

Läufer, Nikolaus K. A.; Loef, Hans-Edi

**Working Paper**

## Eine Lösung des Konsistenzproblems bei regional disaggregierter Prognose mehrdimensionaler Verteilungen

Diskussionsbeiträge, No. 86

**Provided in Cooperation with:**

Department of Economics, University of Konstanz

*Suggested Citation:* Läufer, Nikolaus K. A.; Loef, Hans-Edi (1976) : Eine Lösung des Konsistenzproblems bei regional disaggregierter Prognose mehrdimensionaler Verteilungen, Diskussionsbeiträge, No. 86, Universität Konstanz, Fachbereich Wirtschaftswissenschaften, Konstanz

This Version is available at:

<https://hdl.handle.net/10419/78187>

**Standard-Nutzungsbedingungen:**

Die Dokumente auf EconStor dürfen zu eigenen wissenschaftlichen Zwecken und zum Privatgebrauch gespeichert und kopiert werden.

Sie dürfen die Dokumente nicht für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, öffentlich zugänglich machen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Sofern die Verfasser die Dokumente unter Open-Content-Lizenzen (insbesondere CC-Lizenzen) zur Verfügung gestellt haben sollten, gelten abweichend von diesen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

**Terms of use:**

*Documents in EconStor may be saved and copied for your personal and scholarly purposes.*

*You are not to copy documents for public or commercial purposes, to exhibit the documents publicly, to make them publicly available on the internet, or to distribute or otherwise use the documents in public.*

*If the documents have been made available under an Open Content Licence (especially Creative Commons Licences), you may exercise further usage rights as specified in the indicated licence.*

FACHBEREICH WIRTSCHAFTSWISSENSCHAFTEN  
UNIVERSITÄT KONSTANZ

Eine Lösung des Konsistenzproblems  
bei regional disaggregierter Prognose  
mehrdimensionaler Verteilungen

N.K.A. | Läufer und H.-E. Loef

Nr. 86

DISKUSSIONSBEITRÄGE

A 9 3286 76 Weltwirtschaft  
Kiel

D-775 Konstanz  
Postfach 7733

C 74247

Eine Lösung des Konsistenzproblems  
bei regional disaggregierter Prognose  
mehrdimensionaler Verteilungen

N.K.A. | Läufer und H.-E. Loef

Nr. 86

Oktober 1976

A 9 3286 76 Weltwirtschaft  
Kf Kiel

Diskussionsbeiträge  
des Fachbereichs Wirtschaftswissenschaften  
der Universität Konstanz

C 74247

Einleitung

Die Probleme, die bei der Prognose von Einzel-  
elementen in mehrdimensionalen, diskreten Merkmals-  
verteilungen in regional disaggregierten Raumein-  
heiten auftreten, lassen sich dadurch lösen, daß für  
die Regionen und für die übergeordnete Einheit für den  
Zeitpunkt  $t = \tau > 0$  Randverteilungen geschätzt  
werden, die mit Hilfe der vollständig vorliegenden  
Ausgangsverteilung im Zeitpunkt  $t = 0$  und dem soge-  
nannten RAS - Verfahren in eine Gesamtverteilung  
transformiert werden. Dabei zeigt sich jedoch, daß  
im allgemeinen die Summe der geschätzten regionalen  
Verteilungen mit den geschätzten Werten der übergeord-  
neten Raumeinheit nicht konsistent ist. Dieses Kon-  
sistenzproblem läßt sich dadurch lösen, daß man die  
diskrete Merkmalsverteilung um den Raum (Regionen-  
index) als zusätzliche Dimension erweitert. Es zeigt  
sich, daß dadurch nicht nur das Konsistenzproblem  
gelöst wird, sondern daß auch der Datenanspruch redu-  
ziert werden kann, der an die Schätzung der Randver-  
teilungen in  $t = \tau$  gestellt werden muß.

Der vorliegende Beitrag stellt zunächst das  
geschilderte Problem in allgemeiner Weise dar (I).  
Daran anschließend wird kurz das verwendete RAS -  
Verfahren vorgestellt (II). Die auftretende Inkon-  
sistenz bei der Regionalisierung wird als Problem  
erkannt (III) und in der Problemlösung als zusätz-  
liche Dimension behandelt (IV). Im Teil (V) wird das  
bisher allgemein geschilderte Problem an einem  
numerischen Fall exemplifiziert und gleichzeitig als

Hilfsmittel ein Computerprogramm vorgeführt. Das Beispiel bezieht sich auf regionalisierte (Länderebene) Daten über Erwerbstätige, die nach zwei Merkmalen, nach der Stellung im Beruf und nach Wirtschaftsbereichen, untergliedert sind. Die erläuternden Ausführungen dieses Teils beziehen sich auf Ausgangsdaten und Ergebnisse, die im Anhang A in den Tabellen 1 bis 12 zusammengefaßt sind. Im Anhang B werden das Computerprogramm RAS, das, über die Ausführungen des allgemeinen Teils hinausgehend, vierdimensionale Verteilungen bearbeiten kann, dargestellt und die notwendigen Eingabeanforderungen zur Benutzung angegeben.

I. Das Problem

A. Die vorgegebene Information

1. Ausgangswerte

$Y_{ij}^0$  ist Ausprägung (Häufigkeit) der Merkmalskombination I und J der regionalen Gesamteinheit im Zeitpunkt  $t = 0$ .

$X_{ij}^{Or}$  ist Ausprägung (Häufigkeit) der Merkmalskombination I und J im Zeitpunkt  $t = 0$  für alle Regionen (r)

Die Ausgangswerte sind konsistent, d.h. es gilt

$$(1.1) \quad \sum_i Y_{ij}^0 = \sum_i \sum_r X_{ij}^{Or}$$

$$(1.2) \quad \sum_j Y_{ij}^0 = \sum_j \sum_r X_{ij}^{Or}$$

$$(1.3) \quad Y_{ij}^0 = \sum_r X_{ij}^{Or}$$

2. Prognosewerte

Für den Zeitpunkt  $t = \tau > 0$  sind  $\left[ \sum_i Y_{ij}^\tau \right]$  und  $\left[ \sum_j Y_{ij}^\tau \right]$  als Randvektoren der Verteilungsstruktur der Gesamteinheit und  $\left[ \sum_i X_{ij}^{\tau r} \right]$  und  $\left[ \sum_j X_{ij}^{\tau r} \right]$  als Rand-

vektoren der Verteilungsstruktur der Regionen gegeben. Die gegebenen Randvektoren sind in sich in dem Sinne konsistent, daß

$$(2.1) \quad \sum_i Y_{ij}^r = \sum_i \sum_r X_{ij}^{r} \quad \text{und}$$

$$(2.2) \quad \sum_j Y_{ij}^r = \sum_j \sum_r X_{ij}^{r} \quad \text{gilt.}$$

### B. Die gesuchte Information

Gesucht sind die Elemente  $Y_{ij}^r$  und  $X_{ij}^{r}$  für alle  $i, j, r$ , wobei gelten soll, daß neben (2.1) und (2.2) auch

$$(2.3) \quad Y_{ij} = \sum_r X_{ij}^{r}$$

erfüllt ist.<sup>1)</sup>

### II. Das RAS - Verfahren

Zur Schätzung der Elemente  $Y_{ij}^r$  und  $X_{ij}^{r}$  wird für beide das sog. RAS - Verfahren angewendet. (Vgl. hierzu die angegebene Literatur).

Die Schätzung von  $Y_{ij}^r$  erfolgt in zwei Etappen:

---

1) Durch diese Bedingung wird regionale Konsistenz gewährleistet. Deshalb wird sie später den Schätzungen der  $Y_{ij}^r$  und  $X_{ij}^{r}$  oktroyiert.

1) Aus den ursprünglichen Randverteilungen und den prognostizierten (neuen) Randverteilungen werden Quotienten und geometrische Mittel gebildet und mit der Ursprungsverteilung multipliziert.

$$a_i = \frac{\sum_j Y_{ij}^T}{\sum_j Y_{ij}^0}$$

$$a_j = \frac{\sum_i Y_{ij}^T}{\sum_i Y_{ij}^0}$$

$$A_{ij} = (a_i * a_j)^{1/2} * Y_{ij}^0$$

2) Die Matrix  $[A_{ij}]$  ist noch nicht die gesuchte Matrix  $[Y_{ij}]$ , da in der Regel

$$\sum_i A_{ij} \neq \sum_i Y_{ij} \quad \text{und} \quad \sum_j A_{ij} \neq \sum_j Y_{ij}$$

ist. Daher wird der Ansatz des RAS - Verfahrens mit den Iterationsschritten  $q$

$$A_{ij} \Big|_q = A_{ij} \Big|_{q-1} \frac{\sum_i Y_{ij}^T}{\sum_i A_{ij} \Big|_{q-1}}$$

$$A_{ij} \Big|_{q+1} = A_{ij} \Big|_q \frac{\sum_j Y_{ij}^T}{\sum_j A_{ij} \Big|_q}$$

$$A_{ij} \Big|_0 \equiv A_{ij}$$

angewendet. Für  $q \rightarrow \infty$  gilt

$$\lim_{q \rightarrow \infty} \sum_i A_{ij} \Big|_q = \sum_i Y_{ij}^{\tau} \quad \text{und}$$

$$\lim_{q \rightarrow \infty} \sum_j A_{ij} \Big|_q = \sum_j Y_{ij}^{\tau} ,$$

d.h. die Bedingungen (2.1) und (2.2) sind erfüllt.

Die RAS - Schätzung  $\tilde{Y}_{ij}^{\tau}$  von  $Y_{ij}^{\tau}$  lautet

$$\tilde{Y}_{ij}^{\tau} = \lim_{q \rightarrow \infty} A_{ij} \Big|_q$$

Ersetzt man in den eben dargestellten Berechnungen für die regionale Gesamtheit die Symbole  $a_i$ ,  $a_j$  und  $A_{ij}$  durch  $b_i^r$ ,  $b_j^r$  und  $B_{ij}^r$  und  $Y_{ij}$  durch  $X_{ij}^r$ , dann erhält man die Schätzungen für die Region r:

$$\tilde{X}_{ij}^{\tau r} = \lim_{q \rightarrow \infty} B_{ij}^r \Big|_q .$$

### III. Die inkonsistente Regionalisierung

Die geschätzten Verteilungen der Merkmale I und J sind zwar in jeder Raumeinheit bzw. Region in sich mit den vorgegebenen Daten konsistent, sie sind jedoch

nicht regional konsistent, da nicht gewährleistet ist, daß

$$\tilde{Y}_{ij}^{\tau} = \sum_r \tilde{X}_{ij}^{\tau r}$$

In der Regel wird gelten

$$\tilde{Y}_{ij}^{\tau} \neq \sum_r \tilde{X}_{ij}^{\tau r}$$

Der naheliegende Ansatz

$$\tilde{X}_{ij}^{\tau r} \Big|_q = \tilde{X}_{ij}^{\tau r} \Big|_{q-1} \frac{\tilde{Y}_{ij}^{\tau}}{\sum_r \tilde{X}_{ij}^{\tau r} \Big|_{q-1}}$$

$$\tilde{X}_{ij}^{\tau r} \Big|_0 = \tilde{X}_{ij}^{\tau r} = \lim_{q \rightarrow \infty} B_{ij}^{\tau} \Big|_q$$

führt hier nicht weiter. Er stellt zwar sicher, daß mit

$$\tilde{\tilde{X}}_{ij}^{\tau r} = \lim_{q \rightarrow \infty} \tilde{X}_{ij}^{\tau r} \Big|_q$$

$$\tilde{Y}_{ij}^{\tau} = \sum_r \tilde{\tilde{X}}_{ij}^{\tau r}$$

erfüllt wird, bewirkt aber gleichzeitig, daß nunmehr mit

$$\sum_i \sum_r \tilde{\tilde{X}}_{ij}^{\tau r} \neq \sum_i Y_{ij}^{\tau} = \sum_i \sum_r X_{ij}^{\tau r}$$

und

$$\sum_j \sum_r \tilde{\tilde{X}}_{ij}^{\tau r} \neq \sum_j Y_{ij}^{\tau} = \sum_j \sum_r X_{ij}^{\tau r}$$

die vorgegebenen Konsistentbedingungen (2.1) und (2.2) nicht mehr erfüllt sind.

#### IV. Die Regionalisierung als zusätzliche Dimension (Eine Lösung des Konsistentproblems)

---

Als Lösung wird vorgeschlagen, die Regionalisierung von Anfang an als zusätzliche Dimension im Schätzverfahren mit zu berücksichtigen unter Verwendung folgender Identität

$$X_{ij}^r \equiv X_{ijr}$$

Hierzu sind zwei Wege möglich, wobei beim ersten Weg alle bisher als vorhanden angenommene Information ausgenutzt wird und sich beim zweiten Verfahren eine geringere Informationsanforderung ergibt.

##### 1. Matrizen - oder Flächenverfahren

Die für alle  $i$  und  $r$  gegebenen  $\sum_j X_{ijr}^r$  und für alle  $j$  und  $r$  gegebenen  $\sum_i X_{ijr}^r$  stellen Elemente einer zweidimensionalen Randverteilung (Flächen) mit den Merkmalen (Seiten)  $i$  und  $r$  bzw.  $j$  und  $r$  einer dreidimensionalen Verteilung dar. Aus den beiden Randvektoren  $\left[ \sum_i Y_{ij}^r \right]$  und  $\left[ \sum_j Y_{ij}^r \right]$  wird mit Hilfe des vorstehend beschriebenen RAS - Verfahrens eine dritte Matrix, definiert durch  $\left[ \sum_r X_{ijr}^r \right] = \left[ Y_{ij}^r \right]$ , mit den Elementen  $ij$  geschätzt (wenn diese Fläche nicht bereits im bekannten Datenmaterial enthalten ist). Da diese Matrix in den folgenden Schritten als gegebene Randverteilung Verwendung findet, wird aus Gründen der symbolischen Vereinfachung darauf verzichtet, ihre mögliche Entstehung als Schätzung besonders kenntlich zu machen.

Im ersten Schritt werden

$$c_{ij} = \frac{\sum_r X_{ijr}^T}{\sum_r X_{ijr}^0}$$

$$c_{ir} = \frac{\sum_j X_{ijr}^T}{\sum_j X_{ijr}^0}$$

$$c_{jr} = \frac{\sum_i X_{ijr}^T}{\sum_i X_{ijr}^0}$$

und  $c_{ijr} \Big|_0 = (c_{ij} * c_{ir} * c_{jr})^{1/3} * X_{ijr}^0$

berechnet.

