ECONSTOR
Make Your Publications Visible.

A Service of

ZBW Leibniz-Informationszentrum Wirtschaft
Leibniz Information Centre for Economics

Monissen, Hans G.

Working Paper

Unternehmerverhalten bei Erlösmaximierung

Diskussionsbeiträge, No. 60

Provided in Cooperation with:
Department of Economics, University of Konstanz

Suggested Citation: Monissen, Hans G. (1975) : Unternehmerverhalten bei Erlösmaximierung, Diskussionsbeiträge, No. 60, Universität Konstanz, Fachbereich Wirtschaftswissenschaften, Konstanz

This Version is available at:
https://hdl.handle.net/10419/78154

Standard-Nutzungsbedingungen:

Die Dokumente auf EconStor dürfen zu eigenen wissenschaftlichen Zwecken und zum Privatgebrauch gespeichert und kopiert werden.

Sie dürfen die Dokumente nicht für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, öffentlich zugänglich machen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Sofern die Verfasser die Dokumente unter Open-Content-Lizenzen (insbesondere CC-Lizenzen) zur Verfügung gestellt haben sollten, gelten abweichend von diesen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

Terms of use:

Documents in EconStor may be saved and copied for your personal and scholarly purposes.

You are not to copy documents for public or commercial purposes, to exhibit the documents publicly, to make them publicly available on the internet, or to distribute or otherwise use the documents in public.

If the documents have been made available under an Open Content Licence (especially Creative Commons Licences), you may exercise further usage rights as specified in the indicated licence.

WWW.ECONSTOR.EU

Mitglied der Leibniz-Gemeinschaft

FACHBEREICH WIRTSCHAFTSWISSENSCHAFTEN
UNIVERSITÄT KONSTANZ

UNTERNEHMERVERHALTEN BEI ERLÖSMAXIMIERUNG

Hans G.Monissen

DISKUSSIONSBEITRÄGE

wrc
10
i
d48-60

D-775 Konstanz
Postfach 733

UNTERNEHMERVERHALTEN BEI ERLÖSMAXIMIERUNG

Hans G. Monissen

März 1975

Diskussionsbeiträge
des Fachbereichs Wirtschaftswissenschaften
der Universität Konstanz

Nr. 60

Unternehmerverhalten bei Erlösmaximierung *

Zur Orientierung

Die intellektuelle Reaktion auf die wachsende Kritik an der traditionellen Theorie der Unternehmung hat zu einer Reihe von Neuorientierungen geführt, die sich in erster Annäherung unter bewußtem Verzicht auf taxonomische Subtilität wie folgt strukturieren lassen: Auf der einen Seite, und zwar dogmenhistorisch etwas früher lokalisiert, stehen die Bemühungen im Rahmen der breiteren Perspektive der modernen Organisationstheorie durch Theorien "adaptierenden" bzw. "aspirierenden" Verhaltens (satisficing behavior), den klassischen Marginalismus der traditionellen ökonomischen Theorie des "optimierenden" Verhaltens zu überwinden[1]. Auf der anderen Seite wären die heterogenen Ansätze im Rahmen der modernen Theorie der Eigentumsrechte anzuführen, die sich mehr dem traditionellen Gedankengut der klassischen Ökonomik verpflichtet fühlen, wobei sie allerdings durch eine Reihe von einfachen, doch entscheidenden theoretischen Neuformulierungen unter systematischer Einbeziehung sozio-kultureller Variabler das Anwendungsfeld der überlieferten Theorie in bedeutender Weise erweitert haben[2]. Ohne auf Gemeinsamkeiten oder

---

1) Als eine autoritative Quelle für die theoretische Fundierung dieser Position soll auf H. A. Simon hingewiesen werden: Theories of Decision Making in Economics and Behavioral Science, Amer. Econ. Rev., Vol. 49, 1959, S. 253-283. Bereits Simons Kontrastierung von "Economics" und "Behavioral Science" im Titel seines Übersichtsaufsatzes illustriert in besonderer Weise den damals weitverbreiteten Skeptizismus im Hinblick auf die Relevanz und Leistungsfähigkeit der traditionellen ökonomischen Theorie.

2) Vergleiche dazu im einzelnen den Übersichtsartikel von E. Furubotn und S. Pejovich, Property Rights and Economic Theory: A Survey of Recent Literature, J. Econ. Lit., Vol. 4, 1972, S. 1137-1162, sowie ihren jüngst publizierten Leseband The Economics of Property Rights, Cambridge, Mass. 1974.

* Der Autor ist Herrn G. Gäfgen und Herrn H.J. Ramser für eine kritische Durchsicht einer früheren Fassung zu Dank verpflichtet.

unterscheidende Charakteristika der angesprochenen beiden Richtungen näher einzugehen, sei an dieser Stelle nur angemerkt, daß sich die eigentumsrechtliche Perspektive der modernen Theorie der Unternehmung der behavioristischen Konkurrenz[1] des alternativen Ansatzes als analytisch überlegen erwiesen hat, nicht zuletzt deswegen, weil "adaptierendes" Verhalten in systematischer Weise als "optimierendes" Verhalten interpretiert werden kann, falls bestimmte Annahmen über die Existenz positiver Größen von Informations- und Anpassungskosten eingeführt werden. Fühlen sich die beiden skizzierten Ansätze dem Postulat empirischer Relevanz verpflichtet, so ist ein dritter Bereich intellektueller Bemühungen mehr durch ein Streben nach syntaktischer Eleganz charakterisiert; dies sind die Arbeiten der sog. mathematischen Theorie der Unternehmung[2]. Die kurze Tour d'horizont wäre unvollständig, ohne auf eine heterogene Gruppe von Individualisten hinzuweisen, die sich weniger unter einer breiteren theoretischen Forschungsstrategie zusammenfassen lassen als vielmehr unter einem unausgesprochenen Konsensus, die überlieferte empirisch unbefriedigende Theorie der Unternehmung durch Einbeziehung von Hypothesen mittlerer Reichweite zu ergänzen.

