

Ronning, Gerd

**Working Paper**

Das Verhalten von Aktienkursveränderungen: Eine Überprüfung von Unabhängigkeits- und Verteilungs-Hypothesen anhand von nichtparametrischen Testverfahren

Diskussionsbeiträge, No. 43

**Provided in Cooperation with:**

Department of Economics, University of Konstanz

*Suggested Citation:* Ronning, Gerd (1974) : Das Verhalten von Aktienkursveränderungen: Eine Überprüfung von Unabhängigkeits- und Verteilungs-Hypothesen anhand von nichtparametrischen Testverfahren, Diskussionsbeiträge, No. 43, Universität Konstanz, Fachbereich Wirtschaftswissenschaften, Konstanz

This Version is available at:

<https://hdl.handle.net/10419/78132>

**Standard-Nutzungsbedingungen:**

Die Dokumente auf EconStor dürfen zu eigenen wissenschaftlichen Zwecken und zum Privatgebrauch gespeichert und kopiert werden.

Sie dürfen die Dokumente nicht für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, öffentlich zugänglich machen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Sofern die Verfasser die Dokumente unter Open-Content-Lizenzen (insbesondere CC-Lizenzen) zur Verfügung gestellt haben sollten, gelten abweichend von diesen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

**Terms of use:**

*Documents in EconStor may be saved and copied for your personal and scholarly purposes.*

*You are not to copy documents for public or commercial purposes, to exhibit the documents publicly, to make them publicly available on the internet, or to distribute or otherwise use the documents in public.*

*If the documents have been made available under an Open Content Licence (especially Creative Commons Licences), you may exercise further usage rights as specified in the indicated licence.*

FACHBEREICH WIRTSCHAFTSWISSENSCHAFTEN  
UNIVERSITÄT KONSTANZ

43

Das Verhalten von Aktien-  
kursveränderungen

Eine Überprüfung von  
Unabhängigkeits- und  
Verteilungs-Hypothesen  
anhand von  
nichtparametrischen Test-  
verfahren

Gerd Ronning

DISKUSSIONSBEITRÄGE

D-775 Konstanz  
Postfach 733

43

Das Verhalten von Aktien-  
kursveränderungen

Eine Überprüfung von  
Unabhängigkeits- und  
Verteilungs-Hypothesen  
anhand von  
nichtparametrischen Test-  
verfahren

Gerd Ronning

Mai 1974

A 9 1190 79 <sup>Weltwirtschaft</sup>  
Kiel

Diskussionsbeiträge  
des Fachbereichs Wirtschaftswissenschaften  
der Universität Konstanz

Nr. 43

C 86230

## Inhalt

- 1 Einleitung
- 2 Zum Ansatz der Untersuchung
  - 2.1 Definition der betrachteten Zufallsvariablen
  - 2.2 Die verwendeten Daten
- 3 Tests auf stochastische Unabhängigkeit
  - 3.1 Allgemeines
  - 3.2 Das Cashflow-Random-Walk-Modell
  - 3.3 Der Einfluß des Abstands auf das Verhalten der Cashflow-Variablen
  - 3.4 Die verwendeten Testverfahren
  - 3.5 Ergebnisse der Tests auf stochastische Unabhängigkeit und auf Autokorrelation
- 4 Die Überprüfung von Verteilungshypothesen
  - 4.1 Einführung
  - 4.2 Die verwendeten Testverfahren
  - 4.3 Allgemeine Ergebnisse der Überprüfung von Verteilungshypothesen und zwei extreme Beispiele
  - 4.4 Wie verhält sich die Varianz bei wachsendem  $\delta$  ?
  - 4.5 Ist die Güte der Anpassung von  $\delta$  abhängig ?
  - 4.6 Eine Diskussion der Ergebnisse für die einzelnen Verteilungshypothesen und der verwendeten Testverfahren
    - 4.6.1 Kolmogoroff-Smirnoff-Test
    - 4.6.2  $\chi^2$ -Anpassungs-Tests
    - 4.6.3 Ein Vergleich der Ergebnisse aus den drei Testansätzen
  - 4.7 Willkürlichkeiten im  $\chi^2$ -Anpassungs-Test
- 5 Zusammenfassung

Tabellenanhang

Literaturverzeichnis

Das Verhalten von Aktienkursveränderungen.  
Eine Überprüfung von Unabhängigkeits- und Verteilungs-  
Hypothesen anhand von nichtparametrischen Testverfahren

Gerd Ronning

1 Einleitung

Bei der Diskussion über die Eigenschaften von Aktienkurs-Zeitreihen wird einerseits die Frage behandelt, ob bestimmte stochastische Annahmen über den datenerzeugenden Prozeß zutreffen, zum anderen wird untersucht, ob die empirischen Verteilungen von Aktienkursen (oder Transformationen davon) durch bestimmte theoretische Wahrscheinlichkeitsverteilungen besonders gut beschrieben werden können. Die von uns überprüften Verteilungshypothesen setzen voraus, daß die einzelnen Beobachtungen unabhängig voneinander erzeugt werden. Wir werden deshalb in diesem Aufsatz zuerst (Abschnitt 3) die stochastischen Eigenschaften der betrachteten Zeitreihen untersuchen, bevor wir uns dem Hauptziel dieser Arbeit zuwenden, nämlich der Frage, welche Verteilungshypothese am besten mit den empirischen Verteilungen der Aktienkursveränderungen (bzw. der Cashflow-Werte - siehe Abschnitt 3) korrespondiert. Ausführungen dazu finden sich in Abschnitt 4 .

Die zweite Frage ist dann besonders bedeutsam, wenn man die Beobachtungsdaten im Zusammenhang mit der Portefeuilleent-

scheidungs-Theorie sieht; denn das optimale Portefeuille hängt davon ab, welche Verteilung der Investor bei seiner Entscheidung voraussetzt ([6]). Es wird allerdings zu prüfen sein, ob die Information aus der Vergangenheit als A-priori-Verteilung bei der Portefeuille-Entscheidung benutzt werden kann, d.h. ob die Verteilung über die Zeit hin relativ stabil bleibt. Wir werden darauf kurz in Abschnitt 4.5 eingehen.

Für einen Überblick über den augenblicklichen Stand der Diskussion sowohl in der Frage der stochastischen Unabhängigkeit ("Random-Walk-Hypothese") als auch der Überprüfung von Verteilungshypothesen sei auf [13] verwiesen. Bezüglich des ersten Fragenkomplexes schließt unsere Analyse u.a. an die Arbeiten von Fama [9], Praetz [22] und Conrad und Jüttner [4] an, die ebenfalls nichtparametrische Verfahren zur Überprüfung der Hypothese der stochastischen Unabhängigkeit verwenden. Die Arbeit von Conrad und Jüttner ist deshalb von besonderem Interesse, weil sie ebenfalls den deutschen Aktienmarkt betrifft.<sup>1)</sup> Die Untersuchungen dieser Autoren haben ergeben, daß die Random-Walk-Hypothese für den deutschen Aktienmarkt nicht akzeptabel ist, während Fama und Praetz in Übereinstimmung mit der sonstigen Literatur (siehe [13]) bestätigende Evidenz vorlegen. Wir werden in Abschnitt 3 zeigen, daß auch für den deutschen Markt sehr wohl diese Hypothese zutrifft, sofern nicht zu kurze Intervalle betrachtet werden. Außerdem haben wir in [25] gezeigt, daß die negativen Resultate für Tagesintervalle in [4] auf eine teilweise falsche Anwendung der Testverfahren zurückzuführen ist.

---

1) Für die wichtigsten europäischen Aktienmärkte hat Solnik [2] die Autokorrelation untersucht. Siehe § 3.5 .

Die von uns untersuchten Verteilungshypothesen (Normalverteilung, Gammaverteilung, logarithmische Normalverteilung) sind, soweit wir wissen, bisher nicht gemeinsam untersucht worden. Für den deutschen Markt gibt es mit Ausnahme einer kurzen Diskussion der stabilen Verteilung als Hypothese in [4] überhaupt keine Untersuchungen in dieser Richtung. Meistens konzentrieren sich die Arbeiten auf eine bestimmte Verteilungshypothese. Besonders ausführlich ist die Hypothese der stabilen Verteilung diskutiert worden, unter anderem auch in der erwähnten Arbeit von Fama [9]. Obwohl eine Berücksichtigung dieser Verteilung für das Portefeuilleauswahl-Problem von Interesse gewesen wäre (siehe [6]), haben wir auf sie verzichtet, da Schätz- und Testmethoden für diese Verteilung bislang weitgehend unerforscht sind ([7],[8]). Außerdem ist fraglich, ob die aufwendige Theorie für die stabile Verteilung im Zusammenhang mit Aktienkursen überhaupt gerechtfertigt ist ([13] S. 486/7).

## 2 Zum Ansatz der Untersuchung

### 2.1 Definition der betrachteten Zufallsvariablen

Ausgangspunkt unserer Untersuchung sind die Zufallsvariablen

$$P_1^{(j)}, P_2^{(j)}, \dots, P_M^{(j)} \quad ; \quad j = 1, \dots, K,$$

wobei  $P_t^{(j)}$  eine Zufallsvariable ist, die den Kurswert der  $j$ -ten Aktie im Zeitpunkt  $t$  angibt, und  $K$  die Anzahl der untersuchten Aktiengesellschaften ist. Wir betrachten im folgenden die Zufallsvariablen

$$(2-1) \quad X_{t,\delta}^{(j)} := \frac{P_{t+\delta} - P_t}{P_t} + 1, \quad t = 1, \dots, T$$

mit

$$(2-2) \quad T = [(M-1)/\delta],$$

wobei die Differenzen in (2-1) aus nicht überlappenden Intervallen

$$\dots, (t^*-\delta, t^*), (t^*, t^*+\delta), (t^*+\delta, t^*+2\delta), \dots$$

gebildet werden und mit  $[x]$  die größte ganze Zahl  $a$  gemeint ist, für die  $a \leq x$  gilt. Da wir immer nur eine bestimmte Aktie betrachten, lassen wir im folgenden den Index  $j$  fort. Die durch die Zufallsvariablen in (2-1) für bestimmtes  $\delta$  erzeugte Stichprobe bezeichnen wir mit  $\underline{x}_\delta$ , wobei

$$\underline{x}_\delta = (x_{1,\delta}, \dots, x_{T,\delta})$$

ist; ferner bezeichnen wir Realisationen von  $P_t$  mit  $p_t$ .

Wir nehmen an, daß die durch (2-1) gegebenen Zufallsvariablen nur nichtnegative Werte annehmen können bzw. wir setzen voraus daß

$$(2-3) \quad W(P_t \geq 0) = 1$$

für alle  $t$  gilt. Für Aktienkurse ist diese Annahme offensichtlich harmlos.



## 2.2 Die verwendeten Daten

Die Zeitreihen für die Aktienkurse wurden dem Wirtschaftsteil der Konstanzer Tageszeitung SÜDKURIER entnommen. Aus Zeit- und Kostengründen war eine starke Beschränkung bezüglich der Länge der Zeitreihen sowie der Anzahl der betrachteten Aktien notwendig. Es wurden insgesamt  $K = 18$  Variable im Zeitraum 4.1.1967 bis 16.5.1973 untersucht, was einem Stichprobenumfang von  $M = 333$  entspricht. Dabei wurde eine Differenzierung nach Größenordnung und Branchenzugehörigkeit angestrebt. Eine Liste mit den Namen der untersuchten Aktien findet sich im Anhang. (Tabelle A 1) <sup>2)</sup>

Da, wie bereits erwähnt, unsere Daten im Zusammenhang mit Portefeuilleentscheidungen gesehen werden sollen, halten wir es für sinnvoll, die Kurse in Abständen von (mindestens) einer Woche (= Entscheidungsperiode) zu betrachten.<sup>3)</sup> Deshalb wurde jeweils der am Mittwoch einer Woche festgestellte Kassa-Kurs der betreffenden Aktie notiert.<sup>4)</sup>

---

2) Der Buchstabe A bei der Tabellenzahl verweist auf den Anhang.

3) Vergleiche dazu die Diskussion in [13] und [14] Kap. 6 .

4) Besonders für kurze Intervalle ist die zusätzliche Erfassung der Umsätze in den Aktien von Bedeutung. Siehe [14] Kap. 8 . Da uns die entsprechenden Daten nicht zur Verfügung standen, bleibt diese Erweiterung in unserer Untersuchung unberücksichtigt. Siehe aber die Diskussion in Abschnitt 4.5 .

Nichtbeschaffbare bzw. nichtexistente Daten (z.B. Feiertag oder Aussetzung des Kurses) wurde mit dem Wert 0 codiert. Dieser Wert wurde auch dann eingesetzt, wenn Kapitalsplits oder eine Änderung des Nominalbetrags der Aktie vorlag. Die Elimination<sup>5)</sup> der atypischen Ereignisse bzw. die Sicherstellung konstant breiter Intervalle für die Zufallsvariablen in (2-1) geschah dann dadurch, daß ein Stichprobenelement  $x_{t^*,\delta}$  nur dann in die Stichprobe  $\underline{x}_\delta$  aufgenommen wurde, wenn im Zeitintervall  $(t^*, t^*+\delta)$  keine Null in der Zeitreihe  $p_{t^*}, \dots, p_{t^*+\delta}$  auftauchte. Dadurch erreicht der Umfang der tatsächlich untersuchten Stichprobe im allgemeinen nicht den durch (2-2) gegebenen Umfang. Man vergleiche dazu beispielsweise Tabelle A2 .

Dividendenzahlungen, Bezugsrechte u.ä. wurden nicht berücksichtigt, da die erforderlichen Daten nur mit großem finanziellem Aufwand zu beschaffen gewesen wären. Aus dem Blickpunkt der Portfeuilleanalyse läßt sich darüberhinaus argumentieren, daß z.B. Dividendenzahlungen gegenüber Kursveränderungen bei kurzfristigen Portfeuille-Strategien nur eine untergeordnete Rolle spielen.

### 3 Tests auf stochastische Unabhängigkeit

#### 3.1 Allgemeines

Die Überprüfung der Verteilungshypothesen (Abschnitt 4) setzt voraus, daß die Stichprobe  $\underline{x}_\delta$  durch T voneinander stochastisch unabhängige (und identisch verteilte) Zufallsvariable

---

5) Splits können allerdings auch langfristig Einfluß auf den Kurs nehmen ([10]).

erzeugt wird. Wir müssen deshalb in diesem Abschnitt prüfen, ob das vorliegende Datenmaterial die Hypothese der stochastischen Unabhängigkeit bestätigt. Dabei treffen wir auf das Problem, wie das Phänomen "stochastische Unabhängigkeit" überprüft werden kann. Man vergleiche dazu die ausführliche Diskussion im Zusammenhang mit Aktienkurs-Zeitreihen ([4], [9],[22]).

Ähnlich wie die drei gerade genannten Quellen benutzen wir nichtparametrische Iterations-Tests (run tests), denen wir einen (parametrischen) Test bezüglich der Autokorrelation erster Ordnung hinzufügen. Wir verwenden genau dieselben Tests wie [4]; eine Vergleichbarkeit mit den dort gefundenen Ergebnissen ist jedoch, wie bereits angedeutet, nur beschränkt möglich ([25]).

### 3.2 Das Cashflow-Random-Walk-Modell

Überwiegend (siehe z.B. [4], [9], [22] sowie [13] Tabelle 1) wird in den Untersuchungen die Zufallsvariable

$$(3-1) \quad Y_{t,\delta} = \ln(P_{t+\delta}) - \ln(P_t)$$

betrachtet. Im Zusammenhang mit dem Portefeuille-Problem wäre eine Betrachtung des Kapitalertrags (pro investierte Einheit)

$$(3-2) \quad C_{t,\delta} = \frac{P_{t+\delta} - P_t}{P_t}$$

wohl angemessener. Granger [13] bezeichnet (3-1) als das

"logarithmische Random-Walk-Modell" (LRW) und (3-2) als das "Kapitalertrags-Random-Walk-Modell" (CRW). Ein Vergleich von (3-2) mit (2-1) ergibt, daß

$$(3-3) \quad X_{t,\delta} = C_{t,\delta} + 1$$

gilt. Da für Kapitalertrag  $c$  der Cashflow des eingesetzten Kapitals (pro investierte Einheit)  $1 + c$  beträgt, bezeichnen wir hinfort (2-1) bzw. (3-3) als das "Cashflow-Random-Walk-Modell" (CFRW).

Granger [13] zeigt unter anderem, daß ein Test bezüglich der Unkorreliertheit der Zufallsvariablen  $Y_{t,\delta}$  auch dann zur Annahme der Nullhypothese ("Keine Korrelation") führt, wenn in Wirklichkeit das CRW-Modell zutrifft. Anders gesagt: Man macht beim Test auf Unkorreliertheit keinen zu großen Fehler, wenn man das "falsche" Modell testet.

Allerdings müssen dafür bestimmte Annahmen bezüglich des Verhaltens der untersuchten Zeitreihe erfüllt sein. Wir wollen dies für den hier relevanten Fall illustrieren, d.h. wir nehmen an, daß das LRW-Modell korrekt sei, während wir das CFRW-Modell testen. Um eine testbare Hypothese zu erhalten, schreiben wir in Anlehnung an Granger das CFRW-Modell wie folgt:

$$(3-4) \quad X_{t,\delta} = \mu(\delta) + u_{t,\delta} \quad , \delta = 1, 2, \dots$$

wobei

$$(3-5) \quad \mu(\delta) := E(X_{t,\delta} | P_{t-j} \quad , j \geq 0)$$

und

$$(3-6) \quad \begin{aligned} E(u_{t,\delta}) &= 0 \\ E(u_{t,\delta} u_{s,\delta}) &= \begin{cases} \sigma^2(\delta) & t = s \\ 0 & t \neq s \end{cases} \quad t, s = 1, \dots, T \end{aligned}$$

Entsprechend schreiben wir für das LRW-Modell

$$(3-7) \quad Y_{t,\delta} = \ell(\delta) + \varepsilon_{t,\delta}, \quad \delta = 1, 2, \dots,$$

mit

$$(3-8) \quad \ell(\delta) := E(Y_{t,\delta} | P_{t-j}, j \geq 0)$$

sowie einer Spezifikation für  $\varepsilon_{t,\delta}$ , die der von  $u_{t,\delta}$  in (3-6) entspricht.