Wegen Nichtübereinstimmung der daraus resultierenden Summen mit den vorgegebenen Randverteilungen

$$\sum_i c_{ijr} \Big|_0 \neq \sum_i X_{ijr}^T$$

$$\sum_j c_{ijr} \Big|_0 \neq \sum_j X_{ijr}^T$$

$$\sum_r c_{ijr} \Big|_0 \neq \sum_r X_{ijr}^T$$

wird die Iteration nach dem RAS - Verfahren auf eine dreidimensionale Verteilung angewendet.

$$C_{ijr} \Big|_q = C_{ijr} \Big|_{q-1} \frac{\sum_i X_{ijr}^\tau}{\sum_i C_{ijr} \Big|_{q-1}}$$

$$C_{ijr} \Big|_{q+1} = C_{ijr} \Big|_q \frac{\sum_j X_{ijr}^\tau}{\sum_j C_{ijr} \Big|_q}$$

$$C_{ijr} \Big|_{q+2} = C_{ijr} \Big|_{q+1} \frac{\sum_r X_{ijr}^\tau}{\sum_r C_{ijr} \Big|_{q+1}}$$

Für  $q \rightarrow \infty$  folgt wieder

$$\lim_{q \rightarrow \infty} \sum_i C_{ijr} \Big|_q = \sum_i X_{ijr}^\tau$$

$$\lim_{q \rightarrow \infty} \sum_j C_{ijr} \Big|_q = \sum_j X_{ijr}^\tau$$

$$\lim_{q \rightarrow \infty} \sum_r C_{ijr} \Big|_q = \sum_r X_{ijr}^\tau$$

Die RAS - Schätzung  $\tilde{X}_{ijr}^\tau$  von  $X_{ijr}^\tau$  lautet

$$\tilde{X}_{ijr}^\tau = \lim_{q \rightarrow \infty} C_{ijr} \Big|_q$$

## 2. Vektorenverfahren

Im Vektorenverfahren wird auf einen Teil der bisher als verfügbar angenommenen Informationen verzichtet, indem aus der Matrix  $\left[ \sum_i X_{ijr}^\tau \right]$  oder  $\left[ \sum_j X_{ijr} \right]$  der Vektor

$$\left[ \sum_i \sum_j X_{ijr} \right]$$

mit den Elementen  $r$  gebildet wird. Zusammen mit den beiden bekannten Vektoren  $\left[ \sum_i Y_{ij}^\tau \right]$  und  $\left[ \sum_j Y_{ij}^\tau \right]$  läßt sich aus den drei Randvektoren mit Hilfe der ursprünglichen Verteilung die neue Verteilung schätzen. Unter Beachtung von

$$\sum_i Y_{ij}^\tau = \sum_i \sum_r X_{ijr}^\tau \quad \text{und} \quad \sum_j Y_{ij}^\tau = \sum_j \sum_r X_{ijr}^\tau$$

bildet man in diesem Ansatz:

$$d_i = \frac{\sum_j \sum_r X_{ijr}^\tau}{\sum_j \sum_r X_{ijr}^0}$$

$$d_j = \frac{\sum_i \sum_r X_{ijr}^\tau}{\sum_i \sum_r X_{ijr}^0}$$

$$d_r = \frac{\sum_i \sum_j X_{ijr}^\tau}{\sum_i \sum_j X_{ijr}^0}$$

Im nächsten Schritt errechnet man

$$D_{ijr} \Big|_0 = (d_i * d_j * d_r)^{1/3} * X_{ijr}^0$$

und mit dem RAS - Verfahren

$$D_{ijr} \Big|_q = D_{ijr} \Big|_{q-1} \frac{\sum_i \sum_j X_{ijr}^\tau}{\sum_i \sum_r D_{ijr} \Big|_{q-1}}$$

$$D_{ijr} \Big|_{q+1} = D_{ijr} \Big|_q \frac{\sum_i \sum_r X_{ijr}^\tau}{\sum_i \sum_r D_{ijr} \Big|_q}$$

$$D_{ijr} \Big|_{q+2} = D_{ijr} \Big|_{q+1} \frac{\sum_j \sum_r X_{ijr}^\tau}{\sum_j \sum_r D_{ijr} \Big|_{q+1}}$$

bis wieder nach vollzogener Iteration

$$\lim_{q \rightarrow \infty} \sum_p D_{ijr} \Big|_q = \sum_p X_{ijr}^\tau \quad p = \begin{cases} ij \\ ir \\ jr \end{cases}$$

gilt und mit der Schätzung  $\hat{X}_{ijr}^\tau$  für  $X_{ijr}^\tau$

$$\hat{X}_{ijr}^\tau = \lim_{q \rightarrow \infty} D_{ijr} \Big|_q$$

die gesuchte neue Verteilung ermittelt wurde.

Es ist zu beachten, daß beim Vergleich der beiden Verfahren normalerweise  $D_{ijr} \neq C_{ijr}$ , wohl aber

$$\sum_i \sum_j D_{ijr} = \sum_i \sum_j C_{ijr}$$

$$\sum_i \sum_r D_{ijr} = \sum_i \sum_r C_{ijr}$$

$$\sum_j \sum_r D_{ijr} = \sum_j \sum_r C_{ijr}$$

ist, d.h., die Einzelelemente der dreidimensionalen Verteilung können im Matrizenverfahren von den Einzelelementen des Vektorenverfahrens abweichen, während ihre Randvektoren einander gleich sind.

Während das Matrizenverfahren eine Vorgabe von mindestens  $(r+1)(i+j)$  Prognosewerten fordert, kommt das Vektorenverfahren bereits mit einer Vorgabe von  $r+i+j$  Prognosewerten aus. Beide Verfahren können über diese Minimalanforderungen hinaus zusätzliche Informationswerte aufnehmen. Das Vektorenverfahren kann als Unterfall des Matrizenverfahrens angesehen werden und dieses wiederum als einen durch Informationsmangel eingeeengten Unterfall einer Vollprognose der regionalisierten mehrdimensionalen Verteilung. Beide Verfahren können zudem miteinander kombiniert werden, indem sowohl Vektoren als auch Matrizen als Randverteilungen Verwendung finden.

V. Ein Beispiel: Expost - Vorausschätzung der Erwerbstätigen in den Ländern nach der Stellung im Beruf und nach Wirtschaftsbereichen.

Anwendung des RAS - Verfahrens und Konsistenzprobleme

---

A. Zur Lösung des Konsistenzproblems

Zur Erläuterung und weiteren Darstellung der zuvor gemachten allgemeinen Aussagen zum Problem der Konsistenz bei der Prognose mehrdimensionaler Verteilungen bei regionaler Disaggregation dient das folgende Beispiel. Das Beispiel soll somit nicht einen Beitrag zur Vorausschätzung der Erwerbstätigen leisten, sondern nur dem Zwecke der Illustration dienen. Daher sind auch die zu "schätzenden" Einzelelemente der neuen Gesamtverteilung durchaus bekannt, so daß allenfalls von einer expost - Prognose gesprochen werden kann. Dieser Sachverhalt ist jedoch von der Zwecksetzung her erwünscht, wird doch damit die Möglichkeit eröffnet, die "Güte" der Verteilungsschätzung an den tatsächlichen Werten zu messen.

Als Beispiel wird die Verteilung der Erwerbstätigen nach der Stellung im Beruf (im weiteren Verlauf als Merkmal K bezeichnet):

- Selbständige
- Mithelfende Familienangehörige
- Beamte und Angestellte
- Arbeiter

und nach den Wirtschaftsbereichen (im weiteren Verlauf als Merkmal L bezeichnet):

- Land- und Forstwirtschaft, Tierhaltung und Fischerei
- Produzierendes Gewerbe
- Handel und Verkehr
- Sonstige Wirtschaftsbereiche

für die zehn Bundesländer und West - Berlin ausgewählt. Diese, für jede der Regionen zutreffende zweidimensionale Verteilung (4x4 Matrix), ist für die Jahre 1973 und 1974 vollständig vorhanden.<sup>1)</sup> Selbstverständlich ist aus diesen Einzelinformationen auch jede gewünschte Randverteilung ermittelbar, z.B. die entsprechenden Matrizen 1973 und 1974 für den Bund oder Aggregationen für ausgewählte Länder über ein oder zwei Merkmale.

Da die Werte der amtlichen Statistik für diese Daten in ihren jeweiligen ausgewiesenen Summen (Aggregation über entsprechende Merkmale) nicht identisch sind mit den Summen, die man erhält, wenn man die Aggregation mit den Einzelwerten direkt durchführt<sup>2)</sup>, weichen die hier verwandten Randverteilungen der Daten von den in der Quelle angegebenen geringfügig ab. Es ist jedoch die primäre Zielsetzung dieses Beispiels, wie bereits erwähnt, die Konsistenzprobleme zu erläutern und nicht eine "exakte" Erwerbstätigenverteilungs - Prognose zu liefern. Daher erscheint der eingeschlagene Weg der Korrektur der Randsummen in der Ausgangsstatistik gerechtfertigt.

- 
- 1) Statistisches Bundesamt (Hrsg), Bevölkerungsstruktur und Wirtschaftskraft der Bundesländer 1974, Wiesbaden 1975, Tabelle VI A 4: Erwerbstätige 1973 nach Stellung im Beruf und Wirtschaftsbereichen, S.78  
dto., Bevölkerungsstruktur und Wirtschaftskraft der Bundesländer 1975, Wiesbaden 1976, Tabelle 6.1: Erwerbstätige 1974 nach Stellung im Beruf und Wirtschaftsbereichen, Seite 69.
  - 2) Diese Differenz entsteht dadurch, daß einzelne Werte in der angeführten amtlichen Statistik kleiner als die angegebene Einheit sind und mit dem Symbol / versehen sind, aber für die Summation trotzdem intern verwendet wurden. Für die vorliegenden Berechnungen werden die mit / versehenen Angaben gleich 0 gesetzt. Dadurch ergeben sich die erwähnten Abweichungen in den von uns ermittelten Summen von den in der Statistik ausgewiesenen.

Für das Beispiel wird nun unterstellt, daß die Ausgangsverteilung 1973 vollständig gegeben ist (Tabelle 1 im Anhang A). Die ebenfalls aus der Statistik vollständig vorliegenden Daten für 1974 (Tabelle 2) werden teilweise ignoriert und stattdessen wird angenommen, daß die Informationen in der Weise limitiert sind, daß nur Randverteilungen, d.h. gewisse Aggregate über die Merkmale, vorhanden sind. Z.B. könnten aus separaten Prognosen oder noch nicht vollständigen Statistiken zwar a) die Erwerbstätigen nach der Stellung im Beruf und b) die Erwerbstätigen nach den Wirtschaftsbereichen in den Ländern (Tabelle 3) vorliegen, nicht jedoch deren gemeinsame Verteilung. Demgegenüber könnte jedoch die Aufteilung für den Bund verfügbar sein (Tabelle 4). Die vorhandene tatsächliche Verteilung für 1974 (Tabelle 2) erlaubt jedoch, einen Vergleich zwischen den tatsächlichen und den nach dem RAS - Verfahren ermittelten Werten durchzuführen.

Während die Kenntnis der Tabelle 3 und 4 noch ein großes Ausmaß an Informationen darstellt, könnte der Informationsanspruch für das RAS - Verfahren noch weiter reduziert werden, bis schließlich nur die Randsummen aus Tabelle 4, d.h. die Erwerbstätigen im Bund jeweils nach einem der beiden Merkmale (K und L) vorliegen und lediglich die Gesamterwerbstätigenzahlen für die Länder (Tabelle 5) bekannt sein müssen. Aus diesen minimalen Anforderungen läßt sich nur dann noch eine vollständige neue K-L-Struktur für alle Länder bilden, wenn das Konsistenzproblem in der von uns vorgeschlagenen Weise gelöst wird.

a) Zweidimensionale Einzelberechnungen  
(Fall der regional inkonsistenten Schätzung)

Im ersten Schritt der Demonstration werden nun aus den bekannten Strukturen 1973 (Tabelle 1) und den gegebenen Randverteilungen (Tabelle 3) mit Hilfe des RAS - Verfahrens die neue Struktur 1974 für alle Länder einzeln bestimmt. Ebenso kann aus den Randvektoren für den Bund (Tabelle 4) und den entsprechenden Ausgangswerten (Tabelle 1) mit dem RAS - Verfahren eine neue 1974er Verteilung konstruiert werden. Die Tabelle 6 zeigt das Ergebnis für den Bund. Tabelle 8 gibt die Ergebnisse für die Länder wieder.

Summiert man nun die errechneten Verteilungselemente in den Ländern über alle Länder, so erhält man eine K-L-Verteilung für den Bund (Tabelle 7), die mit der getrennt berechneten (Tabelle 6) übereinstimmen sollte. Ein Vergleich der Tabellen 6 und 7 zeigt jedoch, daß dies nicht der Fall ist. Dies ist das Problem der Inkonsistenz bei der Prognose mehrdimensionaler Verteilungen bei regionaler Disaggregation, das im allgemeinen Teil behandelt worden ist. Tabelle 10a gibt die absoluten und Tabelle 11a die prozentualen Differenzen der beiden K-L-Verteilungen für den Fall inkonsistenter Schätzung wieder.

b) Dreidimensionale Simultanberechnung  
(Fall der regional konsistenten Schätzung durch Anwendung des Matrizenverfahrens)

Schließt man sich den Empfehlungen des IV. Teils dieses Beitrages an, so wird die Regionalisierung als zusätzliche dritte Dimension des Problems aufgefaßt

und die Regionenkonsistenz simultan erreicht. Als zweidimensionale Randverteilungen werden für die dreidimensionale RAS - Simultanberechnung die drei Matrizen der Tabellen 3 und 4 vorgegeben<sup>1)</sup>. Das Ergebnis erscheint in Tabelle 9.

Wie erwartet, weichen nun die Summen der Länder nicht mehr von den Bundeswerten wesentlich ab (absolute Abweichungen in Tabelle 11b). Die von 0.0 unterschiedlichen Werte ergeben sich durch Rundungsfehler, da nur zwei Stellen hinter dem Komma ausgewiesen sind<sup>2)</sup>. Ein Vergleich von a und b in den Tabellen 10 und 11 zeigt, daß das dreidimensionale Simultanverfahren den zweidimensionalen Einzelberechnungen überlegen ist und das Konsistenzproblem zufriedenstellend löst.

