

Läufer, Nikolaus K. A.

Working Paper

Marktungleichgewichte und Variablenmessfehler bei der Schätzung von Parametern eines Gleichgewichtsmodells

Diskussionsbeiträge, No. 33

Provided in Cooperation with:

Department of Economics, University of Konstanz

Suggested Citation: Läufer, Nikolaus K. A. (1973) : Marktungleichgewichte und Variablenmessfehler bei der Schätzung von Parametern eines Gleichgewichtsmodells, Diskussionsbeiträge, No. 33, Universität Konstanz, Fachbereich Wirtschaftswissenschaften, Konstanz

This Version is available at:

<https://hdl.handle.net/10419/78136>

Standard-Nutzungsbedingungen:

Die Dokumente auf EconStor dürfen zu eigenen wissenschaftlichen Zwecken und zum Privatgebrauch gespeichert und kopiert werden.

Sie dürfen die Dokumente nicht für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, öffentlich zugänglich machen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Sofern die Verfasser die Dokumente unter Open-Content-Lizenzen (insbesondere CC-Lizenzen) zur Verfügung gestellt haben sollten, gelten abweichend von diesen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

Terms of use:

Documents in EconStor may be saved and copied for your personal and scholarly purposes.

You are not to copy documents for public or commercial purposes, to exhibit the documents publicly, to make them publicly available on the internet, or to distribute or otherwise use the documents in public.

If the documents have been made available under an Open Content Licence (especially Creative Commons Licences), you may exercise further usage rights as specified in the indicated licence.

Marktungleichgewichte
und Variablenmeßfehler
bei der Schätzung von
Parametern eines
Gleichgewichtsmodells

33

Nikolaus K.A. Läufer

April 1973

Diskussionsbeiträge des Fachbereichs Wirtschaftswissen-
schaften der Universität Konstanz

Nr. 33

I N H A L T

I Einleitung

II Ein stochastisiertes Gleichgewichtsmodell als anschaulicher Hintergrund

III Zulässigkeit und Folgen von Marktungleichgewichten

1. Der formale Aspekt der Zulassung von Ungleichgewichten
2. Systematische Ungleichgewichte
3. Zufällige Ungleichgewichte
4. Die Kombination systematischer und zufälliger Ungleichgewichte
5. Einschränkungen bei verzögert endogenen Variablen

IV Zulässigkeit und Folgen von Variablenmeßfehlern

V Schlußbemerkung

I. Einleitung

Bei der Schätzung von Parametern simultaner Gleichungssysteme erhebt sich die Frage nach der Zulässigkeit und den Folgen des Auftretens von Ungleichgewichten in prinzipiell für Gleichgewichtssituationen konstruierten Modellen.

Von besonderem Interesse ist dabei die Frage nach den Auswirkungen auf den Mittelwert und die Streuung der Parameterschätzwerte, also die Frage ob und inwieweit die vorkommenden Ungleichgewichtssituationen zu zusätzlichen Verzerrungen führen und die Unzuverlässigkeit der Parameterschätzungen erhöhen.

Es erweist sich als fruchtbar, zwischen systematischen und zufälligen Ungleichgewichten zu unterscheiden, analog zur statistischen Trennung von systematischen und zufälligen Fehlern.

Die Möglichkeit der Interpretation von Ungleichgewichten als Fehler, d.h. als fehlerartige Abweichungen vom Gleichgewicht, legt es nahe, auf Beziehungen zur Theorie der Variablenmeßfehler (errors in equation) im Gegensatz zu Gleichungsfehlern (errors in equation) zu achten. Die bestehende Analogie zwischen zufälligen Variablenmeßfehlern und (zufälligen) Ungleichgewichten erlaubt die Übertragung von Aussagen und Beweisen aus der Theorie der Meßfehlermodelle auf das Problem der Wirkung zufälliger Ungleichgewichte.

Das Ergebnis dieser Übertragung schlägt sich im folgenden in der Formulierung einer Reihe von Voraussetzungen nieder, die in bezug auf die zufälligen Ungleichgewichte bzw. Variablenmeßfehler erfüllt sein müssen, damit das Ziel konsistenter Parameterschätzwerte erreicht werden kann.

