior. Encontrar los parámetros que lleven a un buen ajuste requiere de más tiempo y la convergencia es un poco más lenta debido a que dentro de la función de máxima verosimilitud hay que estar calculando el filtro de Kalman. Así que computacionalmente este procedimiento es un poco más costoso que el anterior. Aunque los ajustes pueden ser mejores ya que al llegar información nueva, los errores del ajuste se van minimizando.

Después de estimar los parámetros A , H , Q y R y la variable de estado X_t por ambos métodos, se obtiene el logaritmo del PIB con frecuencia mensual mediante la relación (1) para los datos sin agregar y mediante la relación (2) para los datos agregados.

Los resultados aplicando los dos métodos anteriores a las series originales y desestacionalizadas se presentan en la Figura 6 para los datos sin agregar y en la Figura 7 para los datos agregados.²⁵ En el primer panel de ambas Figuras, se pueden ver las tasas de crecimiento del PIB mensual estimadas por los métodos MFK y M una Etapa para los datos originales y desestacionalizados. Los rombos corresponden a los datos de la tasa de crecimiento del IGAE observados, la cual es la serie de insumo utilizada en la ecuación de medida (10). Mientras que en el segundo panel, los rombos corresponden a los logaritmos del PIB trimestral observado. La línea punteada representa el logaritmo del PIB mensual aproximado mediante el método de una etapa (M una Etapa) y la línea continua corresponde al logaritmo del PIB mensual aproximado por medio del método de filtro de Kalman (MFK). Además, las cifras de los logaritmos del PIB mensual se muestran en los Cuadros del Apéndice B, tanto para los datos agregados como para los datos sin agregar. Cabe recordar que, los resultados mostrados en este artículo pueden variar si las estimaciones se hubieran hecho en tiempo real, debido a que el PIB y el IGAE son variables que están sujetas a posibles revisiones y éstas pueden cambiar.

²⁵ En la Figura C2 del Apéndice C panel inferior, se presentan las gráficas correspondientes a la agregación con datos inter-trimestrales tanto mensuales como trimestrales para datos originales y desestacionalizados para el método MFK, mostrando en este caso que los resultados de las estimaciones son similares, lo que hace al método robusto ante diferentes formas de agregación inter-trimestral.

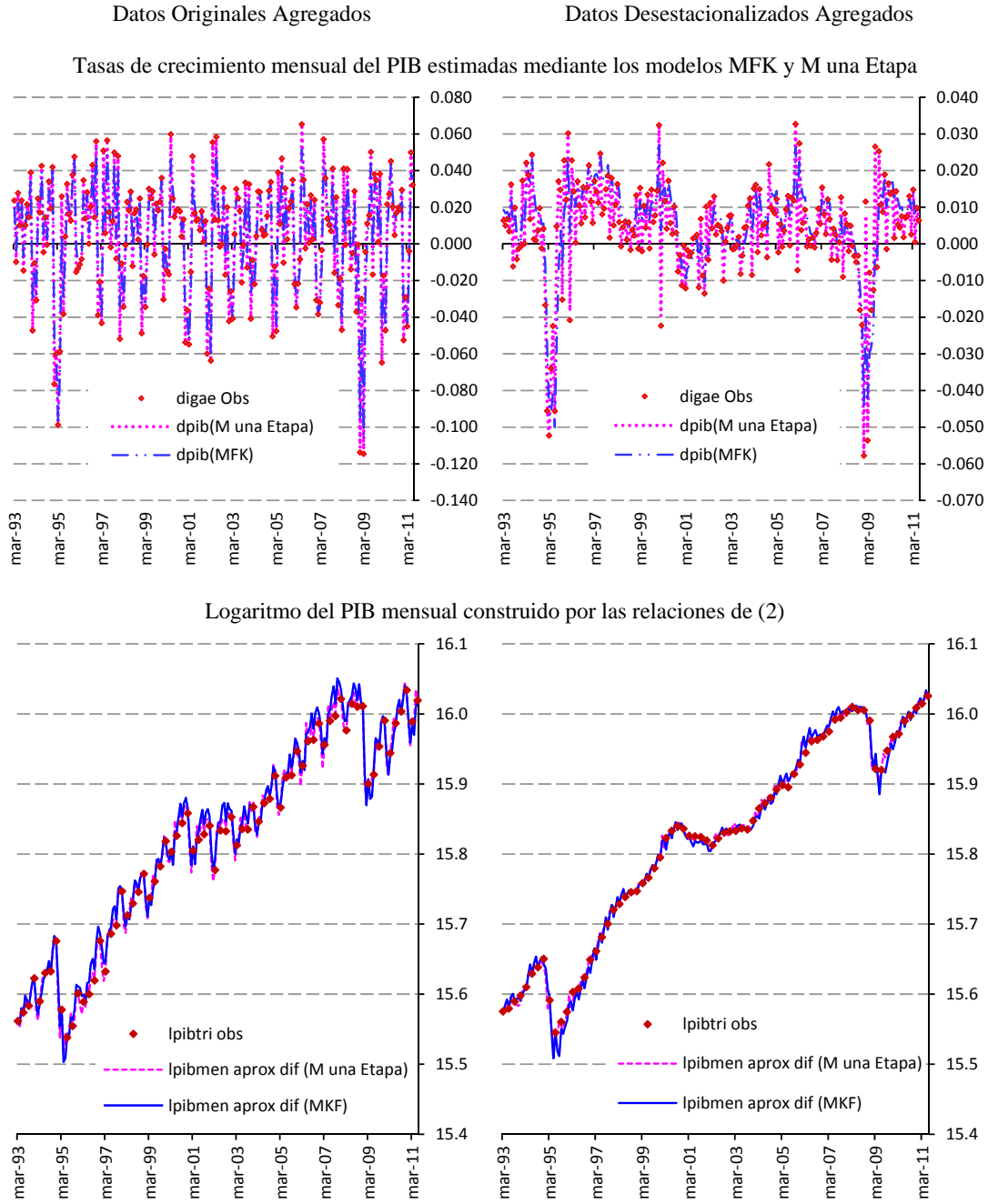
Figura 6. Aproximaciones del logaritmo del PIB mensual para datos sin agregar mediante el filtro de Kalman y el logaritmo del PIB trimestral observado



lpibtri obs es el logaritmo del PIB trimestral observado. lpibmen aprox es el logaritmo del PIB mensual aproximado. Ambas aproximaciones se hacen mediante el filtro de Kalman utilizando como variable observable la tasa de crecimiento del IGAE con frecuencia mensual.

Posteriormente, se obtienen los logaritmos mediante la relación (1). MFK significa que los parámetros fueron estimados mediante el método de Filtro de Kalman. M Una Etapa es el método que utiliza datos trimestrales observados del PIB y del IGAE para estimar las matrices A , H , Q y R y posteriormente se aplica el filtro de Kalman.

Figura 7. Aproximaciones del logaritmo del PIB mensual para datos agregados mediante el filtro de Kalman y el logaritmo del PIB trimestral observado



lpietri obs es el logaritmo del PIB trimestral observado. lpiibmen aprox es el logaritmo del PIB mensual aproximado. Ambas aproximaciones se hacen mediante el filtro de Kalman utilizando como variable observable la tasa de crecimiento del IGAE agregada con frecuencia mensual.

Posteriormente se obtienen los logaritmos mediante las relaciones de (2). MFK significa que los parámetros fueron estimados mediante el método de Filtro de Kalman. M Una Etapa es el método que utiliza datos trimestrales observados del PIB y del IGAE para estimar las matrices A , H , Q y R y posteriormente se aplica el filtro de Kalman.

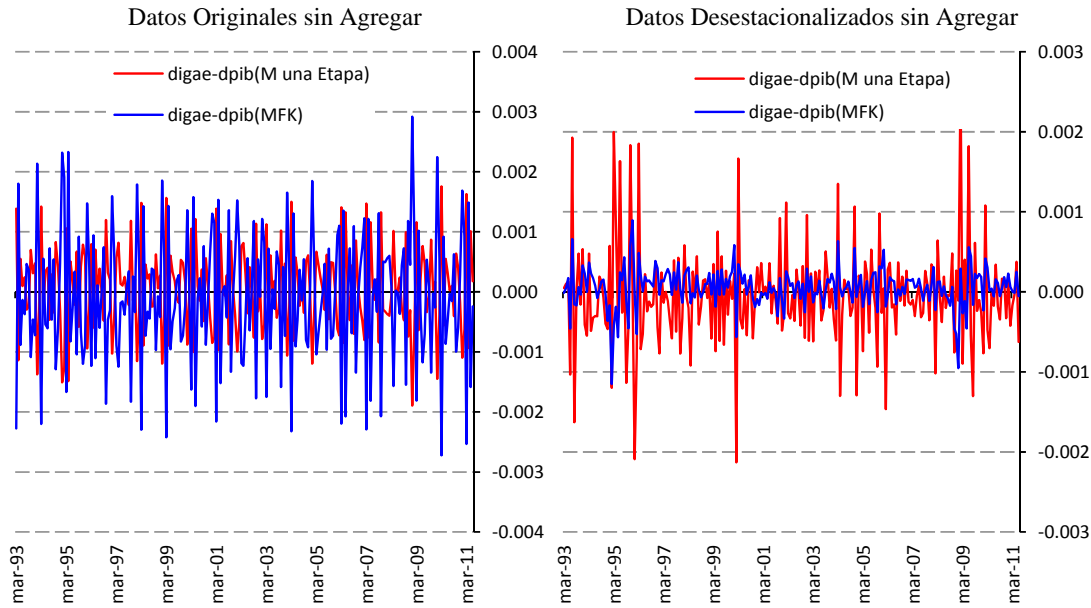
Del primer panel de las Figuras 6 y 7 se puede observar que las ocho aproximaciones de las tasas de crecimiento del PIB mensual obtenidas mediante los métodos MFK y M una Etapa, en general, ajustan relativamente bien tanto a la tasa de crecimiento del PIB trimestral observado como a la variable de insumo correspondiente a la tasa de crecimiento del IGAE mensual observado. Con respecto a las aproximaciones de los logaritmos del PIB mensual se puede decir que para el caso de los datos sin agregar (segundo panel de la Figura 6), el método MFK parece ajustar mejor los datos observados del logaritmo del PIB trimestral, tanto para los datos originales como para los datos desestacionalizados. Sin embargo, el logaritmo del PIB mensual aproximado con datos originales sin agregar la mayor parte del tiempo subestima los datos observados del logaritmo del PIB trimestral. Para el caso de los datos agregados (segundo panel de la Figura 7), las estimaciones del logaritmo del PIB mensual son mejores, el posible sesgo que se apreciaba con los datos originales sin agregar ya no se percibe en los datos originales agregados. Así, las estimaciones del logaritmo del PIB mensual generadas con datos agregados, originales y desestacionalizados, con respecto a los datos observados del logaritmo del PIB trimestral tienen buen ajuste.

En la Figura 2 se mostró que las tasas de crecimiento del PIB y del IGAE trimestrales observadas eran más parecidas en los datos originales que en los datos desestacionalizados. Así que uno hubiera esperado que cuando se hiciera el ajuste con los datos originales éste siempre sería mejor, lo cual no sucedió en la aproximación del logaritmo del PIB mensual generada con datos originales sin agregar (Figura 6). Las causas pueden ser dos: i) en el ajuste con los datos originales sin agregar no se está considerando agregación al final de cada trimestre; y ii) los errores del ajuste generados de las tasas de crecimiento del PIB mensual estimado con datos originales sin agregar respecto a la variable de insumo son mayores que los errores del ajuste generados de las tasas de crecimiento del PIB mensual obtenidas de los datos desestacionalizados sin agregar respecto a la variable de insumo. Dichos errores se muestran en la Figura 8.²⁶

Para comparar el ajuste dentro de muestra de las estimaciones realizadas mediante los métodos MFK y M una Etapa, tanto para datos sin agregar como para los datos agregados, se calculan el Error Absoluto Medio (EAM), el Porcentaje del Error Absoluto Medio (PEAM), así como la Raíz Cuadrada del Error Cuadrático Medio (RECM), entre los logaritmos del PIB mensual de los puntos que corresponden a la aproximación al final de cada trimestre y los puntos de los logaritmos del PIB trimestral observados. La aproximación al final de cada trimestre corresponde a los puntos de los meses de marzo, junio, septiembre y diciembre de las aproximaciones mensuales. Cabe destacar que las estimaciones realizadas con los datos agregados en estos puntos corresponden al promedio trimestral del logaritmo del PIB mensual. Los resultados se muestran en el Cuadro 1.

²⁶ Las medias de las tasas de crecimiento del PIB estimados para los datos originales son 4.88e-05 y -7.46e-05 para el método M de una Etapa y MFK, respectivamente. Mientras que para los datos desestacionalizados las medias correspondientes a cada método son -5.04e-05 y 5.26e-05, respectivamente.

Figura 8. Errores de las aproximaciones de las tasas de crecimiento del PIB mensual mediante el filtro de Kalman



Del Cuadro 1 se observa que el modelo que tiene menores errores al ajustar, al menos los datos trimestrales observados del logaritmo del PIB, es MFK, para los cuatro casos analizados: estimaciones con datos originales sin agregar, datos originales agregados, datos desestacionalizados sin agregar y datos desestacionalizados agregados. Además, los errores considerando los datos agregados en comparación con los errores de los datos sin agregar se reducen considerablemente.

Cuadro 1. Errores de estimación

Errores / Método	Datos Originales		Datos Desestacionalizados	
	MFK	M una Etapa	MFK	M una Etapa
Datos sin Agregar				
EAM	0.0257	0.0348	0.0056	0.0142
PEAM (%)	0.1628	0.2200	0.0356	0.0897
RECM	0.0306	0.0395	0.0082	0.0159
Datos Agregados				
EAM	0.0072	0.0032	0.0032	0.0060
PEAM (%)	0.0456	0.0203	0.0203	0.0379
RECM	0.0087	0.0036	0.0043	0.0082

$EAM = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \hat{x}_i|}{n}$ es el error absoluto medio, $PEAM = \frac{\sum_{i=1}^n (|x_i - \hat{x}_i|/x_i)}{n}$ es el porcentaje del error absoluto medio y $RECM = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \hat{x}_i)^2}{n}}$ es la raíz cuadrada del error cuadrático medio. Las x_i corresponden a los logaritmos del PIB trimestral observados y las \hat{x}_i corresponden a las aproximaciones de los logaritmos del PIB mensual correspondientes a los meses de marzo, junio, septiembre y diciembre.

4.4 Comparación de las Aproximaciones del Logaritmo del PIB Mensual

En esta sección se hará una comparación entre las diferentes estimaciones obtenidas del logaritmo del PIB mensual dentro de muestra utilizando la aproximación intuitiva, la extensión del método de Denton y el método de filtro de Kalman (MFK y M una Etapa), tanto para los datos agregados como para los datos sin agregar. Cabe recordar que en dichos métodos lo que se aproximan son las tasas de crecimiento del PIB mensual y se construyen los correspondientes logaritmos del PIB mensual con las relaciones (1) y (2), para los datos sin agregar y los datos agregados, respectivamente. Además, el valor inicial del logaritmo del PIB mensual que se utiliza en las aproximaciones corresponde al logaritmo del PIB trimestral observado en marzo de 1993. Como variable observable para todos los métodos se utiliza la tasa de crecimiento del IGAE agregada y sin agregar, según sea el caso. A continuación, se resumen brevemente la forma en que se obtuvieron dichas estimaciones:

1. Aproximación intuitiva. Se calculan las tasas de crecimiento del IGAE mensuales y se considera el valor inicial del logaritmo del PIB trimestral observado correspondiente al mes de marzo de 1993. Posteriormente, se construyen los valores subsecuentes del logaritmo del PIB mensual mediante las fórmulas recursivas (3) y (4) para los datos sin agregar y los datos agregados, respectivamente.
2. Extensión del Método de Denton. Se aproxima la tasa de crecimiento del PIB mensual interpolando los datos trimestrales utilizando las ecuaciones (5)-(6) y como variable de insumo a la tasa de crecimiento del IGAE mensual. Los pesos de los datos inter-trimestrales son iguales. Posteriormente, se obtiene el logaritmo del PIB mensual mediante la relación (1).
3. Método de una Etapa (M una Etapa). Primero, se obtienen los parámetros (A , H , Q y R), los cuales son estimados mediante el método de máxima verosimilitud utilizando los datos trimestrales observados de las tasas de crecimiento del PIB y del IGAE. Segundo, se aproxima la tasa de crecimiento del PIB mensual utilizando el filtro de Kalman ecuaciones (9)-(10) y como variable observable a la tasa de crecimiento del IGAE mensual, agregada y sin agregar. Finalmente, se obtienen los logaritmos del PIB mensual mediante la relaciones (1) para los datos sin agregar y (2) para los datos agregados.
4. Método de Filtro de Kalman (MFK). En este método los parámetros (A , H , Q y R) y la tasa de crecimiento del PIB mensual no observado son estimados simultáneamente mediante el filtro de Kalman, ecuaciones (9) y (10). Análogo al Método de una Etapa se utiliza como variable de insumo a la tasa de crecimiento del IGAE mensual observada. Posteriormente, se obtiene el logaritmo del PIB mensual mediante las relaciones (1) para los datos sin agregar y (2) para los datos agregados.

En el Cuadro 2 se presentan las estimaciones de los parámetros A , H , Q y R correspondientes a los métodos MFK y M una Etapa, considerando las aproximaciones realizadas con datos originales y datos desestacionalizados, en ambos casos con datos agregados y sin agregar. En estos métodos se utiliza el filtro de Kalman en la aproximación del logaritmo del PIB mensual.

De dicho Cuadro se observa comparando por método, que los cuatro parámetros son similares cuando éstos son estimados con datos sin agregar, haciendo la distinción entre datos originales y desestacionalizados. Sin embargo, para el caso en que los parámetros son estimados con los datos agregados, éstos son diferentes en todos los casos. El parámetro R, que corresponde al error de la ecuación de medida, generalmente es más pequeño que el parámetro Q, el cual representa el error de la ecuación de estado. Además, cuando el parámetro de transición A es negativo, por ejemplo en el caso de datos originales sin agregar, significa que la variable de estado no observable tiene una correlación negativa con su valor rezagado. Mientras que para los datos desestacionalizados sin agregar es cero o positiva. Cabe destacar que los parámetros encontrados mediante el método de M una Etapa son los mismos cuando la estimación se realiza con datos agregados y sin agregar, porque hay que recordar que la estimación de estos parámetros es determinada con los datos trimestrales observados del PIB y del IGAE, lo cual coincide en ambas aproximaciones.

El parámetro de medida H, el cual relaciona a la variable de estado no observable con la variable de insumo observable, está muy cercana a uno en el caso de las estimaciones con datos sin agregar, lo que significa que la correlación entre la tasa de crecimiento del PIB y del IGAE es muy alta, este hecho se mantiene para los dos métodos y para los datos originales y desestacionalizados. Sin embargo, considerando las estimaciones obtenidas con el método MFK con datos agregados, el parámetro se reduce a un poco menos de la mitad.

Cuadro 2. Parámetros estimados mediante máxima verosimilitud

Parámetros / Método	Datos Originales		Datos Desestacionalizados	
	MFK	M una Etapa	MFK	M una Etapa
Datos sin Agregar				
A	-0.3136 (0.0619)	-0.3152 (0.1139)	0.0000 (0.0004)	0.4702 (0.1043)
H	0.9692 (0.0462)	1.0197 (0.0041)	0.9051 (0.0489)	0.9084 (0.0361)
R	6.92E-10 (0.0128)	0.0012 (0.0001)	0.0034 (0.0013)	0.0053 (0.0005)
Q	0.0332 (0.0016)	0.0339 (0.0029)	0.0103 (0.0006)	0.0152 (0.0013)
Datos Agregados				
A	0.4324 (0.0975)	-0.3152 (0.1139)	0.8731 (0.0379)	0.4703 (0.1043)
H	0.5651 (0.0564)	1.0197 (0.0041)	0.5567 (0.0721)	0.9084 (0.0361)
R	0.0229 (0.0019)	0.0012 (0.0001)	0.0100 (0.0006)	0.0053 (0.0005)
Q	0.0365 (0.0037)	0.0339 (0.0029)	0.0083 (0.0011)	0.0152 (0.0013)

Entre paréntesis se encuentran los errores estándar de los parámetros

Dado que el coeficiente de H es muy cercano a uno para los cuatro casos mostrados en el primer panel de datos sin agregar del Cuadro 2, vale la pena probar si dicho coeficiente de H es uno. Para ello, se realiza la siguiente Prueba de Hipótesis:

$$H_0: \hat{H} = 1 \quad vs \quad H_1: \hat{H} \neq 1,$$

con el estadístico de prueba

$$Z_H = \frac{\hat{H} - 1}{ee(\hat{H})},$$

y la región crítica o de rechazo es $R.C. = \{Z_H : |Z_H| \geq Z_{\frac{\alpha}{2}}\}$, con $Z_{\alpha/2} \sim N(1,1)$, $ee(\hat{H})$ el error estándar de \hat{H} y α corresponde a la significancia de la prueba. Los resultados de la prueba de hipótesis se muestran en el Cuadro 3.