- 
- 1) Dabei werden von den beiden Matrizen in Tabelle 3 die BRD Zeilen nicht mitverwendet.
  - 2) Für die vorliegende Berechnung wurde eine Fehlertoleranz der Abweichungen von 0.1% vorgegeben. Eine vom Computerprogramm durchaus erlaubte Vorgabe von 0.0% ergab bei erneuter Berechnung bei zwei Stellen hinter dem Komma keine Veränderung der RAS - Ergebnisse. Allerdings stieg die Anzahl der Iterationsschritte, die zur Iteration erforderlich waren, von ca 20 (bei 0.1%) auf über 110 (bei 0.0%). Das Iterationslimit wurde bei 0.0% allerdings nicht exakt gemessen, weil nach 110 Iterationsschritten die Berechnung abgebrochen worden ist. Wie sich zeigt, ist eine Reduktion der Fehlertoleranz mit einem beträchtlichen Anstieg der erforderlichen Rechenzeit verbunden.

## B.Reduktion des Informationsanspruches

Außer der Regionenkonsistenz bietet das dreidimensionale Verfahren zusätzlich den Vorteil, daß man auch mit einem geringeren Informationsstand auskommen kann. Während bei den Einzelberechnungen nach zweidimensionalem Verfahren mindestens die Tabelle 3 vorhanden sein muß, genügt für die Anwendung des dreidimensionalen Verfahrens die Kenntnis der Randvektoren der Tabelle 4 und die Tabelle 5. Während im ersten Fall  $96 (= (j+1) * (k+1))$ , siehe Abschnitt IV) notwendig sind, genügt beim zweiten Verfahren die Kenntnis von 19 Werten  $(= j+k+1)$ . Beide Angaben beschreiben jedoch nur den Minimalanspruch an Informationen. Zusätzliche Informationen können in beiden Verfahren beim Computerprogramm, das im Anhang B dargestellt ist, verwendet werden. Der Einfluß minimaler und zusätzlicher Informationen auf das Verteilungsergebnis soll nun anhand des dreidimensionalen Verfahrens dargestellt werden.

### 1. RAS - Berechnung 1 (Vektorenverfahren)

In der ersten Berechnung werden nur die angeführten minimalen Informationen (19 Werte) verwendet. Es werden als Randverteilungen nur drei getrennte Vektoren eingegeben,<sup>1)</sup> also das Vektorenverfahren angewendet. Auf die Darstellung dieses Falles wird verzichtet. Da jedoch die tatsächlichen Werte für 1974 aus der amtlichen Statistik vorliegen, konnte ein

---

1) Der vierte Vektor ist ein Skalar und stellt die Elementsumme für jeden der drei anderen Vektoren dar. Diese Angabe ist notwendig, weil das verwendete Computerprogramm vier Dimensionen behandeln kann.

Vergleich zwischen den beiden Verteilungen vorgenommen und die wichtigsten Ergebnisse in Kennziffern der Tabelle 12 zusammengefaßt werden. So ergibt sich, daß die betreffenden Werte in ihrer gesamten absoluten Abweichungssumme<sup>1)</sup> 977.3 ausmachen. Das entspricht einer gesamten relativen Abweichung<sup>2)</sup> von 3.65%. Die höchste Einzelabweichung weist der Wert für Hamburg K=2 und L=3 von 1.8% auf. Dies ist darauf zurückzuführen, daß in der Ausgangsverteilung der entsprechende Wert für 1973 mit 5 bestzt ist (siehe Tabelle 1), für 1974 jedoch mit 0 (Tabelle 2) und daß die begrenzten Randinformationen den Einzelnullwert nicht erreichen können, da sowohl Ausgangselement als auch entsprechende Randvektorelemente von null verschieden sind. Bei zusätzlichen Infromationen über dieses Element könnte dieser Tatbestand in einer tatsächlichen Prognose beseitigt werden.

Die Berechnung 1 verwendet im übrigen keine bekannten Einzelemente und als erste sogenannte Zwischenverteilung die Ausgangsverteilung.<sup>3)</sup>

- 1) Nur die Differenzen in ihrem Absolutbetrag wurden verwendet, die tatsächlichen Differenzen ergeben hier wie auch in den weiteren Berechnungen in ihrer Summe stets 0.
- 2) Gemessen als Quotient aus der Summe absoluter Abweichungen und der Gesamtsumme der Verteilungswerte.
- 3) Als Zwischenverteilung wird hier jene Transformation der Ausgangswerte verstanden, die vor dem eigentlichen Iterationsprozeß stattfindet. Dabei könnten a) aus den Quotienten von alten und neuen Randverteilungen die geometrischen Mittel gebildet werden. Dies wurde in den Teilen II bis IV unterstellt und wird im weiteren Verlauf als Zwischenverteilung der geometrischen Mittel bezeichnet. Als Alternative b) kann diese Transformation auch unterbleiben und der Iterationsprozeß sofort mit den Ausgangswerten begonnen werden. Das ist die sog. Zwischenverteilung mit den Ausgangswerten. Das Computerprogramm selbst ist in der Lage, andere als die angeführten Zwischenverteilungen aufzunehmen, so z.B. eine Zwischenverteilung, die mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate gewonnen wurde.

2. RAS - Berechnung 2' (Vektorenverfahren mit a priori  
Information über Einzelelemente)

---

Die zweite Berechnung unterscheidet sich von der ersten nur dadurch, daß in der ersten Berechnung noch zu prognostizierende Einzelelemente der neuen Verteilung bei dieser zweiten Berechnung (Prognose) a priori bekannt sind. Es wird unterstellt, daß die gesamte K-L-Verteilung für Hessen bekannt ist. Tabelle 12 zeigt, daß die Summe aller absoluten Abweichungen - wie erwartet - auf 877.8 zurückgeht und damit die prozentuale Abweichung insgesamt von 3.65% auf 3.28% sinkt. Die größte Einzelabweichung taucht wieder bei demselben Element von Hamburg auf (siehe die Ausführungen unter 1). Der unterschiedliche Abweichungssatz von 2.16% (gegenüber 1.8%) ergibt sich dadurch, daß durch die zusätzlichen Informationen für Hessen, die neuen Einzelwerte anders lauten als unter 1. Als Zwischenverteilung dient die Ausgangsverteilung.

3. RAS - Berechnung 3 (Vektorenverfahren)

---

Diese Berechnung unterscheidet sich von der ersten dadurch, daß zur Berechnung von Zwischenverteilungen die geometrischen Mittel gebildet wurden (siehe Textteil II und Fußnote 3 auf Seite 20). Die Ergebnisse weichen von denen unter 1 nicht ab. Im folgenden wird daher weiterhin nur die Ausgangsverteilung als Zwischenverteilung verwendet.

4. RAS - Berechnung 4 (Vektoren- und Matrizenverfahren  
kombiniert)

---

In dieser Berechnung werden die Randinformationen erweitert und zwar werden verwendet: die Werte aus der Tabelle 3 und die Randvektoren der Tabelle 4, d.h. es werden im Gegensatz zu 1 (19 Werte) bzw. 2 (35 Werte) nun 88 Werte verwendet. Wie aus Tabelle 12 zu entnehmen ist, sinkt die Abweichungssumme auf 722.2 (= 2.7%). Größte prozentuale Einzelabweichung weist nun das Element K=3, L=1 von Bayern auf (dies gilt auch für die Verfahren 5 bis 7).

5. RAS - Berechnung 5 (Vektoren- und Matrizenverfahren  
kombiniert mit a priori Information  
über Einzelelemente)

---

Berechnung 5 besitzt im Gegensatz zu 4 nur zusätzlich die Informationen über Hessen, die bereits in der Berechnung 2 verwendet wurden. Die Abweichungssumme sinkt weiter auf 642.6 (= 2.4%). Die übrigen Aussagen von 4 bleiben erhalten.

6. RAS - Berechnung 6 (Matrizenverfahren)

---

Die sechste Berechnung ist mit dem unter A,b ausführlich dargestellten dreidimensionalen Simultanverfahren (Matrizenverfahren) identisch. Die Elemente aus Hessen seien nicht bekannt. Zusätzlich zu den Informationen unter 4 treten hier die K-L-Informationen

für den Bund (Tabelle 4 vollständig) hinzu, was einem Dateninput von 104 neuen Randwerten entspricht. Die Prognosegüte steigt beträchtlich. Die Abweichungssumme beträgt jetzt nur noch 432.9, was 1.9% an Gesamtabweichung relativer Art entspricht.

7. RAS - Berechnung 7 (Matrizenverfahren mit a priori Information über Einzelemente)

---

Die letzte Berechnung schließlich unterscheidet sich von der vorhergehenden dadurch, daß wieder die Einzelemente aus Hessen als bekannt vorgegeben werden (die Gesamtinformation der Randverteilungen besteht nun aus 120 Werten). Die Abweichungssumme sinkt weiter auf 393.8 ( = 1.47%).

### Zusammenfassung

Als Gesamtergebnis der unterschiedlichen Berechnungen kann festgehalten werden: Das vorliegende (und im Anhang B dargestellte) Computerprogramm zum RAS - Verfahren kann mit einem minimalen Datenanspruch (bei dreidimensionalen Verteilungen nur drei Randvektoren) zufriedenstellend neue Verteilungselemente konstruieren (relativer Abweichungsfehler insgesamt im Beispiel von 3.65%). Werden zusätzliche Informationen verfügbar, so sind diese in das vorgestellte Computer - Modell integrierbar und verbessern das Prognoseergebnis. Dies ist aufgrund der gestiegenen Informationsmenge zu erwarten. Der Prognosefehler konnte in der Berechnung 7 mit dem größten Informationsinput auf 1.47% gesenkt werden. Dies erforderte allerdings eine Steigerung der Randverteilungsdaten von 19 auf 120. Es bleibt bei der konkreten Anwendung des Verfahrens zu prüfen, ob eine Fehlerreduktion dieses Ausmaßes durch eine solche beträchtliche Datenausdehnung (Prognose- und Erfassungsproblem) wünschenswert und ökonomisch sinnvoll ist.

A N H A N G      A

Tabellen 1 bis 12

**TABELLE 1** - 25 -

Ausgangsverteilungen

Erwerbstätige in Bund und Ländern  
nach Stellung im Beruf und Wirtschaftsbereichen

in 1000 Einheiten

Zeitraum: 1973

Merkmalsverteilungen:

K = Stellung im Beruf

- 1 = Selbständige
- 2 = Mithelfende Familienangehörige
- 3 = Beamte und Angestellte
- 4 = Arbeiter

L = Wirtschaftsbereiche

- 1 = Land- und Forstwirtschaft, Tierhaltung und Fischerei
- 2 = Produzierendes Gewerbe
- 3 = Handel und Verkehr
- 4 = Sonstige Wirtschaftsbereiche

BRD	I		L= 1	L= 2	L= 3	L= 4	I	SUMME
	I						I	UEBER
	I						I	L
K= 1	I	653,00	618,00	628,00	621,00	I	2520,00	
K= 2	I	1006,00	153,00	164,00	145,00	I	1468,00	
K= 3	I	14,00	3242,00	2678,00	4361,00	I	10295,00	
K= 4	I	218,00	8930,00	1385,00	1673,00	I	12206,00	
SUMME	I					I		
UEBER	I	1891,00	12943,00	4855,00	6800,00	I	26489,00	
K	I					I		

noch: TABELLE 1

Ausgangsverteilungen

Erwerbstätige in Bund und Ländern  
nach Stellung im Beruf (K) und  
Wirtschaftsbereichen (L)

1973

SCHLESWIG-I HOLSTEIN I		L = 1	L = 2	L = 3	L = 4	I	SUMME UEBER L
K = 1	I	27,00	22,00	23,00	22,00	I	94,00
K = 2	I	27,00	6,00	7,00	6,00	I	46,00
K = 3	I	0,00	103,00	128,00	202,00	I	433,00
K = 4	I	18,00	255,00	66,00	103,00	I	442,00
SUMME	I					I	
UEBER	I	72,00	386,00	224,00	333,00	I	1015,00
K	I					I	

NIEDER-SACHSEN I		L = 1	L = 2	L = 3	L = 4	I	SUMME UEBER L
K = 1	I	102,00	55,00	65,00	69,00	I	291,00
K = 2	I	170,00	15,00	22,00	16,00	I	223,00
K = 3	I	7,00	275,00	329,00	480,00	I	1091,00
K = 4	I	43,00	962,00	171,00	212,00	I	1388,00
SUMME	I					I	
UEBER	I	322,00	1307,00	587,00	777,00	I	2993,00
K	I					I	

NORDRHEIN-WESTFALEN I		L = 1	L = 2	L = 3	L = 4	I	SUMME UEBER L
K = 1	I	91,00	159,00	174,00	165,00	I	589,00
K = 2	I	100,00	34,00	49,00	41,00	I	224,00
K = 3	I	7,00	976,00	714,00	1194,00	I	2891,00
K = 4	I	39,00	2545,00	340,00	372,00	I	3296,00
SUMME	I					I	
UEBER	I	237,00	3714,00	1277,00	1772,00	I	7000,00
K	I					I	

HESSEN I		L = 1	L = 2	L = 3	L = 4	I	SUMME UEBER L
K = 1	I	46,00	55,00	52,00	55,00	I	208,00
K = 2	I	101,00	12,00	13,00	12,00	I	138,00
K = 3	I	0,00	338,00	271,00	413,00	I	1022,00
K = 4	I	16,00	770,00	128,00	137,00	I	1051,00
SUMME	I					I	
UEBER	I	163,00	1175,00	464,00	617,00	I	2419,00
K	I					I	

Ausgangsverteilungen

Erwerbstätige in Bund und Ländern  
nach Stellung im Beruf (K) und  
Wirtschaftsbereichen (L)

1973

RHEINLANDI PFALZ		L = 1	L = 2	L = 3	L = 4	I	SUMME UEBER L
K = 1	I	63,00	41,00	40,00	39,00	I	183,00
K = 2	I	100,00	14,00	13,00	13,00	I	140,00
K = 3	I	0,00	147,00	150,00	246,00	I	543,00
K = 4	I	17,00	482,00	74,00	115,00	I	688,00
SUMME	I					I	
UEBER	I	160,00	684,00	277,00	413,00	I	1554,00
K	I					I	

