ECONSTOR
Make Your Publications Visible.

A Service of

ZBW Leibniz-Informationszentrum Wirtschaft
Leibniz Information Centre for Economics

Brand, Ruth; Carstensen, Vivian

Working Paper

Schätzung der Job-Turnover-Rate aus einer Zufallsstichprobe

Diskussionsbeitrag, No. 213

Provided in Cooperation with:
School of Economics and Management, University of Hannover

Suggested Citation: Brand, Ruth; Carstensen, Vivian (1998) : Schätzung der Job-Turnover-Rate aus einer Zufallsstichprobe, Diskussionsbeitrag, No. 213, Universität Hannover, Wirtschaftswissenschaftliche Fakultät, Hannover

This Version is available at:
https://hdl.handle.net/10419/78305

Standard-Nutzungsbedingungen:

Die Dokumente auf EconStor dürfen zu eigenen wissenschaftlichen Zwecken und zum Privatgebrauch gespeichert und kopiert werden.

Sie dürfen die Dokumente nicht für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, öffentlich zugänglich machen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Sofern die Verfasser die Dokumente unter Open-Content-Lizenzen (insbesondere CC-Lizenzen) zur Verfügung gestellt haben sollten, gelten abweichend von diesen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

Terms of use:

Documents in EconStor may be saved and copied for your personal and scholarly purposes.

You are not to copy documents for public or commercial purposes, to exhibit the documents publicly, to make them publicly available on the internet, or to distribute or otherwise use the documents in public.

If the documents have been made available under an Open Content Licence (especially Creative Commons Licences), you may exercise further usage rights as specified in the indicated licence.

WWW.ECONSTOR.EU

Mitglied der Leibniz-Gemeinschaft

Schätzung der Job-Turnover-Rate

aus einer

einfachen Zufallsstichprobe

Ruth Brand und Vivian Carstensen* †

Diskussionspapier 213
ISSN 0949-9962

Januar 1998

*Für Anregungen und Kommentare danken wir Hartmut Lehne.

†Adresse der Autoren:
Institut für Quantitative Wirtschaftsforschung
Königsworther Platz 1
30167 Hannover
Fax-Nr. 0049 511 762-3923

1 Einleitung

Bereits seit Mitte der 80er Jahre nehmen die Arbeiten zur Arbeitsplatzdynamik einen breiten Raum in der ökonomischen Diskussion ein. Die empirisch orientierten Beiträge (für einen internationalen Überblick vergleiche z.B. OECD 1994 oder Davis/Haltiwanger/Schuh 1996) stellen verstärkt auf die Job-Turnover-Rate (JTR) sowie auf ihre beiden Komponenten Job-Creation-Rate (JCR) und Job-Destruction-Rate (JDR) ab. Interesse besteht unter anderem an der Untersuchung des zyklischen Verhaltens von JCR und JDR, wobei die Abweichungen in der Entwicklung dieser beiden Komponenten im Vordergrund stehen.

In jüngster Zeit wird zudem analysiert, inwieweit strukturelle, institutionell arbeitsrechtliche und firmenspezifische Komponenten im Zusammenhang mit der Arbeitsplatzdynamik stehen.

Im allgemeinen greifen die Arbeiten auf Datenquellen zurück, die sich primär vier Kategorien zuordnen lassen:

- Totalerhebungen der Sozialversicherungsträger,
- Pflichterhebungen der nationalen statistischen Ämter,
- Kreditdateien,
- Unternehmens-/Betriebsbefragungen.

Werden Befragungen zur Berechnung der Job-Turnover-Rate und ihrer Komponenten herangezogen, handelt es sich stets um die Auswertung einer Stichprobenerhebung. Oftmals beziehen sich auch die Auswertungen auf Basis von Totalerhebungen aus Gründen der Rechnerkapazität auf eine Stichprobe hieraus.

Somit ist es im Rahmen vieler empirischer Arbeiten nicht möglich, die tatsächlichen Werte der Maßzahlen in der Grundgesamtheit zu ermitteln. Vielmehr sind die berechneten Raten als Schätzwerte für die tatsächlichen Raten in der Grundgesamtheit aufzufassen. Die Implikationen dieses Vorgehens werden im folgenden Beitrag formal dargestellt.

Im folgenden werden zunächst die Maßzahlen der Arbeitsplatzdynamik für eine Grundgesamtheit definiert. Anschließend werden die Eigenschaften der in der Regel zur Schätzung verwendeten Stichprobenäquivalente diskutiert. Hierauf aufbauend werden Konfidenzintervalle und erste Tests vorgestellt. Die Ergebnisse werden anhand eines einfachen Beispiels erläutert.

2 Definition der Job-Turnover-Rate und ihrer Komponenten

Für eine Grundgesamtheit von N Betrieben bzw. Unternehmen wird die Job-Turnover-Rate (JTR) in der Regel berechnet als

$$JTR = \frac{\sum_i |\Delta_i|}{\sum_i E_i} \quad . \tag{1}$$

Dabei bezeichnet $|\Delta_i|$ den Absolutwert der Nettoveränderung der Zahl der Beschäftigten im Betrachtungszeitraum in Betrieb i, d.h. die Differenz aus Beschäftigtenzahl am Ende und am Beginn des Betrachtungszeitraums. Mit E_i wird die durchschnittliche Zahl der Beschäftigten im i-ten Betrieb bezeichnet. Ergibt sich $\sum_i \Delta_i > 0$, ist die Nettobeschäftigungsentwicklung in der Grundgeamtheit positiv, ist $\sum_i \Delta_i < 0$, so werden die Beschäftigungsmöglichkeiten insgesamt verringert, d.h. die Nettobeschäftigungsentwicklung ist negativ.

