

García-Verdú, Santiago

Working Paper

Algunas consideraciones sobre la estructura temporal de tasas de interés del gobierno en México

Working Papers, No. 2011-18

Provided in Cooperation with:

Bank of Mexico, Mexico City

Suggested Citation: García-Verdú, Santiago (2011) : Algunas consideraciones sobre la estructura temporal de tasas de interés del gobierno en México, Working Papers, No. 2011-18, Banco de México, Ciudad de México

This Version is available at:

<http://hdl.handle.net/10419/83698>

Standard-Nutzungsbedingungen:

Die Dokumente auf EconStor dürfen zu eigenen wissenschaftlichen Zwecken und zum Privatgebrauch gespeichert und kopiert werden.

Sie dürfen die Dokumente nicht für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, öffentlich zugänglich machen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Sofern die Verfasser die Dokumente unter Open-Content-Lizenzen (insbesondere CC-Lizenzen) zur Verfügung gestellt haben sollten, gelten abweichend von diesen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

Terms of use:

Documents in EconStor may be saved and copied for your personal and scholarly purposes.

You are not to copy documents for public or commercial purposes, to exhibit the documents publicly, to make them publicly available on the internet, or to distribute or otherwise use the documents in public.

If the documents have been made available under an Open Content Licence (especially Creative Commons Licences), you may exercise further usage rights as specified in the indicated licence.

Banco de México
Documentos de Investigación

Banco de México
Working Papers

N° 2011-18

**Algunas Consideraciones Sobre la Estructura
Temporal de Tasas de Interés del Gobierno en México**

Santiago García-Verdú
Banco de México

Diciembre 2011

La serie de Documentos de Investigación del Banco de México divulga resultados preliminares de trabajos de investigación económica realizados en el Banco de México con la finalidad de propiciar el intercambio y debate de ideas. El contenido de los Documentos de Investigación, así como las conclusiones que de ellos se derivan, son responsabilidad exclusiva de los autores y no reflejan necesariamente las del Banco de México.

The Working Papers series of Banco de México disseminates preliminary results of economic research conducted at Banco de México in order to promote the exchange and debate of ideas. The views and conclusions presented in the Working Papers are exclusively of the authors and do not necessarily reflect those of Banco de México.

Algunas Consideraciones Sobre la Estructura Temporal de Tasas de Interés del Gobierno en México*

Santiago García-Verdú[†]
Banco de México

Resumen: En este artículo, primero, se hace una breve revisión de la literatura sobre la estructura temporal de tasas de interés, haciendo referencia a algunos de los más importantes estudios realizados sobre el tema para el caso mexicano. Asimismo, se describe el desarrollo del mercado de deuda gubernamental en México en los últimos años. Segundo, se muestra evidencia en contra de la hipótesis de las expectativas y se examinan las desviaciones de la estructura temporal de tasas de interés respecto a dicha hipótesis. Tercero, se documenta que la mayor parte de la variabilidad de la estructura temporal de tasas de interés se puede explicar por cambios en el nivel de dicha estructura. Cuarto, se asocian algunas de las estadísticas de la estructura temporal de tasas de interés con variables macroeconómicas, específicamente a una tasa de interés de corto plazo y a la brecha del producto medida con el IGAE. En este último punto se encuentra evidencia de que los cambios en la pendiente de la estructura temporal de tasas de interés a lo largo del ciclo económico se explican en gran medida por la postura de política monetaria en dicho ciclo. Para lo anterior se utilizan las tasas de interés nominales en el periodo comprendido entre julio de 2002 y junio de 2011.

Palabras Clave: Estructura Temporal de Tasa de Interés, Hipótesis de la Expectativas, Análisis de Componentes Principales, Tasas de Interés Nominal.

Abstract: This paper, first, reviews briefly the literature on the term structure of interest rates, citing some of the most important studies done on the topic for the Mexican case in the last years. In addition, the development of the government debt market is described. Second, evidence against the expectation hypothesis is shown and the deviations of the term structure from this hypothesis are examined. Third, it is documented that much of the variability of the term structure is due to changes in its level. Fourth, some of the statistics of the term structure are associated with macroeconomic variables, specifically the short-term rate and the output gap as measured with the IGAE index. Regarding this last point, evidence is found that changes in the term structure of interest rates' slope are associated with the monetary policy stand along the business cycle. The nominal interest rates used in the analysis go from July 2002 to June 2011.

Keywords: Term Structure of Interest Rates, Expectation Hypothesis, Principal Component Analysis, Nominal Interest Rates.

JEL Classification: E43, G12.

*Una versión de este documento se presentó como Capítulo Técnico en el Informe sobre la Inflación Abril-Junio 2011. Agradezco los comentarios de Ana María Aguilar, Josué Cortés, Adrián de la Garza, Claudia Ramírez, Daniel Sámano, Alberto Torres, así como el dedicado apoyo de Andrea Páramo y Roberto Gómez Cram.

[†] Dirección General de Investigación Económica. Email: sgarciav@banxico.org.mx.

1. Introducción

El análisis de la estructura temporal de tasas de interés es de gran relevancia para un banco central, ya que si bien el instrumento de política monetaria es una tasa de interés de corto plazo, los agentes en la economía toman sus decisiones de ahorro, gasto e inversión en buena medida en función de las tasas de interés de plazos más largos. Al respecto, es conveniente mencionar que existe una amplia colección de estudios sobre los mercados financieros en países desarrollados. En contraste, para el caso del mercado financiero mexicano su estudio no ha sido tan extenso. En este contexto, con el fin de tener un análisis sobre la estructura temporal de tasas de interés del gobierno en México, el presente artículo presenta un conjunto de resultados en la materia.

Primero, se muestra evidencia en contra de la hipótesis de expectativas, la cual sostiene que la tasa de interés de largo plazo es igual al promedio de las tasas de corto plazo esperadas. Dicha hipótesis es de gran relevancia puesto que en caso de que se llegara a encontrar evidencia favorable a ella, la relación entre la tasa de interés de corto plazo y el resto de las tasas de interés se podría obtener de manera relativamente directa.

Segundo, se documenta que la mayor parte de la variabilidad de la estructura temporal de tasas de interés en México se puede explicar por cambios en su nivel alrededor de la media. Se argumenta que lo anterior es evidencia favorable a que las expectativas de inflación se encuentran bien ancladas.

Tercero, se muestra que los cambios en la pendiente de la estructura temporal de tasas de interés se ven afectados principalmente por cambios en la postura de política monetaria. De manera que, en la medida en que la economía transita a lo largo del ciclo económico, los cambios en la postura monetaria se ven reflejados en la pendiente de la referida estructura.

El resto del documento se organiza en las siguientes secciones.

- En la sección 2 se hace una revisión de la literatura sobre el tema, no sólo para situar la contribución del presente artículo, sino también para documentar parte del alcance de la investigación en México en lo referente a la estructura temporal de tasas de interés.
- En la sección 3 se describe el desarrollo del mercado de deuda gubernamental en México en los últimos años. Se muestra que el mercado de bonos del Gobierno Federal se ha desarrollado en plazo, liquidez y profundidad. Una de las razones por lo cual se hace lo anterior, es fundamentar el estudio de las tasas de interés y su comparación con las respectivas tasas en mercados financieros maduros, toda vez que existe en México un mercado de instrumentos gubernamentales suficientemente desarrollado.
- En la sección 4 se documentan algunas propiedades de la dinámica de la estructura temporal de tasas de interés. En este contexto, teniendo en consideración que la evidencia en contra de la hipótesis de expectativas ha sido en la literatura uno de los puntos de partida en el estudio de la estructura temporal de tasas de interés, en este artículo se muestra evidencia

en contra de esta hipótesis para México y se analizan las desviaciones de dicha estructura con respecto a la referida hipótesis.¹ En particular, estas desviaciones se caracterizan con el comportamiento de las expectativas de las primas de riesgo y la predicibilidad de las tasas de interés en función de las tasas forward.

- Asimismo, en la sección 5 se analizan hechos estilizados de la estructura temporal de tasas de interés. En particular, se utiliza el análisis de componentes principales con el fin de conocer los movimientos más comunes de la estructura temporal de tasas de interés, y con lo cual se documenta que el movimiento en su pendiente está correlacionado con la tasa de interés de corto plazo.
- En la sección 6 se presentan algunas consideraciones finales y en el anexo se presenta información complementaria. Finalmente, es conveniente mencionar que el periodo de estudio es de julio de 2002 a junio de 2011.

2. Revisión de la Literatura

El objetivo de esta sección es ubicar la contribución de este artículo en la literatura y documentar parte del alcance de la investigación en México sobre la estructura temporal de tasas de interés.

Un tema de gran interés para los bancos centrales es entender cómo la parte corta de la estructura temporal de tasas, la cual es afectada directamente por el banco central, afecta a la parte larga, uno de los mecanismos de transmisión de la política monetaria. Durante mucho tiempo se supuso como válida la hipótesis de expectativas en los modelos que analizaban dicho mecanismo. Sin embargo, Sargent (1972) al intentar probar la hipótesis de expectativas para los Estados Unidos señala que los datos no le son favorables. No obstante lo anterior, ésta ha sido utilizada en modelos macroeconómicos y artículos de investigación.^{2,3} Así, surge la necesidad de utilizar modelos macroeconómicos que suponen alguna desviación respecto a la referida hipótesis.

Una de las razones por la cual existe un interés de la macroeconomía y las finanzas por la hipótesis de expectativas se debe a que las desviaciones de las tasas de interés respecto a dicha hipótesis se pueden explicar por una prima de riesgo que pudiese ser función de variables macroeconómicas. En su caso, Piazzesi y Schneider (2006), y Wachter (2006) proponen modelos de la estructura temporal de tasas de interés basados en el crecimiento del consumo agregado.

¹Esto se hace en analogía al Teorema de Modigliani-Miller en Finanzas Corporativas. Se reconoce que dicho teorema no se cumple, por lo que, las directrices de estudio de las Finanzas Corporativas parten del análisis de las violaciones de las premisas del citado teorema.

²Un resultado análogo es la evidencia en contra de la paridad descubierta de tasas de interés. No obstante la evidencia en contra de la misma, ésta es utilizada en algunos modelos en economía.

³Trabajos como Tease (1988) no encuentra evidencia en contra de la hipótesis de expectativas para Australia en el periodo 1979 a 1988. Posteriormente, Guest y McLean (1998) encuentran evidencia en contra de dicha hipótesis para los mercados australianos.

Estas contribuciones son importantes ya que hacen resurgir a los modelos de tasas de interés en función de variables macroeconómicas, con lo cual se quiere identificar, medir y entender las fuentes de riesgo no diversificable; es decir, de riesgo macroeconómico.

Para el caso de México, Sod (1995) explora la hipótesis de expectativas y encuentra evidencia en contra de la misma. Argumenta que las primas de riesgo dependen de la volatilidad de las tasas de interés.⁴ Castellanos y Martínez (2008) estudian el desarrollo del mercado de deuda en México, y describen algunos de sus principales aspectos, tales como la estabilidad macroeconómica, la disciplina fiscal, la reforma al sistema de pensiones, el crecimiento del mercado cambiario, la expansión del mercado de derivados, que potencialmente contribuyeron al avance del mercado de deuda. Cortés et al. (2009), utilizando el análisis de componentes principales, documentan que el nivel de la estructura temporal de tasas de interés está asociado a la compensación por inflación, y que su pendiente está correlacionada con el nivel de la tasa de interés a un día, en México.⁵ En adición, documentan que la esperanza no condicional de la prima de riesgo varía en función de los plazos. El presente artículo extiende, complementa y actualiza una parte de sus resultados.⁶ Así, tanto la economía monetaria como la macroeconomía han tomado un especial interés por la estructura temporal de tasas de interés porque es utilizada en sus modelos y la desviación respecto de la hipótesis de expectativas depende en buena medida de las condiciones macroeconómicas prevaletentes.

En finanzas, Litterman y Scheinkman (1991) aplican la metodología de componentes principales a la estructura temporal de tasas de interés con lo cual caracterizan los movimientos y la variabilidad relativa de los mismos.⁷ Márquez Diez-Cañedo et al. (2003) proponen un modelo para la simulación de la curva de rendimientos en el caso mexicano, un enfoque útil para la administración de riesgos. En él hacen uso del modelo paramétrico de Nelson y Siegel (1987) que ha sido ampliamente utilizado en varios bancos centrales. Cacho-Díaz e Ibañez (2005) estiman un modelo afín multifactorial con datos de México para valorar bonos gubernamentales para el periodo 1995 a 2004. Encuentran que una de sus principales variables de estado se puede interpretar como la pendiente de la estructura temporal de tasas de interés, lo cual es consistente con lo encontrado en el presente artículo en el análisis de componentes principales. En suma, las finanzas han dedicado gran atención al entendimiento de la estructura temporal

⁴Sod (1995), se entiende, es el primer trabajo sobre el tema que se enfoca en el caso mexicano. Sod (1995) cita a Babatz y Conesa (1994), pero no se ha tenido acceso a este último documento.

⁵La diferencia entre la tasa de interés nominal y la tasas de interés real la denotan como compensación por inflación. Este término es conocido en la literatura como *Break-Even Inflation*. Dicho componente incluye la inflación esperada y la prima por riesgo inflacionario.

⁶Al respecto es conveniente recordar que la hipótesis de expectativas está definida en función de las expectativas condicionales. Así, mientras Cortés et al. (2009) considera expectativas no condicionales, el presente trabajo toma en cuenta expectativas condicionales. En este contexto, se analizan implicaciones de la referidas hipótesis que Cortés et al. (2009) no considera.

⁷Sus principales contribuciones son identificar a los movimientos de la curva de rendimientos en función de un número reducido de variables y aportar una técnica para la formación de coberturas de portafolios de bonos.

de tasas de interés, entre otras cosas, porque es esencial para la valuación de activos financieros y útil para extraer de ella información de variables económicas.

En lo que respecta al contenido de información en las tasas de interés, Fama y Bliss (1987) investigan la predicibilidad de las tasas de interés de corto plazo, relevante para entender la evolución esperada de las referidas tasas. Adicionalmente, aportan evidencia en contra de la hipótesis de expectativas para Estados Unidos. Algunos de sus ejercicios son realizados en este documento para el caso de México. Ang y Piazzesi (2003) muestran que la inclusión de variables macroeconómicas en modelos de tasas de interés mejora los pronósticos de los mismos. Castellanos y Camero (2002) examinan si las tasas de interés tienen información para predecir las tasas de interés futuras en México.⁸ Encuentran que sí tienen cierta información para la predicción de tasas de interés tanto de corto como de largo plazo. Este artículo complementa y actualiza parte de sus resultados.⁹ En lo que se refiere a pronósticos de la actividad económica se tiene a Ang et al. (2005) con datos de los Estados Unidos. Por su parte, en el caso de México, Reyna et al. (2008) estudian la relación entre la curva de rendimientos y la actividad económica. Ellos encuentran que la pendiente de la referida curva contiene información para predecir cambios en la tasa de crecimiento del producto.