BADEN- WÜRTTEMBERG		L = 1	L = 2	L = 3	L = 4	I	SUMME UEBER L
K = 1	I	112,00	118,00	82,00	92,00	I	404,00
K = 2	I	164,00	33,00	19,00	27,00	I	243,00
K = 3	I	0,00	585,00	325,00	603,00	I	1513,00
K = 4	I	54,00	1636,00	183,00	229,00	I	2082,00
SUMME	I					I	
UEBER	I	310,00	2372,00	609,00	951,00	I	4242,00
K	I					I	

BAYERN		L = 1	L = 2	L = 3	L = 4	I	SUMME UEBER L
K = 1	I	212,00	125,00	121,00	116,00	I	574,00
K = 2	I	344,00	39,00	36,00	30,00	I	449,00
K = 3	I	0,00	537,00	404,00	700,00	I	1641,00
K = 4	I	51,00	1633,00	244,00	301,00	I	2229,00
SUMME	I					I	
UEBER	I	607,00	2334,00	805,00	1147,00	I	4893,00
K	I					I	

SAARLAND		L = 1	L = 2	L = 3	L = 4	I	SUMME UEBER L
K = 1	I	0,00	9,00	11,00	10,00	I	30,00
K = 2	I	0,00	0,00	0,00	0,00	I	0,00
K = 3	I	0,00	45,00	47,00	69,00	I	161,00
K = 4	I	0,00	152,00	17,00	26,00	I	195,00
SUMME	I					I	
UEBER	I	0,00	206,00	75,00	105,00	I	386,00
K	I					I	

Ausgangsverteilungen

Erwerbstätige in Bund und Ländern  
nach Stellung im Beruf (K) und  
Wirtschaftsbereichen (L)

1973

HAMBURG		L = 1	L = 2	L = 3	L = 4	SUMME
K	I					UEBER
						L
K = 1	I	0,00	14,00	27,00	22,00	I 63,00
K = 2	I	0,00	0,00	5,00	0,00	I 5,00
K = 3	I	0,00	94,00	146,00	180,00	I 420,00
K = 4	I	0,00	155,00	78,00	62,00	I 295,00
SUMME	I					I
UEBER	I	0,00	263,00	256,00	264,00	I 783,00
K	I					I

  

BREMEN		L = 1	L = 2	L = 3	L = 4	SUMME
K	I					UEBER
						L
K = 1	I	0,00	6,00	8,00	6,00	I 20,00
K = 2	I	0,00	0,00	0,00	0,00	I 0,00
K = 3	I	0,00	40,00	57,00	59,00	I 156,00
K = 4	I	0,00	65,00	27,00	21,00	I 113,00
SUMME	I					I
UEBER	I	0,00	111,00	92,00	86,00	I 289,00
K	I					I

  

BERLIN		L = 1	L = 2	L = 3	L = 4	SUMME
K	I					UEBER
						L
K = 1	I	0,00	14,00	25,00	25,00	I 64,00
K = 2	I	0,00	0,00	0,00	0,00	I 0,00
K = 3	I	0,00	102,00	107,00	215,00	I 424,00
K = 4	I	0,00	275,00	57,00	95,00	I 427,00
SUMME	I					I
UEBER	I	0,00	391,00	189,00	335,00	I 915,00
K	I					I

## TABELLE 2

- 29 -

### Ergebnisverteilungen

Erwerbstätige in Bund und  
Ländern nach Stellung im  
Beruf und Wirtschaftsbereichen

(tatsächliche Verteilungen)

in 1000 Einheiten

Zeitraum: 1974

### Merkmalsverteilungen:

K= Stellung im Beruf

1= Selbständige

2= Mithelfende Familienangehörige

3= Beamte und Angestellte

4= Arbeiter

L= Wirtschaftsbereiche

1= Land- und Forstwirtschaft, Tierhaltung und Fischerei

2= Produzierendes Gewerbe

3= Handel und Verkehr

4= Sonstige Wirtschaftsbereiche

BRD	L=1	L=2	L=3	L=4	Summe
K=;	611	606	606	618	2441
K=2	928	142	161	147	1378
K=3	20	3261	2642	5043	10966
K=4	200	8822	1335	1651	12008
Summe	1759	12831	4744	7459	26793

noch: TABELLE 2

Ergebnisverteilungen

Erwerbstätige in Bund und Ländern  
nach Stellung im Beruf und  
Wirtschaftsbereichen

1974

SCHLESWIG I HOLSTEIN I I	L = 1	L = 2	L = 3	L = 4	I I I	SUMME UEBER L
K = 1 I	24,00	22,00	24,00	25,00	I	95,00
K = 2 I	23,00	5,00	8,00	8,00	I	44,00
K = 3 I	0,00	104,00	125,00	258,00	I	487,00
K = 4 I	15,00	257,00	58,00	92,00	I	422,00
SUMME I UEBER I K I	62,00	388,00	215,00	383,00	I I I	1048,00

NIEDER- I SACHSEN I I	L = 1	L = 2	L = 3	L = 4	I I I	SUMME UEBER L
K = 1 I	102,00	53,00	65,00	70,00	I	290,00
K = 2 I	153,00	15,00	23,00	19,00	I	210,00
K = 3 I	6,00	285,00	326,00	582,00	I	1199,00
K = 4 I	39,00	954,00	177,00	209,00	I	1379,00
SUMME I UEBER I K I	300,00	1307,00	591,00	880,00	I I I	3078,00

NORDRHEIN- I WESTFALEN I I	L = 1	L = 2	L = 3	L = 4	I I I	SUMME UEBER L
K = 1 I	63,00	157,00	165,00	156,00	I	561,00
K = 2 I	92,00	27,00	47,00	40,00	I	206,00
K = 3 I	6,00	974,00	689,00	1321,00	I	2990,00
K = 4 I	41,00	2520,00	330,00	381,00	I	3272,00
SUMME I UEBER I K I	222,00	3678,00	1231,00	1898,00	I I I	7029,00

HESSEN I I I	L = 1	L = 2	L = 3	L = 4	I I I	SUMME UEBER L
K = 1 I	43,00	59,00	51,00	57,00	I	210,00
K = 2 I	82,00	15,00	16,00	15,00	I	128,00
K = 3 I	0,00	323,00	260,00	475,00	I	1058,00
K = 4 I	13,00	757,00	124,00	138,00	I	1032,00
SUMME I UEBER I K I	138,00	1154,00	451,00	685,00	I I I	2428,00

Ergebnisverteilungen

Erwerbstätige in Bund und Ländern  
nach Stellung im Beruf und  
Wirtschaftsbereichen

1974

RHEINLAND- PFAZ		L= 1	L= 2	L= 3	L= 4	SUMME UEBER L
K= 1	I	52,00	39,00	38,00	35,00	I 154,00
K= 2	I	81,00	12,00	11,00	11,00	I 115,00
K= 3	I	0,00	159,00	157,00	292,00	I 608,00
K= 4	I	14,00	503,00	77,00	105,00	I 699,00
SUMME UEBER K	I I I	147,00	713,00	283,00	443,00	I I I 1586,00

BADEN- WÜRTTEMBERG		L= 1	L= 2	L= 3	L= 4	SUMME UEBER L
K= 1	I	92,00	108,00	72,00	93,00	I 365,00
K= 2	I	153,00	34,00	22,00	25,00	I 234,00
K= 3	I	0,00	604,00	314,00	717,00	I 1635,00
K= 4	I	29,00	1577,00	166,00	237,00	I 2009,00
SUMME UEBER K	I I I	274,00	2323,00	574,00	1072,00	I I I 4243,00

BAYERN		L= 1	L= 2	L= 3	L= 4	SUMME UEBER L
K= 1	I	215,00	125,00	121,00	115,00	I 576,00
K= 2	I	344,00	34,00	34,00	29,00	I 441,00
K= 3	I	8,00	541,00	426,00	830,00	I 1805,00
K= 4	I	49,00	1621,00	240,00	290,00	I 2200,00
SUMME UEBER K	I I I	616,00	2321,00	821,00	1264,00	I I I 5022,00

SAARLAND		L= 1	L= 2	L= 3	L= 4	SUMME UEBER L
K= 1	I	0,00	8,00	11,00	7,00	I 26,00
K= 2	I	0,00	0,00	0,00	0,00	I 0,00
K= 3	I	0,00	47,00	51,00	80,00	I 178,00
K= 4	I	0,00	150,00	20,00	24,00	I 194,00
SUMME UEBER K	I I I	0,00	205,00	82,00	111,00	I I I 398,00

Ergebnisverteilungen

Erwerbstätige in Bund und Ländern  
nach Stellung im Beruf und  
Wirtschaftsbereichen

1974

HAMBURG			L = 1	L = 2	L = 3	L = 4		SUMME
	I						I	UEBER
	I						I	L
K = 1	I		0,00	16,00	29,00	25,00	I	70,00
K = 2	I		0,00	0,00	0,00	0,00	I	0,00
K = 3	I		0,00	93,00	134,00	193,00	I	420,00
K = 4	I		0,00	161,00	70,00	59,00	I	290,00
SUMME	I						I	
UEBER	I		0,00	270,00	233,00	277,00	I	780,00
K	I						I	

BREITEN			L = 1	L = 2	L = 3	L = 4		SUMME
	I						I	UEBER
	I						I	L
K = 1	I		0,00	5,00	8,00	7,00	I	20,00
K = 2	I		0,00	0,00	0,00	0,00	I	0,00
K = 3	I		0,00	36,00	57,00	68,00	I	161,00
K = 4	I		0,00	71,00	25,00	20,00	I	116,00
SUMME	I						I	
UEBER	I		0,00	112,00	90,00	95,00	I	297,00
K	I						I	

BERLIN			L = 1	L = 2	L = 3	L = 4		SUMME
	I						I	UEBER
	I						I	L
K = 1	I		0,00	14,00	22,00	28,00	I	64,00
K = 2	I		0,00	0,00	0,00	0,00	I	0,00
K = 3	I		0,00	95,00	103,00	227,00	I	425,00
K = 4	I		0,00	251,00	48,00	96,00	I	395,00
SUMME	I						I	
UEBER	I		0,00	360,00	173,00	351,00	I	884,00
K	I						I	

## Vorgegebene Randverteilungen

Zeitraum: 1974

in 1000 Einheiten

Region	Erwerbstätige nach der Stellung im Beruf (K)			
	Selbständige	Mithelfende Fam. angehör.	Beamte und Angestellte	Arbeiter
BRD	2441	1378	10966	12008
Schleswig-Holstein	95	44	487	422
Niedersachsen	290	210	1199	1379
Nordrhein-Westfalen	561	206	2990	3272
Hessen	210	128	1058	1032
Rheinland-Pfalz	164	115	608	699
Baden-Württemberg	365	234	1635	2009
Bayern	576	441	1805	2200
Saarland	26	0	178	194
Hamburg	70	0	420	290
Bremen	20	0	161	116
Berlin	64	0	425	395
Region	Erwerbstätige in den Wirtschaftsbereichen (L)			
	Land- & Forst- wirtschaft, Tier- haltung & Fisch.	Produz. Gewerbe	Handel & Verkehr	Sonstige Wirtschafts- bereiche
BRD	1759	12831	4744	7459
Schleswig-Holstein	62	388	215	383
Niedersachsen	300	1307	591	880
Nordrhein-Westfalen	222	3678	1231	1898
Hessen	138	1154	451	685
Rheinland-Pfalz	147	713	283	443
Baden-Württemberg	274	<b>2323</b>	574	1072
Bayern	616	2321	821	1264
Saarland	0	205	82	111
Hamburg	0	270	233	277
Bremen	0	112	90	95
Berlin	0	360	173	351

Vorgegebene Randverteilungen

Zeitraum: 1974

in 1000 Einheiten

**TABELLE 4**

Erwerbstätige im Bund nach der Stellung im Beruf (K) und  
in den Wirtschaftsbereichen (L)

	L=1	L=2	L=3	L=4	Summe
K=1	611	606	606	618	2441
K=2	928	142	161	147	1378
K=3	20	3261	2642	5043	10966
K=4	200	8822	1335	1651	12008
Summe	1759	12831	4744	7459	26793

**TABELLE 5**

Gesamterwerbstätige in der Ländern

Schleswig-Holstein	1048
Niedersachsen	3078
Nordrhein-Westfalen	7029
Hessen	2428
Rheinland-Pfalz	1586
Baden-Württemberg	4243
Bayern	5022
Saarland	398
Hamburg	780
Bremen	297
Berlin	884
Bund	26793

Errechnete Verteilungen  
nach dem RAS-Verfahren

Erwerbstätige in Bund und Ländern  
nach Stellung im Beruf und Wirt-  
schaftsbereichen

in 1000 Einheiten

Zeitraum: 1974

verwendetes Verfahren: zweidimensionale  
Einzelberechnungen

(Fall der regional inkonsistenten  
Schätzung)

Merkmalsverteilungen:

K = Stellung im Beruf

- 1 = Selbständige
- 2 = Mithelfende Familienangehörige
- 3 = Beamte und Angestellte
- 4 = Arbeiter

L = Wirtschaftsbereiche

- 1 = Land- und Forstwirtschaft, Tierhaltung und Fischerei
- 2 = Produzierendes Gewerbe
- 3 = Handel und Verkehr
- 4 = Sonstige Wirtschaftsbereiche

TABELLE 6

BRD	I	L = 1	L = 2	L = 3	L = 4	SUMME	
						I	UEBER L
K = 1	I	609,22	596,41	587,35	648,02	I	2441,00
K = 2	I	929,85	146,28	151,96	149,91	I	1378,00
K = 3	I	14,05	3364,62	2693,47	4893,86	I	10966,00
K = 4	I	205,80	8723,69	1311,22	1767,21	I	12008,00
SUMME	I					I	
UEBER	I	1759,00	12831,00	4744,00	7459,00	I	26793,00
K	I					I	

Errechnete Verteilungen  
nach dem RAS-Verfahren

Erwerbstätige in Bund und Ländern  
nach Stellung im Beruf und  
Wirtschaftsbereichen

in 1000 Einheiten

Zeitraum: 1974

verwendetes Verfahren: zweidimensionale  
Einzelberechnungen

(Fall der regional inkonsistenten  
Schätzung)

TABELLE 7

Summe über alle Länder

	L=1	L=2	L=3	L=4	Summe
K=1	608.69	594.57	589.57	648.50	2440.98
K=2	932.48	147.15	147.72	150.65	1378.00
K=3	14.06	3361.88	2694.78	4895.28	10966.00
K=4	203.73	87.27.72	1311.93	1764.55	12007.93
Summe	1758.96	12830.97	4744.00	7458.98	26792.91