II. Ein stochastisiertes Gleichgewichtsmodell als anschaulicher Hintergrund

Bei der Behandlung der in der Einleitung skizzierten Fragen verwenden wir ein einfaches simultanes Gleichgewichtsmodell bestehend aus vier Verhaltensgleichungen, einer Definitionsgleichung und zwei Gleichgewichtsbedingungen, also insgesamt sieben Gleichungen. Sie lauten im einzelnen:

$$\text{Geldnachfrage:} \quad L = l_0 + l_1 i + l_2 Y \quad (1)$$

$$\text{Geldangebot:} \quad M = m_0 + m_1 i + m_2 \bar{G} \quad (2)$$

$$\begin{array}{l} \text{Gleichgewichts-} \\ \text{bedingung für} \\ \text{den Geldmarkt:} \end{array} \quad L = M \quad (3)$$

$$\begin{array}{l} \text{Private Investi-} \\ \text{tionsnachfrage:} \end{array} \quad I_p = v_0 + v_1 i + v_2 \bar{UG}_{-1} \quad (4)$$

$$\begin{array}{l} \text{Gesamtes Sparen der} \\ \text{priv. Haushalte:} \end{array} \quad S = s_0 + s_1 i + s_2 Y + s_3 \bar{C}_{-1} \quad (5)$$

$$\begin{array}{l} \text{Definition der} \\ \text{gesamten} \\ \text{"Investitionen"} \end{array} \quad I \equiv I_p + \frac{(I_s + C_s + Ex - Im)}{\quad} \quad (6)$$

$$\begin{array}{l} \text{Gleichgewichtsbe-} \\ \text{dingung für den} \\ \text{Gütermarkt:} \end{array} \quad I = S \quad (7)$$

Die durch diese Gleichungsliste **noch** nicht definierten Variablen haben folgende Bedeutung:

i = Zinssatz

Y = Bruttosozialprodukt

\overline{UG}_{-1} = Unverteilte Unternehmergewinne (incl. Abschreibungen) der Vorperiode

\overline{C}_{-1} = privater Konsum der Vorperiode

\overline{I}_s = staatliche Investitionen

\overline{C}_s = Staatsverbrauch

$\overline{Ex - Im}$ = Exportüberschuß (Außenbeitrag)

Die sieben unabhängigen Gleichungen reichen gerade hin, um die Gleichgewichtswerte der sieben endogenen Variablen ($L, M, i, Y, \overline{I}_p, S, I$) für vorgegebene Werte der vorherbestimmten Variablen (quer überstrichene Variable: $\overline{G}, \overline{C}_{-1}, \overline{UG}_{-1}$, etc.) zu bestimmen.

Dieses einfache Modell bildet einen anschaulichen Hintergrund für unsere Zwecke. Da wir das Modell an anderer Stelle¹ ausführlich erörtert haben, können wir uns ohne Umschweife den eigentlich interessierenden Fragen zuwenden.

Bevor das geschieht wollen wir jedoch noch etwas über die Stochastisierung des zunächst nur deterministisch formulierten Modells aussagen.

Alle Verhaltensgleichungen unseres Modell werden für die Zwecke der ökonometrischen Schätzung stochastisiert durch additives Hinzufügen einer Zufallsvariablen. Diese Zufallsvariable ist theoretisch auf die übliche Weise zu interpretieren:

1. Als Nettoeffekt aller für das Verhalten relevanten,

¹ Vgl.: Ökonometrische Erklärung von Zinssatz und Geldangebot anhand eines simultanen Gleichungssystems für die BRD, Konstanzer Habilitationsschrift, erscheint demnächst bei G. Fischer, Stuttgart

aber aus verschiedenen Gründen aus den Verhaltensgleichungen ausgelassenen Erklärungsvariablen.

2. Als grundlegendes, aber unvorhersagbares Zufallselement in menschlichen Verhaltensreaktionen.

Beide Arten des Zufallseinflusses werden zusammen auch als "errors in equation" oder Gleichungsfehler bezeichnet, im Gegensatz zu den "errors in measurement" oder Meßfehlern². Inwieweit das Zufallsglied auch Meßfehler enthalten kann, werden wir weiter unten feststellen.

