

Läufer, Nikolaus K. A.

Working Paper

Die Nichtoptimalität neutralen Revisionsverhaltens für eine Klasse von Nutzenfunktionen

Diskussionsbeiträge, No. 10

Provided in Cooperation with:

Department of Economics, University of Konstanz

Suggested Citation: Läufer, Nikolaus K. A. (1971) : Die Nichtoptimalität neutralen Revisionsverhaltens für eine Klasse von Nutzenfunktionen, Diskussionsbeiträge, No. 10, Universität Konstanz, Fachbereich Wirtschaftswissenschaften, Konstanz

This Version is available at:

<https://hdl.handle.net/10419/78196>

Standard-Nutzungsbedingungen:

Die Dokumente auf EconStor dürfen zu eigenen wissenschaftlichen Zwecken und zum Privatgebrauch gespeichert und kopiert werden.

Sie dürfen die Dokumente nicht für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, öffentlich zugänglich machen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Sofern die Verfasser die Dokumente unter Open-Content-Lizenzen (insbesondere CC-Lizenzen) zur Verfügung gestellt haben sollten, gelten abweichend von diesen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

Terms of use:

Documents in EconStor may be saved and copied for your personal and scholarly purposes.

You are not to copy documents for public or commercial purposes, to exhibit the documents publicly, to make them publicly available on the internet, or to distribute or otherwise use the documents in public.

If the documents have been made available under an Open Content Licence (especially Creative Commons Licences), you may exercise further usage rights as specified in the indicated licence.

DIE NICHTOPTIMALITÄT NEUTRALEN
REVISIONSVERHALTENS FÜR EINE
KLASSE VON NUTZENFUNKTIONEN

NIKOLAUS K.A. LÄUFER

Oktober 1971

Diskussionsbeiträge
des Fachbereichs Wirtschaftswissenschaften
der Universität Konstanz

Nr. 10

I N H A L T

	<u>Seite</u>
I. <u>Einleitung</u>	1
1. Planrevisionen bei Marktungleichgewichten	1
2. Makrotheorie des Revisionsverhaltens (Revisionsmatrizen)	1
3. Mikrotheorie des Revisionsverhaltens - das Problem	3
4. Formen und Rollen des WALRASschen Gesetzes	3
5. Neutrales Revisionsverhalten	5
6. Das WALRASsche Gesetz bei neutralem Revisionsverhalten	7
7. Die Nutzenfunktion als Optimalitätskriterium für neutrales Revisionsverhalten von Haushalten	10
II. <u>Die Planrevision als Fall der Rationierung</u>	12
1. Zur Analogie von Marktungleichgewichten und Rationierung	12
2. Das verwendete Haushaltsmodell	13
3. Die Planrevision als Maximierungsproblem	17
4. Die Ableitung von ursprünglichen Nachfragefunktionen	22
5. Die Ableitung von revidierten Nachfragefunktionen	26
6. Ein neuer Revisionskoeffizient	28
7. Die Definition von Überschußnachfragefunktionen	29
8. Zwei Gleichungssysteme zur Bestimmung optimaler Revisionsmatrizen	31
9. Optimale Revisionsmatrizen im System I	36

	<u>Seite</u>
III. <u>Zur Optimalität neutralen Revisions-</u> <u>verhaltens</u>	41
1. Vorbemerkung	41
2. Der LF-Fall	43
3. Der LF-Fall als liquidity-trap (Kriterien)	48
4. Der LP-Fall und die bond-trap (Kriterien)	54
5. Ergebnis	58
IV. <u>Schlußbemerkung</u>	62
ANHANG	65
ANMERKUNGEN (Fußnoten)	70
SYMBOLVERZEICHNIS	78

I. Einleitung

1. Planrevisionen bei Marktungleichgewichten

An anderer Stelle ¹⁾ haben wir den Gegensatz zwischen der Loanable-Funds (LF)- und der Liquiditätspräferenz (LP)-Theorie des Zinses identifiziert als einen Gegensatz von Spezialfällen im Rahmen einer Theorie neutralen Verhaltens bei der Revision von Plänen. Die infragestehenden Pläne betrafen den Kauf bzw. Verkauf von Gütern, Geld- und Wertpapieren. Die Analyse beschränkte sich (also) explizit nur auf den Güter-, Geld- und Wertpapiermarkt und vernachlässigte den Arbeitsmarkt, von dem angenommen wurde, daß er sich stets im Gleichgewichtszustand befinde.

Ansatzpunkt der Überlegungen war und sei die Feststellung, daß die Wirtschaftssubjekte selbst bei konsistenter Planung ²⁾ durch Marktungleichgewichte frustriert werden können, d.h. dadurch daß sich bei der Planverwirklichung herausstellt, daß ihre Pläne zu den herrschenden "Preisen" (interindividuell) inkompatibel sind. Wir halten es theoretisch für sinnvoll anzunehmen, daß auf solche Ungleichgewichte zunächst mit Planrevisionen reagiert wird und daß bestehende Marktungleichgewichte zuerst durch diese Planrevisionen modifiziert (möglicherweise also auch verstärkt) werden, ehe sie Preisänderungen ³⁾ verursachen und - bei Stabilität - dadurch sofort oder nur allmählich und iterativ beseitigt werden.

2. Makrotheorie des Revisionsverhaltens (Revisionsmatrizen)

Formal haben wir versucht, das Revisionsverhalten makroökonomisch durch ein System von Gleichungen zu erfassen, bei dem die revidierten Überschussnachfragefunktion eines jeden Marktes sich als eine besondere Linearkombination der ursprünglichen,

d.h. der noch nicht revidierten, Überschußnachfragefunktionen aller Märkte darstellte.

Wenn wir mit $(I - S)$, $(B_d - B_s)$ und $(L - M)$ die Überschußnachfragefunktionen auf dem Güter-, dem Wertpapier- und dem Geldmarkt bezeichnen und wenn wir den revidierten Funktionen den Index r und den ursprünglichen Funktionen den Index u zuweisen, dann läßt sich dieses Gleichungssystem darstellen als

$$\begin{bmatrix} (I - S)_r \\ (B_d - B_s)_r \\ (L - M)_r \end{bmatrix} \equiv \begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} (I - S)_u \\ (B_d - B_s)_u \\ (L - M)_u \end{bmatrix} \quad (1)$$

Bezeichnen wir ferner den Vektor der revidierten Überschußnachfragefunktionen mit X_r , den Vektor der ursprünglichen Überschußnachfragefunktionen mit X_u und die Matrix der Revisionskoeffizienten a_i , b_i , c_i mit R , dann schreibt sich dieses System als

$$X_r \equiv R X_u \quad (2)$$

Für die Revisionskoeffizienten, d.h. von den Elementen der Revisionsmatrix R , hatten wir angenommen, daß sie keine interindividuellen Unterschiede aufweisen ⁴⁾, daß sie mit den "Preisen" nicht variieren und symmetrisch sind für positive und negative Überschußnachfragen. Die Matrix R ist (war) demnach eine Matrix von Konstanten, die in ihrer Größe unabhängig sind vom Niveau der "Preise" und unabhängig von der Größe der zu revidierenden ursprünglichen Überschußnachfragen und damit auch unabhängig vom Ausmaß der eventuell zu erwartenden Preisänderungen. Zu diesen vereinfachenden Annahmen über die Matrix R sind wir dadurch gestoßen,

daß wir das Konzept der Revisionskoeffizienten auf der makroökonomischen Ebene eingeführt haben.

3. Mikrotheorie des Revisionsverhaltens - das Problem

Im folgenden ist es unser Ziel, eine mikroökonomische Basis für die hier skizzierte Revisionstheorie und die Matrix R zu liefern. Sofern wir dieses Ziel erreichen, beantworten wir damit gleichzeitig die Frage nach den (mikroökonomischen) Determinanten der Revisionskoeffizienten sowie die Frage ihrer Variabilität. Schließlich wird es dann auch möglich sein, die Frage der Optimalität auch des neutralen Revisionsverhaltens und insbesondere der zinstheoretisch relevanten Spezialfälle des neutralen Revisionsverhaltens zu klären.

4. Formen und Rollen des WALRASschen Gesetzes

Bevor wir den Neutralitätsbegriff erläutern, sollen noch einige Bemerkungen zur Rolle des WALRASschen Gesetzes gemacht werden.

Die Annahme der Gültigkeit bzw. Ungültigkeit des WALRASschen Gesetzes wird im folgenden stets im ex-ante Sinne verstanden, denn die ex-post-Gültigkeit des WALRASschen Gesetzes kann zwar irrtümlicherweise übersehen, nicht aber postuliert oder angenommen werden. Genau wie die ex-post-Identität zwischen Sparen und Investieren keine Sache von Annahmen, sondern die Konsequenz von Definitionen für Sparen und Investieren ist, so ist die ex-post-Gültigkeit des WALRASschen Gesetzes eine Konsequenz der definitorischen Gleichheit von Bilanzsummen (Aktiva und Passiva einer Bilanz). Und genau wie es erst beim ex-ante oder geplanten Sparen und Investieren sinnvoll ist, vom Gleichgewicht bzw. Ungleichgewicht zwischen Sparen und Investieren zu sprechen, so ist die Frage der Gültigkeit bzw. Ungültigkeit des WALRASschen Gesetzes nur sinnvoll in der ex-ante oder planerischen Bedeutung dieses "Gesetzes".

Die Gültigkeit des WALRASschen Gesetzes, d.h. die Beachtung der Budgetrestriktion bei der Planung muß (nun) zweimal postuliert werden, einmal für die ursprünglichen Pläne und zum anderen für die revidierten Pläne, denn die Gültigkeit bei den ursprünglichen Plänen impliziert nicht schon die Gültigkeit bei den revidierten Plänen. Es ist aber leicht einzusehen, daß aufgrund des Gleichungssystems (1) das WALRASsche Gesetz auch für die revidierten Pläne gilt, sobald es für die ursprünglichen Pläne gilt und sofern gleichzeitig die Bedingung (3)

$$\sum_{i=1}^3 a_i = \sum_{i=1}^3 b_i = \sum_{i=1}^3 c_i = 1 \quad (3)$$

erfüllt ist. Umgekehrt ist aufgrund des Systems (2) das WALRASsche Gesetz auch für die ursprünglichen Pläne gültig, sobald es für die revidierten Pläne gilt und sofern die Revisionskoeffizienten gleichzeitig der Bedingung (3) genügen. Anders formuliert: Vorausgesetzt es gilt die Bedingung (3), dann ist die Gültigkeit des WALRASschen Gesetzes bei den ursprünglichen Plänen, d.h. die Identität (4)

$$(1, 1, 1) X_u \equiv 0 \quad (4)$$

notwendig und hinreichend (\Leftrightarrow) für die Gültigkeit des WALRASschen Gesetzes bei den revidierten Plänen, d.h. für die Identität (5)

$$(1, 1, 1) X_r \equiv 0. \quad (5)$$

Der exakte Beweis ⁵⁾ für diese Behauptung setzt beim Gleichungssystem (2) an, nach dem es mit Hilfe des Zeilenvektors (1, 1, 1) zu einer einzigen Gleichung zusammengefaßt worden ist:

$$(1, 1, 1) X_r \equiv (1, 1, 1) R X_u \quad (6)$$

5. Neutrales Revisionsverhalten

Das Revisionsverhalten ist nach unserer früheren Festlegung dann neutral, wenn die Revisionskoeffizienten der Bedingung (7)

$$a_2 + a_3 = b_2 + b_3 = c_2 + c_3 \quad (7)$$

genügen.

Die Bedingung (7) besagt, daß der relative Anteil an der ursprünglichen Überschußnachfrage, der im Zuge der Planrevision auf den Geld- und den Wertpapiermarkt (die Märkte 2 und 3) zusammen ⁶⁾ verlagert wird, unabhängig ist von der Art der zu revidierenden Überschußnachfrage. Für die Haltung der Planenden gegenüber den monetären Märkten als Ganzes ist es also bei der Planrevision hier gleichgültig, auf welchem Markt ihnen mit unrevidierten Plänen Frustration drohen würde. Diese Interpretation schien uns den Terminus neutrales Revisionsverhalten zu rechtfertigen.

Vorausgesetzt, es gelten die Identitäten (2) und (4), dann läßt sich zeigen, ⁷⁾ daß die Bedingung (7) notwendig und hinreichend ist für die Identität (8)

$$(B_s - B_d)_r \equiv (L - M)_r \quad (8)$$

Wenn also das Revisionsverhalten durch die Gleichungen (7) repräsentiert werden kann und sofern das WALRASsche Gesetz für die ursprünglichen Pläne gilt, dann ergibt sich daraus die Identität (8) zwischen dem revidierten Wertpapierüberschußangebot und der revidierten Geldüberschußnachfrage. Umgekehrt implizieren die Identitäten (4) und (8) die Gleichungen (7).

Es hat sich nun in der zinstheoretischen Diskussion ⁸⁾ gezeigt, daß die Identität (8) zur Grundlage einer widerspruchsfreien Unterscheidung

zwischen einer LF- und einer LP-Theorie gemacht werden muß. Das bedeutet aber, daß sich Unterschiede zwischen den beiden Zinstheorien - die Gültigkeit des WALRASschen Gesetzes für die ursprünglichen Pläne, d.h. die Identität (4), stets vorausgesetzt - in einer unterschiedlichen Wertzuweisung für die Revisionskoeffizienten in den Gleichungen (7) niederschlagen.

Wir haben an anderer Stelle ⁹⁾ gezeigt, daß sich der Gegensatz zwischen den beiden Zinstheorien repräsentieren läßt durch den Unterschied der Revisionsmatrizen (9) und (10):

$$R_{LF} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$R_{LP} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

Diese Matrizen (9) und (10) stellen Spezialfälle eines allgemeineren neutralen Revisionsverhaltens dar, das durch die Bedingung (7) charakterisiert wird.

Die Matrizen (9) und (10) können wie folgt interpretiert werden. An der Überschußnachfrage für jeweils zwei Märkte wird bei der Revision der ursprünglichen Pläne voll festgehalten. Im LP-Fall wird nur ¹⁰⁾ die ursprüngliche Wertpapierüberschußnachfrage, im LF-Fall dagegen nur die ursprüngliche Geldüberschußnachfrage jeweils genau um die ursprüngliche Güterüberschußnachfrage revidiert bzw. "erhöht".

Bei der LF-Theorie werden die ursprünglichen Kredit- und Verschuldungspläne, d.h. die (unrevidierten) Ausgangspläne für die Wertpapierüberschuß-

nachfrage, trotz der bereits eingetretenen oder noch bevorstehenden Enttäuschungen auf dem Gütermarkt beibehalten. Man paßt sich auf der monetären Seite allein durch eine Veränderung der ursprünglichen Geldhaltungspläne an. Bei der LP-Theorie dagegen hält man starr an den (unrevidierten) Ausgangsplänen für die Geldüberschußnachfrage fest und paßt sich den drohenden bzw. bereits eingetretenen Frustrationen auf dem Gütermarkt ausschließlich durch eine Modifikation der ursprünglichen Wertpapierüberschußnachfrage an.

6. Das WALRASsche Gesetz bei neutralem Revisionsverhalten

Für die folgenden Überlegungen ist es ohne Bedeutung, daß die Matrizen (9) und (10) scheinbar ein Verhalten porträtieren, bei dem das WALRASsche Gesetz für die revidierten Pläne deswegen nicht gilt, weil (11) als Eigenschaft von (9) und (10)

$$\sum a_i = 2 \quad (11)$$

die Bedingung (3) verletzt.

Die Motivation für die Annahme (11) liegt in dem Versuch, die unrevidierte, d.h. ursprüngliche Güterüberschußnachfrage als Ursache für "Preis"-Veränderungen auf dem Gütermarkt zu verwenden, während zwischen dem Geldmarkt und dem Wertpapiermarkt die Identität (8) besteht. Gilt nämlich sowohl die Identität (8) als auch das WALRASsche Gesetz für die revidierten Pläne, also die Identität (5), dann haben wir zwangsläufig die Identität (12)

$$(I - S)_R = 0 \quad (12)$$

und aus der dynamischen Gleichung (13)

$$\frac{dY}{dt} = f \cdot (I - S)_R \quad \left[0 = f(0) \right] \quad (13)$$

folgt ¹¹⁾ dann notwendigerweise, sofern $f > 0$,

$$\frac{dY}{dt} \equiv 0 . \quad (14)$$

In einem dynamischen fixed-price-Modell blieben somit die Einkommensveränderungen stets unerklärt. Gleichzeitig läßt sich die Auffassung vertreten, daß es die bekundete (revealed) ursprüngliche (unrevidierte) Güterüberschußnachfrage $(I - S)_u$ ist, welche die Produzenten zu Produktions- und (makroökonomisch identisch) zu Einkommensänderungen veranlaßt. Die Annahme (11) erlaubt deshalb eine Verknüpfung unserer revisionstheoretischen Vorstellungen mit der Absicht, makro-dynamische Analyse (auf dem Güter- und dem Wertpapiermarkt) zu betreiben.

Als makro-dynamisches System zur Bestimmung von Volkseinkommen und Zinssatz auf dem Güter- und Wertpapiermarkt erhält man mit der Annahme (11) das System (15):

$$\begin{pmatrix} \frac{dY}{dt} \\ \frac{di}{dt} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} f \cdot (I - S)_r^* \\ g \cdot (B_s - B_d)_r \end{bmatrix} \quad (15)$$

wobei ¹²⁾ vorausgesetzt ist, daß sowohl die Identität (16)

$$(I - S)_r^* \equiv (I - S)_u \quad (16)$$

als auch die Identität (8) gilt. Zinstheoretisch läßt sich dann zwischen einem LF-Fall anhand der Identitäten (17) und (9)

$$X_r \equiv R_{LF} X_u \quad (17)$$

und einem LP-Fall anhand der Identitäten (18) und (10)

$$X_r \equiv R_{LP} X_u \quad (18)$$

unterscheiden. Es versteht sich dabei für (17) und (18), daß in dem Spaltenvektor X_r an der

Stelle des ersten Elementes nicht $(I - S)_r$ gemäß Identität (12), sondern $(I - S)_r^*$ gemäß Identität (16) steht.