**TABELLE 8**

Errechnete Verteilungen  
nach dem RAS-Verfahren

1974

- zweidimensionale Einzelberechnungen -

SCHLESWIG- HOLSTEIN	I	L = 1	L = 2	L = 3	L = 4	I	SUMME UEBER L
K = 1	I	23,85	23,45	22,22	25,47	I	95,00
K = 2	I	23,80	6,40	6,77	6,95	I	44,00
K = 3	I	0,00	114,44	128,86	243,70	I	487,00
K = 4	I	14,25	243,70	57,15	106,88	I	422,00
SUMME UEBER K	I I I	62,00	388,00	215,00	383,00	I I I	1048,00

NIEDER- SACHSEN	I	L = 1	L = 2	L = 3	L = 4	I	SUMME UEBER L
K = 1	I	96,05	54,88	63,52	75,54	I	290,00
K = 2	I	157,04	14,68	21,09	17,18	I	210,00
K = 3	I	7,01	291,67	341,74	558,59	I	1199,00
K = 4	I	39,90	945,77	164,65	228,69	I	1379,00
SUMME UEBER K	I I I	300,00	1307,00	591,00	880,00	I I I	3078,00

NORDRHEIN WESTFALEN	I	L = 1	L = 2	L = 3	L = 4	I	SUMME UEBER L
K = 1	I	65,40	149,52	159,25	166,83	I	561,00
K = 2	I	91,14	31,05	43,55	40,26	I	206,00
K = 3	I	7,05	985,31	701,55	1296,08	I	2990,00
K = 4	I	38,42	2512,12	326,64	394,82	I	3272,00
SUMME UEBER K	I I I	222,00	3678,00	1231,00	1898,00	I I I	7029,00

HESSEN	I	L = 1	L = 2	L = 3	L = 4	I	SUMME UEBER L
K = 1	I	98,12	56,48	52,23	63,12	I	210,00
K = 2	I	67,25	12,83	13,59	14,33	I	128,00
K = 3	I	0,00	335,90	263,43	458,67	I	1058,00
K = 4	I	12,57	748,79	121,75	148,88	I	1032,00
SUMME UEBER K	I I I	138,00	1154,00	451,00	685,00	I I I	2428,00

Errechnete Verteilungen  
nach dem RAS-Verfahren

1974

- zweidimensionale Einzelberechnungen -

RHEINLAND- PFALZ	I	L= 1	L= 2	L= 3	L= 4	I	SUMME UEBER L
K= 1	I	52,32	38,83	36,20	36,65	I	164,00
K= 2	I	79,40	12,68	11,25	11,68	I	115,00
K= 3	I	0,00	167,25	163,06	277,69	I	608,00
K= 4	I	15,23	494,23	72,50	116,99	I	699,00
SUMME UEBER K	I I I	147,00	713,00	283,00	443,00	I I I	1586,00

BADEN- WÜRTTEMBERG	I	L= 1	L= 2	L= 3	L= 4	I	SUMME UEBER L
K= 1	I	92,88	107,87	70,55	93,70	I	365,00
K= 2	I	151,50	33,61	18,21	30,64	I	234,00
K= 3	I	0,00	612,07	320,02	702,91	I	1635,00
K= 4	I	29,59	1569,44	165,22	244,75	I	2009,00
SUMME UEBER K	I I I	274,00	2323,00	574,00	1072,00	I I I	4243,00

BAYERN	I	L= 1	L= 2	L= 3	L= 4	I	SUMME UEBER L
K= 1	I	220,00	120,00	116,59	119,41	I	576,00
K= 2	I	342,24	35,90	33,26	29,61	I	441,00
K= 3	I	0,00	572,49	432,30	800,21	I	1805,00
K= 4	I	53,76	1592,61	238,85	314,77	I	2200,00
SUMME UEBER K	I I I	616,00	2321,00	821,00	1264,00	I I I	5022,00

SAARLAND	I	L= 1	L= 2	L= 3	L= 4	I	SUMME UEBER L
K= 1	I	0,00	7,50	9,89	8,61	I	26,00
K= 2	I	0,00	0,00	0,00	0,00	I	0,00
K= 3	I	0,00	47,97	54,06	75,97	I	178,00
K= 4	I	0,00	149,53	18,05	26,42	I	194,00
SUMME UEBER K	I I I	0,00	205,00	82,00	111,00	I I I	398,00

Errechnete Verteilungen  
nach dem RAS-Verfahren

1974

- zweidimensionale Einzelberechnungen -

HAMBURG		I	L= 1	L= 2	L= 3	L= 4	I	SUMME
		I					I	UEBER
		I					I	L
K= 1	I		0,00	16,25	27,96	25,78	I	70,00
K= 2	I		0,00	0,00	0,00	0,00	I	0,00
K= 3	I		0,00	97,24	134,76	188,00	I	420,00
K= 4	I		0,00	156,51	70,28	63,21	I	290,00
SUMME		I					I	
UEBER		I	0,00	270,00	233,00	277,00	I	780,00
K		I					I	

BREMEN		I	L= 1	L= 2	L= 3	L= 4	I	SUMME
		I					I	UEBER
		I					I	L
K= 1	I		0,00	5,89	7,64	6,47	I	20,00
K= 2	I		0,00	0,00	0,00	0,00	I	0,00
K= 3	I		0,00	40,17	55,71	65,12	I	161,00
K= 4	I		0,00	65,94	26,65	23,41	I	116,00
SUMME		I					I	
UEBER		I	0,00	112,00	90,00	95,00	I	297,00
K		I					I	

BERLIN		I	L= 1	L= 2	L= 3	L= 4	I	SUMME
		I					I	UEBER
		I					I	L
K= 1	I		0,00	13,55	23,52	26,92	I	64,00
K= 2	I		0,00	0,00	0,00	0,00	I	0,00
K= 3	I		0,00	97,37	99,29	228,34	I	425,00
K= 4	I		0,00	249,08	50,19	95,73	I	395,00
SUMME		I					I	
UEBER		I	0,00	360,00	173,00	351,00	I	884,00
K		I					I	

**TABELLE 9**

Errechnete Verteilungen  
nach dem RAS-Verfahren

Erwerbstätige in Bund und  
Ländern nach Stellung im  
Beruf und Wirtschaftsbe-  
reichen

Zeitraum: 1974

in 1000 Einheiten

verwendetes Verfahren: dreidimensionale  
Simultanberechnung

(Fall der regional konsistenten  
Schätzung)

Merkmalsverteilungen: RAS - Berechnung Nr.6 <sup>1)</sup>

K = Stellung im Beruf

- 1 = Selbständige
- 2 = Mithelfende Familienangehörige
- 3 = Beamte und Angestellte
- 4 = Arbeiter

L = Wirtschaftsbereiche

- 1 = Land- und Forstwirtschaft, Tierhaltung und Fischerei
- 2 = Produzierendes Gewerbe
- 3 = Handel und Verkehr
- 4 = Sonstige Wirtschaftsbereiche

BRD	L=1	L=2	L=3	L=4	Summe
K=1	610.99	605.98	606.00	618.00	2440.97
K=2	928.00	141.99	161.00	146.99	1377.98
K=3	20.00	3260.99	2642.00	5043.00	10965.99
K=4	199.99	8822.00	1335.00	1651.00	12007.99
Summe	1758.98	12830.96	4744.00	7458.99	26792.93

1) Die Angabe dieser Berechnungsnummer steht in  
Verbindung mit Tabelle 12, die im Abschnitt V.,B  
eine Rolle spielt.

Errechnete Verteilungen  
nach dem RAS-Verfahren

1974

- dreidimensionale Simultanberechnung -  
RAS-Berechnung Nr. 6

SCHLESWIG- HOLSTEIN		L = 1	L = 2	L = 3	L = 4	I	SUMME UEBER L
K = 1	I	24.05	23.81	22.84	24.30	I	95.00
K = 2	I	23.75	6.13	7.36	6.77	I	44.00
K = 3	I	0.00	110.15	126.04	250.81	I	487.00
K = 4	I	14.20	247.91	58.77	101.12	I	422.00
SUMME	I					I	
UEBER	I	62.00	388.00	215.00	383.00	I	1048.00
K	I					I	

  

NIEDER- SACHSEN		L = 1	L = 2	L = 3	L = 4	I	SUMME UEBER L
K = 1	I	95.70	56.03	65.67	72.60	I	290.00
K = 2	I	155.54	14.24	23.23	16.99	I	210.00
K = 3	I	9.92	280.32	333.79	574.97	I	1199.00
K = 4	I	38.84	956.41	168.32	215.44	I	1379.00
SUMME	I					I	
UEBER	I	300.00	1307.00	591.00	880.00	I	3078.00
K	I					I	

  

NORDRHEIN- WESTFALEN		L = 1	L = 2	L = 3	L = 4	I	SUMME UEBER L
K = 1	I	65.12	153.09	163.96	158.83	I	561.00
K = 2	I	69.55	29.96	47.39	39.09	I	206.00
K = 3	I	10.00	958.18	688.51	1333.23	I	2990.00
K = 4	I	97.25	2536.77	331.14	366.85	I	3272.00
SUMME	I					I	
UEBER	I	222.00	3678.00	1231.00	1898.00	I	7029.00
K	I					I	

  

HESSEN		L = 1	L = 2	L = 3	L = 4	I	SUMME UEBER L
K = 1	I	38.60	57.69	53.70	60.01	I	210.00
K = 2	I	66.90	12.35	14.77	13.90	I	128.00
K = 3	I	0.00	326.75	258.83	472.42	I	1058.00
K = 4	I	12.41	757.21	123.71	138.67	I	1032.00
SUMME	I					I	
UEBER	I	108.00	1154.00	451.00	685.00	I	2428.00
K	I					I	

Errechnete Verteilungen  
nach dem RAS-Verfahren

1974

- dreidimensionale Simultanberechnung -  
RAS-Berechnung Nr. 6

RHEINLAND- PFALZ	I	L = 1	L = 2	L = 3	L = 4	I	SUMME UEBER L
K = 1	I	52.67	39.36	37.07	34.90	I	164.00
K = 2	I	79.12	12.17	12.23	11.40	I	115.00
K = 3	I	0.00	161.57	159.73	286.70	I	608.00
K = 4	I	15.14	499.89	73.96	110.00	I	699.00
SUMME UEBER K	I I I	147.00	713.00	283.00	443.00	I I I	1586.00

BADEN- WÜRTTEMBERG	I	L = 1	L = 2	L = 3	L = 4	I	SUMME UEBER L
K = 1	I	93.43	110.09	72.39	89.09	I	365.00
K = 2	I	151.53	32.60	19.91	29.96	I	234.00
K = 3	I	0.00	595.66	314.25	725.09	I	1635.00
K = 4	I	29.04	1584.66	167.45	227.86	I	2009.00
SUMME UEBER K	I I I	274.00	2323.00	574.00	1072.00	I I I	4243.00

BAYERN	I	L = 1	L = 2	L = 3	L = 4	I	SUMME UEBER L
K = 1	I	221.42	121.86	119.14	113.58	I	576.00
K = 2	I	341.40	34.54	36.11	28.88	I	441.00
K = 3	I	0.00	555.05	423.26	826.69	I	1805.00
K = 4	I	53.11	1609.54	242.49	294.86	I	2200.00
SUMME UEBER K	I I I	616.00	2321.00	821.00	1264.00	I I I	5022.00

SAARLAND	I	L = 1	L = 2	L = 3	L = 4	I	SUMME UEBER L
K = 1	I	0.00	7.62	10.20	8.17	I	26.00
K = 2	I	0.00	0.00	0.00	0.00	I	0.00
K = 3	I	0.00	46.47	53.34	78.19	I	178.00
K = 4	I	0.00	150.91	18.45	24.64	I	194.00
SUMME UEBER K	I I I	0.00	205.00	82.00	111.00	I I I	398.00

Errechnete Verteilungen  
nach dem RAS-Verfahren

1974

- dreidimensionale Simultanberechnung -  
RAS-Berechnung Nr. 6

HAMBURG		I	L= 1	L= 2	L= 3	L= 4	I	SUMME
	I						I	UEBER
	I						I	L
K= 1	I		0.00	16.62	28.83	24.55	I	70.00
K= 2	I		0.00	0.00	0.00	0.00	I	0.00
K= 3	I		0.00	94.38	132.33	193.29	I	420.00
K= 4	I		0.00	158.99	71.84	59.16	I	290.00
SUMME	I						I	
UEBER	I		0.00	270.00	233.00	277.00	I	780.00
K	I						I	

  

BREITEN		I	L= 1	L= 2	L= 3	L= 4	I	SUMME
	I						I	UEBER
	I						I	L
K= 1	I		0.00	6.00	7.86	6.13	I	20.00
K= 2	I		0.00	0.00	0.00	0.00	I	0.00
K= 3	I		0.00	39.09	54.90	67.01	I	161.00
K= 4	I		0.00	66.90	27.24	21.85	I	116.00
SUMME	I						I	
UEBER	I		0.00	112.00	90.00	95.00	I	297.00
K	I						I	

  

BERLIN		I	L= 1	L= 2	L= 3	L= 4	I	SUMME
	I						I	UEBER
	I						I	L
K= 1	I		0.00	13.81	24.34	25.84	I	64.00
K= 2	I		0.00	0.00	0.00	0.00	I	0.00
K= 3	I		0.00	93.37	97.02	234.60	I	425.00
K= 4	I		0.00	252.81	51.63	90.55	I	395.00
SUMME	I						I	
UEBER	I		0.00	360.00	173.00	351.00	I	884.00
K	I						I	

Abweichungen der jeweiligen Ländersummen  
vom Bundesergebnis - Vergleich der Regionalkonsistenz

---

Jahr: 1974

verwendete Verfahren: a) zweidimensionale Einzelberechnungen  
b) dreidimensionale Simultanberechnung  
- RAS-Berechnung Nr. 6 -

**TABELLE 10**

Absolute Abweichungen                      -Angaben in 1000 Einheiten-

a) zweidimensionale Einzelberechnungen

	L=1	L=2	L=3	L=4
K=1	0.53	2.19	-2.22	-0.48
K=2	-2.63	-0.87	4.24	-0.74
K=3	-0.01	2.74	-1.31	-1.42
K=4	2.15	-4.01	-0.71	2.66

Berechnet aus Tabellen 6 und 7

b) dreidimensionale Simultanberechnung

	L=1	L=2	L=3	L=4
K=1	-0.01	-0.02	0.0	0.0
K=2	0.0	-0.01	0.0	-0.01
K=3	0.0	-0.01	0.0	0.0
K=4	-0.01	0.0	0.0	0.0

Berechnet aus Tabellen 4 und 9

Abweichungen der jeweiligen Ländersummen vom  
Bundesergebnis - Vergleich der Regionalkonsistenz

---

Jahr: 1974

verwendete Verfahren: a) zweidimensionale Einzelberechnungen  
b) dreidimensionale Simultanberechnung

**TABELLE 11**

Relative Abweichungen -Angaben in Prozent-

a) zweidimensionale Einzelberechnungen

	L=1	L=2	L=3	L=4
K=1	0.087	0.367	-0.378	-0.074
K=2	-0.283	-0.595	2.790	-0.494
K=3	-0.071	0.081	-0.049	-0.029
K=4	1.044	-0.046	-0.054	0.150

Berechnet aus Tabellen 7 und 10

b) dreidimensionale Simultanberechnung

	L=1	L=2	L=3	L=4
K=1	-0.002	-0.003	0.0	0.0
K=2	0.0	-0.007	0.0	-0.007
K=3	0.0	0.0	0.0	0.0
K=4	-0.005	0.0	0.0	0.0

Berechnet aus Tabellen 4 und 10

TABELLE 12

Übersicht über Kenndaten verschiedener RAS - Ergebnisse.