Üblicherweise wird verlangt³, daß der Erwartungswert eines Zufallsgliedes gleich null ist, daß Zufallsglieder verschiedener Zeitpunkte unkorreliert sind, unabhängig davon ob sie zur selben Gleichung oder zu verschiedenen Gleichungen gehören. "Gegenwärtige" Korrelationen zwischen Zufallsglie-

2 Vgl. L.R. Klein, A Textbook of Econometrics, Evanston Ill., 1953, S. 282 ff.

Wir sprechen in Zukunft fast ausschließlich von dem Zufallsglied einer einzelnen Gleichung, obwohl alle endogenen Variablen einer Gleichung infolge der stochastischen Fehlerglieder aller Gleichungen, bereits aber infolge auch nur eines einzigen stochastischen Fehlergliedes innerhalb des ganzen Gleichungssystems, ebenfalls stochastische oder Zufallsvariable sind. Die endogenen Variablen unterliegen einer von den vorherbestimmten Variablen bedingten, durch die Fehlerglieder aber verursachten Wahrscheinlichkeitsverteilung, d.h. sie sind selbst "bedingte" Zufallsvariable. Obwohl also die Redeweise vom Zufallsglied einer Gleichung nicht korrekt, zumindest nicht streng eindeutig ist, halten wir der Einfachheit halber künftig an ihr fest, da wir überhaupt, und dann auch wegen dieser Bemerkung, keine Mißverständnisse befürchten. Üblicherweise bezeichnet man Schätzwerte der so verstandenen Zufallsglieder auch als Residuen.

3 Die folgenden Bedingungen variieren leicht mit der jeweiligen Schätzmethode. Wir haben sie formuliert für das Two-Stage-Least-Squares Verfahren. Vgl. H. Theil, Economic Forecasts and Policy, 2. Auflg., Amsterdam 1961, S. 225 ff. (insbes. S. 230).

den verschiedener Gleichungen dürfen von null verschieden sein. Die "gegenwärtigen" Kovarianzen und Varianzen müssen jedoch zeitunabhängig, d.h. zeitlich konstant sein (Homoskedastizität). Für ein ganzes simultanes Gleichungssystem wird ferner gefordert, daß die gegenwärtigen Zufallsglieder mit allen vorherbestimmten Variablen unkorreliert sind⁴.

⁴ Vgl. C.F. CHRIST, *Econometric Models and Methods*, New York, London, Sidney 1966, S.433

III. Zulässigkeit und Folgen von Marktungleichgewichten

1. Der formale Aspekt der Zulassung von Ungleichgewichten

Formal bedeutet die Zulassung von Ungleichgewichten auf einem Markt soviel wie eine Erweiterung des simultanen Gleichgewichtssystems um zwei endogene Variable und gleichzeitig um zwei Definitionsgleichungen. Außerdem muß die Bedingung für das "Gleichgewicht" neu formuliert werden. Definiert werden z.B. auf dem Geldmarkt die beiden zusätzlichen Variablen L^* und M^* durch die zusätzlichen Gleichungen

$$L^* \equiv L + e_L \quad (8)$$

und

$$M^* \equiv M + e_M \quad (9)$$

L und M sind die gewünschten und L^* und M^* die realisierten (beobachteten) Größen. e_L und e_M messen das Ungleichgewicht (die Abweichung der gewünschten von den tatsächlichen Größen) auf der Nachfrage- bzw. auf der Angebotsseite des Geldmarktes. Die Ungleichgewichtsgröße e ist als Summe aus zufälligem (e_r) und systematischem (e_s) Ungleichgewicht interpretierbar:

$$e = e_s + e_r$$

Die Gleichgewichtsbedingung lautet jetzt

$$L^* = M^* \quad (10)$$

statt wie zuvor $L = M$. Dabei ist sowohl L^* als auch M^* identisch gleich der tatsächlich beobachteten Geldmenge (M'). Daraus folgt, daß die neue "Gleichgewichtsbedingung" auf einem Markt für die Zwecke der ökonometrischen Schätzung als stets erfüllt gelten kann. Die Gleichgewichtsbedingung $L^* = M^*$ gerät zur Identität $L^* \equiv M^*$, weil $L^* \equiv M'$ und $M^* \equiv M'$. Um nun die Beobachtungsgrößen M' zur Schätzung der Geldnachfrage- und der Geldangebotsfunktion zu verwenden, sind in diesen Funktionen die Variablen L bzw. M mit Hilfe der Identitäten (8) und (9) zu eliminieren und die Funktionen dann nach L^* bzw. M^* aufzulösen.