Entscheidend für die folgenden Überlegungen ist dagegen, daß für das Zustandekommen der revidierten Überschußnachfragegrößen auf dem Geld- und Wertpapiermarkt stets unterstellt wird, es gelte das WALRASSche Gesetz durchgehend sowohl für die ursprünglichen Pläne als auch für die revidierten Pläne. Kommt es also bei der Planrealisierung auf dem Gütermarkt zu einer Frustration, kann der geplante Konsum beispielsweise aufgrund einer generellen Warenknappheit nicht realisiert werden, dann wird angenommen, daß die zwangsweise gesparten Mittel in genau derselben Höhe für zusätzliche Geldhaltung und/oder für den Kauf zusätzlicher Wertpapiere verwendet werden, d.h. daß der nicht zum Zug kommende Teil der ursprünglichen Güternachfrage vollständig auf die beiden monetären Märkte verlagert wird. Dies führt dann makroökonomisch gesehen dazu, daß die revidierte, wir nennen sie im folgenden auch die "echt" revidierte, Güterüberschußnachfrage gleich Null ist, daß also die Identität (12) und schließlich das WALRASSche Gesetz auch für die revidierten Pläne gilt. Von diesen Annahmen weicht man mit der Gleichung (11) nur scheinbar ab. Diese Gleichung betrifft weder die revidierte Geld- und Wertpapierüberschußnachfrage, noch die "echt" revidierte Güterüberschußnachfrage $(I - S)_r$ gemäß Gleichung (12). Sie betrifft dagegen nur die "unecht" revidierte Güterüberschußnachfrage $(I - S)_r^*$ gemäß Gleichung (16), die, wie bereits bemerkt, lediglich zu dynamischen preistheoretischen Zwecken eingeführt worden ist ¹³⁾ .

7. Die Nutzenfunktion als Optimalitätskriterium für neutrales Revisionsverhalten von Haushalten

Nach diesen einleitenden Bemerkungen steht uns nichts mehr im Wege, unser Zwischenziel einer mikrotheoretischen Basis für unsere Revisi-
theorie, insbesondere die R-Matrizen, anzu-
steuern. Hier ist jedoch der Platz noch eine
wichtige Einschränkung anzumerken.

Wir sind bis jetzt lediglich in der Lage, eine
Mikro-Basis für das Revisionsverhalten der
Haushalte zu liefern, und zwar durch Einführung
einer Nutzenfunktion. Der Rückgriff auf eine
Nutzenfunktion ergab sich zwangsläufig aus unse-
rer Absicht, mikrotheoretisch optimales Revi-
sionsverhalten zu formulieren, denn Verhalten
ist nur in bezug auf eine Zielfunktion optimali-
sierbar.

In der Einführung einer Nutzenfunktion sehen wir
jedoch a priori keinen Nachteil. Wir betrachten
vielmehr die Nutzentheorie als eine geeignete
Maschine zur Produktion von empirisch widerleg-
baren Hypothesen, womit wir gleichzeitig andeu-
ten, welcher Autorität wir uns beugen: es ist die
Autorität empirischer Tests von (aus einer
Theorie) abgeleiteten Hypothesen und nicht die
Autorität irgendwelcher a-priori-Erwägungen über
den Realitätsgehalt von Annahmen.¹⁴⁾

Für unsere Zwecke, Revisionskoeffizienten mikrotheo-
retisch explizit abzuleiten, sowie neutrales Revisions-
verhalten (insbesondere die zinstheoretischen
Spezialfälle desselben) auf Optimalität hin zu
analysieren, genügt es jedoch nicht, daß man
eine allgemeine "wohlanständige" Nutzenfunktion
(well-behaved utility function) postuliert. Man
muß vielmehr den Funktionstyp mathematisch näher
spezifizieren. Dabei kann man natürlich versuchen,
möglichst allgemein zu sein. Insofern aber für

die späteren Ergebnisse keine Unabhängigkeit von den Besonderheiten der gewählten Nutzenfunktion besteht, sind die folgenden Ausführungen nur als methodische Exemplifikation zu verstehen.

II. Die Planrevision als Fall der Rationierung

1. Zur Analogie von Marktungleichgewichten und Rationierung

Die nachfolgende Analyse unterliegt mehreren Beschränkungen. Sie bezieht sich, wie bereits weiter oben bemerkt, erstens nur auf Haushalte, und zweitens verwendet sie nicht den denkbar allgemeinsten Typ einer Nutzenfunktion. Drittens behandelt sie ausschließlich den Fall, bei dem Planrevisionen durch Frustrationen auf dem Gütermarkt ausgelöst werden. Für den ersten und den dritten Punkt gilt dasselbe, was wir bereits weiter oben zum zweiten Punkt gesagt haben. Er schränkt zwar die Allgemeinheit der Resultate ein, gestattet jedoch die Demonstration einer allgemeinen Methode, die auch für außerhalb dieser Beschränkung liegende Fälle anwendbar ist.

Der entscheidende Gedanke für unsere mikrotheoretische Formulierung des Revisionsverhaltens ist die Analogie der Konsequenzen bei Marktungleichgewichten (Nachfrageüberhang) und Rationierung. In beiden Fällen werden dem Konsumenten zusätzlich zur Einkommens- bzw. Vermögensrestriktion Beschränkungen auferlegt, die er beim Maximierungskalkül zu beachten hat.

Sofern der einzelne Konsument mit seinen geplanten Kaufmengen keinen Einfluß auf die Marktpreise ausüben kann (Preisunabhängigkeit) bzw. die Marktpreise nur verzögert auf Marktungleichgewichte reagieren, sind Marktungleichgewichte, d.h. Differenzen zwischen Angebot und Nachfrage zu den herrschenden Preisen, soviel wie Mengenbeschränkungen für denjenigen, der bei der Bedienung nach dem Prinzip "Wer zuerst kommt, mahlt zuerst" leer ausgegangen ist. Daß beim reinen Fall der Rationierung die Mengen-Beschränkung (z.B. in Form von Punkten) bereits im Zeitpunkt der ursprünglichen

Planung bekannt ist, während die Mengenbeschränkungen aufgrund von Marktungleichgewichten erst "später", nach dem Realisierungsversuch der ursprünglichen Pläne, d.h. bei der Planrevision, bzw. bei der Aufstellung der revidierten Pläne bekannt sind und berücksichtigt werden, kann hier vernachlässigt werden. Dieser zeitliche Unterschied offenbart lediglich den quasi-dynamischen Charakter der folgenden Revisionstheorie. Der zeitliche Unterschied verschwindet zudem gänzlich dann, wenn die Planrevision bereits im Zeitpunkt der Formulierung der ursprünglichen Pläne in Form von Eventualplänen mit erstellt wird.

Die Eventualplanung kann man sich als Simulation einer Rationierung vorstellen, bei der die Mengenbeschränkung parametrisch variiert wird.

2. Das verwendete Haushaltsmodell

Wie wir sahen, wirkt sich für den einzelnen (frustrierten) Haushalt ein Gütermarktungleichgewicht (Nachfrageüberhang) wie eine Mengenbeschränkung für den Konsum aus. Zur Ableitung der revidierten Pläne für den Kauf von Gütern, Wertpapieren und die Geldhaltung genügt es, daß man das ursprüngliche Maximierungskalkül mit einer zusätzlichen Nebenbedingung für die mengenmäßige Konsumschränke wiederholt.

Es ist mit der für das Weitere geltenden Annahme der Preisunabhängigkeit nicht unvereinbar, wenn man annimmt, daß beim Versuch, die ursprünglichen Pläne zu realisieren, die Preise incl. Zinssatz sich nicht verändern, so daß für den einzelnen Haushalt bei der Planrevision dieselben Preise wie bei der Aufstellung der ursprünglichen Pläne gelten.

Wir versuchen im folgenden nicht unnütz allgemein zu sein, wenn wir einen Planungshorizont von n-Perioden unterstellen. Obwohl wir dabei im Prinzip dieselben Resultate erhalten wie in einem 2-Perioden-Modell, ist es einfacher, die Struktur von Nachfragefunktionen für Güter, Geld und Wertpapiere zu erkennen, wenn man einen n-Perioden-Horizont zugrunde legt. Damit haben wir implizit auch gesagt, daß wir die Zeit als diskrete und nicht als kontinuierliche Variable behandeln.

Wir verwenden als Nutzenfunktion eine relativ einfache von H. UZAWA ¹⁵⁾ eingeführte Produktionsfunktion mit konstanten partiellen Substitutionselastizitäten:

$$U = \left[\sum_{i=1}^n \alpha_i C_i^{-\beta} + \sum_{j=1}^{n-1} B_j \left(\frac{M_j}{p} \right)^{-\beta} \right]^{-\frac{1}{\beta}} \quad (19)$$

wobei $\alpha_i, B_j \geq 0$ und

$$\sum_{i=1}^n \alpha_i + \sum_{j=1}^{n-1} B_j = 1 \quad (20)$$

U = Nutzenindex

C_i = geplanter realer Konsum für die Periode i

$\left(\frac{M_j}{p} \right)$ = geplante reale Kassenhaltung für die Periode j

n = Anzahl der Perioden (Länge des Planungshorizontes)

α_i = Nutzenintensitätsparameter für den (geplanten) realen Konsum in der Periode i

B_j = Nutzenintensitätsparameter für die (geplante) reale Kassenhaltung in der Periode j

β = Substitutionsparameter ($-1 \leq \beta \leq \infty$)

$\zeta = \zeta_{kl} = \frac{1}{1+\beta}$ = konstante partielle Substitutionselastizität zwischen dem Input k und dem Input l ($k \neq l$)

Die Indizes k und l beziehen sich auf Elemente der Menge $\left\{ C_1, \dots, C_n, \frac{M_1}{p}, \dots, \frac{M_{n-1}}{p} \right\}$

Da ein nur ordinaler Nutzenindex für das Weitere vollauf genügt, brauchen wir uns nicht weiter darum zu kümmern, daß die Nutzenfunktion konstante returns to scale enthält. Ausschlaggebend für das Folgende sind jedoch die Homogenität und die Quasi-Konkavität ¹⁶⁾ der Funktion (19).

Bekanntlich sind, wie ein Grenzübergang zeigt, in der Funktion (19) auch die Spezialfälle der COBB-DOUGLAS- ($\gamma = 0, \beta = 1$) und der LEONTIEF-Funktion ($\gamma = \infty, \beta = 0$) enthalten. Unser Interesse gilt im weiteren jedoch ausschließlich jenen Fällen, in denen

$$0 < \beta < \infty \quad (\infty > \gamma > -1). \quad (21)$$

Wir vernachlässigen also die Grenzfälle der Limitationalität ($\beta = 0, \gamma = \infty$) und der vollständigen Substituierbarkeit ($\beta = \infty, \gamma = -1$).

In der Nutzenfunktion (19) haben wir absichtlich die Wertpapierhaltung als Argument ausgeschlossen. Wertpapiere vermitteln, so nehmen wir damit an, nur indirekten Nutzen, indem sie nach Verkauf bzw. nach Fälligkeit gestatten, zusätzliches, direkt (Liquiditäts-)nutzenstiftendes Geld zu halten oder Konsumgüter zu kaufen.¹⁷⁾ Diese Annahme erlaubt später eine eindeutige Ableitung der gesuchten Nachfragefunktionen des Haushalts für Konsumgüter, Geld und Wertpapiere.

Zur Vereinfachung nehmen wir einen einzigen Wertpapiertyp mit einer Laufzeit von nur einer Periode an. Wertpapiere stellen hier Versprechen auf Zahlung von nominell einer DM nach Ablauf einer Periode dar. Zu Beginn einer Periode, also im Zeitpunkt der Planung, beträgt der Preis einer solchen Wertpapiereinheit

$$\frac{1}{1+r} \text{ DM,}$$

worin r den vorgegebenen, im allgemeinen als positiv ($r > 0$) angenommenen Zinssatz darstellt. Mit

B_t bezeichnen wir die Anzahl der Wertpapiere, die nach Ablauf der Periode t fällig werden und dann einen nominellen Wert von B_t DM besitzen, während sie zu Beginn der Periode t $\frac{B_t}{1+r}$ DM gekostet haben.

Es vereinfacht unsere Analyse, ohne sie entscheidend einzuschränken, wenn wir nicht nur annehmen, daß das Konsumgüterpreisniveau p und der Zinssatz r von den Entscheidungen des Haushalts unabhängig sind, sondern auch voraussetzen, daß sie vom Haushalt als über den gesamten Planungshorizont konstant bleibend betrachtet werden.

Der Verkauf von Arbeitszeit und von anderen Produktionsfaktoren durch den Haushalt ist nicht Gegenstand unserer Analyse. Stattdessen nehmen wir an, daß der Haushalt über bestimmte Erwartungen hinsichtlich seines Einkommens für jede Periode seines Planungshorizontes verfügt. Der vom Haushalt erwartete Einkommensstrom sei also real und nominell für jede Periode vorgegeben, und das Einkommen einer Periode sei jeweils zu Beginn derselben ohne Diskont verfügbar $(\bar{Y}_1, \bar{Y}_2, \dots, \bar{Y}_n)$.

Die Anfangsausstattung des Haushalts mit Geld und Wertpapieren (die gerade fällig geworden sind) betrage (respektive) M_0 und B_0 .

Wir setzen ferner voraus, daß der Planungshorizont das ganze "Leben" des Haushalts umfaßt und daß den "Erben" nichts hinterlassen wird. Die Planung für die letzte Periode, die Periode n , sieht deshalb vor, daß alles noch vorhandene Vermögen konsumiert wird und am Periodenende weder Kassenvorräte ($M_n = 0$), noch Wertpapiere ($B_n = 0$) vorhanden sind.

3. Die Planrevision als Maximierungsproblem

Nach diesen Vorbereitungen können wir das Problem der Planrevision durch die folgende Maximierungsaufgabe darstellen:

Maximiere U
unter den Nebenbedingungen I, II und III:

$$\begin{aligned}
 \text{I.} \quad \varepsilon_0 &= p C_1 - p \bar{C}_1 \leq 0 \\
 \text{II.} \quad \varepsilon_1 &= p C_1 + \frac{B_1}{1+r} + M_1 - B_0 - M_0 - \bar{Y}_1 \leq 0 \\
 \varepsilon_2 &= p C_2 + \frac{B_2}{1+r} + M_2 - B_1 - M_1 - \bar{Y}_2 \leq 0 \\
 &\vdots \\
 &\vdots \\
 \varepsilon_i &= p C_i + \frac{B_i}{1+r} + M_i - B_{i-1} - M_{i-1} - \bar{Y}_i \leq 0 \quad (22) \\
 &\vdots \\
 &\vdots \\
 \varepsilon_{n-1} &= p C_{n-1} + \frac{B_{n-1}}{1+r} + M_{n-1} - B_{n-2} - M_{n-2} - \bar{Y}_{n-1} \leq 0 \\
 \varepsilon_n &= p C_n - B_{n-1} - M_{n-1} - \bar{Y}_n \leq 0 \\
 \\
 \text{III.} \quad C_j &\geq 0 \quad j = 1, \dots, n \\
 M_k &\geq 0 \quad k = 1, \dots, n-1 \\
 B_l &\geq 0 \quad l = 1, \dots, n-1
 \end{aligned}$$

Die erste Nebenbedingung (I.) repräsentiert die vom Marktungleichgewicht herrührende Mengenrestriktion. Der dem Haushalt zugeteilte reale Konsum ist \bar{C}_1 . Die Gruppe II. der Nebenbedingungen besteht aus den für jede der n Perioden separat formulierten Budgetrestriktionen. Der Sonderfall der n-ten Periode hebt sich deutlich ab. Die Gruppe III. der Nebenbedingungen bringt zum Ausdruck, daß negativer Konsum und negative Geldhaltung ausgeschlossen, negative Wertpapierhaltung, d.h. Verschuldung jedoch zugelassen sind.

Das Maximierungsproblem, das für die Erstellung der ursprünglichen Pläne zu lösen ist, unterscheidet sich formal von dem System für die Planrevision lediglich durch den Wegfall der Nebenbedingung I.

Zur Anwendung der Theorie von KUHN-TUCKER formulieren wir die folgende Lagrange-Funktion:

$$L = U - \sum_{i=0}^n \lambda_i g_i \quad (23)$$

Notwendige und hinreichende Bedingungen für die Lösung des Problems (22) sind uns bei der quasi-konkaven Nutzenfunktion (19) durch die KUHN-TUCKER-Bedingungen gegeben.

Die KUHN-TUCKER-Bedingungen für unser revisions-theoretisches Maximierungsproblem lauten:

$$\frac{\partial L}{\partial B_i} = 0 \quad i = 1, \dots, n-1 \quad (24a)$$

$$\frac{\partial L}{\partial C_j} \leq 0 \quad j = 1, \dots, n \quad (24b)$$

$$\frac{\partial L}{\partial M_k} \leq 0 \quad k = 1, \dots, n-1 \quad (24c)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_1} \geq 0 \quad l = 0, 1, \dots, n \quad (24d)$$

$$\sum_{i=1}^{n-1} \frac{\partial L}{\partial B_i} B_i + \sum_{j=1}^n \frac{\partial L}{\partial C_j} C_j + \sum_{k=1}^{n-1} \frac{\partial L}{\partial M_k} M_k = 0 \quad (24e)$$

$$\sum_{l=0}^n \lambda_l g_l = 0 \quad (24f)$$

$$\begin{aligned} B_i &\geq 0 & i = 1, \dots, n-1 \\ C_j &\geq 0 & j = 1, \dots, n \\ M_k &\geq 0 & k = 1, \dots, n-1 \\ \lambda_l &\geq 0 & l = 0, 1, \dots, n \end{aligned} \quad (24g)$$

Die Bedingungen (24a) - (24c) lauten ausführlicher:

$$\frac{\partial L}{\partial B_i} = - \frac{\lambda_i}{1+r} + \lambda_{i+1} = 0 \quad i = 1, \dots, n-1 \quad (25a)$$

$$\frac{\partial L}{\partial M_1} = \frac{1}{p} B_1 \left(\frac{U}{M_1} \right)^{\beta+1} - \lambda_1 + \lambda_2 \leq 0$$

⋮

$$\frac{\partial L}{\partial M_k} = \frac{1}{p} B_k \left(\frac{U}{M_k} \right)^{\beta+1} - \lambda_k + \lambda_{k+1} \leq 0 \quad (25b)$$

⋮

$$\frac{\partial L}{\partial M_{n-1}} = \frac{1}{p} B_{n-1} \left(\frac{U}{M_{n-1}} \right)^{\beta+1} - \lambda_{n-1} + \lambda_n \leq 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial C_1} = \alpha_1 \left(\frac{U}{C_1} \right)^{\beta+1} - \lambda_{1p} - \lambda_{0p} \leq 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial C_2} = \alpha_2 \left(\frac{U}{C_2} \right)^{\beta+1} - \lambda_{2p} \leq 0$$

⋮

$$\frac{\partial L}{\partial C_j} = \alpha_j \left(\frac{U}{C_j} \right)^{\beta+1} - \lambda_{jp} \leq 0 \quad (25c)$$

⋮

$$\frac{\partial L}{\partial C_n} = \alpha_n \left(\frac{U}{C_n} \right)^{\beta+1} - \lambda_{np} \leq 0$$

(24d) repräsentiert die Gruppen I und II der Nebenbedingungen in (22).