Wir setzen der Einfachheit halber  $\delta = 1$  und schreiben  $\ell := \ell(1)$ ,  $\mu := \mu(1)$  sowie  $\sigma^2 := \sigma^2(1)$ . Weil

$$X_{t,\delta} = \exp(Y_{t,\delta})$$

gilt, erhalten wir aus (3-7):

$$(3-9) \quad X_{t,1} = \exp(\ell + \varepsilon_{t,1})$$

Benutzen wir nun die Approximation  $\exp(x) \approx 1 + x$ ,  $|x|$  klein, dann erhalten wir aus (3-9)

$$(3-10) \quad X_{t,1} = (\lambda + 1) + \varepsilon_{t,1} ,$$

d.h. wir erhalten das CFRW-Modell mit  $\mu = \lambda + 1$  und  $u_{t,1} = \varepsilon_{t,1}$ . Da  $\varepsilon$  annahmegemäß dieselben stochastischen Eigenschaften wie  $u$  besitzt, wird ein Test auf Unkorreliertheit dann ähnliche Resultate für beide Modelle bringen, wenn  $\lambda + \varepsilon_{t,1}$  (bzw. für  $\lambda = 0$  nur  $\varepsilon_{t,1}$ ) genügend klein ist. Falls kein oder nur geringer Trend vorhanden ist ( $\lambda = 0$  bzw.  $\mu = 1$ ) und die Intervalle  $(t, t+\delta)$  nicht zu groß gewählt werden, wird diese Annahme für Aktienkurse im allgemeinen gelten. Vergleiche dazu im Einzelnen [13] S. 473.

Demnach sind unsere Ergebnisse aus dem Test auf Autokorrelation direkt mit den Ergebnissen aus gleichen Testverfahren für das LRW-Modell vergleichbar, sofern die obigen Bedingungen erfüllt sind. Wie steht es nun mit der Vergleichbarkeit von Ergebnissen aus Iterationstests bei Benutzung verschiedener Ansätze? Zuerst einmal bemerken wir, daß solche Tests die Hypothese der stochastischen Unabhängigkeit (anstelle von Unkorreliertheit) überprüfen. Demnach genügt es, bezüglich der Vergleichbarkeit darauf hinzuweisen, daß, wenn beispielsweise die durch (3-1) definierten Zufallsvariablen  $Y_t$  voneinander unabhängig sind, diese Eigenschaft wegen  $X_{t,\delta} = \ln(Y_{t,\delta})$  auch auf die Cashflow-Zufallsvariablen zutrifft.

Man beachte, daß die Vergleichbarkeit dann nicht mehr ohne weiteres gegeben ist, wenn die Größenordnung der Beobachtungswerte von Bedeutung ist wie z.B. in Test 1 (Abschnitt 3.4).

Denn dann können die Ergebnisse durch die Behandlung der Zeitreihe zur Elimination von Kapitalsplits und ähnlichem beeinflußt werden. Unser Ansatz dafür wurde in Abschnitt 2.2 beschrieben. Conrad und Jüttner [4] verwenden eine Gewichtungsfunktion zur Ausschaltung solcher Ereignisse. Siehe auch [15] S. 291 FN und S. 395 ff. .

### 3.3 Der Einfluß des Abstands auf das Verhalten der Cashflow-Variablen

Unsere bisherige Diskussion in diesem Abschnitt fand unter der impliziten Annahme eines konstanten Abstands  $\delta$  statt. Wir wollen nun noch kurz untersuchen, wie sich das CFRW-Modell bei wachsendem  $\delta$  verhält. Dafür beachten wir, daß sich (2-1) auch wie folgt schreiben läßt:

$$(3-11) \quad X_{t,\delta} = \prod_{i=1}^{\delta} \frac{P_{t+i}}{P_{t+i-1}}$$
$$= \prod_{i=1}^{\delta} X_{t+i-1,1}$$

Unter Benutzung von (3-4) erhalten wir dann

$$(3-12) \quad X_{t,\delta} = \prod_{i=1}^{\delta} (\mu + u_{t+i-1,1})$$

Für genügend kleines  $u_{t+i-1,1}$ ,  $i = 1, \dots, \delta$ , erhalten wir aus (3-12):

$$(3-13) \quad E(X_{t,\delta}) = \mu^{\delta}$$

$$(3-14) \quad \text{var}(X_{t,\delta}) \approx \delta \sigma^2$$

Dieser Ansatz folgt Granger [13]. Wir merken uns für die Diskussion in Abschnitt 4, daß, wenn  $u$  in (3-4) klein ist und (3-6) gilt, die Varianz von  $X_{t,\delta}$  proportional zu  $\delta$  wächst.

### 3.4 Die verwendeten Testverfahren

Wie bereits in der Einleitung bemerkt, benutzen wir dieselben Testverfahren wie Conrad und Jüttner [4], auf die wir deshalb bezüglich einer Diskussion der einzelnen Verfahren verweisen können. Wir beschränken uns hier auf die Definition der Prüfstatistiken sowie auf Hinweise bezüglich Modifikationen gegenüber [4]. Da in der deutschen Literatur für die benutzten nichtparametrischen Verfahren keine einheitliche Bezeichnungsweise existiert, haben wir sie einfach durchnummeriert (Test 1 bis 4) und geben in Klammern jeweils die von Conrad und Jüttner verwendete (englische) Bezeichnungsweise an. Test 5 ist der gewöhnliche Test auf Autokorrelation erster Ordnung.

#### Test 1 (total number of runs)

Die Prüfstatistik ist durch

$$Z_1 = \frac{R_1 - E(R_1)}{\sqrt{\text{var}(R_1)}}$$

mit



$$E(R_1) = \frac{T(T+1) - \sum_{i=1}^3 n_i^2}{T}$$

und

$$\text{var}(R_1) = \frac{\sum_{i=1}^3 n_i^2 \left( \sum_{j=1}^3 n_j^2 + T(T+1) \right) - 2T \sum_{i=1}^3 n_i^3 - T^3}{T^2(T-1)}$$

gegeben und ist asymptotisch  $N(0,1)$ -verteilt ([31] Kap. 18,4).  $n_i$  ( $i = 1,2,3$ ) bezeichnet die Besetzung der verschiedenen Kategorien, während  $R_1$  die Anzahl der Läufe (in allen drei Kategorien insgesamt) beschreibt. Benutzt man den Median als Kategorien-Kriterium, so ergeben sich die drei Kategorien "größer", "gleich" und "kleiner" (als der Median). An seiner Stelle wird bei der Analyse von Aktienkursen auch der Wert 0 verwendet (z.B. in [4],[9],[22]). Ein "Lauf" ist für diesen Test durch aneinander gereichte Beobachtungen in derselben Kategorie definiert.

#### Test 2 (runs up and down)

Die Prüfstatistik ist durch

$$Z_2 = \frac{R_2 - E(R_2)}{\sqrt{\text{var}(R_2)}}$$

mit

$$E(R_2) = \frac{2T - 1}{3}$$

und

$$\text{var}(R_2) = \frac{16T - 29}{90}$$

gegeben und ist asymptotisch  $N(0,1)$ -verteilt ([20]). Dabei

bezeichnet  $R_2$  die Anzahl Läufe in den beiden Kategorien "größer Null" und "kleiner Null", wobei sich die Kategorisierung auf Differenzen benachbarter Beobachtungswerte der untersuchten Variablen bezieht. (Zur Behandlung von gleichgroßen Beobachtungswerten ("ties") siehe die Bemerkung am Ende dieses Unterabschnitts.)

Test 3 (difference sign test)

Die Prüfstatistik ist durch

$$Z_3 = \frac{Q_3 - E(Q_3)}{\sqrt{\text{var}(Q_3)}}$$

mit

$$E(Q_3) = (T-1)/2 \quad \text{und} \quad \text{var}(Q_3) = (T+1)/12$$

gegeben und ist asymptotisch  $N(0,1)$ -verteilt. ([20]) Dabei gibt  $Q_3$  die Anzahl der positiven Differenzen von benachbarten Beobachtungswerten der betrachteten Zeitreihe an. (Die Anzahl der negativen Differenzen beträgt  $T-Q_3-1$ .)

Test 4 (Wallis-Moore test)

Die Prüfstatistik ist durch

$$Z_4 = \sum_{i=1}^3 (h_i - p_i)^2 / p_i$$

mit

$$p_1 = \frac{5(T-3)}{12}, \quad p_2 = \frac{11(T-4)}{60}, \quad p_3 = \frac{4T-21}{60} + \frac{2}{T!}$$

gegeben.  $Z_4$  ist annähernd  $\chi^2$ -verteilt mit 2.5 Freiheitsgraden. (Für kleine Werte der Prüfstatistik ist  $6 \cdot Z_4 / 7$  annähernd  $\chi^2$ -verteilt mit 2 Freiheitsgraden.) Siehe [30], wo auch ge-

nauere kritische Werte angegeben werden. In unseren Berechnungen vernachlässigen wir den Ausdruck  $2/T!$  in  $p_3$ . (Der in [30] angegebene Ausdruck für  $p_3$  ist inkorrekt; siehe z.B. [17] oder [20].)

Durch  $h_i$  ( $i = 1, 2$ ) wird die empirisch beobachtete Anzahl (vollendeter) Läufe von der Länge  $i$  angegeben.  $h_3$  gibt die Anzahl (vollendeter) Läufe mit einer Länge über 2 an, wobei Läufe wie in Test 2, also bezüglich der Differenzen, definiert sind. Durch  $p_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) wird die entsprechende theoretisch zu erwartende Anzahl (unter der Hypothese stochastischer Unabhängigkeit) angegeben. Unter "vollendeten" Läufen versteht man solche, die von zwei Wendepunkten begrenzt sind; demnach fallen die "unvollendeten" Läufe zu Beginn und am Schluß der Zeitreihe fort.

#### Test 5 (Test auf Autokorrelation erster Ordnung)

Für die Zufallsvariable

$$\hat{\rho}_1 = \frac{\frac{1}{T-1} \sum_{i=1}^{T-1} (X_{i+1} - \bar{X})(X_i - \bar{X})}{\frac{1}{T} \sum_{i=1}^T (X_i - \bar{X})^2}$$

mit  $\bar{X} = \sum_{i=1}^T X_i / T$  gilt, falls die Zufallsvariablen  $X_1, \dots, X_T$  voneinander stochastisch unabhängig sind:

$$E(\hat{\rho}_1) = -1/(T-1) \quad .$$

Darüberhinaus gilt für großes  $T$  :

$$\text{var}(\hat{\rho}_1) \approx 1/T$$

([17] Kap. 48). Wir betrachten im folgenden sowohl  $\hat{\rho}_1$  als auch die standardisierte Form

$$Z_5 = \frac{\hat{\rho}_1 - E(\hat{\rho}_1)}{\sqrt{\text{var}(\hat{\rho}_1)}}$$

Für  $Z_5$  kann bei genügend großem  $T$  die  $N(0,1)$ -Verteilung angenommen werden ([14] S. 80).

### Allgemeines

Bei allen Tests (mit Ausnahme von Test 4) wurde die Hypothese der stochastischen Unabhängigkeit (bzw. der Unkorreliertheit) als zweiseitig aufgefaßt. Für die Stetigkeitskorrektur bei den ganzzahligen Zufallsvariablen in den Tests 1 bis 3 bedeutet dies, daß für Zufallsvariable  $W$  mit  $E(W) = \mu$  und  $\text{var}(W) = \omega^2$  der Wert  $z$  der Prüfstatistik  $Z$  wie folgt berechnet wird ([12] S. 21):

$$z = \frac{|w - \mu| - 0.5}{\omega}$$

Dabei ist  $w$  der beobachtete Wert von  $W$ . Einseitige Tests bzw. Prüfstatistiken, deren Wert stets nichtnegativ ist (z.B. [31] Kap. 18.4.2) scheinen uns für die zu untersuchende Hypothese nicht adäquat zu sein, da stochastische Unabhängigkeit stets ein "zuviel" oder "zu wenig" bedeuten kann, und der Wert der Prüfstatistik damit eine Information über die Richtung der Abweichung von der Nullhypothese vermittelt.

Das Problem der "Bindungen" (ties) d.h. der Fall gleich große benachbarter Beobachtungen in den Zeitreihen der Cashflow-Werte, wurde dadurch berücksichtigt, daß unterschiedliche Versionen für die einzelnen Tests berechnet wurden.

Test 1

- \* Version A - 3 Kategorien (größer, gleich, kleiner)
- Version B - 2 Kategorien (größer-gleich, kleiner)
- Version C - 2 Kategorien (größer, kleiner-gleich)
- Version D - 2 Kategorien (Vernachlässigung der Kategorie "gleich" und entsprechende Reduzierung des Stichprobenumfangs)

Test 2

- Version B - 2 Kategorien (siehe oben)
- Version C - 2 Kategorien (siehe oben)
- \* Version E - 2 Kategorien ("Lauf" = monotone Sequenz von Beobachtungen)

Test 3

- Version B - 2 Kategorien (siehe oben)
- Version C - 2 Kategorien (siehe oben)
- \* Version D - 2 Kategorien (siehe oben)

Test 4

- Version B - 2 Kategorien (siehe oben)
- Version C - 2 Kategorien (siehe oben)
- \* Version F - 2 Kategorien (monotone Sequenzen ohne Null-differenzen an den Wendepunkten (z.B. in [17]))

Die mit \* bezeichneten Versionen erscheinen in diesem Aufsatz als Ergebnisse. Siehe Tabelle A2 . Eine solche Beschränkung erscheint gerechtfertigt, da das Problem der Bindungen für unsere Daten vernachlässigungswert ist: Es tauchten maximal 2 Bindungen pro Zeitreihe (der Cashflow-Werte !) auf und in schätzungsweise 90 % aller Fälle waren Bindungen überhaupt nicht vorhanden. (Die in [4] diskutierte Zahl von 80 Bindungen in der Zeitreihe der Aktienkurse ist für unsere Tests irrelevant

(siehe [25]). Es wurde keine Aggregation verschiedener Testversionen vorgenommen, wie dies z.B. in [31] empfohlen wird. Zur Unterstützung unserer Vorgehensweise siehe z.B. [3] S. 50 - 54.

### 3.5 Ergebnisse der Tests auf stochastische Unabhängigkeit und auf Autokorrelation

Die Ergebnisse der fünf im vorigen Unterabschnitt beschriebenen Tests gehen im einzelnen aus Tabelle A2 hervor. Faßt man die Resultate bezüglich der Häufigkeit der Ablehnung der Nullhypothese (auf den Signifikanzniveaus 0.10, 0.05 und 0.01) zusammen, so ergibt sich folgendes (vergleiche Tabelle 1): Zum überwiegenden Teil kann die Nullhypothese der Zufälligkeit selbst auf dem konservativen 0.10-Niveau akzeptiert werden. Für wachsenden Abstand  $\delta$  nimmt die Anzahl der Ablehnungen ab<sup>6)</sup>, wobei für Abstände von 4 und 5 Wochen ( $\delta = 4,5$ ) eine leichte Gegen-tendenz zu bemerken ist. Man beachte dabei, daß die "signifi-kanten Fälle" nicht immer bei denselben Aktien zu finden sind (siehe Tabelle A2). Andererseits ist es grundsätzlich mit der Nullhypothese vereinbar, daß  $\alpha$  % der untersuchten Fälle auf dem Signifikanzniveau  $\alpha$  abgelehnt werden.

Die beobachtete Anzahl Läufe sowohl bezüglich des Medians (Test 1) als auch bezüglich des Vorzeichens der Differenzen (Test 2) ist fast ebenso oft höher wie niedriger als die er-wartete Anzahl. Conrad und Jüttner [4] (S. 581) berichten,

---

6) Solnik [27], der Erträge (einschließlich Dividendenzahlun-gen) nur auf Autokorrelation hin untersucht, kommt für die BRD (und die anderen untersuchten europäischen Märkte) zu gleichen Ergebnissen.

Tabelle 1

Häufigkeit der Ablehnung der Nullhypothese (stochastische Unabhängigkeit bzw. Unkorreliertheit) in verschiedenen Tests v insgesamt 18 Variablen

Test	Signif.- Niveau	Abstand ( $\delta$ )						
		1	2	3	4	5	6	7
1	0.01	1	0	0	0	0	0	1
	0.05	3	1	2	0	0	1	1
	0.10	4	2	2	1	0	1	1
-----								
2	0.01	1	1	0	0	0	0	0
	0.05	1	1	0	0	2	1	0
	0.10	1	2	1	2	2	2	1
-----								
3	0.01	0	0	0	1	2	1	0
	0.05	1	0	0	2	3	1	0
	0.10	1	0	0	2	3	1	0
-----								
4	0.01	0	1	0	0	3	0	0
	0.05	2	1	0	0	4	1	1
	0.10	3	1	1	1	4	3	2
-----								
5	0.01	2	0	0	0	0	0	0
	0.05	5	1	3	0	0	0	1
	0.10	7	4	4	1	2	2	2

Quelle: Tabelle A2

daß bei Benutzung von Tagesintervallen und dem Wert 0 anstelle des Medians (in Test 1) die beobachtete bis auf eine Ausnahme über der erwarteten Anzahl liegt<sup>7)</sup>. Bezüglich der Anzahl Läufe von Differenzen (die in den Tests 2, 3 und 4 eine Rolle spielen) ähnelt unser Ergebnis dem von Fama ([9] S. 77

7) Ergebnisse, die auf dem Differenzenkriterium beruhen, sind mit unseren Ergebnissen nicht vergleichbar ([25]).

Tabelle 13), soweit es Intervalle von 4, 9 und 16 Tagen betrifft. Er fand für diese Intervalle gleich viele Über- wie Unterschreitungen, während für Eintages-Intervalle die beobachtete Anzahl häufiger unter der erwarteten Anzahl liegt. Auch Praetz ([22] S.134), der Intervalle von einer Woche und einem Monat untersucht, berichtet, daß signifikante Fälle nur bei zu wenig Läufen (der Differenzen) auftraten; mit einer Ausnahme betrafen die von ihm untersuchten Fälle allerdings alle nicht einzelne Aktiengesellschaften, sondern Aktienindizes, für die besondere stochastische Gesetze gelten können ([22] S.132/3).