Beispiel: Erwerbstätige in Bund und Ländern nach Stellung  
im Beruf und Wirtschaftsbereichen

Nr. der RAS-Berechnung		1	2	3	4	5	6	7
Summe aller absoluten Abweichungen		977.3	877.8	977.3	722.2	642.6	432.9	393.8
Prozentuale Abweichungen insgesamt		0.0365	0.0328	0.0365	0.027	0.024	0.0162	0.0147
Maximale rel. Einzelabweich.		0.0182	0.0216	0.0182	0.0028	0.0028	0.0567	0.0563
Position		1 9 2 3	1 9 2 3	1 9 2 3	1 7 3 1	1 7 3 1	1 7 3 1	1 7 3 1
Eingabewerte	V1	1	1	1	1	1	1	1
	V2	j	j	j	j	j	k,l	k,l
	V3	k	k	k	j,k	j,k	j,k	j,k
	V4	l	l	l	j,l	j,l	j,l	j,l
Bekannte Elemente?		nein	ja	nein	nein	ja	nein	ja
Zwischenverteilung		0	0	1	0	0	0	0

A N H A N G            B

Computerprogramm mit Erläuterungen

Eingabeanforderungen an das RAS-Computerprogramm

Allgemeines: Die Eingabe der Kennzahlen und Daten erfolgt grundsätzlich formatfrei, d.h. es sind nur die allgemeinen Anforderungen der ALCCOR-Konventionen für READ und der IFIP-Eingabe-Prozeduren für INREAL und INARRAY zu beachten, wonach zwei Zahlen (Integer oder Real) durch ein Komma bzw. zwei Blanks zu trennen sind. Die READ-Anweisungen werden auf dem Terminal angefordert und durch dieses Medium dem Computer übermittelt. Eine ständige Umstellung auf vollständige Batch-Eingabe macht einen Austausch der READ-Anweisungen durch entsprechende IFIP-Prozeduren erforderlich. Die Verteilungsstrukturen werden von einer Datei abgerufen, der im STARTE-Kommando die symbolische Gerätenummer 21 zuzuordnen ist. Auf die Gerätenummer (Dateiname ist frei) 51 wird das Ergebnis der RAS-Iteration<sup>en</sup>/zusätzlich zur Ausgabe auf der Konsole und dem Ablaufprotokoll zum Zwecke weiterer rechnerischer Verwendung gespeichert. In den folgenden Anweisungen ist stets angegeben, durch welches Medium die Eingabe erfolgt. Diese Eingabemedien können zudem je nach Wunsch oder Bedarf bei der Abarbeitung des Programms durch den Computer im STARTE-Kommando ausgetauscht bzw. auf ein Eingabemedium beschränkt werden.

1. Sieben Eingabewerte für die Variablen:

D1, D2, D3, D4, IT, FG, ZV

Die Eingabe erfolgt von der Konsole

D1: Ausdehnung der Verteilung nach dem I-Merkmal

D2: Ausdehnung der Verteilung nach dem J-Merkmal

D3: Ausdehnung der Verteilung nach dem K-Merkmal

D4: Ausdehnung der Verteilung nach dem L-Merkmal

D1 bis D4 : Integergrößen

Sind D1 bis D4 von 1 unterschiedlich, so liegt eine vierdimensionale Verteilung vor. Für jeden D-Wert von 1 reduziert sich die Dimension der Verteilung um 1.

Beispiel: Eingabe 1 1 4 6

Es liegt eine zweidimensionale Verteilung (Matrix) mit 4x6 Elemente vor.

IT: Iterationslimit, Integergröße.

Durch IT wird die maximale Anzahl der Iterationsschritte festgelegt. Zwecks Rechenzeitbeschränkung sollte IT nicht größer als 100 gewählt werden, zumal sich zeigt, daß in der Regel ca 20 - 30 Iterationsschritte ausreichend sind (z.B. bei  $FG = 0.1$ ). Der Zeitbedarf hängt jedoch stark von der Anzahl der Dimensionen und deren Ausdehnungen ab.

FG: Fehlergrenze in Prozent, Realgröße.

FG bestimmt die zulässige Fehlergrenze mit der die errechneten Randverteilungen von den vorgegebenen abweichen dürfen. Die Eingabe  $FG = 0.0$  ist zwar zulässig, aber wegen eines erforderlichen hohen Iterationslimit und hohen Rechenzeitbedarfs nicht empfehlenswert. In der Regel dürfte ein  $FG = 0.1$  hinreichend sein.

ZV: Bestimmung der Art der Zwischenverteilung, Integergröße.

Die jetzige Version des RAS - Programms läßt zu:

ZV = 0: Die Ausgangsverteilung dient als Zwischenverteilung

ZV = 1: Als Zwischenverteilung werden geometrische Mittel gebildet.

Für ZV = 2 ist die Möglichkeit gegeben, zusätzliche Zwischenverteilungen in das Programm einzubauen.

Beispiele zur Eingabe 1:

a) 1 1 4 5 50 1.0 0

Die Verteilung (Ausgang und Ergebnis) ist zweidimensional mit  $4 \times 5$  Matrixelementen. Das Verfahren rechnet bis zu 50 Iterationsschritten und prüft auf eine Fehlergenauigkeit von 1%. Als Zwischenverteilung dient die Ausgangsverteilung.

b) 2 4 6 10 40 0.1 1

Die Verteilung ist vierdimensional mit den Ausdehnungen  $2 \times 4 \times 6 \times 10$ . Bei 40 Iterationsschritten wird auf 0.1% Genauigkeitsabweichung geprüft, wobei als Zwischenverteilung die geometrischen Mittel gebildet werden.

## 2. Eingabe für WMV

Die Eingabe erfolgt durch eine Datei. WMV stellt eine Matrix von 4x4 Integerzahlen dar. Sie erfaßt die Kenndaten hinsichtlich der Ausdehnung der Dimensionen der Randverteilungen. Eine Randverteilung kann eine bis maximal eine Dimension weniger als die Ausgangsverteilung besitzen. Eine Ausgangsverteilung kann 1 bis 4 dimensional sein. Jede dieser Verteilungen wird nun im Programm vierdimensional, d.h. durch Unterscheidung von vier Merkmalen (I, J, K, L) dargestellt. Jedes Merkmal entspricht dabei einer Dimension. Eine zweidimensionale Ausgangsverteilung ist im Programm eine vierdimensionale Verteilung bei der zwei Dimensionen (Merkmale) nur eine einzige Ausprägung (Ausdehnung von 1) besitzen. Ein Vektor (eindimensionale Verteilung) mit 4 Elementen ist in dieser Darstellung eine vierdimensionale Verteilung, in der eine Dimension 4 Merkmalsausprägungen, d.h. eine Ausdehnung von 4, und die übrigen Dimensionen (Merkmale) eine Ausdehnung von nur 1 besitzen. Die Ausdehnung jeder Dimension der Randverteilungen wird mit Hilfe der WMV - Matrix eingelesen. Eine Zeile gibt die Ausdehnung der Dimensionen der entsprechenden Randverteilung an. Da jede Dimension einer Randverteilung entweder die volle Ausdehnung (Zahl der Merkmalsausprägungen) der entsprechenden Dimension der Ausgangsverteilung (also die Werte D1, D2, D3 oder D4) besitzt oder aber nach entsprechender Summenbildung nur eine Ausprägung (also die Ausdehnung 1) aufweist, genügt es für den ersten Fall den Wert 2 für den zweiten Fall eine 1 an der Stelle der fraglichen Dimension anzugeben. Das Programm ersetzt eine 2 in der WMV - Matrix automatisch durch den der Spalte entsprechenden Ausdehnungswert D1 bis D4 der Ausgangs- und Endverteilung.

Der Eingabewert des mn-ten Elementes der WMV - Matrix ist somit: 1 oder 2

$WMV_{mn} = 1$  wenn die Randverteilung m ( $m = 1$  bis 4) über das Merkmal n ( $n = 1$  bis 4) summiert ist, wobei  $n = 1$  Verteilungsmerkmal I,  $n = 2$  Verteilungsmerkmal J, etc, repräsentiert.

$WMV_{mn} = 2$  wenn die Randverteilung m nicht über das Merkmal n summiert ist, sondern mit diesem wie in der Ausgangsverteilung variiert.

Dieses scheinbar aufwendige Verfahren gewährleistet, daß die Randverteilungen bei jedem Problem individuell angepaßt werden können und je nach vorliegendem Fall zu Vektoren, Matrizen oder dreidimensionalen Verteilungen (auch gemischt) für die Randverteilungen führen.

Anwendungsbeispiele:

Bei einer dreidimensionalen Ausgangsverteilung (Merkmale J, K und L weisen Ausdehnungen von größer 1 auf:  $I = 1$ ,  $J = 11$ ,  $K = 4$ ,  $L = 7$ ) liegen drei zweidimensionale Randverteilungen (Matrizen) vor und zwar:

- eine Matrix mit Ausdehnung über die Merkmale J und K (=  $V_2$ )
- eine Matrix mit Ausdehnung über die Merkmale J und L (=  $V_3$ )
- eine Matrix mit Ausdehnung über die Merkmale K und L (=  $V_4$ )

$$\text{d.h.} \quad V_2_{jk} = \sum_i \sum_l V_{ijkl}$$

$$V_3_{jl} = \sum_i \sum_k V_{ijkl}$$

$$V_4_{kl} = \sum_i \sum_j V_{ijkl}$$

und außerdem der V1 - Skalar (da I nur bis 1 ausgedehnt ist):

$$V1 = \sum_i \sum_j \sum_k \sum_l V_{ijkl}$$

Die entsprechende WMV - Eingabe erfolgt zeilenweise (jede Zeile repräsentiert eine Randverteilung) nach der folgenden Matrix

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

dabei könnte das Element in der ersten Zeile und ersten Spalte in diesem Fall auch durchaus den Wert 1 erhalten.

Das Programm weist den WMV - Elementen dann die folgenden Werte zu:

$$\begin{pmatrix} D1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & D2 & D3 & 1 \\ 1 & D2 & 1 & D4 \\ 1 & 1 & D3 & D4 \end{pmatrix} \text{ d.h. } \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 11 & 4 & 1 \\ 1 & 11 & 1 & 7 \\ 1 & 1 & 4 & 7 \end{pmatrix}$$

so daß V1 einen Vektor mit den Elementen 1 bis D1 (in diesem Fall D1 = 1) darstellt, V2 eine Matrix mit D2 (= 11) Zeilen und D3 (= 4) Spalten, V3 eine Matrix mit D2 (= 11) Zeilen und D4 (= 7) Spalten und V4 eine Matrix mit D3 (= 4) Zeilen und D4 (= 7) Spalten aufweist.

Beispiel b:

Eine zweidimensionale Ausgangsverteilung (I = 1, J = 1, K = 1 bis 5, L = 1 bis 9) soll mit Hilfe zweier Randvektoren V3 (K = 1 bis 5) und V4 (L = 1 bis 9) zu einer

neuen mit Hilfe des RAS -Verfahrens transformiert werden.

Die benötigten Randverteilungen sind wie folgt definiert:

$$V_1 = \sum_i \sum_j \sum_k \sum_l V_{ijkl}$$

$$V_2 = \sum_i \sum_j \sum_k \sum_l V_{ijkl}$$

$$V_{3_k} = \sum_i \sum_j \sum_l V_{ijkl}$$

$$V_{4_l} = \sum_i \sum_j \sum_k V_{ijkl}$$

mit der einzugebenden WMV - Matrix

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

die das Programm transformiert zu

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 5 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 9 \end{pmatrix}$$

### 3. Eingabe der Ausgangsverteilung A

Die Eingabe erfolgt von einer Datei.

A stellt ein Array oder ein Integer-Array dar.

Die Ausgangsverteilung A besitzt die Dimensionen und Ausdehnungen: I = 1 bis D1, J = 1 bis D2, K = 1 bis D3 und L = 1 bis D4. Die Eingabe kann in Real oder Integergrößen erfolgen. Die Werte werden zeilenweise mit der natürlichen Folge der Buchstaben I bis L eingelesen, d.h.

- für I = 1    J = 1    K = 1    alle L Werte L = 1 bis D4
- für I = 1    J = 1    K = 2    alle L Werte L = 1 bis D4
- ...
- für I = 1    J = 1    K = D3    alle L Werte L = 1 bis D4
- für I = 1    J = 2    K = 1    alle L Werte L = 1 bis D4
- usw. bis
- für I = D1    J = D2    K = D3    alle L Werte L = 1 bis D4

Beispiel

Die Ausgangsverteilung ist dreidimensional:  $I = 1$ ,  $J = 1$  bis 2,  $K = 1$  bis 3 und  $L = 1$  bis 4

Z.B.