So folgt aus der stochastisierten Geldnachfragefunktion

$$L = l_0 + l_1 i + l_2 Y + u \quad (11)$$

nach Elimination von L durch $L^* - e_L$, daß

$$L^* - e_L = l_0 + l_1 i + l_2 Y + u \quad (12)$$

und dann durch Auflösung nach L^* , daß

$$L^* = l_0 + l_1 i + l_2 Y + u + e_L \quad (13)$$

Diese Gleichung läßt sich nun unter Beachtung von $L^* \equiv M'$ schätzen. Analoges gilt für die Geldangebotsseite und für den Gütermarkt.

2. Systematische Ungleichgewichte

Die Gleichgewichtsbedingungen $L = M$ bzw. $I = S$ müssen für die Zwecke der ökonometrischen Schätzung in einem strikt linearen Modell nicht exakt erfüllt sein. Sowohl systematische

als auch zufällige Abweichungen vom Gleichgewicht sind, mit gewissen Einschränkungen, zulässig. Bei den systematischen Abweichungen ist "lediglich" zu fordern, daß das Ungleichgewicht während des Beobachtungszeitraumes, welcher der ökonomischen Schätzung zugrunde liegt, konstant bleibt, d.h. betrags- und vorzeichenmässig zeitlich nicht variiert. Solche zeitlich invariante, systematische Abweichungen vom Gleichgewicht lassen sich für den Geldmarkt durch folgende Gleichung darstellen (analoges gilt für den Gütermarkt):

$$L_t + e_{s,L} \equiv M_t + e_{s,M} \equiv M'_t \quad (14)$$

M'_t ist die tatsächlich umlaufende Geldmenge im Zeitraum t .
 $e_{s,L}$ ist die systematische, zeitlich invariante Abweichung der im Zeitraum t tatsächlich umlaufenden, d.h. gehaltenen Geldmenge (M'_t) von der gewünschten Geldhaltung (L_t).

$e_{s,M}$ ist die systematische, zeitlich invariante Differenz zwischen dem Geldangebot (M_t) der Banken und der tatsächlich umlaufenden Geldmenge (M'_t) im Zeitraum t .

Je nachdem ob $e_{s,L}$ und/oder $e_{s,M}$ gleich oder ungleich null sind, werden die Absolutbeträge l_0 und/oder m_0 der Funktion (1) und (2) richtig oder verzerrt geschätzt. Man setze, um das einzusehen, z.B. die Differenz

$$L_t \equiv M'_t - e_{s,L} \quad (15)$$

in die Funktion (1) ein, und löse nach der Geldmenge auf. Der Schätzwert für das Absolutglied ist dann ein Schätzwert für die Summe ($e_{s,L} + l_0$).

Man wird daher gegenüber Schätzwerten für die Absolutglieder einer Nachfrage- und/oder Angebotsfunktion stets skeptisch sein und Verzerrungen erwarten, wenn Gründe für die Annahme von systematischen Ungleichgewichten des untersuchten Marktes be-

stehen. Die Schätzung der übrigen Koeffizienten wird jedoch von zeitlich invarianten systematischen Ungleichgewichten nicht berührt (verzerrt), wohl aber die Schätzung von Elastizitäten, wenn diese sich entsprechend der üblichen Definition auf gewünschte Größen beziehen.

Bei Modellen, die linear in den Logarithmen der Variablen sind, gilt entsprechendes für den Fall solcher systematischer Fehler, die sich vor der Logarithmierung als zeitlich konstante multiplikative Faktoren (im Gegensatz zu den additiven Konstanten) ausdrücken lassen. Durch Logarithmierung verwandelt sich dieser multiplikative Fall in den eben besprochenen additiven.

3. Zufällige Ungleichgewichte

Die möglichen Arten zufälliger Abweichungen lassen sich speziell für den Geldmarkt wie folgt darstellen (analoges gilt für den Gütermarkt):

$$L_t + e_{r,L,t} \equiv M_t + e_{r,M,t} \equiv M'_t \quad (16)$$

$e_{r,L,t}$ = die zufallsbedingte Abweichung der tatsächlichen (M'_t) von der gewünschten Geldhaltung (L_t) im Zeitraum t .

$e_{r,M,t}$ = die zufallsbedingte Abweichung des Geldangebotes

(M_t) von der tatsächlich umlaufenden Geldmenge (M'_t) im Zeitraum t .