Cuadro 3. Pruebas de hipótesis para datos sin agregar

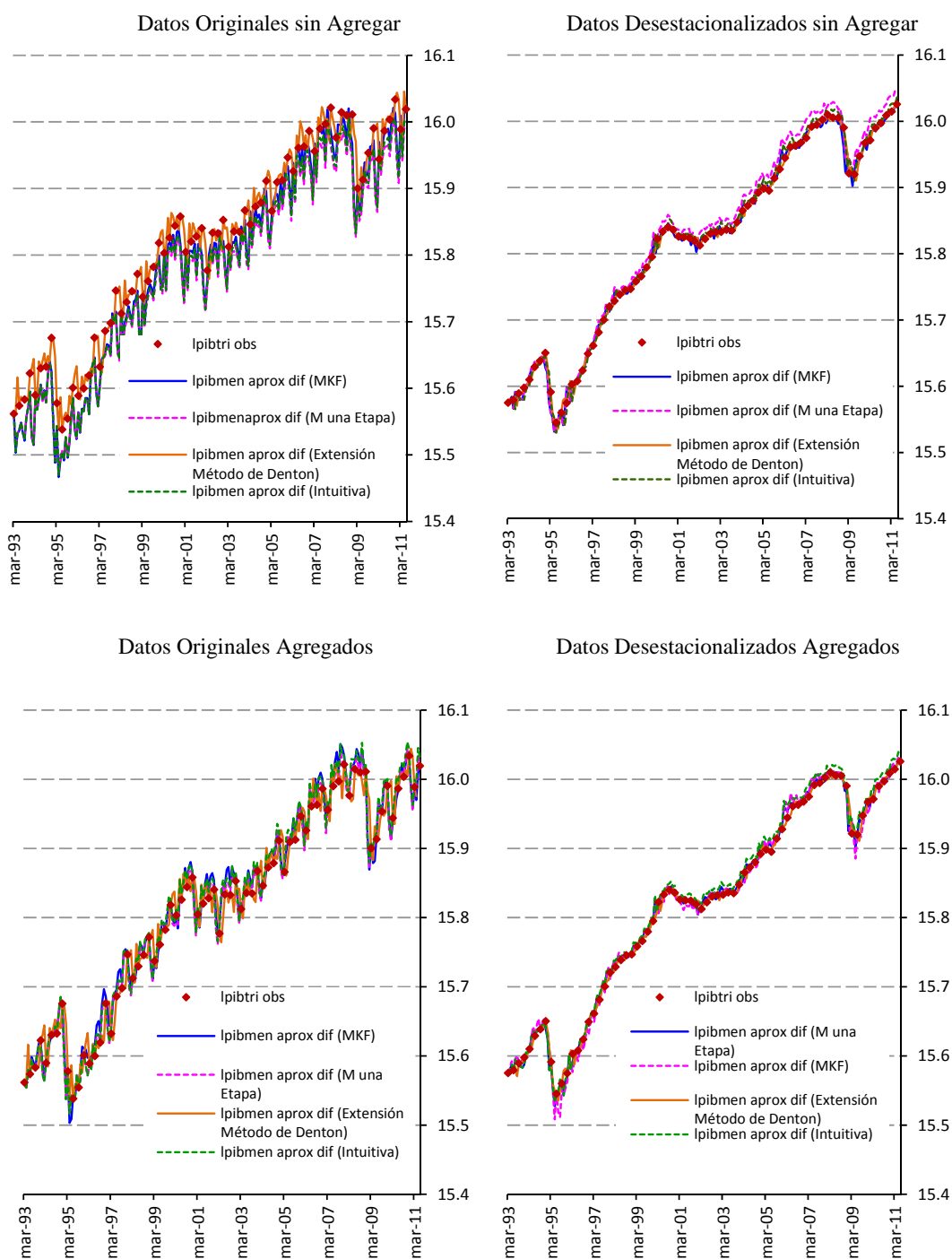
Para $\alpha = 5\%$, $ Z_{\alpha/2} = 1.96$				
Prueba de Hipótesis	Datos Originales sin Agregar		Datos Desestacionalizados sin Agregar	
	MFK	M una Etapa	MFK	M una Etapa
Z_H	-0.667	4.794	-1.941	-2.539
R.C.	$Z_H \leq -1.96$	$Z_H \geq 1.96$	$Z_H \leq -1.96$	$Z_H \leq -1.96$
Conclusión	No se rechaza H_0	Se rechaza H_0	No se rechaza H_0	Se rechaza H_0

De la prueba de hipótesis, estadísticamente hablando, se puede decir que los coeficientes de H para el método MFK son uno, tanto para los datos originales como para los datos desestacionalizados sin agregar. Mientras que para los coeficientes respectivos de M una Etapa se rechazó la hipótesis de que el coeficiente de H sea uno.

Como una segunda comparación, en la Figura 9 se presenta el logaritmo del PIB mensual aproximado por los 4 métodos antes descritos junto con el logaritmo del PIB trimestral observado, considerando ambos tipos de datos originales y desestacionalizados, agregados y sin agregar.

De la Figura 9 se observa que de los métodos que utilizan filtro de Kalman (MFK y M una Etapa), el que mejor ajusta los datos observados trimestrales es el MFK estimado con datos agregados, tanto originales como desestacionalizados. Aunque, las estimaciones realizadas con datos originales sin agregar subestiman la mayor parte del tiempo los datos del logaritmo del PIB observado. Cabe destacar que las aproximaciones del logaritmo del PIB mensual mediante la aproximación intuitiva, la extensión del método de Denton y el método MFK son muy similares para el caso de datos desestacionalizados agregados y sin agregar.

Figura 9. Aproximación del logaritmo del PIB mensual mediante diferentes métodos y el logaritmo del PIB trimestral observado



Debido a que el PIB mensual es una variable no observable, lo único que se puede hacer es verificar qué método es el que mejor ajusta los datos trimestrales observados del logaritmo del PIB trimestral. Para ello, se consideran como antes el error absoluto medio, el porcentaje de error absoluto medio y la raíz cuadrada del error cuadrático medio. Los errores se construyen con los datos estimados del logaritmo del PIB mensual de los puntos que pertenecen a la aproximación del fin de cada trimestre y los puntos de los logaritmos del PIB trimestral observados. La estimación al final de cada trimestre se refiere al punto del mes de marzo, junio, septiembre y diciembre de las aproximaciones mensuales. Los resultados se muestran en el Cuadro 4.

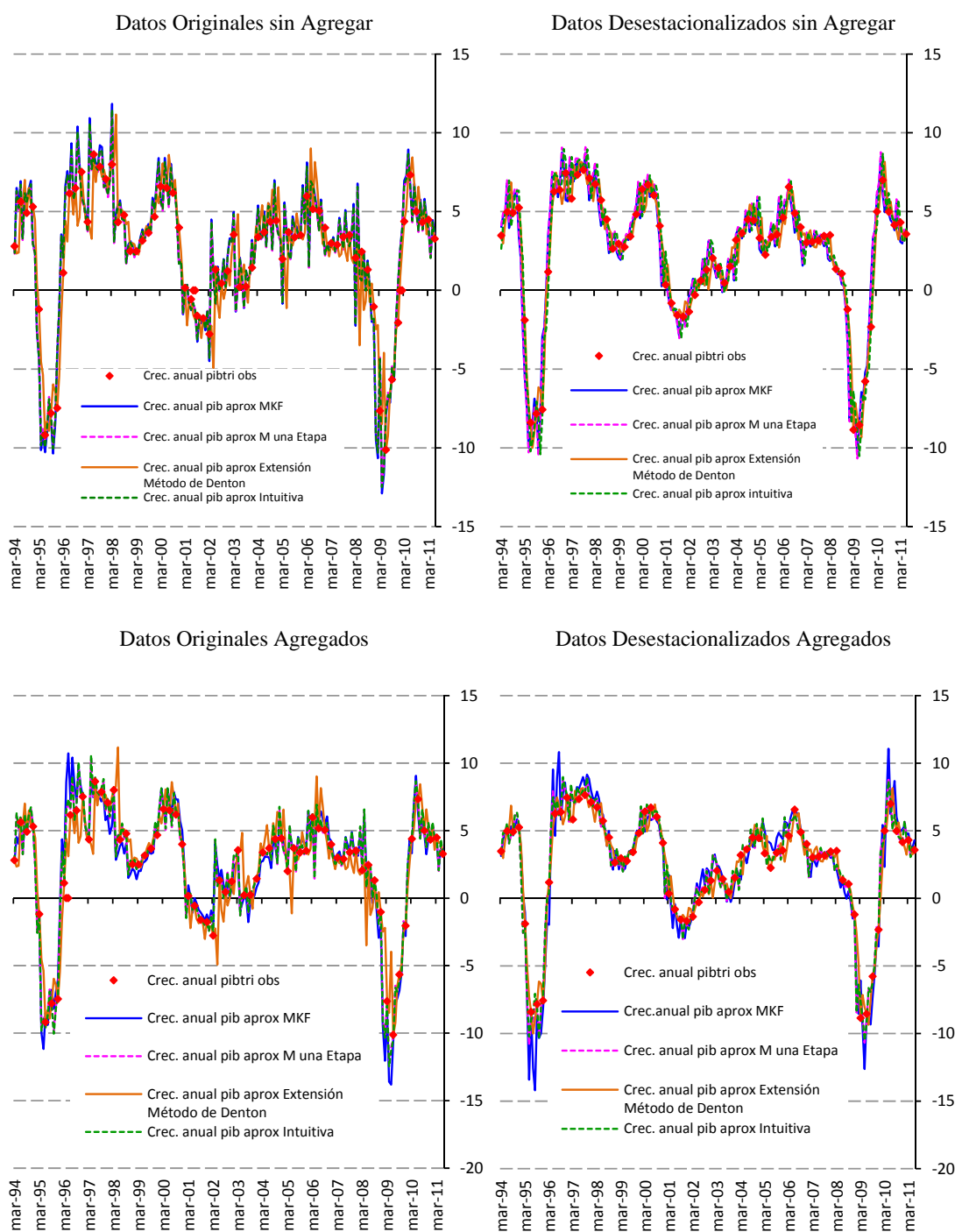
Cuadro 4. Errores de estimación mediante 3 diferentes métodos

Errores/Método	Datos Originales			Datos Desestacionalizados		
	MFK	M una Etapa	Aproximación Intuitiva	MFK	M una Etapa	Aproximación Intuitiva
	Datos sin Agregar					
EAM	0.0257	0.0348	0.0309	0.0056	0.0142	0.0067
PEAM (%)	0.1628	0.2200	0.1951	0.0356	0.0897	0.0424
RECM	0.0306	0.0395	0.0355	0.0082	0.0159	0.0087
	Datos Agregados					
EAM	0.0072	0.0032	0.0085	0.0032	0.0060	0.0073
PEAM (%)	0.0456	0.0203	0.0536	0.0203	0.0379	0.0460
RECM	0.0087	0.0036	0.0095	0.0043	0.0082	0.0086

Del Cuadro 4 se puede observar que el modelo que menores errores presenta al ajustar los datos trimestrales del logaritmo del PIB observado es el MFK para datos agregados, el porcentaje de error absoluto medio de las estimaciones realizadas con dicho método resultan ser, en promedio, menores al 0.05%. En particular, el mejor ajuste a los datos trimestrales observados del PIB se lo lleva el método MFK estimado con datos desestacionalizados agregados. Aunque, los errores considerando datos sin agregar son también pequeños, en promedio menores al 0.2%. Cabe mencionar que en el cuadro no se consideró la extensión del método de Denton, porque una característica de esta aproximación es que por construcción los datos trimestrales del modelo coinciden con los datos del PIB trimestral observado, así que su error sería cero.

Finalmente, como una tercera comparación se calculan las tasas de crecimiento anuales del PIB, obtenidas como $Crec. \text{ anual } (PIB) = [\ln(PIB_t) - \ln(PIB_{t-12})] * 100$ para las estimaciones mensuales y $Crec. \text{ anual } (PIB) = [\ln(PIB_t) - \ln(PIB_{t-4})] * 100$, para los datos observados trimestrales. Dichas tasas de crecimiento se presentan en la Figura 10.

Figura 10. Aproximación de las tasas de crecimiento anuales del PIB mediante diferentes métodos, así como la tasa de crecimiento anual del PIB observado



Además, en el Cuadro 5 se presenta la comparación entre el dato trimestral observado de la tasa de crecimiento anual y cada uno de los datos correspondientes a los meses de marzo, junio, septiembre y diciembre de la tasa de crecimiento anual del PIB estimada mediante el método MKF, el método M una Etapa, Extensión del método de Denton y la estimación intuitiva.

Cuadro 5. Porcentaje de error absoluto medio de la estimación de las tasas de crecimiento anuales del PIB

PEAM (%)	MKF	M una Etapa	Extensión Método de Denton	Estimación Intuitiva
Datos originales sin agregar	0.5810	0.5464	0.0000	0.5587
Datos desestacionalizados sin agregar	0.3111	0.3198	0.0000	0.3310
Datos Originales agregados	0.2872	0.0592	0.0000	0.0725
Datos Desestacionalizados agregados	0.3018	0.1619	0.0000	0.1538

Del Cuadro 5 se observa que no hay un método contundente que en todos los casos proporcione la mejor aproximación. No obstante, el método de M una Etapa parece ser el que menores errores presenta para los datos originales, tanto para los datos agregados como para los datos sin agregar. Además, para los datos desestacionalizados el que menores errores presenta es la estimación intuitiva con datos agregados. Cabe destacar que en este caso, tal vez se pudiera obtener una mejor aproximación si se hubiera considerado como variable de insumo a la tasa de crecimiento anual del IGAE en los diferentes métodos utilizados, en lugar de las tasas de crecimiento mensual.

Debido a que el modelo MFK es el que mejor ajusta dentro de muestra, al menos los logaritmos mensuales, éste se utilizará para hacer los pronósticos fuera de muestra. En este caso también se considerarán las estimaciones realizadas con los diferentes tipos de datos: originales agregados y sin agregar, así como desestacionalizados agregados y sin agregar.

5. Aproximaciones del Logaritmo del PIB Mensual Fuera de Muestra

Dado que el Filtro de Kalman es un método dinámico recursivo se pueden hacer aproximaciones fuera de muestra.²⁷ Para ello, únicamente se utiliza el modelo MFK ya que fue el que dio mejores ajustes dentro de muestra, tanto para los datos originales agregados y sin agregar como para los datos desestacionalizados agregados y sin agregar. Ahora lo que se desea es verificar que tan bueno es el modelo MFK para pronosticar fuera de muestra. Así, se comparan las estimaciones derivadas de éste con:

²⁷ Si uno quisiera hacer pronósticos con los métodos de la extensión del método de Denton y con la aproximación intuitiva, se requiere lo siguiente: para el primer método se necesitaría tener alguna proyección del PIB trimestral, ya que éste es una variable de insumo para el modelo. En el caso de la segunda aproximación sólo se requerirá tener alguna proyección del IGAE para pronosticar el PIB, al igual que el modelo que utiliza el filtro de Kalman, debido a que dicho IGAE es la variable de insumo para ambos modelos.

- a) Los datos correspondientes a los logaritmos del PIB trimestral observados. Cabe mencionar que éste es el único parámetro real de comparación con que se cuenta.
- b) Como por construcción los datos estimados mediante la extensión del método de Denton coinciden con los datos trimestrales observados, se utilizan dichos datos estimados para comparar las aproximaciones obtenidas fuera de muestra con el modelo MFK.
- c) Una última comparación se hace con las aproximaciones mensuales del logaritmo del PIB que se obtuvieron con el método MFK dentro de muestra.

Para ello, lo que se hace es estimar hasta cierto periodo de tiempo los parámetros A , H , Q y R mediante el modelo MFK, después se aproxima la tasa de crecimiento del PIB mensual para el periodo restante utilizando el filtro de Kalman y finalmente se construye el logaritmo del PIB mensual mediante las relaciones (1) y (2) para los datos sin agregar y datos agregados, respectivamente. Se consideran siete diferentes periodos para la estimación de dichos parámetros, el primer periodo abarca de marzo de 1993 a diciembre 2004, el segundo de marzo de 1993 a diciembre de 2005 y así sucesivamente hasta llegar al periodo de marzo de 1993 a diciembre de 2010. En el Cuadro 6 se presentan las estimaciones de los parámetros A , H , Q y R involucrados en el modelo MFK, para los datos originales y desestacionalizados, así como éstos agregados y sin agregar.

Del Cuadro 6 se observa, en general, que los parámetros estimados varían poco en todos los periodos analizados. Cabe destacar que para el caso de los datos sin agregar, la matriz R es prácticamente cero en todos los periodos, la matriz H está muy cercana a uno tanto para los datos originales como para los datos desestacionalizados. Además, para los datos originales la matriz A es aproximadamente -0.3, mientras que para los datos desestacionalizados está muy cercana a cero. Por otro lado, para el caso de los datos agregados, los parámetros tienen una variación mayor que los datos sin agregar, sobre todo el parámetro H , el cual relaciona la tasa de crecimiento del IGAE con la tasa de crecimiento del PIB estimado, tanto para los datos originales como para los datos desestacionalizados. En general se puede decir que los parámetros han variado poco en los periodos analizados, lo que significa que dichos parámetros han sido estables a través del tiempo. Este último hecho es muy importante al momento de hacer los pronósticos.

**Cuadro 6. Estimación de los parámetros del filtro de Kalman
para diferentes periodos**

Periodo de Estimación	Datos Originales				Datos Desestacionalizados			
	A	H	R	Q	A	H	R	Q
	Datos sin Agregar							
1993-2004	-0.3202 (0.0759)	1.1039 (0.0656)	1.94E-09 (0.0148)	0.0283 (0.0017)	1.12E-08 (0.0002)	0.8780 (0.0580)	3.22E-03 (0.0019)	0.0111 (0.0008)
1993-2005	-0.3030 (0.0731)	1.1693 (0.0669)	3.24E-09 (0.0148)	0.0264 (0.0015)	8.90E-09 (0.0002)	0.8506 (0.0543)	3.25E-03 (0.0017)	0.0112 (0.0007)
1993-2006	-0.3274 (0.0704)	1.0814 (0.0596)	2.84E-09 (0.0133)	0.0287 (0.0016)	1.05E-08 (0.0002)	0.9194 (0.0562)	3.12E-03 (0.0017)	0.0103 (0.0006)
1993-2007	-0.3507 (0.0679)	1.0081 (0.0536)	7.26E-09 (0.0124)	0.0309 (0.0017)	1.08E-08 (0.0002)	0.9373 (0.0578)	3.59E-03 (0.0013)	0.0096 (0.0006)
1993-2008	-0.3489 (0.0660)	1.0162 (0.0523)	1.57E-09 (0.0118)	0.0303 (0.0016)	4.07E-09 (0.0001)	1.4499 (0.0819)	2.84E-03 (0.0016)	0.0063 (0.0004)
1993-2009	-0.3126 (0.0645)	1.1276 (0.0563)	6.19E-10 (0.0140)	0.0280 (0.0014)	1.53E-08 (0.0002)	0.9826 (0.0543)	3.16E-03 (0.0016)	0.0098 (0.0006)
1993-2010	-0.3077 (0.0629)	0.9905 (0.0480)	7.95E-09 (0.0134)	0.0321 (0.0016)	1.47E-08 (0.0001)	1.0316 (0.0543)	2.82E-03 (0.0017)	0.0093 (0.0005)
	Datos Agregados							
1993-2004	0.4365 (0.1202)	0.6199 (0.0760)	2.14E-02 (0.0023)	0.0317 (0.0039)	8.63E-01 (0.0492)	0.5598 (0.0863)	9.53E-03 (0.0007)	0.0089 (0.0014)
1993-2005	0.4293 (0.1213)	0.6232 (0.0783)	2.23E-02 (0.0022)	0.0305 (0.0038)	8.68E-01 (0.0461)	0.5654 (0.0841)	9.26E-03 (0.0007)	0.0085 (0.0013)
1993-2006	0.4097 (0.1146)	0.6697 (0.0758)	2.15E-02 (0.0021)	0.0296 (0.0034)	8.74E-01 (0.0430)	0.5623 (0.0829)	9.42E-03 (0.0007)	0.0081 (0.0012)
1993-2007	0.3978 (0.1073)	0.7040 (0.0719)	2.06E-02 (0.0021)	0.0293 (0.0030)	8.75E-01 (0.0413)	0.5616 (0.0801)	9.18E-03 (0.0006)	0.0080 (0.0012)
1993-2008	0.3907 (0.1111)	0.7109 (0.0765)	2.16E-02 (0.0020)	0.0277 (0.0030)	8.76E-01 (0.0403)	0.5798 (0.0809)	9.06E-03 (0.0006)	0.0075 (0.0011)
1993-2009	0.4512 (0.1029)	0.5405 (0.0597)	2.34E-02 (0.0020)	0.0364 (0.0040)	8.63E-01 (0.0416)	0.6908 (0.0935)	1.03E-02 (0.0007)	0.0070 (0.0010)
1993-2010	0.4499 (0.1000)	0.5413 (0.0580)	2.34E-02 (0.0019)	0.0364 (0.0039)	8.69E-01 (0.0390)	0.7250 (0.0949)	1.01E-02 (0.0006)	0.0065 (0.0009)

Entre paréntesis se encuentran los errores estándar de los parámetros estimados.