Merkmal  $I = 1$

Merkmal  $J = 1$

	L=1	L=2	L=3	L=4
K=1	1	4	5	6
K=2	7	7	4	2
K=3	8	5	3	1

Merkmal  $J = 2$

	L=1	L=2	L=3	L=4
K=1	9	7	5	4
K=2	3	2	10	8
K=3	1	5	4	2

Die Eingabe der Werte findet wie folgt statt:

1 4 5 6 7 7 4 2 8 5 3 1 9 7 5 4 3 2  
10 8 1 5 4 2

4. Eingabe von UR

Die Eingabe erfolgt von der Konsole. UR ist eine Integergröße.

Zulässige Wert: 1 oder  $\neq 1$ .

Wenn  $UR = 1$  gewählt wird, so erfolgt auf dem Ablaufprotokoll und der Konsole die Ausgabe der zuvor eingelesenen A - Ausgangsverteilung.

Für Werte von  $UR \neq 1$  unterbleibt der Output.

5. Eingabe der neuen Randverteilungen  $V_1, V_2, V_3, V_4$ .

Die Eingabe erfolgt von einer Datei. Es können Integer oder Realgrößen eingelesen werden.

Die zuvor durch die WMV - Matrix (Eingabe 2) dimensionierten neuen Randverteilungen werden nacheinander nach den bei der Eingabe von A (Eingabe 3) beschriebenen zeilenweisen Verfahren eingelesen.

6. Eingabe von ABE

Die Eingabe erfolgt von der Konsole aus.

ABE ist eine Integergröße gleich oder größer null.

Sie gibt die Anzahl der in der neuen (zu erstellenden)

Verteilung bereits bekannten Elemente an. Ist kein Einzel-

element, sondern sind nur die neuen Randverteilungen

bekannt, so ist ABE = 0 zu setzen und die Eingabeanweisung 7

zu ignorieren. ABE = 5 z.B. bedeutet demnach, daß in der

neuen Gesamtverteilung fünf Einzelelemente bekannt sind

und somit aus der RAS- Iteration auszuklammern sind.

7. Eingabe von BD1, BD2, BD3, BD4, BE

(nur erforderlich, wenn ABE  $\neq$  0)

BD1 bis BD4 sind Integergrößen, BE ist eine Integer- oder Realgröße.

Die Eingabe erfolgt von einer Datei.

BD1 bis BD4 = Position des bekannten Elementes BE in der

neuen Verteilung. BD1 determiniert die I - Position,

BD2 die J - , BD3 die K- und BD4 die L - Position.

BE ist der Wert des bekannten Elementes.

Die Reihenfolge BD1 bis BD4 und BE ist so oft zu wiederholen bzw. mit Werten zu versehen, wie bekannte Elemente vorhanden sind (z.B. bei ABE = 5 also fünfmal).

Beispiel:

In der neuen zweidimensionalen Verteilung (I = 1, J = 1, K = 5, L = 8) sind drei Elemente bekannt und zwar die Elemente mit den Werten

$$X_{1132} = 4.0$$

$$X_{1156} = 2.9$$

$$X_{1111} = 3.7$$

d.h.

Merkmal I = 1

Merkmal J = 1

	L=1	L=2	L=3	L=4	L=5	L=6	L=7	L=8
K=1	3.7							
K=2								
K=3		4.0						
K=4								
K=5						2.9		

Alle freien Matrixfelder der neuen Verteilung sind mit dem RAS - Verfahren zu schätzen.

Nachdem unter Eingabe 6  $ABE = 3$  gesetzt wurde, sind einzugeben:

1	1	3	2	4.0
1	1	5	6	2.9
1	1	1	1	3.7

Die Reihenfolge der Eingabe der obigen Zeilen ist optional.

#### 8. Eingabe von NEU

Die Eingabe erfolgt von der Konsöle.

NEU ist eine Integergröße.

Der Wert der Variablen NEU entscheidet darüber, ob ein neues RAS - Verfahren durchgeführt wird oder nicht.

Wenn  $NEU = 1$  gesetzt wird, so erfolgt eine weitere RAS - Iteration mit neuen Werten. Die Eingabeanforderungen beginnen in diesem Fall wieder bei Eingabe 1. Die Datei mit der Nr. 21 muß entsprechend hinreichende Daten enthalten. Für  $NEU \neq 1$  wird das Programm beendet.

### Hinweise zur Outputausgabe

Die Ausgabe der untenstehenden Informationen erfolgt grundsätzlich sowohl auf dem Terminal (der Konsole) als auch auf dem Drucker, der auch das Ablaufprotokoll ausgibt. Die nach dem RAS - Verfahren errechnete neue Verteilung wird außerdem auf eine anzugebende Datei des Benutzers (mit der symbolischen Ausgabe-Geräte-Nr. 51) gespeichert und kann von dort zur weiteren Verwendung später abgerufen werden.

Auf der Konsole und dem Drucker werden ausgegeben:

- die Ausgangsverteilung und deren Randverteilungen (kann ausgeschlossen werden, wenn  $UR \neq 1$  gesetzt wird)
- die neuen Randverteilungen V1 bis V4
- die bereits bekannten Elemente der neuen Verteilung und deren Position
- die Anzahl der tatsächlichen Iterationsschritte und die zulässige Fehlergrenze
- unter Umständen Hinweis auf eine Überschreitung des Iterationslimits bzw. Unterschreitung der Genauigkeitsgrenze
- die neu berechnete Gesamtverteilung und deren Randverteilungen als Ergebnis der RAS - Iteration.

```
000001 'BEGIN'
000002 'COMMENT' VIERDIMENSIONALES RAS - PROGRAMM;
000003 'INTEGER' D1,D2,D3,D4,I,T,ABE,AIT,Z,ABER,H,ZV,NEU,Q1,Q2,UR;
000004 'REAL' FC;
000005 'INTEGER' 'ARRAY' WHVC[1:4,1:4],DC[1:4];
000006 'PROCEDURE' MAT(X,R,S,T,U);
000007 'COMMENT' SCHREIBT VERTEILUNGSSTRUKTUREN;
000008 'INTEGER' R,S,T,U;
000009 'ARRAY' X;
000010 'BEGIN'
000011 'INTEGER' I,J,K,L,M;
000012 'ARRAY' RV1[1:R],RV2[1:S],RVK[RV3[1:T]],RVL,RV4[1:U];
000013 'REAL' SA;
000014 'FOR' I:=1 'STEP' 1 'UNTIL' R 'DO' RV1[I]:=0,0;
000015 'FOR' J:=1 'STEP' 1 'UNTIL' S 'DO' RV2[J]:=0,0;
000016 'FOR' K:=1 'STEP' 1 'UNTIL' T 'DO' RV3[K]:=0,0;
000017 'FOR' L:=1 'STEP' 1 'UNTIL' U 'DO' RV4[L]:=0,0;
000018 'FOR' I:=1 'STEP' 1 'UNTIL' R 'DO'
000019 'BEGIN'
000020 OUTPUT(4,'( ( ( ( VERTEILUNGSMERKMAL I = ) ) BZDB ( ) ) , I ) );
000021 'FOR' J:=1 'STEP' 1 'UNTIL' S 'DO'
000022 'BEGIN'
000023 'FOR' K:=1 'STEP' 1 'UNTIL' T 'DO' RVK[K]:=0,0;
000024 'FOR' L:=1 'STEP' 1 'UNTIL' U 'DO' RVL[L]:=0,0;
000025 SA:=0,0;
000026 OUTPUT(4,'( ( ( ( ( VERTEILUNGSMERKMAL J = ) ) BZDB / ( ) ) , J ) );
000027 'FOR' M:=1 'STEP' 1 'UNTIL' 11-U 'DO' OUTPUT(4,'( (5B) ) );
000028 OUTPUT(4,'( ( ( ( I ) ) ) ) );
000029 'FOR' M:=1 'STEP' 1 'UNTIL' U 'DO' OUTPUT(4,'( (10B) ) );
000030 OUTPUT(4,'( ( ( ( I ) SUMME ) ) / ) );
000031 'FOR' M:=1 'STEP' 1 'UNTIL' 11-U 'DO' OUTPUT(4,'(5B) ) );
000032 OUTPUT(4,'( ( ( ( I ) ) ) ) );
000033 'FOR' M:=1 'STEP' 1 'UNTIL' U 'DO' OUTPUT(4,'( ( ( ( L = ) ZDBB ) ) , M ) );
000034 OUTPUT(4,'( ( ( ( I ) UEBER ) ) / ) );
000035 'FOR' M:=1 'STEP' 1 'UNTIL' 11-U 'DO' OUTPUT(4,'(5B) ) );
000036 OUTPUT(4,'( ( ( ( I ) ) ) ) );
000037 'FOR' M:=1 'STEP' 1 'UNTIL' U 'DO' OUTPUT(4,'( (10B) ) );
000038 OUTPUT(4,'( ( ( ( I ) L ) ) / ) );
000039 'FOR' M:=1 'STEP' 1 'UNTIL' 10-U 'DO' OUTPUT(4,'(5B) ) );
000040 'FOR' M:=1 'STEP' 1 'UNTIL' U+1 'DO' OUTPUT(4,'( ( ( (-----) ) ) ) );
000041 OUTPUT(4,'( ( ( (-----) ) ) ) );
000042 'FOR' K:=1 'STEP' 1 'UNTIL' T 'DO'
000043 'BEGIN'
000044 OUTPUT(4,'( ( / ) ) );
000045 'FOR' M:=1 'STEP' 1 'UNTIL' 10-U 'DO' OUTPUT(4,'(5B) ) );
000046 OUTPUT(4,'( ( ( ( K = ) ) ZD ( ( I ) ) ) , K ) );
000047 'FOR' L:=1 'STEP' 1 'UNTIL' U 'DO'
000048 'BEGIN'
000049 OUTPUT(4,'( ( ( 5ZD.DDB ) ) , X[I,J,K,L] );
000050 RV1[I]:=RV1[I]+X[I,J,K,L];
000051 RV2[J]:=RV2[J]+X[I,J,K,L];
000052 RV3[K]:=RV3[K]+X[I,J,K,L];
000053 RV4[L]:=RV4[L]+X[I,J,K,L];
000054 RVK[K]:=RVK[K]+X[I,J,K,L];
000055 RVL[L]:=RVL[L]+X[I,J,K,L];
000056 'END';
000057 OUTPUT(4,'( ( ( ( ) 5ZD.DD ) ) , RVK[K] );
000058 SA:=SA+RVK[K];
000059 'END';
000060 OUTPUT(4,'( ( / ) ) );
000061 'FOR' M:=1 'STEP' 1 'UNTIL' 10-U 'DO' OUTPUT(4,'(5B) ) );
000062 'FOR' M:=1 'STEP' 1 'UNTIL' U+1 'DO' OUTPUT(4,'( ( ( (-----) ) ) ) );
000063 OUTPUT(4,'( ( ( (-----) ) / ) ) );
000064 'FOR' M:=1 'STEP' 1 'UNTIL' 10-U 'DO' OUTPUT(4,'(5B) ) );
000065 OUTPUT(4,'( ( ( ( SUMME I ) ) ) ) );
000066 'FOR' M:=1 'STEP' 1 'UNTIL' U 'DO' OUTPUT(4,'( (10B) ) );
000067 OUTPUT(4,'( ( ( ( I ) ) / ) ) );
000068 'FOR' M:=1 'STEP' 1 'UNTIL' 10-U 'DO' OUTPUT(4,'(5B) ) );
000069 OUTPUT(4,'( ( ( ( UEBER I ) ) ) ) );
000070 'FOR' L:=1 'STEP' 1 'UNTIL' U 'DO' OUTPUT(4,'(5ZD.DDB ) ) , RVL[L] );
000071 OUTPUT(4,'( ( ( ( I ) 5ZD.DD / ) ) , SA ) );
000072 'FOR' M:=1 'STEP' 1 'UNTIL' 10-U 'DO' OUTPUT(4,'(5B) ) );
000073 OUTPUT(4,'( ( ( ( K I ) ) ) ) );
000074 'FOR' M:=1 'STEP' 1 'UNTIL' U 'DO' OUTPUT(4,'( (10B) ) );
000075 OUTPUT(4,'( ( ( ( I ) ) / ) ) );
000076 'END';
000077 OUTPUT(4,'( ( * ) ) );
000078 'END';
000079 OUTPUT(4,'( ( ( ( ( SUMME FUER ALLE I MERKMALE ) ) / ) ) ) );
000080 'FOR' I:=1 'STEP' 1 'UNTIL' R 'DO' OUTPUT(4,'( ( 5ZD.DDB ) ) , RV1[I] );
000081 OUTPUT(4,'( ( ( ( ( SUMME FUER ALLE J MERKMALE ) ) / ) ) ) );
000082 'FOR' J:=1 'STEP' 1 'UNTIL' S 'DO' OUTPUT(4,'( 5ZD.DDB ) ) , RV2[J] );
000083 OUTPUT(4,'( ( ( ( ( SUMME FUER ALLE K MERKMALE ) ) / ) ) ) );
000084 'FOR' K:=1 'STEP' 1 'UNTIL' T 'DO' OUTPUT(4,'( 5ZD.DDB ) ) , RV3[K] );
000085 OUTPUT(4,'( ( ( ( ( SUMME FUER ALLE L MERKMALE ) ) / ) ) ) );
000086 'FOR' L:=1 'STEP' 1 'UNTIL' U 'DO' OUTPUT(4,'( 5ZD.DDB ) ) , RV4[L] );
000087 'END';
```

```

000088 'COMMENT'PROZEDURENDE;
000089 'PROCEDURE'NULL(S,Q,WMV);
000090 'ARRAY'S;
000091 'INTEGER'Q;
000092 'INTEGER'ARRAY'WMV;
000093 'BEGIN'
000094   'INTEGER'I,J,K,L;
000095   'FOR'I:=1'STEP'1'UNTIL'WMV(Q,1)'DO' 'FOR'J:=1'STEP'1'UNTIL'WMV(Q,2)'DO'
000096   'FOR'K:=1'STEP'1'UNTIL'WMV(Q,3)'DO' 'FOR'L:=1'STEP'1'UNTIL'WMV(Q,4)'DO'
000097     SC(I,J,K,L):=0,0; 'END';
000098 'COMMENT'PROZEDURENDE NULL;
000099 'PROCEDURE'ADD(S,A,WMV,D1,D2,D3,D4,Q);
000100 'ARRAY'S,A;
000101 'INTEGER'D1,D2,D3,D4,Q;
000102 'INTEGER'ARRAY'WMV;
000103 'BEGIN'
000104   'INTEGER'I,J,K,L,I1,J1,K1,L1;
000105   'FOR'I:=1'STEP'1'UNTIL'D1'DO' 'FOR'J:=1'STEP'1'UNTIL'D2'DO'
000106   'FOR'K:=1'STEP'1'UNTIL'D3'DO' 'FOR'L:=1'STEP'1'UNTIL'D4'DO'
000107     'BEGIN'
000108       I1:=I;
000109       J1:=J;
000110       K1:=K;
000111       L1:=L;
000112       'IF'WMV(Q,1)'EQUAL'1'THEN'I1:=1;
000113       'IF'WMV(Q,2)'EQUAL'1'THEN'J1:=1;
000114       'IF'WMV(Q,3)'EQUAL'1'THEN'K1:=1;
000115       'IF'WMV(Q,4)'EQUAL'1'THEN'L1:=1;
000116       SC(I1,J1,K1,L1):=SC(I1,J1,K1,L1)+AC(I,J,K,L);
000117     'END';
000118 'END';
000119 'COMMENT'PROZEDURENDE ADD;
000120 'PROCEDURE'ITER(A,WMV,Q,BD1,BD2,BD3,BD4,ABE,V,S,D1,D2,D3,D4);
000121 'ARRAY'A,V,S;
000122 'INTEGER'ARRAY'WMV,BD1,BD2,BD3,BD4;
000123 'INTEGER'Q,ABE,D1,D2,D3,D4;
000124 'BEGIN'
000125   'INTEGER'I,J,K,L,I1,J1,K1,L1,M;
000126   NULL(S,Q,WMV);
000127   ADD(S,A,WMV,D1,D2,D3,D4,Q);
000128   'FOR'I:=1'STEP'1'UNTIL'D1'DO' 'FOR'J:=1'STEP'1'UNTIL'D2'DO'
000129   'FOR'K:=1'STEP'1'UNTIL'D3'DO' 'FOR'L:=1'STEP'1'UNTIL'D4'DO'
000130     'BEGIN'
000131       'FOR'M:=1'STEP'1'UNTIL'ABE'DO'
000132         'BEGIN'
000133           'IF'I'NOTEQUAL'BD1[M]'THEN'GOTO'M4;
000134           'IF'J'NOTEQUAL'BD2[M]'THEN'GOTO'M4;
000135           'IF'K'NOTEQUAL'BD3[M]'THEN'GOTO'M4;
000136           'IF'L'NOTEQUAL'BD4[M]'THEN'GOTO'M4;
000137           GOTO'M5;
000138         M4:
000139         'END';
000140         I1:=I;
000141         J1:=J;
000142         K1:=K;
000143         L1:=L;
000144         'IF'WMV(Q,1)'EQUAL'1'THEN'I1:=1;
000145         'IF'WMV(Q,2)'EQUAL'1'THEN'J1:=1;
000146         'IF'WMV(Q,3)'EQUAL'1'THEN'K1:=1;
000147         'IF'WMV(Q,4)'EQUAL'1'THEN'L1:=1;
000148         'IF'SC(I1,J1,K1,L1)'LESS'0.000001'THEN'SC(I1,J1,K1,L1):=1.0;
000149         AC(I,J,K,L):=AC(I,J,K,L)+VC(I1,J1,K1,L1)/SC(I1,J1,K1,L1);
000150       M5:
000151     'END';
000152 'END';
000153 'COMMENT'PROZEDURENDE ITER;
000154 H3:
000155 OUTPUT(9,1('('('EINGABE KONSOLE 7 WERTE'))));
000156 READ(D1,D2,D3,D4,IT,FG,ZV);
000157C 'COMMENT' D = DIMENSIONEN DER VERTEILUNG, IT = ITERATIONSLIMIT, FG = FEHLER
000158C ERGRENZE IN PROZENT, ZV = ART DER ZWISCHENVERTEILUNG;
000159 FG:=FG/100,0;
000160 DC1:=D1;
000161 DC2:=D2;
000162 DC3:=D3;
000163 DC4:=D4;
000164 INARRAY(21,WMV);
000165 'FOR'Q2:=1'STEP'1'UNTIL'4'DO' 'FOR'Q1:=1'STEP'1'UNTIL'4'DO'
000166   'IF'WMV(Q1,Q2)'EQUAL'2'THEN'WMV(Q1,Q2):=DCQ2;
000167 'BEGIN'
000168   'ARRAY'AC1(D1,1),D2,1),D3,1),D4;S1,V1C1(WMV(1,1),1),WMV(1,2),1),WMV(1,3),1),WMV
000169   (1,4)),S2,V2C1(WMV(2,1),1),WMV(2,2),1),WMV(2,3),1),WMV(2,4)),S3,V3C1(WMV(3,1),1),WMV
000170   (3,2),1),WMV(3,3),1),WMV(3,4)),S4,V4C1(WMV(4,1),1),WMV(4,2),1),WMV(4,3),1),WMV(4,4));
000171   'INTEGER'I,J,K,L,M,DIM,I1,J1,K1,L1;