Das revisionstheoretische Maximierungsproblem reduziert sich zum ursprünglichen Maximierungsproblem, wenn die Bedingung g_0 in (22) bzw. (23) nicht bindet, wenn also die Mengenrestriktion den ursprünglich gewünschten Konsum tatsächlich¹⁸⁾ nicht beschränkt. ($C_1^{\text{opt},u} \leq \bar{C}_1$). In einem solchen Fall ist $\lambda_0 = 0$.

Die Eigenschaften der Nutzenfunktion (19) (Homogenität, Konkavität und Positivität bei positiven Argumentwerten) führen zu einer eindeutigen Lösung unseres Maximum-Problems, bei der die Ungleichungen (24b), (24c) und (24d), in der strenger Form von Gleichungen erfüllt werden. Um diese Lösung zu finden, hat man lediglich die Bedingungen (24a) - (24d) als System von $4n-1$ Gleichungen zu betrachten und es nach den ebensoviele Unbekannten B_i , C_j , M_k und λ_1 aufzulösen.

Ein wichtiger Schritt bei diesem Lösungsprozeß besteht darin, daß die Budget-Restriktionen (24d) (in Gleichungsform), d.h. die Gruppe II in (22), nach passender Abdiskontierung zu einer einzigen Vermögensrestriktion additiv zusammengefaßt werden. Diese Vermögensrestriktion lautet:

$$\sum_{i=0}^{n-1} \frac{pC_{i+1}}{(1+r)^i} + \sum_{i=1}^{n-1} \frac{rM_i}{(1+r)^i} = \underbrace{B_0 + M_0 + \sum_{i=0}^{n-1} \frac{\bar{Y}_{i+1}}{(1+r)^i}}_{\bar{w}} \quad (26)$$

Auf der rechten Seite von (26) steht der Nominalwert des Vermögens (\bar{w}). Es besteht aus dem Gegenwartswert des Einkommensstromes zuzüglich der Anfangsausstattung des Haushalts mit Wertpapieren (B_0) und Kasse (M_0). Die linke Seite von (26), d.h. die Verwendungsseite des Vermögens, setzt sich additiv aus dem Gegenwartswert der Konsumausgaben in den n -Perioden, sowie dem Gegenwarts-

wert der durch die Geldhaltung in (n-1) Perioden entgangenen Zinsgewinne zusammen. Ausgaben für Wertpapiere kommen in der Vermögensrestriktion nicht vor. Diese Tatsache ist unabhängig von der Frage, ob Wertpapiere direkten Nutzen stiften oder nicht.

Aus den Bedingungen (24a) - (24c) leiten wir die folgenden Beziehungen her:

$$M_i = \left[\frac{B_i (1+r)}{B_{i-1}} \right] \delta M_{i-1} \quad (27)$$

$i = 2, \dots, n-1$

$$C_j = \left[\frac{\alpha_j (1+r)}{\alpha_{j-1}} \right] \delta C_{j-1} \quad (28)$$

$j = 3, \dots, n$

$$M_k = \left[\frac{B_k}{r \alpha_{k+1}} \right] \delta P C_{k+1} \quad (29)$$

$k = 1, \dots, n-1$

Wenn die Bedingung g_0 in (22) nicht bindet, wenn also die Mengenrestriktion für den Konsum der ersten Periode den ursprünglich gewünschten (optimalen) Konsum tatsächlich nicht beschränkt ($C_1^u \leq \bar{C}_1$), dann ist $\lambda_0 = 0$ und umgekehrt. In diesem Fall darf der Index j in (28) auch den Wert 2 annehmen. Beim "ursprünglichen" Maximierungsproblem haben wir also zusätzlich zu (27) - (29) noch die Beziehung (30):

$$C_2^u = \left[\frac{\alpha_2}{\alpha_1} (1+r) \right] \delta C_1^u \quad (30)$$

Beim revisionstheoretischen Maximierungsproblem gilt an Stelle der Beziehung (30) die Gleichung (31)

$$C_1^F = \bar{C}_1. \quad (31)$$

4. Die Ableitung von ursprünglichen Nachfragefunktionen

Wir können uns umständliche Formulierung ersparen, wenn wir nun zuerst die Nachfragefunktionen für Güter, Geld und Wertpapiere ableiten für den Fall $\lambda_0 = 0$, d.h. für den Fall des ursprünglichen Maximierungsproblems, bei dem der Konsum der ersten Periode nicht, zusätzlich zur Vermögensrestriktion, mengenmäßig von seiten des Marktes eingeschränkt wird.

Für die Ableitung der ursprünglichen Nachfragefunktionen verwenden wir die Beziehungen (27) - (30). Mit ihrer Hilfe werden auf der Verwendungsseite der Vermögensrestriktion (26) alle Variablen C_i, M_i bis auf eine eliminiert und die Gleichung (26) dann nach dieser einen ausgewählten Variablen aufgelöst. Auf diese Weise erhält man die ursprünglichen Konsumfunktionen

$$pC_j^u = \frac{\left[\frac{\alpha_j (1+r)^{j-1}}{S} \right]^\delta}{\bar{w}}, \quad (32)$$

$$\frac{pC_j^u}{(1+r)^{j-1}} = \frac{\left[\frac{\alpha_j}{(1+r)^{j(j-1)}} \right]^\delta}{S} \bar{w} \quad (32a)$$

$$j = 1, \dots, n$$

und die ursprünglichen Geldnachfragefunktionen

$$M_k^u = \frac{\left[\frac{B_k (1+r)^k}{r} \right]^\delta}{S} \bar{w} \quad (33)$$

$$\frac{r M_k^u}{(1+r)^k} = \frac{\left[\frac{B_k r^k}{(1+r)^{k^2}} \right]^\delta}{S} \bar{w} \quad (33a)$$

$$k = 1, \dots, n-1$$

Unter Einsatz von (32) und (33) in die Gruppe II der Nebenbedingungen in (22) (in Gleichungsform!) erhält man für die ursprünglichen Wertpapiernachfragefunktionen das folgende rekursive System:

$$\frac{B_{i+1}^u}{(1+r)} - B_i^u = \bar{Y}_{i+1} - \left\{ \alpha_{i+1}^{\mathcal{J}} + \left[B_{i+1} \frac{(1+r)}{r} \right]^{\mathcal{J}} - \left(B_i \frac{1}{r} \right)^{\mathcal{J}} \right\} (1+r)^{i\mathcal{J}} \bar{w} \quad (34)$$

$$i = 1, \dots, n-2$$

mit der Anfangsfunktion:

$$\frac{B_1^u}{(1+r)} = \left\{ \frac{B_0 + M_0 + \bar{Y}_1}{\bar{w}} - \frac{\alpha_1^{\mathcal{J}} + \left[B_1 \frac{(1+r)}{r} \right]^{\mathcal{J}}}{S} \right\} \bar{w} \quad (35)$$

wobei wir das Symbol S gemäß (36)

$$S \equiv \sum_{i=0}^{n-1} \left[\frac{\alpha_{i+1}^{\mathcal{J}}}{(1+r)^{\mathcal{J}i}} \right]^{\mathcal{J}} + \sum_{i=1}^{n-1} \left[\frac{r^{\mathcal{J}}}{(1+r)^{\mathcal{J}i}} B_i \right]^{\mathcal{J}} \quad (36)$$

verwenden.

Bei den Funktionen (32) - (35) handelt es sich um die ursprünglichen (optimalen) Pläne für den Kauf von Konsumgütern, die Geldhaltung und die Wertpapiernachfrage. Die Funktionen für die ursprüngliche Konsum- und Geldnachfrage sind (für jede Periode) homogen im Hinblick auf das Vermögen, d.h. Konsum- und Geldnachfrage sind zum Vermögen proportional. Die Proportionalitätsfaktoren der Funktionen (32a) und (33a) addieren sich auf zum Wert 1. Jeder Proportionalitätsfaktor der Geld- und Konsumnachfragefunktionen ist im allgemeinen eine Funktion der Nutzenintensitätsparameter α_j , B_k , des Zinssatzes r und des Substitutionsparameters \mathcal{J} . Das gleiche gilt für S. Formal können wir schreiben:

$$S = S (\alpha_1, \dots, \alpha_n, B_1, \dots, B_{n-1}, r, \gamma)$$
$$\equiv S (\alpha_i, B_j, r, \gamma) \quad (37)$$

Im COBB-DOUGLAS-Fall ist $\beta = 1$ ($\gamma = 0$) und S nimmt wegen (20) den Wert 1 an:¹⁹⁾

$$S(\gamma = 0) = 1. \quad (38)$$

Im COBB-DOUGLAS-Fall vereinfachen sich auch die Proportionalitätsfaktoren (Vermögenskoeffizienten) und damit die Nachfragefunktionen. In diesem Fall bestimmen die Nutzenintensitätsparameter α_i, B_j allein (für jede Periode) das optimale Verhältnis zwischen Vermögen und Gegenwartswert der Konsumausgaben, sowie zwischen Vermögen und Gegenwartswert der Opportunitätsfaktoren der Geldhaltung. Für die Periode 1 haben wir hier bei $\gamma = 0$ ($\beta = 1$) als Opportunitätskosten der Geldhaltung

$$\frac{r M_1^u}{(1+r)}, \quad (39)$$

so daß wir für die Geldnachfrage die einfache Beziehung

$$\frac{r M_1^u}{(1+r)} = B_1 \bar{w} \quad (40)$$

und für den Konsum die einfache Relation

$$p C_1^u = \alpha_1 \bar{w} \quad (41)$$

erhalten.

Im allgemeinen Fall $\rho < \infty$ ($\delta > 0$) sind dagegen die Nutzenintensitätsparameter zu korrigieren, und zwar sind die α_i zuerst mit dem Faktor

$$\frac{1}{(1+r)^{\delta(i-1)}} = \left[\frac{1}{(1+r)^{i-1}} \right]^{\rho} \quad (42)$$

$$i = 1, \dots, n$$

und die β_j zuerst mit dem Faktor

$$\frac{r^{\rho}}{(1+r)^{\rho j}} = \left[\frac{r}{(1+r)^j} \right]^{\rho} \quad (43)$$

$$j = 1, \dots, n-1$$

zu multiplizieren und danach die Produkte mit dem Faktor $\delta = \frac{1}{1+\rho}$, d.h. mit der partiellen Substitutionselastizität, zu potenzieren. Die Summe der solchermaßen korrigierten Nutzenintensitätsparameter ergibt S, und der Anteil jedes korrigierten Nutzenintensitätsparameters an der Summe S ergibt die in (32a) und (33a) enthaltenen Proportionalitätsfaktoren, d.h. die optimalen Anteile - für jede Periode - der Konsumausgaben bzw. der Geldopportunitätskosten (beides zu Gegenwartswerten) am Vermögen.

Die Faktoren (42) stellen die mit ρ potenzierten Gegenwartswerte der Einheitsopportunitätskosten des Konsums

$$\frac{1}{(1+r)^{i-1}} \quad (44a)$$

(DM für eine nominelle Konsumeinheit in der Periode i), die Faktoren (43) dasselbe für die Geldhaltung

$$\frac{r}{(1+r)^i} \quad (44b)$$

(DM für eine nominelle Einheit Kasse in der Periode i) dar. Der allgemeine Fall weicht also vom speziellen $\rho = 0$ -Fall ($\delta = 1$) dadurch ab, daß die

optimale Aufteilung des Vermögens auf Konsum und auf durch Kassenhaltung entgangene Zinseinkommen nicht von den reinen Nutzenintensitätsparametern α_i, β_j , sondern von korrigierten Nutzenintensitätsparametern abhängt, wobei die Korrekturfaktoren nicht nur vom Gegenwartswert der Einheitsopportunitätskosten (der Konsumausgaben und der Kassenhaltung), sondern auch vom Substitutionsparameter ρ bestimmt werden.

5. Die Ableitung von revidierten Nachfragefunktionen

Wir können uns jetzt wieder dem revisionstheoretischen Maximierungsproblem zuwenden. Zur Ableitung der revidierten Funktionen wiederholt man den Eliminationsprozess auf der Verwendungsseite von (26) nun aber anhand der Beziehungen (27) - (29) und (31) statt (30).

Für die revidierten Konsumfunktionen erhält man:

$$pC_1^R = p \bar{C}_1 \quad (\text{sofern } C_1^u \geq \bar{C}_1)$$

$$p C_i^R = \frac{(1-q)}{\left(1 - \frac{\alpha_1 \delta}{S}\right)} \frac{\left[\alpha_i (1+r)^{i-1} \delta\right]}{S} \bar{w} \quad (45)$$

$$i = 2, \dots, n$$

$$= \rho p C_i^u$$

wobei

$$\rho = \frac{(1-q)}{\left(1 - \frac{\alpha_1 \delta}{S}\right)} \quad (46)$$

und

$$q = \min \left(\frac{p \bar{C}_1}{\bar{w}}, \frac{p C_1^u}{\bar{w}} \right) \quad (47)$$

$$\equiv \min \left(\frac{p \bar{C}_1}{\bar{w}}, \frac{\alpha_1 \delta}{S} \right).$$

Wenn $\bar{c}_1 \leq c_1^u$, dann ist ²⁰⁾

$$q = \frac{p \bar{c}_1}{\bar{w}}, \quad (47a)$$

und wegen (47) gilt stets

$$\rho \geq 1. \quad (46a)$$

Ferner erhält man die revidierten Geldnachfrage-
funktionen

$$M_j^r = \frac{(1-q)}{\left(1 - \frac{\alpha_1 \delta}{S}\right)} \frac{\left[B_j \frac{(1+r)^j}{r} \right] \delta}{S} \bar{w} \quad (48)$$

$$= \rho M_j^u$$

$$j = 1, \dots, n-1$$

und schließlich für die revidierten Wertpapier-
nachfragefunktionen das rekursive System

$$\frac{B_{k+1}^r}{(1+r)} - B_k^r = \bar{Y}_{k+1} - \rho \left\{ \alpha_{k+1} \delta + \left[B_{k+1} \frac{(1+r)}{r} \right] \delta \right. \\ \left. - \left(B_k \frac{1}{r} \right) \delta \right\} (1+r)^{k\delta} \frac{\bar{w}}{S} \quad (49)$$

$$k = 1, \dots, n-2$$

mit der Anfangsfunktion

$$\frac{B_1^r}{(1+r)} = \left\{ \rho \left[1 - \frac{\alpha_1 \delta}{S} - \frac{\left(\frac{1+r}{r} B_1 \right) \delta}{S} \right] - \frac{\bar{w}_2}{\bar{w}} \right\} \bar{w}, \quad (50)$$

worin

$$\bar{w}_2 = \bar{w} - \bar{w}_1 \quad (51)$$

$$\bar{w}_1 = M_0 + B_0 + Y_1. \quad (52)$$

Setzen wir

$$\mu = \left(1 - \frac{\alpha_1 \delta}{S} - \frac{\left(\frac{1+r}{r} B_1\right) \delta}{S} \right), \quad (53)$$

dann können wir für (50) schreiben:

$$\frac{B_1^r}{1+r} = \frac{\left(\rho\mu - \frac{\bar{w}_2}{\bar{w}}\right) \cdot \frac{B_1^u}{1+r}}{\left(\mu - \frac{\bar{w}_2}{\bar{w}}\right)} \quad (54)$$

6. Ein neuer Revisionskoeffizient

ρ ist ein neuer Typ von Revisionskoeffizient. Er bezieht sich direkt auf die Nachfragefunktionen und nicht auf die Überschußnachfragefunktionen. Der Revisionskoeffizient ρ ist abhängig von der Mengenrestriktion \bar{C}_1 , vom Vermögen \bar{w} , von α_1, δ bzw. ρ und von S und über S abhängig von allen Intensitätsparametern α_i und B_j , sowie vom Zinssatz r .

ρ ist ein optimaler Revisionskoeffizient, weil er aus dem revisionstheoretischen Maximierungskalkül hervorgegangen ist. Da (46) sich umformulieren läßt zu:

$$\rho = 1 + \frac{\left(\frac{\alpha_1 \delta}{S} - q\right)}{\left(1 - \frac{\alpha_1 \delta}{S}\right)}, \quad (55)$$

ist ρ eine Größe mit dem Wert 1 plus der relativen Abweichung der ursprünglich optimalen Konsumquote

(für die erste Periode) $\frac{\alpha_1 \frac{1}{1+r}}{S}$ von der durch den Markt oktroierten Quote q für dieselbe Periode, wobei die Abweichung auf die freiwillige bzw. optimale "Residual"-Quote $\left(1 - \frac{\alpha_1 \delta}{S}\right)$ bezogen wird. Oder anders

ausgedrückt: ρ ist (nach (46)) das Verhältnis von oktroyierter zu freiwilliger (optimaler) Residualquote. $(1-q)$ ist dabei die oktroyierte Residualquote.

Im COBB-DOUGLAS-Fall $\delta = 1$ ($\gamma = 0$) ist

$$\rho = \frac{1-q}{1-\alpha_1}$$

Die Tatsache, daß ein und dasselbe ρ , gemäß (46), sowohl in (45), also zur Revision der Konsumfunktionen, als auch in (48), also zur Revision der Geldnachfragefunktionen, verwendet wird, ist mit der Homogenitätseigenschaft der Nutzungsfunktion (19) zu begründen. Aus diesem Grunde sind auch die revidierten Funktionen für Konsum und Geld homogen bezüglich des Vermögens, wie die ursprünglichen Funktionen, bzw. homogen bezüglich der ursprünglichen Funktionen. Letzteres gilt natürlich nicht für den revidierten Konsum der ersten Periode bzw. erst nach geeigneter Neuformulierung:

$$p c_1^r = \left(\frac{p c_1^u}{p c_1^u} \right) p c_1^u \equiv \rho_c p c_1^u \quad (56)$$

Der Koeffizient ρ wirkt auf die Vermögenskoeffizienten (Proportionalitätsfaktoren) der ursprünglichen Funktionen wie ein Normierungsfaktor. Hat dieser Faktor den Wert 1, sind also oktroyierte und freiwillige (optimale) Konsumquote der ersten Periode einander gleich, dann stimmen die revidierten mit den ursprünglichen Nachfragefunktionen überein.

7. Die Definition von Überschußnachfragefunktionen

Zur Ableitung der Koeffizienten der R-Matrizen müssen wir zuerst Überschußnachfragefunktionen definieren. Wir beschränken uns darauf, dies für die erste der n Perioden zu tun. Der einzuschlagende Weg ist analog für alle Perioden gangbar.