En suma, el uso de la hipótesis de expectativas, su posterior revisión y evidencia en contra fueron el parteaguas en la literatura de la estructura temporal de tasas de interés. Por lo mismo, un lugar natural dónde empezar un estudio de la estructura temporal de tasas de interés es realizar pruebas formales para explorar cuál es la evidencia sobre la hipótesis de expectativas para el caso mexicano. Finalmente, el análisis del comportamiento de la estructura temporal de tasas de interés y su comparación con las tasas de interés en mercados maduros tiene sentido si el mercado mexicano presenta un buen desarrollo, por lo que la siguiente sección aborda dicho tema.

3. Desarrollo del Mercado de Deuda Gubernamental en México

Durante los últimos años la inflación en México ha convergido a un nivel de equilibrio bajo y estable. Lo anterior ha sido resultado, entre otros factores, de políticas económicas, fiscales y monetarias prudentes. Adicionalmente, elementos tales como la independencia del Banco Central y la adopción de un régimen de flotación cambiaria han sido parte esencial de este proceso. En par-

⁸Cabe mencionar que los estudios de Sod (1995), Castellanos (2000), y Castellanos y Camero (2002) están limitados por la cantidad de datos y los plazos de vencimiento que había en su momento.

⁹Este artículo explora otras implicaciones de la hipótesis de expectativas que Castellanos y Camero (2002) no consideran. También difieren en metodología ya que Castellanos y Camero (2002) hace uso de modelos GARCH y GARCHM, mientras que en el presente artículo sólo se hace uso de la regresión lineal. Adicionalmente, se considera una muestra más extensa.

ticular, existe evidencia favorable de que la inflación en México pasó a ser un proceso estacionario apartir de 2001.¹⁰ Por lo tanto, es razonable suponer que la inflación en México fluctúa alrededor de una media. En este contexto, la estabilidad macroeconómica, la liberalización de la cuenta de capital y la globalización, junto con una importante evolución en la regulación financiera, han sido claves para fomentar el desarrollo del sector financiero y lograr una mayor penetración del mismo. En especial, el mercado de deuda gubernamental ha tenido un crecimiento importante en el caso de México. Considerando lo anterior, esta sección reúne un conjunto de datos clave que describen al referido crecimiento.¹¹

Entre los variados factores que han llevado al mercado de deuda a un equilibrado crecimiento se pueden destacar los siguientes: i) un esfuerzo por parte de las autoridades correspondientes a reducir las posibles vulnerabilidades a choques externos; ii) políticas económicas conducentes a una mayor estabilidad macroeconómica; iii) la disminución en las restricciones a la inversión extranjera; iv) un conjunto de procesos claro y predecible en la emisión de la deuda; y, v) el desarrollo de inversionistas institucionales, tales como las Afores. En este contexto, el desarrollo del mercado de deuda gubernamental en México se ha caracterizado por los siguientes elementos:

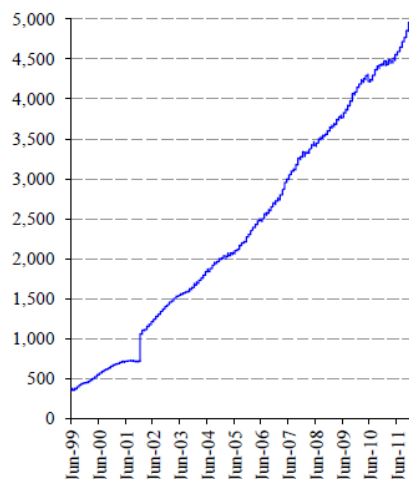
1. Un marcado aumento en el tamaño del mercado. Por ejemplo, en la Gráfica 1 se muestra el monto de los valores gubernamentales en circulación, el cual a partir del año 2001 ha presentado un claro crecimiento que ha llegado incluso a niveles mayores a los 4,500 miles de millones de pesos en los últimos meses.¹²
2. También se observa una variación en la composición de la deuda gubernamental, con un menor peso relativo en, por ejemplo, en los bonos indizados a la inflación (i.e. Udibonos) y un mayor peso relativo en bonos nominales. La Gráfica 2 muestra un cambio en la composición del monto de los instrumentos gubernamentales hacia instrumentos con tasas de interés nominales. Lo anterior reduce la vulnerabilidad a choques externos, ya que la proporción de deuda en términos reales ha disminuido. No obstante, es conveniente destacar el hecho de que el mercado de los Udibonos es uno de los más líquidos en comparación con mercados de instrumentos gubernamentales indizados a la inflación en otras economías emergentes.

¹⁰Chiquiar, Noriega y Ramos-Francia (2007) concluyen que la inflación en México parece haber cambiado de un proceso no estacionario a un proceso estacionario a finales del año 2000 o principios del 2001.

¹¹En el resto de la sección se sigue de cerca a dos artículos que han documentado este tema para el caso de México, Jeanneau y Tovar (2006), y Castellanos y Martínez (2008).

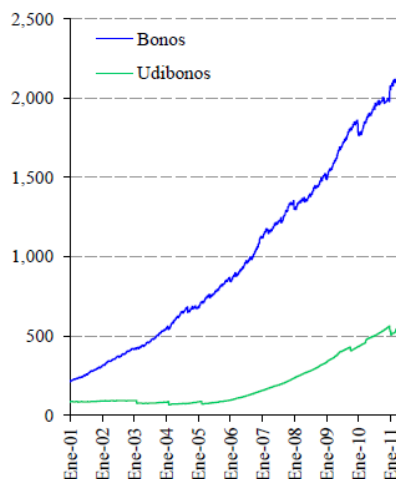
¹²Específicamente se refiere a los montos en circulación de los siguientes instrumentos: CETES, BONDES, BONDES D, UDIBONOS, BONOS, IPAB, BPAS, BPA182, BPAT, BREMS, del 4 de enero de 1999 al 16 de junio de 2011.

Gráfica 1. Monto en Circulación de Valores Gubernamentales
(Miles de Millones de Pesos)



Fuente: Banco de México.

Gráfica 2. Monto en Circulación de Bonos y de Udibonos^{1/}
(Miles de Millones de Pesos)



1/ Bonos se refiere a Bonos M y a Cetes. El monto de los Udibonos normalmente está en unidades de inversión, para fines comparativos se convierte el monto a pesos utilizando el valor de las UDIS correspondiente en cada fecha.

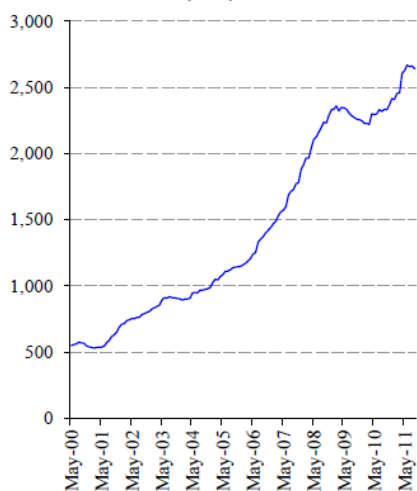
Fuente: Banco de México.

- Adicionalmente, se observa un crecimiento en el vencimiento promedio de la deuda gubernamental (i.e. un aumento en la duración). En particular, en la última década se han desarrollado tanto el mercado primario como el secundario de los bonos gubernamentales con diferentes horizontes de vencimiento. Específicamente, el gobierno mexicano ha emitido bonos a tasa fija con un horizonte de 3 meses desde el año 1978. Adicionalmente, en los últimos años ha tenido la capacidad de emitir bonos a tasa fija para vencimientos mucho más largos. Por ejemplo, posterior a la crisis de 1995, en el año 2000 se emitieron los primeros bonos con un horizonte de vencimiento superior a un año. Los bonos a 30 años se emitieron por primera vez en octubre de 2006.

Por un lado, la extensión en los plazos provee al gobierno con un mayor número de grados de libertad para la emisión, colocación y administración de su deuda, y por ende para la implementación de su política fiscal. Por otro lado, la disponibilidad de los bonos de largo plazo amplía las posibilidades de ahorro de los agentes económicos, es conducente a una mejor administración de los riesgos en la economía y es una útil referencia para la valuación de otros activos. En este contexto, el desarrollo de un mercado de bonos gubernamentales propicia el crecimiento de mercados de instrumentos privados que de otra manera no existirían o al menos, no tendrían la misma profundidad. Al respecto, la Gráfica 3 muestra el plazo promedio (en días) de los valores gubernamentales en México, serie de tiempo que es indicativa de la profundidad del mercado a diferentes

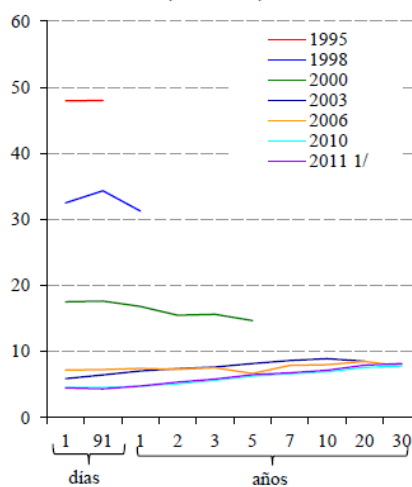
horizontes de vencimiento. Por su parte, la Gráfica 4 muestra la evolución de la curva de rendimientos asociada al mercado de bonos del Gobierno de México en los últimos años (promedios anuales). En la referida gráfica se puede observar el crecimiento del mercado de bonos gubernamentales a diferentes plazos a través de los años.

Gráfica 3. Plazo Promedio del Vencimiento de los Valores Gubernamentales (Días)



Fuente: Banco de México.

Gráfica 4. Evolución de la Curva de Rendimientos para Años Selectos (Por ciento)



1/ Incluye información hasta el 20 de julio de 2011.
Fuente: Valor de Mercado (Valmer).

Asimismo, como se mencionó, una característica esencial en el desarrollo de todo mercado financiero es la capacidad de atraer a inversionistas internacionales. En este contexto, se pueden mencionar las siguientes características del mercado mexicano que han propiciado dicha capacidad: i) la accesibilidad a la información financiera oportuna; y ii) un continuo esfuerzo por la mejora en las políticas económicas y en el desempeño general de su economía.

Considerando lo anterior, México resulta un país relevante para analizar las principales propiedades de la estructura temporal de tasas de interés, ya que el tamaño, el vencimiento promedio y la liquidez del mercado de bonos gubernamentales en México son mayores que los de otros mercados emergentes en América Latina (e.g. véase a Borensztein et al. (2008) y Jeanneau y Tovar, (2006)). Así también México cuenta con un marco institucional favorable para el desarrollo del referido mercado.

En suma, los elementos presentados son evidencia del desarrollo y madurez del mercado de deuda gubernamental en México. Asimismo, las citadas características son parte de la base necesaria para realizar una comparación adecuada entre las tasas de interés asociadas al mercado de bonos gubernamentales en México y las correspondientes propiedades de las tasas de interés en otros mercados financieros maduros en el mundo.

4. Principales Propiedades de la Estructura Temporal de Tasas de Interés de los Bonos del Gobierno Federal

En esta sección se describen las principales propiedades de la estructura temporal de tasas de interés de los bonos del Gobierno Federal. Primero, se hace la distinción entre la referida estructura y la curva de rendimientos con cupón.¹³ Segundo, se presentan las estadísticas básicas de las tasas de interés a diferentes plazos. Tercero, se describe la hipótesis de expectativas y, posteriormente, se procede a hacer las pruebas formales de esta hipótesis.

4.1. La Estructura Temporal de Tasas de Interés y la Curva de Rendimientos con Cupón de Bonos del Gobierno Federal

La estructura temporal de tasas de interés es una medida del valor que los agentes económicos le asignan hoy a pagos nominales, que serán realizados en el futuro para diferentes plazos que, en el caso de que el emisor sea un gobierno, son en principio libres de riesgo crediticio. Más específicamente, la estructura temporal de tasas de interés es la representación gráfica de los horizontes de vencimiento y de las tasas de interés correspondientes, expresadas como si se tratase en todos los plazos de bonos gubernamentales cupón cero, en una fecha determinada. Cabe recordar que un bono cupón cero es un contrato en el cual el emisor (el Gobierno Federal en este caso) se compromete a pagar al tenedor del bono el principal o valor nominal en la fecha de vencimiento. El precio al que se compra el bono se le llama precio de mercado o precio descontado. Asimismo, para cualquier instrumento de deuda existe el riesgo de que su precio de mercado fluctúe a lo largo del tiempo antes de la fecha de vencimiento.

Se denota al precio de mercado de un bono cupón cero en el periodo t y que vence en n periodos, con $P_t(n)$. Sin pérdida de generalidad se supone que dicho bono paga un peso el vencimiento.¹⁴ A la tasa de interés correspondiente a este bono se le denota con $y_t(n)$, por lo que, $P_t(n) = (1 + y_t(n))^{-1}$. En general los bonos de corto plazo no pagan cupón, mientras que los de largo plazo sí pagan cupón. Lo anterior da lugar a la importante distinción entre la estructura temporal de tasas de interés (o curva cupón cero) y la curva de rendimientos (o curva de rendimientos con cupón). La diferencia entre ambas depende de la estructura temporal de los cupones y sus respectivos montos. Cabe mencionar entonces que no obstante dicha distinción, dado un conjunto de bonos, su esquema de cupones correspondientes y sus respectivos precios de mercado, la estructura temporal de tasas de interés y la curva de rendimientos con cupón son dos maneras de presentar la misma información. En el anexo

¹³Al respecto es conveniente señalar que en la literatura los términos no se utilizan de manera uniforme y en ocasiones se intercambian.

¹⁴Si $P_t(n)$ es el precio del referido bono que paga un peso, un bono equivalente salvo que pague F pesos tendría un valor de mercado de $FP_t(n)$.

se tiene una explicación un poco más detallada de la diferencia entre ambos objetos.