Die wohl bekannteste dieser letzteren Hypothesen ist Baumols Erlösmaximierungshypothese (allgemein unter der Nebenbedingung eines bestimmten Mindestgewinns formuliert)[3], die in jüngerer Zeit in immer stärkerem Maße durch J. K. Galbraith' missionarisches Schrifttum popularisiert wurde[4].

---

1) Die Klassifikation "behavioristisch" rechtfertigt sich aus dem Bemühen, unter weitgehendem Verzicht auf eine Formulierung konkreter Zielfunktionen eine "realistische" Beschreibung des Prozeßablaufs anzustreben.

2) Probleme der Forschungsstrategie dieser Richtung sind besonders deutlich in O. Morgensterns kritischem Essay dokumentiert: Thirteen Critical Points in Contemporary Economic Theory: An Interpretation, J. Econ. Lit., Vol. 4, 1972, S. 1163-1189.

3) Vgl. W. J. Baumol, Business Behavior, Value and Growth, revidierte Ausgabe, New York 1967.

4) So z. B. in: The New Industrial State, 2. revidierte Ausgabe, Boston 1971, und Economics and the Public Purpose, Boston 1973. Vgl. dazu im einzelnen H. G. Monissen, Economics and the Public Purpose, Some Discussion Points Related to Chapter Three of John K. Galbraith's Homonymous Book. erscheint in: Schw. Z. Volkswirtsch. Statist., Heft 2, 1975.

Dies bringt uns zu unserer eigentlichen Problemstellung: Obwohl die Erlösmaximierungshypothese in weiterführenden Kursen zur mikroökonomischen Theorie angeführt wird, findet sich unseres Wissens keine systematische Gesamtdarstellung ihrer theoretischen Implikationen und ihrer durch Änderung exogener Größen bedingten Reaktionsmuster[1]. Mehr noch, die einzige zusammenhängende Gesamtdiskussion, die Anfang der siebziger Jahre in der American Economic Review publiziert wurde, ist nicht nur durch eine Reihe von analytischen und geometrischen Unklarheiten charakterisiert, sondern die entscheidenden Ableitungen sind mathematisch unhaltbar. Einer der Diskutanten, Hawkins, faßt einige der wesentlichen Ergebnisse wie folgt zusammen[2]: "Baumol's claim that revenue maximizers in general produce a larger output than profit maximizers may not be true; certainly there seems no reason why it should necessarily be true." Und:"The general presumption that revenue maximizers advertise more than profit maximizers is not necessarily valid either". Als ein theoretisches Nebenprodukt unserer Analyse fällt der Nachweis an, daß Hawkins' Argumentation ungültig ist und daß die Negation seiner Konklusionen wahr ist.

Unsere Diskussion ist ganz auf theoretische und analytische Klarstellung der Hypothese abgestellt, wobei die nicht zu vermeidende Breite der Darstellung der Abhandlung den Charakter einer

---

1) Neuere Arbeiten auf dem Gebiet der Unternehmungstheorie postulieren in Variation des bekannten Berle-Means-Themas über "Trennung von Eigentum und Kontrolle" ein diskretionäres Verhalten des Firmenmanagements, das sich durch eine Nutzenanalyse beschreiben läßt, die formal ähnlich der Erlösmaximierungshypothese ist. Dies ergibt eine weitere Begründung für eine etwas detailliertere Analyse dieser Hypothese. Für eine nutzentheoretische Analyse des diskretionären Spielraums des Managements moderner Großunternehmungen vgl. z.B. O.E. Williamson, The Economics of Discretionary Behavior: Managerial Objectives in a Theory of the Firm, Englewood Cliffs 1964, oder M. Brown und N. Revankar, A Generalized Theory of the Firm: An Integration of the Sales and Profit Maximization Hypotheses, Kyklos, Bd. 24, 1971, S. 427-443.

2) C. J. Hawkins, The Revenue Maximization Oligopoly Model: Comment, Amer. Econ. Rev., Vol. 60, 1970, S. 431.
Der Aufsatz von Hawkins gibt dem interessierten Leser die Gelegenheit, retrospektiv einen Überblick über die vorangegangene Diskussion zu finden. Für eine Zusammenstellung der Literatur bis zu diesem Zeitpunkt vgl. D. Spaetling, Umsatzmaximierung und Werbung bei fixem Mindestgewinn: Eine graphische Analyse, Z. ges. Staatswiss., 125. Band, 1969, S. 89-105.

didaktischen Übung gibt. Allerdings ist nicht beabsichtigt, den theoretischen Plausibilitätsgrad der Hypothese durch analytische Ableitungen zu erhöhen. Unserer Meinung nach ist Baumols Hypothese ein empirisch kaum zu haltendes ad-hoc-Konstrukt, das ex post durch vage Hinweise auf vordergründig geäußerte Zielsetzungen von Leitern großer Unternehmungen rationalisiert wurde. Bereits 1965 hat Alchian[1] auf die inhärente Implausibilität der Hypothese hingewiesen, die im Widerspruch zu anderen Theoriestücken der ökonomischen Theorie steht: Solange der Gewinn eine bestimmte Mindestgröße überschreitet, ist die Grenzrate der Substitution von Profit durch Erlös unendlich, d.h., die Unternehmung ist nicht bereit, auf eine kleine Einheit Erlös zu verzichten, selbst wenn ein beliebig großer Gewinnprospekt als Kompensation in Aussicht gestellt wird. Wird die Gewinnrestriktion unterschritten, wird die relevante Grenzrate der Substitution in ebenso uneinsichtiger Weise auf Null gesetzt[2].