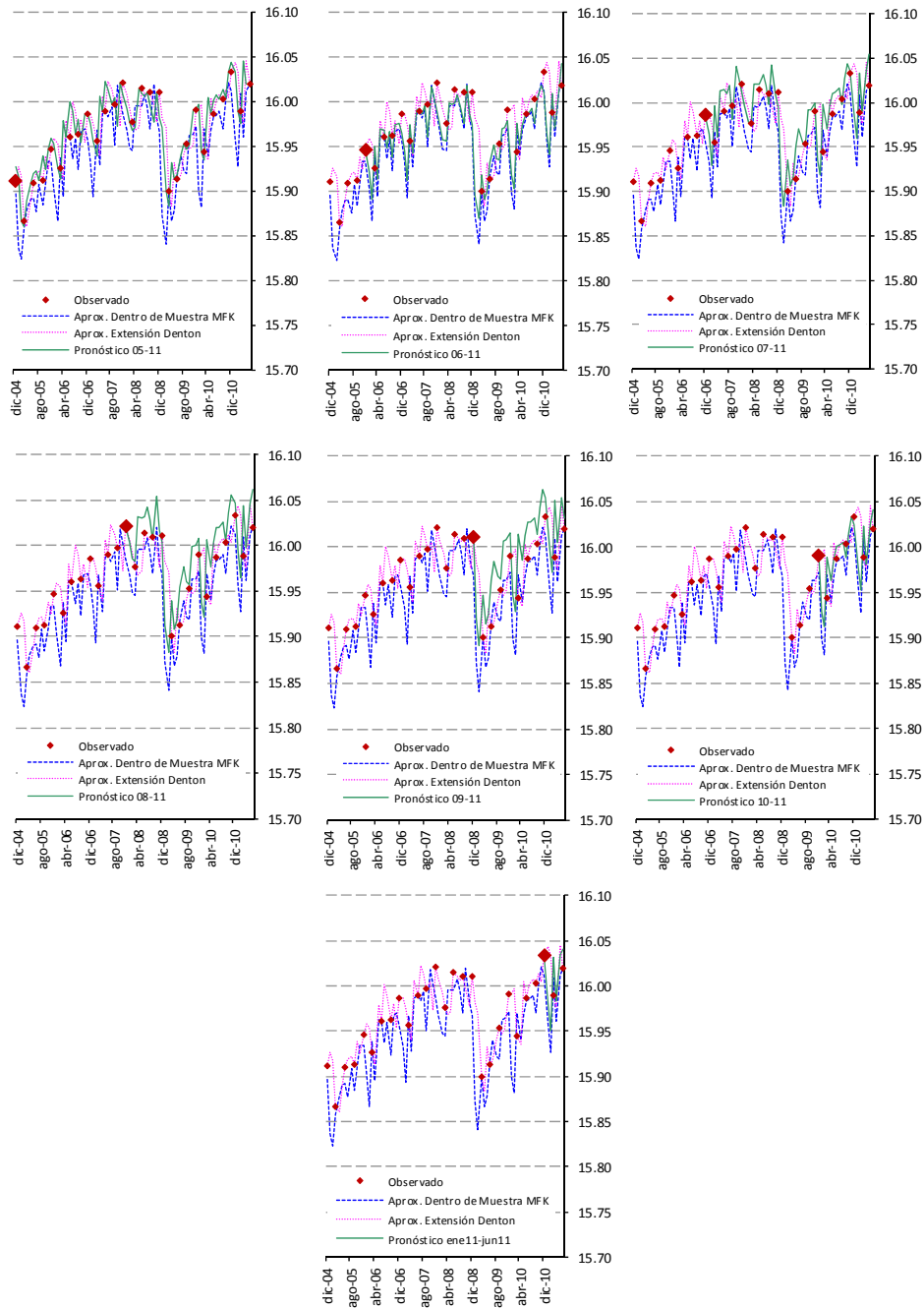
Estimados los parámetros con el modelo MFK para todos los periodos en estudio, se procede a construir la tasa de crecimiento del PIB mensual mediante el filtro de Kalman para el periodo restante. Por ejemplo, si los parámetros fueron estimados en el periodo de enero de 1993 a diciembre de 2004, entonces se construye la tasa de crecimiento del PIB mensual para el periodo de enero de 2005 a junio de 2011 y así sucesivamente para cada periodo analizado. Finalmente como antes, se obtiene el logaritmo del PIB mensual mediante la relación (1) para los datos sin agregar y la relación (2) para los datos agregados.²⁸

En las Figuras 11a y 11b se presentan las aproximaciones o pronósticos estimados con datos sin agregar del logaritmo del PIB mensual fuera de muestra para diferentes periodos analizados, considerando datos originales y datos desestacionalizados, respectivamente. Los rombos representan el logaritmo del PIB trimestral observado, el rombo más grande corresponde al inicio de cada periodo de las aproximaciones fuera de muestra del logaritmo del PIB mensual. Además, se grafican las estimaciones dentro de muestra del logaritmo del PIB mensual que se realizaron mediante la extensión del método de Denton y el modelo MFK. Análogamente, en las gráficas 12a y 12b se presentan los pronósticos realizados con datos agregados del logaritmo del PIB mensual fuera de muestra para los diferentes periodos analizados.

De las cuatro figuras se observa que en general, las aproximaciones fuera de muestra obtenidas mediante el modelo MFK son consistentes con las observaciones trimestrales del logaritmo del PIB, así como con las aproximaciones dentro de muestra. Aunque, los pronósticos realizados con los datos agregados parecen ajustar mejor los datos observados del logaritmo del PIB trimestral que los pronósticos provenientes de los datos sin agregar. No es de sorprender que los pronósticos del logaritmo del PIB estimados con los datos desestacionalizados sean mejores que los pronósticos hechos con los datos originales, debido a que los ajustes dentro de muestra con los datos desestacionalizados resultaron más aproximados a los datos observados. Cabe destacar que el pronóstico del logaritmo del PIB mensual realizado con datos sin agregar de enero de 2009 a junio de 2011, tanto para los datos originales como para los datos desestacionalizados, es el que peor ajuste tiene con los datos trimestrales observados y con las aproximaciones dentro de muestra. Además, uno puede ver que los pronósticos del logaritmo del PIB inter-trimestrales realizados con los datos desestacionalizados sin agregar son más suaves que los pronósticos estimados con los datos desestacionalizados agregados, en éstos últimos se aprecian muchos brinco.

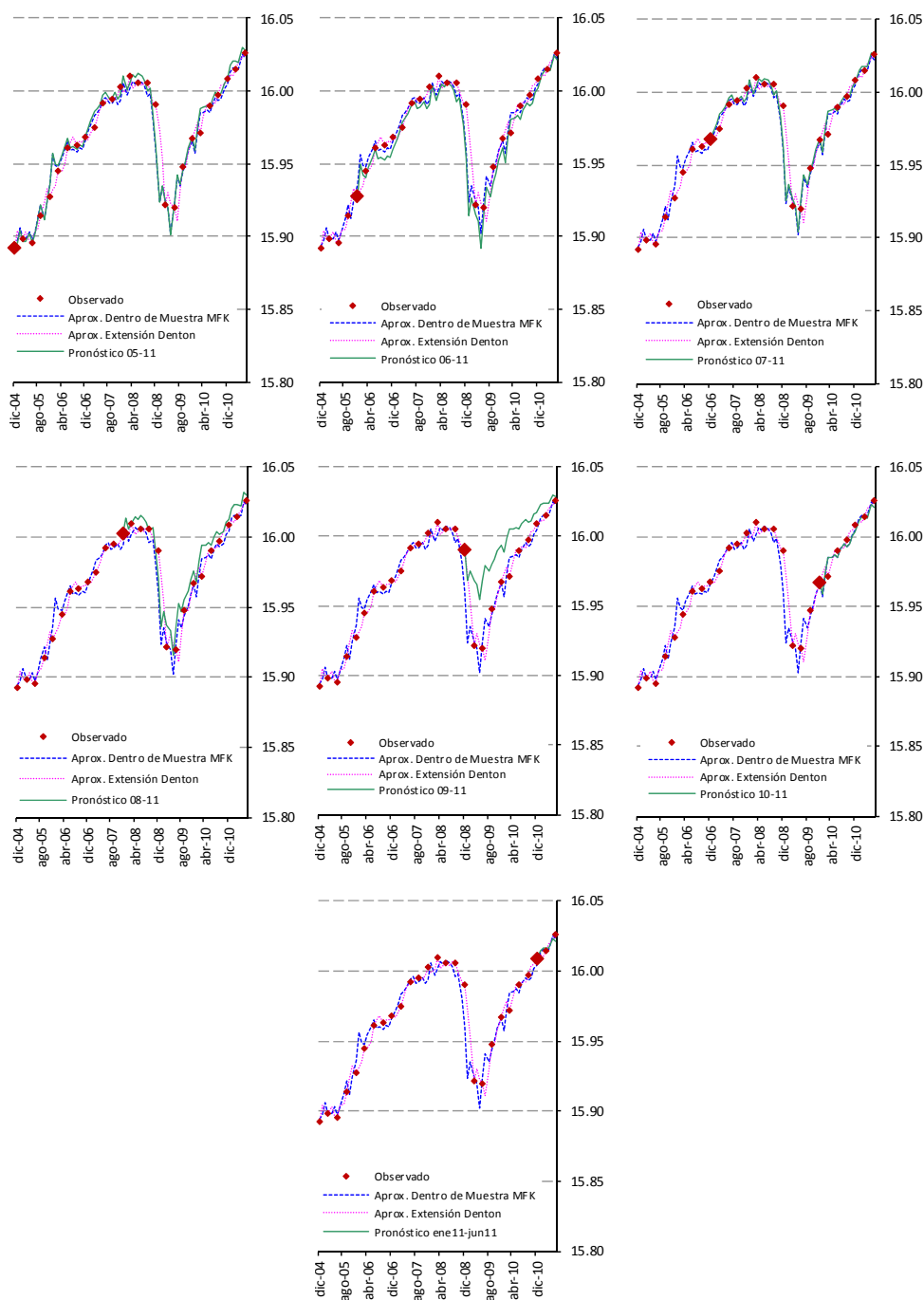
²⁸Es posible construir intervalos de confianza para la variable de estado no observable dado que la varianza de ésta es estimada y actualizada cada vez que llega una nueva observación dentro del filtro de Kalman. Cabe destacar que no se reportan en el documento porque los errores estándar de esta variable de estado (tasa de crecimiento del PIB mensual estimado) tienden a estabilizarse y son pequeños. Por ejemplo, el error estándar de la estimación de la tasa de crecimiento del PIB mensual realizado con datos originales agregados es 0.03.

Figura 11a. Pronósticos del logaritmo del PIB mensual fuera de muestra para datos originales sin agregar en diferentes periodos analizados



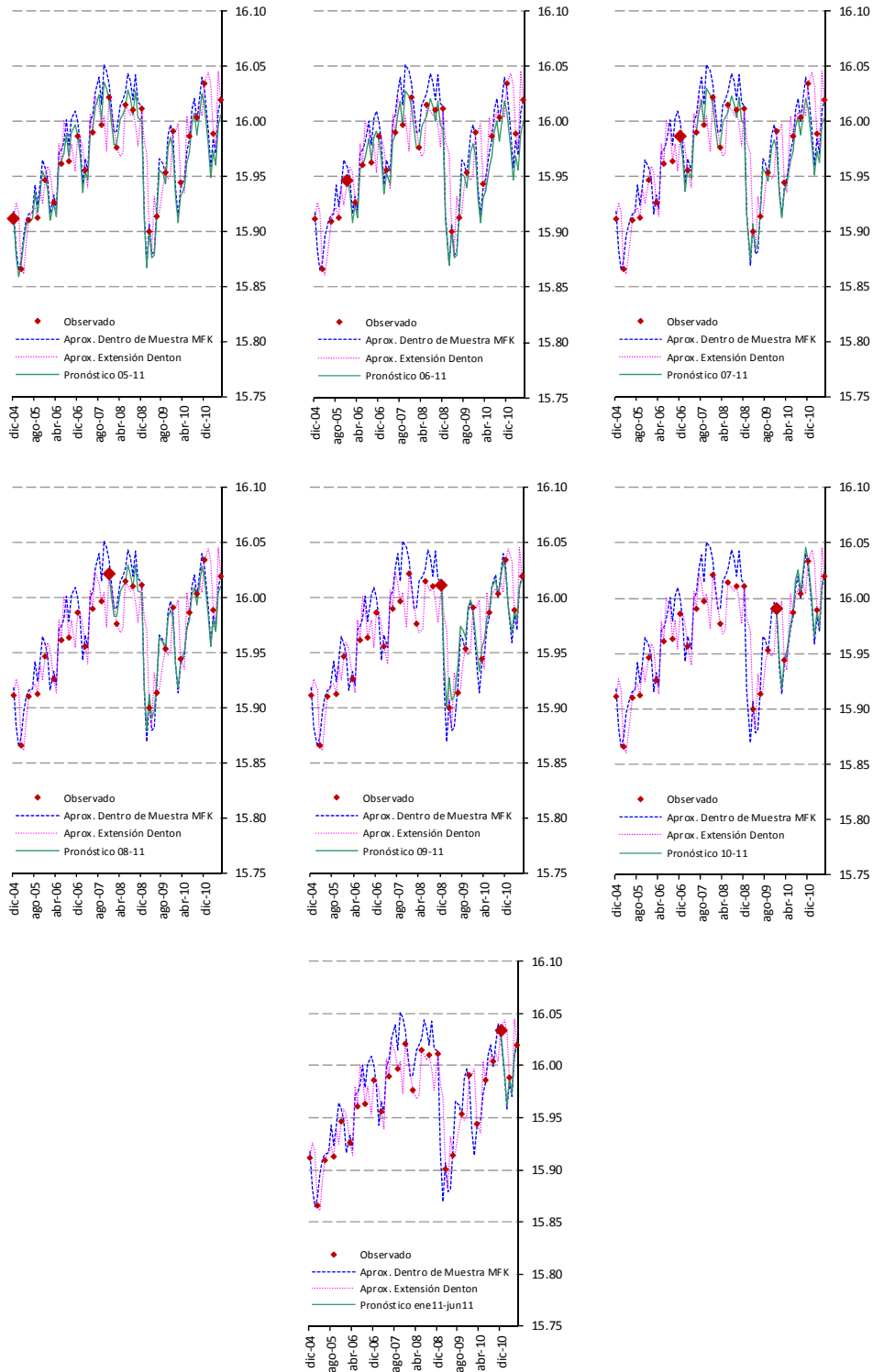
El pronóstico 05-11 corresponde al periodo en que se hizo el pronóstico de enero de 2005 a junio de 2011 y el periodo de estimación del modelo MFK es de marzo de 1993 a diciembre de 2004. El pronóstico 06-11 corresponde al periodo en que se hizo el pronóstico de enero de 2006 a junio de 2011 y el periodo de estimación del modelo MFK es de marzo de 1993 a diciembre de 2005 y así sucesivamente para cada periodo pronosticado.

Figura 11b. Pronósticos del logaritmo del PIB mensual fuera de muestra para datos desestacionalizados sin agregar en diferentes periodos analizados



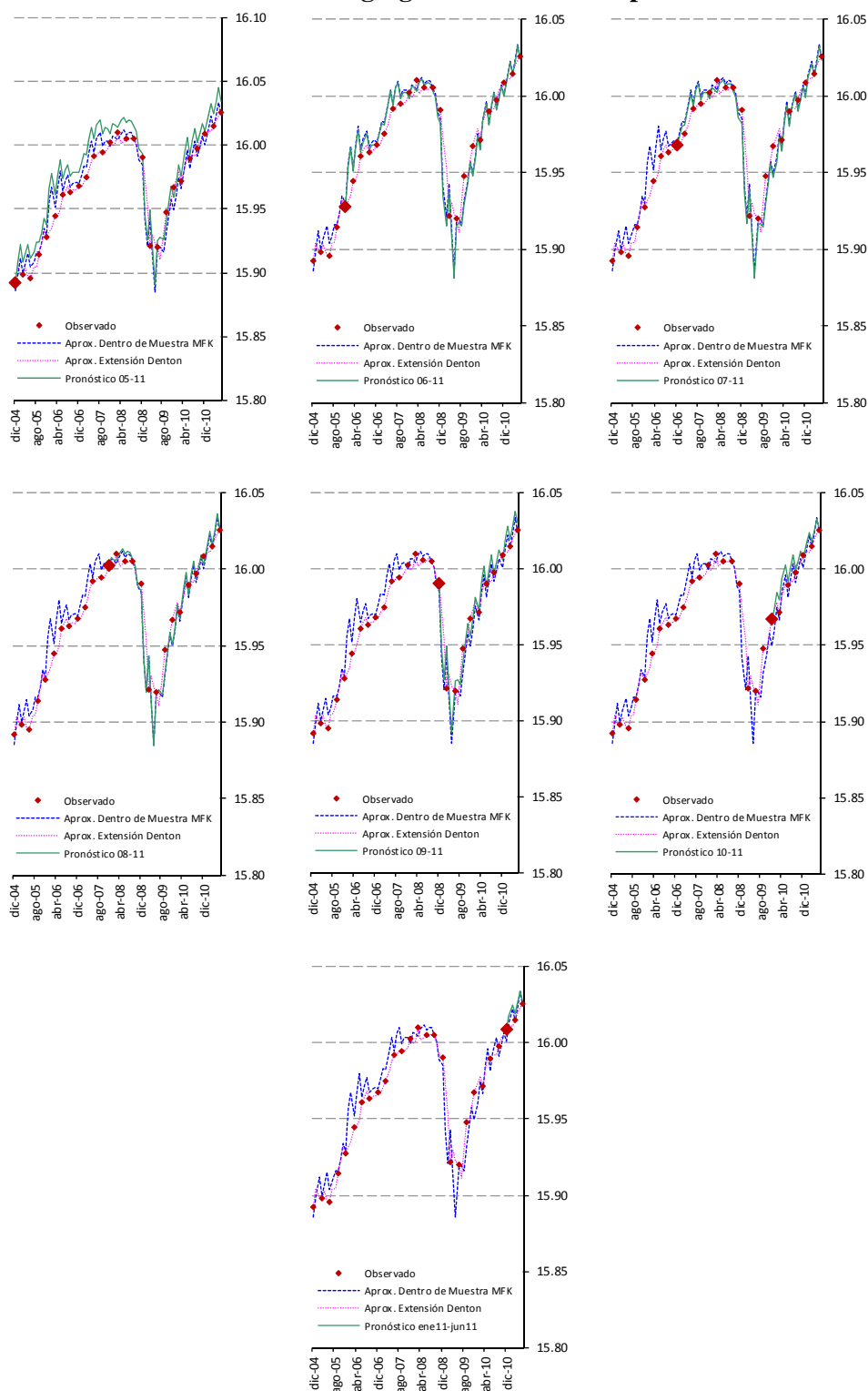
El pronóstico 05-11 corresponde al periodo en que se hizo el pronóstico de enero de 2005 a junio de 2011 y el periodo de estimación del modelo MFK es de marzo de 1993 a diciembre de 2004. El pronóstico 06-11 corresponde al periodo en que se hizo el pronóstico de enero de 2006 a junio de 2011 y el periodo de estimación del modelo MFK es de marzo de 1993 a diciembre de 2005 y así sucesivamente para cada periodo pronosticado.

Figura 12a. Pronósticos del logaritmo del PIB mensual fuera de muestra para datos originales agregados en diferentes periodos analizados



El pronóstico 05-11 corresponde al periodo en que se hizo el pronóstico de enero de 2005 a junio de 2011 y el periodo de estimación del modelo MFK es de marzo de 1993 a diciembre de 2004. El pronóstico 06-11 corresponde al periodo en que se hizo el pronóstico de enero de 2006 a junio de 2011 y el periodo de estimación del modelo MFK es de marzo de 1993 a diciembre de 2005 y así sucesivamente para cada periodo pronosticado.

Figura 12b. Pronósticos del logaritmo del PIB mensual fuera de muestra para datos desestacionalizados agregados en diferentes periodos analizados



El pronóstico 05-11 corresponde al periodo en que se hizo el pronóstico de enero de 2005 a junio de 2011 y el periodo de estimación del modelo MFK es de marzo de 1993 a diciembre de 2004. El pronóstico 06-11 corresponde al periodo en que se hizo el pronóstico de enero de 2006 a junio de 2011 y el periodo de estimación del modelo MFK es de marzo de 1993 a diciembre de 2005 y así sucesivamente para cada periodo pronosticado.

Para comparar los pronósticos del logaritmo del PIB mensual fuera de muestra con las aproximaciones dentro de muestra y con los datos observados, en el Cuadro 7 se proporcionan los errores absolutos medios (EAM), el porcentaje de los errores absolutos medios (PEAM) y la raíz cuadrada de los errores cuadráticos medios (RECM), para diferentes periodos de estimación considerando que los pronósticos fueron realizados con datos sin agregar. Estos errores fueron calculados para:

- i) Los datos trimestrales observados del logaritmo del PIB y los datos al final del trimestre del logaritmo del PIB pronosticados fuera de muestra por el modelo MFK. El dato al final de cada trimestre corresponde a los meses de marzo, junio, septiembre y diciembre.
- ii) Las aproximaciones del logaritmo del PIB mensual dentro de muestra obtenidas por el modelo MFK y los datos mensuales del logaritmo del PIB pronosticados fuera de muestra por el modelo MFK.
- iii) Las aproximaciones mensuales dentro de muestra obtenidas por la extensión del método de Denton y los datos mensuales del logaritmo del PIB pronosticados fuera de muestra por el modelo MFK.