4.2. Estadísticas Básicas

Para el presente artículo se estiman los promedios mensuales de las tasas de interés diarias de Valor de Mercado (Valmer) de julio de 2002 a junio de 2011. No se utilizan tasas de interés asociadas a plazos mayores de 10 años, para poder contar con una muestra más grande que contenga bonos de mercados con suficiente liquidez, ya que los bonos a 20 años no se comenzaron a emitir sino hasta octubre de 2003 y los correspondientes a 30 años en octubre de 2006. Aunque los datos para el bono de 10 años están disponibles desde julio de 2001, el periodo de estudio da inicio en julio 2002 con el objeto de evitar que la variabilidad de los datos durante los primeros meses en que se fue desarrollando el mercado secundario para el referido horizonte de vencimiento pudiese afectar de alguna manera a los resultados.

En el Cuadro 1 se presenta la media de las tasas de interés (cupón cero) para cada plazo. Se observa que, en promedio, los niveles de las tasas de interés son crecientes respecto a los vencimientos.¹⁵ Una de las interpretaciones más comunes a esta propiedad es que a los tenedores de bonos nominales de largo plazo se les compensa por los mayores riesgos de liquidez e inflación en los que incurren, y adicionalmente por el hecho de que tienen que esperar más tiempo para obtener el retorno a su inversión.

Plazos	1 mes	3 meses	6 meses	1 año	2 años	3 años	5 años	7 años	10 años
Media	6.66	6.85	7.01	7.18	7.78	8.46	9.81	11.26	13.52
	(0.16)	(0.16)	(0.15)	(0.15)	(0.15)	(0.15)	(0.15)	(0.18)	(0.25)

^{1/} Las tasas de interés utilizadas son los promedios mensuales de las observaciones diarias de julio 2002 a junio 2011. Los errores estándar están entre paréntesis.

Fuente: Cálculos propios con datos de Valor de Mercado (Valmer).

Por otro lado, la Gráfica 5 presenta las series de tiempo de las tasas de interés a plazos seleccionados. De las series de tiempo presentadas en la referida gráfica se pueden señalar varios aspectos entre los que destacan:

1. La tasa de interés de corto plazo guarda una relación con las tasas de interés de mayores plazos, dicha relación va disminuyendo conforme el plazo aumenta. En otras palabras, la correlación de la tasa de interés de corto plazo (1 mes) y las de mediano y largo plazos, disminuye conforme aumenta el horizonte de vencimiento entre las referidas tasas. Dicha disminución se ve reflejada en la disociación del movimiento de las series a lo largo de del tiempo conforme el plazo aumenta.

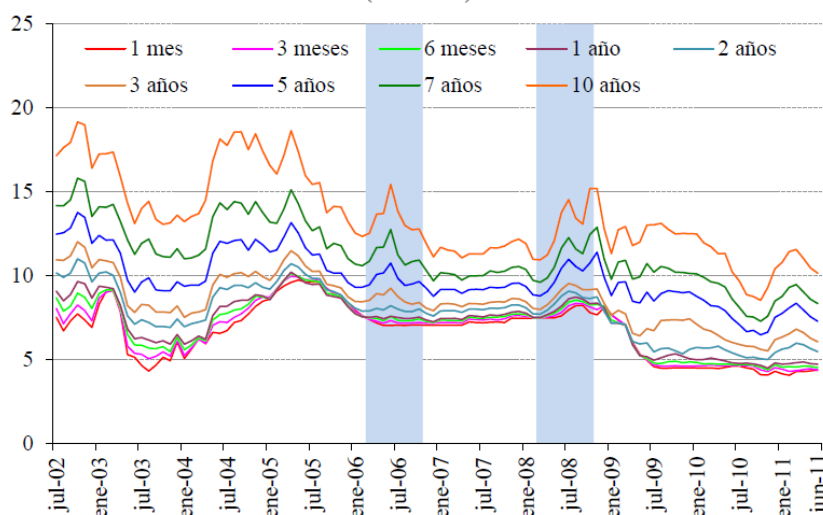
En el Cuadro 2, se tienen las correlaciones: $corr(y(i), y(j))$, de las tasas de interés, para vencimientos $i, j = 1, 2, 3, \dots, 6$ meses, éstas son altas para

¹⁵ Esta propiedad es común en las tasas de interés de otros países tales como las de Estados Unidos y Reino Unido.

las tasas de interés con horizonte de vencimiento cercanos, en particular hasta los 24 meses. No obstante lo anterior, éstas disminuyen a medida que la diferencia entre los plazos aumenta.

- Las tasas de interés asociadas a los plazos más largos (e.g. 5, 7 y 10 años) tienen una dinámica similar entre sí a través del tiempo, reflejo de su alta correlación. Esto es consecuencia de los movimientos sincronizados de las referidas tasas a lo largo de los periodos considerados.

Gráfica 5. Tasas de Interés a Diferentes Plazos ^{1/}
(Por ciento)



^{1/} Las tasas de interés mostradas son los promedios mensuales de las observaciones diarias de julio 2002 a junio 2011.

Fuente: Valor de Mercado (Valmer).

Lo anterior es evidencia congruente con dos hechos: i) además de las tasas de interés de corto plazo, es posible que existan otros factores que jueguen un papel en la determinación de las tasas de largo plazo; y, ii) las tasas de interés con horizontes de vencimiento cercanos son probablemente influenciados por factores económicos comunes.

Cuadro 2. Coeficientes de Correlación de las Tasas de Interés ^{1/}

	1 m	3 m	6 m	1 a	2 a	3 a	5 a	7 a	10 a
1 m	1								
3 m	0.9948	1							
6 m	0.9765	0.9921	1						
1 a	0.9475	0.9716	0.9928	1					
2 a	0.8801	0.9159	0.9546	0.9789	1				
3 a	0.8130	0.8547	0.9041	0.9418	0.9772	1			
5 a	0.7124	0.7604	0.8182	0.8664	0.9229	0.9715	1		
7 a	0.6249	0.6782	0.7416	0.7952	0.8707	0.9314	0.9823	1	
10 a	0.5538	0.6073	0.6701	0.7257	0.8115	0.8850	0.9583	0.9875	1

^{1/} m es/son mes(es), a es/son año(s). Las tasas de interés utilizadas son promedios mensuales de observaciones diarias de julio de 2002 a junio de 2011.
Fuente: Cálculos propios con datos de Valor de Mercado (Valmer).

Así también, considerando la información en el Cuadro 3, se tiene que las tasas de interés asociadas a todos los plazos (presentadas a lo largo de los renglones) muestran altas correlaciones con sus mismos valores rezagados en el tiempo (presentadas a lo largo de las columnas), de uno a seis meses; es decir, la $corr(y_t(n), y_{t+k}(n))$, para $k = 1, 2, 3, \dots, 6$ es alta para los plazos considerados. Lo anterior implica que ante un choque idiosincrático a la tasa de interés en el periodo t , $y_t(n)$, esta misma tasa de interés a través de los periodos $y_{t+1}(n), \dots, y_{t+6}(n)$, se vería afectada. Considerando lo anterior, estas estimaciones son indicativas de dos propiedades:

- Primero, la existencia de persistencia en las tasas de interés, ya que el valor de la tasa de interés en un periodo t está correlacionada con el valor de la referida tasa en el periodo $t + k$ para $k = 1, 2, 3, \dots, 6$.
- Segundo, existen importantes relaciones a través del tiempo entre las tasas de interés de diferentes plazos, lo cual es consecuencia de las altas correlaciones y las auto-correlaciones de las mismas.

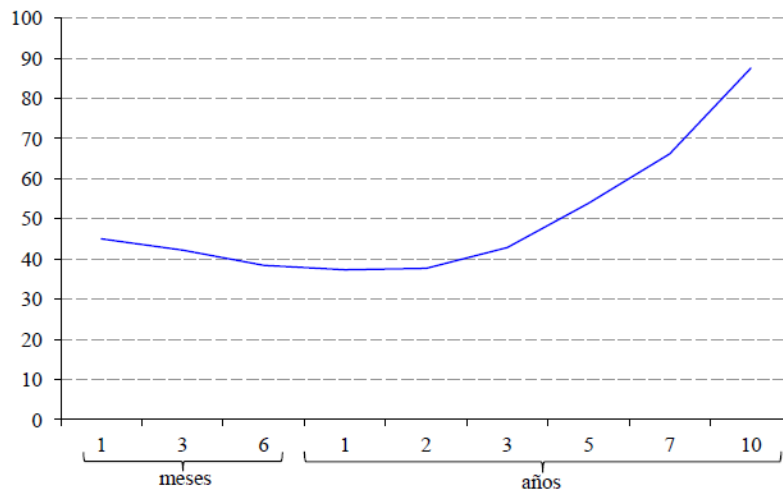
Así, las tasas de interés que forman parte de la referida estructura guardan una estrecha relación a lo largo de los diferentes plazos y a su vez a través del tiempo.

	(t-1) m	(t-2) m	(t-3) m	(t-4) m	(t-5) m	(t-6) m
1 m	0.9623	0.9069	0.8431	0.7710	0.7063	0.6360
3 m	0.9665	0.9189	0.8640	0.7976	0.7342	0.6625
6 m	0.9711	0.9288	0.8814	0.8206	0.7552	0.6820
1a	0.9717	0.9286	0.8823	0.8238	0.7578	0.6857
2a	0.9715	0.9254	0.8821	0.8302	0.7683	0.7002
3a	0.9598	0.8982	0.8442	0.7846	0.7176	0.6455
5a	0.9425	0.8626	0.8089	0.7520	0.6708	0.5860
7a	0.9394	0.8631	0.8199	0.7809	0.7190	0.6521
10a	0.9412	0.8622	0.8098	0.7633	0.6907	0.6146

^{1/} Los rezagos van de 1 a 6 meses. **m** es/son mes(es), **a** es/son año(s). Las tasas de interés utilizadas son los promedios mensuales de las observaciones diarias de julio de 2002 a junio de 2011.
Fuente: Cálculos propios con datos de Valor de Mercado (Valmer).

Complementariamente, la Gráfica 6 exhibe las desviaciones estándar de los cambios de las tasas de interés, $D.E.(y_t(n) - y_{t-1}(n))$, en donde es claro, primero, el repunte de la desviación estándar que refleja la variabilidad de los cambios de las tasas de interés a corto plazo en 45 puntos base, segundo, la forma de u con un mínimo de 38 puntos base y, tercero, la tendencia creciente a partir de los vencimientos mayores a 2 años, con un máximo en el vencimiento de 10 años con aproximadamente 88 puntos base.

Gráfica 6. Desviaciones Estándar de las Diferencias de las Tasas de Interés
(Puntos base)



Fuente: Cálculos propios con datos de Valor de Mercado (Valmer).

En suma, las estadísticas presentadas proveen una descripción general del comportamiento de las tasas de interés a diferentes plazos. Al respecto es conveniente hacer énfasis en tres puntos:

1. Las correlaciones favorecen la hipótesis de que existen componentes comunes en los movimientos de las tasas de interés a diferentes plazos.
2. Las tasas de interés consideradas presentan en general persistencia a lo largo de tiempo.
3. A la luz de las correlaciones de las tasas de interés a diferentes plazos, existe una asociación de la tasa de interés de corto plazo con el resto de la estructura temporal de tasas de interés.

4.3. Hipótesis de Expectativas

A lo largo de varios años se utilizó la hipótesis de expectativas como el caballo de batalla para el análisis de la estructura temporal de tasas de interés.¹⁶ Su uso se debió en gran medida a que dicha hipótesis facilita la estimación de la estructura temporal de tasas de interés. Esencialmente esta hipótesis afirma que la tasa de largo plazo es igual al promedio esperado de las tasas de interés de corto plazo futuras. Formalmente, la referida hipótesis establece la siguiente igualdad:

$$y_t(n) = E_t(y_t(1) + y_{t+1}(1) + y_{t+2}(1) + \dots + y_{t+n-1}(1))/n + K_1 \quad (1)$$

¹⁶ Cabe mencionar que la hipótesis de expectativas no es equivalente al supuesto de expectativas racionales.

para toda n . Donde K_1 es una constante que se interpreta como una prima por riesgo de reinversión. E_t es la expectativa condicional a la información disponible al tiempo t , usualmente denotada como $E(I_t)$, donde I es el conjunto de información al tiempo t respecto al cual se estima dicha esperanza. Así, si se cuenta con un modelo de la tasa de interés de corto plazo, por ejemplo, uno auto-regresivo, la obtención de las tasas de interés a mayor plazo es directo.

Dicha hipótesis significa que en promedio, es equivalente, por un lado, invertir n periodos en un bono con un vencimiento de n periodos (rendimiento expresado en el lado izquierdo de (1)); que por otro lado, invertir por un periodo en un bono con vencimiento a un periodo y reinvertir los recursos en un bono idéntico el siguiente periodo, repitiendo la operación $n - 1$ veces, más una prima por riesgo constante K_1 (lado derecho de (1)). Es importante señalar que al repetir la operación los rendimientos en periodos posteriores no están garantizados (en t) por lo que involucran riesgo de reinversión.

La hipótesis de expectativas tiene un conjunto de implicaciones que pueden utilizarse para analizar el alcance de su validez. Entre ellas se tiene que un aumento en la tasa de interés con un plazo n , $y_t(n)$, sin cambios en la tasa de interés de corto plazo, $y_t(1)$, debe de ser seguido, en promedio, en los periodos $t + 1, t + 2, \dots, t + n - 1$, por un aumento en las tasas de interés de corto plazo; es decir, $y_{t+1}(1), y_{t+2}(1), \dots, y_{t+n-1}(1)$. Para explorar esta implicación, se consideran las series de tiempo de las tasas de interés con horizonte de vencimiento entre 1 mes y 10 años (Gráfica 5).

En suma, es posible observar que el comportamiento de las tasas de interés en ciertos lapsos se acerca a una de las implicaciones de la hipótesis de expectativas. Específicamente, si las tasas de interés de mayor plazo aumentan respecto a las de corto plazo, las tasas de interés de corto plazo se incrementan posteriormente. Esto se ilustra en la Gráfica 5, específicamente en el área sombreada derecha, alrededor del mes de junio de 2008. No obstante, existen otros lapsos en los cuales esta misma implicación no se sostiene. Por ejemplo, alrededor de mayo de 2006, véase el área sombreada izquierda (Gráfica 5). En dicho caso, las tasas de interés de largo plazo aumentan y, sin embargo, las de corto plazo de los siguientes periodos permanecen básicamente constantes. Naturalmente, aunque lo anterior no es una prueba formal, sí provee indicios en contra de la hipótesis de expectativas para el caso de México.