Die formale Analyse

Es erleichtert das Verständnis der weiteren Diskussion, wenn wir der formalen Analyse ein Verzeichnis der verwendeten Terme voranstellen:

A = Werbeausgaben in DM
C = Gesamtkosten in DM

L = Lagrangesche Zielvariable
p = Preisindex des Produktionsvolumens
q = Produktionsvolumen in physischen Größen

---

1) A.A. Alchian, The Basis of Some Recent Advances in the Theory of the Management of the Firm, J. Ind. Econ., Vol. 14, 1965, S. 30-41.

2) Dieses asymmetrische Anpassungsverhalten läßt sich, wie Rosenberg gezeigt hat, in Form einer einfachen lexikographischen Präferenzfunktion ausdrücken: R. Rosenberg, Profit Constrained Revenue Maximization: Note, Amer. Econ. Rev., Vol. 61, 1971, S. 208 - 209.

R = Erlös bzw. Umsatz in DM
w = nominale Lohnrate
λ = Lagrangescher Multiplikator
π = laufende Profite in DM

Der Gesamterlös hängt sowohl vom Produktionsvolumen q als auch von der Höhe der Werbeausgaben A ab. Die Reaktion des Erlöses auf eine Variation des Produktionsvolumens ist, der üblichen Vorgehensweise folgend, zunächst positiv, dann Null, und schließlich negativ. Es ist intuitiv einleuchtend, daß der relevante Variationsbereich nur den ökonomisch akzeptablen Bereich positiver Änderungen umfassen wird. Die Werbeausgaben A bedingen über den gesamten positiven Definitionsbereich abnehmende Erlöszuwächse.

Der diskutierte Zusammenhang läßt sich formal wie folgt darstellen:

$$R = R(q, A) \qquad (1)$$

wobei gilt: $R_q > 0$ [1]; $R_{qq} < 0$; $R_A > 0$; $R_{AA} < 0$; $R_{qA} > 0$

Die letztere Annahme, nämlich daß der Grenzerlös der Ausbringung positiv auf die Werbeausgaben bezogen ist, ist ökonomisch unmittelbar einsichtig und bedarf keiner weiteren Diskussion[2].

Die Produktionskosten steigen mit zunehmendem Produktionsvolumen und steigender nominaler Lohnrate, die als exogene, marktgegebene Größe in die Analyse einbezogen wird[3]. Der Einfachheit halber unterstellen wir konstante oder zunehmende Produktionskostenzu-

---

1) Unter der impliziten Annahme, daß nur ein ganz bestimmter Variationsbereich von q für eine ökonomisch sinnvolle Lösung relevant wird.

2) Analytisch wäre hinreichend, wenn R_{qA} nichtnegativ ist.

3) Das zentrale Interesse an der Wirkung von Lohnsatzänderungen ergibt sich aus der Vielfalt der in der Literatur zu findenden Vermutungen über die Wirkungen von "cost-push" auf Preise und Outputvolumen.

wächse[1]. Falls abnehmende Kostenzuwächse wirksam werden, gelten sie für Outputmengen, die unterhalb der für die Lösung relevanten Größenordnungen liegen. Wie gewohnt sind Werbeausgaben und Produktionskosten additiv in folgender Gesamtkostenfunktion verknüpft:

$$C = C(q, \bar{w}) + A \qquad (2)$$

wobei gilt: $C_q > 0$, $C_{\bar{w}} > 0$; $C_{qq} > 0$; $C_{q\bar{w}} > 0$

Die letzte Ungleichung weist aus, daß die Grenzkosten der Produktion positiv auf die nominale Lohnrate bezogen sind, eine Annahme, die direkt aus der analytischen Konstruktion der üblichen Grenzkostenverläufe folgt.
Es erscheint wichtig, an dieser Stelle festzuhalten, daß die bisher unterstellten Vorzeichen der partiellen Ableitungen denen analytisch äquivalent sind, die der Diskussion in der American Economic Review zugrundegelegt wurden [2].
Nach diesen Vorbemerkungen läßt sich nun direkt die Handlungsmaxime für eine Unternehmung postulieren, die Erlösmaximierung unter der Nebenbedingung anstrebt, daß ein bestimmter exogen vorgegebener Mindestgewinn nicht unterschritten wird. Unter der Annahme, daß die Instrumentvariablen q und A nichtnegative Werte annehmen, läßt sich die Handlungsmaxime in Form eines

---

1) Diese Annahme erleichtert das Verständnis der analytischen und geometrischen Zusammenhänge, ohne die Ergebnisse für den ökonomisch relevanten Bereich zu beeinflussen. Eine kurze Betrachtung möglicher Implikationen "übermäßig" starker abnehmender Produktionskostenzuwächse soll im Rahmen der geometrischen Interpretation der analytischen Ergebnisse gegeben werden.