Die ursprüngliche Güterüberschußnachfrage in der ersten Periode definieren wir als:

$$X_{C1}^u \equiv C_1^u - \bar{Y}_1 \quad (57)$$

Diese Definition ist ein mikroökonomisches (haushaltstheoretisches) Analogon zur üblichen makroökonomischen Definition, bei der die Differenz zwischen der gesamten Güterendnachfrage (bzw. dem ex-ante Investieren) und dem gesamten Güterendangebot (bzw. dem ex-ante Sparen) gebildet wird:

$$\begin{aligned} X_C^u &\equiv (C + I)_{\text{ex ante}}^u - Y_{\text{ex ante}}^u \\ &\equiv I_{\text{ex ante}}^u - S_{\text{ex ante}}^u \end{aligned} \quad (58)$$

Beim Vergleich zwischen (57) und (58) wird erkennbar, daß unser Haushalt ex definitione nicht investiert, bzw. daß wir seine (nichtfinanziellen) Investitionen dem Konsum zugeschlagen haben.

Die ursprüngliche Wertpapierüberschußnachfrage wird definiert als

$$X_{B1}^u \equiv B_1^u - B_0 \quad (59)$$

und für die ursprüngliche Geldüberschußnachfrage schreiben wir

$$X_{M1}^u \equiv M_1^u - M_0 \quad (60)$$

Die Doppelindices der X-Symbole bezeichnen zuerst die Art der Überschußnachfrage (C = Güter = 1, B = Wertpapiere = 2, M = Geld = 3) und dann die Periode. Den Periodenindex lassen wir im folgenden weg, da wir uns im weiteren nur mit der ersten Periode befassen. Für den Vektor X_u von (2) haben wir jetzt auf der mikroökonomischen Ebene die Definition:

$$X_u \equiv \begin{pmatrix} X_{C1}^u \\ X_{B1}^u \\ u \\ X_{M1} \end{pmatrix} \quad (61)$$

Wiederholen wir die Definitionen (57) - (61) nach Austausch des Index u gegen den Index r,

$$\begin{aligned} X_{C1}^r &\equiv C_1^r - \bar{Y}_1 \\ X_{B1}^r &\equiv B_1^r - B_0 \\ X_{M1}^r &\equiv M_1^r - M_0 \end{aligned} \quad (62)$$

dann erhalten wir die benötigten Definitionen der revidierten Überschußnachfragefunktionen und der Vektor X_r von (2) lautet:

$$X_r \equiv \begin{pmatrix} X_{C1}^r \\ X_{B1}^r \\ X_{M1}^r \end{pmatrix} \quad (63)$$

Die Überschußnachfragedefinitionen (57), (59), (60), (62) und schließlich auch (61) und (63) machen (bis jetzt) nur impliziten Gebrauch von den Nachfragefunktionen (32), (33), (35), (45), (48) und (50), aber expliziten Gebrauch von den Anfangsbedingungen B_0 und M_0 und von der Einkommenserwartung \bar{Y}_1 .

8. Zwei Gleichungssysteme zur Bestimmung optimaler Revisionsmatrizen

Wir sind jetzt in der Lage, die Gleichung (2)

$$X_r \equiv R X_u \quad (2)$$

in neuer Sicht zu betrachten. Bisher diente diese Gleichung der Berechnung des unbekanntes Vektors X_r mit Hilfe einer Vorgabe für R und X_u . Unter dem neuen Aspekt dient sie der Ableitung der unbekanntes Matrix R bei vorgegebenen Vektoren X_u und X_r . Da diese bei-

den Vektoren aus Maximierungskalkülen hervorgegangen sind, erhält man im Sinne der Nutzenfunktion (19) optimale R-Matrizen, d.h. optimale Revisionskoeffizienten a_i , b_i und c_i .

Zur Vereinfachung der weiteren Schritte führen wir die folgenden Symbole ein:

$$\begin{aligned} A &\equiv X_{C1}^u & d_1 &\equiv X_{C1}^r \\ B &\equiv X_{B1}^u & d_2 &\equiv X_{B1}^r \\ C &\equiv X_{M1}^u & d_3 &\equiv X_{M1}^r \end{aligned} \quad (64)$$

$$X_u \equiv \begin{pmatrix} A \\ B \\ C \end{pmatrix} \quad X_r \equiv \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{pmatrix}$$

Bei der Ableitung optimaler Revisionskoeffizienten a_i , b_i , c_i können wir natürlich alle Informationen benutzen, die in unseren Annahmen stecken. Gilt das WALRASsche Gesetz für die ursprünglichen Pläne, dann haben wir:

$$A + B + C \equiv 0 \quad (65)$$

Gilt das Gesetz außerdem für die revidierten Pläne, dann haben wir:

$$d_1 + d_2 + d_3 \equiv 0 \quad (66)$$

Wir sahen,²¹⁾ daß die Identität (66) unter der im folgenden stets geltenden Voraussetzung (65) notwendig aus den Gleichungen (3) folgt:

$$\sum a_i = \sum b_i = \sum c_i = 1 \quad (3)$$

Um nicht unnötig speziell zu sein, verwenden wir für die kommenden Überlegungen jedoch nicht die Identität (66) bzw. nicht die Gleichungen (3), sondern die Bedingungen (67) und (68):

$$\sum a_i = K \quad (K \text{ beliebig})^{22)} \quad (67)$$

$$\sum b_i = \sum c_i = 1 \quad (68)$$

Außerdem erweitern wir (64) durch die folgende Differenzierung:

a) Fall der "echten" Güterplanrevision ($K = 1$):

$$d_1 \equiv X_{C1}^R \quad (64a)$$

b) Fall der "unechten" Güterplanrevision (Güterplanillusion, $K = 2$):

$$d_1 \equiv A \equiv X_{C1}^u = X_{C1}^{R*} \quad (64b)$$

auch wenn $X_{C1}^R < X_{C1}^u$.

Selbst dann, wenn wir im folgenden in Fällen der "unechten" Güterplanrevision in (67) $K = 2$ wählen, setzen wir dabei stets voraus, daß die revidierten Pläne für die Wertpapier- und die Geld-nachfrage unter Beachtung der Budgetrestriktionen ²³⁾ I und II in (22) aufgestellt werden, also unter der Annahme, daß die Güterpläne "echt" revidiert werden, d.h. analytisch unter der Annahme, daß (66) bzw. $K = 1$ gilt. Im Fall "unecht" revidierter Güternachfragepläne ²⁴⁾ nehmen wir lediglich hypothetisch ²⁵⁾ und nur für die Güterpläne an, daß der Haushalt sich über die Restriktion I in (22) scheinbar hinwegsetzen kann und daß analytisch dann $K = 2$ und ein mikroökonomisches Analogon zur Identität (16) gilt. Die Unterscheidung zwischen "echter" und "unechter" Güterplanrevision hat demnach nur Bedeutung für die Revision der Güterpläne, nicht aber für die Revision der Geld- und Wertpapierpläne.

Bei neutralem Revisionsverhalten gelten ferner die Gleichungen (7).

$$a_2 + a_3 = b_2 + b_3 = c_2 + c_3 \quad (7)$$

Benutzen wir (2), (64), (67), (68) und (7), dann erhalten wir folgendes Gleichungssystem zur Bestimmung der Unbekannten a_i , b_i und c_i :

$$\begin{array}{l}
 1. \\
 2. \\
 3. \\
 4. \\
 5. \\
 6. \\
 7. \\
 8.
 \end{array}
 \left[\begin{array}{ccccccccc}
 A & 0 & 0 & B & 0 & 0 & C & 0 & 0 \\
 0 & A & 0 & 0 & B & 0 & 0 & C & 0 \\
 C & 0 & A & 0 & 0 & B & 0 & 0 & C \\
 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\
 0 & 1 & 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & -1 & -1
 \end{array} \right]
 \begin{array}{l}
 a_1 \\
 a_2 \\
 a_3 \\
 b_1 \\
 b_2 \\
 b_3 \\
 c_1 \\
 c_2 \\
 c_3
 \end{array}
 =
 \begin{array}{l}
 d_1 \\
 d_2 \\
 d_3 \\
 K \\
 1 \\
 1 \\
 0 \\
 0
 \end{array}
 \quad (69)$$

$\underbrace{\hspace{15em}}_{\bar{A}}$

$\underbrace{\hspace{5em}}_x$

$\underbrace{\hspace{5em}}_b$

$$(\bar{A} \ b) \begin{pmatrix} x \\ -1 \end{pmatrix} = 0 \quad (69a)$$

Ist das Revisionsverhalten nicht neutral, dann gelten die Gleichungen (7) nicht, und im System (69) sind dann die beiden letzten Gleichungen (7. und 8.) zu streichen.

Wegen (65) sind nicht alle Gleichungen des Systems (69) linear voneinander unabhängig. Wie man leicht nachprüfen kann, ist die 4. Gleichung für jeden Wert von K als Linearkombination der 1., 2., 3., 5. und 6. Gleichung in (69) darstellbar.²⁶⁾ Es läßt sich ebenfalls leicht zeigen, daß bei neutralem Revisionsverhalten, d.h. unter Einschluß der 7. und 8. Gleichung, das System (69) nur lösbar ist,²⁷⁾ wenn die Bedingung (70)

$$d_2 + d_3 = 0 \quad (70)$$

erfüllt ist. Diese Bedingung ist das mikroökonomische Pendant zur Gleichung (8). Unter der Voraussetzung (65) bzw. (4) ist aber für (70) bzw. (8) bereits eine genau-dann-Beziehung mit (7), d.h. mit

der 7. und 8. Gleichung in (69) nachgewiesen²⁸⁾ worden. Die Bedingungen neutralen Revisionsverhaltens stehen also der Lösbarkeit des Systems (69) nicht im Wege. Die 7. Gleichung in (69) ist außerdem unter dieser Lösbarkeitsbedingung von den linear unabhängigen unter den übrigen Gleichungen des Systems (69) - das sind (z.B.) alle übrigen Gleichungen mit Ausnahme der 4. - linear abhängig.

Insgesamt haben wir also bei neutralen Revisionsverhalten nur 6 linear voneinander unabhängige unter den 8 Gleichungen des Systems (69), und von den ersten 6 Gleichungen in (69) sind nur 5 linear voneinander unabhängig.

Der Einfachheit halber bezeichnen wir in folgenden die Gesamtheit der 1., 2., 3., 5. und 6. Gleichung des Systems (69) als das System I, im Gegensatz zum System II, zu dem außer den Gleichungen des Systems I noch die 8. Gleichung von (69) gehört. Das System II repräsentiert in jedem Falle neutrales Revisionsverhalten, während mit dem System I auch nichtneutrales Revisionsverhalten erfaßt werden kann. In beiden Systemen sind 9 Unbekannte, die a_i , b_i und c_i zu bestimmen. Die Gleichungen jedes Systems sind voneinander linear unabhängig. Deshalb existieren im System I vier und im System II drei Freiheitsgrade.

Es ist nun unser Ziel, neutrales Revisionsverhalten, insbesondere die von den Matrizen (9) und (10) beschriebenen Spezialfälle desselben, auf Optimalität hin zu prüfen. Wir müssen dazu feststellen, ob und unter welchen Voraussetzungen die Zahlenwerte für die Elemente dieser speziellen Matrizen eine Lösung der Systeme I bzw. II darstellen. Wir geben dabei der Darstellung anhand des allgemeineren Systems I den Vorzug und werden in einem Anhang zeigen, daß sich die Resultate nicht von denen des Systems II unterscheiden.

9. Optimale Revisionsmatrizen in System I

Die vier Freiheitsgrade des Systems I beseitigen wir durch folgende Festlegung:

$$\begin{bmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (71)$$

Die Matrix (71) ist eine Teilmatrix sowohl von (9) als auch von (10), d.h. mit dieser Festlegung haben wir uns noch nicht für (9) und gegen (10) oder umgekehrt entschieden. Es sind lediglich damit die Werte für b_1 und c_1 durch

$$\text{und} \quad \begin{aligned} b_1 &= 0 \\ c_1 &= 0 \end{aligned} \quad (72)$$

bestimmt.²⁹⁾

Eine vereinfachte Form des Systems I lautet deshalb unter der Voraussetzung (71) wie folgt:

$$\begin{aligned} d_1 &= a_1 A \\ d_2 &= a_2 A + B \\ d_3 &= a_3 A + C \end{aligned} \quad (73)$$

und besitzt die Lösungen

$$a_1 = \frac{d_1}{A} \quad (74a)$$

$$a_2 = \frac{d_2 - B}{A} \quad (74b)$$

$$a_3 = \frac{d_3 - C}{A} \quad (74c)$$

Wenn wir von den Nachfragefunktionen (32), (33), (35), (45), (48) und (50) expliziten Gebrauch machen, erhalten wir aus (74b) und (74c) unter Beobachtung von (47) und (55) die optimalen Revisionskoeffizienten a_2 , a_3 und a_1 :

$$a_2 = (\rho - 1) \frac{\left[1 - \frac{\alpha_1^2 + \left(\frac{1+r}{r} B_1\right)^2}{S} \right]}{\left(\frac{\alpha_1^2}{S} - \frac{\bar{Y}_1}{\bar{w}} \right)} \quad (75)$$

$$= (\rho - 1) \frac{\left[1 - \frac{\alpha_1^2 + \left(\frac{1+r}{r} B_1\right)^2}{S} \right]}{X_{C1}^u / \bar{w}}$$

$$= (\rho - 1) \frac{\frac{B_1^u}{1+r} + \bar{w}_2}{X_{C1}^u}$$

$$a_3 = (\rho - 1) \frac{\frac{\left(\frac{1+r}{r} B_1\right)^2}{S}}{\left(\frac{\alpha_1^2}{S} - \frac{\bar{Y}_1}{\bar{w}} \right)} \quad (76)$$

$$= (\rho - 1) \frac{\frac{\left(\frac{1+r}{r} B_1\right)^2}{S}}{X_{C1}^u / \bar{w}} = (\rho - 1) \frac{M_1^u}{X_{C1}^u}$$

mit

$$(\rho - 1) = \frac{\left(\frac{\alpha_1^2}{S} - q \right)}{\left(1 - \frac{\alpha_1^2}{S} \right)}$$

In Fall der "echten" Güterplanrevision, d.h. unter der Voraussetzung (64a) haben wir für a_1 :

$$a_1 = \frac{\left(\rho_c \frac{\alpha_1^2}{S} - \frac{\bar{Y}_1}{\bar{w}} \right)}{\left(\frac{\alpha_1^2}{S} - \frac{\bar{Y}_1}{\bar{w}} \right)} \quad (77)$$

mit

$$\rho_c \equiv \frac{p\bar{C}_1}{pC_1^u}$$

bzw.

$$\begin{aligned} a_1 &= 1 - (\rho - 1) \frac{(1 - \frac{\alpha_1 \beta}{S})}{(\frac{\alpha_1 \beta}{S} - \frac{\bar{Y}_1}{\bar{w}})} & (77a) \\ &= 1 - (\rho - 1) \frac{(1 - \frac{\alpha_1 \beta}{S})}{\frac{X_{C1}^u}{\bar{w}}} = 1 - (\rho - 1) \frac{(\bar{w} - pC_1^u)}{X_{C1}^u}, \end{aligned}$$

während in Fall der "unechten" Güterplanrevision, d.h. unter der Voraussetzung (64b), stets

$$a_1 = 1 \quad (78)$$

gesetzt wird.

Ist $\beta = 1$ ($\gamma = 0$), dann erhalten wir

$$a_2 = (\rho - 1) \frac{\left[1 - \alpha_1 - \left(\frac{1+r}{r} \right) B_1 \right]}{\left(\alpha_1 - \frac{\bar{Y}_1}{\bar{w}} \right)}$$

$$a_3 = (\rho - 1) \frac{\left(\frac{1+r}{r} \right) B_1}{\left(\alpha_1 - \frac{\bar{Y}_1}{\bar{w}} \right)}$$

mit

$$(\rho - 1) = \frac{(\alpha_1 - q)}{(1 - \alpha_1)}$$

sowie, im Fall der "echten" Güterplanrevision,

$$a_1 = \frac{(\varphi_c \alpha_1 - \frac{\bar{Y}_1}{\bar{w}})}{(\alpha_1 - \frac{\bar{Y}_1}{\bar{w}})}$$

Die Revisionskoeffizienten a_2 und a_3 erhält man durch unterschiedliche Korrekturen des Revisionskoeffizienten φ bzw. der Größe $(\varphi - 1)$. Im Falle a_2 wird $(\varphi - 1)$ multiplikativ korrigiert mit einem Faktor, der als Quotient aus dem intertemporalen Vermögenstransfer durch Wertpapiere im Zähler

$(\frac{B_1^u}{1+r} + \bar{w}_2)$ und der ursprünglichen Güterüberschussnachfrage (X_{C1}^u) im Nenner, beides der ersten Periode, definiert ist. Bei a_3 ändert sich der Zähler dieses Korrekturfaktors. Er entspricht dem intertemporalen Vermögenstransfer durch Kassenhaltung (M_1^u) in der ersten Periode. Bei a_1 (im Fall der echten Güterplanrevision) steht im Zähler des Korrekturfaktors für $(\varphi - 1)$ der gesamte Vermögenstransfer von der ersten in die nachfolgenden Perioden, d.h. die Summe aus Vermögenstransfer durch Wertpapierkauf und Vermögenstransfer durch Geldhaltung, beides der ersten Periode.³⁰⁾ Werden Zähler und Nenner der besprochenen Korrekturfaktoren durch das Vermögen (\bar{w}) dividiert, dann erhält man die anderen Formen der Korrekturfaktoren mit den entsprechenden Vermögenstransferquoten im Zähler. Die gesamte Vermögenstransferquote ($1 - \frac{\alpha_1}{S}$) in den Ausdrücken für a_1 (im Falle der echten Güterplanrevision) haben wir weiter oben auch als freiwillige Residualquote bezeichnet.

Die a_i sind demnach Funktionen von r , α_1 , β_1 , S , \bar{Y}_1/\bar{w} , q und ϵ (φ). Sie variieren also insbesondere mit der oktroyierten Konsumquote q und mit dem Zinssatz r . Letzterer bestimmt natürlich auch \bar{w} und damit das Verhältnis von laufendem Einkommen (\bar{Y}_1) zu Vermögen (\bar{w}) und, im Falle $\beta \neq 1$ ($\varphi \neq 0$), die Parametersumme S , welche dann auch von allen Nutzenintensitätsparametern α_i , β_i abhängt. Damit ist die

eingangs gestellte Frage nach den Determinanten und der Variabilität der Revisionskoeffizienten, den Elementen der Matrix B, auf der mikroökonomischen Ebene beantwortet. Man sieht auch sofort, daß die a_i -Koeffizienten sowohl positive als auch negative Werte annehmen können. Sie können jedoch nicht alle gleichzeitig negativ sein, da bzw. wenn sich ihre Summe zu einem positiven Wert K ergänzen muß.³¹⁾

I. Zur Optimalität neutralen Revisionsverhaltens

1. Vorbemerkung

Wir kommen nun wieder auf unsere Fallunterscheidung zurück, ohne das hierzu in Zusammenhang mit den Ausdrücken (64a) und (64b) Gesagte zu wiederholen.