Die JTR läßt sich in die Job-Destruction-Rate (JDR) und die Job-Creation-Rate (JCR) zerlegen. Es gilt

$$JTR = JDR + JCR = \frac{\sum_{i|\Delta_i<0} |\Delta_i|}{\sum_i E_i} + \frac{\sum_{i|\Delta_i>0} |\Delta_i|}{\sum_i E_i} \quad . \tag{2}$$

Die JDR ist definiert als die Summe der Absolutwerte der negativen Nettobeschäftigungsveränderungen (mithin als die Summe der Nettobeschäftigungsverluste) bezogen auf die Summe der Durchschnittsbeschäftigungen in der Wirtschaft. Bezeichnet man den Beschäftigungsverlust im i-ten Betrieb mit Z_i

$$Z_i = \begin{cases} -\Delta_i & \text{, wenn} \quad \Delta_i < 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

kann die Job-Destruction-Rate (JDR) mittels folgender Gleichung dargestellt werden

$$JDR = \frac{\sum_i Z_i}{\sum_i E_i} \quad . \tag{3}$$

Die JCR ist definiert als die Summe der Absolutwerte der positiven Beschäftigungsveränderungen (mithin als die Summe der Nettobeschäftigungszuwächse) bezogen auf die Summe der Durchschnittsbeschäftigungen in der Wirtschaft. Bezeichnet man den Beschäftigungszuwachs im i-ten Betrieb mit Y_i

$$Y_i = \begin{cases} \Delta_i & \text{, wenn} \quad \Delta_i > 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

ergibt sich für die Job-Creation-Rate (JCR)

$$JCR = \frac{\sum_i Y_i}{\sum_i E_i} \quad . \tag{4}$$

Definiert man $W_i = Z_i + Y_i$ und die folgenden Mittelwerte

$$\overline{Y} = \frac{1}{N}\sum_i Y_i \;, \quad \overline{Z} = \frac{1}{N}\sum_i Z_i \;, \quad \overline{E} = \frac{1}{N}\sum_i E_i \;, \quad \overline{W} = \frac{1}{N}\sum_i W_i \;,$$

ergibt sich für die oben dargestellten Maße

$$JCR = \frac{\sum_i Y_i}{\sum_i E_i} = \frac{\frac{1}{N}\sum_i Y_i}{\frac{1}{N}\sum_i E_i} = \frac{\overline{Y}}{\overline{E}} \tag{5}$$

$$JDR = \frac{\sum_i Z_i}{\sum_i E_i} = \frac{\frac{1}{N}\sum_i Z_i}{\frac{1}{N}\sum_i E_i} = \frac{\overline{Z}}{\overline{E}} \tag{6}$$

$$JTR = \frac{\frac{1}{N}\sum_i W_i}{\frac{1}{N}\sum_i E_i} = \frac{\overline{W}}{\overline{E}} \tag{7}$$

$$= \frac{\frac{1}{N}\sum_i (Y_i + Z_i)}{\frac{1}{N}\sum_i E_i} = \frac{\overline{Z}}{\overline{E}} + \frac{\overline{Y}}{\overline{E}} \quad .$$

3 Schätzung der Job-Turnover-Rate aus einer Stichprobenerhebung

Im folgenden wird davon ausgegangen, daß aus der Grundgesamtheit eine Stichprobe vom Umfang n durch eine einfache Zufallsauswahl ohne Zurücklegen gezogen wurde. Es liegt nahe, obige Maße durch die Stichprobenwerte zu schätzen.

Bezeichnet man die Stichprobenwerte mit $y_i,\ z_i$ und e_i, so ergibt sich für die Schätzwerte $\widehat{JCR}$, $\widehat{JDR}$ und $\widehat{JTR}$:

$$\widehat{JCR} = \frac{\frac{1}{n}\sum_i y_i}{\frac{1}{n}\sum_i e_i} = \frac{\overline{y}}{\overline{e}} \tag{8}$$

$$\widehat{JDR} = \frac{\frac{1}{n}\sum_i z_i}{\frac{1}{n}\sum_i e_i} = \frac{\overline{z}}{\overline{e}} \tag{9}$$

$$\widehat{JTR} = \frac{\frac{1}{n}\sum_i w_i}{\frac{1}{n}\sum_i e_i} = \frac{\overline{w}}{\overline{e}} \tag{10}$$

$$= \frac{\frac{1}{n}\sum_i (y_i + z_i)}{\frac{1}{n}\sum_i e_i} = \frac{\overline{y} + \overline{z}}{\overline{e}} = \widehat{JCR} + \widehat{JDR} \quad .$$

Mit den Schätzfunktionen (8), (9), (10) wird jeweils ein Quotient von Mittelwerten der Grundgesamtheit, d.h. ein Quotient von Erwartungswerten, durch einen Quotienten von Stichprobenmitteln geschätzt. Man kann allgemein zeigen, daß ein Quotient von Stichprobenmitteln ein verzerrter aber asymptotisch erwartungstreuer Schätzer für den Quotienten der Erwartungswerte ist.