2) Siehe dazu C. J. Hawkins, op. cit.

nichtlinearen Programmierungsproblems formulieren:

Max $R(q, A)$ unter den Bedingungen
q,A

$$-R(q,A) + C(q, \bar{w}) + A \leq -\pi^{o}\ ^{1)}; \quad q \text{ und } A \geq 0$$

Die erste Nebenbedingung zeigt, daß der laufende Gewinn eine vorgegebene Größe π^{o} nicht unterschreiten darf. Unter der Annahme eines gegebenen Kapitalstocks und einer gegebenen Marktzinsrate läßt sich π^{o} über die übliche Kapitalisierungsformel in eine gewünschte Kapitalertragsrate transformieren, eine Größe, die in verschiedenen Arbeiten zur Geldtheorie Verwendung findet.

Schreiben wir das Optimierungsproblem in vertrauter Weise in Form eines Lagrangeschen Ansatzes, so erhalten wir:

$$L = R(q, A) + \lambda[R(q, A) - C(q, \bar{w}) - A - \pi^{o}] \qquad (3)$$

Wir unterstellen, was sich anhand von ökonomischen Überlegungen begründen läßt, daß die Restriktion bindet und somit als Gleichung gilt. Ist dies der Fall, so folgt aus dem Kuhn-Tucker-Theorem[2)], daß λ in der oben angeführten Formulierung positiv sein muß.

---

1) Die additive Verknüpfung der Werbeausgaben in der Restriktion erklärt die Bedeutung, die der Annahme zugewiesen werden muß, daß die Werbeausgaben abnehmenden Erlöszuwächsen unterliegen. Ist R_{AA} größer als Null, so ist einer Erlösexpansion keine Schranke gesetzt. Das gleiche gilt, wenn R_{AA} gleich Null ist und R_A gleich oder größer als eins ist.

2) Vgl. dazu im einzelnen M. D. Intriligator, Mathematical Optimization and Economic Theory, Englewood Cliffs 1971, S. 56 ff.

Schließen wir (also) die Möglichkeit einer Ecklösung aus, so sind die Bedingungen erster Ordnung für ein Maximum wie folgt definiert:

$$R_q + \lambda(R_q - C_q) = 0 \qquad (4)$$

$$R_A + \lambda(R_A - 1) = 0 \qquad (5)$$

$$R(q, A) - C(q, \bar{w}) - A - \bar{\Pi}^o = 0 \qquad (6)$$

Aus den Gleichungen (4) und (5) folgt, daß die Grenzrate der Substitution von Aktivität q durch Aktivität A gleich dem Verhältnis ihrer jeweiligen Grenzkosten ist. Unter der Annahme eines positiven Wertes für λ ist der Grenzerlös bezogen auf die Ausbringung kleiner als seine Grenzkosten, und der Grenzerlös der Werbeausgaben ist kleiner als 1 (die entsprechenden Grenzkosten der Werbung). Bekanntlich sind für den Fall des Gewinnmaximums diese Größen gleich. Es ließe sich nun vermuten, daß beide Aktivitäten für den Fall der Erlösmaximierung notwendigerweise über ihre gewinnmaximalen Werte gesetzt werden, das hieße, daß ein Erlösmaximierer im Vergleich zu einem Gewinnmaximierer ein höheres Produktionsvolumen erstellt und ein höheres Werbebudget in Kauf nimmt. Diese Vermutung ist korrekt, wenn die eingangs postulierten Annahmen über die Größen der ersten und zweiten partiellen Ableitungen realisiert sind. Eine geometrische Darstellung des Zusammenhanges soll im folgenden Abschnitt gegeben werden.

Sehen wir für einen Augenblick einmal davon ab, daß wir λ aufgrund des Kuhn-Tucker-Theorems einen positiven Wert zugewiesen haben. Bekanntlich sind die in den Gleichungen (4) - (6) formulierten Bedingungen erster Ordnung für ein Maximum hinreichend, wenn die folgende geränderte Hessesche Determinante positiv ist:

$$\begin{vmatrix} (1+\lambda) R_{qq} - \lambda C_{qq} & (1+\lambda) R_{qA} & R_q - C_q \\ (1+\lambda) R_{Aq} & (1+\lambda) R_{AA} & R_A - 1 \\ R_q - C_q & R_A - 1 & 0 \end{vmatrix}$$

Die Berechnung dieser Determinante ergibt:

$$\Delta = - R_A (R_A - 1) \left[- \frac{1}{R_A^3} \left(R_{qq} R_A^2 - 2 R_{Aq} R_q R_A + R_{AA} R_q^2 \right) + C_{qq} \right] > 0 \qquad (7)$$

Unter den angeführten Vorzeichen der partiellen Ableitungen der Erlös- und Kostenfunktionen ist Δ dann und nur dann positiv, wenn $(R_A - 1)$ negativ bzw. wenn λ positiv ist.

Um die Wirkungen von Variationen von π^o und $\bar{w}$ auf die Aktivitätsniveaus q und A sowie auf die Variablen R und p aufzuzeigen, ergänzen wir das System (4) - (6) um die Gleichung (1) und eine Gleichung, die p definiert:

$$p = \frac{R(q, A)}{q} \qquad (8)$$

Differenzieren wir diese Gleichungen total nach den Variablen π^o und $\bar{w}$, so erhalten wir folgendes Gleichungssystem:

$$\begin{pmatrix} (1+\lambda) R_{qq} - \lambda C_{qq} & (1+\lambda) R_{qA} & (R_q - C_q) & 0 & 0 \\ (1+\lambda) R_{Aq} & (1+\lambda) R_{AA} & (R_A - 1) & 0 & 0 \\ (R_q - C_q) & (R_A - 1) & 0 & 0 & 0 \\ -R_q & -R_A & 0 & 1 & 0 \\ -\frac{qR_q - R}{q^2} & -\frac{R_A}{q} & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dq \\ dA \\ d\lambda \\ dR \\ dp \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 0 & \lambda c_{q\bar{w}} \\ 0 & 0 \\ 1 & c_{\bar{w}} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d\pi^o \\ d\bar{w} \end{pmatrix} \qquad (9)$$