1. Fall: "unechte" Güterplanrevision

Es gelten (64b) und $K = 2$. Zusammen mit (67) folgen aus (74a) unmittelbar (78) und (79)

$$a_2 + a_3 = 1. \quad (79)$$

Aus der Addition von (75) und (76) erhält man unter Ausnutzung der Definition für $(\rho - 1)$ den für (79) äquivalenten Ausdruck (80)

$$p \bar{c}_1 = \bar{y}_1 \quad (80)$$

bzw.

$$x_{C1}^r = 0, \quad (80a)$$

wobei zu beachten ist, daß $x_{C1}^r < x_{C1}^{r*} = x_{C1}^u$, wenn $\rho > 1$.

(79), (74b), (74c) und (65) ergeben dann (70).

D.h. mit (79) bzw. (80) ist unter der Vorgabe (71) auch die Bedingung neutralen Revisionsverhaltens, das ist (70), erfüllt.

2. Fall: "echte" Güterplanrevision

Es gelten (64a) und $K = 1$. Unter diesen Bedingungen erhalten wir (79) aus (74a) und (67) dann, und nur dann, wenn $d_1 = 0$, d.h. wenn die Bedingung (80) erfüllt ist. Und auch hier folgt die Bedingung neutralen Revisionsverhaltens, also (70), aus (79) bzw. (80) zusammen mit (74b), (74c) und (65).

Die beiden Fälle der Güterplanrevision unterscheiden sich also weder in Hinblick auf die

Äquivalenz der Gleichungen (79) und (80), noch hinsichtlich der implizierten Neutralität des Revisionsverhaltens.

In der Gleichung (79) sind, angesichts der Vorgabe (71), die zinstheoretisch interessanten Spezialfälle des neutralen Revisionsverhaltens, d.h. die Matrizen (9) und (10) bzw. die Teilmatrizen \bar{R} , (81) und (82), bestehend jeweils aus der 2. und 3. Zeile von (9) und (10),

$$\bar{R}_{LF} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (81)$$

$$\bar{R}_{LP} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (82)$$

als Spezialfälle enthalten. Da die beiden Fälle der "echten" und "unechten" Güterplanrevision sich hinsichtlich der Neutralität des Revisionsverhaltens nicht unterscheiden, sind sie erst recht auch im Hinblick auf die zinstheoretischen Spezialfälle desselben einander äquivalent. Wir brauchen aus diesem Grunde nicht weiter zwischen echter und unechter Güterplanrevision zu differenzieren.

Wann sind die Spezialfälle (81) und (82) optimal? Das ist die Frage, der wir uns nun zuwenden. Die Antwort kann jetzt leicht gegeben werden, indem wir herausfinden, unter welchen Voraussetzungen im LF-Fall gleichzeitig die Bedingungen $a_2 = 0$ und $a_3 = 1$ und im LP-Fall gleichzeitig die Bedingungen $a_2 = 1$ und $a_3 = 0$ erfüllt sind. Da die beiden zinstheoretischen Spezialfälle die Summe $a_2 + a_3 = 1$, d.h. (79) und (80) gemeinsam zur Voraussetzung haben, genügt es, jeweils festzustellen, unter welchen Voraussetzungen $a_2 = 0$ (LF-Fall) bzw. $a_3 = 0$ (LP-Fall) ist.

2. Der LF-Fall

Unter den selbstverständlichen Voraussetzungen $\bar{X}_{C1}^u = 0$ und $\rho > 1$ ist nach (75) die Bedingung $a_2 = 0$ äquivalent der Bedingung

$$S = \alpha_1 \delta + \left(\frac{1+r}{r} B_1\right) \delta \quad (83)$$

Setzen wir (83) in (50) ein, dann erhalten wir

$$\frac{B_1^r}{1+r} = \frac{B_1^u}{1+r} = -\bar{w}_2, \quad (84)$$

wobei die Definitionen (51) und (52) zu beachten sind. Dividieren wir (83) beidseitig durch S und multiplizieren wir danach beidseitig mit \bar{w} , dann entsteht mit Hilfe von (32a) und (33a) die Gleichung (85)

$$M_1^u + p C_1^u = \bar{w} \quad (85)$$

(84) besagt, daß die revidierte Wertpapiernachfrage unter der Bedingung (83) gleich der ursprünglichen Wertpapiernachfrage ist und daß diese einen negativen Wert in Höhe des Gegenwartswertes aller künftigen Einkommen (nach der Periode 1) annimmt. Es handelt sich also um einen Fall, in dem optimalerweise das ganze Vermögen durch (vorübergehende) Verschuldung verfügbar gemacht wird in der ersten Periode, und zwar wie aus Gleichung (85) hervorgeht, zur ausschließlichen Verwendung für gegenwärtige Kassenhaltung und gegenwärtigen Konsum.

Aus der in (84) enthaltenen Gleichheit zwischen ursprünglicher und revidierter Wertpapiernachfrage - die Gleichheit gilt übrigens auch für die beiden Überschußnachfragen - folgt, zusammen mit (85) und mit der ersten Budgetgleichung in der Gruppe II der Nebenbedingungen in (22),

$$M_1^r + p \bar{C}_1 = \bar{w} \quad (86)$$

bzw.

$$\rho(p_c) M_1^u + p_c p C_1^u = \bar{w} \quad (87)$$

für alle p_c , für die $0 \leq p_c \leq 1$.

(86) bringt zum Ausdruck, daß es unter der Bedingung (83), auch bei oktroiertem Nichtkonsum in Periode 1, optimal ist, den in Periode 1 (freiwillig und zwangsweise) nichtkonsumierten Teil des Vermögens ganz für gegenwärtige (revidierte) Kassenhaltung zu verwenden.

Wie jedes andere Verhalten kann auch das Verhalten gemäß den Gleichungen (85) und (86) in dem von uns vorgegebenen analytischen Rahmen nur dann optimal sein, wenn dabei an der Grenze, d.h. marginal, der durch Kassenhaltung in der Gegenwart (Periode 1) über entgangene Zinsen entstehende Verlust an Nutzen aus künftigen Konsum und künftiger Kassenhaltung aufgewogen wird durch den Nutzen, den gegenwärtige Kassenhaltung stiftet. Wie man leicht zeigen kann, wird diese Marginalbedingung in dem gegebenen Spezialfall der Verhaltensgleichungen (85) und (86) direkt in Ausgabenquoten des Vermögens wiedergespiegelt. Denn mit der Definition für S in (36) erhält man über einfache Umformungen aus (83) den für (83) äquivalenten Ausdruck (88):

$$\left[\frac{B_1 r^{\alpha}}{(1+r)^{\beta}} \right]^{\delta} = \left(\sum_{v=1}^{n-1} \left[\frac{c_{v+1}}{(1+r)^{\nu\alpha}} \right]^{\delta} + \sum_{v=2}^{n-1} \left[\frac{B_v r^{\alpha}}{(1+r)^{\nu\beta}} \right]^{\delta} \right)^r \quad (88)$$

In (88) ist der Zins auf die Summe der modifizierten ³²⁾ Nutzenintensitätsparameter für den Konsum und die (Opportunitätskosten der) Kassenhaltung in den Perioden 2, ..., n gleich dem modifizierten Nutzenintensitätsparameter für die (Opportunitätskosten der) Kassenhaltung in Periode 1. Anders formuliert: In (88) wird der einperiodische

Zinsertrag je Vermögenseinheit, die für Konsum und (Opportunitätskosten der) Kassenhaltung in den Perioden 2, ..., n verwendet wird, mit einer Summe aus den zugehörigen Nutzenintensitätsparametern gewichtet, und der solchermaßen gewichtete Zinsertrag ist gleichwertig einer entsprechend gewichteten Vermögenseinheit, die unmittelbar für Opportunitätskosten der Kassenhaltung in der Periode 1 verwendet wird.³³⁾

Unter der Bedingung (88) lohnt es sich nicht, die zur Verwendung in der Zukunft vorgesehenen Teile des gegenwärtigen Vermögens zinstragend anzulegen, d.h. Wertpapiere zu kaufen. Ferner ist es gleichzeitig nicht von Nachteil, durch Verkauf von Wertpapieren zukünftiges Einkommen in der Gegenwart verfügbar zu machen, um es der Kassenhaltung hinzuzufügen. Beides zusammen, der Mangel an Vorteilen einer Verzinsung des Vermögens, das Fehlen von Nachteilen bei einer Verschuldung in Höhe des Gegenwartswertes³⁴⁾ der in der Zukunft erwarteten Einkommen, ermöglichen eine ausschließliche Aufteilung des gegenwärtigen Vermögens auf gegenwärtigen Konsum und gegenwärtige Kassenhaltung bei negativer oder nullwertiger Wertpapiernachfrage.

Weil die revidierten Nachfragefunktionen, mit Ausnahme jener für den Konsum in der Periode 1, homogene Funktionen, d.h. ein ρ -faches der ursprünglichen Nachfragefunktionen darstellen, d.h. letztlich wegen der Homogenität der angenommenen Nutzenfunktion (19) mit (20), gilt die Bedingung (88) bzw. (83) auch für die revidierten Pläne, sobald sie für die ursprünglichen Pläne gilt und umgekehrt. Ist es also nicht nachteilig bzw. entgegen keine Vorteile, wenn man jenen Teil des gegenwärtigen Vermögens, der optimalerweise freiwillig nicht in den gegenwärtigen Konsum fließt, voll und ganz in Form von Kasse hält, dann ist es auch optimal bei der Planrevision, die zwangsweise nicht für Güterkäufe in der Gegenwart verwendeten bzw.

nicht verwendbaren Vermögensteile voll der Kas-
senhaltung zuzuweisen.

Die Bedingung (83) bzw. (88) ist übrigens gleich-
bedeutend mit $\mu = 0$ in (53).

Im allgemeinen liegt statt der speziellen Bedin-
gung (83) die Relation (89) vor

$$S \underset{\leq}{\geq} \alpha_1 \beta^2 + \left(\frac{1+r}{r} B_1\right) \beta^2 \quad (89)$$

Wie muß sich nun der Zinssatz r ändern, damit,
c.p., die Konstellation (89a)

$$S > \alpha_1 \beta^2 + \left(\frac{1+r}{r} B_1\right) \beta^2 \quad (89a)$$

in die Konstellation (83) oder in die Konstel-
lation (89b)

$$S < \alpha_1 \beta^2 + \left(\frac{1+r}{r} B_1\right) \beta^2, \quad (89b)$$

d.h. in die Konstellation (89c).

$$S \leq \alpha_1 \beta^2 + \left(\frac{1+r}{r} B_1\right) \beta^2 \quad (89c)$$

übergeht? Er muß fallen.

Um diese Antwort zu begründen, benötigen wir zwei
Feststellungen:

1. Die Bedingung (83) bzw. (88) besitzt, als Funk-
tion von r betrachtet, unter unseren allgemei-
nen Voraussetzungen über die α_1 , B_j und β (bzw.
 \mathcal{J}) höchstens eine positive Lösung ³⁵⁾ für r .
2. Der Grenzwert für $r \rightarrow 0$ der linken Seite von
(89) liegt für alle zugelassenen \mathcal{J} , d.h. für
alle \mathcal{J} , für welche $-1 < \mathcal{J} < \infty$ gilt, unter dem
Grenzwert ³⁶⁾ (für $r \rightarrow 0$) der rechten Seite
von (89).

Ist deshalb im Ausgangspunkt für ein $r > 0$, - wir nennes es r_A - , die Konstellation (89a) gegeben, dann erreicht man wegen der zweiten Feststellung über eine Zinssenkung die Konstellation (89b). Aus Stetigkeitsgründen gibt es dann ein r_0 , $0 < r_0 < r_A$, bei dem die Konstellation (83) realisiert wird. Wegen der ersten Feststellung gibt es nur ein solches r_0 , falls überhaupt eines existiert. Ob ein solches r_0 existiert, hängt, wegen der zweiten obigen Feststellung, nur davon ab, ob für ein positives r die Konstellation (89a) überhaupt realisierbar ist. Dies ist nur im Falle $\gamma > 0$ fraglich, weil nur hier der Grenzwert der rechten Seite von (89) für $r \rightarrow \infty$ nicht unter dem Grenzwert der linken Seite von (89) liegt, sondern diesem gleich ist. Existiert in diesem Fall kein r_0 , dann ist jedoch für jedes endliche positive r die Konstellation (89b) erfüllt.

Damit haben wir gezeigt, daß, c.p., die Konstellation (89a), falls sie für $r > 0$ realisierbar ist, wegen der zweiten obigen Feststellung, durch eine Zinssenkung und wegen der ersten obigen Feststellung nur durch eine Zinssenkung in die Konstellation (89b) und damit auch in (89c) transformiert werden kann. Die Realisierbarkeit von (89a) für ein positives r steht nur bei $\gamma > 0$ in Frage. Fehlt in diesem Fall die Realisierbarkeit, dann gilt für jedes endliche positive r die Konstellation (89b) und damit auch (89c). Für jedes beliebige γ , sofern $-1 < \gamma < \infty$, ist somit die Realisierbarkeit von (89b) und (89c) für positive r nachgewiesen.

3. Der LF-Fall als liquidity-trap (Kriterien)

Wenn wir (86) näher betrachten, dann erkennen wir in dem vorliegenden LF-Fall eine Form der liquidity-trap. Denn bei fixiertem $p \bar{C}_1$ führt hier ein Vermögenszuwachs, gleich welcher Form, ausschließlich und in gleicher Höhe zu vermehrter Kassenhaltung. Das ist aus einer anderen Schreibweise von (86) unmittelbar ersichtlich. Aus

$$M_1^r = \bar{w} - p \bar{C}_1 \quad (86a)$$

folgt bei konstantem $p \bar{C}_1$

$$\Delta M_1^r = \Delta \bar{w}$$

unabhängig von der Zusammensetzung von $\Delta \bar{w}$.

Ob eine Liquiditätsfalle vorliegt, kann man nach unserer Analyse auf zweierlei Arten feststellen. Entweder prüft man in Gleichgewichtssituationen, ob der Haushalt sein ganzes Vermögen für gegenwärtigen Konsum und gegenwärtige Kassenhaltung verwendet oder man prüft in Ungleichgewichtssituationen, ob der Haushalt die vom Markt oktroyierte Einschränkung seiner Güternachfrage ausschließlich dazu benutzt, seine gegenwärtige Kassenhaltung zu vermehren.

Unter dem Gesichtspunkt der Liquiditätsfalle scheint uns auch die Frage interessant, welche Bedeutung der Konstellation (89b) zukommt. Aus (50) geht hervor, daß (89b) eine Konstellation darstellt, die zu einer ursprünglichen und zu einer revidierten Verschuldung (negativen Wertpapiernachfrage) führt, welche den Gegenwartswert der zukünftig erwarteten Einkommen - er wurde von uns mit \bar{w}_2 bezeichnet - übersteigt: ³⁷⁾

$$\frac{B_1^r}{1+r} < \frac{B_1^u}{1+r} < -\bar{w}_2 \quad (g > 1) \quad (90)$$

Dasselbe Verfahren, das uns die Gleichungen (85) und (86) lieferte, führt uns zu den Ungleichungen (91) und (92)

$$\bar{w} < p C_1^u + M_1^u \quad (91)$$

$$\bar{w} < p \bar{C}_1 + M_1^r, \quad (92)$$

wobei, wegen (90), d.h. insbesondere wegen $\rho > 1$,

$$M_1^r > (pC_1^u - p\bar{C}_1) + M_1^u \quad (93)$$

bzw.

$$M_1^r + p\bar{C}_1 > M_1^u + pC_1^u > \bar{w}. \quad (94)$$

Bei der Konstellation (89b) führt also die Konsumrestriktion, die die Revision der ursprünglichen Pläne verursacht, zu einer noch stärkeren Verschuldung, als sie ursprünglich geplant war. Denn zuerst wird der zwangsweise nicht für Güter ausgebbare Teil des Vermögens ($pC_1^u - p\bar{C}_1$) voll der gegenwärtigen Kasse zugewiesen, und dann wird die Kassenhaltung, wie (93) besagt, über diesen Betrag hinaus weiter erhöht (revidiert). Dies ist wie folgt zu erklären. Die vollständige Zuweisung des nicht für Gegenwartsgüter ausgebbaren Teils des Vermögens zur Gegenwartskasse erhöht unter der Voraussetzung (89b) den zukünftigen Konsum derart, daß der Grenznutzen des Zukunftskonsums unter den Grenznutzen der (durch die Zuweisung) erhöhten Kasse fällt, weshalb es sich lohnt, den Zukunftskonsum zu beschneiden und das dabei frei werdende Vermögen in Form von Opportunitätskosten für Gegenwartskasse zu verwenden, was zu einer nochmaligen Erhöhung der gegenwärtigen Kassenhaltung führt. ³⁸⁾

Damit haben wir gezeigt, daß auch die Konstellation (89b) eine Liquiditätsfalle im obigen Sinne signalisiert, und zwar in einem noch stärkeren

Maße als die Konstellation (83).

Um dieser Tatsache Rechnung zu tragen, können wir die beiden oben formulierten Kriterien³⁹⁾ für das Vorliegen einer Liquiditätsfalle verschärfen.

1. Kriterium (bei Gleichgewichtssituationen auf dem Gütermarkt):

Der gegenwärtige Konsum und die gegenwärtige Kassenhaltung ergeben als Summe mindestens den (gegenwärtigen) Wert des Vermögens (\bar{w}). Trifft diese Aussage zu, dann liegt eine liquidity-trap vor.

2. Kriterium (bei Ungleichgewichtssituationen auf dem Gütermarkt):

Der Haushalt erhöht bei der Planrevision seine gegenwärtig gewünschte Kasse (Gleichgewichtskasse) mindestens um jenen Betrag, um den der Markt ihn durch Vereitelung der ursprünglichen Güterpläne zu einem Konsumverzicht in der Gegenwart gezwungen hat. Trifft diese Aussage zu, dann liegt eine liquidity-trap vor.