4.4. Pruebas de la Hipótesis de Expectativas

A la luz de lo anterior, a continuación se provee evidencia formal en contra de la hipótesis de expectativas en México. Antes de proveer dicha evidencia, se definen dos conceptos ampliamente utilizados en la literatura de valuación de bonos.

- Primero, el rendimiento por la tenencia a lo largo de un periodo de un bono con vencimiento n . Este rendimiento se obtiene al comprar un bono con vencimiento n en el periodo t y posteriormente venderlo en el periodo $t + 1$, en el cual su vencimiento es dentro de $(n - 1)$ periodos, formalmente

se define: $hpr_{t+1}(n) = \log\left(\frac{P_{t+1}(n-1)}{P_t(n)}\right)$. Cabe señalar que esta cantidad no es conocida sino hasta el periodo $t + 1$.¹⁷

- Segundo, la tasa forward en t de n a $(n+1)$ es la tasa de interés que se puede garantizar en el periodo t para ser obtenida del periodo $(t+n)$ al $(t+n+1)$. Esta tasa se puede definir como: $f_t^{(n \rightarrow n+1)} = y_t(n) \times n - y_t(n+1) \times (n+1)$.

Las siguientes dos igualdades son equivalentes a la hipótesis de expectativas:

$$E_t(hpr_{t+1}(n)) = y_t(1) + K_2, \quad (\text{primas de riesgo constantes}) \quad (2)$$

$$E_t(y_{t+n}(1)) = f_t^{(n \rightarrow n+1)} + K_3, \quad (\text{no predicibilidad de tasas de interés}) \quad (3)$$

para toda n , donde K_2 y K_3 son constantes y, análogamente, se interpretan como primas de riesgo.¹⁸

Intuitivamente, la ecuación (2) se interpreta como que, en promedio, se debe de obtener el mismo rendimiento al invertir por un periodo en cualquiera de los bonos *independientemente* de su plazo de vencimiento, salvo por una constante que se interpreta como una prima de riesgo.

Análogamente, la intuición de la ecuación (3) es que, la tasa de interés que se puede asegurar del periodo $(t+n)$ al periodo $(t+n+1)$ (i.e. la tasa forward), es igual, en promedio, a la tasa de interés del bono adquirido en $(t+n)$ con vencimiento de un periodo, salvo por una constante que se interpreta como una prima de riesgo.^{19,20}

Una vez hechas las definiciones se procede a explorar dos de las implicaciones centrales de la hipótesis de expectativas.

4.4.1. Primas de Riesgo

El concepto de primas de riesgo en este contexto se refiere al rendimiento en exceso por la tenencia de un bono con vencimiento n a lo largo de un periodo, de la tasa de interés a un periodo; es decir, $hpr_{t+1}(n) - y_t(1)$. Como se argumenta en la sección anterior, la hipótesis de expectativas implica que su expectativa condicional debe de ser constante a través del tiempo y para toda n . Para ver lo

¹⁷Las siglas de *hpr* se derivan de la frase en inglés “*holding period return*”.

¹⁸De hecho las referidas igualdades son equivalentes a la hipótesis de expectativas. Para una demostración véase Cochrane (2005).

¹⁹Nótese que las esperanzas son condicionales a la información al tiempo t .

²⁰Cabe mencionar tres puntos adicionales. Primero, las constantes K_1 , K_2 y K_3 no son iguales, pero guardan relaciones entre ellas. Segundo, la hipótesis de expectativas se puede definir en niveles o en logaritmos. La discrepancia entre las dos está dada por la desigualdad de Jensen. Por lo anterior, haciendo uso de tasas de interés cercanas a cero, como es el caso en los datos utilizados en el presente artículo, la diferencia entre ambos enfoques no es significativa. Para fines de este documento, se utiliza la definición sobre logaritmos. Tercero, bajo neutralidad al riesgo se tiene la hipótesis de expectativas. No obstante, la hipótesis de expectativas no es una condición suficiente para obtener neutralidad al riesgo de los agentes.

anterior, se puede reescribir a la ecuación (2) como $E_t(hpr_{t+1}(n) - y_t(1)) = K_2$, y al tomarse nuevamente la esperanza se tiene que:^{21,22}

$$E(hpr_{t+1}(n) - y_t(1)) = K_2 \quad (4)$$

Por lo anterior, como una de las implicaciones de la hipótesis de expectativas se obtiene que la esperanza *no condicional* del rendimiento por la tenencia de un bono a lo largo de un periodo en exceso de la tasa de interés a un periodo es constante a lo largo de todos los periodos y para cualquiera plazo n . Esta ecuación es la que precisamente se estima a continuación. La intuición de la ecuación (4) es que en promedio no debería importar el plazo n del bono en el que se invierta por un periodo, el rendimiento sobre la tasa de interés a un periodo debe de ser el mismo en cualquier periodo t . En otras palabras los bonos gubernamentales considerados son sustituibles. Con el objetivo de evaluar la ecuación (4), el Cuadro 4 presenta las estimaciones de las expectativas de las primas de riesgo por tenencia a lo largo de un mes, para bonos con vencimientos de $n = 1$ mes, 3 meses, . . . y 10 años (siendo más específico, para cada plazo se calcula el lado izquierdo de la ecuación (4)). Es claro que éstas aumentan conforme los vencimientos se incrementan y, centralmente, que dichas expectativas son significativamente distintas entre sí, lo que provee evidencia en contra de la referida hipótesis.

(%)n	1 m	3 m	6 m	1a	3a	5a	7a	10a
E(hpr(n)-y(1))	-	0.42	0.76	1.26	3.43	5.29	9.34	14.15
e.e.	-	(0.08)	(0.19)	(0.39)	(0.82)	(1.43)	(3.05)	(5.27)

¹ 1 m es/son mes(es), a es/son año(s). e.e. denota los errores estándar, los cuales están entre paréntesis. $\bar{E}(x)$ denota la esperanza no condicional de x .

Por otro lado, también es relevante analizar las implicaciones de la ecuación $E_t(hpr_{t+1}(n) - y_t(1)) = K_2$ bajo un modelo de expectativa *condicional*. En este contexto, en el Cuadro 5 se presentan las estimaciones de la siguiente regresión:

$$hpr_{t+1}(n) - y_t(1) = a + b(f_t^{(n \rightarrow n+1)} - y_t(1)) + e_{t+1}$$

donde e_{t+1} tiene una distribución normal con media condicional en t , de 0. Si las estimaciones de los coeficientes de las b 's son significativamente diferentes de 0 para alguno de los valores de n , se tendría evidencia en contra de la ecuación (2). En otras palabras, la hipótesis de expectativas implica que ninguna serie de tiempo tiene contenido informativo útil para la predicción de los rendimientos por la tenencia de bonos.²³ En este artículo se establece el resultado en una

²¹ Formalmente, para llegar a esta conclusión se utiliza la ley de las esperanzas iteradas.

²² También se podría explorar el comportamiento de $E_t(hpr_{t+1}(n) - y_t(1))$ con un modelo de la expectativa condicional.

²³ Es conveniente señalar que este modelo no es el único para estudiar dicha implicación. Otra regresión de la forma $hpr_{t+1}(n) - y_t(1) = a + bx_t + e_{t+1}$ donde x_t es cualquier variable conocida en el periodo t , es válida para explorar la expectativa condicional.

forma más general que las estimaciones presentadas en el Cuadro 4, y extiende parte de los resultados obtenidos en Cortés et al. (2009).²⁴

Es directo el hecho de que la regresión anterior implica que:

$$E_t(hpr_{t+1}(n) - y_t(1)) = a + b(f_t^{(n \rightarrow n+1)} - y_t(1))$$

Considerando a los resultados exhibidos en el Cuadro 5 se tiene que, primero, las estimaciones de b para $n = 1$ y $n = 4$ son significativamente diferente de cero, lo cual también es evidencia en contra de la hipótesis de expectativas. Segundo, dadas las bajas estimaciones de las R^2 (ajustadas) es directo el hecho de que la serie $f_t^{(n \rightarrow n+1)} - y_t(1)$ no contiene información útil para la caracterización de las primas de riesgo; por lo mismo, un objetivo plausible es encontrar variables económicas con las cuales se cuente con una caracterización de las expectativas de las primas de riesgo a través del tiempo.

Cuadro 5. Estimación de la Regresión de Predicibilidad ^{1/}					
$hpr_{t+1}(n) - y_t(1) = a + b(f_t^{(n \rightarrow n+1)} - y_t(1)) + e_{t+1}$					
n	a	e.e.(a)	b	e.e.(b)	R²
1	0.16	0.06	0.36	0.23	0.0128
4	0.43	0.21	0.47	0.27	0.0179
8	0.73	0.39	0.37	0.41	-0.0016
12	1.47	0.66	-0.04	0.54	-0.0095
16	2.36	0.98	-0.13	0.54	-0.0089
20	2.89	1.37	0.02	0.56	-0.0095
24	2.93	1.92	0.27	0.66	-0.0080

^{1/} Las R^2 son ajustadas. e.e. son los errores estándar. El periodo de tiempo es mensual. Estimaciones realizadas con mínimos cuadrados ordinarios.

4.4.2. Predicibilidad de las Tasas de Interés

Una implicación adicional de la hipótesis de expectativas, es analizar si las tasas de interés tienen información para predecir las tasas de interés en el futuro. Dicho resultado se puede obtener a partir de la igualdad (3), para el cual se plantea una regresión que mide el contenido de predicibilidad de las tasas de interés. Retomando a la ecuación (3): $E_t(y_{t+n}(1)) = f_t^{(n \rightarrow n+1)} + K_3$, se tiene que si se resta la tasa de corto plazo $y_t(1)$ en ambos lados de la ecuación de manera directa se obtiene la siguiente ecuación.

En esta ecuación la inclusión de la tasa de interés ($y_t(1)$) dentro de la expectativa condicional se debe a que en el periodo t , dicha tasa es conocida y por lo tanto constante.

$$E_t(y_{t+n}(1) - y_t(1)) = f_t^{(n \rightarrow n+1)} - y_t(1) + K_3 \quad (5)$$

De cumplirse la hipótesis de expectativas, los cambios en la tasa forward respecto a la tasa de interés de corto plazo (es decir el lado derecho de (5))

²⁴Cortés et al. (2009) estiman la esperanza no condicional de las primas, que al no ser constante para toda n , implica que la hipótesis de expectativas no se cumple. La estimación presentada en este artículo es sobre la esperanza condicional de las primas de riesgo, la cual es equivalente a la hipótesis de expectativas.

tendría información sobre el comportamiento de los cambios en la tasa de corto plazo en los siguientes periodos, lado izquierdo de (5). Ahora bien, si se considera la regresión:

$$y_{t+n}(1) - y_t(1) = a + b(f_t^{(n \rightarrow n+1)} - y_t(1)) + e_{t+n}$$

donde e_{t+n} tiene una distribución con media condicional en t , de 0. Al tomarse la expectativa, condicional a la información en el periodo t , de ambos lados se llega a que:

$$E_t(y_{t+n}(1) - y_t(1)) = a + b(f_t^{(n \rightarrow n+1)} - y_t(1))$$

Por lo anterior, el que b sea significativamente diferente de 1 daría evidencia en contra de la hipótesis de expectativas. En este contexto, el Cuadro 6 muestra el resultado de las estimaciones de las regresiones anteriores para el caso particular de las tasas de interés asociadas a bonos gubernamentales en el mercado mexicano.

Cuadro 6. Estimación de la Regresión de Predicibilidad ^{1/}					
$y_{t+n}(1) - y_t(1) = a + b(f_t^{(n \rightarrow n+1)} - y_t(1)) + e_{t+n}$					
n	a	e.e.(a)	b	e.e. (b)	R²
1	-0.16	0.06	0.64*	0.23	0.0585
4	-0.62	0.13	0.94	0.17	0.2333
8	-0.70	0.21	0.66*	0.21	0.0811
12	-1.11	0.29	0.77	0.23	0.1001
16	-1.78	0.33	0.93	0.18	0.2208
20	-2.44	0.37	0.96	0.15	0.3135
24	-3.20	0.37	1.07	0.13	0.4387

^{1/} Las R² son ajustadas. e.e. son los errores estándar. El periodo de tiempo es mensual.

Estimaciones realizadas con mínimos cuadrados ordinarios.

*Coeficientes estadísticamente diferentes de 1.

A la luz de las estimaciones en el referido cuadro es conveniente mencionar lo siguiente:

1. Existe evidencia en contra de la hipótesis de expectativas, específicamente para $n = 1$ y $n = 8$, las estimaciones de b son significativamente diferentes de 1, en línea con el resultado de la sección anterior y otros estudios.²⁵
2. Conforme el horizonte n se incrementa, la estimación de b aumenta y es más cercana a la unidad.²⁶ Así, las desviaciones que presenta la dinámica de las tasas de interés respecto a la hipótesis de expectativas son similares a las observadas en las tasas de interés en Estados Unidos, en lo que se refiere al comportamiento de los estimadores de b .²⁷

²⁵ Por ejemplo véase, Castellanos y Camero (2002) y Cortés et al. (2009).

²⁶ Estos resultados son similares a los presentados por Cochrane (2005), para datos del mercado en Estados Unidos, en cuanto al comportamiento de las estimaciones de las b . Con la salvedad que Cochrane (2005) utiliza periodos anuales.

²⁷ Tampoco se cumple en el mercado de bonos gubernamentales en Estados Unidos. Véase, por ejemplo, para el caso mexicano a Cortés et al. (2009) y para el caso de los Estados Unidos a Fama y Bliss (1987).

5. Hechos Estilizados

Una vez que se ha mostrado un conjunto de pruebas como evidencia en contra de la hipótesis de expectativas, una posible generalización es considerar que las primas de riesgo que dicha hipótesis supone como constantes varían en el tiempo. En este contexto, es central entender la relación que guarda la estructura temporal de tasas de interés con algunas variables macroeconómicas. Lo anterior es consecuencia de que las referidas primas potencialmente son función de estas variables. Así, el análisis de los hechos estilizados de la estructura temporal de tasas de interés consta de dos partes:

1. La descomposición de las tasas de interés haciendo uso de la metodología de análisis de componentes principales, con el objetivo de conocer los movimientos más comunes de la estructura temporal de tasas de interés, así como la caracterización de los mismos.
2. Centralmente, se analiza la relación entre los referidos movimientos de la estructura temporal de tasas de interés y algunas variables macroeconómicas relevantes en la conducción de la política monetaria.