Die Vorzeichenmatrizen der Koeffizientenmatrizen der endogenen und exogenen Variablen ergeben sich aus den Vorzeichen der partiellen Ableitungen und dem Vorzeichen des Lagrangeschen Multiplikators:

$$\begin{pmatrix} - & + & - & 0 & 0 \\ + & - & - & 0 & 0 \\ - & - & 0 & 0 & 0 \\ - & - & 0 & + & 0 \\ + & - & 0 & 0 & + \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 0 & + \\ 0 & 0 \\ + & + \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Die gegebenen Informationen sind hinreichend, um folgendes qualitative Reaktionsmuster abzuleiten:

$$\frac{\partial q}{\partial \pi^o} < 0; \quad \frac{\partial A}{\partial \pi^o} < 0; \quad \frac{\partial R}{\partial \pi^o} < 0; \quad \frac{\partial p}{\partial \pi^o} \quad ?;$$

$$\frac{\partial q}{\partial \bar{w}} < 0; \quad \frac{\partial A}{\partial \bar{w}} \quad ?; \quad \frac{\partial R}{\partial \bar{w}} < 0; \quad \frac{\partial p}{\partial \bar{w}} \quad ?;$$

Entgegen einer möglichen a-priori-Vermutung ist die Wirkung einer Erhöhung des exogen vorgegebenen Mindestgewinns π^o auf das Preisniveau unbestimmt. Diese Indeterminiertheit läßt sich jedoch erklären, denn wir wissen, daß beide Aktivitätsniveaus (q und A) sinken - d.h., die beiden Aktivitäten sind in der Sprache der Haushaltstheorie normale Güter - und daß q und A entgegengesetzte Effekte auf das Preisniveau haben. Möglicherweise überraschen mag das Ergebnis, daß in der zweiten Kette der Reaktionswirkungen die Variation der Werbeausgaben unbestimmt bleibt. Wiederum hilft uns eine Analogie aus der Haushaltstheorie: Erhöhungen von $\bar{w}$ erhöhen die Grenzkosten von q, d.h., den Preis von q. Der direkte Effekt auf q ist bestimmt, nicht aber der indirekte Effekt auf A, der unter anderem von der Preiselastizität von q abhängt, über deren Größe keine Annahmen getroffen wurden. Somit ist auch indirekt die Unbestimmtheit der Wirkung der Lohnänderung auf p in der zweiten Kette erklärt. Dies ist ein bemerkenswertes Ergebnis, das in der üblichen Mikrodiskussion nicht klar erkannt wird. Wie wir weiter unten zeigen werden, hängt dieses Ergebnis nicht von der Zielfunktion der Unternehmung ab, sondern von der Einbeziehung der Werbeausgaben in die Erlösfunktion.

Es sollte bereits an dieser Stelle festgehalten werden, daß die bisherigen Ergebnisse hinreichend sind, um die einleitend angeführten Vermutungen von Hawkins, die als Resümée der American Economic Review Diskussion dargestellt wurden, zu falsifizieren.

Eine geometrische Interpretation

Charakterisierendes Merkmal einer ökonomischen Perspektive ist der Versuch, die Handlungsalternativen einer Entscheidungssituation nach Kriterien ihrer Wünschbarkeit einerseits und nach

Kriterien ihrer Realisierbarkeit andererseits zu ordnen, wie es in der Haushaltstheorie paradigmatisch durch den Gegensatz von Nutzenfunktion und Budgetrestriktion vollzogen wird.

Betrachten wir zunächst in Analogie zur Nutzenfunktion unsere Zielfunktion, die Erlösfunktion $R = R(q, A)$. Für willkürlich vorgegebene Werte von R beschreibt der geometrische Ort aller Kombinationen von q und A eine Schar von Kurven, sogenannte Isoerlöskurven, deren Steigung wie folgt definiert ist:

$$\left.\frac{dA}{dq}\right|_R = -\frac{R_q}{R_A}$$

Diese Ableitung ist negativ, wenn die partiellen Ableitungen der Erlösfunktion, wie angeführt, positiv sind. Die Kurven verlaufen konvex zum Ursprung, wenn die Grenzrate der Substitution entlang einer Isoerlöskurve abnimmt, d.h., wenn die foltende Ableitung positiv ist:

$$\left.\frac{d^2A}{dq^2}\right|_R = -\frac{1}{R_A^3}\left(R_{qq}R_A^2 - 2\,R_{qA}R_qR_A + R_{AA}R_q^2\right)$$

Unter den eingangs festgelegten Annahmen ist diese Ableitung eindeutig positiv.