Cuadro 7. Errores del pronóstico del logaritmo del PIB realizado con datos sin agregar para diferentes periodos de estimación

Periodo de Pronóstico	Observado vs Estimado Fuera de Muestra MFK (comparación trimestral)			Estimado Dentro de Muestra MFK vs Estimado Fuera de Muestra MFK (comparación mensual)			Estimado Dentro de Muestra Denton vs Estimado Fuera de Muestra MFK (comparación mensual)		
	EAM	PEAM (%)	RECM	EAM	PEAM (%)	RECM	EAM	PEAM (%)	RECM
Datos Originales sin Agregar									
2005-2011	0.0176	0.1101	0.0210	0.0094	0.0588	0.0111	0.0270	0.1701	0.0361
2006-2011	0.0204	0.1279	0.0228	0.0096	0.0605	0.0120	0.0275	0.1723	0.0359
2007-2011	0.0197	0.1232	0.0256	0.0292	0.1831	0.0296	0.0286	0.1790	0.0360
2008-2011	0.0229	0.1433	0.0304	0.0368	0.2309	0.0369	0.0332	0.2078	0.0409
2009-2011	0.0316	0.1981	0.0387	0.0438	0.2745	0.0442	0.0383	0.2397	0.0442
2010-2011	0.0197	0.1235	0.0242	0.0188	0.1176	0.0195	0.0284	0.1772	0.0388
Ene-jun 2011	0.0214	0.1336	0.0275	0.0222	0.1391	0.0222	0.0328	0.2046	0.0436
Datos Desestacionalizados sin Agregar									
2005-2011	0.0050	0.0315	0.0079	0.0025	0.0154	0.0028	0.0071	0.0443	0.0106
2006-2011	0.0075	0.0472	0.0106	0.0047	0.0293	0.0052	0.0084	0.0527	0.0128
2007-2011	0.0056	0.0352	0.0088	0.0021	0.0132	0.0021	0.0068	0.0426	0.0107
2008-2011	0.0084	0.0524	0.0112	0.0094	0.0588	0.0096	0.0096	0.0599	0.0128
2009-2011	0.0216	0.1357	0.0283	0.0255	0.1595	0.0288	0.0219	0.1375	0.0269
2010-2011	0.0049	0.0304	0.0065	0.0009	0.0058	0.0011	0.0045	0.0283	0.0060
Ene-jun 2011	0.0020	0.0127	0.0014	0.0018	0.0113	0.0021	0.0027	0.0167	0.0033

EAM es el error absoluto medio, PEAM es el porcentaje del error absoluto medio y RECM es la raíz cuadrada del error cuadrático medio.

Del cuadro 7 se puede concluir lo siguiente: con respecto al error PEAM, en general, se aprecia que es menor al 0.25% para los datos originales sin agregar y menor al 0.1% para los datos desestacionalizados sin agregar. Los errores estimados con datos desestacionalizados sin agregar son menores que los errores calculados con datos originales sin agregar, lo que significa que el modelo MFK fuera de muestra pronostica mejor el logaritmo del PIB mensual con los datos desestacionalizados sin agregar. Aunque, los errores generados con los datos originales sin agregar también son pequeños. El único parámetro real de comparación son los datos trimestrales observados del logaritmo del PIB y de esta comparación se desprende que los errores son pequeños, menores al 0.15%, para el caso del error PEAM. En el periodo de pronóstico 2009-2011 se observa que los errores son más grandes tanto para datos originales sin agregar como para los datos desestacionalizados sin agregar. Es decir, los pronósticos del logaritmo del PIB mensual realizados con datos sin agregar en este periodo no capturan la fuerte caída que tuvo el PIB.

Análogamente, en el Cuadro 8 se presentan los mismos tipos de errores y las mismas comparaciones entre modelos para los pronósticos del logaritmo del PIB mensual estimados con los datos agregados.

Cuadro 8. Errores del pronóstico del logaritmo del PIB provenientes de datos agregados para diferentes periodos de estimación

Periodo de Pronóstico	Observado vs Estimado Fuera de Muestra MFK (comparación trimestral)			Estimado Dentro de Muestra MFK vs Estimado Fuera de Muestra MFK (comparación mensual)			Estimado Dentro de Muestra Denton vs Estimado Fuera de Muestra MFK (comparación mensual)		
	EAM	PEAM (%)	RECM	EAM	PEAM (%)	RECM	EAM	PEAM (%)	RECM
Datos Originales Agregados									
2005-2011	0.0062	0.0391	0.0087	0.0102	0.0639	0.0108	0.0216	0.1355	0.0312
2006-2011	0.0095	0.0594	0.0127	0.0150	0.0937	0.0160	0.0228	0.1427	0.0322
2007-2011	0.0089	0.0556	0.0110	0.0123	0.0767	0.0136	0.0231	0.1445	0.0323
2008-2011	0.0068	0.0428	0.0082	0.0073	0.0455	0.0085	0.0236	0.1477	0.0331
2009-2011	0.0081	0.0506	0.0122	0.0100	0.0629	0.0131	0.0251	0.1574	0.0329
2010-2011	0.0015	0.0091	0.0023	0.0051	0.0320	0.0052	0.0219	0.1369	0.0323
Ene-jun 2011	0.0019	0.0121	0.0028	0.0039	0.0241	0.0039	0.0232	0.1447	0.0352
Datos Desestacionalizados Agregados									
2005-2011	0.0097	0.0605	0.0112	0.0092	0.0575	0.0093	0.0152	0.0929	0.0174
2006-2011	0.0060	0.0376	0.0081	0.0016	0.0099	0.0020	0.0093	0.0581	0.0132
2007-2011	0.0070	0.0437	0.0091	0.0021	0.0135	0.0023	0.0086	0.0539	0.0123
2008-2011	0.0062	0.0386	0.0087	0.0016	0.0102	0.0018	0.0087	0.0546	0.0123
2009-2011	0.0064	0.0403	0.0099	0.0061	0.0383	0.0062	0.0099	0.0621	0.0128
2010-2011	0.0027	0.0168	0.0037	0.0071	0.0446	0.0084	0.0063	0.0393	0.0080
Ene-jun 2011	0.0020	0.0123	0.0026	0.0038	0.0236	0.0044	0.0063	0.0394	0.0079

EAM es el error absoluto medio, PEAM es el porcentaje del error absoluto medio y ECM es el error cuadrático medio.

Del Cuadro 8 se puede ver en general que los errores de los pronósticos del logaritmo del PIB mensual generados con los datos desestacionalizados agregados son menores que los errores de los pronósticos del logaritmo del PIB mensual hechos con los datos originales agregados. El porcentaje de error absoluto medio, en promedio, siempre es menor al 0.1% para los datos desestacionalizados agregados. Además, considerando los tres tipos de errores, éstos son menores para los pronósticos realizados con datos agregados que los errores provenientes de los pronósticos estimados con datos sin agregar.

Finalmente, se puede decir que el modelo MFK pronostica bien fuera de muestra tanto para los datos agregados como para los datos sin agregar, lo cual resuelve el problema de poder obtener una aproximación del logaritmo del PIB mensual en tiempo real²⁹ y no rezagado 5 meses como es el caso del PIB observado, o tener una estimación del IGAE con retraso de 2 meses. Además, de los resultados obtenidos también se puede decir que aunque los errores son menores al realizar los pronósticos del logaritmo del PIB mensual con datos agregados, es importante observar que los pronósticos mensuales con dichos datos tienen más brincos inter-trimestrales que los pronósticos provenientes de datos sin agregar. Es decir, las trayectorias de los pronósticos realizados con datos desestacionalizados sin agregar son más suaves que las trayectorias de los pronósticos provenientes de los datos desestacionalizados agregados (ver Figuras 11a, 11b, 12a y 12b).

6. Aproximaciones del Logaritmo del IGAE Dentro y Fuera de Muestra

Como consecuencia del método MFK aplicado para aproximar el logaritmo del PIB mensual, éste puede ser utilizado para obtener una aproximación del logaritmo del IGAE y por consiguiente poder generar un pronóstico del mismo. Sin pérdida de generalidad se considerarán las tasas de crecimiento del PIB mensual aproximadas mediante el método MFK con datos sin agregar para obtener una aproximación del logaritmo del IGAE. Cabe destacar que este mismo ejercicio puede realizarse con datos agregados si uno quisiera aplicar en el IGAE la restricción de agregación trimestral, en este caso no se presenta dicho ejercicio pues lo que interesa es obtener una estimación mensual del logaritmo del IGAE. La ecuación utilizada para este fin está dada por:

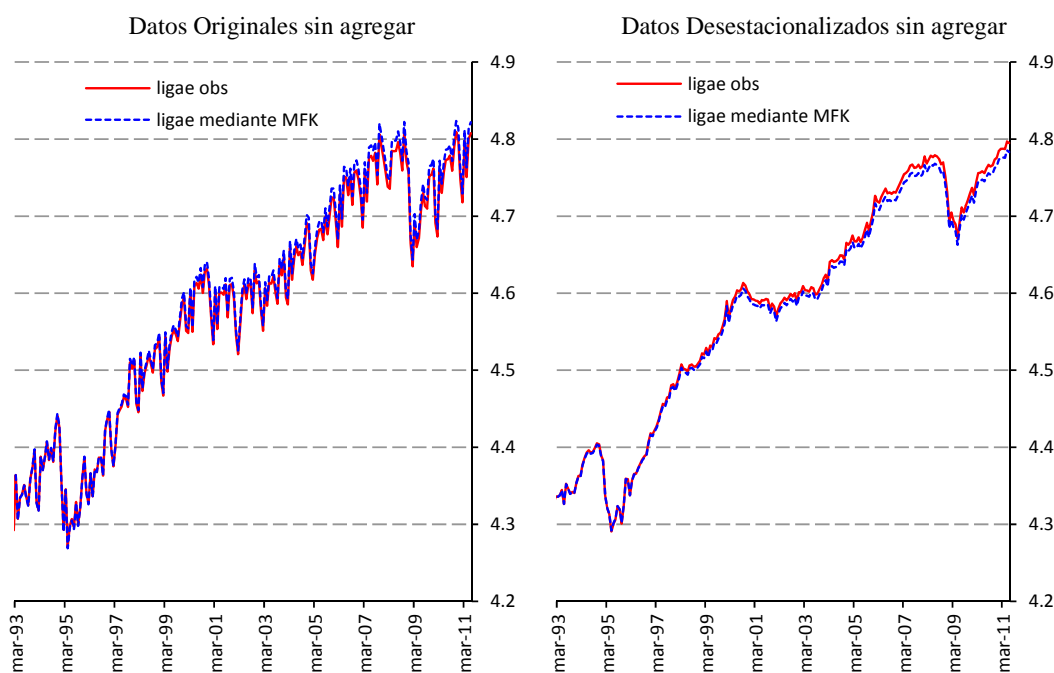
$$\log[IGAE_t] = dif[\log(\widehat{PIB}_t)] + \log[IGAE_{t-1}], \quad (11)$$

donde las $dif[\log(\widehat{PIB}_t)]$ son aproximadas mediante el método de MFK, tal cual se hizo antes.

Para ello, en la Figura 13 se presentan las aproximaciones dentro de muestra del logaritmo del IGAE para los datos originales y desestacionalizados.

²⁹ Sujeto a posibles revisiones que pudiera tener tanto el PIB como el IGAE.

Figura 13. Aproximaciones del logaritmo del IGAE mediante el método MFK



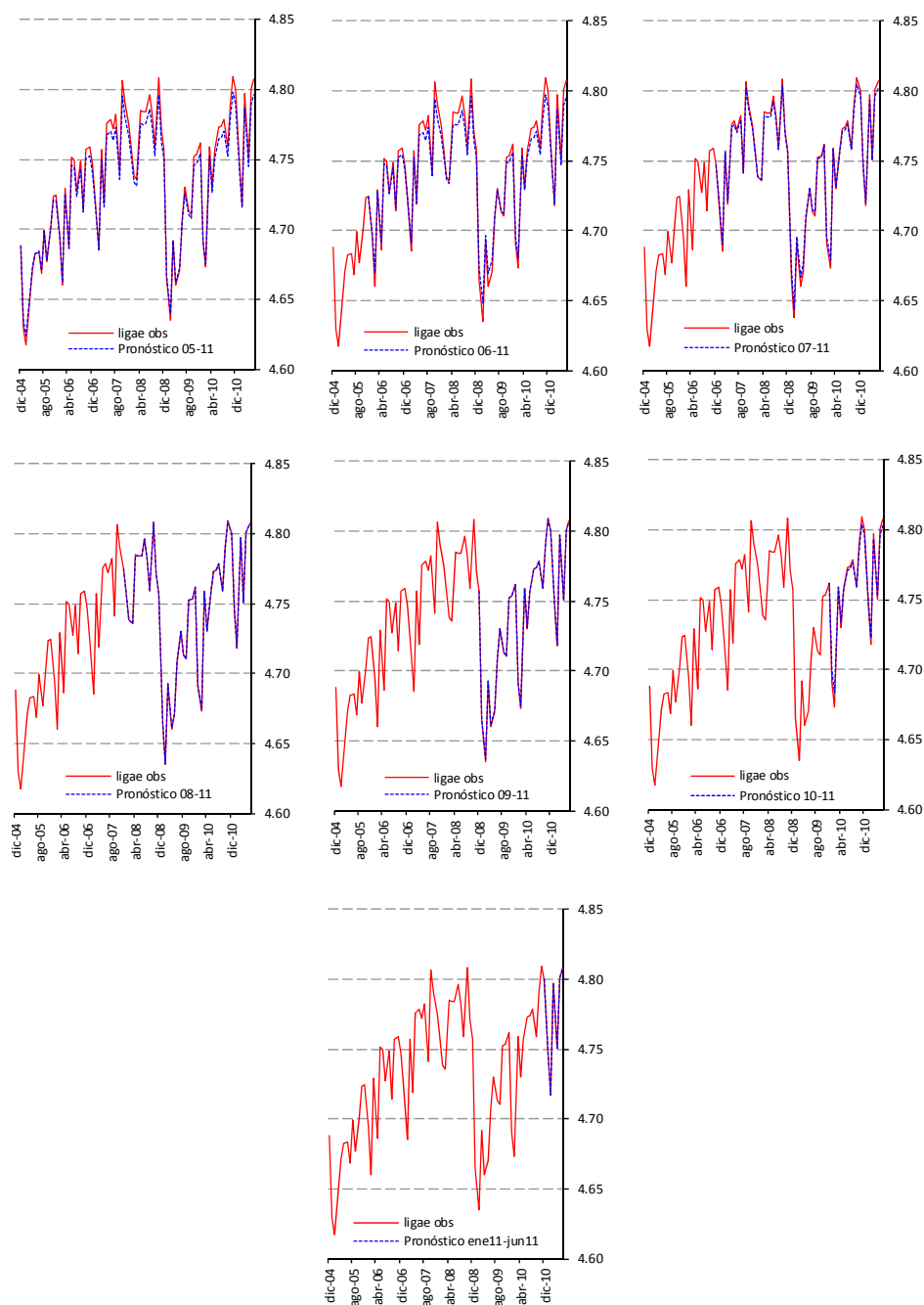
ligae obs corresponde al logaritmo del IGAE mensual observado.

ligae mediante MFK, corresponde al logaritmo del IGAE aproximado utilizando el método MFK.

Análogo a lo que se hizo con la aproximación del logaritmo del PIB, se realizan los pronósticos fuera de muestra del logaritmo del IGAE para diferentes periodos de tiempo. Cabe destacar que ahora los datos de insumo utilizados en esta aproximación del IGAE corresponden a las tasas de crecimiento del PIB mensual pronosticadas fuera de muestra aplicadas a la ecuación (11).

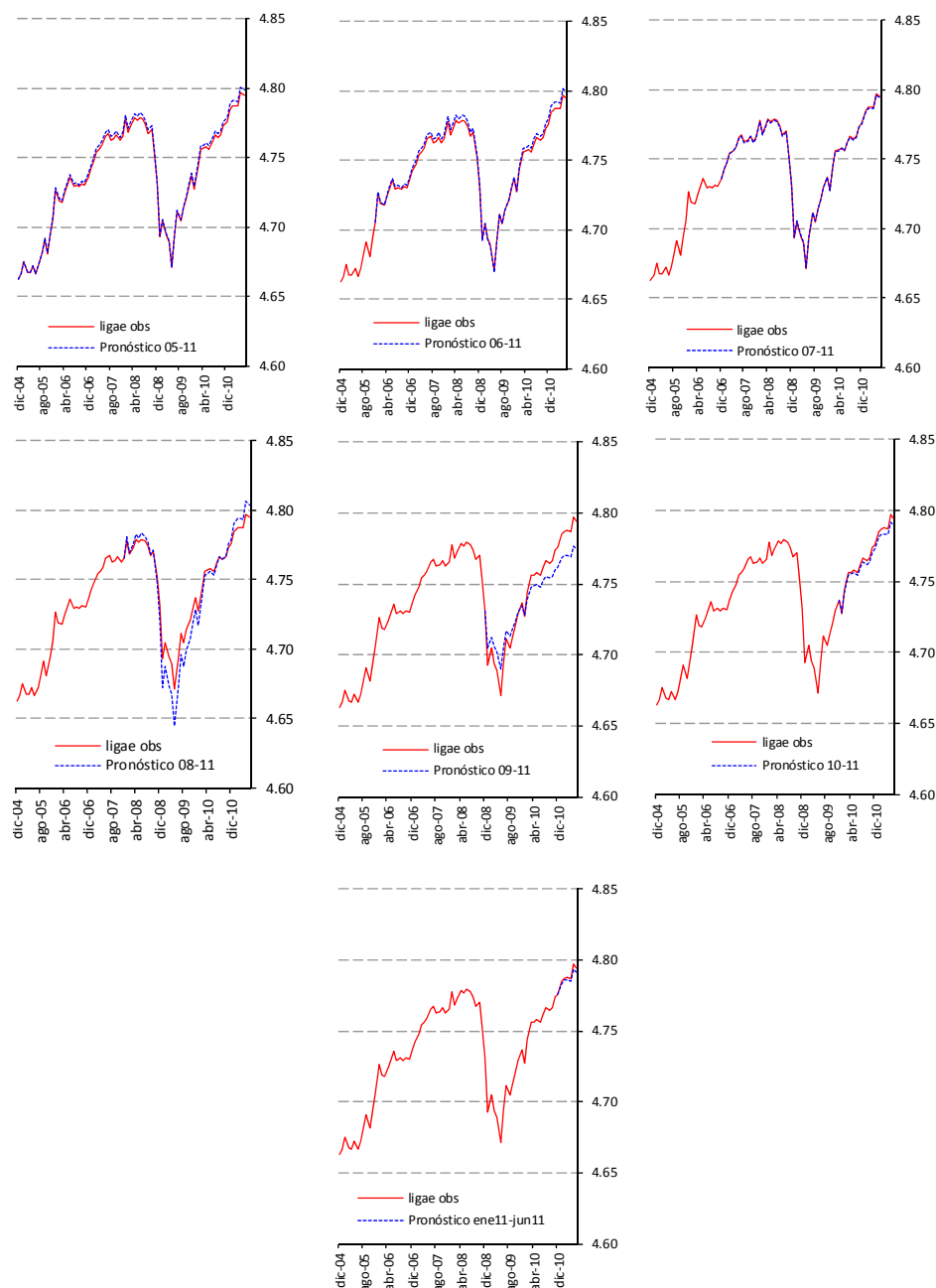
En las Figuras 14a y 14b se grafican dichas aproximaciones del logaritmo del IGAE fuera de muestra para los datos originales y desestacionalizados, respectivamente. Por ejemplo, en la primera gráfica de la Figura 12a y 12b, la línea desagregada representa el pronóstico del logaritmo del IGAE fuera de muestra de enero de 2005 a junio de 2011. Cabe destacar que dados los buenos ajustes de los datos pronosticados del logaritmo del IGAE mensual fuera de muestra, las aproximaciones de las tasa de crecimiento del PIB mensual mediante el método MFK pueden también ser utilizadas para construir una aproximación del logaritmo del IGAE mensual y de esta forma obtener aproximaciones en tiempo real del IGAE.

Figura 14a. Pronósticos del logaritmo del IGAE mensual fuera de muestra para datos originales sin agregar en diferentes periodos de tiempo



El pronóstico 05-11 corresponde al periodo en que se hizo el pronóstico de enero de 2005 a junio de 2011 y el periodo de estimación del modelo MFK es de marzo de 1993 a diciembre de 2004. El pronóstico 06-11 corresponde al periodo en que se hizo el pronóstico de enero de 2006 a junio de 2011 y el periodo de estimación del modelo MFK es de marzo de 1993 a diciembre de 2005 y así sucesivamente para cada periodo pronosticado.

Figura 14b. Pronósticos del logaritmo del IGAE mensual fuera de muestra para datos desestacionalizados sin agregar en diferentes periodos de tiempo



El pronóstico 05-11 corresponde al periodo en que se hizo el pronóstico de enero de 2005 a junio de 2011 y el periodo de estimación del modelo MFK es de marzo de 1993 a diciembre de 2004. El pronóstico 06-11 corresponde al periodo en que se hizo el pronóstico de enero de 2006 a junio de 2011 y el periodo de estimación del modelo MFK es de marzo de 1993 a diciembre de 2005 y así sucesivamente para cada periodo pronosticado.