5.1. Análisis de Componentes Principales

La descomposición de un conjunto de datos haciendo uso del análisis de componentes principales es útil porque permite resumir a los referidos datos en un conjunto de menor dimensión. Asimismo, en diferentes instancias dicho análisis facilita la interpretación de los datos.²⁸ Específicamente, esta metodología permite reescribir a la estructura temporal de tasas de interés de un periodo dado, como la suma de su promedio (i.e. la expectativa) y de diferentes vectores a los cuales se les da una importancia distinta dependiendo de la varianza relativa de cada uno de ellos.

Considerando lo anterior, si se tiene a la estructura temporal de tasas de interés en el periodo t , $y_t = [y_{t,1m}, y_{t,3m}, \dots, y_{t,10a}]^T$, entonces por la técnica de componentes principales es posible obtener un conjunto de vectores v_1, v_2, \dots y v_n y un conjunto de números $\alpha_{t,1}, \alpha_{t,2}, \dots$ y $\alpha_{t,n}$ tal que se puede expresar a y_t como su expectativa y la suma de los referidos vectores ponderados por los números correspondientes, más específicamente,

$$y_t = E(y_t) + \alpha_{t,1}v_1 + \alpha_{t,2}v_2 + \dots + \alpha_{t,n}v_n$$

Cabe recordar que si se tiene que v es un vector: $v = (v_1, \dots, v_n)^T$ y α un número, entonces la multiplicación de ambos elementos se define como: $\alpha v = (\alpha v_1, \dots, \alpha v_n)^T$, cada una de las entradas del vector es multiplicada por el referido número. Así, cada $\alpha_{t,i}$ le da diferente importancia a su respectivo vector v_i . Específicamente, los números $\alpha_{t,1}, \alpha_{t,2}, \dots, \alpha_{t,n}$ tienen la característica de que la varianza de $\alpha_{t,i}$ es mayor a la varianza de $\alpha_{t,i+1}$, para toda i . Por lo anterior, la importancia relativa de los vectores v_1, v_2, \dots y v_n decrece a lo largo

²⁸Por ejemplo, véase Jackson (1988).

del subíndice $i = 1, 2, 3, \dots, n$. Bajo este marco de análisis, a los vectores v_i se les conoce como vectores propios, a los números $\alpha_{t,i}$ como coeficientes y a los vectores $\alpha_{t,i}v_i$ como componentes principales, que resulta ser la proyección de y_t en v_i .²⁹

En este contexto, el Cuadro 7 presenta el porcentaje de las varianzas de la estructura temporal de tasas de interés que es explicada por cada uno de los componentes. La tasa a la que disminuyen las varianzas depende de los datos.³⁰ Un punto que es conveniente mencionar es que en el caso de la estructura temporal de tasas de interés la varianza explicada decrece tal que los primeros dos componentes son suficientes para describir más del 98.8% de la varianza total. Por lo anterior, se tiene que una aproximación a la referida estructura que hace uso de los primeros dos componentes principales, $y_t \cong E(y_t) + \alpha_{t,1}v_1 + \alpha_{t,2}v_2$, es adecuada.

Cuadro 7. Varianza Explicada por los Componentes Principales (Por ciento al cuadrado)

Vector Propio	Varianza	Varianza Acumulada
1	0.8597	0.8597
2	0.1291	0.9888
3	0.0076	0.9964
4	0.0015	0.9979
5	0.0009	0.9988
6	0.0006	0.9994
7	0.0005	0.9999
8	0.0001	1.0000
9	0.0000	1.0000

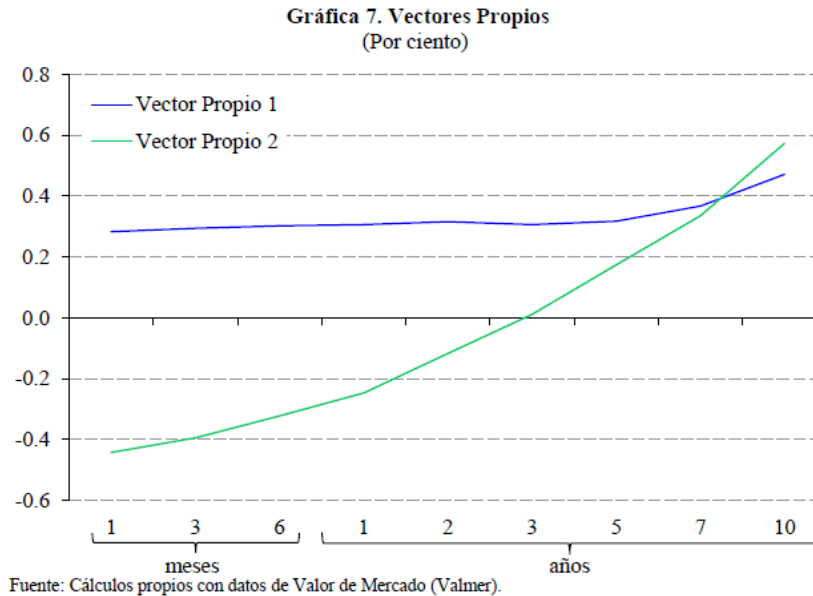
Fuente: Cálculos propios con datos de Valor de Mercado (Valmer).

En el caso particular de la estructura temporal de tasas de interés, la interpretación de los vectores, v_1 y v_2 , en la literatura normalmente se asocia, primero, con el “nivel” y, segundo, con la “pendiente”. Dichas interpretaciones se deben precisamente a las formas gráficas del vector v_1 , una línea esencialmente horizontal, y a la del vector v_2 , básicamente una línea con pendiente positiva. Estos vectores se presentan en la Gráfica 7. Así por ejemplo, al $\alpha_{t,1}$ aumentar, el vector $\alpha_{t,1}v_1$ sube su “nivel”, lo cual se ve reflejado en y_t debido a que $y_t \cong E(y_t) + \alpha_{t,1}v_1 + \alpha_{t,2}v_2$, lo cual conlleva a que la estructura y_t aumente de manera “paralela”. Por su parte, si $\alpha_{t,2}$ aumenta, es conducente a que el

²⁹Una posible manera para obtener a los vectores v_1, v_2, \dots y v_n es descomponer a la matriz de varianzas y covarianzas de la tasas de interés, $Var(y_t) = \Sigma = VDVT$, donde las columnas de V , v_1, v_2, \dots y v_n , son los vectores propios de Σ y la matriz diagonal D tiene como entradas a los valores propios de Σ . Adicionalmente, $\alpha_{t,i}$ es la magnitud de la proyección de $y_t - E(y)$ en v_i .

³⁰No obstante, el hecho de que las varianzas decrezcan se obtiene por construcción de la metodología de los componentes principales.

vector $\alpha_{t,2}v_2$ se desplace, afectando positivamente a la pendiente de y_t vía la relación $y_t \cong E(y_t) + \alpha_{t,1}v_1 + \alpha_{t,2}v_2$.



Considerando lo anterior, la mayor parte de la varianza de los movimientos de las tasas de interés alrededor de su media, $y_t \cong E(y_t) + \alpha_{t,1}v_1 + \alpha_{t,2}v_2$, está dada por variaciones en el “nivel” v_1 determinado en el periodo t por el coeficiente $\alpha_{t,1}$ y por las variaciones de la “pendiente” v_2 cuya influencia está medida en el periodo t por el coeficiente $\alpha_{t,2}$. En otras palabras, el restringir a la estructura temporal de tasas de interés a solamente tener movimientos en “nivel” y en “pendiente”, es suficiente para describir la mayoría de los desplazamientos de la referida estructura.³¹

Al considerar la Gráfica 8 se puede confirmar la interpretación que se le ha dado a los componentes principales. En la referida gráfica se presentan los coeficientes $\alpha_{t,1}$ y a $\alpha_{t,2}$, junto con el nivel y la pendiente obtenidos directamente de las tasas de interés.³²

- El nivel se puede capturar con un promedio de la estructura temporal de tasas de interés; una medida utilizada en la literatura es el promedio de la

³¹Como corolario a este resultado, se tiene que una cobertura para un portafolio de bonos basada únicamente en la duración es razonable como una primera aproximación. Precisamente porque este tipo de coberturas asume que los cambios en la estructura temporal de tasas de interés solamente son en el “nivel”. No obstante, las estimaciones presentadas sugieren que tomar en cuenta el segundo componente para realizar la cobertura resultaría en una mejora en la misma.

³²Los diagramas en la Gráfica 8 tienen diferentes escalas en los ejes verticales opuestos, en virtud de que en el análisis de componentes principales se restan las medias de las variables previo al análisis.

tasa de interés de corto plazo y la de largo plazo, en este caso en particular, las tasas de interés asociadas a los plazos de 3 meses y 10 años, así,

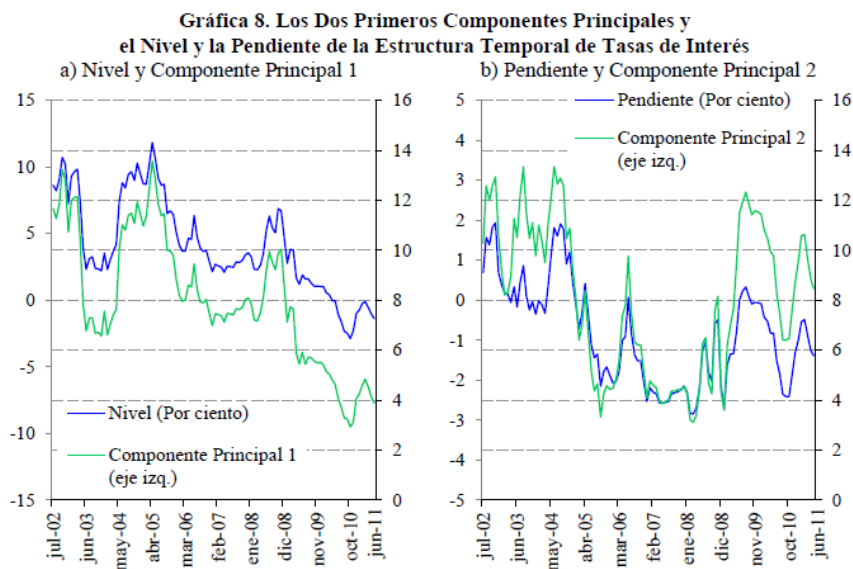
$$\alpha_{t,1} = \frac{(y_t(3) + y_t(120))}{2} \quad (\text{nivel})$$

Este indicador de nivel y el primer componente principal tienen una correlación de 0.96 durante el periodo de estudio (Gráfica 8a).

- La pendiente de la estructura temporal de tasas se puede capturar con la diferencia entre la tasa de interés a largo plazo y la tasa de interés a corto plazo, en este caso en particular, las tasas de interés asociadas a los plazos de 3 meses y 10 años son utilizadas, así,

$$\alpha_{t,2} = (y_t(120) - y_t(3)) \quad (\text{pendiente})$$

La pendiente y el segundo componente principal tienen una correlación de 0.85 (Gráfica 8b).



Fuente: Cálculos propios con datos de Valor de Mercado (Valmer).

En suma, los desplazamientos de la estructura temporal de tasas de interés se explican en su mayor parte por las variaciones en su nivel. Por otro lado, esencialmente el resto de las variaciones de la estructura temporal de tasas de interés se explica por cambios en su pendiente. Al respecto, es relevante mencionar que los ejercicios sobre la descomposición de las tasas de interés utilizando el análisis de los componentes principales son análogos a otros hechos con las tasas de interés del mercado mexicano así como al caso del mercado

americano.³³ Adicionalmente, la caracterización de los desplazamientos provista por dicho análisis es de utilidad ya que facilita el análisis de la relación entre éstos y las variables macroeconómicas.

5.2. La Estructura Temporal de Tasas de Interés del Gobierno y su Relación con Algunas Variables Macroeconómicas

Algunas de las estadísticas estimadas en las secciones anteriores, sugieren que posiblemente exista una relación entre la estructura temporal de tasas de interés y algunas variables macroeconómicas. En este contexto, es deseable que las citadas relaciones tengan un fundamento económico. Asimismo, es muy posible que estas relaciones sean detectadas con mayor facilidad haciendo uso de los componentes de baja frecuencia de dichas variables macroeconómicas. Así, las series de tiempo estudiadas a continuación se suavizan (estimando su promedio móvil con una ventana de seis meses centrada). Lo anterior es precisamente con el fin de extraer los componentes de baja frecuencia de dichas series.

A continuación se analizan las relaciones entre los dos componentes principales que caracterizan a los movimientos de la estructura temporal de tasas de interés; es decir, los componentes asociados al nivel y a la pendiente, y dos de las principales variables macroeconómicas: la tasa de interés a un mes y la brecha del producto (haciendo uso del indicador mensual del IGAE para su estimación).

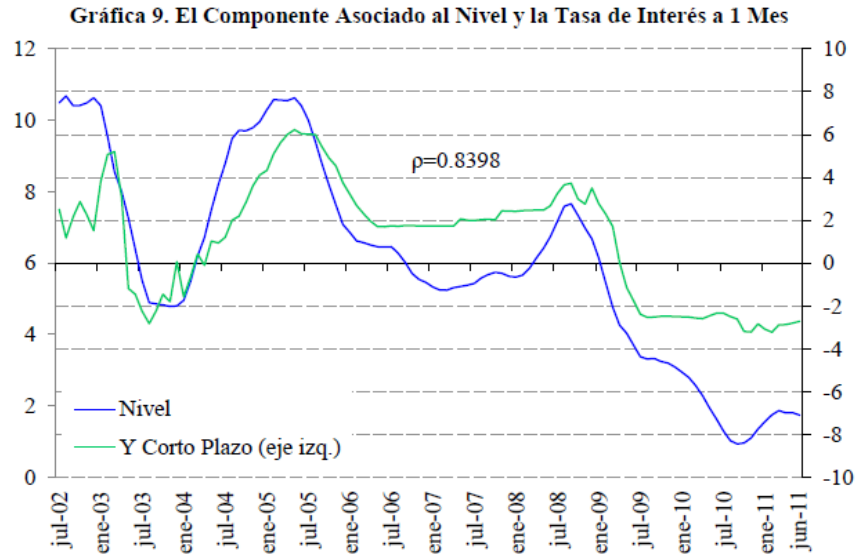
Primero, para la conducción de la política monetaria es de relevancia que los movimientos en la tasa de interés de corto plazo se transmitan a las de mayor plazo, dado que éstas son las que en gran medida influyen en las decisiones de consumo y ahorro de los hogares y empresas. Por lo tanto, sería deseable que el nivel promedio de todas las tasas de interés de la estructura temporal de tasas, estuviera fuertemente relacionado con la tasa de interés de corto plazo, que es sobre la que tiene mayor influencia la autoridad monetaria. De ser este el caso, se tiene que las acciones de política monetaria que lleva a cabo el Banco Central, no se diluyen a lo largo de la estructura temporal de tasas, sino por el contrario lograrían los efectos deseados en la economía por la autoridad monetaria al aumentar o disminuir las tasas de interés a los diferentes plazos.