Dieses wird am Beispiel der JCR für den vorliegenden Fall demonstriert. Wegen

$$Cov(\frac{\bar{y}}{\bar{e}}, \bar{e}) = E(\frac{\bar{y}}{\bar{e}} \cdot \bar{e}) - E(\frac{\bar{y}}{\bar{e}}) \cdot E(\bar{e}) = E(\bar{y}) - E(\frac{\bar{y}}{\bar{e}}) \cdot E(\bar{e})$$

ist der Erwartungswert der geschätzten JCR

$$E(\widehat{JCR}) = E(\frac{\bar{y}}{\bar{e}}) = \frac{E(\bar{y})}{E(\bar{e})} - \frac{Cov(\frac{\bar{y}}{\bar{e}}, \bar{e})}{E(\bar{e})} \quad .$$

Da in einfachen Zufallsstichproben $E(\bar{y}) = \overline{Y}$ und $E(\bar{e}) = \overline{E}$ gilt, ergibt sich

$$E(\widehat{JCR}) = \frac{\overline{Y}}{\overline{E}} - \frac{Cov(\frac{\bar{y}}{\bar{e}}, \bar{e})}{\overline{E}} = JCR - \frac{Cov(\widehat{JCR}, \bar{e})}{\overline{E}} \quad . \tag{11}$$

Diese Schätzung der JCR ist verzerrt, da im allgemeinen $Cov(\widehat{JCR}, \bar{e}) \neq 0$.

Aus Gleichung (11) kann eine Obergrenze für den Bias abgeleitet werden (vgl. Hartley/Ross, 1954). Es gilt

$$E(\widehat{JCR}) - JCR = -\frac{Cov(\widehat{JCR}, \bar{e})}{\overline{E}} = -\frac{\rho_{\widehat{JCR},\bar{e}} \cdot \sqrt{V(\widehat{JCR})}\sqrt{V(\bar{e})}}{\overline{E}} \quad ,$$

wobei mit $\rho_{\widehat{JCR},\bar{e}}$ der Korrelationskoeffizient zwischen $\widehat{JCR}$ und $\bar{e}$ bezeichnet wird und mit $V(\widehat{JCR})$ bzw. $V(\bar{e})$ die Varianzen der geschätzten JCR bzw. der Durchschnittsbeschäftigung in der Stichprobe bezeichnet werden. Da der Betrag des Korrelationskoeffizienten $\rho_{\widehat{JCR},\bar{e}}$ stets kleiner oder gleich 1 ist, gilt für den Bias

$$|E(\widehat{JCR}) - JCR| \leq \frac{\sqrt{V(\widehat{JCR})}\sqrt{V(\bar{e})}}{\overline{E}}$$

mit $V(\bar{e}) = \frac{1-f}{n} S_E^2$, wobei $S_E^2 = \frac{1}{N-1}\sum_i (E_i - \overline{E})^2$ die modifizierte Varianz von E und f den Auswahlsatz ($f = \frac{n}{N}$) bezeichnet.

Für den relativen Bias erhält man

$$\frac{|E(\widehat{JCR}) - JCR|}{\sqrt{V(\widehat{JCR})}} \leq \frac{\sqrt{V(\bar{e})}}{\overline{E}} \quad .$$

Folgt man Cochran (1977, S.162), kann der Bias damit vernachlässigt werden, wenn der geschätzte Variationskoeffizient des Mittelwertes der Beschäftigtenzahlen in der Stichprobe $v_{\bar{e}}$ klein ist, mit $v_{\bar{e}} = \frac{\sqrt{s_{\bar{e}}^2}}{\bar{e}} = \sqrt{\frac{1-f}{n} s_e^2} \cdot \frac{1}{\bar{e}}$, $s_e^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(e_i - \bar{e})^2$. Als Faustregel wird dabei $v_{\bar{e}} < 0.1$ verwendet.

Es kann gezeigt werden, daß der Bias der Schätzung der JCR für große Stichprobenumfänge durch

$$E(\widehat{JCR} - JCR) \simeq \frac{1-f}{n} JCR \left(\frac{S_E^2}{\overline{E}^2} - \frac{S_{YE}}{\bar{Y}\bar{E}} \right), \tag{12}$$

approximiert werden kann (Cochran 1977, S.160f.), wobei $S_{YE} = \frac{1}{N-1}\sum_i (E_i - \overline{E})(Y_i - \overline{Y})$ die modifizierte Kovarianz zwischen E und Y bezeichnet. Offensichtlich strebt der Bias in Gleichung (12) für große Stichprobenumfänge gegen Null. Damit ist $\widehat{JCR}$ ein asymptotisch erwartungstreuer Schätzer für die JCR.

Analog kann gezeigt werden, daß die JDR verzerrt – aber asymptotisch erwartungstreu – durch $\widehat{JDR}$ geschätzt werden kann. Damit wird auch die JTR asymptotisch erwartungsteu durch (10) geschätzt. Wegen

$$\begin{aligned} E(\widehat{JTR}) &= E(\widehat{JCR}) + E(\widehat{JDR}) \\ &= JCR + JDR - \frac{Cov(\widehat{JDR}, \bar{e})}{\overline{E}} - \frac{Cov(\widehat{JCR}, \bar{e})}{\overline{E}} \end{aligned}$$

ergibt sich für den Bias der geschätzten JTR

$$E(\widehat{JTR}) - JTR = -\frac{Cov(\widehat{JDR}, \bar{e})}{\overline{E}} - \frac{Cov(\widehat{JCR}, \bar{e})}{\overline{E}} \quad .$$

Die Varianz der Schätzungen kann nur approximativ für große Stichprobenumfänge bestimmt werden (vgl. z.B. Cochran, 1977, S.31f, Stenger, 1986, S.67f). Die verwendete Approximation basiert auf der Annahme, daß der Nenner des Quotienten der Stichprobenmittel durch das Grundgesamtheitsmittel ersetzt werden kann, so daß die Schätzung des Quotienten als erwartungstreu angesehen werden kann. Für den hier vorliegenden Fall bedeutet dies, daß die Approximation gerechtfertigt ist, wenn die geschätzte durchschnittliche Beschäftigungszahl $\bar{e}$ nahe am tatsächlichen Wert der Grundgesamtheit $\bar{E}$ liegt.