Für die zufälligen Abweichungen vom Gleichgewicht ist zunächst zu fordern, daß ihre Verteilungen zeitlich invariant (homoskedastisch) mit Mittelwert null sind. (Ist der Mittelwert nicht gleich null, dann liegt in dieser Höhe gleichzeitig eine systematische Abweichung vom Ungleichgewicht vor). Weiter

ist für konsistente Schätzungen zu fordern, daß die zufälligen Abweichungen vom Gleichgewicht, d.h., speziell für den Geldmarkt, die Variablen $e_{r,L}$ und $e_{r,M}$ mit keiner der vorkommenden vorherbestimmten Variablen des Modells korreliert sind, d.h. es müssen für die stochastischen Glieder der Gleichgewichtsbedingung die gleichen, üblichen Voraussetzungen erfüllt sein, wie für die Zufallsglieder der Verhaltensgleichungen.

Unter diesen Voraussetzungen werden die Parameter einer Nachfragegleichung (bzw. einer Angebotsgleichung) dadurch, daß die Gleichgewichtsbedingung auf dem betreffenden Markt über die Zeit stochastisch nicht exakt erfüllt ist, nicht verzerrt, und nicht inkonsistent, sondern lediglich mit größerer Streuung geschätzt. Das sieht man z.B. sofort anhand der Schätzgleichung (13). Ein Ungleichgewicht auf dem Geldmarkt hat sich in dieser Schätzgleichung durch die additive Hinzufügung eines weiteren Fehlerterms e_L zum ursprünglichen Fehlerterm u niedergeschlagen. Die Zufallskomponente von e_L bewirkt bei der Parameterschätzung eine Vergrößerung der Streuung, vorausgesetzt die Zufallsvariablen u und e_L sind nicht hinreichend negativ miteinander korreliert.

Der Einfachheit halber setzen wir im folgenden stets voraus, daß die (ursprünglichen) stochastischen Gleichungsfehler und die zusätzlichen stochastischen Ungleichgewichte unkorreliert sind.

Wie bei den systematischen Fehlern läßt sich auch hier ein multiplikativer Fall denken, der durch Logarithmierung linearisiert wird. Die genannten Voraussetzungen müssen jeweils nach der Linearisierung erfüllt sein.

4. Die Kombination systematischer und zufälliger Ungleichgewichte

Durch Kombination der beiden Abweichungstypen (zeitlich invariant systematisch und zufällig) lassen sich wohl sehr viele der tatsächlich vorkommenden zeitlichen Verläufe der Abweichungen vom Gleichgewicht auf den einzelnen Märkten hinreichend gut approximieren. Kritisch werden erst systematisch sich verändernde systematische Abweichungen.

5. Einschränkungen bei verzögert endogenen Variablen

Beim Gütermarkt unseres Modells müssen wir jedoch zufällige Abweichungen vom Gleichgewicht für die Angebotsseite, d.h. für das Sparangebot, so lange ausschließen, wie wir den Konsum (der Vorperiode) als verzögert endogene Variable unter den vorherbestimmten Variablen beibehalten.

Bei einem stochastischen, z.B. nur auf der Angebotsseite bestehenden Ungleichgewicht in der Vorperiode, d.h. mit

$$S^*_{-1} - S_{-1} \equiv e_{r,s,-1} \quad (17)$$

würde gemäß der Definition $C_{-1} \equiv Y_{-1} - S_{-1}$ als Konsum der Vorperiode der Wert

$$C^*_{-1} \equiv Y_{-1} - S_{-1} - e_{r,s,-1} \equiv C_{-1} - e_{r,s,-1} \quad (18)$$

gemessen. Für den wahren Konsumwert C_{-1} müßte man dann

$$C_{-1} = C^*_{-1} + e_{r,s,-1} \quad (19)$$

in die Sparfunktion einsetzen und erhielte nach einfacher

Umordnung der Sparfunktion den Ausdruck

$$S = s_0 + s_1 i + s_2 Y + s_3 C_{-1}^* + (s_3 e_{r,s,-1} + u) \quad (20)$$

Wegen der Beschaffenheit von C_{-1}^* entsprechend der Definition (18) und wegen der Zusammensetzung des eingeklammerten Zufallsgliedes in der Sparfunktion (20) - beide enthalten $e_{r,s,-1}$ - wäre für diese Funktion die Voraussetzung keiner Korrelation zwischen Zufallsgliedern und vorherbestimmten Variablen nicht mehr erfüllt. Es käme zu inkonsistenten Schätzungen der Parameter s_i .