De manera más específica, las tasas de interés de mayor plazo constan de dos componentes, el real que se rige entre otros factores por movimientos de baja frecuencia (e.g. productividad, tecnología, etc.) y no es influenciado por la política monetaria (i.e. neutralidad del dinero en el largo plazo), y el componente puramente nominal (el cual a su vez consta de dos partes: la expectativa de inflación más una prima de riesgo inflacionario, ambas asociadas a un mismo plazo). Así, el hecho de que la tasa de interés de corto plazo esté estrechamente relacionada con el nivel de la estructura temporal de tasas, sería evidencia favorable a que las expectativas de inflación estén ancladas. Lo anterior debido a que la política monetaria está en gran medida asociada a las variaciones del

³³Véase Litterman y Scheinkman (1991) para el caso de Estados Unidos y a Cortés et al. (2009) para el caso de México.

componente nominal de las tasas de interés de largo plazo. Por el contrario, si fuese el caso de que las expectativas de inflación no estuviesen ancladas, los desplazamientos en la tasa de interés de corto plazo no tendrían una relación cercana con las de mediano y largo plazo y, por consiguiente, con el componente nominal de las mismas.

A la luz de lo anterior, una correlación estimada de 0.84 entre la tasa de interés de corto plazo y el componente asociado al nivel de la estructura temporal de tasas de interés es congruente con una alta relación positiva entre las referidas variables. Complementariamente, considérese a la dinámica de dichas variables (Gráfica 9). Por el argumento en el párrafo anterior, este resultado es evidencia favorable a que las expectativas de inflación estén ancladas.³⁴ Asimismo, lo anterior es congruente con la estabilidad y el anclaje de las expectativas de inflación de largo plazo.



Fuente: Cálculos propios con datos de Valor de Mercado (Valmer) y Banco de México.

Por su parte, los desplazamientos de la pendiente de la estructura temporal de tasas de interés a lo largo del ciclo económico también se relacionan con variables macroeconómicas.³⁵ Específicamente, el indicador de la brecha del producto (haciendo uso del indicador mensual del IGAE para su estimación) tiene un movimiento a la par del ciclo económico. Cuando la economía se encuentra

³⁴ Adicionalmente, Cortés et al. (2009) documentan una correlación positiva entre el nivel de la estructura temporal de tasas de interés y la compensación por inflación a 10 años, estimando 0.7, por lo tanto, la tasa de interés de corto plazo también tiene una alta correlación con la compensación por inflación a largo plazo.

³⁵ Los datos reportados llegan hasta el mes de mayo de 2011, dado en que este es el último mes para el cual se contaba con una estimación de la brecha del producto con el indicador del IGAE.

saliendo de una recesión, es decir, cuando la brecha del producto es negativa pero se encuentra creciendo, se espera que la tasa de interés de corto plazo esté en niveles relativamente bajos y la tasa de interés de largo plazo esté en niveles relativamente altos, presentando la estructura temporal de tasas de interés un empinamiento.³⁶

Una tasa de interés de corto plazo baja se explica por una política monetaria expansiva por parte de la autoridad monetaria durante un periodo recesivo, mientras que el mayor nivel de la tasa de interés de largo plazo resulta del alza en el componente real de la referida tasa debido a que los agentes en la economía tienen una mejor perspectiva de crecimiento económico en un futuro periodo, en comparación al periodo presente. Teniendo como objetivo suavizar su consumo, los agentes piden prestado a un mayor plazo. No obstante, dado que no es posible que todos los agentes en el agregado puedan realizar la misma acción, el componente real de las tasas de interés nominales tiene que aumentar para que el mercado de ahorro llegue a un equilibrio. Así, sería de esperarse que una brecha del producto (nuevamente haciendo uso del IGAE para su cálculo) negativa esté relacionada con un nivel relativamente bajo de la tasa de interés de corto plazo y a un nivel relativamente alto de la tasa de interés de largo plazo.

Por otro lado, en el caso en que la economía esté terminando una fase de expansión y la brecha del producto (utilizando el indicador del IGAE para su estimación) sea positiva empero se encuentre disminuyendo, uno esperaría que la tasa de interés de corto plazo se encuentre en niveles relativamente altos y, por el contrario, la de largo plazo esté en niveles relativamente bajos, haciendo que la estructura temporal de tasas de interés se aplane.

Un nivel de la tasa de interés de corto plazo refleja una política monetaria restrictiva determinada por el banco central en un periodo expansivo. Por su parte, el nivel bajo de la tasa de interés de largo plazo usualmente se asocia a una baja en las perspectivas de crecimiento económico de los agentes, en relación a su situación en el periodo actual. Esto, lleva a que la mayoría de los agentes prefieran ahorrar a mayores plazos, lo cual es conducente a una reducción en el componente real de las tasas de interés nominales de largo plazo.

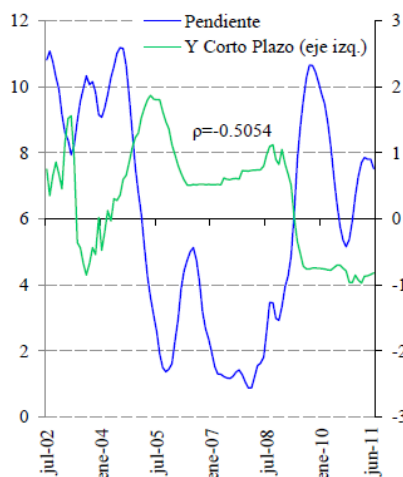
Considerando lo anterior, se esperaría que una brecha del producto positiva esté asociada a un nivel relativamente alto de la tasa de interés de corto plazo, y a un nivel bajo de la tasa de interés de largo plazo. Así, en general, el comportamiento de los datos es congruente con las explicaciones anteriores, para los cuales se observan dos relaciones centrales:

1. Por un lado, una correlación negativa entre la tasa de interés de corto plazo y la pendiente de la estructura temporal de las tasas de interés. Concretamente, se encuentra que la referida correlación es de -0.51 (Gráfica 10).
2. Por otro lado, una correlación negativa entre la brecha del producto haciendo uso del IGAE para su estimación y el componente asociado a la

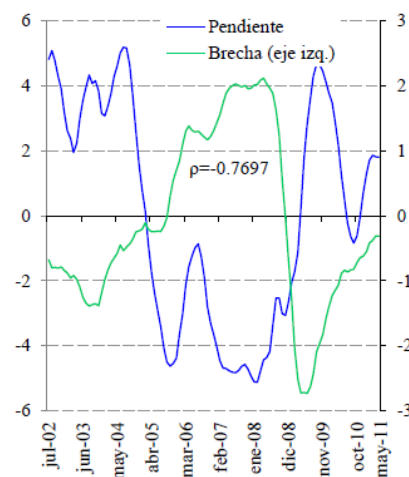
³⁶El término relativamente se refiere en comparación a su promedio tomando la serie de tiempo de las variables en cuestión.

pendiente de la estructura temporal de las tasas de interés, específicamente esta correlación se estima en -0.77 (Gráfica 11).

Gráfica 10. El Componente Asociado a la Pendiente y la Tasa de Interés a 1 Mes



Gráfica 11. El Componente Asociado a la Pendiente y la Brecha del Producto utilizando el IGAE ^{1/}



^{1/} La estimación de la brecha del producto utilizando el índice del IGAE llega hasta mayo de 2011.
Fuente: Cálculos propios con datos de Valor de Mercado (Valmer) y Banco de México.

En conclusión, los resultados anteriores son congruentes con suponer que los cambios en la pendiente de la estructura temporal de tasas de interés se ven afectados, principalmente, por cambios en la postura de política monetaria. Asimismo, en la medida en que la economía transita a lo largo del ciclo económico, los referidos cambios en la postura monetaria se ven reflejados en la pendiente de dicha estructura. Este resultado también ha sido documentado para mercados desarrollados, por ejemplo véase Ang et al. (2005).

6. Algunas Consideraciones Finales

En este artículo se provee una breve revisión de la literatura sobre la estructura temporal de tasas de interés tanto para situar la contribución del presente artículo como para documentar el alcance de la investigación en México sobre el tema. Así también, se realiza una descripción del desarrollo del mercado de deuda gubernamental y se hace un análisis de las principales propiedades de la estructura temporal de tasas de interés en México. Se documenta la relación entre las tasas de interés de diferentes horizontes de vencimiento y a través del tiempo (i.e. análisis de corte transversal y de series de tiempo). Como uno de los resultados principales se provee evidencia en contra de la hipótesis de expectativas. Complementariamente, se examinan las desviaciones de la estructura temporal de tasas de interés con respecto a la referida hipótesis.

Adicionalmente, se descompone la estructura temporal de tasas haciendo uso del análisis de componentes principales, caracterizando sus movimientos y sus varianzas relativas. Las relaciones analizadas de la estructura temporal de tasas de interés con la tasa de interés de corto plazo y la brecha del producto haciendo uso del indicador del IGAE son evidencia favorable de que el desarrollo de los mercados de deuda en México en los últimos años ha significado que los desplazamientos en las tasas de interés a lo largo del ciclo económico mantengan una dinámica ordenada. Lo anterior es reflejo de la madurez que el mercado de deuda en México ha tenido la capacidad de alcanzar, lo que representa un elemento de fortaleza en la economía mexicana.

Así también, se documenta evidencia favorable a la hipótesis de que las decisiones de política monetaria influyen de manera importante en el nivel de la estructura temporal de tasas, lo cual soporta la aseveración de que las expectativas de inflación están ancladas. Asimismo, se encuentra evidencia favorable a la hipótesis de que los cambios en la pendiente de la estructura de tasas de interés a lo largo del ciclo reflejan principalmente la postura de política monetaria a lo largo de dicho ciclo.

Referencias

- [1] Ang, A. y M. Piazzesi (2003), “A No-Arbitrage Vector Autoregression of Term Structure Dynamics with Macroeconomic and Latent Variables”, *Journal of Monetary Economics*, Vol. 50, Issue 4, May, pp. 745-787.
- [2] Ang, A., M. Piazzesi y M. Wei (2005), “What Does the Yield Curve Tell Us About GDP Growth?”, *Journal of Econometrics*, 131, 359-403.
- [3] Babatz, G. y A. Conesa (1994), “The Term Structure of Interest Rates: An Empirical Analysis for Mexico”, Mimeo, Harvard University.
- [4] Balduzzi, P., G. Bertola y S. Foresi (1997), “A Model of Target Changes and the Term Structure of Interest Rates”, *Journal of Monetary Economics*, Vol. 39, No. 2, 223-49.
- [5] Black, F., E. Derman y W. Toy (1990), “A One-Factor Model of Interest Rates and Its Application to Treasury Bond Options”, *Financial Analysts Journal*, 46, 33-39.
- [6] Black, F. y P. Karasinski (1991), “Bond and Option Pricing When Short Rates are Lognormal”, *Financial Analysts Journal*, 52-59.
- [7] Borensztein, E., K. Cowan, B. Eichengreen y U. Panizza (2008), *Bond Markets in Latin America: On the Verge of a Big Bang?*, MIT Press.
- [8] Cacho-Díaz, J. y A. Ibañez (2005), “Estimation with Applications of Two Factor Affine Term Structure Models for Mexico, 1995-2004”, Mimeo, Princeton University.

- [9] Campbell, J. y R. Shiller (1991), “Yield Spreads and Interest Rates: A Bird’s Eye View”, *Review of Economic Studies* 58, 495-514.
- [10] Castellanos, S.G. (2000), “El Efecto del Corto Sobre la Estructura de Tasas de Interés”, Documento de Investigación No. 2000-1, Dirección General de Investigación Económica, Banco de México.
- [11] Castellanos, S.G. y E. Camero (2002), “¿Qué Información sobre las Tasas de Interés Spot Futuras Contiene la Estructura Temporal de Tasas de Interés en México?”, Dirección General de Investigación Económica, Banco de México.
- [12] Castellanos, S.G. y L. Martínez (2008), “Development of the Mexican Bond Market” en Borensztein, E., K. Cowan, B. Eichengreen y U. Panizza, *Bond Markets in Latin America: On the Verge of a Big Bang?*, MIT Press.
- [13] Chiquiar, D., A. Noriega y M. Ramos-Francia (2007). “A Time Series Approach to Test a Change in Inflation Persistence: The Mexican Experience”, *Applied Economics* , Vol. 42, No. 24, pp. 3067-3075.
- [14] Cochrane, J.H. (2005), *Asset Pricing*, Second Edition, Princeton University Press.
- [15] Cochrane, J.H. y M. Piazzesi (2005), “Bond Risk Premia”, *American Economic Review*, Volume 95, Issue 1, March, pp. 138-160.
- [16] Cortés, J.F., C. Capistrán, M. Ramos-Francia y A. Torres (2009), “An Empirical Analysis of the Mexican Term Structure Interest Rates”, *Economics Bulletin*, 39(3), 2300-2313.
- [17] Cortés, J.F. y M. Ramos-Francia (2008), “A Macroeconomic Model of the Term Structure of Interest Rates”, Dirección General de Investigación Económica, Banco de México.
- [18] Cortés, J.F. y M. Ramos-Francia (2008a), “An Affine Model of the Term Structure of Interest Rates in Mexico”, Dirección General de Investigación Económica, Banco de México.
- [19] Cox, J., J. Ingersoll, y S. Ross (1985), “A Theory of the Term Structure of Interest Rates”, *Econometrica*, Vol. 53, 385-408.
- [20] Dai, Q. y K. Singleton (2000), “Specification Analysis of Affine Term Structure Models”, *Journal of Finance*, Vol. LV, No. 5, 1943-1978.
- [21] Duffie, D. y R. Kan (1996), “A Yield-Factor Model of Interest Rates”, *Mathematical Finance* 6, 379-406.
- [22] Fisher, I. (1930), *Theory of Interest*, New York, Macmillan.
- [23] Fama, E. y R. Bliss (1987), “The Information in Long-Maturity Forward Rates”, *American Economic Review*, Vol. 77, 680-692.