Die Approximation soll am Beispiel der JCR verdeutlicht werden. Es gilt

$$\widehat{JCR} - JCR = \frac{\bar{y}}{\bar{e}} - JCR\frac{\bar{e}}{\bar{e}} \quad .$$

Ersetzt man im Nenner $\bar{e}$ durch $\bar{E}$ ergibt sich

$$\widehat{JCR} - JCR = \frac{\bar{y} - JCR \cdot \bar{e}}{\bar{E}} \quad .$$

Der Erwartungswert dieses Ausdrucks ist Null, so daß für die Approximation der Varianz $\widehat{JCR}$ als unverzerrt angesehen werden kann. Unter dieser Voraussetzung gilt

$$V(\widehat{JCR}) \quad \simeq \quad E(\widehat{JCR} - JCR)^2 = \frac{1}{\bar{E}^2} E(\bar{y} - JCR \cdot \bar{e})^2 = \frac{1-f}{n\bar{E}^2} \cdot S_D^2 \quad ,$$

mit $S_D^2 = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(D_i - \bar{D})^2$, $D_i = Y_i - JCR \cdot E_i$ und $\bar{D} = \bar{Y} - JCR \cdot \bar{E} = 0$.

Für die modifizierte Varianz der Differenz D gilt

$$S_D^2 = S_Y^2 + JCR^2 \cdot S_E^2 - 2JCR \cdot S_{YE} \quad .$$

Damit erhält man

$$V(\widehat{JCR}) \simeq \frac{1-f}{n\overline{E}^2}(S_Y^2 + JCR^2\, S_E^2 - 2JCR\; S_{YE})$$

bzw.

$$V(\widehat{JCR}) \simeq \frac{1-f}{n} JCR^2 (\frac{S_Y^2}{\overline{Y}^2} + \frac{S_E^2}{\overline{E}^2} - 2\frac{S_{YE}}{\overline{Y}\,\overline{E}}) \quad . \qquad (13)$$

Für $V(\widehat{JDR})$ ergibt sich analog

$$V(\widehat{JDR}) \simeq \frac{1-f}{n} JDR^2 (\frac{S_Z^2}{\overline{Z}^2} + \frac{S_E^2}{\overline{E}^2} - 2\frac{S_{ZE}}{\overline{Z}\overline{E}}) \quad . \tag{14}$$

Die Varianz der geschätzten JTR ergibt sich, wenn man Gleichung (10) betrachtet

$$V(\widehat{JTR}) \simeq \frac{1-f}{n} JTR^2 (\frac{S_W^2}{\overline{W}^2} + \frac{S_E^2}{\overline{E}^2} - 2\frac{S_{WE}}{\overline{W}\overline{E}}) \quad , \tag{15}$$

mit $S_W^2 = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(W_i - \overline{W})^2$ und $S_{WE} = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(W_i - \overline{W})(E_i - \overline{E})$.

Da $W_i = Z_i + Y_i$, gelten für S_{WE} und S_W^2 folgende Beziehungen

$$\begin{aligned}
S_{WE} &= \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}((Z_i + Y_i) - (\bar{Z} + \bar{Y}))(E_i - \bar{E}) = S_{ZE} + S_{YE} \quad , \\
S_W^2 &= \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}((Z_i + Y_i) - (\bar{Z} + \bar{Y}))^2 = S_Z^2 + S_Y^2 + 2S_{ZY} \quad , \\
\text{mit} \quad S_{ZY} &= \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(Z_i - \bar{Z})(Y_i - \bar{Y}) \\
&= \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N} Z_i Y_i - \frac{N}{N-1}\bar{Z}\bar{Y} = -\frac{N}{N-1}\bar{Z}\bar{Y} \quad ,
\end{aligned}$$

da aufgrund der Defintion der Variablen für alle Elemente der Grundgesamtheit $Y_i \cdot Z_i = 0$ gilt.

Aus Gleichung (15) ergibt sich damit

$$\begin{aligned}
V(\widehat{JTR}) &\simeq \frac{1-f}{n\bar{E}^2}(S_W^2 + JTR^2 S_E^2 - 2JTR\, S_{WE}) \\
&= \frac{1-f}{n\bar{E}^2}[S_Y^2 + S_Z^2 - \frac{2N}{N-1}\bar{Y}\bar{Z} + (JDR + JCR)^2 S_E^2 \\
&- 2(JDR + JCR)(S_{YE} + S_{ZE})] \quad .
\end{aligned}$$

Multipliziert man die Terme aus und sortiert sie, erhält man

$$\begin{aligned}
V(\widehat{JTR}) &\simeq V(\widehat{JDR}) + V(\widehat{JCR}) \\
&- 2JDR \cdot JCR \frac{1-f}{n}\left(\frac{1}{\bar{E}^2}(\frac{S_{YE}}{JCR} + \frac{S_{ZE}}{JDR} - S_E^2) + \frac{N}{N-1}\right) .
\end{aligned} \tag{16}$$

In Gleichung (16) wird deutlich, daß $\widehat{JCR}$ und $\widehat{JDR}$ nicht unabhängig sind. Für die Kovarianz von $\widehat{JDR}$ und $\widehat{JCR}$ ergibt sich wegen

$$V(\widehat{JTR}) = V(\widehat{JCR}) + V(\widehat{JDR}) + 2Cov(\widehat{JDR}, \widehat{JCR}) \tag{17}$$

$$Cov(\widehat{JDR}, \widehat{JCR}) \simeq -JDR \cdot JCR \frac{1-f}{n} \left(\frac{1}{\bar{E}^2} \left(\frac{S_{YE}}{JCR} + \frac{S_{ZE}}{JDR} - S_E^2 \right) + \frac{N}{N-1} \right) \quad .$$