Zu wenig (zu viele) Läufe bei Iterations-Tests, die Differenzen als Laufkriterium verwenden (z.B. Test 2), deuten auf positive (negative) Autokorrelation hin. Unsere Testergebnisse bestätigen diese Überlegung im allgemeinen. Man vergleiche beispielsweise Variable 17 ( $\delta = 1$ ), für die  $-3.7$  für Test 2 und  $+3.0$  für Test angegeben wird (Tabelle A2), d.h. es gibt signifikant zu wenig Läufe einerseits und signifikante positive Autokorrelation andererseits. Fama [9] und Praetz [22] kommen zu ähnlichen Ergebnissen<sup>b</sup>, wenn auch Praetz nur von "teilweiser" Übereinstimmung der Ergebnisse aus den beiden Tests spricht. Erwähnenswert ist, daß (in Übereinstimmung mit [22]) die Anzahl signifikanter Fälle im Test auf Autokorrelation höher ist als bei den Iterations-Tests, die sich auf die (stärkere) Hypothese der stochastischen Unabhängigkeit beziehen.<sup>8)</sup> Wegen der Vergleichbarkeit von Ergebnissen aus Autokorrelationstests siehe § 3.2.

---

8) Eine Theorie für Läufe (runs) unter der Hypothese der Unkorreliertheit existiert bisher nicht ([14] S.81). Einen Ansatz in dieser Richtung unternimmt [11]. Auch die Untersuchungen darüber, ob (beispielsweise) große Preisveränderungen große Preisveränderungen nach sich ziehen, gehört dazu ([9] S.85 ff



Insgesamt bestätigen unsere Ergebnisse, daß die Random-Walk-Hypothese "zumindest eine sehr gute Annäherung an die wahre Situation" (whatever the truth may be) ([13] S. 478) ist. Wir weisen insbesondere darauf hin, daß gegenteilige Behauptungen in [4] auf teilweise falscher Verwendung der Testverfahren beruhen ([25]). Demnach ist es gerechtfertigt, im folgenden Abschnitt die Hypothese der stochastischen Unabhängigkeit bei der Überprüfung der Verteilungshypothesen vorauszusetzen.

#### 4 Die Überprüfung von Verteilungshypothesen

##### 4.1 Einführung

Soweit sich Verteilungshypothesen auf die Zufallsvariablen  $X_{t,\delta}$  in (2-1) bzw.  $C_{t,\delta}$  in (3-2) beziehen, können nur solche Verteilungen als Hypothesen berücksichtigt werden, die negative Werte bzw. Werte kleiner als -1 mit Wahrscheinlichkeit Null annehmen.<sup>9)</sup> Von der Verteilungsform her erscheinen besonders die Gammaverteilung, die logarithmische Normalverteilung und die Familie der (positiven) stabilen Verteilungen als Hypothese geeignet, während die Normalverteilung und die Familie der (symmetrischen) stabilen Verteilungen nicht zugelassen sind ([6]).

Wir haben bereits in Abschnitt 2 darauf hingewiesen, daß wir die stabile Verteilung wegen der Probleme beim Schätzen und Testen der Parameter nicht betrachten werden. Dagegen berück-

---

9) Diese Beschränkung gilt nicht für  $Y_{t,\delta}$  aus (3-1). Man beachte, daß die Diskussion der stabilen Verteilung teilweise  $Y_{t,\delta}$  und teilweise  $C_{t,\delta}$  betrifft. Siehe [13] S. 484 ff.

sichtigen wir die (eigentlich unzulässige) Normalverteilung, weil sie in der Literatur so oft verwendet wird.

Bisherige Untersuchungen über die von uns überprüften Verteilungshypothesen sind rar, vor allem weil zu bedenken ist, daß zwischen den Variablen  $X_{t,\delta}$  und  $Y_{t,\delta}$  wegen der Beziehung

$$(4-1) \quad Y_{t,\delta} = \ln(X_{t,\delta})$$

eine direkte Vergleichbarkeit der Ergebnisse bezüglich der Verteilungshypothesen nicht möglich ist. Im Zusammenhang mit der Variablen  $Y_{t,\delta}$  ist neben der bereits erwähnten Familie der symmetrischen stabilen Verteilungen auch der Ansatz von Press [23] erwähnenswert, der eine Linearkombination von Normalverteilungen mit poissonverteilten Gewichten als Hypothese verwendet. Eine Diskussion beider Verteilungshypothesen findet sich z.B. in [13].

Um später darauf zurückgreifen zu können, formulieren wir nun explizite die drei Verteilungshypothesen:

- (a) Die Zufallsvariablen  $X_{t,\delta}$  ( $t = 1, \dots, T$ ) gehorchen für bestimmtes  $\delta$  ( $\delta = 1, 2, \dots$ ) der Dichtefunktion  $f(x)$ , und für die gemeinsame Dichtefunktion  $g(\underline{x}_\delta)$  gilt:

$$(4-7) \quad g(\underline{x}_\delta) = \prod_{i=1}^T f(x_{i,\delta})$$

- (b) Darüberhinaus sei für die Dichtefunktion  $f(x)$  eine der drei folgenden Spezifikationen erfüllt:

$$(4-3) \quad f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right] \quad \text{"Normalverteilung"}$$

$$(4-4) \quad f(x) = \begin{cases} \frac{\theta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\theta x} & x > 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad \text{"Gammaverteilung"}$$

$$(4-5) \quad f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sigma x\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(x/M)}{\sigma}\right)^2\right] & x > 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad \text{"logarithmische Normalverteilung"}$$

Die dabei auftauchenden Parameter seien (mit Ausnahme von  $\mu$  in (4-4) ) sämtlich positiv.

#### 4.2 Die verwendeten Testverfahren

Zur Überprüfung der verschiedenen Verteilungshypothesen wurden sogenannte "Anpassungstests" benutzt. Neben dem Kolmogoroff-Smirnoff-Test (KST) wurden zwei verschiedene Arten des  $\chi^2$ -Anpassungstests verwendet. In der ersten - üblichen - Version (CHI1) wird die Spannweite der Stichprobe  $\underline{x}_\delta$  in gleichbreite Klassen eingeteilt, während in der zweiten Version (CHI2) die Anzahl Beobachtungen pro Klasse vorgegeben ist, so daß sich verschieden breite Klassen ergeben. Wir sprechen deshalb bei Unterscheidung der beiden Versionen von "konstanter" und "variabler" Klassenbreite. Einzelheiten zu den Testverfahren sind z.B. [12] (für KST und CHI1) sowie [21] (für CHI2) zu entnehmen.

Man beachte, daß sich für CHI2 gegenüber CHI1 das Wahrscheinlichkeitsmodell ändert: Während im ersten Fall die Anzahl Beobachtungen in den einzelnen Klassen zufällig ist, sind im zweiten Fall (CHI2) die Klassengrenzen zufällig. Man kann zeigen, daß KST gegenüber CHI1 und CHI2 größere Mächtigkeit besitzt ([16] Kap. 30.61 , [32]). Diese Ergebnisse gelten allerdings genau genommen nur für Verteilungshypothesen, bei denen die Parameterwerte der zu testenden Verteilungen im voraus spezifiziert und nicht aus dem Beobachtungsmaterial geschätzt werden. Der letztere Ansatz ist jedoch der übliche und wird auch in diesem Aufsatz verwandt. Auf die daraus resultierenden Probleme wollen wir hier kurz eingehen, da sie die Interpretation der Testergebnisse berühren.

(a) Eine Verwendung von Schätzwerten in  $\chi^2$ -Tests ist dann zulässig, wenn Schätzfunktionen, die asymptotisch mindestens so effizient wie die Maximum-Likelihood-Schätzfunktion sind benutzt werden. Bei Schätzung von  $s$  Parametern ( $s = 1, 2, \dots$ ) ergibt sich für die Verteilung der Prüfstatistik eine Verringerung um (maximal)  $s$  Freiheitsgrade. Demnach ist das Prüfmaß

$$Q = \sum_{i=1}^r (n_i - np_i)^2 / np_i$$

$\chi^2$ -verteilt mit  $r - s - 1$  Freiheitsgraden, wenn  $r$  Klassen betrachtet und  $s$  Parameter geschätzt werden. [16] Kap. 30.8 bis 30.19 .

(b) Für die Kolmogoroff-Smirnoff-Prüfstatistik ist die genaue Form der Verteilung bei Verwendung von Schätzwerten unbekannt ([16] S. 458). Monte-Carlo-Experimente mit erwartungstreuen Schätzfunktionen für die Normalverteilung und die Exponentialverteilung (einen Spezialfall der Gamma-

verteilung) deuten darauf hin, daß im Fall der Verwendung von Schätzwerten die übliche Anwendung des KST-Tests zu konservativ ist. Siehe [18],[19].<sup>10)</sup>

Diese Ergebnisse deuten an, daß eine eindeutige Bevorzugung eines bestimmten Testansatzes im allgemeinen nicht möglich ist (siehe auch [12]); andererseits entsteht bei gleichzeitiger Verwendung beider Testarten ein zweifaches Dilemma: Einmal ist für den einzelnen Fall unbekannt, in welchem Umfang die kritischen Werte (für vorgegebenes Signifikanzniveau) bei Benutzung von Schätzwerten sinken. Zum andern fordern die  $\chi^2$ -Tests Maximum-Likelihood-Schätzungen, während für KST solche Bedingungen nicht bestehen, andererseits über das Ausmaß des Absinkens der kritischen Werte nur für Schätzungen Ergebnisse vorliegen, die zwar konsistent, aber keine Maximum-Likelihood-Schätzungen sind.

Wir entschlossen uns zu folgendem Vorgehen: Wir benutzten für alle Tests (KST,CHI1,CHI2) erwartungstreue Schätzfunktionen. Diese sind für Normal- und Gammaverteilung durch

---

10) Für die Normalverteilung (Exponentialverteilung) ergibt sich, daß die berechneten kritischen Werte auf dem Signifikanzniveau  $\alpha = 0.01$  ( $\alpha = 0.05$  für die Exponentialverteilung) noch unter den kritischen Werten für  $\alpha = 0.20$  bei Benutzung der Standardtabellen für den KST liegen. Demnach wird die Nullhypothese fälschlicherweise zu oft akzeptiert.

$$(4-6) \quad \bar{x}_\delta = \frac{\sum_{i=1}^T x_{i,\delta}}{T} \quad \text{und} \quad s_\delta^2 = \frac{\sum_{i=1}^T (x_{i,\delta} - \bar{x}_\delta)^2}{(T-1)}$$

und für die logarithmische Normalverteilung durch

$$(4-7) \quad \bar{x}_{L,\delta} = \frac{\sum_{i=1}^T \ln(x_{i,\delta})}{T} \quad \text{und} \quad s_{L,\delta}^2 = \frac{\sum_{i=1}^T (\ln(x_{i,\delta}) - \bar{x}_{L,\delta})^2}{(T-1)}$$

gegeben.<sup>11)</sup> Demnach sind die drei Verteilungshypothesen bezüglich Erwartungswert und Varianz identisch spezifiziert.

#### 4.3 Allgemeine Ergebnisse aus der Überprüfung der Verteilungshypothesen und zwei extreme Beispiele

Die Resultate (für  $\delta = 1,3,6$ ) sind in der Tabelle A3 zusammengefaßt. Die einzelnen Tabellen unterscheiden sich durch die unterschiedliche Vorgabe von  $\delta$ , dem Abstand (in Wochen) zwischen den einzelnen Beobachtungen (siehe (2-1)). Gemäß (2-2) sinkt mit steigendem Abstand der Stichprobenumfang  $T$ . Er beträgt für eine Woche ungefähr 300 Beobachtungen, für 3 Wochen ungefähr 100 Beobachtungen und für 6 Wochen ungefähr 45 Beobachtungen. Im Detail vergleiche man dazu Tabelle A3. Obwohl wir die Daten für alle Intervalle zwischen einer und sieben Wochen untersucht haben, beschränken wir unseren Bericht auf die drei genannten Intervalle (1,3,6), die uns hinreichend repräsentativ für das Gesamtergebnis zu sein scheinen.

---

11) Für die Normalverteilung ist das Ergebnis hinreichend bekannt. Für die Gammaverteilung sind unsere Schätzfunktionen erwartungstreu bezüglich Erwartungswert und Varianz, nicht aber bezüglich der beiden Parameter  $\alpha$  und  $\theta$  in (4-4). Unser Vorgehen modifiziert die "Momenten-Methode", von der für die Gamma-Verteilung bekannt ist, daß sie hinreichend effiziente Schätzungen für großes  $\alpha$  liefert, was hier der Fall ist ( $\alpha=1000$ ). [16] Kap. 18.37. Für (4-7) siehe z.B. [1].

Im Folgenden geben wir eine zusammenfassende Interpretation. Dabei ist zu beachten, daß die berechneten Prüfmaße einmal in ihrer absoluten Größenordnung auf bestimmte Signifikanzniveaus hin untersucht werden müssen, um zu sehen, ob die Hypothesen überhaupt akzeptabel sind. Von mindestens gleich großem Interesse ist jedoch, welche Rangordnung die drei getesteten Verteilungshypothesen untereinander einnehmen. Darauf werden wir später (Abschnitt 4.6) eingehen.

Ein erster Blick auf Tabelle A3 zeigt, daß für kleines  $\delta$ , d.h. großes  $T$ , in weit mehr Fällen sämtliche drei Verteilungshypothesen abgelehnt werden als bei größerem  $\delta$  bzw. kleinerem  $T$ . Allerdings gilt dies nicht allgemein. Betrachten wir dazu zwei extreme Fälle, die Variablen 1 (AEG) und 10 (AUDI/NSU): Für Variable 1 liegt das Prüfmaß (aller drei Tests) für alle  $\delta$  meistens unter dem kritischen Wert (für Signifikanzniveau 0.10), während bei der Variablen 10 selbst auf dem sehr toleranten 0.01-Niveau meist eine Ablehnung der drei Verteilungshypothesen erfolgt.

In Tabelle 2 sind die Häufigkeitsverteilungen und in Abbildung 1 die daraus resultierenden Histogramme wiedergegeben.<sup>12)</sup> Die Abbildung zeigt, daß bei der Variablen 10 die Schwanzstücke recht große relative Häufigkeiten enthalten, d.h. die empirische Verteilung sich weit nach beiden Seiten ausbreitet, während die Beobachtungen für die Variable 1 stark um den häufigsten Wert zentriert sind. Dies illustriert das Phänomen, das zur

---

12) Für die Klasseneinteilung (mit konstanter Klassenbreite) wurde die Regel  $KAZ = \sqrt{T}$  benutzt. Siehe Abschnitt 4.7. Die teilweise unterschiedliche Klassenbreite ist durch die Computer-Darstellung bedingt. \*\*\* zeigt, daß die betreffenden Histogramme höher als dargestellt sein müßten.

Tabelle 2 und Abbildung 1 ungefähr hier

---

Ablehnung der Normalverteilung und zur Favorisierung anderer stabiler Verteilungen führte (siehe z.B. [13]). Dabei ist allerdings zu beachten, daß sich die betreffenden Untersuchungen auf die Variable  $Y_{t,\delta}$  bezogen. Vergleiche (4-1). Obwohl von uns nicht systematisch untersucht, scheint die Form der Variablen 10 in Abbildung 1 darauf hinzudeuten, daß auch bei Betrachtung der Cashflow-Variablen  $X_{t,\delta}$  für bestimmte Aktien (von der Normalverteilung abweichende) stabile Verteilungen besonders passende Hypothesen darstellen.

Für die uns vorliegenden Daten ergibt sich, daß nicht nur die Normalverteilung, sondern auch die beiden anderen Verteilungen als Hypothesen im Fall der Variablen 10 abzulehnen sind, wenn auch diese Aussage noch differenzierbar ist (siehe Abschnitt 4). Unabhängig von dem Testergebnis gibt schon Tabelle 2 einen Hinweis auf die unterschiedliche Übereinstimmung zwischen theoretischen Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Verteilungen und den empirischen Häufigkeiten bei den zwei Variablen: Während bei der Variablen 1 die Größenordnung (für alle Verteilungen) übereinstimmt, ist dies bei der Variablen 10 durchaus nicht der Fall. Man beachte dabei, daß letztere Aktie (AUDI/NSU) im deutschen Aktienmarkt als "spekulativ" gilt (bzw. galt), während man die Aktie 1 (AEG) eher als Standardaktie bezeichnen würde. Es sei ferner darauf hingewiesen, daß beide Aktien die Hypothese der stochastischen Unabhängigkeit bestätigen. Siehe Abschnitt 3 und Tabelle A2.