- [24] Guest, R. y A. McLean (1998), “New Evidence on the Expectations Theory of the Term Structure of Australian Commonwealth Government Treasury Yields”, *Applied Financial Economics* 8, 1, 81-87.
- [25] Jackson, J.E. (1988), *A User’s Guide to Principal Components*, Wiley.
- [26] Jeanneau, S. y C.E. Tovar (2006), “Domestic Bond Markets in Latin America: Achievements and Challenges”, *BIS Quarterly Review*, June.
- [27] Litterman, R. y J.A. Scheinkman (1991), “Common Factors Affecting Bond Returns,” *Journal of Fixed Income*.
- [28] Luenberger, D.G. (1997), *Investment Science*, Oxford University Press, EE.UU.A.
- [29] Márquez Díez-Cañedo, J., C. Nogués y V. Vélez (2003), “Un Método Eficiente para la Simulación de Curvas de Tasas de Interés”, Documento de Investigación, Banco de México.
- [30] Nelson, C.R. y A.F. Siegel (1987), “Parsimonious Modeling of Yield Curves”, *Journal of Business*, 60(4), pp. 473–489.
- [31] Piazzesi, M. (2001), “Macroeconomic Jump Effects and the Yield Curve”, Working Paper, UCLA.
- [32] Piazzesi, M. y M. Schneider (2006), “Equilibrium Yield Curves”, NBER Working Paper 12609.
- [33] Reyna, M., D. Salazar y H. Salgado (2008) “La Curva de Rendimiento y su Relación con la Actividad Económica: Una Aplicación para México”, Documento de Trabajo 2008-15, Dirección General de Investigación Económica, Banco de México.
- [34] Sargent, T.J. (1972), “Rational Expectations and the Term Structure of Interest Rates”, *Journal of Money, Credit and Banking*, Vol. 4, No. 1, Part 1, pp. 74-97
- [35] Sod, G. (1995), “La Teoría de Expectativas Racionales de la Estructura Temporal de Tasas de Interés y el Valor de la Opción de Posponer Inversión”, Dirección General de Investigación Económica, Banco de México.
- [36] Tease, W. (1988), “The Expectations Theory of the Term Structure of Interest Rates in Australia”, *Economic Record*, 64(2) 120-127.
- [37] Vasicek, O. (1977), “An Equilibrium Characterization of the Term Structure”, *Journal of Financial Economics*, 5, pp. 177–188.
- [38] Wachter, J. (2006), “A Consumption-Based Model of the Term Structure of Interest Rates”, *Journal of Financial Economics*, 79(2), pp. 365-399.

7. Anexo

7.1. Bases de Datos

La información de las tasas de interés se obtuvo de los proveedores de precios.³⁷ Estos proveedores encuestan diariamente de manera metódica a las más importantes instituciones financieras del país para obtener las tasas de interés a las cuales se intercambian los bonos gubernamentales en el mercado. En la realización de estas encuestas existen criterios muy específicos para que los datos recolectados sean representativos. Estos criterios no son asunto menor, en particular en los días en los cuales el volumen de títulos intercambiados no es muy grande.³⁸ Para el presente artículo se utilizan los promedios mensuales de las tasas de interés diarias de Valor de Mercado (Valmer) de julio de 2002 a junio de 2011. Para la sección 5.2 las series de tiempo se ven limitadas por la serie de la brecha del IGAE que en su momento llegaba hasta abril de 2011.

7.2. Definiciones

Considérese el precio de un bono cupón cero en un periodo t que vence en n períodos y que paga un peso, denotado por $P_t(n)$. La tasa de interés de este bono y asociada también al plazo, se aproxima con:

$$y_t(n) = -\log \frac{P_t(n)}{n};$$

es decir, $y_t(n)$ es tal que:³⁹

$$P_t(n) = (1 + y_t(n)n)^{-1}$$

Por otro lado, se puede asegurar, en una fecha t , una tasa $f_t^{(i \rightarrow j)}$ de la fecha $t + i$ a $t + j$, donde $j > i$. A ésta se le llama la tasa forward, la cual está determinada por la siguiente ecuación:⁴⁰

$$(1 + y_t(j))^j = (1 + y_t(i))^i (1 + f_t^{(i \rightarrow j)})^{j-i}$$

Un concepto extensamente utilizado es el rendimiento por la tenencia de un bono con vencimiento en n periodos, por un periodo, se le define por:

$$HPR_{t+1}(n) = \frac{P_{t+1}(n)}{P_t(n+1)},$$

³⁷Los más importantes en México son PIP (Proveedor Integral de Precios) y Valmer (Valor de Mercado).

³⁸Se refiere al lector interesado a los documentos publicados por los mismos proveedores de precios en sus páginas: www.precios.com.mx y www.valmer.com.mx.

³⁹La aproximación es exacta en composición continua.

⁴⁰En composición continua la expresión equivalente es $\exp(y_t(j)j) = \exp(y_t(i)i) \exp(f_t^{(i \rightarrow j)}(j-i))$.

por sus siglas en inglés.⁴¹ El subíndice utilizado es $t + 1$, el cual indica que el rendimiento no es conocido sino hasta el periodo $t + 1$. También es muy común el uso del logaritmo del rendimiento por la tenencia de un bono: $\log(HPR_{t+1}(n)) = hpr_{t+1}(n)$, el cual utiliza la aproximación, $\log(1 + r) \cong r$, cuando r es cercano a 0. Recuérdese que esta expresión se utiliza en el texto principal. Esta definición se puede extender naturalmente a más periodos.

7.3. Explicaciones Convencionales de la Estructura Temporal de Tasas

Antes de que se desarrollara la teoría de valuación de activos financieros, existían tres grandes paradigmas para explicar el comportamiento de la estructura temporal de las tasas de interés, los cuales se describen a continuación.

7.3.1. Hipótesis de Expectativas

La hipótesis de expectativas fue durante mucho tiempo el modelo central de la estructura temporal de tasas. A pesar de que, como se mencionó en el presente documento, esta hipótesis no se cumple, sí se utiliza como marco de referencia. La hipótesis permite postular dado un modelo para la tasa de interés a corto plazo el comportamiento del resto de la curva. Un enfoque común más actual, es considerar un modelo de vectores auto-regresivos (VAR) con variables macroeconómicas incluyendo la tasa de interés a corto plazo. Adicionalmente, se supone que la hipótesis de expectativas es válida. Por lo anterior, se pueden estudiar los efectos de choques macroeconómicos a la estructura temporal de las tasas de interés. Este enfoque tiene al menos dos desventajas, la primera, es que las tasas de interés del modelo pudiesen estar sujetas a arbitraje; la segunda, es que no se tiene evidencia favorable a la citada hipótesis, como se ha documentado.

7.3.2. Preferencia por Liquidez

La idea central de la preferencia por liquidez es que el agente opta por instrumentos líquidos que le permitan deshacerse de su posición en un corto plazo con relativa facilidad. Así, el diferencial de tasas de interés entre el largo y corto plazo, se debe en su mayor parte a que los instrumentos a corto plazo son más líquidos. Sin embargo, esta explicación no tiene ninguna implicación empírica explícita.

7.3.3. Mercados Segmentados

Se postula que los mercados que demandan los bonos de los diferentes plazos son esencialmente diferentes, por lo que las tasas de interés asociadas a los mismos, obedecen a diferentes factores. Se puede pensar que las tasas de corto plazo son, por ejemplo, afectadas por las mesas de dinero de las diferentes

⁴¹ *HPR* son las siglas de “ *Holding Period Return* ”.

instituciones financieras; mientras que las tasas a largo plazo son mayormente afectadas por las actividades de los fondos de pensiones y las compañías de seguros. Al igual que la explicación anterior, ésta no tiene ninguna implicación empírica explícita.

7.4. Teoría de la Valuación de Activos Financieros

El resultado central de la teoría de valuación de activos financieros es la existencia de un factor estocástico de descuento. Ésta se da a partir del supuesto de no arbitraje. Intuitivamente, el no arbitraje significa que no existen apuestas seguras en los mercados financieros.⁴² Este supuesto pudiese resultar abstracto; no obstante, es equivalente a que el problema de un consumidor con acceso al mercado financiero tenga solución.⁴³ A la luz del resultado anterior, el supuesto de no arbitraje resulta mucho más natural. El resultado central es que bajo no arbitraje existe un factor estocástico de descuento y el precio de todo activo financiero se puede obtener con la siguiente expresión:

$$P_t = E_t(M_{t+1}P_{t+1}),$$

donde P_t es el precio del activo financiero en el periodo t , E_t es la esperanza condicional a la información en el periodo t , y M_{t+1} es el factor estocástico de descuento.⁴⁴

Algunas de las propiedades del factor estocástico caracterizan a la estructura temporal de tasas. Para ver esto, retómese la ecuación principal $P_t = E_t(M_{t+1}P_{t+1})$ y considérese el caso de un bono nominal genérico, el cual tiene un precio $P_t(n)$, se sigue que:

$$P_t(n) = E_t(M_{t+1}P_{t+1}(n-1))$$

Iterando se puede escribir:

$$P_t(n) = E_t(M_{t+1}E_{t+1}(M_{t+2}P_{t+2}(n-2))),$$

y en virtud de la ley de esperanzas iteradas se puede reescribir como:

$$E_t(M_{t+1}M_{t+2}P_{t+2}(n-2)).$$

Procediendo de manera análoga se tiene que:

$$P_t(n) = E_t(M_{t+1}M_{t+2} \dots M_{t+n}P_{t+n}(0)).$$

Finalmente, recordéese que el precio de un bono en el periodo de su vencimiento es igual a su valor nominal. Si por convención y sin pérdida de generalidad el valor nominal del bono es 1 peso, se sigue que:

⁴² Este concepto es diferente al arbitraje estadístico, que se refiere a encontrar apuestas favorables.

⁴³ Véase Duffie (1996) para la demostración.

⁴⁴ Éste se puede expresar en término nominales y en términos reales. Si M_{t+1} es el factor real, $\frac{M_{t+1}}{\pi_{t+1}}$ es el factor nominal.

$$P_t(n) = E_t(M_{t+1}M_{t+2} \dots M_{t+n})$$

para toda n . La ecuación anterior ilustra el vínculo entre las tasas de interés y el comportamiento del factor estocástico de descuento.

7.5. Construcción de la Estructura Temporal de Tasas de Interés

Para la estimación de las tasas de interés de largo plazo se tiene el inconveniente que no existen bonos de largo plazo que no “cortan” cupón. Por lo anterior, se recurre a la técnica conocida como “bootstrap”.⁴⁵ Para ilustrar la principal idea considérese la existencia de los siguientes tres bonos:⁴⁶

1. Un bono cupón cero con vencimiento a un año, con precio de mercado de P_1 y un valor nominal de 1.
2. Un bono con un cupón y con vencimiento a dos años. El cupón C_1 se paga en un año. El precio de este bono es P_2 . El bono tiene un valor nominal de 1.
3. Un bono con dos cupones con vencimiento a tres años. El primer cupón C_1 “corta” en un año y el segundo cupón C_2 “corta” en dos años. El precio se denota con P_3 y el bono tiene un valor nominal de 1 peso.

Se quiere obtener la estructura temporal de tasas con vencimientos de hasta 3 años.

- i. La tasa de interés a un año se obtiene directamente del precio del bono 1.

$$P_1 = (1 + y_1)^{-1}.$$

- ii. La tasa de interés a dos años se obtiene con el precio del bono 2 y la tasa de interés a un año. Se considera que el bono 2 es un portafolio formado por dos bonos cupón cero, siendo el cupón un bono con vencimiento a un año y valor nominal de C_1 , y otro bono con vencimiento a dos años y valor nominal de 1. Por lo anterior se tiene:

$$P_2 = C_1(1 + y_1)^{-1} + (1 + y_2)^{-2}$$

La única variable no conocida es y_2 , la cual se despeja.

⁴⁵Este método, aunque comparte el nombre, no tiene relación directa con el método de simulación utilizado en la generación de predicciones para modelos macroeconómicos.

⁴⁶La notación del período en cuestión marcada por el subíndice t se obvia en este ejemplo.

- iii. La tasa de interés a tres años se obtiene de manera análoga a la de dos años. Se considera que el bono 3 es un portafolio formado por tres bonos sin cupones. El primer bono tiene un vencimiento a un año y un valor nominal de C_1 . El segundo bono tiene un vencimiento a dos años y un valor nominal de C_2 . El tercer bono tiene un vencimiento a tres años y un valor nominal de 1. Por lo que se tiene que resolver la siguiente ecuación para y_3 .

$$P_3 = C_1(1 + y_1)^{-1} + C_2(1 + y_2)^{-2} + (1 + y_3)^{-3}$$

Si se tuvieran instrumentos con mayores plazos, la obtención de las tasas de interés a un mayor plazo es análoga. Finalmente, para ilustrar como se obtienen las tasas de interés a plazos intermedios se continúa con el ejemplo anterior, en el cual sólo se tienen las tasas de interés a un año, dos y tres años. Suponga que se necesita las tasas de interés asociadas a 18 y 30 meses, y no se cuenta con los instrumentos necesarios para hacer el “bootstrap”. Para este fin, por lo general se utiliza un método de interpolación polinomial conocido como “spline”.

7.6. La Estructura Temporal de Tasas de Interés y la Curva de Rendimientos con Cupón del Gobierno Federal

Existen dos maneras de expresar el valor temporal que los agentes económicos le asignan hoy a pagos nominales libres de riesgo crediticio realizados en el futuro para diferentes plazos: la estructura temporal de tasas de interés y la curva de rendimientos. Mientras que la curva de rendimientos tiene un uso extenso en la práctica, la estructura temporal de tasas de interés es más utilizada en los artículos académicos porque su manipulación resulta más sencilla en los modelos desde el punto de vista analítico.⁴⁷ Cabe señalar que los resultados del análisis que se lleva a cabo en este artículo son indistintos si se utiliza la información de la estructura temporal de tasas de interés o de la curva de rendimientos.