7. Conclusiones

En este documento se realizaron diferentes aproximaciones del logaritmo del PIB mensual dentro de muestra utilizando diferentes métodos, tales como: una aproximación intuitiva, la extensión del método de Denton y el filtro de Kalman (MFK y M una Etapa, la diferencia entre estos dos métodos radica en la forma de estimar los parámetros). Cabe destacar que la ventaja de estos métodos es que solamente se utilizó como insumo la serie de la tasa de crecimiento del IGAE mensual. Además, para las aproximaciones se consideraron cuatro diferentes tipos de datos del PIB y del IGAE: datos originales sin agregar, datos desestacionalizados sin agregar, datos originales agregados y datos desestacionalizados agregados.³⁰

Por un lado, el propósito de utilizar datos originales y desestacionalizados fue probar la robustez de los métodos aquí presentados. Sin embargo, en análisis económicos y econométricos es más común utilizar datos desestacionalizados. Por otro lado, se utilizaron datos agregados y sin agregar del IGAE porque la tasa de crecimiento del PIB mensual a estimarse por los diferentes métodos siempre fue una variable no observable. Así que en la variable de insumo requerida, en dichos modelos utilizados, se hicieron los supuestos que se consideraron más apropiados para lograr una buena aproximación del logaritmo del PIB mensual. De esta forma, se examinaron dos supuestos sobre la variable de insumo: el primer supuesto fue que en frecuencia mensual la tasa de crecimiento del IGAE fuera muy parecida a la tasa de crecimiento del PIB mensual, la cual es la forma natural de aproximar a la tasa de crecimiento del PIB mensual (caso de datos sin agregar). El segundo supuesto consistió en permitir agregación trimestral en la tasa de crecimiento del IGAE, de esta manera las aproximaciones de las tasas de crecimiento del PIB mensual heredarían dicha agregación.

Cabe destacar que las aproximaciones se hicieron en dos pasos: i) se estimaron las tasas de crecimiento del PIB mensual utilizando los tres diferentes métodos y cuatro tipos de datos; y ii) se construyeron los logaritmos del PIB mensual mediante las relaciones (1) y (2), para los datos sin agregar y para los datos agregados, respectivamente.

De las diferentes estimaciones del logaritmo del PIB mensual dentro de muestra, se encontró que la mejor aproximación que se ajusta a los datos observados del logaritmo del PIB trimestral es la que se realizó con los datos agregados mediante el método MFK, tanto para la serie original como para la serie desestacionalizada. La forma de llegar a dicha conclusión fue comparando tres diferentes medidas de error, las cuales fueron: el error absoluto medio, el porcentaje de error absoluto medio y la raíz del error cuadrático medio.³¹

³⁰ Agregación se refiere al promedio trimestral, este promedio puede aplicarse sólo al final del trimestre o a toda la muestra mediante la estimación de promedios móviles.

³¹ Los resultados mostrados en este artículo pueden tener dos fuentes de variación: la primera es inducida por la revisión de las cifras del PIB y del IGAE, la cual aplica para todos los modelos; y la segunda es generada por el procedimiento de estimación implícito de los parámetros del modelo (A, H, Q y R) al incorporar nueva información, ésta aplica únicamente al modelo MFK y M una Etapa.

Debido a la estructura dinámica recursiva del filtro de Kalman y de que se obtuvieron mejores aproximaciones con este método, se pudieron realizar pronósticos fuera de muestra para el logaritmo del PIB mensual. Para ello, se estimaron en diferentes periodos de tiempo los parámetros del modelo MFK, los cuales resultaron ser estables a través de los diversos periodos de tiempo analizados, tanto para los datos agregados como para los datos sin agregar. Posteriormente, éstos se utilizaron para aproximar la tasa de crecimiento del PIB mensual mediante el filtro de Kalman en fechas posteriores a la estimación de los parámetros. Finalmente, se construyeron los logaritmos del PIB mensual fuera de muestra. Además, se compararon gráficamente y mediante diversos tipos de errores³² las estimaciones del logaritmo del PIB mensual fuera de muestra con: i) el logaritmo del PIB trimestral observado y ii) las aproximaciones dentro de muestra obtenidas mediante la extensión del método de Denton y el método MFK. De esta forma, se encontró que el modelo MFK sigue proporcionando aproximaciones eficientes y ajustadas a los datos trimestrales observados del logaritmo del PIB. Cabe destacar que el tipo de datos que mejores aproximaciones proporcionaron a los datos observados del logaritmo del PIB trimestral fueron los datos agregados, tanto para la serie original como para la serie desestacionalizada, teniendo un porcentaje de error absoluto medio menor al 0.1% en ambos casos. Aunque con los datos agregados se obtenga un mejor ajuste es importante observar que los pronósticos mensuales con dichos datos tienen más brincos inter-trimestrales que los pronósticos provenientes de datos sin agregar. Es decir, las trayectorias de los pronósticos realizados con datos desestacionalizados sin agregar son más suaves que las trayectorias de los pronósticos provenientes de los datos desestacionalizados agregados (ver Figuras 11a, 11b, 12a y 12b).

Una aplicación que se le puede dar a las aproximaciones de las tasas de crecimiento del PIB mensual obtenidas mediante el método MFK con datos sin agregar, es que éstas tasas pueden ser utilizadas para aproximar del logaritmo del IGAE dentro y fuera de muestra, con lo cual se puede solucionar el problema de que el IGAE no es observable a tiempo real.

Finalmente, se puede concluir que de las tres metodologías analizadas en este documento para estimar el logaritmo del PIB mensual, la que proporciona mejores resultados con respecto al logaritmo del PIB trimestral es el método MFK con datos agregados. Aunque no hay que descartar a las otras dos metodologías, ya que la variable que se está estimando es no observable, así que siempre es mejor tener diferentes métodos de estimación, los cuales pueden ajustarse unos mejor que otros de acuerdo a las circunstancias e información que se tenga en el momento de la estimación.

³² El error absoluto medio (EAM), el porcentaje de error absoluto medio (PEAM) y la raíz del error cuadrático medio (RECM).

Referencias

- Chow, G. C. y A. Lin. (1971). "Best Linear Unbiased Interpolation, Distribution, and Extrapolation of Time Series by Related Series," *The Review of Economics and Statistics*, Vol. 53, Núm. 4, pp. 372-375.
- Cortazar, G., Schwartz, E. y L. Naranjo. (2003). "Term Structure Estimation in Low-Frequency Transaction Markets: A Kalman Filter Approach with Incomplete Panel-Data," UC Los Angeles: Anderson Graduate School of Management. Obtenido de: <http://escholarship.org/uc/ítem/56h775cz>.
- Cuche, N. A. y M. K. Hess. (2000). "Estimating Monthly GDP in a General Kalman Filter Framework: Evidence from Switzerland," *Economic & Financial Modeling*, pp. 153-193.
- De Alba, E. (1990). "Estimación del PIB trimestral para México", *Estudios Económicos*, Vol. 5, Núm. 2, pp. 359-370.
- Denton, F. T. (1971), "Adjustment of Monthly or Quarterly Series to Annual Totals: An Approach Based on Quadratic Minimization," *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 66, Núm. 333, pp. 99-102.
- Fernández, R. B. (1981). "A Methodological Note on the Estimation of Time Series," *The Review of Economics and Statistics*, Vol. 63, Núm. 3, pp. 471-476.
- Guerrero, V. M. y J. Martínez. (1995). "A Recursive ARIMA-Based Procedure For Disaggregating a Time Series Variable Using Concurrent Data," *Test*, Vol. 4, Núm. 2, pp. 359-376.
- Guerrero, V. (2003). "Monthly Disaggregation of a Quarterly Time Series and Forecast of Its Unobservable Monthly Values," *Journal of Official Statistics*, Vol. 19, Núm. 3, pp. 215-235.
- Guerrero V. (2004). "Nota sobre la Estimación del PIB Mensual de México", *Estadística*, Vol. 56, Núm. 166, pp. 35-60.
- Harvey, A. C. y N. Shephard. (1993). "Structural Time Series Models," *Handbook of Statistics*, G.S. Maddala, C.R. Rao y H.D. Vinod (eds.), Vol. 11.
- Karanfil, F y A. Ozkaya. (2007). "Estimation of Real GDP and Unrecorded Economy in Turkey Base Done Environmental Data," *Energy Policy*, Vol. 35, Núm. 10, pp. 4902-4908.
- Kleinbauer, R. (2004). "Kalman Filtering Implementation with Matlab," Study Report in the Field of Study Geodesy and Geoinformatics at University Stuttgart.
- Mariano, R. S. y Y. Murasawa. (2000). "A New Coincident Index of Business Cycles Base on Monthly and Quarterly Series," *Journal of Applied Econometrics*, Vol. 18, pp. 427-443.

- Pasricha, G. K. (2006). "Kalman Filter and its Economic Applications," MPRA paper No. 22734.
- Solera, A. (2003). "El Filtro de Kalman", Nota Técnica No. DIE-02-2003-NT del Banco Central de Costa Rica.
- Stock, J. H. y M. W. Watson. (1998). "A probability Model of the Coincident Economic Indicators," NBER Working Paper Series Núm. 2772.
- Stock, J. H. y M. W. Watson. (2002). "Macroeconomic Forecasting Using Diffusion Indexes," *Journal of Business & Economic Statistics*, Vol. 20, Núm. 2, pp. 147-162
- Tanizaki, H. (1996). "State-Space Model in Linear Case," Chapter 1 of *Nonlinear Filters: Estimation and Applications*, Springer-Verlag.
- Welch, G. y Bishop, G. (2006). "An Introduction to the Kalman Filter," Department of Computer Science, University of North Carolina at Chapel Hill.
- Wu, K. H. y Z. G. Chen. (2006). "Comparison of Benchmarking Methods with and Without Survey Error Model," *International Statistical Review*, Vol. 74, No. 3, pp. 285-304.

Apéndice A. Filtro de Kalman

El filtro de Kalman es un filtro predictivo que está basado en el uso de técnicas de espacio-estado y algoritmos recursivos. Éste estima el estado del sistema dinámico. Además, este sistema dinámico puede ser perturbado por algún ruido, la mayoría de las veces considerado ruido blanco. Para mejorar la estimación del estado, el filtro de Kalman utiliza medidas que están relacionadas tanto con el estado como con la perturbación. Así, el filtro de Kalman consiste de dos pasos: la predicción y la corrección. En el primer paso, el estado es predicho con la dinámica del modelo. En el segundo paso, éste es corregido con el modelo de observación, así que el error de covarianza del estimador es minimizado. En este sentido el estimador es óptimo.³³

El filtro de Kalman puede ser aplicado a los modelos dinámicos que tienen una representación de espacio-estado, el cual incluye una ecuación de medida y una ecuación de transición. En cada punto en el tiempo, la ecuación de medida relaciona al vector de variables observables, Z_t , con un vector de variables de estado, X_t , el cual en general es no observable.

La ecuación de medida es:

$$Z_t = H_t X_t + v_t \quad v_t \sim N(0, R_t). \quad (A.1)$$

Z_t es un vector de dimensión $mx1$ de variables observables, H_t es la matriz de parámetros de dimensión mxn (que mapea el espacio de estados dentro del espacio observado), X_t es el vector de variables no observables de dimensión $nx1$ y v_t es un vector de dimensión $mx1$, éste es conocido como el vector de error, el cual es Gaussiano con media cero y matriz de covarianza R_t .

La ecuación de transición describe la dinámica de las variables de estado:

$$X_t = A_t X_{t-1} + C_t + w_t \quad w_t \sim N(0, Q_t). \quad (A.2)$$

A_t es la matriz de transición de dimensión nxn , C_t es el vector de control de dimensión $nx1$ que afecta la linealidad del estado y w_t es el vector de errores gaussianos con media cero y matriz de covarianza Q_t de dimensión $nx1$. El vector w_t también es conocido como la señal y define el comportamiento estocástico de la parte del modelo que cambia a través del tiempo. Bajo esta representación, las variables de estado tienen una distribución normal multivariada.

En esta representación A_t , C_t , H_t , R_t y Q_t son las matrices características del sistema, las cuales se suponen no estocásticas y pueden cambiar en el tiempo. Además, los vectores de errores de estado y de observación o medida son no correlacionados, es decir, $E(w_t v_s') = 0$ para toda $t, s = 1, 2, \dots, m$ y $t \neq s$.³⁴

³³ Para ver el detalle del filtro de Kalman se pueden consultar Harvey y Shepard (1993); Tanizaki (1996), Solera (2003); Cortazar, Schwartz y Naranjo (2003); Kleinbauer (2004); Welch y Bishop (2006) y Pasricha (2006).

³⁴ Cabe destacar que este supuesto puede ser relajado y permitir que estos errores estén correlacionados contemporáneamente.

Sea P_t la matriz de covarianza de los errores de estimación de la variable de estado definida como:

$$P_t = E[(X_t - \widehat{X}_t)(X_t - \widehat{X}_t)'].$$

El filtro de Kalman es un algoritmo que pronostica el nuevo estado a partir de su estimación previa añadiendo un término de corrección o actualización proporcional al error de predicción, de tal forma que éste último es minimizado estadísticamente.

Entonces dados \widehat{X}_{t-1} y P_{t-1} , los cuales incluyen toda la información disponible hasta el tiempo $t-1$, el estimador de la variable de estado y la matriz de covarianza al tiempo t serán determinados mediante el filtro de Kalman.

En general, las ecuaciones del filtro de Kalman se pueden clasificar en dos grupos: las que actualizan el tiempo que son las ecuaciones de predicción y las que actualizan los datos observados que son las ecuaciones de actualización. Las del primer grupo son las responsables de la proyección del estado al momento t tomando como referencia el estado en el momento $t-1$ y de la actualización intermedia de la matriz de covarianza del estado. El segundo grupo de ecuaciones son responsables de la retroalimentación, es decir, incorpora la nueva información dentro de la estimación anterior con lo cual se llega a una estimación mejorada del estado. Para entender el funcionamiento del filtro de Kalman se describe cada uno de estos grupos de ecuaciones mediante los siguientes pasos:

1. Primer Paso: Predicción

- a) Se define la variable de estado al tiempo t

$$X_{t/t-1} = A_t X_{t-1/t-1} + C_t.$$

- b) Se define la matriz de covarianza de las variables de estado

$$P_{t/t-1} = A_t P_{t-1/t-1} A_t' + Q_t.$$

2. Segundo Paso: Actualización o Corrección

- a) Se calcula la innovación o medida del residual

$$Y_t = Z_t - H_t X_{t/t-1}.$$

- b) Se calcula la matriz de covarianza de la innovación o medida del residual.

$$S_t = H_t P_{t/t-1} H_t' + R_t.$$

- c) Se estima la ganancia óptima de Kalman

$$K_t = P_{t/t-1} H_t' S_t^{-1}.$$

- d) Se actualiza la variable de estado

$$X_{t/t} = X_{t/t-1} + K_t Y_t.$$

e) Se actualiza la matriz de covarianza

$$P_{t/t} = (I - K_t H_t) P_{t/t-1}.$$

Intuitivamente, el paso de actualización corresponde a la estimación de la esperanza condicional de las variables de estado X_t , dado que se conoce toda la historia de las observaciones $\{Z\}_{t=1}^{t-1}$ y la nueva información Z_t , es decir, $\hat{X}_t = E_{t-1}(X_t/Z_t)$.

Además, basados en el supuesto de normalidad tanto del vector de estado inicial como de las perturbaciones (o errores) del sistema es posible calcular la función de verosimilitud sobre el error de predicción, con lo cual se puede llevar a cabo la estimación de los parámetros no conocidos del sistema, simultáneamente con la estimación de las variables no observables. Así, para θ el vector de parámetros del modelo, la función de verosimilitud de los errores de innovación está dada por la siguiente expresión:

$$\log L(\theta) = -\frac{1}{2} \sum \log |S_t| - \frac{1}{2} \sum Y_t' S_t^{-1} Y_t.$$

Esta función tiene que ser maximizada con respecto al vector θ de parámetros desconocidos.

Apéndice B. Cuadros de los Logaritmos del PIB Mensual Estimado con Datos Agregados y Sin Agregar Mediante Diferentes Métodos

Cuadro 1a. Logaritmos del PIB mensual con datos sin agregar de mar-93 a dic-97

Fechas	Logaritmo del PIB Estimado con Datos Originales sin Agregar					Logaritmo del PIB Estimado con Datos Desestacionalizados sin Agregar				
	Trim. Observado	MKF	M una Etapa	Extensión Método de Denton	Estimación Intuitiva	Trim. Observado	MKF	M una Etapa	Extensión Método de Denton	Estimación Intuitiva
mar-93	15.5617	15.5617	15.5617	15.5617	15.5617	15.5753	15.5753	15.5753	15.5753	15.5753
abr-93		15.5032	15.5062	15.5614	15.5050		15.5772	15.5772	15.5810	15.5748
may-93		15.5319	15.5334	15.6162	15.5328		15.5838	15.5838	15.5794	15.5768
jun-93	15.5739	15.5363	15.5376	15.5739	15.5371	15.5795	15.5661	15.5667	15.5795	15.5836
jul-93		15.5483	15.5490	15.5870	15.5487		15.5916	15.5909	15.5841	15.5654
ago-93		15.5333	15.5347	15.5824	15.5341		15.5855	15.5863	15.5707	15.5915
sep-93	15.5833	15.5214	15.5234	15.5833	15.5226	15.5893	15.5790	15.5796	15.5893	15.5853
oct-93		15.5566	15.5569	15.5833	15.5568		15.5813	15.5814	15.5902	15.5786
nov-93		15.5716	15.5711	15.5857	15.5713		15.5800	15.5802	15.5908	15.5810
dic-93	15.6226	15.5951	15.5933	15.6226	15.5940	15.5979	15.5927	15.5927	15.5979	15.5796
ene-94		15.5257	15.5275	15.6302	15.5269		15.6014	15.6022	15.5960	15.5926
feb-94		15.5148	15.5172	15.6441	15.5163		15.6015	15.6028	15.6045	15.6016
mar-94	15.5898	15.5862	15.5850	15.5898	15.5855	15.6101	15.6156	15.6167	15.6101	15.6017
abr-94		15.5683	15.5679	15.5848	15.5681		15.6245	15.6264	15.6108	15.6161
may-94		15.5859	15.5846	15.6403	15.5851		15.6311	15.6334	15.6220	15.6253
jun-94	15.6302	15.6055	15.6033	15.6302	15.6042	15.6293	15.6341	15.6368	15.6293	15.6321
jul-94		15.5820	15.5809	15.6405	15.5813		15.6311	15.6341	15.6356	15.6351
ago-94		15.5969	15.5951	15.6524	15.5958		15.6320	15.6348	15.6393	15.6321
sep-94	15.6325	15.5794	15.5784	15.6325	15.5788	15.6385	15.6370	15.6397	15.6385	15.6330
oct-94		15.6212	15.6182	15.6482	15.6194		15.6429	15.6459	15.6402	15.6381
nov-94		15.6411	15.6370	15.6402	15.6387		15.6417	15.6450	15.6449	15.6441
dic-94	15.6757	15.6256	15.6223	15.6757	15.6236	15.6504	15.6276	15.6311	15.6504	15.6429
ene-95		15.5503	15.5509	15.6750	15.5507		15.6211	15.6238	15.6352	15.6285
feb-95		15.4883	15.4920	15.6484	15.4906		15.5767	15.5795	15.6104	15.6218
mar-95	15.5778	15.5424	15.5434	15.5778	15.5431	15.5913	15.5605	15.5609	15.5913	15.5763
abr-95		15.4668	15.4716	15.5396	15.4698		15.5533	15.5527	15.5597	15.5596
may-95		15.4935	15.4970	15.5866	15.4957		15.5315	15.5306	15.5491	15.5523
jun-95	15.5383	15.5027	15.5057	15.5383	15.5046	15.5452	15.5409	15.5386	15.5452	15.5299
jul-95		15.4918	15.4954	15.5572	15.4940		15.5466	15.5447	15.5357	15.5395
ago-95		15.5256	15.5275	15.5632	15.5267		15.5632	15.5615	15.5493	15.5454
sep-95	15.5546	15.4958	15.4992	15.5546	15.4979	15.5602	15.5590	15.5583	15.5602	15.5624
oct-95		15.5176	15.5198	15.5885	15.5190		15.5414	15.5408	15.5787	15.5581
nov-95		15.5565	15.5568	15.5758	15.5567		15.5636	15.5617	15.5816	15.5401
dic-95	15.6010	15.5855	15.5843	15.6010	15.5848	15.5747	15.5982	15.5971	15.5747	15.5629
ene-96		15.5377	15.5389	15.6206	15.5385		15.5974	15.5984	15.5868	15.5983
feb-96		15.5238	15.5257	15.6330	15.5250		15.5771	15.5784	15.6080	15.5975
mar-96	15.5890	15.5639	15.5637	15.5890	15.5638	15.6030	15.5959	15.5958	15.6030	15.5767
abr-96		15.5334	15.5348	15.5834	15.5342		15.6042	15.6050	15.5879	15.5960
may-96		15.5692	15.5688	15.6176	15.5690		15.6044	15.6058	15.6018	15.6044
jun-96	15.5999	15.5657	15.5655	15.5999	15.5656	15.6079	15.6118	15.6132	15.6079	15.6047
jul-96		15.5851	15.5839	15.6200	15.5844		15.6169	15.6187	15.6103	15.6123
ago-96		15.5852	15.5839	15.6113	15.5844		15.6224	15.6244	15.6180	15.6175
sep-96	15.6194	15.5611	15.5610	15.6194	15.5611	15.6240	15.6263	15.6286	15.6240	15.6231
oct-96		15.6215	15.6184	15.6295	15.6197		15.6289	15.6314	15.6335	15.6272
nov-96		15.6365	15.6326	15.6217	15.6341		15.6438	15.6463	15.6419	15.6298
dic-96	15.6761	15.6465	15.6421	15.6761	15.6438	15.6493	15.6554	15.6586	15.6493	15.6451
ene-97		15.5947	15.5930	15.6791	15.5937		15.6540	15.6580	15.6581	15.6570
feb-97		15.5734	15.5728	15.6784	15.5730		15.6596	15.6635	15.6645	15.6556
mar-97	15.6324	15.6023	15.6002	15.6324	15.6010	15.6613	15.6647	15.6689	15.6613	15.6613
abr-97		15.6427	15.6385	15.6230	15.6402		15.6733	15.6777	15.6674	15.6666
may-97		15.6487	15.6442	15.6503	15.6460		15.6843	15.6890	15.6730	15.6754
jun-97	15.6862	15.6539	15.6491	15.6862	15.6510	15.6813	15.6927	15.6981	15.6813	15.6866
jul-97		15.6662	15.6608	15.6888	15.6629		15.6913	15.6972	15.6913	15.6953
ago-97		15.6642	15.6589	15.6908	15.6610		15.7007	15.7065	15.6995	15.6939
sep-97	15.6980	15.6531	15.6484	15.6980	15.6503	15.7004	15.7018	15.7081	15.7004	15.7035
oct-97		15.7125	15.7048	15.7015	15.7078		15.7161	15.7223	15.7079	15.7046
nov-97		15.7042	15.6968	15.6983	15.6998		15.7177	15.7247	15.7093	15.7193
dic-97	15.7468	15.7151	15.7072	15.7468	15.7103	15.7205	15.7125	15.7197	15.7205	15.7209