Da die obigen Kriterien für eine liquidity-trap anhand einer homogenen Nutzenfunktion abgeleitet wurden, enthalten sie keinerlei Einschränkungen bezüglich der Größe des Vermögens (\bar{w}). D.h. sie gelten unabhängig vom Vermögensumfang, weil auch (83) und (89b) davon abhängig sind. Diese Unabhängigkeit vom Vermögensumfang im Gegensatz zur Abhängigkeit von Richtung und Umfang der Vermögensänderung gilt auch für die folgenden Kriterien. Sie wurden aus den Gleichungen bzw. Ungleichungen (85), (86) und (91) - (94) durch entsprechende Differenzenbildung abgeleitet, wobei außerdem besonders von den Homogenitätseigenschaften der Nutzenfunktion bzw. der abgeleiteten Nachfragefunktionen Gebrauch gemacht wurde.

1. Kriterium (bei Gleichgewichtssituationen auf dem Gütermarkt):

Bei einer beliebigen Vermögensänderung ($|\Delta \bar{w}| > 0$) wird die Summe aus gegenwärtig gewünschtem Konsum und gegenwärtig gewünschter Kassenhaltung mindestens um den gleichen Betrag wie das Vermögen verändert:

$$|\Delta M_1^u + \Delta(pC_1^u)| = |\Delta M_1^u| + |\Delta(pC_1^u)| \geq |\Delta \bar{w}| \quad (94)$$

Ist die Bedingung (94) erfüllt, dann liegt eine liquidity-trap vor.

2. Kriterium (bei Ungleichgewichtssituationen auf dem Gütermarkt):

Hier sind zwei Fälle zu unterscheiden:

1. Fall:

Auch nach der Vermögensänderung, insbesondere aber nach einer Vermögensabnahme, wird der Haushalt vom Gütermarkt her (zusätzlich zur gewöhnlichen Budgetrestriktion) mengenmäßig beschränkt. Das Gütermarktungleichgewicht, sofern es den betrachteten Haushalt einschränkt, verschwindet durch die Vermögensänderung nicht. Es bleibt also $\rho > 1$, d.h. pC_1^u (neues Vermögen) $> p\bar{C}_1$, wobei $p\bar{C}_1$ unabhängig vom Vermögen fix⁴⁰⁾ vorgegeben ist.

2. Fall:

Nach einer hinreichend großen Vermögensverringerung ist $\rho = 1$, d.h. pC_1^u (neues V.) $\leq p\bar{C}_1$, wobei $p\bar{C}_1$ unabhängig vom Vermögen fix⁴¹⁾ vorgegeben ist.

Zum 1. Fall:

Bei einer Vermögensänderung wird die gegenwärtige, revidierte Kassenhaltung mindestens um den Betrag geändert, um den sich das Vermögen verändert hat:

$$|\Delta M_1^r| \geq |\Delta \bar{w}|, \quad (95)$$

wobei

$$|M_1^r| \geq |\Delta M_1^u| + |\Delta(pC_1^u)| \geq |\Delta \bar{w}| > 0.$$

Ist die Bedingung (95) erfüllt, dann liegt eine liquidity-trap vor.

Zum 2. Fall:

Bei einer Vermögensabnahme verringert sich die gegenwärtig gewünschte Kassenhaltung mindestens um den Betrag der Vermögensdifferenz, nach Korrektur derselben um den Betrag der Konsumreduktion, d.h. nach Korrektur um $[p\bar{C}_1 - pC_1^u$ (neues Vermögen)] > 0 :

$$\left[M_1^r \text{ (a.V.)} - M_1^u \text{ (n.V.)} \right] \geq -\Delta \bar{w} - \left[p\bar{C}_1 - pC_1^u \text{ (n.V.)} \right] \geq 0 \quad (96)$$

wobei

$$\Delta \bar{w} = \bar{w} \text{ (neu)} - \bar{w} \text{ (alt)} < 0$$

und

$$\left[M_1^r \text{ (a.V.)} - M_1^u \text{ (n.V.)} \right] + \left[p\bar{C}_1 - pC_1^u \text{ (n.V.)} \right] \geq$$
$$|\Delta M_1^u| + |\Delta(pC_1^u)| \geq -\Delta \bar{w} > 0$$

(a.V. = altes Vermögen
n.V. = neues Vermögen)

Ist die Bedingung (96) erfüllt, dann liegt eine liquidity-trap vor.

Die Kriterien für Gleichgewichtssituationen kennzeichnen Liquiditätsfallen im potentiellen Sinne des Wortes, d.h. im Sinne der Bereitschaft einer Falle zum Fang. Die Kriterien für Ungleichgewichtssituationen kennzeichnen dagegen Liquiditätsfallen im aktuellen Sinne des Wortes, d.h. im Sinne des sich vollziehenden Fanges. Aktuelle Liquiditätsfallen gibt es danach in unserem Rahmen nur bei Gütermarktungleichgewichten (Mengenrestriktionen seitens des Gütermarktes). Dasselbe gilt für die später zu

behandelnden Wertpapierfallen.

Die Kriterien für Gleichgewichtssituationen sind also deshalb wichtig, weil sich bei ihrer Anwendung vorhersagen läßt, wie sich der Haushalt in Ungleichgewichtssituationen verhalten wird. Ist das 1. Kriterium erfüllt, dann wird nämlich nach unserer Theorie in nachfolgenden Gütermarktungleichgewichtssituationen, die zu Mengenbeschränkungen führen, auch das 2. Kriterium erfüllt sein, sofern sich der Zinssatz r und die Nutzenintensitätsparameter inzwischen nicht verändert haben.

Wir haben oben bereits ermittelt, daß (vorausgesetzt $r > 0$, $\beta_1 > 0$) der Zustand der liquidity-trap im Sinne der obigen Kriterien, d.h. letzten Endes im Sinne der Relation (89c) entweder bereits für jedes endliche positive r realisiert ist oder sich aber nach ausreichender Zinssenkung (noch) bei positivem r einstellt. Ist also die liquidity-trap nicht bereits für jedes positive r realisiert, dann gibt es ein für die liquidity-trap kritisches positives Zinsniveau. Im Falle $\delta = 1$ genügt dieser r -Wert der Gleichung

$$r = \frac{\beta_1}{1 - \alpha_1 - \beta_1} \quad (97)$$

Die Konstellation (89b) und daraus folgend die Ungleichungen (90), (91) und (92) besagen, daß der Haushalt zur Verwirklichung seines nutzenkalkulatorischen Gleichgewichts in der Gegenwart mehr Geld halten muß, als seinem noch "freien" Vermögen ($\bar{w} - p C_1^u$) entspricht. Dazu muß er sich nach (91) in der Gegenwart, d.h. vorübergehend um einen Betrag verschulden, der über dem Gegenwartswert (\bar{w}_2) seines zukünftigen, nach der Periode 1 erwarteten Einkommens liegt. Da ein Vermögensverzehr durch Geldhaltung nur im Umfang der Opportunitätskosten der Geldhaltung auftritt, bedeutet eine solche (vorübergehende) Verschuldung

nicht schon eine Verletzung der Vermögensrestriktion (26) des Haushalts.

Ob eine Verschuldung gemäß (91) auf dem Kapitalmarkt überhaupt realisiert werden kann, ist eine andere Frage, insbesondere eine Frage des Grades der Vollkommenheit des Kapitalmarktes. Ist der Markt hinreichend unvollkommen, dann wird von dieser Seite dem Haushalt eine weitere Restriktion, eine Obergrenze der Verschuldung auferlegt, die wir hier nicht berücksichtigt haben. Man kann jedoch sagen, daß sich eine solche Beschränkung ganz analog zur Gütermarktbeschränkung auswirkt, d.h. zur Einführung eines weiteren Revisionskoeffizienten Anlaß gibt, der nun von einem Wertpapiermarkt - Ungleichgewicht, genauer von einer Wertpapiermarkt - Unvollkommenheit bestimmt wird. Wegen der Homogenität unserer Nutzenfunktion führt eine solche Beschränkung zu einer prozentual unterschiedslosen Reduktion der ursprünglichen Güter- und Geldnachfrage (zumindest) in der ersten Periode. Die obige Diskussion der liquidity-trap würde sich durch Beachtung dieser Möglichkeit nur unwesentlich ändern.

4. Der LP-Fall und die bond-trap (Kriterien)

Im LP-Fall sind gleichzeitig die Bedingungen $a_2 = 1$ und $a_3 = 0$ erfüllt. ⁴¹⁾ Wegen (79) genügt es, für den LP-Fall die Bedingung $a_3 = 0$ zu untersuchen. Unter den getroffenen Voraussetzungen $X_{C1}^u \neq 0$ und $\rho > 1$ ist nach (76) die Bedingung $a_3 = 0$ äquivalent der Gleichung

$$\left(\frac{1+r}{r} B_1\right)^\delta = 0 \quad (98)$$

Mit der Annahme $r > 0$ ist die Bedingung (98) gleichwertig mit (99)

$$B_1 = 0.$$

Mit (99) erhalten wir aus (48):

$$M_1^u = M_1^r = 0 \quad (100)$$

und mittels (50) schließlich:

$$\frac{B_1^r}{1+r} = \frac{B_1^u}{1+r} + (pC_1^u - p\bar{C}_1), \quad (101)$$

wobei, wegen $\rho_c < 1$,

$$B_1^r > B_1^u. \quad (102)$$

Die Bedingung (99) besagt, daß der Nutzenintensitätsparameter für die Gegenwartskasse (Kassenhaltung in der Periode 1) den Wert Null hat. Der Haushalt leitet in diesem Falle keinen Nutzen aus der gegenwärtigen Kassenhaltung ab, ursprüngliche und revidierte Gegenwartskasse sind gleich Null. Daher fließt, wie (101) zum Ausdruck bringt, der durch die marktungleichgewichtsbedingte Konsumbeschränkung ($\rho_c < 1$) nicht für gegenwärtigen Konsum ausgebbare Vermögensteil voll in die Wertpapierhaltung (Verminderung der Verschuldung).

Analog zur Liquiditätsfalle im LF-Fall könnte man hier von einer Wertpapierfalle (bond-trap) sprechen und analog zu den Gleichungen (85) und (86) des LF-Falles haben wir hier im LP-Fall die Gleichungen (103) und (104):

$$pC_1^u + \frac{B_1^u}{1+r} = (\bar{w} - \bar{w}_2) = \bar{w}_1 \quad (103)$$

$$p\bar{C}_1 + \frac{B_1^r}{1+r} = (\bar{w} - \bar{w}_2) = \bar{w}_1 \quad (104)$$

wobei nach wie vor (101) gilt.

Wir sind in der Lage, auch für das Vorhandensein einer bond-trap Kriterien anzugeben, sowohl für einen gegebenen Vermögensstand, als auch für den

Fall der Vermögensänderung. Wie bei der liquidity-trap unterscheiden wir dazu zwischen Gleichgewichts- und Ungleichgewichtssituationen (auf dem Gütermarkt) und differenzieren bei Vermögensänderungen in Ungleichgewichtssituationen wiederum zwischen einem 1. Fall und einem 2. Fall. Alles zu dieser Fallunterscheidung bereits oben Gesagte gilt sinngemäß auch für die bond-trap.

Es folgen zuerst die aus (103) und (104) abgeleiteten Kriterien für eine bond-trap bei beliebig vorgegebenem Vermögensstand:

1. Kriterium (bei Gleichgewichtssituationen auf dem Gütermarkt)

Der gegenwärtig gewünschte Konsum und die gegenwärtig geplante Wertpapiernachfrage summieren sich zum gegenwärtig ohne Kreditnahme verfügbaren Vermögensteil. ⁴²⁾ Wenn dies zutrifft, liegt eine bond-trap vor.

2. Kriterium (bei Ungleichgewichtssituationen auf dem Gütermarkt):

Der Haushalt erhöht bei der Planrevision seine gegenwärtig geplante Wertpapiernachfrage um jenen Betrag, um den der Markt ihn durch Verteilung der ursprünglichen Güterpläne zu einem Konsumverzicht in der Gegenwart gezwungen hat. Trifft diese Aussage zu, dann liegt eine bond-trap vor.

Auch die folgenden Kriterien können aus den Gleichungen (103) und (104) abgeleitet werden, wenn man zusätzlich noch die Homogenitätseigenschaft der Nutzenfunktion berücksichtigt.

1. Kriterium (bei Gleichgewichtssituationen auf dem Gütermarkt):

Die Änderung der geplanten Wertpapiernachfrage nach additiver Korrektur um den Betrag der Änderung des erst nach der laufenden Periode erwar-

teten Einkommens zum Gegenwartswert ($\Delta \bar{w}_2$), und die Änderung des gewünschten Konsums summieren sich zur Gesamtvermögensänderung:

$$\left| \frac{\Delta B_1^u}{1+r} + \Delta \bar{w}_2 \right| + \left| \Delta (pC_1^u) \right| = \left| \Delta \bar{w} \right| \quad (105)$$

Trifft diese Aussage zu, dann liegt eine bond-trap vor.

2. Kriterium (bei Ungleichgewichtssituationen auf dem Gütermarkt):

1. Fall:

Bei einer Gesamtvermögensänderung wird die gegenwärtige, revidierte Wertpapiernachfrage um den Betrag geändert, um den sich der in der Gegenwart ohne Kreditaufnahme verfügbare Vermögensteil verändert hat:

$$\frac{\Delta B_1^r}{1+r} = \Delta \bar{w} - \Delta \bar{w}_2 = \Delta \bar{w}_1 \quad (106)$$

Wenn dies zutrifft, dann liegt eine bond-trap vor.

2. Fall:

Bei einer Gesamtvermögensabnahme ändert sich die gegenwärtig geplante Wertpapiernachfrage um den Betrag der Änderung des gegenwärtig ohne Kreditnahme verfügbaren Vermögensteils nach additiver Korrektur des letzteren um den Betrag der Konsumreduktion, d.h. nach Addition von $\left[p\bar{C}_1 - pC_1^u \text{ (neues Vermögen)} \right] > 0$:

$$\frac{B_1^u}{1+r} \text{ (n.V.)} - \frac{B_1^r}{1+r} \text{ (a.V.)} = \Delta \bar{w}_1 + \left[p\bar{C}_1 - pC_1 \text{ (n.V.)} \right]$$

wobei (107)

$$\Delta \bar{w}_1 = \bar{w}_1 \text{ (neu)} - \bar{w}_1 \text{ (alt)}.$$

(n.V. = neues Vermögen

a.V. = altes Vermögen)

Trifft dies zu, dann liegt eine bond-trap vor.

Zum Verhältnis zwischen ersten und zweiten Kriterien verweisen wir auf das oben im Zusammenhang mit der liquidity-trap dazu Gesagte.

5. Ergebnis

Die LP- und LF-Fälle neutralen Revisionsverhaltens, wie sie von den Matrizen (9) und (10) portraitiert werden, erweisen sich im Hinblick auf das ausgewählte Optimalitätskriterium - eine homogene Nutzenfunktion mit konstanten partiellen Substitutionselastizitäten von H. UZAWA - dann als optimal, wenn neben (80)

- a) im LF-Fall die Bedingung (83) und
- b) im LP-Fall die Bedingung (99)

erfüllt ist. Wie wir sahen, charakterisieren diese Optimalitätsbedingungen den LF-Fall als eine liquidity-trap und den LP-Fall als eine bond-trap. Wir haben jedoch die liquidity-trap nicht speziell mit der Bedingung (83), sondern allgemeiner mit der Bedingung (89c) identifiziert. Der LF-Fall des neutralen Revisionsverhaltens repräsentiert also nur ein Element der Menge der liquidity-trap-Fälle.

In der Bedingung (83) ist der Zinssatz r enthalten, nicht dagegen in der Bedingung (99). Danach ist die Höhe des Zinssatzes ausschlaggebend für die Optimalität des LF-Verhaltens, während die Optimalität des LP-Verhaltens vom Zinsniveau unabhängig ist, solange der Zinssatz größer als Null ist. Eine Zinsänderung berührt also die Optimalität des LP-Verhaltens nicht, während jeder Zinssatz, der nicht die Bedingung (83) erfüllt, das LF-Verhalten entoptimalisiert. Insbesondere in einem marktdynamischen Anpassungsprozeß bei dem der Zinssatz variiert, kann zwar das permanente LP-Verhalten gemäß der Matrix (10) nicht aber das permanente LF-Verhalten optimal sein.

Dieses Ergebnis erweckt vielleicht den Eindruck, als sei das LP-Verhalten dauerhafter optimal und in seiner Optimalität weniger von einer ganz speziellen Parameterkonstellation des Haushalts abhängig als das LF-Verhalten. Dieser Eindruck ist nicht unbedingt richtig. Die Optimalität des LP-Verhaltens ist geknüpft an die Bedingung (99), d.h. von einem speziellen Wert für den Nutzenintensitätsparameter der Gegenwartskasse abhängig, während die Optimalität des LF-Verhaltens nach der Bedingung (83) davon abhängt, daß die Nutzenintensitäts- und der Substitutionsparameter der Nutzenfunktion sich mit dem Zinssatz als Marktdatum zu einer speziellen Konstellation ergänzen. Soviel zur beiderseitigen Spezialität der Bedingungen. Was die Dauerhaftigkeit der Konstellationen anbelangt, so besteht der Unterschied darin, daß im LF-Fall auch der Zinssatz mit ausschlaggebend für die Optimalität ist, im LP-Fall dagegen nicht, und daß der Zinssatz als Marktdatum im Gegensatz zu einem Parameter der Nutzenfunktion methodisch vielleicht eher als Variable gilt denn als Konstante. Ob dies zutrifft, hängt jedoch von der Fragestellung einer Untersuchung ab.

Hervorzuheben ist die Merkwürdigkeit, daß der LF-Fall sich als Fall der liquidity-trap und der LP-Fall sich als Fall der bond-trap entpuppt haben. Insbesondere stellt der LP-Fall ein Verhalten dar, bei dem optimalerweise in der laufenden Periode (Gegenwart) keine Kasse gehalten wird, laufende Ersparnisse also ausschließlich in Wertpapieren und nicht in Kasse angelegt werden. Umgekehrt erwies sich der LF-Fall als eine Verhaltensweise, bei der optimalerweise alle laufenden Ersparnisse, sowie in der Zukunft erwartetes Einkommen, schon jetzt zum Gegenwartswert in Kasse gehalten werden. Hierdurch kehren unsere Fallunterscheidungen anhand von Überschüßnachfragefunktionen das Gegensatzpaar LP- und LF-Theorie in

Sinne einer Terminologie, welche sich (unmittelbar) auf die gewöhnlichen Nachfragefunktionen bezieht, gerade um.