# Tabelle 2

## VARIABLE 1

$\delta = 1$

TABELLE DER RELATIVEN HÄUFIGKEITEN FÜR DIE VARIABLE 1  
 ABSTAND DELTA= 1 ANALYSE IM ZEITRAUM 04.01.67 BIS 16.05.73  
 ANZAHL DER BEOBSACHTUNGEN: 306  
 X0: 0.99986V: 0.0009XCI: -0.00063VL: 0.00098THETA: 1011.31178LAMBDA: 1011.16584

KLASSE VON ... (INCL) BIS ... (EXCL)	RELATIVE HÄUFIGKEIT	NORMAL	GAMMA	LOGNORMAL	
1	0.91489	0.92849	0.013072	0.003445	0.002343
2	0.92849	0.94208	0.016340	0.008165	0.005773
3	0.94208	0.95567	0.021484	0.021460	0.015765
4	0.95567	0.96927	0.042484	0.046918	0.036027
5	0.96927	0.98286	0.062092	0.085329	0.069060
6	0.98286	0.99645	0.130719	0.129101	0.110802
7	0.99645	1.01005	0.212418	0.162497	0.148882
8	1.01005	1.02364	0.199346	0.170155	0.167523
9	1.02364	1.03723	0.153595	0.142230	0.157637
10	1.03723	1.05083	0.068827	0.107426	0.124690
11	1.05083	1.06442	0.052288	0.064768	0.082451
12	1.06442	1.07801	0.019608	0.032485	0.045663
13	1.07801	1.09161	0.013072	0.013553	0.021180
14	1.09161	1.10520	0.006536	0.004704	0.008227
15	1.10520	1.11879	0.003268	0.001358	0.002676
16	1.11879	1.13239	0.000000	0.000326	0.000720
17	1.13239	1.14598	0.003268	0.000065	0.000166
			0.000011	0.000021	0.000032
			0.000002	0.000004	0.000006

$\delta = 3$

TABELLE DER RELATIVEN HÄUFIGKEITEN FÜR DIE VARIABLE 1  
 ABSTAND DELTA= 3 ANALYSE IM ZEITRAUM 04.01.67 BIS 16.05.73  
 ANZAHL DER BEOBSACHTUNGEN: 94  
 X0: 0.99656V: 0.00280XCI: -0.00263VL: 0.00281THETA: 356.45579LAMBDA: 355.94341

KLASSE VON ... (INCL) BIS ... (EXCL)	RELATIVE HÄUFIGKEIT	NORMAL	GAMMA	LOGNORMAL	
1	0.89183	0.91889	0.095745	0.021873	0.017667
2	0.91889	0.94594	0.095745	0.044242	0.037220
3	0.94594	0.97300	0.117021	0.093945	0.082199
4	0.97300	1.00005	0.170213	0.154467	0.141218
5	1.00005	1.02710	0.234043	0.196680	0.188899
6	1.02710	1.05416	0.138298	0.193936	0.196745
7	1.05416	1.08121	0.106383	0.148091	0.159555
8	1.08121	1.10827	0.021277	0.087570	0.100749
9	1.10827	1.13532	0.021277	0.040097	0.049530
			0.014215	0.015401	0.018956
			0.004885	0.006355	0.007230

$\delta = 6$

TABELLE DER RELATIVEN HÄUFIGKEITEN FÜR DIE VARIABLE 1  
 ABSTAND DELTA= 6 ANALYSE IM ZEITRAUM 04.01.67 BIS 16.05.73  
 ANZAHL DER BEOBSACHTUNGEN: 43  
 X0: 0.99765V: 0.00677XCI: -0.00658VL: 0.00682THETA: 147.43967LAMBDA: 147.09322

KLASSE VON ... (INCL) BIS ... (EXCL)	RELATIVE HÄUFIGKEIT	NORMAL	GAMMA	LOGNORMAL	
1	0.83002	0.86776	0.069767	0.026764	0.014332
2	0.86776	0.94550	0.209302	0.070012	0.054607
3	0.94550	1.00325	0.279070	0.172271	0.148900
4	1.00325	1.06199	0.209302	0.264052	0.252140
5	1.06095	1.11873	0.160047	0.252225	0.265304
6	1.11873	1.17647	0.046512	0.150136	0.173450
			0.055663	0.055663	0.070430
			0.014657	0.015624	0.020810

# Tabelle 2

## VARIABLE 10

$\delta = 1$

TABELLE DER RELATIVEN HAEUFIGKEITEN FUER DIE VARIABLE 10

ABSTAND DELTA= 1 ANALYSE IM ZEITRAUM 04.01.67 BIS 16.05.73

ANZAHL DER BEOACHTUNGEN: 294

XQ: 1.00213V: 0.00221XCL: 0.00102VL: 0.00224THETA: 454.159651 LAMBDA: 455.12901

KLASSE VON... (INCL) BIS ... (EXCL)	RELATIVE HAEUFIGKEIT	NORMAL	GAMMA	LOGNORMAL	
1	0.70769	0.82067	0.006803	0.000007	0.000001
2	0.82067	0.64365	0.003401	0.000049	0.000000
3	0.84365	0.86664	0.010204	0.000315	0.000003
4	0.86664	0.86962	0.000000	0.001590	0.000390
5	0.88962	0.91260	0.010204	0.006345	0.001983
6	0.91260	0.93559	0.017007	0.020024	0.007768
7	0.93559	0.95857	0.051224	0.049963	0.023922
8	0.95857	0.98156	0.084435	0.098574	0.057935
9	0.98156	1.00454	0.374150	0.153792	0.110335
10	1.00454	1.02752	0.221088	0.189751	0.165270
11	1.02752	1.05051	0.122449	0.185150	0.194712
12	1.05051	1.07349	0.037415	0.142874	0.180432
13	1.07349	1.09647	0.017007	0.067167	0.131509
14	1.09647	1.11946	0.003401	0.042073	0.075388
15	1.11946	1.14244	0.010204	0.016054	0.033988
16	1.14244	1.16542	0.010204	0.004843	0.012050
17	1.16542	1.18841	0.006803	0.001155	0.003359
				0.000218	0.000736
				0.000037	0.000146

$\delta = 3$

TABELLE DER RELATIVEN HAEUFIGKEITEN FUER DIE VARIABLE 10

ABSTAND DELTA= 3 ANALYSE IM ZEITRAUM 04.01.67 BIS 16.05.73

ANZAHL DER BEOACHTUNGEN: 88

XQ: 1.00531V: 0.00803XCL: 0.00119VL: 0.00851THETA: 124.915361 LAMBDA: 125.57813

KLASSE VON... (INCL) BIS ... (EXCL)	RELATIVE HAEUFIGKEIT	NORMAL	GAMMA	LOGNORMAL	
1	0.69035	0.75750	0.022727	0.000223	0.000028
2	0.75750	0.82466	0.022727	0.002647	0.000506
3	0.82466	0.89182	0.034091	0.019153	0.005427
4	0.89182	0.95898	0.090909	0.080905	0.033488
5	0.95898	1.02613	0.500000	0.199848	0.119256
6	1.02613	1.09329	0.227273	0.289024	0.245501
7	1.09329	1.16045	0.056818	0.292282	0.292463
8	1.16045	1.22761	0.022727	0.244851	0.201674
9	1.22761	1.29477	0.022727	0.121480	0.080453
				0.035263	0.018543
				0.005980	0.002662
				0.000626	

$\delta = 6$

TABELLE DER RELATIVEN HAEUFIGKEITEN FUER DIE VARIABLE 10

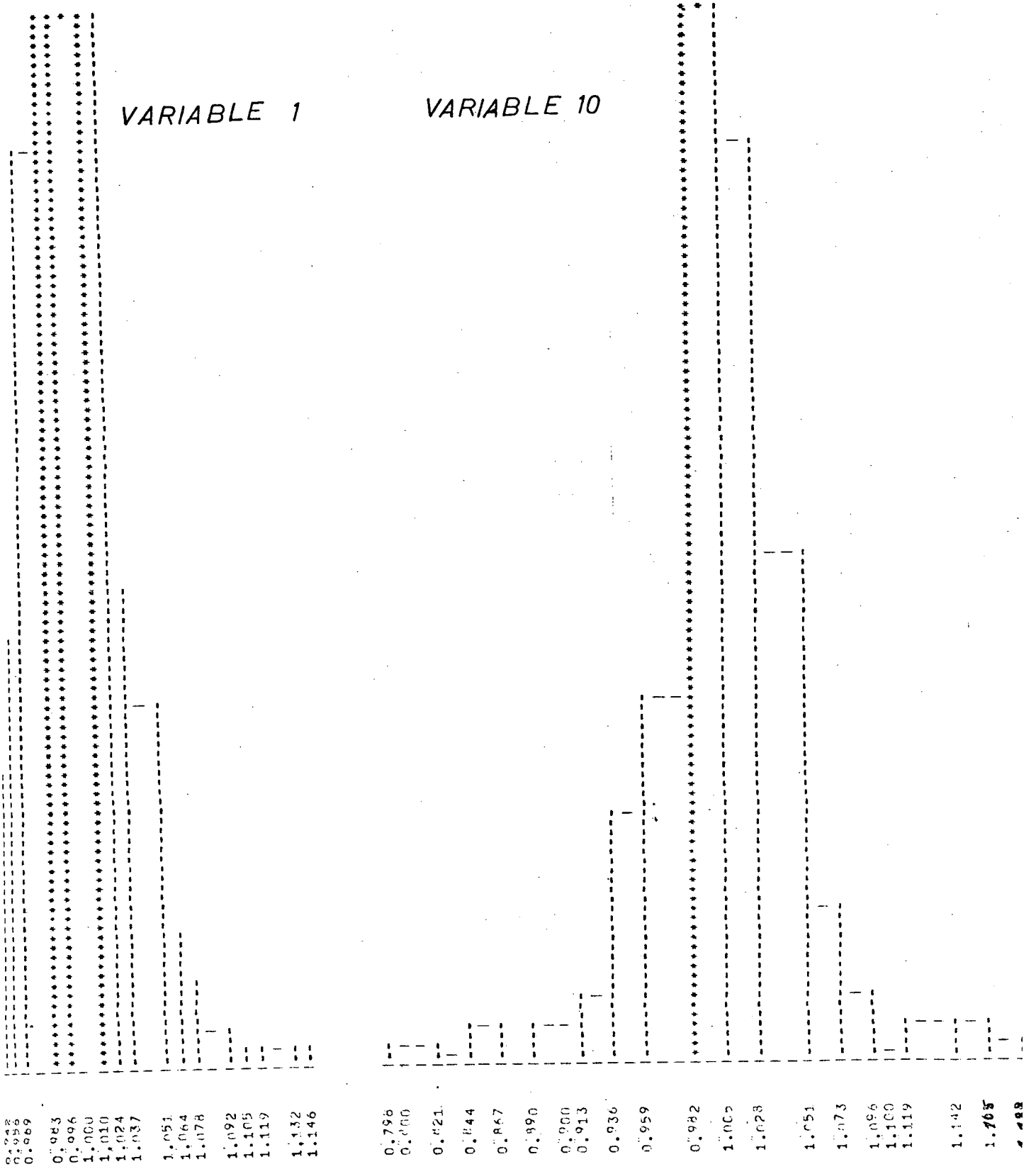
ABSTAND DELTA= 6 ANALYSE IM ZEITRAUM 04.01.67 BIS 16.05.73

ANZAHL DER BEOACHTUNGEN: 39

XQ: 1.01139V: 0.01663XCL: 0.00256VL: 0.01910THETA: 60.81699 LAMBDA: 61.50965

KLASSE VON... (INCL) BIS ... (EXCL)	RELATIVE HAEUFIGKEIT	NORMAL	GAMMA	LOGNORMAL	
1	0.60394	0.71203	0.025641	0.000790	0.000122
2	0.71203	0.82011	0.076923	0.009342	0.002530
3	0.82011	0.92820	0.051282	0.058871	0.025530
4	0.92820	1.03629	0.435897	0.190428	0.123662
5	1.03629	1.14437	0.256410	0.317112	0.288969
6	1.14437	1.25246	0.153846	0.272237	0.326718
				0.120435	0.178813
				0.030786	0.053657

# Abbildung 1 - 8 - 1



# Abbildung 1 - $\delta = 3$

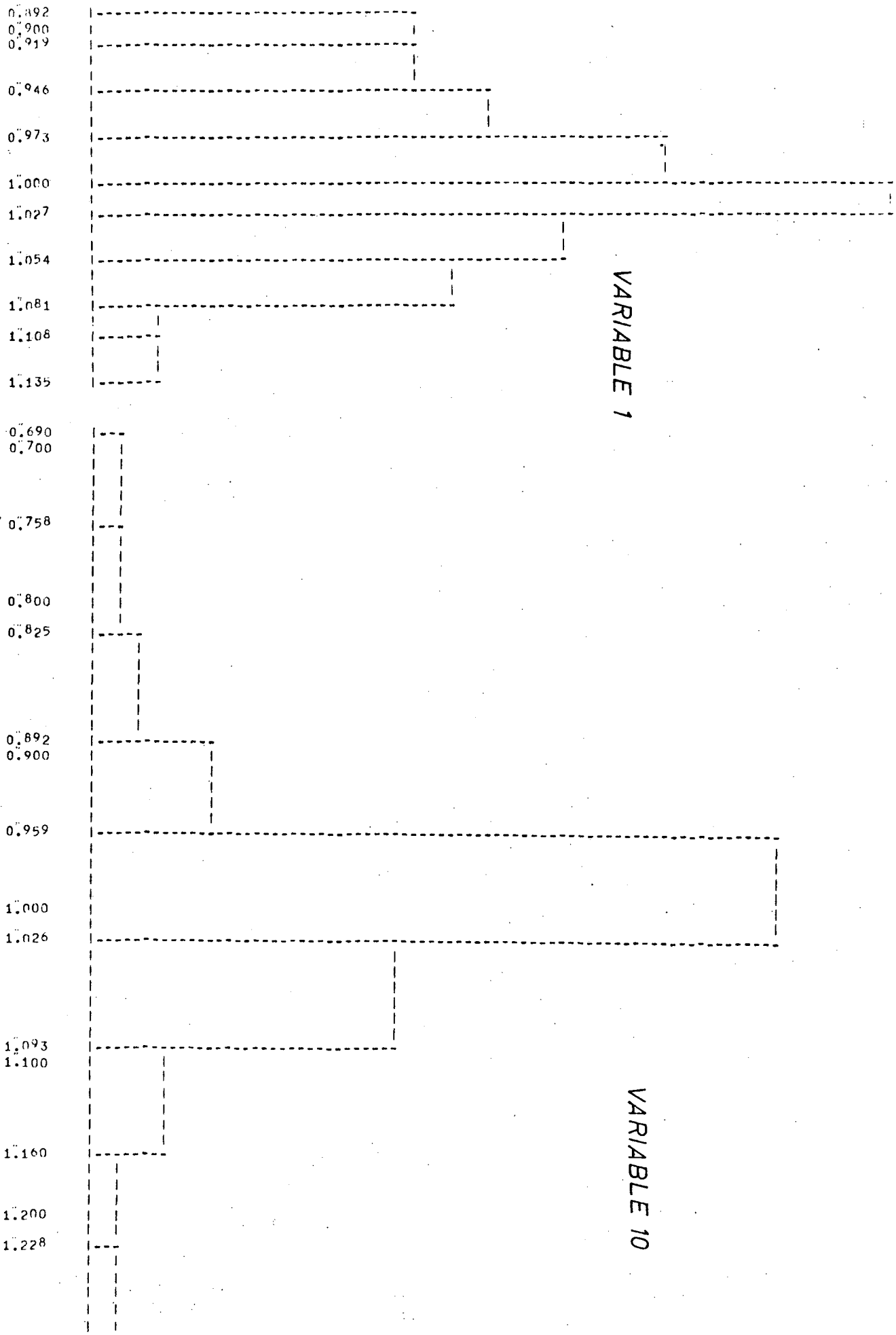
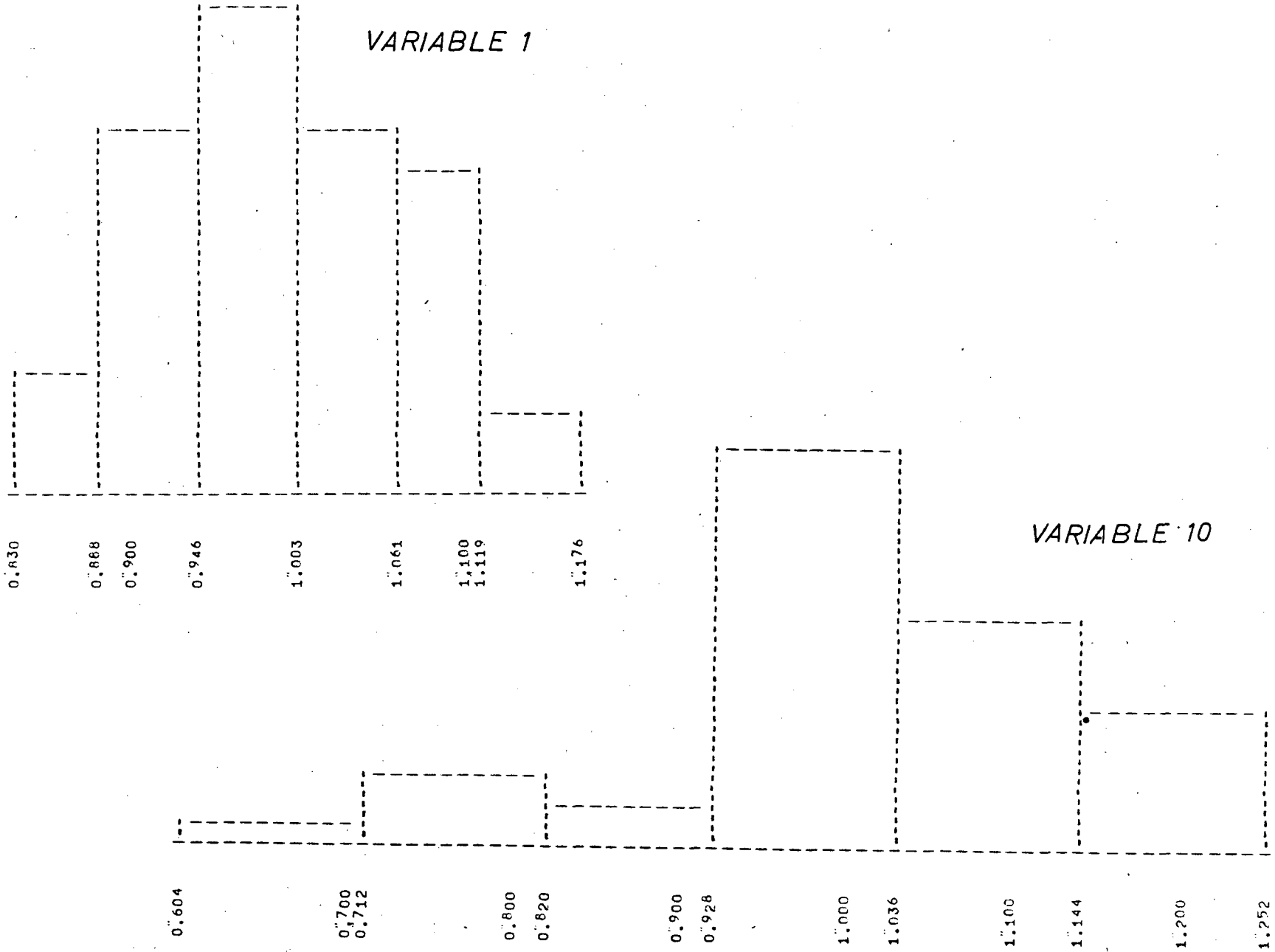


Abbildung 1 -  $\delta = 6$



4.4 Wie verhält sich die Varianz bei wachsendem  $\delta$  ?

Wir haben in Abschnitt 3.2 gezeigt, daß unter bestimmten Voraussetzungen die Varianz der Cashflow-Werte proportional zum Abstand  $\delta$  wächst. Bilden wir für die Variablen 1 und 10 für unterschiedliches  $\delta$  jeweils das Verhältnis

$$(4-8) \quad h(\delta) = \frac{\text{var}(X_{t, \delta})}{\text{var}(X_{t, 1})} \quad , \delta = 1, 2, \dots, 7 ,$$

dann ergibt sich Tabelle 3. Man beachte, daß es sich in (4-8) um geschätzte Varianzen handelt.