Cuadro 1b. Logaritmos del PIB mensual con datos sin agregar de ene-98 a dic-02

Fechas	Logaritmo del PIB Estimado con Datos Originales sin Agregar					Logaritmo del PIB Estimado con Datos Desestacionalizados sin Agregar				
	Trim. Observado	MKF	M una Etapa	Extensión Método de Denton	Estimación Intuitiva	Trim. Observado	MKF	M una Etapa	Extensión Método de Denton	Estimación Intuitiva
ene-98		15.6571	15.6521	15.7428	15.6541		15.7204	15.7272	15.7234	15.7156
feb-98		15.6460	15.6416	15.7529	15.6434		15.7308	15.7380	15.7212	15.7236
mar-98	15.7124	15.7206	15.7124	15.7124	15.7156	15.7287	15.7426	15.7503	15.7287	15.7344
abr-98		15.6744	15.6685	15.7057	15.6709		15.7371	15.7455	15.7357	15.7465
may-98		15.6980	15.6910	15.7619	15.6938		15.7364	15.7446	15.7436	15.7408
jun-98	15.7294	15.7088	15.7012	15.7294	15.7042	15.7386	15.7337	15.7419	15.7386	15.7401
jul-98		15.7232	15.7149	15.7403	15.7182		15.7416	15.7495	15.7393	15.7373
ago-98		15.7107	15.7030	15.7417	15.7060		15.7426	15.7510	15.7384	15.7454
sep-98	15.7458	15.6991	15.6919	15.7458	15.6948	15.7454	15.7400	15.7484	15.7454	15.7465
oct-98		15.7304	15.7217	15.7435	15.7252		15.7398	15.7481	15.7472	15.7438
nov-98		15.7329	15.7240	15.7418	15.7275		15.7436	15.7518	15.7462	15.7436
dic-98	15.7717	15.7465	15.7369	15.7717	15.7407	15.7470	15.7474	15.7558	15.7470	15.7474
ene-99		15.6863	15.6798	15.7728	15.6824		15.7565	15.7650	15.7495	15.7514
feb-99		15.6682	15.6626	15.7821	15.6648		15.7552	15.7643	15.7520	15.7607
mar-99	15.7373	15.7468	15.7373	15.7373	15.7410	15.7584	15.7636	15.7726	15.7584	15.7594
abr-99		15.7004	15.6932	15.7284	15.6961		15.7565	15.7660	15.7601	15.7680
may-99		15.7315	15.7227	15.7906	15.7262		15.7665	15.7756	15.7689	15.7607
jun-99	15.7610	15.7475	15.7379	15.7610	15.7417	15.7662	15.7651	15.7747	15.7662	15.7710
jul-99		15.7562	15.7462	15.7773	15.7501		15.7758	15.7853	15.7734	15.7695
ago-99		15.7502	15.7404	15.7825	15.7443		15.7746	15.7847	15.7720	15.7805
sep-99	15.7824	15.7411	15.7318	15.7824	15.7355	15.7797	15.7808	15.7908	15.7797	15.7793
oct-99		15.7680	15.7573	15.7871	15.7615		15.7829	15.7932	15.7822	15.7857
nov-99		15.7916	15.7797	15.7895	15.7844		15.7905	15.8008	15.7902	15.7878
dic-99	15.8184	15.7991	15.7868	15.8184	15.7917	15.7952	15.8003	15.8110	15.7952	15.7956
ene-00		15.7550	15.7450	15.8338	15.7489		15.8228	15.8339	15.8000	15.8056
feb-00		15.7521	15.7423	15.8375	15.7462		15.8010	15.8137	15.8066	15.8287
mar-00	15.8032	15.8050	15.7924	15.8032	15.7974	15.8226	15.8143	15.8257	15.8226	15.8064
abr-00		15.7537	15.7438	15.8090	15.7477		15.8241	15.8360	15.8096	15.8200
may-00		15.8155	15.8024	15.8557	15.8075		15.8281	15.8406	15.8228	15.8300
jun-00	15.8260	15.8190	15.8057	15.8260	15.8110	15.8333	15.8364	15.8490	15.8333	15.8342
jul-00		15.8117	15.7988	15.8632	15.8039		15.8351	15.8482	15.8358	15.8427
ago-00		15.8304	15.8165	15.8577	15.8220		15.8377	15.8508	15.8414	15.8413
sep-00	15.8442	15.8057	15.7931	15.8442	15.7981	15.8400	15.8456	15.8588	15.8400	15.8440
oct-00		15.8343	15.8202	15.8571	15.8258		15.8424	15.8561	15.8388	15.8521
nov-00		15.8384	15.8241	15.8381	15.8298		15.8351	15.8487	15.8416	15.8489
dic-00	15.8582	15.8165	15.8033	15.8582	15.8085	15.8361	15.8317	15.8449	15.8361	15.8414
ene-01		15.7742	15.7632	15.8581	15.7676		15.8254	15.8384	15.8316	15.8378
feb-01		15.7369	15.7278	15.8389	15.7314		15.8249	15.8376	15.8299	15.8314
mar-01	15.8048	15.8070	15.7944	15.8048	15.7994	15.8261	15.8235	15.8361	15.8261	15.8309
abr-01		15.7572	15.7471	15.7868	15.7511		15.8229	15.8354	15.8261	15.8294
may-01		15.8065	15.7939	15.8476	15.7989		15.8196	15.8321	15.8253	15.8288
jun-01	15.8204	15.8064	15.7938	15.8204	15.7988	15.8252	15.8242	15.8365	15.8252	15.8255
jul-01		15.8033	15.7909	15.8479	15.7958		15.8237	15.8363	15.8222	15.8301
ago-01		15.8172	15.8040	15.8391	15.8092		15.8254	15.8380	15.8251	15.8297
sep-01	15.8282	15.7731	15.7622	15.8282	15.7665	15.8243	15.8248	15.8374	15.8243	15.8314
oct-01		15.8164	15.8032	15.8393	15.8084		15.8130	15.8258	15.8266	15.8308
nov-01		15.8175	15.8043	15.8079	15.8096		15.8197	15.8317	15.8271	15.8187
dic-01	15.8405	15.7984	15.7861	15.8405	15.7910	15.8194	15.8158	15.8282	15.8194	15.8255
ene-02		15.7489	15.7392	15.8368	15.7431		15.8030	15.8153	15.8245	15.8216
feb-02		15.7236	15.7152	15.8180	15.7185		15.8129	15.8243	15.8219	15.8084
mar-02	15.7771	15.7621	15.7518	15.7771	15.7559	15.8125	15.8199	15.8318	15.8125	15.8185
abr-02		15.8021	15.7897	15.7643	15.7946		15.8228	15.8351	15.8182	15.8258
may-02		15.8157	15.8026	15.7984	15.8078		15.8270	15.8394	15.8218	15.8287
jun-02	15.8336	15.7976	15.7854	15.8336	15.7902	15.8223	15.8239	15.8366	15.8223	15.8330
jul-02		15.8184	15.8052	15.8392	15.8104		15.8270	15.8396	15.8270	15.8299
ago-02		15.8168	15.8037	15.8217	15.8089		15.8321	15.8447	15.8265	15.8331
sep-02	15.8327	15.7786	15.7674	15.8327	15.7718	15.8305	15.8287	15.8417	15.8305	15.8382
oct-02		15.8362	15.8220	15.8339	15.8276		15.8327	15.8454	15.8335	15.8348
nov-02		15.8187	15.8054	15.8082	15.8107		15.8229	15.8360	15.8303	15.8388
dic-02	15.8528	15.8213	15.8079	15.8528	15.8132	15.8325	15.8341	15.8465	15.8325	15.8288

Cuadro 1c. Logaritmos del PIB mensual con datos sin agregar de ene-03 a dic-07

Fechas	Logaritmo del PIB Estimado con Datos Originales sin Agregar					Logaritmo del PIB Estimado con Datos Desestacionalizados sin Agregar				
	Trim. Observado	MKF	M una Etapa	Extensión Método de Denton	Estimación Intuitiva	Trim. Observado	MKF	M una Etapa	Extensión Método de Denton	Estimación Intuitiva
ene-03		15.7819	15.7705	15.8399	15.7750		15.8342	15.8473	15.8250	15.8403
feb-03		15.7551	15.7451	15.8416	15.7490		15.8417	15.8547	15.8332	15.8405
mar-03	15.8125	15.8119	15.7990	15.8125	15.8041	15.8331	15.8366	15.8501	15.8331	15.8481
abr-03		15.7886	15.7769	15.7989	15.7816		15.8361	15.8493	15.8393	15.8429
may-03		15.8195	15.8062	15.8467	15.8115		15.8349	15.8481	15.8362	15.8424
jun-03	15.8357	15.8182	15.8050	15.8357	15.8102	15.8365	15.8403	15.8534	15.8365	15.8411
jul-03		15.8275	15.8137	15.8487	15.8192		15.8389	15.8523	15.8345	15.8467
ago-03		15.8057	15.7930	15.8380	15.7980		15.8309	15.8444	15.8374	15.8453
sep-03	15.8351	15.7912	15.7794	15.8351	15.7841	15.8353	15.8320	15.8450	15.8353	15.8371
oct-03		15.8427	15.8282	15.8261	15.8339		15.8382	15.8511	15.8336	15.8382
nov-03		15.8294	15.8155	15.8225	15.8210		15.8427	15.8560	15.8387	15.8446
dic-03	15.8672	15.8533	15.8382	15.8672	15.8441	15.8476	15.8514	15.8648	15.8476	15.8492
ene-04		15.7996	15.7873	15.8610	15.7922		15.8562	15.8701	15.8523	15.8581
feb-04		15.7904	15.7786	15.8821	15.7833		15.8479	15.8622	15.8602	15.8630
mar-04	15.8463	15.8658	15.8501	15.8463	15.8563	15.8651	15.8723	15.8859	15.8651	15.8545
abr-04		15.8235	15.8099	15.8425	15.8153		15.8745	15.8894	15.8569	15.8796
may-04		15.8529	15.8379	15.9008	15.8438		15.8724	15.8875	15.8731	15.8818
jun-04	15.8726	15.8682	15.8523	15.8726	15.8586	15.8727	15.8733	15.8884	15.8727	15.8796
jul-04		15.8563	15.8410	15.8883	15.8471		15.8757	15.8907	15.8733	15.8806
ago-04		15.8609	15.8455	15.8935	15.8516		15.8806	15.8957	15.8763	15.8830
sep-04	15.8787	15.8433	15.8288	15.8787	15.8345	15.8803	15.8804	15.8959	15.8803	15.8881
oct-04		15.8693	15.8534	15.8899	15.8597		15.8753	15.8908	15.8880	15.8879
nov-04		15.8993	15.8818	15.8847	15.8887		15.8964	15.9114	15.8919	15.8826
dic-04	15.9115	15.8962	15.8789	15.9115	15.8857	15.8922	15.8940	15.9102	15.8922	15.9043
ene-05		15.8362	15.8220	15.9265	15.8277		15.8975	15.9136	15.9044	15.9018
feb-05		15.8235	15.8100	15.9172	15.8153		15.9056	15.9218	15.8991	15.9054
mar-05	15.8662	15.8573	15.8420	15.8662	15.8480	15.8983	15.8984	15.9152	15.8983	15.9137
abr-05		15.8793	15.8629	15.8608	15.8694		15.8982	15.9146	15.9031	15.9063
may-05		15.8904	15.8735	15.8894	15.8802		15.9034	15.9197	15.8966	15.9061
jun-05	15.9095	15.8917	15.8747	15.9095	15.8814	15.8953	15.8976	15.9142	15.8953	15.9114
jul-05		15.8766	15.8603	15.9194	15.8668		15.9032	15.9195	15.9041	15.9054
ago-05		15.9078	15.8900	15.9220	15.8970		15.9124	15.9288	15.9048	15.9113
sep-05	15.9125	15.8845	15.8678	15.9125	15.8744	15.9140	15.9218	15.9387	15.9140	15.9206
oct-05		15.9098	15.8918	15.9387	15.8989		15.9120	15.9296	15.9232	15.9303
nov-05		15.9334	15.9142	15.9248	15.9218		15.9243	15.9412	15.9326	15.9203
dic-05	15.9466	15.9337	15.9145	15.9466	15.9221	15.9277	15.9357	15.9532	15.9277	15.9329
ene-06		15.9030	15.8854	15.9587	15.8924		15.9559	15.9739	15.9316	15.9445
feb-06		15.8672	15.8514	15.9537	15.8577		15.9489	15.9682	15.9348	15.9653
mar-06	15.9260	15.9385	15.9191	15.9260	15.9267	15.9446	15.9474	15.9663	15.9446	15.9581
abr-06		15.8946	15.8774	15.9135	15.8842		15.9544	15.9732	15.9452	15.9566
may-06		15.9619	15.9413	15.9795	15.9494		15.9600	15.9791	15.9499	15.9638
jun-06	15.9611	15.9603	15.9397	15.9611	15.9479	15.9609	15.9651	15.9845	15.9609	15.9695
jul-06		15.9368	15.9174	16.0008	15.9251		15.9591	15.9789	15.9646	15.9747
ago-06		15.9592	15.9387	15.9900	15.9468		15.9603	15.9797	15.9679	15.9686
sep-06	15.9630	15.9237	15.9050	15.9630	15.9124	15.9630	15.9585	15.9780	15.9630	15.9698
oct-06		15.9673	15.9464	15.9798	15.9547		15.9609	15.9803	15.9650	15.9679
nov-06		15.9700	15.9489	15.9540	15.9572		15.9599	15.9794	15.9649	15.9704
dic-06	15.9863	15.9569	15.9365	15.9863	15.9446	15.9678	15.9658	15.9852	15.9678	15.9694
ene-07		15.9330	15.9138	15.9866	15.9214		15.9716	15.9913	15.9668	15.9755
feb-07		15.8933	15.8761	15.9753	15.8829		15.9769	15.9969	15.9709	15.9814
mar-07	15.9560	15.9677	15.9467	15.9560	15.9550	15.9749	15.9831	16.0033	15.9749	15.9868
abr-07		15.9282	15.9093	15.9393	15.9168		15.9852	16.0057	15.9812	15.9932
may-07		15.9871	15.9652	16.0065	15.9738		15.9878	16.0085	15.9880	15.9953
jun-07	15.9901	15.9895	15.9674	15.9901	15.9761	15.9918	15.9941	16.0149	15.9918	15.9980
jul-07		15.9828	15.9611	16.0223	15.9697		15.9956	16.0168	15.9921	16.0045
ago-07		15.9935	15.9712	16.0130	15.9800		15.9914	16.0127	15.9951	16.0060
sep-07	15.9970	15.9510	15.9309	15.9970	15.9389	15.9946	15.9920	16.0131	15.9946	16.0017
oct-07		16.0183	15.9948	16.0044	16.0040		15.9954	16.0164	15.9942	16.0023
nov-07		16.0019	15.9792	15.9726	15.9882		15.9910	16.0123	15.9973	16.0058
dic-07	16.0215	15.9858	15.9639	16.0215	15.9726	16.0025	15.9938	16.0148	16.0025	16.0013

Cuadro 1d. Logaritmos del PIB mensual con datos sin agregar de ene-08 a jun-11

Fechas	Logaritmo del PIB Estimado con Datos Originales sin Agregar					Logaritmo del PIB Estimado con Datos Desestacionalizados sin Agregar				
	Trim. Observado	MKF	M una Etapa	Extensión Método de Denton	Estimación Intuitiva	Trim. Observado	MKF	M una Etapa	Extensión Método de Denton	Estimación Intuitiva
ene-08		15.9676	15.9466	16.0069	15.9549		16.0058	16.0268	15.9992	16.0042
feb-08		15.9481	15.9281	15.9926	15.9360		15.9970	16.0188	16.0012	16.0164
mar-08	15.9766	15.9452	15.9254	15.9766	15.9332	16.0100	16.0017	16.0230	16.0100	16.0074
abr-08		15.9961	15.9737	15.9680	15.9825		16.0068	16.0283	16.0017	16.0123
may-08		15.9954	15.9730	15.9716	15.9819		16.0048	16.0266	16.0035	16.0175
jun-08	16.0146	15.9959	15.9735	16.0146	15.9824	16.0054	16.0074	16.0291	16.0054	16.0155
jul-08		16.0078	15.9848	16.0098	15.9939		16.0058	16.0277	16.0041	16.0181
ago-08		15.9935	15.9712	16.0058	15.9800		16.0026	16.0244	16.0063	16.0165
sep-08	16.0102	15.9699	15.9488	16.0102	15.9572	16.0053	15.9959	16.0176	16.0053	16.0132
oct-08		16.0201	15.9965	15.9969	16.0058		15.9983	16.0196	15.9998	16.0064
nov-08		15.9819	15.9602	15.9770	15.9688		15.9807	16.0023	15.9918	16.0088
dic-08	16.0111	15.9672	15.9463	16.0111	15.9545	15.9904	15.9603	15.9811	15.9904	15.9907
ene-09		15.8725	15.8564	15.9822	15.8628		15.9236	15.9435	15.9729	15.9698
feb-09		15.8415	15.8270	15.9705	15.8327		15.9348	15.9524	15.9533	15.9321
mar-09	15.9002	15.9002	15.8828	15.9002	15.8896	15.9215	15.9244	15.9427	15.9215	15.9436
abr-09		15.8672	15.8514	15.8831	15.8576		15.9199	15.9377	15.9302	15.9330
may-09		15.8786	15.8622	15.9319	15.8687		15.9023	15.9199	15.9229	15.9284
jun-09	15.9133	15.9167	15.8984	15.9133	15.9056	15.9199	15.9238	15.9401	15.9199	15.9103
jul-09		15.9394	15.9199	15.9175	15.9276		15.9412	15.9586	15.9107	15.9323
ago-09		15.9221	15.9034	15.9412	15.9108		15.9350	15.9535	15.9306	15.9502
sep-09	15.9536	15.9191	15.9007	15.9536	15.9080	15.9475	15.9437	15.9618	15.9475	15.9439
oct-09		15.9627	15.9421	15.9475	15.9502		15.9504	15.9689	15.9472	15.9527
nov-09		15.9638	15.9430	15.9519	15.9512		15.9588	15.9777	15.9579	15.9596
dic-09	15.9905	15.9722	15.9510	15.9905	15.9594	15.9672	15.9660	15.9852	15.9672	15.9683
ene-10		15.8994	15.8819	15.9913	15.8888		15.9570	15.9768	15.9733	15.9756
feb-10		15.8813	15.8648	15.9975	15.8714		15.9731	15.9923	15.9784	15.9664
mar-10	15.9440	15.9697	15.9487	15.9440	15.9570	15.9715	15.9848	16.0047	15.9715	15.9829
abr-10		15.9399	15.9203	15.9351	15.9281		15.9853	16.0060	15.9826	15.9949
may-10		15.9679	15.9470	16.0042	15.9552		15.9869	16.0076	15.9904	15.9955
jun-10	15.9866	15.9838	15.9620	15.9866	15.9706	15.9899	15.9848	16.0056	15.9899	15.9971
jul-10		15.9849	15.9630	16.0019	15.9716		15.9908	16.0115	15.9922	15.9949
ago-10		15.9898	15.9677	16.0082	15.9764		15.9951	16.0161	15.9917	16.0011
sep-10	16.0036	15.9695	15.9484	16.0036	15.9568	15.9974	15.9931	16.0143	15.9974	16.0055
oct-10		16.0018	15.9791	16.0132	15.9880		15.9948	16.0159	16.0034	16.0034
nov-10		16.0212	15.9975	16.0042	16.0069		16.0019	16.0230	16.0047	16.0052
dic-10	16.0338	16.0121	15.9889	16.0338	15.9981	16.0088	16.0042	16.0257	16.0088	16.0124
ene-11		15.9574	15.9370	16.0440	15.9451		16.0130	16.0346	16.0115	16.0148
feb-11		15.9272	15.9083	16.0332	15.9158		16.0155	16.0375	16.0107	16.0238
mar-11	15.9889	16.0094	15.9864	15.9889	15.9954	16.0147	16.0156	16.0379	16.0147	16.0264
abr-11		15.9611	15.9405	15.9760	15.9486		16.0152	16.0374	16.0196	16.0266
may-11		16.0126	15.9893	16.0455	15.9985		16.0247	16.0469	16.0229	16.0261
jun-11	16.0193	16.0197	15.9961	16.0193	16.0054	16.0257	16.0227	16.0454	16.0257	16.0359