Für den Fall, daß R_q negativ wird, wird die Steigung der Isoerlöskurven positiv, wobei, wie die 2. Ableitung der Isoerlösfunktion ausweist, eine weitere Charakterisierung im Gegensatz zum fallenden Bereich der Kurve nicht möglich ist. Der in der Graphik angeführte gestrichelte Verlauf folgt somit dem ästhetischen Empfinden des Autors und nicht analytischen Notwendigkeiten (Abbildung 1):

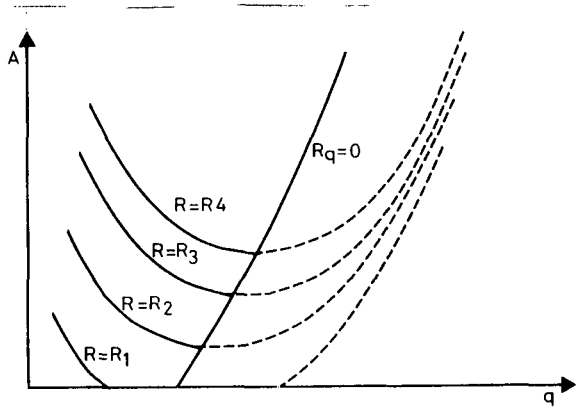

Abb. 1

Aus der Größe der partiellen Ableitungen ergibt sich der skizzierte Verlauf der Isoerlöskurven, wobei $R_1 < R_2 < R_3 < R_4$ gilt. Die Kammlinie der Minima läßt sich aus der Bedingung

$$\left.\frac{dA}{dq}\right|_R = -\frac{R_q}{R_A} = 0$$

berechnen, die eine implizite Funktion $R_q(q, A) = 0$ definiert. Die Ableitung dieser Kurve läßt sich über folgendes Differential bestimmen:

$$R_{qq}dq + R_{qA}dA = 0,$$

woraus folgt, daß die Steigung eindeutig positiv ist. Wie sich

leicht verifizieren läßt, unterliegen die Isoerlöskurven links der Minima-Linie sogenannten Pareto-Bedingungen[1], d.h., die Steigungen der Isoerlöskurven nehmen entlang Parallelen zur q-Achse ab und nehmen entlang Parallelen zur A-Achse zu:

$$\left.\frac{d^2A}{dq^2}\right|_A = -\frac{R_{qq}R_A - R_qR_{Aq}}{R_A^2} > 0$$

$$\left.\frac{d^2A}{dqdA}\right|_q = -\frac{R_{qA}R_A - R_qR_{AA}}{R_A^2} < 0$$

Es ist einleuchtend, daß die in Abbildung 1 skizzierte positive Steigung der Isoerlöskurven ökonomisch irrelevant ist und somit, wie weiter unten gezeigt werden kann, für eine Lösung des Entscheidungsproblems nicht in Frage kommt. Aus der ökonomischen Theorie folgt, daß der Grenzerlös, bezogen auf die Ausbringung, wenn überhaupt, so nur für größere Volumina negativ werden kann. Ist dies der Fall, so ist einleuchtend, daß eine gegebene Erlössumme auch bei einer niedrigeren Ausbringung und somit mit niedrigeren Produktionskosten und höherem Gewinn realisiert werden kann.

Der geometrische Verlauf der Restriktion "gegebener Mindestgewinn" ist etwas schwieriger zu bestimmen. Die Steigung entlang einer Isogewinnkurve im q-A-Raum ist wie folgt definiert:

$$\left.\frac{dA}{dq}\right|_{\bar{\pi}} = -\frac{R_q - C_q}{R_A - 1}$$

Die Ableitung ist negativ, wenn Zähler und Nenner negativ sind

---

1) In der Indifferenzkurvenanalyse der Haushaltstheorie folgt daraus, daß im Zwei-Güter- Fall das Giffen-Paradoxon logisch ausgeschlossen wird.

(der ökonomisch relevante Fall) oder wenn beide Größen positiv sind. Sie ist positiv, wenn entweder der Nenner oder der Zähler negativ ist. Bezogen auf die q-Achse ist die Ableitung Null, wenn $R_q = C_q$ ist. Bei alternativ vorgegebenen π^o-Werten liegen alle diese Fälle auf einer Kammlinie, die aus folgender impliziter Funktion ableitbar ist:

$$R_q(q, A) - C_q(q) = 0$$

Ihre Steigung ist:

$$\left.\frac{dA}{dq}\right|_{R_q=C_q} = -\frac{R_{qq} - C_{qq}}{R_{qA}} > 0$$

Eine analoge Beziehung läßt sich aus der Funktion $R_A - 1 = 0$ ableiten; die Ableitung dieser Funktion ist:

$$\left.\frac{dA}{dq}\right|_{R_A=1} = -\frac{R_{Aq}}{R_{AA}} > 0$$

Aus der Ungleichung $(R_{qq} - C_{qq})\, R_{AA} - R_{qA}^2 > 0$, die neben den Ungleichungen $(R_{qq} - C_{qq})$ und R_{AA} kleiner Null die Bedingungen 2. Ordnung für ein absolutes Gewinnmaximum angibt, läßt sich nachweisen, daß die Steigung für die $R_q = C_q$ -Kurve im Schnittpunkt mit der $R_A = 1$ -Kurve größer ist.

Die Änderungsrate der Steigung der Isogewinnkurve ist wie folgt definiert:

$$\left.\frac{d^2A}{dq^2}\right|_{\pi} = -\frac{1}{(R_A - 1)^3}\Big[(R_{qq} - C_{qq})\,(R_A - 1)^2 - 2\,R_{Aq}(R_q - C_q)\,(R_A - 1) + R_{AA}(R_q - C_q)^2\Big]$$

Für den Fall, daß (R_{qq} - C_{qq}) negativ ist, läßt sich der in der Abbildung 2 skizzierte Verlauf ableiten, wobei wiederum die Krümmungseigenschaften für den gestrichelten Bereich willkürlich angesetzt wurden.