Ein LP-Verhalten in unserem Sinne liegt nur dann vor, wenn bei einer Vereitelung der ursprünglichen Pläne auf dem Gütermarkt an den ursprünglichen Geldüberschußnachfrageplänen festgehalten wird und nur die ursprünglichen Überschußnachfragefunktionen für Wertpapiere revidiert werden. Bei einem LF-Verhalten wird dagegen starr an den ursprünglichen Wertpapierüberschußnachfrageplänen festgehalten, und es werden lediglich die ursprünglichen Geldüberschußnachfragefunktionen revidiert.

Wie wir sahen, kommt aber ein LP-Verhalten in diesem Sinne nur dann als optimales Verhalten in Frage, wenn überhaupt keine Kasse in der laufenden Periode, d.h. keine Gegenwartskasse gewünscht wird und ein eventuell aus der Vorperiode übernommener Bestand abgebaut wird, d.h. wenn die ursprüngliche Überschußnachfrage nach Geld in Umfange des Anfangsbestandes an Kasse negativ ist:

$$x_{M1}^r = x_{M1}^u = - M_0 . \quad (108)$$

Ein LF-Verhalten in unserem Sinne ist dagegen nur dann optimal, wenn eine liquidity-trap vorliegt, wenn also das ganze Vermögen des Haushalts nach Abzug der laufenden Konsumausgaben vollständig und ausschließlich in Form von Kasse gehalten wird. Wertpapiere werden dabei nur als Schuldnerpapiere gehalten, und zwar in einem solchen Umfange, daß das ganze erst für die Zukunft erwartete Einkommen (zum Gegenwartswert) bereits in der laufenden Periode verfügbar wird für Konsum und insbesondere für Kassenhaltung:

$$\frac{B_1^r}{1+r} = \frac{B_1^u}{1+r} = -\bar{w}_2 \quad (109)$$

$$X_{B1}^r = X_{B1}^u = -\bar{w}_2 - B_0. \quad (110)$$

Damit wird eine duale Beziehung zwischen den LF- und LP-Verhaltensweisen in bezug auf die Überschußnachfragefunktionen auf der einen Seite und die gewöhnlichen Nachfragefunktionen auf der anderen Seite offenbar. Dem LF-Verhalten in bezug auf die Überschußnachfragefunktionen entspricht im Optimum ein LP-Verhalten (liquidity-trap) bei den gewöhnlichen Nachfragefunktionen. Einem LP-Verhalten in bezug auf die Überschußnachfragefunktionen entspricht im Optimum ein LF-Verhalten (bond-trap) bei den gewöhnlichen Nachfragefunktionen.

IV. Schlußbemerkung

Indem wir das Problem der Planrevision infolge eines Gütermarktungleichgewichtes als ein Problem der Güterrationalisierung identifizierten, war es möglich, mikroökonomisch die Determinanten der Revisionskoeffizienten a_i , b_i und c_i , d.h. der Elemente der Revisionsmatrizen R für einen optimierenden Haushalt abzuleiten. Dabei entpuppten sich die optimalen Revisionskoeffizienten als Funktionen des Zinssatzes (r), der oktroyierten Konsumquote (q), der (partiellen) Substitutionselastizität (δ), der Nutzenintensitätsparameter α_i und β_j (im Falle $\delta = 1$ nur von α_1 und β_1) sowie des Verhältnisses \bar{Y}_1/\bar{w} von laufendem Einkommen (\bar{Y}_1) zu Gesamtvermögen (\bar{w}). Aus der Variabilität dieser Determinanten folgt die Variabilität der R -Matrizen.

Die optimalen Revisionskoeffizienten lassen sich allgemein anhand eines Gleichungssystems ableiten, welches wir als System I bezeichneten. Daneben formulierten wir für neutrales Revisionsverhalten ein alternatives Lösungssystem, das System II, welches jedoch zu denselben Resultaten führte wie das System I (siehe Anhang). Die optimalen Revisionsmatrizen als Lösungen des Systems I können allgemein durch die Matrix R^I repräsentiert werden:

$$R^I = \begin{pmatrix} a_1 & 0 & 0 \\ a_2 & \cancel{A} & 0 \\ a_3 & 0 & \cancel{A} \end{pmatrix}$$

Die optimalen a_i -Elemente dieser Matrix sind als Funktionen der oben genannten Determinanten in den Gleichungen (75) - (78) dargestellt worden. Neutrales Revisionsverhalten liegt im Rahmen von R^I dann vor, wenn $a_2 + a_3 = 1$ ist. Wie die Analyse zeigte, ist der Loanable-Funds-Fall (LF-Fall) neutralen Revisionsverhaltens nur bei einem ganz bestimmten Zinssatz optimal. Der Liquidity-Preference-Fall (LP-Fall) neutralen Revisionsverhaltens kann dagegen unabhängig vom Zinssatz, nur dann optimal sein, wenn die gegenwärtige Kassenhaltung keinen

Liquiditätsnutzen stiftet ($\beta_1 = 0$). Diese Ergebnisse lassen sich formal wie folgt wiedergeben:⁴³⁾

LF-Fall:

$$R^I = R_{LF} \Leftrightarrow \begin{cases} p\bar{C}_1 = \bar{Y}_1 \Leftrightarrow X_{C1}^r = 0 \Leftrightarrow a_2 + a_3 = 1 \\ S = \alpha_1^{\delta} + \left(\frac{1+r}{r} \beta_1\right)^{\delta}, \quad a_1 = 1 \end{cases}$$

LP-Fall:

$$R^I = R_{LP} \Leftrightarrow \begin{cases} p\bar{C}_1 = \bar{Y}_1 \Leftrightarrow X_{C1}^r = 0 \Leftrightarrow a_2 + a_3 = 1 \\ \beta_1 = 0, \quad a_1 = 1 \end{cases}$$

Wenn wir nun einen positiven, d.h. von Null verschiedenen Intensitätsparameter für den Nutzen von (optimaler) Gegenwartskasse voraussetzen ($\beta_1 > 0$), dann ist nur noch der LF-Fall neutralen Revisionsverhaltens als optimales Verhaltensmuster möglich. Das LF-Verhalten ist wiederum nur bei einem ganz bestimmten Zinssatz optimal. Deshalb scheiden konstante, d.h. trotz Zinsänderung invariante Matrizen von der Form R_{LF} und R_{LP} als optimale Revisionsmatrizen aus.

Wie wir an anderer Stelle gezeigt haben,⁴⁴⁾ verursachen die LF- und LP-Fälle neutralen Revisionsverhaltens (d.h. konstante bzw. invariante R_{LP} - und R_{LF} -Matrizen) in einem dynamischen Marktangepassungsprozeß mit variablem Zinssatz Instabilität. D.h. nach einer Störung des ursprünglichen Gleichgewichts führen diese Verhaltensweisen im Rahmen der Planrevision nicht zu einem neuen Gleichgewicht auf dem Güter-, Geld- und Wertpapiermarkt. Hier haben wir für Haushalte ermittelt,

daß diese Verhaltensweisen auch nicht optimal sind. Wenn instabilitätsverursachendes Revisionsverhalten sich als nichtoptimal erweist, dann steigen natürlich die Chancen für die Stabilität von Gleichgewichten.

Als Nebenprodukt unserer Analyse betrachten wir die Klärung der Beziehung zwischen liquidity-trap und bond-trap einerseits und LF- und LP-Verhalten bei der Planrevision andererseits sowie die Aufstellung von Kriterien für das Vorliegen der beiden traps.

Wir wissen jedoch noch nicht, wie sich diese Ergebnisse ändern für den Fall, daß die Kosten der Planrevision (readjustment-costs) nicht - wie hier vorausgesetzt - gleich Null sind und wie die Resultate für Firmen im Gegensatz zu Haushalten aussehen.

ANHANG

Zur Optimalität neutralen Revisions-
verhaltens im System II

Nimmt man zum System I die 8. Gleichung von (69) hinzu, dann erhält man das System II, welches damit aus der 1., 2., 3., 5., 6. und 8. Gleichung des Systems (69) besteht und sich wie folgt schreiben läßt:

$$A a_1 + B b_1 + C c_1 = d_1 \quad (A 1)$$

$$A a_2 + B b_2 + C c_2 = d_2 \quad (A 2)$$

$$A a_3 + B b_3 + C c_3 = d_3 \quad (A 3)$$

$$b_1 + b_2 + b_3 = 1 \quad (A 4)$$

$$c_1 + c_2 + c_3 = 1 \quad (A 5)$$

$$b_2 + b_3 = c_2 + c_3 \quad (A 6)$$

Die Lösbarkeit des Systems II ist dadurch gewährleistet, daß die Lösbarkeitsbedingung

$$d_2 + d_3 = 0 \quad (A 7)$$

mit den Bedingungen neutralen Revisionsverhaltens - das sind die 7. und 8. Gleichung in (69) - äquivalent ist.⁴⁵⁾ Unter dieser Bedingung (für die Lösbarkeit) ist aber die 7. Gleichung (neben der 4.) von den übrigen Gleichungen in (69) linear abhängig, so daß die Präsenz allein der 8. Gleichung von (69) im System II d.h. die Hinzunahme von (A 6) zu (A 1)-(A 5), notwendig und hinreichend ist, sowohl für die Neutralität des Revisionsverhaltens, welches von den Gleichungen (A1) - (A 5) dargestellt wird, als auch für die Lösbarkeit des Systems II.

Die sechs Gleichungen (A 1) - (A 6) sind linear voneinander unabhängig. Zur Bestimmung der neun Unbekannten a_i , b_i und c_i ($i = 1, 2, 3$) sind demnach drei Freiheitsgrade zu eliminieren. Bei der Elimination der Freiheitsgrade ist darauf zu achten, daß die Restriktionen voneinander unabhängig sind. Wählt man zum Beispiel $b_1 = 0$, dann hat man implizit auch $c_1 = 0$ gewählt, und die gleichzeitige Festsetzung von $c_1 = 0$ und $b_1 = 0$ würde nicht eine Wahl zweier unabhängiger Restriktionen darstellen.

Wir behandeln den Fall der "echten" ($K = 1$) und "unechten" ($K = 2$) Güterplanrevision wieder gleichzeitig. Da wir wissen, ⁴⁶⁾ daß unter unseren Voraussetzungen bei neutralem Revisionsverhalten, also mit (A 7), ($K = 1 \iff d_1 = 0$) und ($K = 2 \iff d_1 = A$) gilt, ⁴⁷⁾ führen beide Fälle dann zu der gleichen Lösung für die a_i , b_i und c_i ohne a_1 , wenn wir bei $K = 1$ gleichzeitig $a_1 = 0$ und bei $K = 2$ gleichzeitig $a_1 = 1$ wählen. Diese Wahl wird im folgenden stets unterstellt. Damit reduziert sich die Gleichung (A 1) in jedem der beiden Fälle, also auch dann, wenn $d_1 \neq 0$, zu

$$B b_1 + C c_1 = 0. \quad (A 1')$$

Gleichzeitig ist a_1 festgelegt und ein Freiheitsgrad beseitigt.

Die weitere Elimination der Freiheitsgrade koppeln wir mit der Unterscheidung der LF- und LP-Fälle des neutralen Revisionsverhaltens. Im LF-Fall setzen wir $a_2 = 0$ und $b_2 = 1$ fest. Im LP-Fall wählen wir $a_3 = 0$ und $c_3 = 1$. Damit ist jeweils eine Wahl unabhängiger Restriktionen getroffen.

Wir untersuchen nun die Implikationen dieser Festsetzungen.

LF-Fall

Mit der gegebenen Elimination der Freiheitsgrade lautet die Gleichung (A 2)

$$B + C c_2 = d_2 \quad (\text{A } 2')$$

und die Gleichung (A 3)

$$A a_3 + B b_3 + C c_3 = d_3. \quad (\text{A } 3')$$

Aus dem Gleichungssystem (A 1') - (A 3'), (A 4) - (A 6) erhält man dann unmittelbar

$$a_3 = 1, b_1 = b_3 = 0 \text{ und } c_1 = 0,$$

während

$$c_2 = \frac{d_2 - B}{C} \quad (\text{A } 8)$$

und

$$c_3 = 1 - \frac{d_2 - B}{C}. \quad (\text{A } 9)$$

Die Matrix (9) bzw. die Teilmatrix (81) für den LF-Fall verlangt nun, daß $c_2 = 0$ und $c_3 = 1$. Nach (A 8) und (A 9) ist mit $c_2 = 0$ gleichzeitig auch $c_3 = 1$ und umgekehrt. Es genügt also zu prüfen, unter welcher Bedingung $c_2 = 0$ ist.

Aus (A 8) und $c_2 = 0$ folgt zunächst

$$c_2 = 0 \iff d_2 = B. \quad (\text{A } 10)$$

Aus den Definitionen (64) wissen wir, daß

$$d_2 = B \iff B_1^r - B_1^u = 0 \quad (\text{A } 11)$$

und aus (35) und (50) leiten wir schließlich her, daß

$$\frac{B_1^r - B_1^u}{(1+r)} = (\rho - 1) \left[1 - \frac{\alpha_1^3 + \left(\frac{1+r}{r} B_1\right)^3}{S} \right] \bar{w}. \quad (\text{A } 12)$$

Sind nun $\bar{w} \neq 0$, $r > 0$ und $\rho \neq 1$ - selbstverständliche Voraussetzungen - , dann geht aus (A 12) hervor, daß die rechte Seite von (A 11) gleichbedeutend ist mit:

$$S = \alpha_1 \delta + \left(\frac{1+r}{r} \beta_1\right) \delta^2$$

Das ist aber genau die Bedingung (83), die schon für das System I abgeleitet worden ist.

LP-Fall

Die Gleichung (A 2) lautet mit den Festlegungen des LP-Falles:

$$A a_2 + B b_2 + C c_2 = d_2 \quad (\text{A } 2'')$$

und die Gleichung (A 3):

$$B b_3 + C = d_3 \quad (\text{A } 3'')$$

Das Gleichungssystem (A 1'), (A 2''), (A 3''), (A 4), (A 5) und (A6) führt dann zu den Lösungen $a_2 = 1$, $b_1 = 0$ und $c_1 = c_2 = 0$,

sowie

$$b_2 = 1 - \frac{d_3 - C}{B} \quad (\text{A13})$$

und

$$b_3 = \frac{d_3 - C}{B} \quad (\text{A14})$$

Die Matrix (10) bzw. die Teilmatrix (82) verlangt für den LP-Fall, daß $b_2 = 1$ und $b_3 = 0$. Es genügt wiederum festzustellen, unter welchen Bedingungen $b_3 = 0$, weil dann wegen (A 13) und (A 14) auch $b_2 = 1$ erfüllt ist und umgekehrt.

Aus (A 11) und $b_3 = 0$ bekommen wir zunächst

$$b_3 = 0 \iff d_3 = cC \quad (\text{A15})$$

Aus den Definitionen (64) wissen wir, daß

$$d_3 = 0 \iff M_1^r = M_1^u . \quad (A16)$$

Durch (48) haben wir

$$M_1^r = \rho M_1^u . \quad (A17)$$

Ist nun $\rho \neq 1$ - wiederum eine selbstverständliche Voraussetzung - , dann erhalten wir schließlich aus (A 16) und (A 17):

$$b_2 = 0 \iff M_1^r = M_1^u = 0 \quad (A18)$$

Aus (33) geht hervor, daß, unter den Voraussetzungen $r > 0$ und $\bar{w} \neq 0$, die rechte Seite von (A 18) gleichbedeutend ist mit:

$$B_1 = 0 .$$

Dies ist aber genau die Bedingung (99), die bereits für das System I abgeleitet worden ist.

Damit haben wir gezeigt, daß die Optimalitätsbedingungen für die zinstheoretischen Spezialfälle des neutralen Revisionsverhaltens im System II die gleichen sind wie im System I.

ANMERKUNGEN (Fußnoten)

- 1) Siehe N.K.A. LÄUFER, Liquidity Preference and Loanable Funds, The Theory of Neutral Revision Behaviour, Zeitschrift für Nationalökonomie, 30 (1970), S. 291-308, ferner dse., Loanable-Funds- und Liquiditätspräferenztheorie des Zinses, Theoretische und ökonometrische Aspekte, Freiburger Dissertation, 1970.
- 2) Konsistente Planung heißt hier soviel wie ex-ante-Beachtung der Budgetrestriktion bzw. ex-ante-Gültigkeit des WALRASSchen Gesetzes.
- 3) Als "Preise" bezeichnen wir diejenigen Determinanten der Nachfrage bzw. des Angebotes, genauer der Marktüberschußnachfrage, über deren Veränderung die Marktungleichgewichte beseitigt werden und die selbst nur aufgrund solcher Marktungleichgewichte variieren. Als Preis in diesem Sinne kann auch das Volkseinkommen gelten, wenn Gütermarktungleichgewichte zu Einkommensänderungen führen und gleichzeitig die Nachfrage und/oder das Angebot auf dem Gütermarkt als einkommensabhängig gilt.
- 4) Das ist gleichbedeutend mit der Annahme, es gebe bei der makroökonomischen Analyse keine Verteilungseffekte.

5) Voraussetzungen: $X_r \equiv R X_u$ (2)

$$\sum a_i = \sum b_i = \sum c_i = 1 \quad (3)$$

Behauptung: $(1,1,1) X_u = 0$ (4)

$$\iff (1,1,1) X_r = 0 \quad (5)$$

Beweis:

Wir multiplizieren (2) linksseitig mit dem Zeilenvektor $(1,1,1)$ und erhalten

$$(1,1,1) X_r \equiv (1,1,1) R X_u \quad (6a)$$

$$\equiv (\sum a_i, \sum b_i, \sum c_i) X_u \quad (6b)$$

Nun formulieren wir (3) neu wie folgt:

$$(\sum a_i, \sum b_i, \sum c_i) = (1, 1, 1) \quad (3a)$$

Damit erhalten wir aus (6b) den Ausdruck (6c):

$$(1,1,1) X_r \equiv (1,1,1) X_u \quad (6c)$$

aus dem die Behauptung unmittelbar folgt.

Anmerkung: Die Bedeutung des Doppelpfeiles \iff wird in der Symbolliste am Ende der Arbeit erläutert.

- 6) Der Geld- und der Wertpapiermarkt können einzeln durchaus mit verschiedenen Anteilen und Beträgen an der Absorption der verlagerten Überschufnachfragen beteiligt sein. Entscheidend ist die Summe der Verlagerungen auf die beiden monetären Zielmärkte.