Cuadro 2a. Logaritmos del PIB mensual con datos agregados de mar-93 a dic-97

Fechas	Logaritmo del PIB Estimado con Datos Originales					Logaritmo del PIB Estimado con Datos Desestacionalizados				
	Agregados					Agregados				
	Trim. Observado	MKF	M una Etapa	Extensión Método de Denton	Estimación Intuitiva	Trim. Observado	MKF	M una Etapa	Extensión Método de Denton	Estimación Intuitiva
mar-93	15.5617	15.5617	15.5617	15.5617	15.5617	15.5753	15.5753	15.5753	15.5753	15.5753
abr-93		15.5578	15.5520	15.5614	15.5518		15.5805	15.5836	15.5810	15.5802
may-93		15.5802	15.5792	15.6162	15.5796		15.5873	15.5923	15.5794	15.5870
jun-93	15.5739	15.5753	15.5716	15.5739	15.5718	15.5795	15.5790	15.5825	15.5795	15.5787
jul-93		15.5981	15.5948	15.5870	15.5955		15.5948	15.5958	15.5841	15.5949
ago-93		15.5912	15.5805	15.5824	15.5809		15.5898	15.6004	15.5707	15.5887
sep-93	15.5833	15.5822	15.5816	15.5833	15.5820	15.5893	15.5882	15.5907	15.5893	15.5886
oct-93		15.6018	15.6027	15.5833	15.6035		15.5847	15.5933	15.5902	15.5844
nov-93		15.6184	15.6169	15.5857	15.6181		15.5832	15.5942	15.5908	15.5830
dic-93	15.6226	15.6185	15.6197	15.6226	15.6209	15.5979	15.5874	15.5908	15.5979	15.5878
ene-94		15.5873	15.5734	15.6302	15.5736		15.6040	15.6005	15.5960	15.6051
feb-94		15.5713	15.5630	15.6441	15.5630		15.6050	15.6063	15.6045	15.6051
mar-94	15.5898	15.5891	15.5895	15.5898	15.5901	15.6101	15.6088	15.6067	15.6101	15.6099
abr-94		15.6031	15.6137	15.5848	15.6148		15.6281	15.6267	15.6108	15.6287
may-94		15.6205	15.6304	15.6403	15.6319		15.6358	15.6425	15.6220	15.6355
jun-94	15.6302	15.6287	15.6312	15.6302	15.6327	15.6293	15.6327	15.6297	15.6293	15.6343
jul-94		15.6339	15.6267	15.6405	15.6281		15.6353	15.6443	15.6356	15.6355
ago-94		15.6472	15.6409	15.6524	15.6426		15.6363	15.6536	15.6393	15.6364
sep-94	15.6325	15.6312	15.6306	15.6325	15.6321	15.6385	15.6362	15.6373	15.6385	15.6378
oct-94		15.6603	15.6640	15.6482	15.6661		15.6458	15.6473	15.6402	15.6475
nov-94		15.6830	15.6828	15.6402	15.6854		15.6451	15.6527	15.6449	15.6463
dic-94	15.6757	15.6715	15.6717	15.6757	15.6740	15.6504	15.6401	15.6428	15.6504	15.6420
ene-95		15.6166	15.5967	15.6750	15.5975		15.6242	15.6368	15.6352	15.6252
feb-95		15.5538	15.5378	15.6484	15.5373		15.5794	15.6078	15.6104	15.5797
mar-95	15.5778	15.5745	15.5749	15.5778	15.5752	15.5913	15.5871	15.5962	15.5913	15.5897
abr-95		15.5033	15.5175	15.5396	15.5165		15.5512	15.5492	15.5597	15.5557
may-95		15.5088	15.5429	15.5866	15.5424		15.5275	15.5084	15.5491	15.5333
jun-95	15.5383	15.5437	15.5374	15.5383	15.5369	15.5452	15.5417	15.5462	15.5452	15.5440
jul-95		15.5399	15.5412	15.5572	15.5408		15.5436	15.5187	15.5357	15.5488
ago-95		15.5664	15.5733	15.5632	15.5735		15.5602	15.5117	15.5493	15.5658
sep-95	15.5546	15.5633	15.5532	15.5546	15.5531	15.5602	15.5568	15.5502	15.5602	15.5587
oct-95		15.5783	15.5656	15.5885	15.5657		15.5430	15.5441	15.5787	15.5435
nov-95		15.6133	15.6025	15.5758	15.6034		15.5642	15.5531	15.5816	15.5663
dic-95	15.6010	15.6110	15.5997	15.6010	15.6006	15.5747	15.5697	15.5623	15.5747	15.5708
ene-96		15.6091	15.5847	15.6206	15.5853		15.5995	15.5864	15.5868	15.6009
feb-96		15.5973	15.5715	15.6330	15.5718		15.5812	15.5894	15.6080	15.5801
mar-96	15.5890	15.5989	15.5887	15.5890	15.5893	15.6030	15.5906	15.5768	15.6030	15.5935
abr-96		15.5892	15.5806	15.5834	15.5810		15.6056	15.5934	15.5879	15.6078
may-96		15.6160	15.6146	15.6176	15.6157		15.6067	15.6036	15.6018	15.6081
jun-96	15.5999	15.6166	15.6022	15.5999	15.6031	15.6079	15.6071	15.5924	15.6079	15.6106
jul-96		15.6440	15.6297	15.6200	15.6312		15.6180	15.6076	15.6103	15.6209
ago-96		15.6503	15.6297	15.6113	15.6312		15.6240	15.6199	15.6180	15.6265
sep-96	15.6194	15.6350	15.6221	15.6194	15.6235	15.6240	15.6223	15.6084	15.6240	15.6260
oct-96		15.6751	15.6642	15.6295	15.6664		15.6302	15.6221	15.6335	15.6332
nov-96		15.6964	15.6784	15.6217	15.6809		15.6453	15.6388	15.6419	15.6485
dic-96	15.6761	15.6866	15.6769	15.6761	15.6793	15.6493	15.6438	15.6304	15.6493	15.6474
ene-97		15.6658	15.6388	15.6791	15.6405		15.6562	15.6501	15.6581	15.6590
feb-97		15.6438	15.6185	15.6784	15.6198		15.6625	15.6652	15.6645	15.6647
mar-97	15.6324	15.6454	15.6345	15.6324	15.6361	15.6613	15.6607	15.6490	15.6613	15.6646
abr-97		15.6785	15.6843	15.6230	15.6869		15.6754	15.6682	15.6674	15.6788
may-97		15.6909	15.6900	15.6503	15.6927		15.6871	15.6860	15.6730	15.6900
jun-97	15.6862	15.6954	15.6897	15.6862	15.6925	15.6813	15.6852	15.6735	15.6813	15.6892
jul-97		15.7211	15.7065	15.6888	15.7097		15.6944	15.6927	15.6913	15.6973
ago-97		15.7254	15.7047	15.6908	15.7077		15.7042	15.7096	15.6995	15.7069
sep-97	15.6980	15.7067	15.7018	15.6980	15.7048	15.7004	15.7001	15.6920	15.7004	15.7041
oct-97		15.7509	15.7506	15.7015	15.7546		15.7189	15.7135	15.7079	15.7227
nov-97		15.7542	15.7426	15.6983	15.7465		15.7216	15.7273	15.7093	15.7243
dic-97	15.7468	15.7475	15.7488	15.7468	15.7527	15.7205	15.7175	15.7103	15.7205	15.7220

Cuadro 2b. Logaritmos del PIB mensual con datos agregados de mar-98 a dic-02

Fechas	Logaritmo del PIB Estimado con Datos Originales					Logaritmo del PIB Estimado con Datos Desestacionalizados				
	Trim. Observado	MKF	M una Etapa	Extensión Método de Denton	Estimación Intuitiva	Trim. Observado	MKF	M una Etapa	Extensión Método de Denton	Estimación Intuitiva
ene-98		15.7134	15.6979	15.7428	15.7009		15.7234	15.7242	15.7234	15.7271
feb-98		15.6967	15.6874	15.7529	15.6901		15.7341	15.7385	15.7212	15.7378
mar-98	15.7124	15.7149	15.7150	15.7124	15.7183	15.7287	15.7339	15.7280	15.7287	15.7383
abr-98		15.7069	15.7144	15.7057	15.7176		15.7405	15.7420	15.7357	15.7442
may-98		15.7242	15.7368	15.7619	15.7405		15.7402	15.7500	15.7436	15.7435
jun-98	15.7294	15.7340	15.7328	15.7294	15.7365	15.7386	15.7382	15.7354	15.7386	15.7428
jul-98		15.7622	15.7607	15.7403	15.7649		15.7443	15.7432	15.7393	15.7488
ago-98		15.7585	15.7488	15.7417	15.7528		15.7456	15.7484	15.7384	15.7499
sep-98	15.7458	15.7471	15.7491	15.7458	15.7531	15.7454	15.7439	15.7418	15.7454	15.7486
oct-98		15.7658	15.7676	15.7435	15.7719		15.7426	15.7447	15.7472	15.7470
nov-98		15.7721	15.7699	15.7418	15.7743		15.7463	15.7487	15.7462	15.7509
dic-98	15.7717	15.7693	15.7734	15.7717	15.7779	15.7470	15.7463	15.7454	15.7470	15.7509
ene-99		15.7335	15.7256	15.7728	15.7291		15.7592	15.7550	15.7495	15.7641
feb-99		15.7107	15.7085	15.7821	15.7116		15.7587	15.7600	15.7520	15.7628
mar-99	15.7373	15.7352	15.7396	15.7373	15.7434	15.7584	15.7610	15.7569	15.7584	15.7661
abr-99		15.7270	15.7391	15.7284	15.7429		15.7598	15.7628	15.7601	15.7641
may-99		15.7502	15.7686	15.7906	15.7729		15.7698	15.7720	15.7689	15.7744
jun-99	15.7610	15.7613	15.7639	15.7610	15.7682	15.7662	15.7657	15.7650	15.7662	15.7705
jul-99		15.7912	15.7920	15.7773	15.7969		15.7790	15.7773	15.7734	15.7839
ago-99		15.7931	15.7863	15.7825	15.7911		15.7786	15.7840	15.7720	15.7827
sep-99	15.7824	15.7800	15.7854	15.7824	15.7901	15.7797	15.7799	15.7772	15.7797	15.7852
oct-99		15.7995	15.8032	15.7871	15.8083		15.7865	15.7879	15.7822	15.7912
nov-99		15.8230	15.8256	15.7895	15.8312		15.7944	15.7987	15.7902	15.7990
dic-99	15.8184	15.8154	15.8205	15.8184	15.8260	15.7952	15.7944	15.7918	15.7952	15.7998
ene-00		15.7981	15.7908	15.8338	15.7957		15.8265	15.8187	15.8000	15.8321
feb-00		15.7919	15.7881	15.8375	15.7929		15.8068	15.8223	15.8066	15.8098
mar-00	15.8032	15.8016	15.8060	15.8032	15.8112	15.8226	15.8146	15.8064	15.8226	15.8218
abr-00		15.7845	15.7897	15.8090	15.7945		15.8269	15.8216	15.8096	15.8335
may-00		15.8306	15.8482	15.8557	15.8543		15.8316	15.8331	15.8228	15.8376
jun-00	15.8260	15.8328	15.8302	15.8260	15.8359	15.8333	15.8314	15.8229	15.8333	15.8391
jul-00		15.8522	15.8446	15.8632	15.8506		15.8379	15.8360	15.8358	15.8447
ago-00		15.8718	15.8623	15.8577	15.8688		15.8409	15.8454	15.8414	15.8474
sep-00	15.8442	15.8530	15.8487	15.8442	15.8548	15.8400	15.8414	15.8342	15.8400	15.8492
oct-00		15.8725	15.8661	15.8571	15.8726		15.8450	15.8427	15.8388	15.8523
nov-00		15.8803	15.8699	15.8381	15.8765		15.8379	15.8437	15.8416	15.8448
dic-00	15.8582	15.8660	15.8618	15.8582	15.8682	15.8361	15.8380	15.8330	15.8361	15.8461
ene-01		15.8239	15.8091	15.8581	15.8143		15.8269	15.8260	15.8316	15.8348
feb-01		15.7841	15.7737	15.8389	15.7782		15.8258	15.8215	15.8299	15.8343
mar-01	15.8048	15.8110	15.8080	15.8048	15.8133	15.8261	15.8263	15.8236	15.8261	15.8340
abr-01		15.7856	15.7930	15.7868	15.7979		15.8239	15.8169	15.8261	15.8322
may-01		15.8197	15.8398	15.8476	15.8457		15.8205	15.8110	15.8253	15.8289
jun-01	15.8204	15.8327	15.8243	15.8204	15.8299	15.8252	15.8237	15.8187	15.8252	15.8316
jul-01		15.8482	15.8367	15.8479	15.8426		15.8250	15.8165	15.8222	15.8331
ago-01		15.8630	15.8498	15.8391	15.8560		15.8268	15.8163	15.8251	15.8349
sep-01	15.8282	15.8424	15.8317	15.8282	15.8374	15.8243	15.8262	15.8199	15.8243	15.8340
oct-01		15.8594	15.8490	15.8393	15.8552		15.8149	15.8140	15.8266	15.8221
nov-01		15.8642	15.8501	15.8079	15.8563		15.8208	15.8142	15.8271	15.8289
dic-01	15.8405	15.8538	15.8437	15.8405	15.8498	15.8194	15.8182	15.8152	15.8194	15.8254
ene-02		15.8063	15.7850	15.8368	15.7898		15.8046	15.8048	15.8245	15.8118
feb-02		15.7749	15.7610	15.8180	15.7653		15.8136	15.8042	15.8219	15.8219
mar-02	15.7771	15.7933	15.7813	15.7771	15.7860	15.8125	15.8145	15.8124	15.8125	15.8210
abr-02		15.8258	15.8356	15.7643	15.8414		15.8250	15.8169	15.8182	15.8321
may-02		15.8442	15.8484	15.7984	15.8545		15.8298	15.8220	15.8218	15.8364
jun-02	15.8336	15.8463	15.8384	15.8336	15.8443	15.8223	15.8273	15.8227	15.8223	15.8340
jul-02		15.8691	15.8510	15.8392	15.8572		15.8305	15.8303	15.8270	15.8365
ago-02		15.8730	15.8495	15.8217	15.8556		15.8356	15.8378	15.8265	15.8417
sep-02	15.8327	15.8468	15.8380	15.8327	15.8440	15.8305	15.8322	15.8299	15.8305	15.8388
oct-02		15.8724	15.8678	15.8339	15.8744		15.8359	15.8361	15.8335	15.8423
nov-02		15.8641	15.8512	15.8082	15.8574		15.8264	15.8343	15.8303	15.8322
dic-02	15.8528	15.8617	15.8576	15.8528	15.8639	15.8325	15.8323	15.8291	15.8325	15.8394

Cuadro 2c. Logaritmos del PIB mensual con datos agregados de mar-03 a dic-07

Fechas	Logaritmo del PIB Estimado con Datos Originales					Logaritmo del PIB Estimado con Datos Desestacionalizados				
	Agregados					Agregados				
	Trim. Observado	MKF	M una Etapa	Extensión Método de Denton	Estimación Intuitiva	Trim. Observado	MKF	M una Etapa	Extensión Método de Denton	Estimación Intuitiva
ene-03		15.8297	15.8163	15.8399	15.8217		15.8366	15.8312	15.8250	15.8439
feb-03		15.8008	15.7909	15.8416	15.7958		15.8442	15.8367	15.8332	15.8515
mar-03	15.8125	15.8209	15.8176	15.8125	15.8231	15.8331	15.8403	15.8368	15.8331	15.8472
abr-03		15.8160	15.8228	15.7989	15.8283		15.8393	15.8406	15.8393	15.8458
may-03		15.8399	15.8521	15.8467	15.8582		15.8381	15.8422	15.8362	15.8446
jun-03	15.8357	15.8471	15.8420	15.8357	15.8479	15.8365	15.8398	15.8375	15.8365	15.8468
jul-03		15.8681	15.8596	15.8487	15.8659		15.8416	15.8390	15.8345	15.8487
ago-03		15.8553	15.8389	15.8380	15.8448		15.8338	15.8354	15.8374	15.8405
sep-03	15.8351	15.8436	15.8413	15.8351	15.8473	15.8353	15.8363	15.8335	15.8353	15.8436
oct-03		15.8708	15.8741	15.8261	15.8807		15.8403	15.8336	15.8336	15.8480
nov-03		15.8662	15.8614	15.8225	15.8678		15.8449	15.8362	15.8387	15.8526
dic-03	15.8672	15.8698	15.8732	15.8672	15.8798	15.8476	15.8466	15.8409	15.8476	15.8541
ene-04		15.8416	15.8331	15.8610	15.8389		15.8591	15.8523	15.8523	15.8664
feb-04		15.8277	15.8244	15.8821	15.8300		15.8517	15.8544	15.8602	15.8579
mar-04	15.8463	15.8483	15.8517	15.8463	15.8579	15.8651	15.8607	15.8506	15.8651	15.8692
abr-04		15.8469	15.8558	15.8425	15.8620		15.8771	15.8654	15.8569	15.8852
may-04		15.8704	15.8838	15.9008	15.8906		15.8758	15.8731	15.8731	15.8830
jun-04	15.8726	15.8773	15.8794	15.8726	15.8862	15.8727	15.8750	15.8635	15.8727	15.8841
jul-04		15.8903	15.8869	15.8883	15.8938		15.8781	15.8726	15.8733	15.8864
ago-04		15.8971	15.8913	15.8935	15.8983		15.8832	15.8809	15.8763	15.8915
sep-04	15.8787	15.8830	15.8843	15.8787	15.8912	15.8803	15.8808	15.8717	15.8803	15.8897
oct-04		15.8971	15.8992	15.8899	15.9064		15.8776	15.8745	15.8880	15.8860
nov-04		15.9246	15.9277	15.8847	15.9355		15.8983	15.8883	15.8919	15.9077
dic-04	15.9115	15.9175	15.9173	15.9115	15.9249	15.8922	15.8916	15.8855	15.8922	15.8997
ene-05		15.8832	15.8679	15.9265	15.8744		15.9010	15.8990	15.9044	15.9088
feb-05		15.8650	15.8558	15.9172	15.8621		15.9096	15.9117	15.8991	15.9171
mar-05	15.8662	15.8735	15.8706	15.8662	15.8772	15.8983	15.9039	15.9000	15.8983	15.9119
abr-05		15.8960	15.9088	15.8608	15.9161		15.9023	15.9074	15.9031	15.9096
may-05		15.9102	15.9193	15.8894	15.9269		15.9074	15.9148	15.8966	15.9149
jun-05	15.9095	15.9156	15.9162	15.9095	15.9238	15.8953	15.9034	15.9040	15.8953	15.9111
jul-05		15.9167	15.9062	15.9194	15.9135		15.9068	15.9084	15.9041	15.9147
ago-05		15.9422	15.9358	15.9220	15.9438		15.9161	15.9163	15.9048	15.9240
sep-05	15.9125	15.9235	15.9186	15.9125	15.9262	15.9140	15.9166	15.9161	15.9140	15.9242
oct-05		15.9416	15.9376	15.9387	15.9456		15.9169	15.9231	15.9232	15.9237
nov-05		15.9649	15.9601	15.9248	15.9686		15.9290	15.9343	15.9326	15.9363
dic-05	15.9466	15.9580	15.9527	15.9466	15.9611	15.9277	15.9287	15.9294	15.9277	15.9360
ene-06		15.9475	15.9312	15.9587	15.9391		15.9609	15.9557	15.9316	15.9687
feb-06		15.9161	15.8973	15.9537	15.9044		15.9559	15.9675	15.9348	15.9615
mar-06	15.9260	15.9327	15.9315	15.9260	15.9394	15.9446	15.9548	15.9518	15.9446	15.9634
abr-06		15.9199	15.9232	15.9135	15.9309		15.9599	15.9674	15.9452	15.9672
may-06		15.9715	15.9871	15.9795	15.9962		15.9658	15.9799	15.9499	15.9729
jun-06	15.9611	15.9737	15.9657	15.9611	15.9744	15.9609	15.9641	15.9646	15.9609	15.9727
jul-06		15.9809	15.9632	16.0008	15.9718		15.9640	15.9719	15.9646	15.9720
ago-06		16.0007	15.9845	15.9900	15.9935		15.9651	15.9769	15.9679	15.9732
sep-06	15.9630	15.9787	15.9663	15.9630	15.9749	15.9630	15.9637	15.9673	15.9630	15.9722
oct-06		16.0020	15.9922	15.9798	16.0014		15.9652	15.9699	15.9650	15.9738
nov-06		16.0094	15.9947	15.9540	16.0040		15.9644	15.9709	15.9649	15.9728
dic-06	15.9863	16.0005	15.9898	15.9863	15.9989	15.9678	15.9665	15.9696	15.9678	15.9752
ene-07		15.9797	15.9597	15.9866	15.9682		15.9759	15.9763	15.9668	15.9848
feb-07		15.9428	15.9219	15.9753	15.9297		15.9818	15.9834	15.9709	15.9902
mar-07	15.9560	15.9653	15.9585	15.9560	15.9670	15.9749	15.9817	15.9824	15.9749	15.9906
abr-07		15.9544	15.9552	15.9393	15.9636		15.9904	15.9947	15.9812	15.9987
may-07		15.9996	16.0110	16.0065	16.0206		15.9935	16.0036	15.9880	16.0014
jun-07	15.9901	16.0055	15.9935	15.9901	16.0027	15.9918	15.9935	15.9945	15.9918	16.0027
jul-07		16.0262	16.0069	16.0223	16.0164		16.0008	16.0056	15.9921	16.0094
ago-07		16.0395	16.0171	16.0130	16.0268		15.9970	16.0098	15.9951	16.0051
sep-07	15.9970	16.0145	16.0004	15.9970	16.0098	15.9946	15.9973	15.9994	15.9946	16.0068
oct-07		16.0508	16.0406	16.0044	16.0508		15.9998	16.0036	15.9942	16.0092
nov-07		16.0458	16.0250	15.9726	16.0349		15.9957	16.0037	15.9973	16.0047
dic-07	16.0215	16.0345	16.0252	16.0215	16.0351	16.0025	15.9974	15.9996	16.0025	16.0072