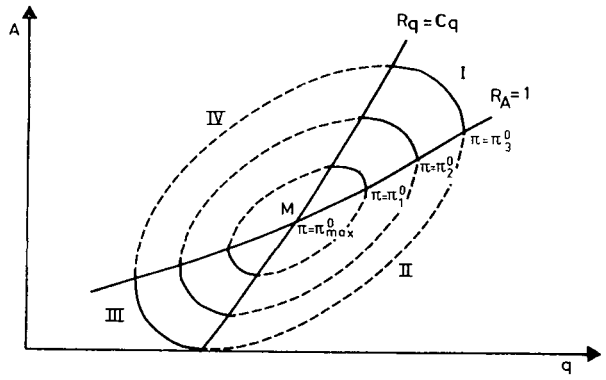

Abb. 2

Auf eine bedeutende analytische Eigenschaft der Restriktion sollte noch hingewiesen werden: Die Steigung der Isoerlöskurven entlang der Maxima-Linie $R_q = C_q$ ist eindeutig negativ[1]:

$$\left.\frac{dA}{dq}\right|_R = -\frac{R_q}{R_A} = -\frac{C_q}{R_A} < 0 \quad \text{für } C_q,\ R_A > 0$$

Somit ist gesichert, daß die Lösung in den Bereich I fällt. Da im relevanten Bereich die Restriktion streng konvex ist und die Zielfunktion streng konkav, ist die Lösung eindeutig.

Wie werden die Ergebnisse nun geändert, wenn hinreichend große abnehmende Grenzkostenzuwächse vorliegen ($R_{qq} > C_{qq}$) ?[2] Unter dieser Bedingung charakterisiert für jedes vorgegebene Werbebudget die Bedingung $R_q = C_q$ ein Minimum. Der geometrische Ort dieser Minima beschreibt eine Kurve mit negativer Steigung. Schließen wir allerdings pathologische Grenzfälle aus, so wissen wir aus der Preistheorie, daß die Linie der Maxima rechts von der Linie der Minima liegen muß und/oder daß die Maxima für größere q-A-Kombinationen definiert sind[3]. Unter diesen Bedingungen wäre z.B. ein geometrischer Verlauf der Kurve der Extrema wie in Abbildung 3 denkbar, wobei die Bedingung $R_A > 0$ der üblichen empirischen Restriktion $R_{AA} < 0$ unterliegt.

---

1) Dies gilt ebenfalls für die weiter unten diskutierte Minima-Stufe.

2) Eine analoge Betrachtung ergibt sich für die Bedingung $R_{AA} > 0$. Von einer weiteren Analyse dieser Bedingung kann im gegebenen Zusammenhang abgesehen werden.

3) Dies läßt sich ableiten, wenn man in gewohnter Weise die Grenzerlösfunktion in Abhängigkeit von Variationen der Werbeausgaben entlang einer Standardkostenfunktion verschiebt.

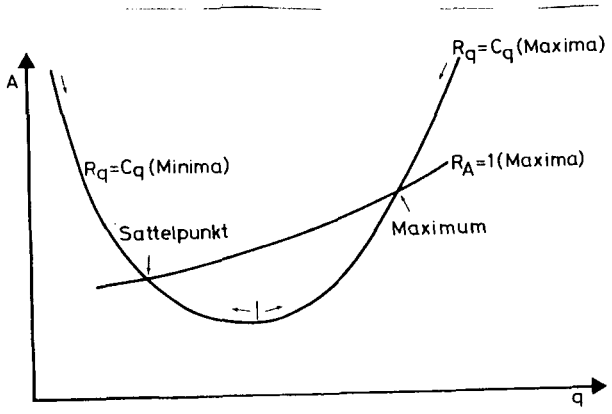

Abb. 3

Variationen der Systemparameter lassen sich nun wie folgt illustrieren: Um eine ökonomisch sinnvolle Problemstellung zu garantieren, muß der vorgegebene Mindestgewinn natürlich kleiner als der maximal mögliche sein. Erhöhen wir den vorgegebenen Mindestgewinn, so wird für die Lösung eine neue Isogewinnkurve relevant, die innnerhalb der Ausgangskurve liegt. Das neue Gleichgewicht ist, wie die formale Analyse ergeben hat, durch eine niedrigere Ausbringungsmenge und ein niedrigeres Werbebudget charakterisiert.

Erhöhen wir nun die nominale Lohnrate, so zieht sich die Isogewinnkurvenschar nach innen zusammen und verschiebt sich gleichzeitig nach links unten. Die Isogewinnkurve für den Wert π^o, der ja konstant gehalten wird, liegt somit im Bereich der Lösungswerte unterhalb der Ausgangskurve. Die Lohnerhöhung wird die Maxima-Linie $R_q = C_q$ nach links verschieben [1], und zwar

1) Die Gewinnmaxima sind durch die Bedingung $R_q = C_q$ definiert. Bei Konstanz von A reduziert sich q in Abhängigkeit von einer Lohnratenerhöhung, was impliziert, daß sich die Maxima-Linie nach links verschiebt:

$$R_{qq}dq = C_{qq}dq + C_{q\bar{w}}d\bar{w} \text{ bzw. } \left.\frac{dq}{d\bar{w}}\right|_A = \frac{C_{q\bar{w}}}{R_{qq} - C_{qq}} < 0$$

entlang der Kammlinie $R_A = 1$, die von w unabhängig ist. Die durch die Lohnerhöhung induzierten "Einkommens"- und "Preis"-Effekte wirken gemeinsam in Richtung auf eine Reduktion von q, verlaufen jedoch im Falle der Werbeausgaben entgegengesetzt, woraus folgt, daß die Gesamtwirkung auf die Werbeausgaben indeterminiert bleibt. Der diskutierte Zusammenhang ist in Abbildung 4 illustriert.