Die Varianzen können asymptotisch erwartungstreu durch die Stichprobenwerte geschätzt werden (Stenger 1986, S.69). Es ergibt sich:

$$\hat{V}(\widehat{JCR}) = \frac{1-f}{n} \widehat{JDR}^2 \left(\frac{s_y^2}{\bar{y}^2} + \frac{s_e^2}{\bar{e}^2} - 2\frac{s_{ye}}{\bar{e}\bar{y}} \right) \quad , \tag{18}$$

$$\hat{V}(\widehat{JDR}) = \frac{1-f}{n} \widehat{JCR}^2 \left(\frac{s_z^2}{\bar{z}^2} + \frac{s_e^2}{\bar{e}^2} - 2\frac{s_{ze}}{\bar{e}\bar{z}} \right) \quad , \tag{19}$$

$$\hat{V}(\widehat{JTR}) = \frac{1-f}{n} \widehat{JTR}^2 \left(\frac{s_w^2}{\bar{w}^2} + \frac{s_e^2}{\bar{e}^2} - 2\frac{s_{we}}{\bar{e}\bar{w}} \right) \quad , \tag{20}$$

wobei mit $s_e^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (e_i - \bar{e})^2$ die Stichprobenvarianz der Durchschnittsbeschäftigung, mit $s_y^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$ bzw. $s_z^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (z_i - \bar{z})^2$ die Stichprobenvarianz der Nettobeschäftigungszuwächse bzw. der Nettobeschäftigungsverluste, mit $s_w^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (w_i - \bar{w})^2$ die Stichprobenkovarianz der Absolutwerte der Nettobeschäftigungsveränderungen und mit $s_{ye} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})(e_i - \bar{e})$, $s_{ze} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (z_i - \bar{z})(e_i - \bar{e})$ sowie mit $s_{we} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (w_i - \bar{w})(e_i - \bar{e})$ die Stichprobenkovarianzen bezeichnet werden.

Wegen $s_{zy} = -\frac{n}{n-1} \bar{y}\bar{z}$ ergibt sich für die geschätzte Kovarianz zwischen $\widehat{JDR}$ und $\widehat{JCR}$

$$\hat{Cov}(\widehat{JDR}, \widehat{JCR}) = -\widehat{JDR} \cdot \widehat{JCR} \frac{1-f}{n} \left(\frac{1}{\bar{e}^2} \left(\frac{s_{ye}}{\widehat{JCR}} + \frac{s_{ze}}{\widehat{JDR}} - s_e^2 \right) + \frac{n}{n-1} \right) .$$

4 Konfidenzintervalle und Tests

Mit Hilfe der geschätzten Varianzen ist es auch möglich, Konfidenzintervalle zu konstruieren. Es läßt sich zeigen, daß der Quotient zweier Mittelwerte, hier also die geschätzte Maßzahl für die Arbeitsplatzdynamik, in großen Stichproben approximativ normalverteilt ist[1].

Unter dieser Annahme ergibt sich für die Grenzen eines Konfidenzintervalls zum Niveau $1 - \alpha$

$$\widehat{JCR} \pm z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\hat{V}(\widehat{JCR})} \quad , \tag{21}$$

[1]Die Approximation wird üblicherweise als hinreichend gut eingestuft, wenn $n \geq 30$ ist und alle Variationskoeffizienten der Mittelwerte der in die Berechnungen eingehenden Variablen kleiner als 10% sind (vgl. Cochran 1977, S.153, S.155f, S.162).

$$\widehat{JDR} \pm z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\hat{V}(\widehat{JDR})} \quad , \tag{22}$$

$$\widehat{JTR} \pm z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\hat{V}(\widehat{JTR})} \quad . \tag{23}$$

Entsprechend läßt sich in großen Stichproben testen, ob die geschätzten Werte sich signifikant von einem externen Referenzwert unterscheiden. Bezeichnet man die Referenzwerte mit JCR_0, JDR_0 und JTR_0 ergibt sich

$$H: JCR = JCR_0 \quad G: JCR \neq JCR_0 \quad T_{JCR} = \frac{\widehat{JCR} - JCR_0}{\sqrt{\hat{V}(\widehat{JCR})}} \,, \tag{24}$$

$$H: JDR = JDR_0 \quad G: JDR \neq JDR_0 \quad T_{JDR} = \frac{\widehat{JDR} - JDR_0}{\sqrt{\hat{V}(\widehat{JDR})}} \,, \tag{25}$$

$$H: JTR = JTR_0 \quad G: JTR \neq JTR_0 \quad T_{JTR} = \frac{\widehat{JTR} - JTR_0}{\sqrt{\hat{V}(\widehat{JTR})}} \,. \tag{26}$$

Die Teststatistiken sind in großen Stichproben approximativ normalverteilt. Die Nullhypothese ist jeweils abzulehnen, wenn $|T| > z_{1-\frac{\alpha}{2}}$.