Tabelle 3

Verhalten von  $h(\delta)$  bei wachsendem  $\delta$

Variable	Abstand ( $\delta$ )						
	1	2	3	4	5	6	7
1	1.0	2.1	2.8	4.5	5.1	6.8	7.4
10	1.0	2.4	3.6	6.0	7.0	7.5	11.4

Während die Ergebnisse für Variable 1 ziemlich exakt mit (3-14) übereinstimmen, weicht das Ergebnis für Variable 10 teilweise stark davon ab. Man vergleiche auch Tabelle A4, in der die Spannweiten für die Variablen aufgeführt sind. Dort erhalten wir ähnliche Ergebnisse. Es ist schwierig, eine eindeutige Begründung für die Unterschiede zwischen den beiden Variablen

zu geben; denn neben der Möglichkeit der Verletzung der Annahmen, unter denen (3-14) gilt, kann auch die Tatsache, daß wir es mit Schätzungen der Varianzen zu tun haben, eine Rolle spielen ([13] S. 475).

Für die Annahmeverletzung kommen sowohl ein Trendeinfluß als auch eine zu große Variabilität der Beobachtungen in Frage (Abschnitt 3.3). Auf einen Trendeinfluß in der Variablen 10 deutet das Ergebnis bei Test 3 hin, der besonders gut zur Erkennung von Trendeinflüssen geeignet ist ([17] S. 356). Die Prüfstatistik dieses Tests zeigt für die Variable 10 höhere Werte als für die Variable 1 .

Neben der möglichen zu großen Variabilität, über die unsere Testergebnisse keine Aussage machen, können auch geringe Schwingungen in der Zeitreihe für die überproportional wachsende Varianz verantwortlich sein ([14]). In unseren Testergebnissen sollte sich dies durch hohe negative Prüfwerte bei den Tests 1 und 2 (zu wenig d.h. zu lange Läufe) und durch hohe positive Autokorrelation (Test 5) ausdrücken. Derartige Ergebnisse sind jedoch nicht vorhanden. (Zur Diskussion, inwieweit Schwingungen von den Tests 1 und 2 entdeckt werden, siehe z.B. [20].) Immerhin bestätigen unsere Ergebnisse diejenigen von Granger und Morgenstern insofern, als keine Barrieren zu bestehen scheinen. Denn dann müßte die Varianz für wachsendes  $\delta$  sinken ([14] S. 171).

#### 4.5 Ist die Güte der Anpassung von $\delta$ abhängig ?

Wenig befriedigend an dem Ergebnis aus Tabelle A3 ist, daß mit wachsendem Stichprobenumfang die Güte der Anpassung (für alle Verteilungshypothesen) abnimmt. Man könnte allerdings auch - positiv formuliert - behaupten, daß eben mit wachsendem Abstand  $\delta$  (= geringerem T - siehe (2-2) ) die Hypothesen besser "paßten". Um zu überprüfen, inwieweit der geringere Stichprobenumfang und inwieweit der größere Abstand für das "bessere" Ergebnis bei hohem  $\delta$  verantwortlich sind, sind wir wie folgt vorgegangen: Die Gesamtstichprobe wurde in 3 bzw. 6 etwa gleich große, zeitlich zusammenhängende Unterstichproben mit  $\delta = 1$  aufgeteilt; die Anpassungstests wurden für diese Teilstichproben wiederholt.

Folgende drei Konstellationen sind als Ergebnis denkbar:

- (I) Es ergeben sich für die Unterstichproben ähnlich wenige signifikante Fälle wie bei den Abständen  $\delta = 3$  und  $\delta = 6$ , die mit diesen bezüglich des Stichprobenumfangs in etwa übereinstimmen. Dies würde darauf hindeuten, daß der geringere Stichprobenumfang (nicht der größere Abstand  $\delta$ ) eine Rolle spielt.
- (II) Es ergeben sich ähnlich viele signifikante Fälle wie in der Gesamtstichprobe bei Abstand  $\delta = 1$ . Dies würde im Gegensatz zu (I) darauf hindeuten, daß der Abstand  $\delta$  (nicht der Stichprobenumfang) für das bessere Ergebnis bei größerem Abstand  $\delta$  verantwortlich ist.
- (III) Es ergeben sich unterschiedlich viele signifikante Fälle in den einzelnen Unterstichproben. Daraus könnte man schließen, daß die Verteilung nicht die Eigenschaft der



Stationarität (im engeren Sinne) besitzt. Anders gesagt: Bei Verschiebung über die Zeitachse hin ergeben sich unterschiedliche Parameterkonstellationen bzw. sind verschiedene Verteilungen (einschließlich solcher, die hier nicht untersucht wurden) gültig.

Man beachte, daß Möglichkeit (II) als Ergebnis unserer Untersuchungen besonders wünschenswert wäre, da sie besagen würde, daß "wenigstens" für größere Abstände die Verteilungshypothesen (und gleichzeitig die Unabhängigkeitshypothese - siehe Abschnitt 3) gut erfüllt seien. Am wenigsten hätte die Möglichkeit (I) zu bieten, da dann die hohe Zahl von signifikanten Fällen (bei großem Abstand) nur eine Folge des geringen Stichprobenumfangs wäre; denn für geringen Stichprobenumfang sind vor allem die  $\chi^2$ -Anpassungstests wenig zuverlässig ([16], [32]). Auch die Möglichkeit (III) ist wenig attraktiv, würde sie doch die generelle Verwendbarkeit einer bestimmten Verteilungshypothese stark einschränken.

Die Ergebnisse aus den Anpassungstests für die Unterstichproben sind in den beiden Tabellen A5 (3 Unterabschnitte) und A6 (6 Unterabschnitte) zusammengestellt. Vergleicht man nun einerseits A5 mit Tabelle A3 ( $\delta = 3$ ) und andererseits A6 mit Tabelle A3 ( $\delta = 6$ ), so ergibt sich zusammenfassend folgendes: Die Verteilungen sind durchweg sehr unstabil über die Zeit hin, d.h. für einige Zeitperioden kann die betreffende Verteilungshypothese sehr wohl akzeptiert werden, während sie für andere Perioden abgelehnt werden muß. Dies korrespondiert mit Ergebnissen bei Praetz [22]. Er untersuchte das Verhalten der (geschätzten) Parameter Erwartungswert und Varianz im Zeitablauf und

fand, daß der Erwartungswert recht stabil war, während der Wert der Varianz stark variierte. Ein Grund für diese Schwankungen mögen die unterschiedlich hohen Umsätze in der betrachteten Aktie an der Börse sein, die in unserer Analyse nicht berücksichtigt werden (siehe Fußnote 4), deren Einfluß auf das Verhalten der Aktienkurszeitreihe jedoch nachgewiesen wurde ([14] Kap. 8).<sup>13)</sup>

Von besonderer Bedeutung ist die Instabilität der Verteilungen für das Portefeuilleauswahl-Problem: Ist es sinnvoll, die aus der Vergangenheit vorliegende Verteilung bei der Portefeuilleentscheidung zu benutzen, wenn sie einmal gut und das andere Mal schlecht die wirkliche Verteilung beschreibt? Siehe dazu die Diskussion in [13] Kap. 5, [10]S. 314FN sowie [26]. Sollte sich in detaillierteren Untersuchungen, als sie hier vorgenommen wurden, die beobachtete Instabilität bestätigen, so könnte man die Daten aus der Vergangenheit sicher nicht als Entscheidungsgrundlage verwenden. Man beachte dabei, daß nicht das "ob" der Instabilität, sondern das "wieviel" der Instabilität hierbei eine Rolle spielt (etwa in dem Sinne, daß A-priori-Verteilung und datenerzeugende Verteilung die Bedingung erfüllen sollten, miteinander "natürlich konjugiert" zu sein. [24])

---

13) In [2] wird die "nichtstationäre logarithmische Normalverteilungs-Hypothese" behandelt, die vor allem auf die empirisch beobachtete Instabilität der Varianzen (über die Zeit hin) eingeht und diese durch die Änderung der Kapitalstruktur des betreffenden Unternehmens zu erklären versucht. Die Untersuchung bezieht sich auf die Variable  $Y_{t,\delta}$  und konkurriert mit der Hypothese der stabilen Verteilung.

Zusammenfassend kann man sagen, daß die Ergebnisse in diesem Unterabschnitt nicht allgemein zur Unterstützung der untersuchten Verteilungshypothesen herangezogen werden können. Insbesondere scheint bei niedrigem Stichprobenumfang (= hohem  $\delta$ ) die große Stichprobenvariabilität eine gute Übereinstimmung mit den Verteilungshypothesen vorzutäuschen.

#### 4.6 Eine Diskussion der Ergebnisse für die einzelnen Verteilungshypothesen und der verwendeten Testverfahren

Unsere bisherige Diskussion hat nicht zwischen den einzelnen Verteilungshypothesen unterschieden; außerdem taten wir so, als führten die Ergebnisse aus den verschiedenen benutzten Testverfahren alle zu denselben Schlußfolgerungen. Dies ist nicht der Fall. Wir wollen deshalb jetzt die Ergebnisse im Zusammenhang mit den einzelnen Verteilungshypothesen betrachten und dabei auch auf die verschiedenen benutzten Testverfahren näher eingehen.

Wir beziehen uns im folgenden wieder auf Tabelle A3, die die Ergebnisse der Anpassungstests für den Gesamtzeitraum enthält. Deren detailliertere Analyse führt zu folgenden Ergebnissen:

##### 4.6.1 Kolmogoroff-Smirnoff-Test

Beim KST ergeben sich die in der Tabelle 4 genannten Rangordnungen A,B,C,D,E mit den dort genannten Häufigkeiten. Dabei ist zu beachten, daß damit keine Aussage über die absolute Größe der Werte der einzelnen Prüfstatistiken gemacht wird. Immerhin wird bei 5 von 18 Variablen ( für  $\delta = 1$ ) selbst auf

dem 0.01-Niveau keine der drei Verteilungshypothesen akzeptiert. Deshalb sind in Klammern zusätzlich die Ergebnisse nach Ausschaltung von Fällen, die auf dem genannten Niveau signifikant sind, angegeben. Ferner ist noch einmal auf das Ergebnis von Liliefors ([18],[19]) bezüglich der Ungleichheit der kritischen Werte für die verschiedenen Verteilungen hinzuweisen (Abschnitt 4.2). In unserer Untersuchung haben wir bei der Berechnung der kritischen Werte die Standardtabellen verwendet.

Tabelle 4

Häufigkeit von Rangordnungen der Verteilungshypothesen im Kolmogoroff-Smirnoff-Test

Rangfolge der Verteilungen	Abstand ( $\delta$ )		
	1	3	6
A. Lognormal, Gamma, Normal	13 (10)	11	9
B. Gamma, Lognormal, Normal	1	1	1
C. Gamma, Normal, Lognormal	1	0	1
D. Normal, Gamma, Lognormal	2 (0)	6	6
E. Normal, Lognormal, Gamma	1	0	1

Bemerkung: Die Verteilung mit dem kleinsten Prüfwert wird zuerst genannt. In Klammern die Häufigkeiten bei Ausschaltung der Fälle, die auf dem 0.01-Niveau signifikant sind.

Quelle: Tabelle A3

Nach Tabelle 4 ist die logarithmische Normalverteilung in den meisten Fällen akzeptabel, wenn auch, wie in Abschnitt 4.3

illustriert wurde, durchaus andere Verteilungshypothesen für bestimmte Variablen gelten können. Darüberhinaus ergibt sich, daß (für  $\delta = 1$ ) die logarithmische Normalverteilung gemeinsam mit der Gammaverteilung in ca. 2/3 aller Fälle als Hypothese an der Spitze steht; dagegen schneidet für größeres  $\delta$  die Normalverteilung besser ab, was wegen der Eigenschaften dieser Verteilung nicht überraschend ist ([13] S. 488).<sup>14)</sup> Für die in Abschnitt 4.3 vorgestellten Variablen ergibt sich, daß Variable 1 stets in Kategorie A und Variable 10 stets in Kategorie D (der Tabelle 4) fällt. Demnach scheint von den drei untersuchten Verteilungen die Normalverteilung auch für Cash-flow-Werte dann als Hypothese am angemessensten zu sein, wenn die empirische Verteilung lange Schwanzstücke aufweist. Siehe dazu unsere Diskussion in Abschnitt 4.3 .

#### 4.6.2 $\chi^2$ -Anpassungs-Tests

Da wegen der unterschiedlichen Anzahl von Freiheitsgraden die Vergleichbarkeit der Ergebnisse für die  $\chi^2$ -Tests eingeschränkt ist, geben wir in der folgenden zusammenfassenden Tabelle 5 nur an, wieviele Variable auf den einzelnen Signifikanzniveaus eine bestimmte Verteilungshypothese nicht erfüllen. Tabelle 5 zeigt folgendes: Der CHI1-Test (konstante Klassenbreite) favorisiert die Gammaverteilung mit knappem Vorsprung vor der Normalverteilung , während die logarithmische Normalverteilung

---

14) Genauer gesagt: Seien  $X_1, \dots, X_n$  voneinander unabhängige und identisch verteilte Zufallsvariablen. Dann folgt

$$Z = \sum_{i=1}^n X_i$$
 für genügend großes  $n$  (und bei entsprechender Normierung ) der stabilen Verteilung, von der die Normalverteilung ein Spezialfall ist. [13] S. 485.

Tabelle 5

Die Verteilungshypothesen im  $\chi^2$ -Anpassungstest mit konstanter und variabler Klassenbreite

Signifikanzniveau	$\sqrt{T}$			$5+\sqrt{T}$			$3+T/10$			$T^{0.45}$			$T^{0.50}$			$T^{0.60}$		
	N	G	L	N	G	L	N	G	L	N	G	L	N	G	L	N	G	L
0.01	1	14	12	17	15	14	17	12	11	15	12	11	11	11	11	14	14	14
	3	3	3	7	3	3	6	3	3	6	4	3	4	4	5	4	5	6
	6	1			1									1	1	2	1	1
0.05	1	16	14	17	15	15	17	14	13	17	15	14	14	14	14	15	17	17
	3	5	3	9	5	6	10	5	5	7	7	5	7	5	5	4	7	7
	6	4	3		1	1	3	2	1	3	2	2	2	2	2	2	2	1
0.10	1	17	16	17	15	15	17	16	16	17	18	16	16	15	16	16	17	17
	3	7	4	9	6	7	11	6	5	7	7	5	7	5	5	4	8	9
	6	6	1	5	3	4	5	2	2	4	4	6	6	3	3	2	3	3

Bemerkungen

Bei den angegebenen Zahlen handelt es sich um die absoluten Häufigkeiten, mit der in der betreffenden Kategorie die Hypothese abgelehnt wird (bei insgesamt 18 Variablen).

N = Normalverteilung, G = Gammaverteilung, L = logarithmische Normalverteilung

Die einzelnen Testversionen (für konstante und variable Klassenbreite) unterscheiden sich durch die Regel, nach der die Klassenanzahl bzw. die Klassenbesetzungszahl vorgegeben wird. Siehe dazu Abschnitt 4.7.

Quelle: Tabelle A3

weiter zurück an dritter Stelle liegt. Dagegen ließe sich aus den Ergebnissen für den CHI2-Test (variable Klassenbreite) nicht sehr deutlich, aber doch tendenziell eine Favorisierung der Gammaverteilung und der logarithmischen Normalverteilung (Kategorien A und B in Tabelle 4!) herauslesen. Demnach ähnelt dies Ergebnis demjenigen, das wir aus dem KST gewonnen haben, während das Ergebnis aus dem CHI1-Test davon abweicht.

#### 4.6.3 Ein Vergleich der Ergebnisse aus den drei Testansätzen

Beim Vergleich der Ergebnisse aus dem KST einerseits und den  $\chi^2$ -Tests andererseits fällt auf, daß vor allem bei großem Stichprobenumfang in den  $\chi^2$ -Tests die Anzahl signifikanter Fälle weit höher liegt, zumal auch hier wieder die mögliche Konservatismus des KST bei Benutzung von Standardtabellen (Abschnitte 4.2 und 4.6.1) des KST zu beachten ist. Immerhin gehen die Unterschiede für  $\delta = 1$  soweit, daß man für KST von einer überwiegenden Annahme der drei Verteilungshypothesen sprechen kann, während die Ergebnisse aus CHI1 und CHI2 die Ablehnung empfehlen. Man beachte, daß dies auch für die in Abschnitt 4.5 untersuchten Teilstichproben zutrifft (siehe Tabellen A5 und A6).

Bezüglich der drei Hypothesen untereinander ergibt sich folgendes Bild: KST favorisiert die logarithmische Normalverteilung; für größeres  $\delta$  gewinnt die Normalverteilung, die an zweiter Stelle liegt, an Bedeutung. CHI1 favorisiert die Gamma-verteilung, während CHI2 kaum zwischen den drei verschiedenen Verteilungshypothesen diskriminiert. Demnach erhalten wir

aus den drei Testansätzen recht unterschiedliche Ergebnisse, für die demnach nur die einzelnen Testansätze verantwortlich sein können. Darauf wollen wir im folgenden Abschnitt eingehen.

#### 4.7 Willkürlichkeiten im $\chi^2$ -Anpassungstest

Obwohl, wie oben besprochen, auch der KST bei Schätzung der Parameter nicht frei von Mängeln bezüglich der Prüfung von Verteilungshypothesen ist, hat er gegenüber dem  $\chi^2$ -Anpassungstest den Vorzug, keinerlei Willkür des Anwenders zuzulassen. Letztgenannter gibt dafür bekanntlich zwei Ansatzpunkte (und zwar in beiden Versionen, CHI1 und CHI2): Einmal kann die Klassenbreite direkt (CHI1) bzw. indirekt (CHI2) manipuliert werden. Weiter besteht Willkür bei der Vorgabe des Kriteriums, das über die Zusammenfassung benachbarter Klassen entscheidet.