La estructura temporal de tasas de interés mide el valor de un peso hoy relativo a un peso que será pagado con certeza en el futuro. Explícitamente, la estructura temporal de tasas de interés es la representación gráfica de los vencimientos y las tasas de interés correspondientes, expresadas como si se tratara en todos los plazos de bonos gubernamentales cupón cero, en una fecha determinada (Gráfica 12). La curva de rendimientos mide el retorno de un peso hoy relativo a una serie de pagos que se harán en diferentes periodos en el futuro bajo el supuesto de que los referidos pagos intermedios se pueden reinvertir a la tasa de rendimiento asociado al periodo del último pago. Concretamente, la curva de rendimientos es la representación gráfica de los vencimientos y las tasas de rendimientos correspondientes (Gráfica 12).

Con el fin de comparar estas dos curvas, en la Gráfica 12 se muestran ambas curvas para el día 21 de julio de 2011. Notése que para los plazos cortos las

⁴⁷En la literatura los nombres de la estructura temporal de tasas de interés y curva de rendimientos no están estandarizados y se llegan a intercambiar.

curvas tienen el mismo nivel, mientras que para los plazos largos la estructura temporal de tasas de interés está por arriba de la curva de rendimientos con cupón, diferencia que se explica a continuación. Dado un conjunto de bonos, su esquema de cupones correspondientes y sus respectivos precios de mercado, la estructura temporal de tasas de interés y la curva de rendimientos con cupón son dos maneras de presentar esencialmente la misma información.

Un bono cupón cero es una promesa del Gobierno Federal (el emisor) a pagar una única cantidad, el principal o valor nominal, al tenedor del bono en la fecha de vencimiento. El precio al que se compra el bono se le llama precio de mercado o precio descontado. Aunque no existe riesgo crediticio respecto al monto pagado al vencimiento del bono, si existe el riesgo de que su precio de mercado fluctúe antes de la fecha de vencimiento. Se denota al precio de mercado de un bono cupón cero en el periodo t , que vence en n periodos y paga un peso, con $P_t(n)$. A la tasa de interés correspondiente a este bono se le denota con $y_t(n)$, por lo que, $P_t(n) = (1 + y_t(n))^{-1}$.⁴⁸ Por lo general los bonos de corto plazo no “cortan” cupón, mientras que los bonos de largo plazo sí “cortan” cupón.⁴⁹ Esto conduce a hacer una distinción entre la estructura temporal de tasas de interés o curva cupón cero, y la curva de rendimientos o curva de rendimientos con cupón, dado que depende de los cupones.

Así, considérese la Gráfica 12, la tasa de interés anualizada, 9.9%, asociada a un horizonte de vencimiento de 10 años refleja el retorno que se obtendría en promedio por año al comprar el bono asociado habiendo transcurrido los 10 años sin recibir cupón alguno. Por otro lado, la tasa de rendimiento 6.8% asociada a un horizonte de vencimiento de 10 años refleja el retorno que se obtendría al comprar el bono correspondiente habiendo obtenido los cupones asociados, teniendo la capacidad de invertirlos por el resto del horizonte de vencimiento a esa misma tasa y habiendo transcurrido 10 años.

En este contexto, el precio de mercado $P_t(n)$ de un bono que paga cupones de un monto C en los periodos $1, 2, 3, \dots$ y $n - 1$, con un valor nominal V y que vence en n periodos se puede expresar de dos maneras, en función de las tasas de interés (estructura temporal de tasas de interés) o en función de la tasa de rendimiento (curva de rendimientos con cupón) correspondiente:

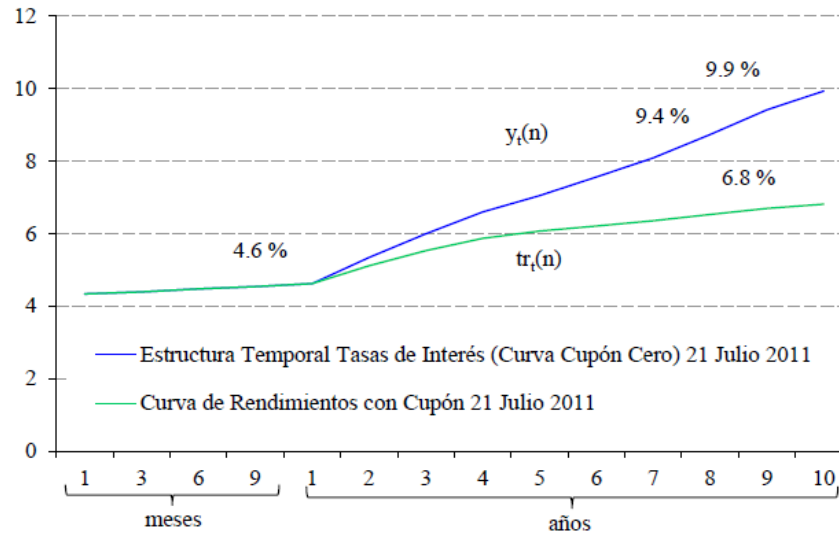
$$\begin{aligned}
 P_t(n) &= \underbrace{\frac{C}{(1 + y_t(1))} + \dots + \frac{C}{(1 + y_t(n-1))^{n-1}} + \frac{V}{(1 + y_t(n))^n}}_{\text{Tasas de Interés (cupón cero)}} \\
 &= \underbrace{\frac{C}{(1 + tr_t(n))} + \dots + \frac{C}{(1 + tr_t(n))^{n-1}} + \frac{V}{(1 + tr_t(n))^n}}_{\text{Tasa de Rendimiento}}
 \end{aligned}$$

donde, por ejemplo, si el vencimiento n es 10 años, de la Gráfica 12, las tasas

⁴⁸En el caso de composición compuesta, si la composición fuese continua entonces $P_t(n) = \exp(-y_t(n))$.

⁴⁹Un bono “corta” cupón cuando paga un monto denominado cupón antes de su fecha de vencimiento en la cual paga su valor nominal. Por lo general el pago o corte de cupones es periódico; por ejemplo, cada seis meses.

Gráfica 12. Estructura Temporal de Tasas de Interés y Curva de Rendimientos con Cupón
(Por ciento)



Fuente: Valor de Mercado (Valmer).

de interés con las que se descuentan los flujos de la izquierda son $y_t(1) = 4,6\%$, \dots , $y_t(9) = 9,4\%$, $y_t(10) = 9,9\%$, respectivamente, y la tasa de rendimiento con la que se descuentan los flujos de la derecha es $tr_t(n) = 6,8\%$.

El siguiente ejemplo resulta ilustrativo para explicar la diferencia entre la estructura temporal de tasas de interés y curva de rendimientos con cupón. Supóngase que se tiene un bono que no “corta” cupones, con un valor nominal de 1 y vence en un año. Así, la tasa de interés a un año, $y_t(1)$, es tal que el precio de mercado del bono es igual al valor nominal descontado con la referida tasa de interés; es decir,

$$P_t(1) = \frac{1}{1 + y_t(1)}$$

Adicionalmente, se tiene un bono que “corta” un cupón de monto C en un año y paga como principal un peso en dos años. Por lo anterior, la tasa de interés asociada a un vencimiento de dos años, $y_t(2)$, es tal que el precio de mercado del bono, $P_t(2)$, es igual al monto del cupón descontado con la tasa de interés a un año, $y_t(1)$, más el valor nominal del referido bono, un peso, descontado con la tasa de interés a dos años; es decir,

$$P_t(2) = \frac{C}{1 + y_t(1)} + \frac{1}{(1 + y_t(2))^2}$$

Es conveniente enfatizar que la tasa de interés a un año se obtuvo de la valuación del bono que no paga cupones y que paga un principal en un año. Así, la única variable que no se conoce en la ecuación anterior es la tasa de interés a dos años, $y_t(2)$, y por lo tanto se puede obtener el valor numérico de la referida variable de tal manera que se satisfaga dicha igualdad. En suma, las tasas $y_t(1)$, $y_t(2)$ forman parte de la estructura temporal de tasas de interés o curva cupón cero.

Considérese a los bonos descritos en el párrafo anterior. Primero, se tiene que la tasa de rendimiento a un año es la tasa a la cual el valor nominal descontado del bono es igual a su valor de mercado:

$$P_t(1) = \frac{1}{1 + tr_t(1)};$$

es decir, la tasa de interés a un año coincide con la tasa de rendimiento a un año, $y_t(1) = tr_t(1)$. No obstante, la tasa de rendimiento asociada al bono de dos años, $tr_t(2)$, es tal que el precio de mercado del referido bono es igual al monto del cupón, C , descontado con la tasa de rendimiento, $tr_t(2)$, más el valor nominal descontado con la misma tasa, $tr_t(2)$.⁵⁰ Formalmente, se tiene la siguiente ecuación:

$$P_t(2) = \frac{C}{1 + tr_t(1)} + \frac{1}{(1 + tr_t(2))^2};$$

donde C es el monto del cupón que se paga en el primer año. Nótese que es la misma tasa con la que se descuentan ambos flujos. De la ecuación anterior la única variable desconocida es, $tr_t(2)$, por lo que se puede obtener el valor numérico de la referida tasa. En suma, las tasas $tr_t(1)$, $tr_t(2)$ forman parte de la curva de rendimientos, también llamada curva de rendimientos con cupón.

Adicionalmente, la última ecuación se puede reescribir de la siguiente forma.

$$P_t(2)(1 + tr_t(2))^2 = C(1 + tr_t(2)) + 1$$

Esta expresión tiene, en su lado izquierdo, el valor futuro con la tasa $tr_t(2)$ en dos años del precio de mercado del bono, $P_t(2)$, y, en su lado derecho, tiene el valor futuro con la tasa $tr_t(2)$, en un año del monto del cupón más el valor nominal del bono en cuestión. Así, un supuesto respecto al cálculo de la tasa de rendimiento es el tener la posibilidad de reinvertir el monto del cupón a la tasa de rendimiento $tr_t(2)$ hasta la fecha de vencimiento del bono.

7.7. Descripción Instrumentos de Deuda

En el caso específico de la curva cupón cero, se utiliza información de dos tipos de instrumentos: CETES y Bonos M de los cuales se anexa su información

⁵⁰En general, dado un flujo de pagos c_1 y c_2 , en el primer y segundo años, respectivamente, y su precio descontado P , su tasa de rendimiento se define como tr , tal que el precio $P = (1 + tr)^{-1}c_1 + (1 + tr)^{-2}c_2$. Es importante hacer notar que se descuenta a los dos flujos con la misma tasa. La estimación de esta tasa es similar a la estimación de la tasa del rendimiento interno en un contexto de valuación de proyectos.

básica.

CETES (Certificados de la Tesorería)

- Instrumentos de Deuda Gubernamental
- Denominación: Moneda Nacional.
- Plazos de vencimiento: 28, 91, 182 y 364 días.
- Colocación: SHCP los coloca semanalmente a través de Banco de México mediante subastas.
- Principal o Valor Nominal \$10.00
- Garantía: Gobierno Federal.

Bonos M

- Instrumentos de Deuda Gubernamental
- Denominación: Moneda Nacional
- Plazos de vencimiento: 3, 5, 7, 10 y 20 años (emisiones primarias).
- Colocación: SHCP los coloca semanalmente a través de Banco de México mediante subastas.
- Cupón Semestral: 182 días.
- Principal o Valor Nominal: \$100.00

7.8. Componentes Principales

Dos interpretaciones de los componentes principales son las siguientes.

1. Dado un conjunto de datos, se obtiene una nueva base que permite una nueva representación de los datos. La base está formada por aquellos vectores que capturan la máxima varianza de los datos y no están correlacionadas entre sí. Específicamente la variabilidad decrece a lo largo de los componentes.
2. Dado un conjunto de datos, descomponer a la matriz de varianzas y covarianzas de los datos en sus valores y vectores propios, utilizando a los vectores propios como una base.

Para ser un poco más concreto respecto a la descomposición de las tasas de interés utilizando componentes principales, se tiene que si y_t es un vector con la estructura temporal de tasas en el periodo t , entonces $y_t - E(y_t) = \sum_n \alpha_{t,n} v_n$. Los elementos v_n tienen tres propiedades:

- a. $v'_n v_n = 1$, tienen norma unitaria;
- b. $v'_n v_m = 0$ para n diferente de m , son ortogonales; y,
- c. La varianza de $\alpha_{t,n}$ es mayor o igual a la varianza de $\alpha_{t,n+1}$, para toda n .⁵¹

7.9. Una Generalización de la Hipótesis de Expectativas

Para motivar un modelo más general de la hipótesis de las expectativas, considérese la siguiente ecuación:

$$y_t(2) = \frac{E_t[y_t(1) + y_{t+1}(1)]}{2} + e_t$$

donde e_t es una prima de riesgo que varía en el tiempo, la cual es una compensación para el inversionista que compra el bono con un vencimiento en dos periodos. Dado que en promedio la estructura temporal de tasas de interés es creciente se tiene que en general la referida prima es positiva. Idealmente se debería de construir a e_t a través de un modelo económico, pero para los fines del presente documento es suficiente con definir su dinámica a través del tiempo con un modelo econométrico. Así, supóngase que e_t satisface el siguiente proceso:

$$e_t = \rho e_{t-1} + u_t$$

donde u_t es una variable independiente e idénticamente distribuida $N(0, \sigma^2)$, y el coeficiente satisface $0 < \rho < 1$; es decir, el proceso es estacionario. Esta dinámica es cercana a lo que se esperaría observar a lo largo del ciclo económico.

Supóngase que la autoridad monetaria sigue la siguiente regla monetaria simplificada

$$y_{t+1}(1) = y_t(1) - \alpha e_{t+1}$$

donde $\alpha > 0$. Así, una mayor prima de riesgo, asociada a una recesión en la economía, la regla es conducente a una disminución en la tasa de interés de corto plazo. Por el contrario, a menor prima de riesgo, asociada a una expansión en la economía, la regla conlleva a un aumento en la tasa de interés de corto plazo. No obstante la simplicidad de la regla, la intuición de la misma es lo que se esperaría por parte de una autoridad monetaria.

Considerando el modelo simplificado provisto en los párrafos anteriores se puede considerar a las regresiones que se estimaron en el texto principal:

$$y_{t+n}(1) - y_t(1) = a + b(f_t^{(n \rightarrow n+1)} - y_t(1)) + e_{t+n}$$

las cuales se podrían reestimar algebraicamente, y así el modelo permitiría racionalizar valores de los coeficientes b diferentes a los asociados a la hipótesis de expectativas.

⁵¹La $\alpha_{t,n}$ se puede interpretar como una variable con una distribución estacionaria para una n fija a lo largo de t . Por lo mismo, para dos diferentes n , se tienen dos variables aleatorias.