Wird der Vergleichswert aus einer anderen Grundgesamtheit bestimmt, sind die Teststatistiken (24), (25) und (26) anwendbar, wenn der Vergleichswert auf einer Vollerhebung basiert. Sind für beide Grundgesamtheiten nur Stichprobenerhebungen verfügbar, ist zu vergleichen, ob sich die beiden Werte signifikant voneinander unterscheiden. Bezeichnet man die Vergleichswerte mit JCR_1, JDR_1 und JTR_1 ergibt sich, sofern die Stichproben unabhängig sind

$$H: JCR = JCR_1 \quad G: JCR \neq JCR_1 \qquad T_{JCR} = \frac{\widehat{JCR} - \widehat{JCR}_1}{\sqrt{\hat{V}(\widehat{JCR}) + \hat{V}(\widehat{JCR}_1)}} \tag{27}$$

$$H: JDR = JDR_1 \quad G: JDR \neq JDR_1 \qquad T_{JDR} = \frac{\widehat{JDR} - \widehat{JDR}_1}{\sqrt{\hat{V}(\widehat{JDR}) + \hat{V}(\widehat{JDR}_1)}} \tag{28}$$

$$H: JTR = JTR_1 \quad G: JTR \neq JTR_1 \qquad T_{JTR} = \frac{\widehat{JTR} - \widehat{JTR}_1}{\sqrt{\hat{V}(\widehat{JTR}) + \hat{V}(\widehat{JTR}_1)}} \tag{29}$$

Auch diese Teststatistiken sind in großen Stichproben approximativ normalverteilt, und die Nullhypothese ist jeweils abzulehnen, wenn $|T| > z_{1-\frac{\alpha}{2}}$.

Des weiteren ist zu überlegen, ob der Test dazu dienen soll, zwei konkrete, endliche Grundgesamtheiten (z.B. zwei Länder) zu vergleichen oder ob durch den Vergleich ein Einfluß bestimmter ökonomischer Charakteristika

(z.B. der Arbeitsmarktbedingungen) aufgedeckt werden soll. Ist letzteres der Fall, ist es nicht sinnvoll zu testen, ob der exakte Wert in den den Stichproben zugrunde liegenden endlichen Grund- bzw. Teilgesamtheiten identisch ist, da diese Mittelwerte sich auch bei identischem ökonomischen Verhalten in der Regel unterscheiden werden. Daher sollte in diesem Fall getestet werden, ob die berechneten Maßzahlen aus zwei unendlichen Grundgesamtheiten mit dem selben Erwartungswert stammen. Dem entsprechend ist in diesem Fall die Endlichkeitskorrektur $1 - f$ bei der Berechnung der Varianzen zu vernachlässigen (vgl. Cochran, 1977, S.180ff, S.39).

Bei der Untersuchung der Arbeitsplatzdynamik spielt die Frage eine große Rolle, ob und wenn ja in welche Richtung sich die Nettobeschäftigung entwickelt. Zur Untersuchung dieser Fragestellung bietet es sich an zu testen, ob die JCR und die JDR sich in der Grundgesamtheit unterscheiden. Sind sie gleich, ist die Nettobeschäftigungsentwicklung Null, d.h. die Zahl der Beschäftigten insgesamt ändert sich nicht. Für den Test auf

$$H: \ JCR - JDR = 0; \quad G: \ JCR - JDR \neq 0$$

ergibt sich

$$T_{JCR-JDR} = \frac{\widehat{JCR} - \widehat{JDR}}{\sqrt{\hat{V}(\widehat{JCR} - \widehat{JDR})}} \quad , \tag{30}$$

mit

$$\hat{V}(\widehat{JCR} - \widehat{JDR}) = \hat{V}(\widehat{JCR}) + \hat{V}(\widehat{JDR}) - 2 \cdot \hat{Cov}(\widehat{JCR}, \widehat{JDR}) \quad .$$

Diese Varianz kann wegen (17) auch mittels

$$\hat{V}(\widehat{JCR} - \widehat{JDR}) \ = \ 2(\hat{V}(\widehat{JCR}) + \hat{V}(\widehat{JDR})) - \hat{V}(\widehat{JTR})$$

berechnet werden. Auch Teststatistik (30) ist in großen Stichproben approximativ normalverteilt, und die Nullhypothese ist abzulehnen, wenn $|T_{JCR-JDR}| > z_{1-\frac{\alpha}{2}}$.

Die hier vorgeschlagenen Teststatistiken können auch als einseitige Tests durchgeführt werden. Soll z.B. getestet werden, ob die Nettobeschäftigungsentwicklung positiv ist, bietet es sich an die Hypothese

$$H: \ JCR - JDR \leq 0; \quad G: \ JCR - JDR > 0$$

mittels (30) zu überprüfen. Die Nullhypothese ist in diesem Fall abzulehnen, wenn $T_{JCR-JDR} > z_{1-\alpha}$.

5 Beispiel

Zur Illustration der oben abgeleiteten Zusammenhänge wird eine Grundgesamtheit A mit 20 Betrieben, und insgesamt 100 Beschäftigten betrachtet. Die Gesamtbeschäftigung sei in der Betrachtungsperide konstant. Die Beschäftigung in den einzelnen Betrieben variiere hingegen.

Für die 20 Betriebe ergeben sich folgende Werte:

Tabelle 1: Grundgesamtheit A, N = 20, $\sum_i e_i = 100, \sum_i \Delta_i = 0$, $\sum_i Y_i = 12$, $\sum_i Z_i = 12$

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Δ_i	1	0	0	-2	-1	0	2	0	0	0	1	1	-2	-3	4	-2	0	2	1	-2
E_i	5.5	6	2	6	7.5	9	2	2	4	6	4.5	3.5	4	4.5	4	6	4	6	6.5	7
Y_i	1	0	0	0	0	0	2	0	0	0	1	1	0	0	4	0	0	2	1	0
Z_i	0	0	0	2	1	0	0	0	0	0	0	0	2	3	0	2	0	0	0	2

E_i : Durchschnittsbeschäftigung in der Betrachtungsperiode

Δ_i : Nettobeschäftigungsveränderung in der Betrachtungsperiode

Für die Grundgesamtheit ergibt sich $JCR = 0.12$, $JDR = 0.12$ und $JTR = JCR + JDR = 0.24$.