```

```
000172 INARRAY(21,A);
000173 'COMMENT' A = AUSGANGSVERTEILUNG;
000174S OUTPUT(9,'( ('EINGABE KONSOLE: AUSGANGSVERTEILUNG WIRD AUSGEDRUCKT
000175S JA(1)NEIN(0)'))');
000176 READ(UR);
000177 'IF'UR'EQUAL'1'THEN'
000178 'BEGIN'
000179 MAT(A,D1,D2,D3,D4);
000180 'END';
000181 INARRAY(21,V1);
000182 OUTPUT(4,'( ('(V1)')/(')'))');
000183 OUTARRAY(4,V1);
000184 INARRAY(21,V2);
000185 OUTPUT(4,'( ('(V2)')/(')'))');
000186 OUTARRAY(4,V2);
000187 INARRAY(21,V3);
000188 OUTPUT(4,'( ('(V3)')/(')'))');
000189 OUTARRAY(4,V3);
000190 INARRAY(21,V4);
000191 OUTPUT(4,'( ('(V4)')/(')'))');
000192 OUTARRAY(4,V4);
000193 'COMMENT' V = NEUE VERTEILUNGEN, S = ENTSPRECHENDE ALTE RANDVERTEILUNG;
000194S OUTPUT(9,'( ('EINGABE ANZAHL BEKANNTER NEUER ELEMENTE'))');
000195S READ(ABE);
000196C 'COMMENT' ABE = ANZAHL BEKANNTER ELEMENTE DER
000197C NEUEN VERTEILUNG;
000198S ABER:=ABE;
000199 'IF'ABER'EQUAL'0'THEN'ABER:=1;
000200 'BEGIN'
000201S 'INTEGER' IARRAY'BD1,BD2,BD3,BD4[1:ABER],BD[1:4];
000202S 'ARRAY'BE[1:ABER];
000203S 'REAL'BEX;
000204S 'FOR'M:=1'STEP'1'UNTIL'ABE'DO'
000205S 'BEGIN'
000206S INARRAY(21,BD);
000207S INREAL(21,BEX);
000208S BD1[M]:=BE[1];
000209S BD2[M]:=BE[2];
000210S BD3[M]:=BE[3];
000211S BD4[M]:=BE[4];
000212S BEX[M]:=BEX;
000213S 'END';
000214S OUTPUT(4,'( ('//('DIE FOLGENDEN WERTE WURDEN VORGEGEBEN'))//(')'))');
000215S OUTPUT(4,'( ('(POSITION: I J K L WERT))//(')'))');
000216S 'FOR'M:=1'STEP'1'UNTIL'ABE'DO'OUTPUT(4,'( ('1BZDB ,3(BZDBB),5ZD,DD/))',B
000217S D 1[M],BD2[M],BD3[M],BD4[M],BEX[M]));
000218C 'COMMENT' BD = POSITION DES BE IN DER NEUEN VERTEILUNG,
000219C BE = BEKANNTES ELEMENT DER NEUEN VERTEILUNG;
000220S DIM:=4;
000221S 'IF'D1'EQUAL'1'THEN'DIM:=DIM-1;
000222S 'IF'D2'EQUAL'1'THEN'DIM:=DIM-1;
000223S 'IF'D3'EQUAL'1'THEN'DIM:=DIM-1;
000224S 'IF'D4'EQUAL'1'THEN'DIM:=DIM-1;
000225S 'COMMENT' BESTIMMUNG DER DIMENSION DER VERTEILUNG;
000226S 'IF'ZV'EQUAL'0'THEN'GOTO'M4;
000227S 'IF'ZV'EQUAL'2'THEN'GOTO'M5;
000228S NULL(S1,1,WMV);
000229S NULL(S2,2,WMV);
000230S NULL(S3,3,WMV);
000231S NULL(S4,4,WMV);
000232S ADD(S1,A,WMV,D1,D2,D3,D4,1);
000233S ADD(S2,A,WMV,D1,D2,D3,D4,2);
000234S ADD(S3,A,WMV,D1,D2,D3,D4,3);
000235S ADD(S4,A,WMV,D1,D2,D3,D4,4);
000236S 'FOR'I:=1'STEP'1'UNTIL'D1'DO'FOR'J:=1'STEP'1'UNTIL'D2'DO'
000237S 'FOR'K:=1'STEP'1'UNTIL'D3'DO'FOR'L:=1'STEP'1'UNTIL'D4'DO'
000238S 'BEGIN'
000239S 'FOR'M:=1'STEP'1'UNTIL'4'DO'
000240S 'BEGIN'
000241S I1:=I;
000242S J1:=J;
000243S K1:=K;
000244S L1:=L;
000245S 'IF'WMV[M,1]EQUAL'1'THEN'I1:=I;
000246S 'IF'WMV[M,2]EQUAL'1'THEN'J1:=J;
000247S 'IF'WMV[M,3]EQUAL'1'THEN'K1:=K;
000248S 'IF'WMV[M,4]EQUAL'1'THEN'L1:=L;
000249S 'IF'M'EQUAL'1'THEN'
000250S 'BEGIN'
000251S 'IF'S1[I1,J1,K1,L1]NOTGREATER'0.000001'THEN'
000252S S1[I1,J1,K1,L1]=1.0;
000253S 'IF'VIC[I1,J1,K1,L1]NOTGREATER'0.000001'THEN'GOTO'M9;
000254S ACI,J,K,L1]=ACI,J,K,L1]*EXP(LN(VIC[I1,J1,K1,L1]
000255S )/DIM);
000256S M9;
000257S 'END';
```



```
000340      'GOTOIM8;
000341      M7:
000342      'IFIAIT'NOTGREATER'IT'THEN'GOTOIM1;
000343      'END';
000344      OUTPUT(4, '(#)' );
000345S     OUTPUT(4, '( (DIE ANZAHL DER ITERATIONSSCHRITTE UEBERTRAF DAS VORGEGEBENE
000346S     LIMIT VON) 'B3ZDB'(IUM)' ,B3ZDB('SCHRITTE')'///' )',IT,AIT -IT);
000347     OUTPUT(4, '( (DAS BISHERIGE ERGEBNIS WIRD AUSGEGEBEN.)'/'/)' );
000348     FG:=FG*100,0;
000349S     OUTPUT(4, '( (DIE ERGEBNISSE WEISEN EINE RANDVEKTORENABWEICHUNG VON MEHR
000350S     ALS) 'BZD,4DB('PROZENT AUF ')/' )',FG);
000351S     OUTPUT(4, '( (ES WIRD EMPFOHLEN, DAS ITERATIONSLIMIT ODER DIE ZULAESSIGE
000352S     FEHLERGRENZE ZU ERHOEHEN )'/'///' ) );
000353     M8:
000354S     OUTPUT(4, '( (#34B) (DAS RAS-VERFAHREN ERGAB NACH )'B3ZDB('ITERATIONSSCHRI
000355S     TTEN)'/'/)' ,AIT);
000356     FG:=FG*100,0;
000357S     OUTPUT(4, '( (#34B) (BEI EINER ZULAESSIGEN FEHLERGRENZE VON) 'BZD,DDDB
000358S     '( (PROZENT)'/'/)' ,FG);
000359S     OUTPUT(4, '( (#38B) (DIE NEUE FOLGENDE) 'DBB'(DIMENSIONALE VERTEILUNG)'
000360S     '///' )',DIM);
000361     MAT(A,D1,D2,D3,D4);
000362     OUTARRAY(51,A);
000363     OUTPUT(9, '( (EINGABE KONSOLE: NEUES HAS JA(1)-NEIN(0))'/'/)' );
000364     READ(NEU);
000365     'IF'NEU'EQUAL'1'THEN'GOTOIM3;
000366     'END';
000367     'END';
```

L I T E R A T U R V E R Z E I C H N I S

- M. Bacharach, Biproportional Matrices and Input - Output - Change, Cambridge 1970.
- H. Birg, Probleme der Schätzung von Matrixelementen aus bekannten Randverteilungen. Dargestellt am Beispiel einer Wanderungsmatrix auf Länderebene für die Bundesrepublik Deutschland, DIW, Vierteljahreshefte zur Wirtschaftsforschung, 1972, 79 - 85.
- W.E. Deming and F.F. Stephan, On a Least Squares Adjustment of a Sampled Frequency Table when the Expected Marginal Totals are Known, The Annals of Mathematical Statistics, 11 (1940), 427 - 444.
- D. Friedlander, A Technique for Estimating a Contingency Table, Given the Marginal Totals and Some Supplementary Data, Journal of the Royal Statistical Society, 124 (1961), 412 - 420.
- H.J. Jacksch and K. Konrad, Zur Schätzung von Input - Output - Tabellen aus ihren Reihensummen, Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik, 186 (1971), 131 - 138.
- Input - Output Relationships 1954 - 1966, by R. Stone, J. Bates and M. Bacharach, in: A Program For Growth, University of Cambridge, 1963, insbesondere die Seiten 27 - 30.
- T.I. Matuszewski and P.R. Pitts, Linear Programming Estimate of Changes in Input Coefficients, The Canadian Journal of Economics and Political Science, 30 (1964), 203 - 210.

- R. Stäglich, Aufstellung von Input - Output - Tabellen,  
in: DIW - Beiträge zur Strukturforchung, Heft 4,  
1968, 72 - 75.
- R. Stäglich, Input - Output - Tabellen und Input - Output -  
Analysen für die Bundesrepublik Deutschland, in:  
DIW - Beiträge zur Strukturforchung, Heft 6, 1969,  
21.
- F.F. Stephan, An Iterative Method of Adjusting Sample  
Frequency Tables when Expected Marginal Totals are  
Known, The Annals of Mathematical Statistics, 13 (1942),  
166 - 178.