Die erste Willkürlichkeit haben wir (teilweise) dadurch zu eliminieren versucht, daß wir verschiedene Regeln für die Bestimmung der Klassenbreite nebeneinander benutzten, die zum Teil in der Literatur genannt werden (siehe z.B. [28]). Bezüglich des anderen Problems wurde das Kriterium verwandt, keine theoretisch erwartete Besetzungsanzahl in einer Klasse unter 5 zuzulassen. Über die Nützlichkeit dieser Regel existiert eine umfangreiche Literatur. Man vergleiche von den neuesten Veröffentlichungen beispielsweise [5] und [29].

Die Anzahl der Klassen ergibt sich für CHI1 direkt aus der Klassenanzahl-Regel, die üblicherweise als Funktion des Stich-



probenumfangs  $T$  bestimmt wird. Die von uns benutzten Regeln sind in Tabelle 6 zusammen mit den daraus resultierenden Klassenanzahlen dargestellt. Aus der Tabelle gehen ebenfalls die Regeln für die Besetzungszahlen im CHI2-Test hervor, die ebenfalls von  $T$  abhängig sind; auch für diese Testversion sind die resultierenden Klassenanzahlen angegeben.

Tabelle 6

Die Anzahl Klassen für verschiedene Regeln in zwei unterschiedlichen Versionen des  $\chi^2$ -Anpassungstests

Stich- proben- umfang $T$	<u>Konstante Klassenbreite</u> KAZ =			<u>Variable Klassenbreite</u> SIZE =		
	$[\sqrt{T}]$	$[5+\sqrt{T}]$	$[3+T/10]$	$[T^{0.45}]$	$[T^{0.50}]$	$[T^{0.60}]$
...						
30	5	10	6	7	6	4
35	5	10	6	8	7	4
40	6	11	7	8	6	4
45	6	11	7	9	7	5
50	7	12	8	10	7	5
...						
80	8	13	11	11	10	6
85	9	14	11	12	9	6
90	9	14	12	12	10	6
95	9	14	12	13	10	6
100	10	15	13	14	10	6
...						
280	16	21	31	23	17	9
285	16	21	31	23	17	9
290	17	22	32	24	17	9
295	17	22	32	24	17	9
300	17	22	33	23	17	10
305	17	22	33	23	17	10
310	17	22	34	23	18	10
...						

Bemerkung: KAZ = Klassenanzahl, SIZE = Besetzungszahl pro Klasse

Die in der Tabelle 6 genannten Klassenanzahlen werden jedoch wegen der Zusammenfassung von Klassen nur in Ausnahmefällen

bei der Anwendung erreicht: Für die CHI1-Version (konstante Klassenbreite) wurde, soweit die erwartete Besetzungsanzahl einer Klasse kleiner als 5 war, das gesamte noch verbleibende Schwanzstück zu einer Klasse zusammengefaßt. Da die Wahrscheinlichkeit für die äußeren Klassen in dieser Testversion relativ klein ist (bzw. relativ stark nach außen hin abnimmt - siehe beispielsweise Tabelle 2), wurde die erwartete Besetzungsanzahl dadurch in den meisten Fällen in die Nähe des Wertes 5 gerückt.

Für die weniger bekannte Testversion CHI2 gingen wir wie folgt vor: In der geordneten Stichprobe wurde der Median als erste Klassengrenze vorgegeben. Dann wurde einmal in absteigender und einmal in aufsteigender Richtung die Klassengrenze entweder durch den letzten Beobachtungswert, der noch die vorgegebene Besetzungszahl (für bestimmte Regel in Tabelle 6) erfüllte, oder - am Schwanzende - durch das verbleibende Schwanzstück bestimmt.

Da in der Version CHI2 ebenfalls eine erwartete Besetzungsanzahl von minimal 5 gefordert wird ([21] S. 177), ergab sich das Problem der Klassenzusammenfassung in anderer Weise. Dies sei mit Hilfe der Tabelle 7 illustriert, die die Häufigkeitsverteilung der Variablen 10 für  $\delta = 3$  für variable Klassenbreite angibt. Dabei wurde die Besetzungsregel  $SIZE = [T^{0.5}]$  angewendet, die auch in [21] vorgeschlagen wird.

\_\_Tabelle 7 ungefähr hier\_\_

Vor allem bei mittleren Stichprobenumfängen ( $T \approx 100$ ) ergibt sich für die Klassen in der Mitte der Verteilung aufgrund der geringen Klassenbreite (sprich: starken Zentrierung der Beobachtungen in diesem Bereich) eine sehr kleine theoretische Wahrscheinlichkeit pro Klasse. Man vergleiche dazu Klasse 5 in Tabelle 7. Dadurch wurde oft eine erwartete Klassenhäufigkeit unter 5 erzeugt, so auch in Klasse 5 in unserem Beispiel: Für die Normalverteilung ergibt sich z.B.  $0.030103 \cdot 88 = 2.65$ . Einerseits verlangt dieser geringe Wert eine Zusammenfassung mit einer benachbarten Klasse, andererseits wird sie durch die vorgegebene Besetzungsanzahl ("nicht mehr als ... Beobachtungen") streng genommen untersagt. Wir zogen die Klassenzusammenfassung der geringen Besetzungsanzahl pro Klasse vor. Allerdings ergibt sich wegen der "nach außen hin" anwachsenden theoretischen Wahrscheinlichkeiten pro Klasse (wegen der breiteren Klassen - siehe Tabelle 7) teilweise eine sehr starke Erhöhung der theoretischen Klassenhäufigkeit. Bei Zusammenfassung der Klassen 5 und 4 in Tabelle 7 ergibt sich beispielsweise ein Wert von ungefähr 8.

Da in der Literatur kaum etwas über das Problem der Klassenzusammenfassung für die Version CHI2 gesagt wird, haben wir stets dann, wenn eine Zusammenfassung in dieser Version erfolgte, dies in den Tabellen der Anpassungstests (A3, A5 und A6) durch das Zeichen "\*" kenntlich gemacht. Ein Blick auf die genannten Tabellen ergibt, daß eine Zusammenfassung selbst in der von Pfanzagl [21] propagierten (und im ganzen am besten arbeitenden) Besetzungsregel  $SIZE = \lceil \sqrt{T} \rceil$  recht häufig vorkommt.

Tabelle 7 - Häufigkeitsverteilung bei variabler  
 Klassenbreite für die Variable 10 ( $\delta = 3$ )

TABELLE DER RELATIVEN HÄUFIGKEITEN FÜR DIE VARIABLE 10  
 ABSTAND DELTA= 3 ANALYSE IM ZEITRAUM 04.01.67 BIS 16.05.73  
 ANZAHL DER BEOBSACHTUNGEN: 88  
 X0: 1.00531V: 0.00805XGL: 0.00119VL: 0.00851THETA: 124.91536LAMBDA: 125.57813

---

KLASSE VON... (INCL) BIS ... (EXCL)	RELATIVE HÄUFIGKEIT	NORMAL	GAMMA	LOGNORMAL
1	0.69035	0.102273	0.000043	0.000028
2	0.93571	0.102273	0.218728	0.231729
3	0.96721	0.102273	0.116605	0.122354
4	0.97917	0.102273	0.049826	0.050619
5	0.99320	0.102273	0.060933	0.060635
6	1.00000	0.102273	0.030103	0.029470
7	1.01455	0.102273	0.064598	0.062241
8	1.03571	0.102273	0.091665	0.089880
9	1.05632	0.102273	0.082519	0.079495
10	1.11765	0.079545	0.179564	0.164136
			0.104609	0.113871
			0.000626	0.002662

Bemerkung: SIZE =  $[T^{0.5}]$  - siehe Tabelle 6 .

Ganz allgemein läßt sich das Ausmaß der Klassenzusammenfassung aus einem Vergleich der Anzahl der Freiheitsgrade in den Tabellen A3, A5, A6 mit der (möglichen) Anzahl Klassen in der Tabelle 6 bestimmen, wenn man gleichzeitig bedenkt, daß die dort gegebenen Anzahlen der Freiheitsgrade gleich den um 3 verminderten Anzahlen von Klassen (nach Klassenzusammenfassung) sind. Siehe Abschnitt 4.2 (s = 2 in unserer Untersuchung). Vergleicht man diesbezüglich die beiden  $\chi^2$ -Test-Versionen, so ergibt sich, daß der Umfang der Klassenzusammenfassung beim CHI2-Test weit geringer ist als beim CHI1-Test: Beim ersteren reduziert sich die Anzahl Klassen meistens nur um ein oder zwei Klassen, während beim CHI1-Test die Anzahl oft auf die Hälfte der möglichen Klassenanzahl absinkt. In diesem Sinne besteht in der CHI2-Version "weniger Willkür".

Man beachte, daß sich in beiden Testversionen bei wachsendem Abstand  $\delta$  d.h. sinkendem Stichprobenumfang breitere Klassen ergeben. Für CHI1 folgt dies explizite aus der Formel für die Klassenbreite (KBR):

$$(4-9) \quad \text{KBR} = \frac{\text{SPAN}}{\text{KAZ}},$$

wobei SPAN die Spannweite und KAZ die Klassenanzahl angibt; denn für wachsendes  $\delta$  sinkt KAZ (siehe Tabelle 6) und steigt gleichzeitig im allgemeinen die Spannweite (siehe Tabelle A4). Für CHI2 folgt die größere Klassenbreite bei wachsendem  $\delta$  aus der empirisch zu beobachtenden größeren Streuung der Beobachtungswerte (Abschnitt 4.4). Dies hat für das Problem der Klassenzusammenfassung Konsequenzen: Da wachsende Klassenbreiten höhere theoretische Wahrscheinlichkeiten ( $p_i$  für Klas-

se i) bedeuten, wird der sinkende Stichprobenumfang  $T$  nicht unbedingt zu einer Verminderung der erwarteten Klassenhäufigkeit  $T \cdot p_i$  führen; ganz im Gegenteil kann sich eine Erhöhung dieses Ausdrucks ergeben, was zu einer Reduzierung der Klassenzusammenfassung führt. Dies ist offensichtlich für unsere Daten vor allem bei CHI1 der Fall.

Dieses Phänomen könnte eine Erklärung dafür sein, daß mit wachsendem  $\delta$  die Diskrepanz zwischen der Anzahl signifikanter Fälle in den  $\chi^2$ -Anpassungstests einerseits und im Kolmogoroff-Smirnoff-Test andererseits abnimmt.

## 5 Zusammenfassung

Betrachtet man Aktienkurse in Intervallen von mindestens einer Woche, so ergibt sich für den deutschen Aktienmarkt eine Bestätigung der "Random-Walk-Hypothese" in Übereinstimmung mit dem überwiegenden Teil der Literatur, die sich mit dieser Frage beschäftigt.

Die von uns überprüften Verteilungshypothesen (Normalverteilung, Gammaverteilung, logarithmische Normalverteilung), die nur auf der Grundlage der oben genannten Ergebnisse überprüfbar sind und die sich auf die Cashflow-Variable beziehen, sind nur mit starken Einschränkungen akzeptabel. Vom methodischen Standpunkt aus ist dabei unbefriedigend, daß das Ausmaß der Einschränkung von der Art des verwendeten Anpassungstests abhängig ist. Allerdings zeigt sich, daß, wie zu erwarten, die asymmetrischen Verteilungen (Gammaverteilung, loga-

rithmische Normalverteilung) im allgemeinen besser arbeiten als die (symmetrische) Normalverteilung.

Unbeantwortet blieb die Frage, ob nicht die Familie der (positiven) stabilen Verteilungen allen drei untersuchten Verteilungshypothesen überlegen ist. Wir gingen darauf wegen der offenen methodischen Fragen bezüglich des Schätzens der Parameter und des Hypothesentestens nicht ein.

In Übereinstimmung mit der Literatur ergab sich auch in unserer Untersuchung, daß die Annahme der Stationarität der Verteilungen kaum zu rechtfertigen ist. Dies ist im Zusammenhang mit der Portefeuilleentscheidungs-Theorie von Bedeutung.

## A N H A N G

Der Anhang umfaßt die folgenden Tabellen:

- A1 - Liste der untersuchten Aktiengesellschaften
- A2 - Tests auf stochastische Unabhängigkeit
- A3 - Anpassungstests für den Gesamtzeitraum
- A4 - Spannweiten der Stichproben  $\underline{x}_\delta$
- A5 - Anpassungstests bei Unterteilung in drei Abschnitte
- A6 - Anpassungstests bei Unterteilung in sechs Abschnitte



# Tabelle A1

## Liste der untersuchten Aktiengesellschaften

---

- 1 AEG
- 2 BASF
- 3 CONTIGUMMI
- 4 Degussa
- 5 DLW
- 6 Klöckner-Werke
- 7 Linde
- 8 MAN
- 9 Mannesmann
- 10 AUDI / NSU
- 11 Schering
- 12 Siemens
- 13 Südzucker
- 14 Volkswagen-Werke
- 15 Wintershall
- 16 WMF
- 17 Badische Bank
- 18 Deutsche Bank

TESTS AUF STOCHASTISCHE UNABHAENIGKEIT

DELTA = 1

ZEITRAUM: 4.1.67-16.5.73

NO. DFP. VAR.	ST. PR. - UMFANG	TEST 1	TEST 2	TEST 3	TEST 4	TEST 5	
		ANZ. LAEUFE U. BE- RUECKSICHTIGUNG D. BESETZUNG D. VERSCH. KATEGORIEN (MEDIAN)	ANZAHL LAEUFE (DIFF.)	VERHAELTNIS VON PLUS- UND MINUS- BEOBSACHTUNGEN	CHIQUADRAT- TEST: ANZAHL UND LAENGE D. LAEUFE	ROH	STANDARDISIERT
1	306	-0.515	0.249	0.198	1.396	0.007	0.175
2	308	-0.171	0.068	0.000	0.224	-0.090	-1.528
3	306	0.973	-0.295	-0.395	1.171	-0.003	0.013
4	304	-2.241**	-0.387	-1.190	0.729	0.007	0.185
5	306	-1.661*	-0.431	-0.791	1.126	0.166	2.965***
6	304	1.321	0.432	-1.388	0.510	-0.036	-0.575
7	302	-1.210	-0.068	-0.995	7.311**	0.003	0.102
8	294	0.125	1.503	-1.614	5.320	-0.132	-2.201**
9	306	1.712*	1.065	0.198	2.748	-0.084	-1.410
10	294	0.031	0.532	-0.507	3.040	0.055	0.994
11	305	-0.300	1.158	-1.485	6.643*	0.015	0.312
12	306	-1.202	-1.247	-1.485	3.124	-0.140	-2.385**
13	240	-0.184	0.282	1.246	1.835	-0.112	-1.665*
14	306	0.973	0.385	-1.384	4.634	-0.076	-1.275
15	279	-0.877	-0.024	0.104	0.419	0.117	2.009**
16	300	-2.565**	-1.396	-1.218	0.528	0.010	0.229
17	300	-4.330***	-3.731***	-2.182**	9.347**	0.174	3.059***
18	306	-1.194	0.385	-0.395	10.225**	0.115	2.060**

DELTA = 2

1	146	-1.744*	-0.691	1.143	3.460	0.038	0.538
2	148	0.082	0.033	0.284	0.711	-0.120	-1.371
3	146	0.747	0.099	-0.571	0.730	0.027	0.409
4	144	-0.585	-0.232	-0.288	2.772	0.068	0.899
5	146	-1.412	-1.284	0.571	3.130	-0.025	-0.212
6	146	-0.083	1.876*	-1.143	5.105	-0.142	-1.624
7	143	-0.674	-0.898	-0.433	1.795	-0.019	-0.140
8	139	0.193	0.236	0.439	0.633	-0.041	-0.393
9	147	0.335	-0.230	0.142	2.824	-0.158	-1.822*
10	139	0.058	-0.371	1.469	0.903	0.018	0.294
11	145	-1.341	-1.156	-0.717	2.571	0.089	1.147
12	146	-1.080	-0.494	-0.571	1.195	-0.001	0.075
13	100	1.106	0.040	0.348	0.525	-0.191	-1.802*
14	146	-1.412	-0.494	0.286	0.877	0.042	0.589
15	130	0.969	0.035	1.211	0.184	-0.035	-0.310
16	142	0.626	0.033	-1.159	4.467	-0.083	-0.904
17	142	-2.362**	-3.172***	-1.622	16.236***	0.116	1.465
18	147	-0.832	-0.623	-0.712	6.303*	0.169	2.124**

ZEICHENERKLAERUNG: PRIEFWERT UEBERSCHREITET KRITISCHEN WERT AUF DEM SIGNIFIKANZNIVEAU:

\*\*\* = 0.01, \*\* = 0.05, \* = 0.10

Tabelle A2 -  $\delta = 3,4$

TESTS AUF STOCHASTISCHE UNABHAENIGKEIT      DELTA = 3      ZEITRAUM: 4.1.67-16.5.73

NR.	ST.PR.- UMFANG VAR.	TEST 1	TEST 2	TEST 3	TEST 4	TEST 5	
		ANZ. LAEUFE U. BE- RUECKSICHTIGUNG D. BESETZUNG D. VERSCH. KATEGORIEN (MEDIAN)	ANZAHL LAEUFE (DIFF.)	VERHAELTNIS VON PLUS- UND MINUS- BEOBACHTUNGEN	CHIQUADRAT- TEST: ANZAHL UND LAENGE D. LAEUFE	ROH	STANDARDISIERT
1	94	0.311	0.041	0.711	0.017	0.114	1.202
2	95	-0.205	0.123	0.530	0.867	0.020	0.294
3	94	0.311	1.276	0.355	2.002	-0.026	-0.144
4	93	0.003	-0.538	-0.536	0.499	0.039	0.478
5	94	-0.933	-0.453	-1.965**	0.972	0.025	0.342
6	93	-0.837	0.952	0.536	1.718	0.077	0.842
7	92	-1.992**	-0.624	-1.078	1.312	0.223	2.231**
8	88	-0.322	-0.468	-0.367	0.497	-0.084	-0.672
9	94	1.970**	0.041	-0.711	0.618	-0.015	-0.042
10	88	0.322	0.043	-0.734	1.423	0.035	0.431
11	94	-1.141	-1.441	-1.066	6.448*	0.022	0.314
12	94	-1.141	-0.700	-0.711	5.260	0.220	2.224**
13	62	-0.640	0.459	-0.873	2.812	-0.238	-1.727*
14	93	-1.051	-0.290	0.536	0.070	0.123	1.285
15	80	-0.113	-0.402	-0.770	4.399	0.053	0.587
16	90	-0.530	-0.295	-0.363	1.972	0.059	0.663
17	89	-0.215	-1.651*	-0.554	4.921	0.214	2.117**
18	94	-0.939	-1.441	-1.422	4.969	0.146	1.511