IV Zulässigkeit und Folgen von Variablenmeßfehlern

Wir können übrigens den Fehlersymbolen in den bisherigen Gleichungen auch die Bedeutung von Meßfehlern geben, so daß schließlich systematische und zufällige Einflüsse zur Abweichung vom Gleichgewicht und zufällige wie systematische Meßfehler gleichzeitig zur Abweichung der gemessenen Werte von den tatsächlich bestehenden Gleichgewichts- bzw. Ungleichgewichtswerten führen.

In allgemeinster Form können wir deshalb für den gemessenen Wert der nachgefragten Geldmenge in einer Periode schreiben:

$$L^* \equiv L + ee_{s,L} + ee_{r,L} + em_{s,L} + em_{r,L} \quad (21)$$

ee = Gleichgewichtsfehler, genauer: Gleichgewichtsgleichungsfehler

em = Variablen-Meßfehler

s = systematisch

r = zufällig (random)

L* = gemessener Geldnachfragewert = gemessene Geldmenge (M')

L = gewünschte Geldhaltung (Geldnachfrage).

Entsprechend gilt für die Geldangebotsseite:

$$M^* \equiv M + ee_{s,M} + ee_{r,M} + em_{s,M} + em_{r,M} \quad (22)$$

Nach wie vor gilt jedoch die Gleichgewichtsidentität

$L^* \equiv M^*$ ($\equiv M'$), so daß die endgültige Schätzgleichung, z.B. für die Geldnachfrage, lautet:

$$L^* \equiv l_0 + l_1 i + l_2 Y + u + ee_{s,L} + ee_{r,L} + em_{s,L} + em_{r,L} \quad (23)$$

und nach zugehörigen Gliedern geordnet:

$$L^* \equiv [l_0 + (ee_{s,L} + em_{s,L})] + l_1 i + l_2 Y + [u + (ee_{r,L} + em_{r,L})] \quad (24)$$

und schließlich nach entsprechender Wahl von Symbolen:

$$L^* \equiv l_0 + e_s + l_1 i + l_2 Y + u + e_r \quad (25)$$

e_s = invariante, systematische Einflüsse: Meßfehler und/oder Ungleichgewichte

e_r = zufällige Einflüsse: Meßfehler und/oder Ungleichgewichte.

Ist $e_s \neq 0$, dann ist das geschätzte Absolutglied ein Schätzwert für $l_0 + e_s$ und l_0 wird verzerrt geschätzt.

Ist $e_r \neq 0$, d.h. gibt es t -Werte (Perioden), so daß $e_{r,t} \neq 0$, dann wird die Streuung der Parameterschätzwerte größer, als sie es allein durch den Gleichungsfehler u wäre.

Die mögliche Gleichzeitigkeit von $L^* = M^*$ und $L = M$ bedeutet nur, daß kein Ungleichgewicht besteht, zufällige und systematische Meßfehler können immer noch, wenn auch (in ihrer Summe) auf beiden Marktseiten in gleicher Größe, vorhanden sein:

$$L^* - L = M^* - M \text{ und } L^* \neq L.$$

Eine wichtige, bereits früher gemachte Voraussetzung über die zufälligen Größen $e_{r,t}$ ist jetzt auf den Fall der Meßfehler auszudehnen, d.h. nicht nur e_r , sondern auch $e_{r,t}$ dürfen für die Zwecke konsistenter Schätzungen nicht mit den vorherbestimmten Variablen korrelieren, und außerdem dürfen diese zufälligen Größen nicht mit solchen endogenen Variablen "verbunden" sein, die im System auch verzögert endogen vorkommen.

Was wir bisher auf einem Markt bzw. an zwei Gleichungen hinsichtlich der Meßfehler bei den "linksstehenden" unter den endogenen Variablen demonstrierten, gilt auch für einen weit größeren Kreis von Variablen eines beliebig grossen simultanen

Gleichungssystem. Sofern die systematischen Meßfehler (im additiven Modell als Absolutgrößen, im logarithmisch linearen Fall gelten analoge Aussagen für entsprechende multiplikative Faktoren) zeitlich invariant sind, führen sie bei allen Variablen, bei denen diese Fehler auftreten, d.h. sowohl bei den endogenen, als auch bei den vorherbestimmten Variablen, und in allen Gleichungen, in denen diese Variablen vorkommen, lediglich zu einer Verzerrung der Schätzung des Absolutgliedes, nicht aber der übrigen Koeffizienten einer (linearen) Gleichung.