Cuadro 2d. Logaritmos del PIB mensual con datos agregados de mar-08 a dic-11

Fechas	Logaritmo del PIB Estimado con Datos Originales Agregados					Logaritmo del PIB Estimado con Datos Desestacionalizados Agregados				
	Trim. Observado	MKF	M una Etapa	Extensión Método de Denton	Estimación Intuitiva	Trim. Observado	MKF	M una Etapa	Extensión Método de Denton	Estimación Intuitiva
ene-08		16.0111	15.9924	16.0069	16.0016		16.0096	16.0069	15.9992	16.0198
feb-08		15.9900	15.9740	15.9926	15.9828		16.0017	16.0062	16.0012	16.0108
mar-08	15.9766	15.9905	15.9793	15.9766	15.9882	16.0100	16.0050	16.0038	16.0100	16.0155
abr-08		16.0148	16.0195	15.9680	16.0292		16.0106	16.0094	16.0017	16.0209
may-08		16.0198	16.0189	15.9716	16.0286		16.0090	16.0116	16.0035	16.0189
jun-08	16.0146	16.0257	16.0192	16.0146	16.0290	16.0054	16.0096	16.0079	16.0054	16.0204
jul-08		16.0435	16.0307	16.0098	16.0407		16.0094	16.0101	16.0041	16.0199
ago-08		16.0360	16.0170	16.0058	16.0267		16.0062	16.0096	16.0063	16.0166
sep-08	16.0102	16.0197	16.0142	16.0102	16.0239	16.0053	16.0046	16.0048	16.0053	16.0154
oct-08		16.0424	16.0423	15.9969	16.0526		16.0012	16.0012	15.9998	16.0122
nov-08		16.0165	16.0060	15.9770	16.0155		15.9836	15.9889	15.9918	15.9941
dic-08	16.0111	16.0134	16.0137	16.0111	16.0234	15.9904	15.9823	15.9851	15.9904	15.9933
ene-09		15.9168	15.9023	15.9822	15.9096		15.9252	15.9410	15.9729	15.9355
feb-09		15.8696	15.8729	15.9705	15.8795		15.9330	15.9208	15.9533	15.9470
mar-09	15.9002	15.9068	15.9015	15.9002	15.9088	15.9215	15.9310	15.9430	15.9215	15.9397
abr-09		15.8789	15.8973	15.8831	15.9044		15.9204	15.9133	15.9302	15.9318
may-09		15.8817	15.9081	15.9319	15.9155		15.9023	15.8854	15.9229	15.9137
jun-09	15.9133	15.9204	15.9167	15.9133	15.9243	15.9199	15.9178	15.9192	15.9199	15.9271
jul-09		15.9654	15.9657	15.9175	15.9743		15.9426	15.9196	15.9107	15.9536
ago-09		15.9617	15.9493	15.9412	15.9576		15.9379	15.9164	15.9306	15.9473
sep-09	15.9536	15.9513	15.9539	15.9536	15.9622	15.9475	15.9419	15.9313	15.9475	15.9524
oct-09		15.9874	15.9879	15.9475	15.9970		15.9536	15.9445	15.9472	15.9630
nov-09		15.9965	15.9889	15.9519	15.9980		15.9626	15.9573	15.9579	15.9717
dic-09	15.9905	15.9853	15.9913	15.9905	16.0004	15.9672	15.9607	15.9496	15.9672	15.9713
ene-10		15.9389	15.9278	15.9913	15.9356		15.9604	15.9598	15.9733	15.9698
feb-10		15.9137	15.9107	15.9975	15.9181		15.9763	15.9751	15.9784	15.9863
mar-10	15.9440	15.9401	15.9450	15.9440	15.9532	15.9715	15.9747	15.9664	15.9715	15.9849
abr-10		15.9479	15.9662	15.9351	15.9748		15.9891	15.9843	15.9826	15.9989
may-10		15.9724	15.9929	16.0042	16.0020		15.9915	15.9960	15.9904	16.0005
jun-10	15.9866	15.9833	15.9891	15.9866	15.9982	15.9899	15.9887	15.9814	15.9899	15.9993
jul-10		16.0101	16.0089	16.0019	16.0184		15.9946	15.9934	15.9922	16.0045
ago-10		16.0202	16.0135	16.0082	16.0232		15.9992	16.0031	15.9917	16.0089
sep-10	16.0036	15.9997	16.0056	16.0036	16.0151	15.9974	15.9962	15.9915	15.9974	16.0068
oct-10		16.0200	16.0249	16.0132	16.0348		15.9984	15.9985	16.0034	16.0086
nov-10		16.0403	16.0434	16.0042	16.0536		16.0056	16.0068	16.0047	16.0159
dic-10	16.0338	16.0290	16.0344	16.0338	16.0445	16.0088	16.0039	16.0006	16.0088	16.0142
ene-11		15.9916	15.9828	16.0440	15.9918		16.0168	16.0134	16.0115	16.0272
feb-11		15.9586	15.9542	16.0332	15.9626		16.0201	16.0225	16.0107	16.0298
mar-11	15.9889	15.9838	15.9903	15.9889	15.9994	16.0147	16.0183	16.0144	16.0147	16.0290
abr-11		15.9701	15.9864	15.9760	15.9954		16.0196	16.0229	16.0196	16.0295
may-11		16.0087	16.0352	16.0455	16.0452		16.0291	16.0335	16.0229	16.0393
jun-11	16.0193	16.0194	16.0217	16.0193	16.0315	16.0257	16.0250	16.0243	16.0257	16.0354

Apéndice C. Comparación de Dos Formas de Agregar el IGAE

Figura C2. Diferencias de los logaritmos del IGAE para datos inter-trimestrales mensuales y para datos inter-trimestrales de un promedio móvil de 3 meses

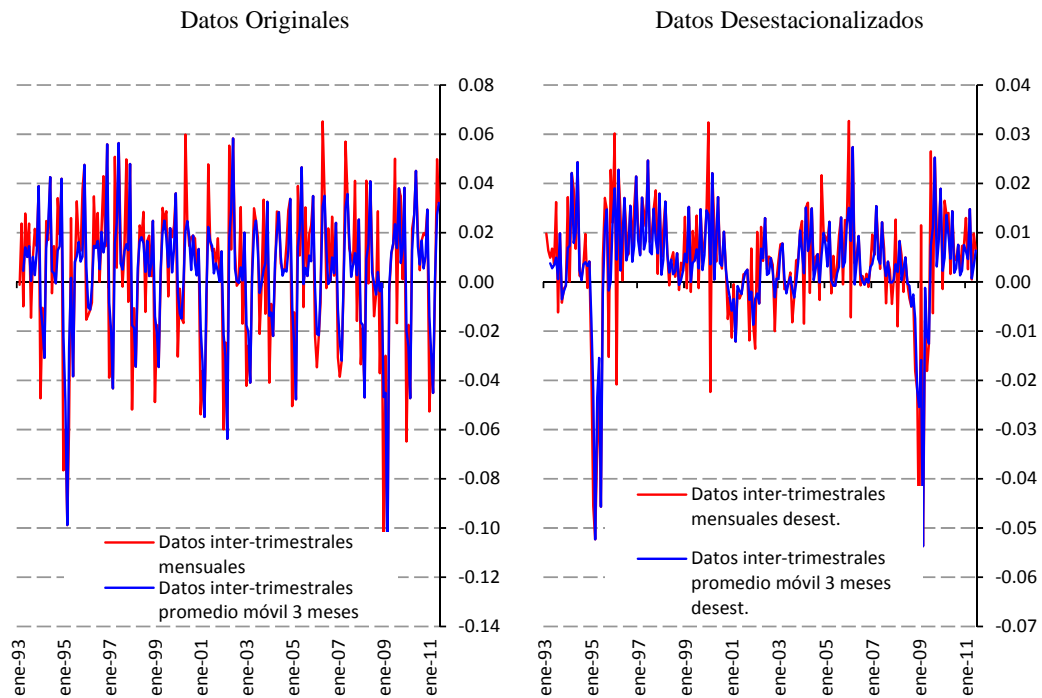
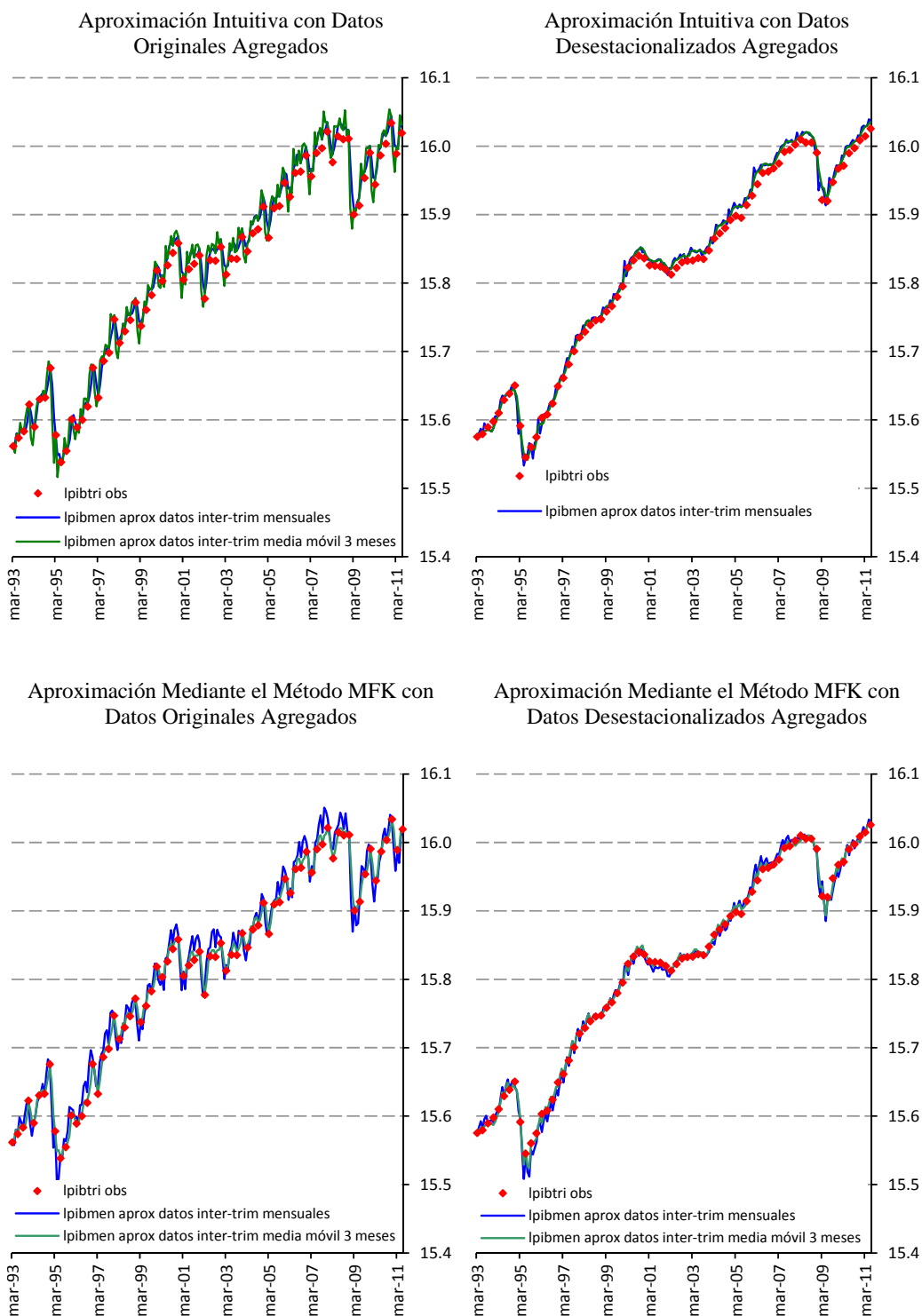


Figura C2. Estimación del logaritmo del PIB mensual mediante la aproximación intuitiva y el método MFK utilizando dos diferentes formas de agregación del IGAE



Apéndice D. Nota metodológica del INEGI sobre la cuantificación del PIB y del IGAE

D.1 PIB a precios constantes

Para el cálculo del PIB trimestral a precios constantes se utiliza el mismo esquema conceptual y metodológico de la Contabilidad Nacional. Éste parte de la elaboración de índices mensuales y trimestrales de volumen físico de la producción tipo Laspeyres con base fija en el año de 1993, que se preparan para cada uno de los subgrupos que cuentan con información oportuna y confiable. De esta forma, con los índices obtenidos se extrapolan los respectivos valores agregados de los subgrupos en cada trimestre.

Los datos corresponden al total de la economía, así como para cada una de las 9 grandes divisiones que la componen: Agropecuaria, Silvicultura y Pesca; Minería; Industria Manufacturera; Construcción; Electricidad, Gas y Agua; Comercio, Restaurantes y Hoteles; Transporte, Almacenaje y Comunicaciones; Servicios Financieros, Seguros, Actividades Inmobiliarias y de Alquiler, y Servicios Comunales, Sociales y Personales. Adicionalmente, se incluye la información correspondiente a cada una de las 9 divisiones que integran a la Industria Manufacturera: Productos alimenticios, bebidas y tabaco; Textiles, prendas de vestir e industria del cuero; Industria de la madera y productos de madera; Papel, productos de papel, imprentas y editoriales; Sustancias químicas, derivados del petróleo, productos de caucho y plásticos; Productos de minerales no metálicos, excepto derivados del petróleo y carbón; Industrias metálicas básicas; Productos metálicos, maquinaria y equipo, y Otras industrias manufactureras.

Cabe señalar que en la Agricultura los niveles registrados difieren de los obtenidos mediante el cálculo anual del Sistema de Cuentas Nacionales de México, debido a que en este último se cuantifica la producción del “año agrícola”, mientras que trimestralmente se mide el valor agregado en cada uno de los trimestres comprendidos en un año calendario.

Los datos de cada trimestre se presentan en miles de pesos en términos anualizados, es decir multiplicados por cuatro, con objeto de expresar el nivel que alcanzaría la economía del país o cualquier sector económico, si en el resto del año se mantuvieran las condiciones observadas en el trimestre en estudio.

Las principales fuentes de información para el cálculo del PIB trimestral, de un total de 409 existentes, son:

Encuestas Sectoriales del INEGI: Encuesta Industrial Mensual, Encuesta Mensual sobre Establecimientos Comerciales, Estadística de la Industria Maquiladora de Exportación, Estadística de la Industria Minero metalúrgica, la Encuesta Nacional de Empresas Constructoras y la Encuesta de Servicios.

Instituciones y Organismos Públicos: Sistema de Transporte Colectivo (METRO), Metrorrey, Caminos y Puentes Federales de Ingresos y Servicios Conexos (CAPUFE), Comisión Federal de Electricidad (CFE), Comisión Reguladora de Energía (CRE), Instituto de Seguridad y Servicios Sociales de los Trabajadores del Estado (ISSSTE), Instituto Mexicano del Seguro Social (IMSS), Banco de México (BANXICO), Servicio Postal Mexicano (SEPOMEX), Petróleos Mexicanos (PEMEX), Secretaría de

Comunicaciones y Transportes (SCT), Instituto Federal Electoral (IFE), Secretaría de Agricultura, Ganadería, Desarrollo Rural, Pesca y Alimentación (SAGARPA), Secretaría de Hacienda y Crédito Público (SHCP), Secretaría de Salud (SS), Secretaría de Turismo (SECTUR), Secretaría de Educación Pública (SEP), Secretaría de Gobernación (SG), y Gobiernos de los Estados, entre otros.

Otras Empresas y Organismos: Teléfonos de México, S.A. (TELMEX); Radio Móvil Dipsa, S.A. de C.V. (TELCEL); AVANTEL, S.A.; Grupo IUSACELL S.A. de C.V.; Aeropuertos y Servicios Auxiliares (ASA); Servicios a la Navegación en el Espacio Aéreo Mexicano (SENEAM); Satélites Mexicanos (SATMEX); Compañía Mexicana de Aviación, S.A. de C.V. (MEXICANA); Aerovías de México, S.A. de C.V. (AEROMEXICO); Transportes Aeromar, S.A. de C.V.; Servicios Aéreos Litoral, S.A. de C.V. (AEROLITORAL); Almacenadora Sur, S.A. de C.V.; Almacenadora Centro Occidente, S.A.; Asociación Mexicana de la Industria Automotriz, A.C. (AMIA); Asociación Nacional de Productores de Autobuses, Camiones y Tractocamiones, A.C. (ANPACT); Cementos Mexicanos, S. A. de C. V. (CEMEX); Asociación Mexicana de Instituciones de Seguros (AMIS); Asociación de Bancos de México (ABM), así como de otras empresas de servicios privados.

D.2 IGAE

Para la cuantificación del IGAE se utiliza el mismo esquema conceptual y metodológico que se emplea en el cálculo del Producto Interno Bruto (PIB) trimestral. Así, estos indicadores se expresan mediante un índice de cantidades de formulación Laspeyres, que tiene su base fija en el año de 2003. Se emplea la clasificación por actividades económicas del Sistema de Clasificación Industrial de América del Norte (SCIAN) y las fuentes básicas de información que cuentan con oportunidad mensual.

Para la elaboración de este indicador se dispone de datos estadísticos provenientes de las Actividades Primarias, Actividades Secundarias o Industriales (Minería; Electricidad, agua y suministro de gas por ductos al consumidor final; Construcción, e Industrias manufactureras), Actividades Terciarias o de Servicios (Comercio; Transportes, correos y almacenamiento; Información en medios masivos; Servicios financieros y de seguros; Servicios inmobiliarios y de alquiler de bienes muebles e intangibles; Servicios profesionales, científicos y técnicos; Servicios de apoyo a los negocios; Servicios educativos; Servicios de salud; Servicios de esparcimiento, culturales, deportivos, y otros servicios recreativos; Servicios de alojamiento temporal y de preparación de alimentos y bebidas; Otros servicios excepto actividades del Gobierno, y Actividades del Gobierno), y los Servicios de intermediación financiera medidos indirectamente.

Sus fuentes de información son:

Encuestas Sectoriales del INEGI: Encuesta Mensual de la Industria Manufacturera, Encuesta Mensual sobre Establecimientos Comerciales, Estadística Mensual de la Industria Minero metalúrgica, la Encuesta Nacional de Empresas Constructoras, Encuesta Mensual de Servicios y datos mensuales sobre estadísticas socio-demográficas.

Instituciones y Organismos Públicos: Sistema de Transporte Colectivo (METRO); Caminos y Puentes Federales de Ingresos y Servicios Conexos (CAPUFE); Comisión Federal de Electricidad (CFE); Comisión Reguladora de Energía (CRE); Instituto de Seguridad y Servicios Sociales de los Trabajadores del Estado (ISSSTE); Instituto Mexicano del Seguro Social (IMSS); Banco de México (BANXICO); Servicio Postal Mexicano (SEPOMEX); Petróleos Mexicanos (PEMEX); Secretaría de Comunicaciones y Transportes (SCT); Secretaría de Agricultura, Ganadería, Desarrollo Rural, Pesca y Alimentación (SAGARPA); Secretaría de Hacienda y Crédito Público (SHCP); Secretaría de Salud (SS), y Secretaría de Turismo (SECTUR), entre otros.

Otras Empresas y Organismos: Teléfonos de México, S.A.B. de C.V. (TELMEX); Radio Móvil Dipsa, S.A. de C.V. (TELCEL); Axtel, S. A. B. de C. V. (AVANTEL); Grupo IUSACELL S.A. de C.V.; Aeropuertos y Servicios Auxiliares (ASA); Servicios a la Navegación en el Espacio Aéreo Mexicano (SENEAM); Aerovías de México, S.A. de C.V. (AEROMEXICO); Transportes Aeromar, S.A. de C.V.; Servicios Aéreos Litoral, S.A. de C.V. (AEROLITORAL); Almacenadora Sur, S.A. de C.V.; Almacenadora Centro Occidente, S.A.; Asociación Mexicana de la Industria Automotriz, A.C. (AMIA); Asociación Nacional de Productores de Autobuses, Camiones y Tractocamiones, A.C. (ANPACT); Cementos Mexicanos, S.A. de C.V. (CEMEX), y Asociación Mexicana de Instituciones de Seguros (AMIS), así como otras empresas de servicios privados.

La información contenida en estos comunicados es generada por el INEGI y se da a conocer en la fecha establecida en el Calendario de Difusión de Información de Coyuntura. Las serie del PIB y del IGAE, así como las cifras desestacionalizadas podrán ser consultadas por internet en el Banco de Información Económica (BIE) en la página www.inegi.org.mx.

----- ■