DELTA = 4

1	69	0.251	0.820	-0.621	2.026	-0.021	-0.049
2	70	0.120	0.622	-0.411	1.000	-0.019	-0.035
3	69	-1.225	-1.784*	-3.105***	2.837	0.072	0.717
4	67	0.006	0.636	-1.470	3.594	-0.040	-0.206
5	69	-0.733	-0.627	-1.863*	0.243	0.139	1.267
6	69	0.251	0.820	0.621	2.956	-0.049	-0.279
7	65	-1.518	-1.044	-0.640	2.362	0.200	1.723*
8	63	-0.252	-0.960	0.650	2.262	-0.192	-1.387
9	69	0.005	-1.206	0.207	1.891	-0.061	-0.380
10	62	1.921*	1.681*	0.000	5.907*	-0.221	-1.597
11	68	0.611	-0.437	-2.919***	0.517	0.045	0.489
12	68	-1.100	-0.146	0.417	0.249	0.142	1.285
13	42	0.156	0.312	-1.585	4.105	-0.251	-1.451
14	69	-0.979	-0.627	-1.863*	0.967	0.025	0.329
15	56	-1.214	-0.161	-0.459	0.466	0.206	1.659*
16	66	-0.372	-0.049	-0.423	2.259	-0.053	-0.300
17	66	-0.078	0.247	0.213	1.669	0.187	1.630
18	70	0.843	0.622	-2.056**	0.809	0.026	0.336

ZEICHENERKLAERUNG: PREFLERT UEBERSCHREITET KRITISCHEN WERT AUF DEM SIGNIFIKANZNIVEAU:

----- \*\*\* = 0.01 , \*\* = 0.05 , \* = 0.10

Tabelle A2 -  $\delta = 5,6$

TESTS AUF STOCHASTISCHE UNABHAENIGKEIT      DELTA = 5      ZEITRAUM: 4.1.67-16.5.73  
 =====

NO. DFP. VAR.	ST.PR.- UMFANG	TEST 1	TEST 2	TEST 3	TEST 4	TEST 5	
		ANZ. LAEUF. U. BE- RUECKSICHTIGUNG D. BESETZUNG D. VERSCH. KATEGORIEN (MFDIAN)	ANZAHL LAEUF. (DIFF.)	VERHAELTNIS VON PLUS- UND MINUS- BEOBSACHTUNGEN	CHIQUADRAT- TEST: ANZAHL UND LAENGE D. LAEUF. D. LAEUF. D. LAEUF.	ROH	STANDARDISIERT
1	52	-0.700	-0.949	0.000	1.991	0.008	0.198
2	53	0.008	-1.160	-3.536***	2.180	0.070	0.646
3	51	1.451	-0.056	-1.201	0.423	-0.006	0.102
4	50	-0.429	-0.912	-1.940*	4.576	0.055	0.528
5	52	-0.140	-0.949	0.000	4.421	0.237	1.831*
6	53	-0.275	-1.492	-1.179	4.563	0.093	0.808
7	48	-0.729	-2.501**	-1.485	15.542***	0.271	2.002**
8	46	0.447	-0.297	0.505	3.940	-0.102	-0.538
9	52	0.700	-0.949	0.476	10.841***	-0.168	-1.058
10	46	-0.149	-0.297	2.021**	2.499	-0.060	-0.253
11	50	-0.429	-0.512	-1.455	1.854	0.170	1.335
12	52	0.140	-0.949	0.000	10.798***	0.009	0.203
13	27	0.430	1.339	0.982	2.991	-0.133	-0.482
14	52	-1.260	-0.949	0.952	2.580	-0.016	0.027
15	42	-0.156	0.312	0.528	0.271	0.018	0.273
16	50	0.235	0.512	1.455	2.740	0.111	0.918
17	49	0.893	2.129**	-0.735	7.996**	-0.160	-0.965
18	53	-0.840	-0.166	-3.536***	0.505	-0.072	-0.377

DELTA = 6

1	43	0.643	-0.308	-1.306	0.374	-0.001	0.145
2	44	-0.153	0.548	-0.516	1.564	-0.024	-0.003
3	43	0.327	-0.308	-0.308	1.378	-0.169	-0.939
4	42	0.156	0.312	-0.528	0.271	-0.101	-0.493
5	43	0.011	-1.786*	2.641***	5.980*	0.024	0.310
6	44	0.153	-0.913	1.033	3.789	-0.042	-0.124
7	41	0.012	-0.189	0.267	0.998	0.067	0.581
8	37	0.014	-0.333	1.405	2.466	-0.157	-0.778
9	43	0.011	-1.047	-1.828*	2.498	-0.158	-0.868
10	39	0.346	1.102	-0.274	2.007	-0.236	-1.291
11	43	0.643	2.279**	-0.783	7.746**	-0.098	-0.482
12	43	0.959	0.062	-0.783	1.122	-0.064	-0.261
13	20	-2.068**	0.278	-0.756	0.120	0.341	1.716*
14	42	0.156	0.312	0.000	6.183*	-0.168	-0.919
15	34	-0.522	-0.348	-1.757*	2.958	0.317	1.994**
16	40	-1.442	-0.320	-0.541	0.386	0.289	1.964**
17	39	-0.320	-0.843	-0.822	2.734	0.142	1.039
18	44	0.763	0.548	-0.516	1.708	-0.076	-0.346

ZEICHENERKLAERUNG: PRELIERTE WERT UEBERSCHREITET KRITISCHEN WERT AUF DEM SIGNIFIKANZNIVEAU:

\*\*\* = 0.01 , \*\* = 0.05 , \* = 0.10

TESTS AUF STOCHASTISCHE UNABHÄNGIGKEIT

DELTA = 7

ZEITRAUM: 4.1.67-16.5.73

No. DFP VAR.	ST. PR.- UMFANG	TEST 1	TEST 2	TEST 3	TEST 4	TEST 5	
		ANZ. LAUFGE U. BE- RUECKSICHTIGUNG D. BESETZUNG D. VERSCH. KATEGORIEN (MEDIAN)	ANZAHL LAEFUE (DIFF.)	VERHAELTNIS VON PLUS- UND MINUS- BEOBACHTUNGEN	CHIQUADRAT- TEST: ANZAHL UND LAENGE D. LAEFUE	ROH	STANDARDISIERT
1	38	0.493	-0.591	0.000	2.684	-0.026	0.007
2	38	0.164	-0.591	-1.109	2.213	-0.030	-0.018
3	37	1.042	0.866	0.281	1.305	-0.236	-1.250
4	36	0.169	-0.879	-0.569	3.621	0.009	0.224
5	37	0.357	0.067	-0.843	1.220	0.046	0.443
6	37	-0.329	-1.533	-0.281	3.202	0.026	0.321
7	35	0.015	-0.206	0.289	0.439	0.050	0.462
8	31	0.396	-0.366	-0.919	0.879	-0.122	-0.486
9	37	0.014	-1.932*	-0.843	10.244**	-0.018	0.061
10	32	0.180	-0.216	0.000	0.346	-0.147	-0.641
11	36	0.169	-0.068	-1.139	0.443	-0.052	-0.137
12	37	0.357	0.067	-0.281	0.600	-0.079	-0.305
13	18	-2.673***	-0.098	-0.795	1.637	0.497	2.291**
14	37	0.014	-0.333	0.281	6.523*	-0.056	-0.170
15	29	-0.371	-0.682	-0.949	4.918	0.131	0.884
16	35	0.015	-0.618	0.866	1.796	0.249	1.622
17	33	1.111	0.354	-1.485	0.658	-0.293	-1.483
18	38	0.493	-0.591	-0.555	0.772	0.016	0.263

ZEICHNERKLAERUNG: PRELWERT UEBERSCHREITET KRITISCHEN WERT AUF DEM SIGNIFIKANZNIVEAU:

----- \*\*\* = 0.01 , \*\* = 0.05 , \* = 0.10

# Tabelle A3 - $\delta = 1$

Anpassungs-Tests für den Gesamtzeitraum (4.1.67 - 16.5.73) - Delta = 1

No.	T	Spannweite	Kolmogoroff-Test	Chiquadrat - Tests												
				Konstante Klassenbreite			Variable Klassenbreite									
				$\sqrt{T}$	$5\sqrt{T}$	$3\sqrt{T}/10$	$T^{0.45}$	$T^{0.50}$	$T^{0.60}$							
1	306	0.2311	N	.066	16.7	9*	16.8	11	18.1	15	29.7	21*	19.8	16	17.2	7**
			G	.063	15.9	9*	16.2	11	17.7	15	28.9	21	19.4	16	16.7	7**
			L	.060	29.4	9***	28.7	12***	30.1	15**	28.1	21	18.5	16	15.8	7**
2	308	0.3443	N	.069*	20.8	7***	25.3	8***	25.9	11***	* 32.3	20**	29.4	16**	28.1	7***
			G	.067	19.2	7***	24.3	8***	24.7	11**	* 31.6	20*	28.7	16*	27.3	7***
			L	.066	80.7	6***	92.3	8***	93.8	11***	* 31.9	20**	28.9	16**	27.5	7***
3	306	0.2658	N	.071*	19.7	8**	25.8	11***	24.4	14**	* 38.6	20***	38.4	16***	27.1	7***
			G	.067	18.9	8**	25.2	11***	23.0	14*	* 37.3	20**	40.8	16***	25.9	7***
			L	.065	40.8	9***	42.8	11***	40.9	14***	* 36.8	20**	43.0	16***	25.4	7***
4	304	0.3080	N	.069	20.7	6***	24.1	8***	29.9	12***	36.4	21**	30.0	15**	33.5	9***
			G	.068	19.8	6***	23.4	8***	28.9	12***	35.2	21**	29.1	15**	37.8	9***
			L	.069*	63.6	7***	56.4	8***	64.2	12***	34.5	21*	28.5	15**	40.8	9***
5	306	0.2299	N	.077**	31.9	10***	34.2	12***	33.3	16***	41.9	21***	34.0	16***	25.2	7***
			G	.074*	31.9	10***	34.9	12***	33.4	16***	42.2	21***	34.2	16***	24.8	7***
			L	.072*	41.5	10***	49.8	13***	44.0	17***	42.1	21***	33.8	16***	24.0	7***
6	304	0.2493	N	.096***	28.3	9***	36.1	11***	41.8	15***	* 42.8	20***	43.0	15***	20.3	9**
			G	.092**	25.3	9***	32.6	11***	39.1	15***	* 39.8	20***	40.1	15***	19.2	9**
			L	.089**	36.6	9***	47.2	12***	55.4	15***	* 38.1	20***	38.2	15***	18.0	9**
7	302	0.2754	N	.079**	22.6	9***	49.4	11***	35.2	15***	49.5	21***	48.9	15***	31.8	8***
			G	.076*	22.8	9***	48.2	11***	33.7	15***	48.4	21***	47.7	15***	32.6	8***
			L	.074*	39.6	9***	63.3	10***	53.1	15***	47.4	21***	46.9	15***	32.8	8***
8	294	0.5054	N	.072*	23.4	5***	24.6	7***	28.0	10***	* 44.5	22***	41.6	15***	28.8	7***
			G	.071*	23.7	6***	24.2	7***	27.8	10***	* 44.0	22***	40.7	15***	28.4	7***
			L	.079*	198.5	5***	196.4	7***	199.9	9***	* 48.9	22***	45.7	15***	33.4	7***
9	306	0.2899	N	.066	21.3	8***	27.6	11***	27.1	14**	30.4	21*	28.8	16**	20.0	7***
			G	.064	19.2	8**	25.1	11***	25.5	14**	28.4	21	31.0	16**	19.6	7***
			L	.061	55.7	9***	45.3	10***	50.9	14***	27.0	21	32.9	16***	18.8	7***
10	294	0.3907	N	.139***	94.6	8***	68.6	10***	88.4	14***	*162.3	20***	92.8	15***	81.9	7***
			G	.143***	113.8	9***	68.2	10***	88.3	14***	*159.7	20***	92.4	15***	81.3	7***
			L	.147***	141.4	8***	108.6	10***	128.9	13***	*160.4	20***	95.0	15***	83.7	7***
11	305	0.1681	N	.063	33.6	11***	28.8	13***	27.5	17*	* 45.8	20***	27.7	15**	25.5	9***
			G	.059	32.3	11***	28.3	13**	27.2	17*	* 43.8	20***	26.9	15**	25.0	9***
			L	.059	35.8	10***	41.7	13***	32.5	17**	* 43.0	20***	26.4	15**	24.9	9***
12	306	0.3360	N	.110***	41.3	7***	44.2	9***	50.6	13***	64.2	21***	73.6	16***	46.3	7***
			G	.106***	41.0	7***	49.3	10***	49.8	13***	64.2	21***	90.6	16***	46.1	7***
			L	.104***	79.4	8***	85.5	9***	85.1	13***	63.3	21***	107.9	16***	45.3	7***
13	240	0.2594	N	.148***	49.3	6***	67.4	8***	85.5	10***	* 92.1	16***	92.2	11***	112.9	7***
			G	.144***	48.3	6	66.1	8***	84.4	10***	* 91.1	16***	91.3	11***	112.1	7***
			L	.142***	66.3	6***	82.9	7***	102.7	10***	* 88.7	16***	88.9	11***	109.6	7***
14	306	0.3499	N	.061	17.2	8**	19.1	9**	21.3	13*	* 34.3	20**	25.1	16*	18.0	7**
			G	.057	13.6	7*	18.3	9**	20.6	13*	* 33.7	20**	24.4	16*	17.3	7**
			L	.055	56.0	7***	59.8	9***	66.1	13***	* 33.1	20**	23.9	16*	16.7	7**
15	279	0.3867	N	.095**	43.0	6***	40.2	8***	41.0	11***	* 59.1	20***	50.8	15***	38.4	7***
			G	.093**	58.3	7***	38.8	8***	40.3	11***	* 58.7	20***	50.4	15***	37.9	7***
			L	.092**	107.3	6***	108.9	8***	107.9	11***	* 57.8	20***	49.6	15***	37.0	7***
16	300	0.3410	N	.122***	79.6	8***	78.2	9***	98.7	12***	*143.3	17***	*105.8	13***	242.2	8***
			G	.117***	80.7	8***	77.1	9***	98.1	12***	*142.6	17***	*105.1	13***	355.7	8***
			L	.115***	115.6	7***	124.7	10***	140.5	13***	*142.4	17***	*104.9	13***	469.4	8***
17	300	0.2121	N	.154***	73.4	6***	169.3	9***	168.6	12***	*380.1	17***	1061.6	14***	289.6	7***
			G	.156***	72.4	6***	166.8	9***	166.8	12***	*359.0	17***	722.7	14***	288.1	7***
			L	.157***	96.6	7***	197.3	8***	196.1	11***	*349.7	17***	626.3	14***	288.3	7***
18	306	0.2273	N	.041	7.5	9	9.1	11	9.0	15	29.6	21*	67.4	16***	7.3	7
			G	.063	7.9	9	10.3	11	9.2	15	29.7	21*	108.3	16***	7.4	7
			L	.045	22.6	9***	16.2	11	20.6	15	30.1	21*	133.8	16***	7.7	7