Alle endogenen Variablen, soweit sie nicht auch als verzögert endogene unter den vorherbestimmten Variablen vorkommen, können bzw. dürfen mit solchen nicht-autokorrelierten zufälligen Meßfehlern behaftet sein, deren Verteilung zeitlich konstant ist und die nicht mit den vorherbestimmten Variablen korrelieren.

Es werden durch diese zufälligen Meßfehler lediglich die Streuungen der Koeffizientenschätzungen vergrößert⁵. Bei allen vorherbestimmten Variablen sind zufällige Meßfehler allerdings nicht zulässig. Sie führen zur Inkonsistenz der Schätzungen.

Die Richtigkeit dieser Behauptung geht teilweise aus folgender einfacher Überlegung hervor. Die Einführung von Meßfehlern bei den endogenen Variablen ist gleichbedeutend mit der gleichzeitigen Erweiterung des simultanen Gleichungssystems um eine endogene Variable und um eine Definitionsgleichung. Zu einer bereits im System vorkommenden wahren (exakt gemessenen) endogenen Variablen kommt der beobachtete, meßfehlerbehaftete Wert hinzu. Zwischen beiden besteht die definitorische Beziehung: Wahrer Wert plus Meßfehler ist (identisch) gleich beobachteter

⁵ Die stochastischen Meßfehler sollten nicht autokorreliert sein, d.h. die Kovarianzen von Meßfehlern verschiedener Zeitpunkte sollten gleich null sein.

Wert. Und das ist die zusätzliche Gleichung, die die Bestimmtheit des Systems erhält.

Ersetzt man in einer zu schätzenden Gleichung den wahren Wert einer Variablen durch die Differenz zwischen Beobachtungswert und Meßfehler, dann erhält man eine neue Schätzgleichung mit vergrößertem Fehlerglied. Zum ursprünglichen Gleichungsfehler kommt ein zusätzlicher Fehlerterm hinzu. Der zusätzliche Fehlerterm ist ein Produkt aus Variablenmeßfehler und zu schätzendem Variablenkoeffizienten.

Für den Fall einer meßfehlerbehafteten vorherbestimmten Variablen haben wir das Resultat einer solchen Substitution in Gleichung (20) bereits dargestellt. Für eine meßfehlerbehaftete endogene Variable, z.B. Y , können wir uns die formal fast völlig analoge Darstellung ersparen.

In unserem Modell ist nur der private Konsum der Vorperiode, als Differenz (zwischen Y_{-1} und S_{-1}) zweier verzögert endogener Variablen, verzögert endogen. Alle übrigen vorherbestimmten Variablen sind exogen. Die endogenen Variablen Y und S dürfen deshalb nicht meßfehlerbehaftet sein, wenn wir inkonsistente Schätzungen vermeiden wollen.

V Schlußbemerkung

Es zeigt sich, daß die Schätzung von Parametern eines Gleichgewichtsmodells keineswegs voraussetzt, daß die zur Schätzung verwendeten Beobachtungen meßfehlerfreie Gleichgewichtswerte darstellen. Bezüglich aller Variablen eines Modells sind systematische (konstante) Meßfehler und systematische (konstante) Ungleichgewichte zulässig und führen "lediglich" zu verzerrten Schätzungen der Absolutglieder (Konstanten) einer Gleichung. Bezüglich solcher endogenen Variablen, die im Modell nicht gleichzeitig verzögert auftreten, sind sowohl zufällige Meßfehler als auch zufällige Ungleichgewichte zulässig. Sie führen nicht zu inkonsistenten Schätzungen, sondern allenfalls zu einer Vergrößerung der Streuung der Schätzungen für die Parameter. Nur bezüglich der vorherbestimmten Variablen und solcher endogenen Variablen, die im Modell gleichzeitig als verzögert endogene Variable auftreten, sind zufällige Meßfehler bzw. zufällige Ungleichgewichte auszuschließen, wenn man inkonsistente Schätzungen vermeiden will.

Mit diesen Aussagen dürfte auch klar geworden sein, daß für einen weiten Bereich von Ungleichgewichtsphänomenen die Entwicklung spezieller Schätzmethoden nicht erforderlich ist, sofern man im Falle zufälliger Ungleichgewichte nicht an der Verringerung der Streuung bzw. bei systematischen (konstanten) Ungleichgewichten an der Vermeidung der Verzerrungen der Absolutglieder interessiert ist.