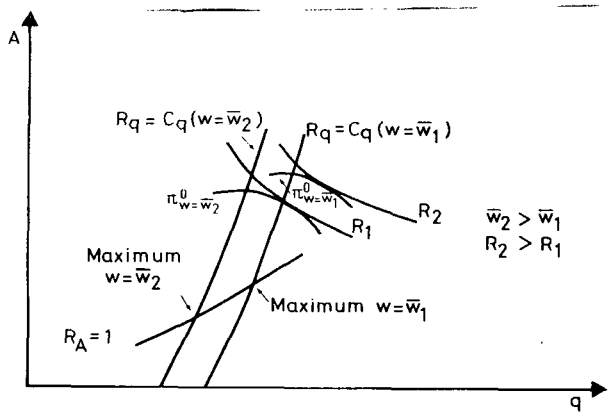

Abb. 4

Erlösmaximierung versus Gewinnmaximierung

Aus der Konstruktion der Isogewinnkurven folgt, daß ein Gewinnmaximierer seine Ausbringung generell niedriger als ein Erlösmaximierer ansetzen wird und daß sein Werbebudget generell kleiner ist. Wie nun aber wird ein Gewinnmaximierer auf eine Erhöhung der nominalen Lohnrate reagieren ? Es läßt sich leicht nachweisen, daß das Reaktionsmuster der endogenen Variablen wie folgt definiert ist:

$$\frac{\partial q}{\partial \overline{w}} < 0; \quad \frac{\partial A}{\partial \overline{w}} < 0; \quad \frac{\partial R}{\partial \overline{w}} < 0; \quad \frac{\partial p}{\partial \overline{w}} \quad ?; \quad \frac{\partial \pi_{max}}{\partial \overline{w}} < 0;$$

Im Gegensatz zum Erlösmaximierer wird ein Gewinnmaximierer eindeutig sein Werbebudget verringern, ein Fall, der einer näheren Erklärung bedarf. Wie aus der graphischen Konstruktion der Isogewinnkurven ersichtlich ist, liegt das absolute Gewinnmaximum im Zentrum einer Kurvenschar, die nach außen niedrigere Gewinne ausweist. Eine Erhöhung der Lohnrate wird diesen Punkt auf eine benachbarte linksliegende Maxima-Linie $R_q = C_q$ tragen, die für eine höhere Lohnrate gilt. Unter der Annahme, daß R_A positiv auf q bezogen ist, muß R_A nach der kosteninduzierten Reduktion der Outputmenge kleiner als 1 sein, d.h., das Werbebudget muß ebenfalls nach unten korrigiert werden. Der geometrische Zusammenhang ist eindeutig, denn die zugehörige R_A = 1-Kammlinie, die unverändert bleibt, hat eine positive Steigung, die kleiner als die der zugehörigen $R_q = C_q$ - Linie ist. Der Preiseffekt ist wiederum indetermi-

niert, diesmal als Folge entgegenlaufender Effekte von Output- und Werbeausgabenkontraktionen.

Zusammenfassung

Die wichtigsten Ergebnisse unserer Diskussion lassen sich thesenartig wie folgt zusammenfassen:

1. Unter allgemein akzeptierten ökonomischen Annahmen über den Verlauf der Erlös- und Kostenfunktion ist ein Erlösmaximum unter der Nebenbedingung eines vorgegebenen Mindestgewinns eindeutig bestimmt.
2. Ausbringungsmenge und Werbeausgaben werden unter der Handlungsmaxime "Erlösmaximierung" eindeutig höher angesetzt als im Falle des klassischen Gewinnmaximierungskalküls.
3. Erhöhungen des vorgegebenen Mindestgewinns werden zu einer Reduktion der Ausbringungsmenge und des Werbebudgets führen. Die Erlöse werden fallen. Die Wirkung auf das Outputpreisniveau bleibt indeterminiert, da der Preiseffekt einer Outputreduktion positiv, der Preiseffekt einer Verringerung der Werbeausgaben aber negativ ist. Der Gesamteffekt ist daher unter den üblichen ökonomischen Annahmen nicht zu bestimmen.
4. Erhöhungen der nominalen Lohnrate haben einen ~~gleich~~negativen gerichteten Kosten- und Gewinneffekt auf die Ausbringungsmenge. Konterkarierende Substitutionseffekte und Gewinneffekte im Falle der Werbeausgaben verhindern aber die Möglichkeit einer eindeutigen qualitativen Bestimmung der indirekten Wirkung einer Lohnreduktion. Die Möglichkeit der Existenz entgegenlaufender Wirkungen auf Outputmenge und Werbeausgaben lassen den Outputpreiseffekt unbestimmt. Die Wirkungsrichtung auf die Erlöse hingegen ist eindeutig negativ.

5. Bei Realisierung der Gewinnmaximierungshypothese wird eine Erhöhung der Lohnrate in eindeutiger Weise zu einer Reduktion der Werbeausgaben führen, ein Ergebnis, das durch die spezifische geometrische Lage des absoluten Gewinnmaximums erklärt werden kann.

Die angeführten Ergebnisse korrigieren eine in der Literatur vertretene Position, die behauptet, daß die Lösungen für den Umsatzmaximierer zwar von denen eines Gewinnmaximierers verschieden, doch in keiner Weise eindeutig unterscheidbar sind. Weiterhin konnte gezeigt werden, daß eine systematische Analyse der Reaktionen zentraler Kontrollvariabler in bezug auf eine Variation der das Verhalten der Unternehmung konditionierenden Umweltvariablen möglich ist. Die formale Analyse konnte durch eine einfache geometrische Technik ergänzt werden, die eine übersichtliche Reinterpretation der Ergebnisse im Rahmen eines zweidimensionalen Diagramms erlaubt.