7) Voraussetzungen: $X_r \equiv R X_u$ (2)

$$(1,1,1) X_u \equiv 0 \quad (4)$$

Behauptung: $a_2 + a_3 = b_2 + b_3 = c_2 + c_3$ (7)

$$\iff (B_s - B_d)_r \equiv (L - M)_r \quad (8)$$

Beweis: Aus (2) folgt

$$(B_d - B_s)_r \equiv (a_2, b_2, c_2) X_u$$

$$(L - M)_r \equiv (a_3, b_3, c_3) X_u$$

Durch Anwendung von (4) erhält man dann

$$\begin{aligned} (*) \quad (B_d - B_s)_r &\equiv (a_2 - b_2) (I-S)_u + (c_2 - b_2) (L-M)_u \\ (L - M)_r &\equiv (a_3 - b_3) (I-S)_u + (c_3 - b_3) (L-M)_u \end{aligned}$$

In Verbindung mit (8) ergibt sich dann:

$$- (a_2 - b_2) = (a_3 - b_3)$$

$$- (c_2 - b_2) = (c_3 - b_3)$$

Das ist aber nichts anderes als (7).

Umgekehrt folgt aus (*):

$$\begin{aligned} (B_d - B_s)_r + (L - M)_r &\equiv [(a_2 - b_2) + (a_3 - b_3)] \\ &\quad \cdot (I-S)_u + [(c_2 - b_2) \\ &\quad + (c_3 - b_3)] (L-M)_u \end{aligned}$$

$$\equiv \left[(a_2 + a_3) - (b_2 + b_3) \right] (I-S)_u \\ + \left[(c_2 + c_3) - (b_2 + b_3) \right] (L-M)_u.$$

Mit (7) ergibt sich daraus:

$$(B_d - B_s)_r + (L - M)_r \equiv 0,$$

und das ist (8).

Anmerkung: Die Bedeutung des Doppelpfeils \longleftrightarrow wird in der Symbolliste am Ende der Arbeit erklärt.

- 8) Siehe H. ROSE, Liquidity Preference and Loanable Funds, The Review of Economic Studies, 24 (1956/57), S. 111 - 119, und N.K.A. LÄUFER, a.a.o.
- 9) Siehe die Hinweise in Fußnote 1).
- 10) Droht einer der ursprünglichen Überschußnachfragepläne für Geld, Wertpapiere und Güter vereitelt zu werden, dann ist im allgemeinen eine Revision aller ursprünglichen Überschußnachfragen nötig.
- 11) $\frac{dY}{dt}$ ist die Rate der Veränderung des "Preises" Volkseinkommen.
- 12) f und g sind positive Proportionalitätsfaktoren (Marktreaktionsgeschwindigkeiten).
- 13) Als Rechtfertigung für die Ausführlichkeiten dieses 6. Abschnittes mag der Hinweis auf die Diskussion zwischen H. ROSE und DON PATINKIN gelten. Siehe dazu DON PATINKIN, Liquidity Preference and Loanable Funds: Stock and Flow Analysis, Economica, 25 (1958), S. 300-318, H. ROSE, The Rate of Interest and Walras' Law, Economica, 26 (1959), S. 252-3 und DON PATINKIN, Reply to R.W. CLOWER and H. ROSE, ebenda, S.253-5. Dieser Reply endet mit dem Satz: "But I do have difficulties in understanding the meaning and significance of an argument which mixes ex ante and ex post quantities in this way."
- 14) Siehe dazu die Darlegungen von M. FRIEDMAN, The Methodology of Positive Economics, in: Essays in Positive Economics, Chicago, London 1953 und insbesondere von K. BRUNNER, 'Assumptions' and the Cognitive Quality of Theories, Synthese, 20 (1969), S. 501 - 525
- 15) Siehe H. UZAWA, Production Functions with Constant Elasticities of Substitution, The Review of Economic Studies, 29 (1962), S. 292-9.

- 16) Quasi-konkave Funktionen erhält man z.B. durch positiv monotone Transformation von konkaven Funktionen. Konkave Funktionen sind daher auch quasi-konkav (concave-contoured), aber nicht umgekehrt. Zum Begriff der "concave-contoured function" siehe K. LANCASTER, Mathematical Economics, New York, London, 1968, S. 331 f.
- Die Hervorhebung der Quasi-Konkavität der Funktion (19) und die Vernachlässigung ihrer Konkavität befreit uns von der Notwendigkeit, kardinale Nutzenmeßbarkeit vorauszusetzen. Wir verwenden deshalb im folgenden zwar explizit die Funktion (19), implizit aber irgendeine positiv monotone Transformation derselben. Da wir von (19) nur die Quasi-Konkavität ausnutzen werden, brauchen wir diese Transformation nicht zu spezifizieren. Auch schon mit Quasi-Konkavität sind die später verwendeten KUHN-TUCKER-Bedingungen nicht nur notwendig, sondern auch hinreichend für ein Nutzenmaximum des Haushalts.
- 17) Beim Entwurf dieses Haushaltsmodells haben wir uns teilweise an DON PATINKIN, Money, Interest and Prices, 2. Aufl., New York 1965, Chapt. V, VI, VIII nebst mathematischem Anhang 6 orientiert.
- 18) Wir lassen im folgenden den Index "opt." weg.
- 19) Es ist eine angenehme Tatsache, daß wir bei den Nachfragefunktionen (32) - (35) für den Fall $\beta = 0$ ($\beta = 1$) keinen komplizierten Grenzübergang durchführen müssen.
- 20) (47a) geht aus (31) hervor.
- 21) Siehe Fußnote 5).
- 22) Wenn wir in (2), d.h. in $X_r \equiv R X_u$, R wie in (1) definieren und X_r bzw. $R X_u$ wie in (64) festlegen, dann ist folgende Aussage möglich.

Voraussetzungen: Es gelten (64), (65), (68) und (2).

Behauptung: $\sum a_i = K \iff \sum d_i = (K-1) A$

Beweis:

Aus (2) und (64) folgt:

$$d_1 = a_1 A + b_1 B + c_1 C$$

$$d_2 = a_2 A + b_2 B + c_2 C$$

$$d_3 = a_3 A + b_3 B + c_3 C$$

Summiert man diese drei Gleichungen, so erhält man wegen (68):

$$\sum d_i = (A \sum a_i) + B + C$$

Diese Gleichung läßt sich erweitern durch gleichzeitige Subtraktion und Addition von A:

$$\sum d_i = A \sum a_i - A + A + B + C.$$

Wertet man nun auf der rechten Seite die Voraussetzung (65) aus, dann sieht man sofort, daß

$$\sum d_i = A (\sum a_i - 1)$$

Diese Gleichung folgte allein aus den Voraussetzungen. Sie impliziert nun zusammen mit der linken Seite der Behauptung die rechte Seite derselben und umgekehrt.

w.z.b.w.

Anwendung:

Ist deshalb $K = 1$, dann haben wir mit (65), (67) und (68) wieder $\sum d_i = 0$ wie in (66). Mit $K = 2$ erhält man entsprechend $\sum d_i = A$. Ist zusätzlich $d_2 + d_3 = 0$, dann hat man mit $K = 2$ auch $d_1 = A$ und mit $K = 1$ auch $d_1 = 0$.

- 23) in Gleichungsform
- 24) Zur "echt" bzw. "unecht" revidierten Güterüberschußnachfrage siehe auch den Text weiter oben S. 9.
- 25) Unser Interesse für den Fall der unecht revidierten Güterüberschußnachfrage leitet sich von den Matrizen (9) und (10) und ihrem makrotheoretischen Hintergrund (Einbettung in dynamische Zins- und Einkommensanalyse) her.
- 26) Wir zählen von oben nach unten.
- 27) Lösbarkeit von (69) setzt voraus, daß der Rang der einfachen Matrix \bar{A} gleich dem Rang der erweiterten Matrix (\bar{A}, \bar{b}) ist (siehe 69 a).
- 28) siehe Fußnote 7).
- 29) Das folgt aus der 5. und der 6. Gleichung von (69), die ja jede in beiden Systemen vorkommen.
- 30) Die Tatsache, daß man zur Berechnung von a_2 bzw. a_3 die Größe $(\rho - 1)$ und nicht ρ verwendet, ist nicht unabhängig davon, daß in (71) $b_2 = 1$ und $c_3 = 1$ gesetzt worden sind.

- 31) Wegen $\bar{w} - pC_1^u \geq 0$ erhalten wir bei $X_{C_1}^u < 0$ die Werte $a_1 \geq 1$ und $a_3 < 0$ und bei $X_{C_1}^u > 0$ haben wir $a_1 \leq 1$ und $a_3 > 0$. ($a_1 < 1$ schließt auch $a_1 < 0$ ein). a_2 kann dann negativ sein, wenn dem Haushalt vorübergehend eine Verschuldung möglich ist, die den Gegenwartswert seiner zukünftig, d.h. nach der Periode 1, erwarteten Einkommen (\bar{w}_2) übertrifft. Eine solche vorübergehende Verschuldung verletzt nicht notwendigerweise die Vermögensrestriktion (26). Wir kommen auf diese Frage später zurück.
- 32) Die Nutzenintensitätsparameter sind nur dann zu modifizieren, wenn $\delta \neq 0$ ($\delta \neq 1$). Die Parameter α_1 und β_1 sind Indikatoren des Gegenwartswertes des Nutzens von Konsum und Kassenhaltung in der Gegenwart und in zukünftigen Perioden.
- 33) Alternativ interpretiert, besagt die Bedingung (88), daß die Summe der modifizierten Nutzenintensitätsparameter für den Konsum und die Kassenhaltung in den auf die Gegenwart folgenden Perioden (2, ..., n) gleich groß ist wie der Gegenwartswert einer ewigen Rente in Höhe des modifizierten Nutzenintensitätsparameters für die gegenwärtige Kassenhaltung.
- 34) Es wird ein vollkommener Kapitalmarkt vorausgesetzt und angenommen, daß die individuelle Vermögensberechnung von den Bewertungen des anonymen Kapitalmarkts ausgeht.
- 35) Das ergibt sich durch Anwendung der DESCARTESschen Vorzeichenregel auf die Gleichung (88a), die durch einfaches Umordnen aus der Gleichung (88) hervorgeht:

$$\left[\frac{\beta_1 r^\delta}{(1+r)^\delta} \right] - r \left(\sum_{\nu=1}^{n-1} \left[\frac{\alpha_{\nu+1}}{(1+r)^\delta} \right] + \sum_{\nu=2}^{n-1} \left[\frac{\beta_\nu r^\delta}{(1+r)^\delta} \right] \right) = 0 \quad (88a)$$

Unter der Annahme eines positiven r ist (88a) ein Polynom in $(1+r)^\delta$ mit höchstens einem Vorzeichenwechsel in der Folge der Polynomkoeffizienten. Es gibt dann aber nach der erwähnten Regel höchstens eine positive Lösung für $(1+r)$ und damit auch höchstens eine positive Lösung für r .

(Anmerkung: Hat eine Größe, z.B. r^δ , vorzeichenverschiedene Lösungen, wie z. B. $\sqrt{1}$, dann wird hier stets die ausschließliche Verwendung der positiven Lösung vorausgesetzt.

36) Bezeichnen wir die rechte Seite von (89) mit D , dann findet man für den Grenzübergang $r \rightarrow 0$:

$$a) \lim_{r \rightarrow 0} S(\gamma = 0) = 1 < \lim_{r \rightarrow 0} D(\gamma = 0) = \infty$$

$$b) \lim_{r \rightarrow 0} S(\gamma > 0) = \sum_{i=1}^n \alpha_i \beta_i < \lim_{r \rightarrow 0} D(\gamma > 0) = \infty$$

$$c) \lim_{r \rightarrow 0} S(\gamma < 0) = \infty; \lim_{r \rightarrow 0} D(\gamma < 0) = \infty$$

$$\lim_{r \rightarrow 0} \frac{S(\gamma < 0)}{D(\gamma < 0)} = 0 \text{ (vorausgesetzt } \beta_1 > 0 \text{).}$$

Für den Grenzübergang $r \rightarrow \infty$ erhält man:

$$a) \lim_{r \rightarrow \infty} S(\gamma = 0) = 1 > \lim_{r \rightarrow \infty} D(\gamma = 0) = \alpha_1 + \beta_1 < 1$$

$$b) \lim_{r \rightarrow \infty} S(\gamma > 0) = \lim_{r \rightarrow \infty} D(\gamma > 0) = \alpha_1 \beta_1 + \beta_1$$

$$c) \lim_{r \rightarrow \infty} S(\gamma < 0) = \infty > \lim_{r \rightarrow \infty} D(\gamma < 0) = \alpha_1 \beta_1 + \beta_1$$

37)

$$37) \partial \left(\frac{\beta_1^r}{1+r} \right) / \partial r < 0$$

38) Die Ungleichungen (91) und (92) dürfen nicht dahin interpretiert werden, als würden sie ein Überschreiten der Vermögensrestriktion (26) signalisieren. Kassenhaltung (M) sollte eben nicht verwechselt werden mit Opportunitätskosten der Kassenhaltung $\frac{rM}{(1+r)}$.

39) Die folgenden Kriterien können auch als operationale Definitionen betrachtet werden.

40) Die folgenden Kriterien können sehr leicht auch an jenen Fall angepaßt werden, bei dem $p\bar{c}_1$ mit pC_1^u variiert.

41) siehe oben Seite 42

42) siehe die Definition von \bar{w}_1 in (52)

43) Der Doppelpfeil \iff wird in der Symbolliste am Ende der Arbeit erläutert. Die Matrizen R_{LF} und R_{LP} sind weiter oben durch

die Ausdrücke (9) und (10) definiert worden. Die verbleibenden Ausdrücke sind im Hauptteil der Arbeit mit den Nummern (79), (80), (80a), (83) und (89) versehen worden und werden in der Nachbarschaft dieser Nummern erläutert. Im übrigen verweisen wir auf das Symbolverzeichnis am Ende der Arbeit.

44) siehe Fußnote 1).

45) siehe Fußnote 7).

46) siehe Fußnote 22).

47) Die Bedeutung des Doppelpfeiles \Leftrightarrow wird in der Symbolliste am Ende der Arbeit erklärt.

Liste der verwendeten Symbole

I. Gleichzeitig mikro- und makroökonomische Symbole

K	Konstante
u	Index für ursprüngliche Funktionen
r	Index für revidierte Funktionen
R	Revisionsmatrix
R_{LF}	Revisionsmatrix im LF-Fall
\bar{R}_{LF}	Teilmatrix von R_{LF}
R_{LP}	Revisionsmatrix im LP-Fall
\bar{R}_{LP}	Teilmatrix von R_{LP}
R^I	aus dem Gleichungssystem I abgeleitete Revisionsmatrix
a_i, b_i, c_i ($i = 1, 2, 3$)	Revisionskoeffizienten (Elemente der Matrix R)

II. Makroökonomische Symbole

Y	Volkseinkommen
(I-S)	Güterüberschußnachfrage
$(B_d - B_s)$	Wertpapierüberschußnachfrage
(L - M)	Geldüberschußnachfrage
$X = \begin{bmatrix} (I-S) \\ (B_d - B_s) \\ (L-M) \end{bmatrix}$	Vektor der Überschußnachfragefunktionen

III. Mikroökonomische Symbole

C_i ($i=1, \dots, n$)	Konsum der Periode i bzw. für die Periode i geplante reale Konsumgüternachfrage des Haushalts
M_j ($j=0, \dots, n-1$)	Geldmenge der Periode j bzw. für die Periode j geplante Geldnachfrage des Haushalts
B_k ($k=0, \dots, n-1$)	Wertpapierbestand der Periode k bzw. für die Periode k geplante Wertpapiernachfrage des Haushalts
$\bar{Y}_1, \bar{Y}_2, \dots, \bar{Y}_n$	für die Perioden 1, ..., n erwartetes Einkommen des Haushalts

n	Planungshorizont bzw. Lebensdauer des Haushalts
\bar{c}_1	vom Markt oktroyierte Obergrenze für den realen Konsum des Haushalts in der Periode 1
p	Preisniveau für Konsumgüter
r	Zinssatz (wenn r kein Index)
U	Nutzenindex für den Haushalt (ordinale Nutzenfunktion)
α_i	Parameter für die Nutzenintensität des Konsums in der Periode i
β_j	Parameter für die Nutzenintensität der realen Kassenhaltung in der Periode j
γ	Substitutionsparameter der Nutzenfunktion
$\beta = \frac{1}{1+\gamma}$	Substitutionselastizität der Nutzenfunktion
L	Lagrange-Funktion
λ_i (i=0, ..., n)	Lagrange-Multiplikatoren
g_l (l = 0, ..., n)	Nebenbedingungen für das Nutzenmaximum des Haushalts
\bar{w}	nominelles Vermögen des Haushalts
\bar{w}_1	gegenwärtig ohne Kreditnahme für den Haushalt verfügbares Vermögen (nominell)
\bar{w}_2	Gegenwartswert des nach der Periode 1 erwarteten Haushaltseinkommens (der gegenwärtig nur durch Kreditnahme verfügbare Teil des Haushaltsvermögens (nominell))
S	Summe der modifizierten Nutzenintensitätsparameter
ρ	Revisionskoeffizient
q	oktroyierte Konsumquote
ρ_C	vom Markt oktroyierter Revisionskoeffizient für den Konsum in Periode 1 (Quote der Realisierbarkeit der Konsumpläne in Periode 1)
$A = X_{C1}^u = C_1^u - \bar{Y}_1$	ursprünglich für die Periode 1 geplante Güterüberschußnachfrage des Haushalts
$B = X_{B1}^u = B_1^u - B_0$	ursprünglich für die Periode 1 geplante Wertpapierüberschußnachfrage des Haushalts
$C = X_{M1}^u = M_1^u - M_0$	ursprünglich für die Periode 1 geplante Geldüberschußnachfrage des Haushalts

$$d_1 = X_{C1}^r = C_1^r - \bar{Y}_1 \quad \text{revidierte Güterüberschußnachfrage des Haushalts in der Periode 1}$$

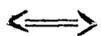
$$d_2 = X_{B1}^r = B_1^r - B_0 \quad \text{revidierte Güterüberschußnachfrage des Haushalts in der Periode 1}$$

$$d_3 = X_{M1}^r = M_1^r - M_0 \quad \text{revidierte Geldüberschußnachfrage des Haushalts in der Periode 1}$$

$$X_u = \begin{pmatrix} A \\ B \\ C \end{pmatrix} \quad \text{Vektor der ursprünglichen Überschußnachfragen des Haushalts für die Periode 1}$$

$$X_r = \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{pmatrix} \quad \text{Vektor der revidierten Überschußnachfragen des Haushalts für die Periode 1}$$

IV. Mathematische Symbole



Der Doppelpfeil bedeutet alternativ:

- a) ist äquivalent mit
- b) dann und nur dann, wenn
- c) genau dann, wenn
- d) ist notwendig und hinreichend für