Aus obiger Grundgesamtheit wird eine einfache Zufallsstichprobe vom Umfang $n = 14$ gezogen. Diese umfaßt die Elemente $3-8, 11, 13-15$ und $17-20$ der Grundgesamtheit.

Tabelle 2: Stichprobe aus Grundgesamtheit A, n = 14

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	$\sum$
e_i	2	6	7,5	9	2	2	4,5	4	4,5	4	4	6	6,5	7	69
δ_i	0	-2	-1	0	2	0	1	-2	-3	4	0	2	1	-2	0
y_i	0	0	0	0	2	0	1	0	0	4	0	2	1	0	10
z_i	0	2	1	0	0	0	0	2	3	0	0	0	0	2	10

Aus der Stichprobe errechnet man $\widehat{JDR} = \frac{\overline{z}}{\overline{e}} = 0.1449$, $\widehat{JCR} = \frac{\overline{y}}{\overline{e}} = 0.1449$, und $\widehat{JTR} = \widehat{JDR} + \widehat{JCR} = 0.2898$.

Auch hier sind - zufälligerweise - $\widehat{JDR}$ und $\widehat{JTR}$ gleich. Damit wird auch in der Stichprobe eine Nettobeschäftigungsänderung von Null ausgewiesen. Dieses gilt aber nicht allgemein. Würde man z.B. eine Stichprobe vom Umfang

$n = 13$ ziehen, die bis auf das 14. Element der hier untersuchten Stichprobe entspricht, so würde aufgrund der Stichprobenwerte eine positive Nettobeschäftigungsentwicklung ausgewiesen, da $\widehat{JDR} < \widehat{JCR}$ ($\widehat{JDR} = \frac{8}{62} = 0.1290$; $\widehat{JCR} = \frac{10}{62} = 0.1613$; $\widehat{JTR} = 0.2903$).

In diesem Beispiel sind aufgrund der kleinen Stichprobengröße weder die üblichen Voraussetzungen zur Approximation der Varianzen der geschätzten Maßzahlen durch (13), (14) und (15) erfüllt noch kann angenommen werden, daß die Schätzer der Maßzahlen approximativ normalverteilt sind [2]. Dennoch sollen sowohl die geschätzten Varianzen als auch die Konfidenzintervalle und die oben vorgeschlagenen Teststatistiken zur Illustration berechnet werden.

Für die Stichprobenvarianzen erhält man $s_y^2 = 1.4505$, $s_z^2 = 1.1429$, $s_w^2 = 1.4945$, $s_e^2 = 4.6868$, $s_{ze} = 0.4396$, $s_{ye} = -0.4835$, $s_{we} = -0.04397$. Damit ergibt sich für die geschätzten Varianzen der Schätzungen der Maßzahlen $\hat{V}(\widehat{JCR}) = 0.0015$, $\hat{V}(\widehat{JDR}) = 0.00098$, und $\hat{V}(\widehat{JTR}) = 0.0017$.

Im Beispiel ergeben sich folgende approximative 90%-Konfidenzintervalle ($z_{1-\frac{\alpha}{2}} = 1.645$)

$$\begin{aligned} 0.0814 \leq \quad & JCR \quad \leq 0.2084 \\ 0.0934 \leq \quad & JDR \quad \leq 0.1965 \\ 0.2223 \leq \quad & JTR \quad \leq 0.3574 \quad . \end{aligned}$$

Als externe Referenzwerte seien für die JDR 10%, für die JCR 15% und damit für die JTR 25% gegeben. Nun soll getestet werden, ob die Werte in Grundgesamtheit A signifikant von den Referenzwerten abweichen. Für die Teststatistiken (24), (25) und (26) ergibt sich unter Berücksichtigung der Endlichkeitskorrektur

$$\begin{aligned} H: JCR = 0.15 \quad G: JCR \neq 0.15 \quad T_{JCR} &= \frac{0.1449 - 0.15}{\sqrt{0.0015}} = -0.1317 \,, \\ H: JDR = 0.10 \quad G: JDR \neq 0.10 \quad T_{JDR} &= \frac{0.1449 - 0.10}{\sqrt{0.00098}} = 1.4343 \,, \\ H: JTR = 0.25 \quad G: JTR \neq 0.25 \quad T_{JTR} &= \frac{0.2894 - 0.25}{\sqrt{0.0017}} = 0.9556 \,. \end{aligned}$$

[2] Die Stichprobe hat einen Umfang von $n = 14$ und für die geschätzten Variationskoeffizienten der Mittelwerte ergibt sich $v_{\bar{e}} = \sqrt{\frac{1-f}{n} s_e^2 \frac{1}{\bar{e}}} = 0.0643$, $v_{\bar{y}} = \sqrt{\frac{1-f}{n} s_y^2 \frac{1}{\bar{y}}} = 0.2086$, $v_{\bar{z}} = \sqrt{\frac{1-f}{n} s_z^2 \frac{1}{\bar{z}}} = 0.1852$, $v_{\bar{w}} = \sqrt{\frac{1-f}{n} s_w^2 \frac{1}{\bar{w}}} = 0.1497$.

Damit kann keine der Nullhypothesen bei einem Signifikanzniveau von 10% verworfen werden.

In einem weiteren Schritt wird getestet, ob die Nettobeschäftigungsentwicklung in Grundgesamtheit A von Null verschieden ist. Für die Teststatistik (30) ergibt sich aufgrund der numerischen Äquivalenz von $\widehat{JCR}$ und $\widehat{JDR}$ der Wert Null, formal erhält man unter Berücksichtigung der Endlichkeitskorrektur

$$T_{JCR-JDR} = \frac{0.1449 - 0.1449}{\sqrt{2(0.0015 + 0.00098) - 0.0017}} = 0 \quad .$$

Damit kann die Nullhypothese, daß die Zahl der Beschäftigten in der Grundgesamtheit in der Betrachtungsperiode gleich geblieben ist, nicht verworfen werden.

Im folgenden wird davon ausgegangen, daß für Grundgesamtheit A lediglich die Werte der Stichprobe bekannt sind. Darüber hinaus sind aus einer weiteren Stichprobenerhebung für eine Grundgesamtheit B folgende Werte bekannt: $\widehat{JCR} = 0.16$, $\hat{V}(\widehat{JCR}) = 0.0024$, $\widehat{JDR} = 0.09$, $\hat{V}(\widehat{JDR}) = 0.0021$, $\widehat{JTR} = 0.25$, $\hat{V}(\widehat{JTR}) = 0.0085$.

Die aus der Grundgesamtheit B gezogene Stichprobe sei unabhängig von der aus Grundgesamtheit A gezogen, der Auswahlsatz betrage 25% und die Approximationsbedingungen seien erfüllt.

Nimmt man an, A und B seien zwei Länder und es soll für jede der Maßzahlen getestet werden, ob die Maßzahl in A der in B entspricht. Dazu werden die Teststatistiken (27) (28) und (29) unter Einschluß der Endlichkeitskorrektur zu bestimmt. Es ergibt sich

$$\begin{aligned} T_{JCR} &= \frac{0.1449 - 0.16}{\sqrt{0.0015 + 0.0024}} = -0.2418 \quad , \\ T_{JDR} &= \frac{0.1449 - 0.09}{\sqrt{0.0021 + 0.00098}} = 0.9892 \quad , \\ T_{JTR} &= \frac{0.2894 - 0.25}{\sqrt{0.0017 + 0.0085}} = 0.3901 \quad . \end{aligned}$$

Damit kann keine der getesteten Hypothesen zu einem Signifikanzniveau von 10% verworfen werden. Zwischen den Ländern kann auf diesem Weg kein Unterschied aufgezeigt werden.

Unterscheiden sich die Grundgesamtheiten hinsichtlich eines bestimmten Charakteristikums, z.B. der Existenz von Mitbestimmmungsregelungen, und will man testen, ob sich Betriebe mit Regelungen von denen ohne Regelungen hinsichtlich eines der Maße unterscheiden, ist es sinnvoll, die Endlichkeitskorrektur zu vernachlässigen. Für die Teststatistiken (27), (28) und (29) erhält man ohne die Berücksichtigung der Endlichkeitskorrektur

$$\begin{aligned} T_{JCR} &= \frac{0.1449 - 0.16}{\sqrt{\frac{0.0015+0.0024}{1-0.25}}} = -0.2094 \quad , \\ T_{JDR} &= \frac{0.1449 - 0.09}{\sqrt{\frac{0.0021+0.00098}{1-0.25}}} = 0.8567 \quad , \\ T_{JTR} &= \frac{0.2894 - 0.25}{\sqrt{\frac{0.0017+0.0085}{1-0.25}}} = 0.3379 \quad . \end{aligned}$$

Damit kann keine getesteten Hypothesen zu einem Signifikanzniveau von 10% verworfen werden. Auf Basis dieser Ergebnisse unterscheiden sich Betriebe mit Mitbestimmungsregelungen hinsichtlich der Arbeitsplatzdynamik nicht signifikant.

6 Fazit und Ausblick

Im vorliegenden Beitrag wurde die Schätzung der Job-Turnover-Rate (JTR) und ihrer Komponenten, Job-Creation-Rate (JCR) und Job-Destruction-Rate (JDR) aus Stichprobenerhebungen diskutiert. Es zeigt sich, daß die Stichprobenäquivalente der Maßzahlen als Quotienten von Mittelwerten aufgefaßt werden können und somit verzerrte, aber asymptotisch erwartungstreue Schätzungen der Maßzahlen der Grundgesamtheit sind.

Die Varianzen der Maßzahlen können für große Stichprobenumfänge approximativ bestimmt und asymptotisch erwartungstreu geschätzt werden. Erlaubt der Stichprobenumfang darüber hinaus, davon auszugehen, daß die geschätzten Maßzahlen approximativ normalverteilt sind, können auch Konfidenzintervalle und Tests konstruiert werden. Offen bleibt jedoch, ob die in der Literatur genannten Approximationsbedingungen – aufgrund der extrem linkssteilen Ausgangsverteilungen, insbesondere der der Beschäftigtenzahlen (d.h. der Betriebsgrößen) – für diese Problemstellung geeignet sind.

Die vorliegenden Ergebnisse können in mehrfacher Hinsicht erweitert und ergänzt werden. Zum einen sind aufgrund von Simulationsstudien die Kleinstichprobeneigenschaften der vorgeschlagenen Statistiken zu untersuchen. In einem zweiten Schritt sind (weitere) Tests auf Unterschiede in der Arbeitsplatzdynamik für verschiedene Betriebstypen bzw. Konjunkturphasen zu entwickeln. Zum anderen können die vorliegenden Ergebnisse auf den in der Praxis vielfach relevanten Fall geschichteter Stichproben übertragen werden.

Literaturverzeichnis

Cochran, W.G. (1977): Sampling Techniques, 3. Auflage, New York, London, Sydney: John Wiley & Sons.

Davis, S.J., Haltiwanger, J. und S. Schuh (1996): Job Creation and Destruction, Cambridge/MA: MIT Press.

Hartley, H.O. und A. Ross (1954): Unbiased Ratio Estimates, Nature, 174, S.270-271.

OECD (1994): Job Gains and Job-Losses in Firms; Employment Outlook, S.103–135.

Stenger, H. (1986): Stichproben, Heidelberg, Wien: Physika – Verlag.