# Tabelle A3 - $\delta = 3$

Anpassungs-Tests für den Gesamtzeitraum (4.1.67 - 16.5.73) - Delta 3  
 =====

No.	T	Spannweite	Kolmogoroff-Test	Chi-Quadrat - Tests												
				Konstante Klassenbreite						Variable Klassenbreite						
				$\sqrt{T}$	$5+\sqrt{T}$	$3+T/10$	$T^{0.45}$	$T^{0.50}$	$T^{0.60}$							
1	94	0.2435	N	.065	4.10	5	6.4	7	3.6	7	+ 6.2	8	6.1	9	4.9	5
			G	.063	5.0	5	6.7	7	3.9	7	+ 7.5	9	6.2	9	5.0	5
			L	.063	6.0	5	8.3	8	5.1	6	+ 7.8	9	6.4	9	5.2	5
2	95	0.2372	N	.060	3.17	5	5.7	7	3.7	6	+ 6.4	9	4.8	9	3.8	5
			G	.056	2.6	5	4.9	7	3.3	7	+ 5.7	9	4.2	9	3.2	5
			L	.055	4.4	5	7.0	6	5.8	6	+ 5.4	9	3.9	9	2.9	5
3	94	0.4034	N	.090	13.2	4**	11.1	6*	15.8	6**	+ 22.2	8***	+11.1	7	12.2	5**
			G	.084	11.0	4	10.0	6	14.1	6**	+ 18.6	8	+11.7	8	10.6	5*
			L	.079	17.4	4***	21.1	6***	21.5	5***	+ 17.2	8**	+10.6	8	9.5	5*
4	93	0.2760	N	.065	4.0	5	2.0	6	4.2	6	+ 6.6	8	6.6	9	3.2	5
			G	.069	4.7	5	2.4	6	4.7	6	+ 7.0	8	6.8	9	3.2	5
			L	.073	6.2	5	4.7	7	6.1	6	+ 7.4	8	7.2	9	3.5	5
5	94	0.3266	N	.062	5.9	6	8.2	7	5.5	7	+ 12.1	9	+ 8.2	7	9.7	5*
			G	.062	5.2	6	9.4	5*	5.3	7	+ 11.4	9	+ 9.0	7	10.5	5*
			L	.066	5.5	5	10.5	8	7.0	6	+ 11.3	9	+ 9.7	7	11.0	5*
6	93	0.2689	N	.075	10.8	6*	9.2	7	12.8	7*	+ 17.0	9**	+ 8.4	8	4.8	5
			G	.068	8.8	6	8.2	7	11.4	7	+ 14.3	9	+ 7.7	8	3.9	5
			L	.064	11.5	5**	11.6	7	14.0	6	+ 12.2	8	+ 7.2	8	3.5	5
7	92	0.3326	N	.074	9.6	5*	9.1	7	14.2	6**	+ 11.3	8	6.0	8	1.7	4
			G	.072	8.8	5	7.2	6	13.0	6**	+ 9.8	8	5.3	8	1.1	4
			L	.073	13.8	5**	11.1	7	16.1	6**	+ 9.3	8	5.1	8	0.9	4
8	88	0.5235	N	.107	5.7	4	8.3	5	14.7	4***	+ 14.8	9*	+16.5	5***	14.3	5**
			G	.098	5.3	4	8.2	5	14.6	4***	+ 12.8	9	+16.3	5***	12.3	5**
			L	.097	17.9	4***	20.1	5***	26.1	5***	+ 13.2	9	+17.6	5***	12.6	5**
9	94	0.2558	N	.068	2.8	5	10.6	7	4.8	7	+ 5.7	9	2.8	8	3.3	5
			G	.072	3.0	5	10.8	7	5.1	7	+ 5.7	8	2.1	8	2.4	5
			L	.073	4.3	5	13.0	7*	5.3	6	+ 6.0	9	1.8	8	2.2	5
10	88	0.6044	N	.150**	26.5	4***	16.4	6**	22.3	5***	+ 39.1	8***	+24.6	5***	35.1	5***
			G	.158**	28.3	4***	16.1	6**	22.3	5***	+ 37.5	8***	+23.9	5***	33.4	5***
			L	.168**	41.5	4***	32.3	6***	38.0	4***	+ 38.8	8***	+26.1	5***	34.5	3***
11	94	0.2338	N	.048	5.7	6	6.0	1**	7.7	7	+ 5.6	8	6.5	9	4.2	5
			G	.054	6.3	6	6.0	7	7.9	7	+ 5.4	8	6.6	9	5.8	5***
			L	.057	5.0	5	6.7	7	7.9	6	+ 5.4	8	6.8	9	5.9	5***
12	94	0.2470	N	.051	7.6	6	14.1	7	2.9	7	+ 4.0	10	+ 5.3	7	4.2	5
			G	.057	8.5	6	14.1	7**	3.2	7	+ 4.3	10	+ 5.4	7	5.0	5
			L	.060	7.9	5	14.8	7**	4.5	7	+ 4.5	10	+ 5.4	7	5.6	5
13	62	0.2979	N	.140	12.2	3***	10.5	4**	4.6	4	+ 13.5	5**	+16.1	4***	+13.0	2***
			G	.133	11.4	3***	10.2	4**	4.1	4	+ 13.2	5**	+15.2	4***	+12.4	2***
			L	.130	14.2	3***	14.9	5**	7.6	4	+ 12.4	5**	+14.5	4***	+11.5	2***
14	93	0.3595	N	.050	1.8	4	9.1	6	4.6	6	+ 7.9	10	+ 6.5	8	3.2	5
			G	.046	1.4	4	8.8	6	4.2	6	+ 7.6	10	+ 6.6	8	3.3	5
			L	.045	6.7	5	16.7	7**	10.1	6	+ 7.4	10	+ 6.7	8	3.4	5
15	80	0.5307	N	.101	9.0	3**	8.6	5	7.6	4	+ 15.7	6**	+ 12.8	6**	17.5	4***
			G	.098	7.7	3*	7.7	5	7.1	4	+ 14.9	6**	+ 11.6	6***	16.6	4***
			L	.087	21.6	3***	26.0	5***	21.4	5***	+ 12.7	6**	+ 10.1	6	13.9	4***
16	90	0.3678	N	.137*	11.6	4	22.0	6***	13.6	5	+ 28.8	8***	+ 16.1	7	26.1	5***
			G	.130*	11.5	4	22.2	6***	13.1	5	+ 25.7	8***	+ 16.0	7	23.2	5***
			L	.126	26.6	5***	24.7	6***	25.4	6***	+ 24.7	8***	+ 15.6	7	22.3	5***
17	89	0.2318	N	.141**	22.2	4***	24.8	6***	30.5	5***	+ 40.6	7***	+ 33.3	4***	+35.3	4***
			G	.136*	20.9	4***	23.9	6***	29.3	5***	+ 39.3	7***	+ 32.4	4***	34.1	4***
			L	.134*	26.6	4***	26.4	5***	34.5	4***	+ 38.2	7***	+ 34.7	5***	33.0	4***
18	94	0.3024	N	.076	22.2	4***	7.4	6	2.7	6	+ 4.8	8	10.9	9	2.8	5
			G	.069	20.9	4***	6.8	6	2.7	6	+ 4.2	8	11.0	9	3.1	5
			L	.069	26.6	4***	10.8	7	8.2	6	+ 4.1	8	11.1	9	3.3	5

# Tabelle A3 - $\delta = 6$

Anpassungs-Tests für den Gesamtzeitraum (4.1.67 - 16.5.73) - Delta 6

No.	T	Spannweite	Kolmogoroff-Test	Chiquadrat - Tests													
				Konstante Klassenbreite			Variable Klassenbreite										
				$\sqrt{T}$	$5\sqrt{T}$	$3\sqrt{T}/10$	$T^{0.45}$	$T^{0.50}$	$T^{0.60}$								
1	43	0.3465	N .081	1.62	3	2.0	3	3.3	3	*	1.3	3	*	2.2	3	1.8	3
			G .080	1.6	3	1.8	3	3.1	3	*	1.0	4	*	1.9	3	1.4	3
			L .079	2.7	3	4.6	3	4.6	3	*	0.9	4	*	1.8	3	1.3	3
2	44	0.2467	N .096	6.25	3*	4.9	2*	2.3	4	*	8.8	3**	*	5.0	3	2.6	2
			G .099	6.25	3*	4.9	2*	2.3	4	*	8.9	3**	*	5.1	3	2.4	2
			L .100	6.7	3*	4.9	3	2.2	3	*	9.0	3**	*	5.1	3	2.4	2
3	43	0.3903	N .079	0.5	2	4.7	3	2.8	3	*	4.6	3	*	1.5	4	1.6	3
			G .075	0.6	2	4.5	3	2.3	3	*	3.6	3	*	1.0	4	1.5	3
			L .078	2.0	2	5.6	2*	4.3	3	*	3.4	3		0.8	4	1.6	3
4	42	0.3730	N .061	1.1	2	1.9	3	1.9	3	*	0.9	3	*	0.4	3	0.8	3
			G .070	1.1	2	2.2	3	1.7	3	*	0.7	3	*	0.5	3	0.9	3
			L .071	3.3	2	3.2	3	2.7	3	*	0.6	3	*	0.7	3	1.1	3
5	43	0.4631	N .122	2.2	3	9.9	3**	2.5	3	*	8.1	5	*	13.1	3***	8.5	3**
			G .132	3.1	3	10.3	3**	3.0	3	*	9.2	5	*	15.0	3***	10.2	3**
			L .143	2.9	2	10.4	3**	4.0	3	*	10.4	5*	*	15.9	3***	10.8	3**
6	44	0.4595	N .069	2.8	3	2.4	3	3.1	3	*	2.7	3	*	1.0	2	1.8	3
			G .065	2.6	3	2.4	3	2.4	3	*	2.6	3	*	0.9	2	1.6	3
			L .062	6.5	3*	4.5	3	5.3	3	*	2.6	3	*	0.9	2	1.5	3
7	41	0.4889	N .091	2.2	3	2.4	3	2.9	2	*	1.3	4	*	2.6	3	2.7	3
			G .078	1.6	3	2.0	3	2.3	2	*	1.3	3	*	2.3	3	2.4	3
			L .072	6.5	2*	4.0	3	5.3	3	*	1.5	3	*	2.4	3	2.4	3
8	37	0.5626	N .097	1.2	2	1.9	2	1.2	2	*	4.6	3	*	1.0	3	2.5	1
			G .097	1.7	2	2.0	2	1.7	2	*	4.1	3	*	1.2	3	1.9	1
			L .096	3.8	2	7.5	2**	3.8	2	*	3.9	3	*	1.3	3	1.6	1
9	43	0.3734	N .064	0.9	3	0.4	3	3.1	3	*	1.7	3	*	0.3	4	1.3	3
			G .057	0.6	3	0.4	3	2.7	3	*	1.2	3	*	0.2	4	0.9	3
			L .055	2.3	3	3.4	3	3.9	3	*	0.9	3		0.4	5	0.8	3
10	39	0.6485	N .137	6.4	2**	5.3	3	6.4	2**	*	4.8	2*	*	9.4	8**	0.2	2
			G .153	7.1	2*	5.3	3	7.1	2**	*	4.5	2	*	9.7	3**	0.4	2
			L .168	4.5	1**	7.0	3*	4.5	1**	*	6.2	2**	*	11.7	3****	0.9	2
11	43	0.3034	N .075	3.1	2	3.0	2	1.4	3	*	2.9	4	*	0.6	3	1.4	3
			G .084	3.5	2	6.9	3*	1.5	3	*	3.4	4	*	0.8	3	1.5	3
			L .090	4.6	2*	2.9	3	1.1	3	*	3.7	3	*	1.0	3	1.8	3
12	43	0.3567	N .100	5.9	3	5.1	3	5.4	3	*	4.7	3	*	6.8	3*	1.4	2
			G .107	7.1	3*	4.9	3	6.1	3	*	6.3	4	*	7.4	3*	1.4	2
			L .106	4.7	2*	5.0	3	5.2	3	*	7.0	4	*	8.0	3	1.3	2
13	20	0.1939	N .128	1.2	1	-	0	1.8	1	*	3.3	1		-	0	-	0
			G .124	1.1	1	-	0	1.9	1	*	3.4	1*		-	0	-	0
			L .122	1.4	1	-	0	1.9	1	*	3.3	1*		-	0	-	0
14	42	0.4507	N .115	0.7	2	2.7	3	4.8	3	*	4.5	2	*	2.4	3	2.0	3
			G .105	0.7	2	2.5	3	4.9	3	*	7.1	3*	*	2.6	3	2.3	3
			L .102	2.8	2	4.9	3	7.4	3*	*	6.7	3*	*	2.9	3	2.6	3
15	34	0.6108	N .143	3.9	1**	5.7	2*	3.4	2	*	5.9	2*	*	6.2	3	7.7	1***
			G .132	3.2	1*	5.5	2*	3.1	2	*	5.4	2*	*	6.2	3	7.4	1***
			L .124	10.7	2***	11.6	2***	8.2	2**	*	6.2	3	*	5.6	3	2.9	1*
16	40	0.3593	N .137	8.0	3**	6.1	3	4.0	3	*	9.1	3	*	9.4	3	5.3	2*
			G .136	8.4	3	5.0	2*	3.8	3	*	8.8	3*	*	9.9	3	5.6	2*
			L .141	5.2	2*	5.6	2*	3.8	3	*	9.0	3	*	10.3	3	5.8	2*
17	39	0.2122	N .160	6.2	2**	2.4	3	6.2	2**	*	6.6	2**	*	7.6	4	4.2	2
			G .154	5.8	2*	2.2	3	5.8	2*	*	6.1	2**	*	7.1	4	3.7	2
			L .152	7.4	2**	3.1	3	7.4	2**	*	5.9	2*	*	6.7	4	3.3	2
18	44	0.4526	N .069	0.9	2	3.2	3	1.0	3	*	4.1	4	*	2.3	2	3.9	3
			G .080	0.7	2	3.0	3	1.0	3	*	3.8	4	*	2.5	2	3.9	3
			L .086	3.9	2	4.2	3	3.1	2	*	4.3	4	*	3.2	2	4.5	3



# Tabelle A4

Spannweiten der Stichproben  $\bar{x}_\delta$

riable	$\delta=1$	$\delta=2$	$\delta=3$	$\delta=4$	$\delta=5$	$\delta=6$	$\delta=7$
1	0.22	0.36	0.24	0.37	0.33	0.35	0.35
2	0.35	0.38	0.24	0.29	0.24	0.35	0.32
3	0.27	0.32	0.40	0.35	0.31	0.40	0.44
4	0.32	0.24	0.27	0.30	0.34	0.38	0.35
5	0.22	0.43	0.33	0.45	0.41	0.46	0.59
6	0.24	0.38	0.26	0.38	0.37	0.46	0.38
7	0.28	0.36	0.34	0.43	0.37	0.49	0.50
8	0.50	0.49	0.53	0.52	0.46	0.56	0.49
9	0.29	0.43	0.26	0.35	0.39	0.37	0.30
10	0.39	0.65	0.60	0.78	0.72	0.65	0.88
11	0.17	0.24	0.23	0.28	0.35	0.30	0.35
12	0.34	0.37	0.25	0.33	0.38	0.37	0.42
13	0.26	0.29	0.30	0.30	0.27	0.19	0.23
14	0.35	0.32	0.36	0.38	0.40	0.45	0.47
15	0.38	0.46	0.53	0.52	0.53	0.61	0.64
16	0.34	0.38	0.37	0.45	0.38	0.36	0.48
17	0.21	0.26	0.23	0.23	0.21	0.21	0.45
18	0.23	0.30	0.30	0.40	0.42	0.45	0.40

ANPASSUNGS-TESTS BEI UNTERTEILUNG IN 3 ABSCHNITTE DELTA = 1

=====

NO.	T*	SPANNW.	KOLMOGOROFF-TEST			CHIQUADRAT-TESTS											
			N	G	L	KONSTANTE KLASSENBREITE			VARIABLE KLASSENBREITE								
						N	G	L	N	G	L						
1	100	0.2125	.115	.113	.109	8.2	4*	8.1	4*	11.1	4**	14.0	8*	14.1	8*	13.2	8
1	99	0.2060	.103	.100	.097	14.3	4***	14.5	4***	18.4	4***	* 16.3	8**	* 16.2	8**	* 16.0	8**
1	105	0.1443	.097	.053	.091	3.5	6	3.1	6	4.0	6	15.3	9*	14.7	9*	14.4	9
2	102	0.1566	.093	.090	.088	12.6	5**	12.4	5**	14.2	5**	11.1	8	11.1	8	10.8	8
2	99	0.3443	.124*	.120	.121	19.2	3***	18.8	3***	34.9	3***	* 28.9	8***	* 28.8	8***	* 29.9	8***
2	105	0.1551	.057	.053	.051	4.0	6	3.8	6	4.8	6	7.5	9	7.3	9	7.2	9
3	100	0.1991	.100	.096	.094	7.5	5	7.2	5	8.8	5	12.7	8	12.7	8	12.7	8
3	99	0.2658	.103	.106	.109	15.2	4***	15.5	4***	16.5	3***	* 19.0	7***	* 18.8	7***	* 19.2	7***
3	105	0.1955	.094	.090	.088	9.9	5*	9.3	5*	11.3	5**	16.7	9*	15.5	9*	14.9	9*
4	102	0.0997	.094	.092	.091	6.5	5	6.1	5	6.9	5	13.8	8*	13.3	8	13.0	8
4	95	0.3080	.111	.116	.118	2.0	3	1.8	3	9.1	4*	* 19.0	8**	* 18.8	8**	* 18.4	8**
4	105	0.1709	.065	.061	.059	5.5	6	5.0	6	5.8	5	11.0	9	10.4	9	10.1	9
5	102	0.2279	.141**	.143**	.141**	22.5	4***	22.1	4***	26.4	4***	* 33.5	7***	* 33.1	7***	* 32.0	7***
5	99	0.2232	.079	.081	.080	6.1	4	6.3	4	10.3	5*	* 8.5	8	* 8.6	8	* 8.4	8
5	103	0.1804	.056	.056	.058	3.5	5	3.6	5	4.5	5	8.4	9	7.9	9	7.8	9
6	100	0.2433	.105	.100	.097	12.4	5**	11.3	5**	13.8	5**	10.6	8	9.6	8	8.9	8
6	97	0.1540	.084	.080	.077	12.9	5**	12.2	5**	13.0	5**	* 16.2	8**	* 15.1	8*	* 14.8	8*
6	105	0.1909	.102	.098	.096	12.5	5**	11.8	5**	13.8	5**	* 17.8	8**	* 16.7	8**	* 16.1	8**
7	98	0.2074	.121	.117	.113	11.6	4**	11.1	4**	13.9	4***	* 14.6	7**	* 13.8	7*	* 12.6	7*
7	97	0.2561	.117	.114	.112	9.6	4**	9.4	4*	12.8	4**	* 21.4	6***	* 22.8	7***	* 22.6	7***
7	105	0.1688	.054	.056	.058	5.6	6	6.0	6	6.7	5	* 5.4	8	* 5.6	8	* 5.8	8
8	98	0.5054	.144**	.148**	.162**	33.1	3***	21.9	2***	45.6	3***	* 28.8	7***	* 28.8	7***	* 35.4	7***
8	89	0.2039	.105	.100	.098	8.7	5	7.9	5	9.2	4*	9.6	7	9.0	7	8.7	7
8	105	0.1770	.060	.056	.054	9.1	6	8.6	6	9.7	5*	* 4.8	8	* 4.7	8	* 4.6	8
9	102	0.2899	.103	.100	.097	12.4	5**	10.9	5*	15.4	4***	12.3	8	11.8	8	11.2	8
9	97	0.2412	.107	.107	.108	11.2	4**	10.9	4**	14.5	4***	8.8	9	8.7	9	8.3	9
9	105	0.1775	.061	.057	.056	4.4	4	4.2	4	5.8	4	7.5	9	7.3	9	7.0	9

ZEICHENERKLÄRUNG:

-----

\* = KLASSENZUSAMMENFASSUNG (SIEHE TEXT)

T\* = UMFANG DER TEILSTICHPROBEN

SIGNIFIKANZNIVEAUS: \*\*\* = 0.01, \*\* = 0.05, \* = 0.10

N = NORMAL-VERTEILUNG, G = GAMMA-VERTEILUNG, L = LOGARITHMISCHE NORMAL-VERTEILUNG

BEI DEN CHIQUADRAT-TESTS GIBT DIE ZWEITE ZAHL JEWEILS DIE ANZAHL DER FREIHEITSGRADE AN

ANPASSUNGS-TESTS BEI UNTERTEILUNG IN 3 ABSCHNITTE DELTA = 1

NO.	T.	SPANNW.	KOLMOGOROFF-TEST			CHIQUADRAT-TESTS											
			N	G	L	KONSTANTE KLASSENBREITE			VARIABLE KLASSENBREITE								
			N	G	L	N	G	L	N	G	L						
10	102	0.2920	.081	.084	.085	3.7	4	3.3	4	11.6	4**	* 13.0	6**	* 12.4	6*	* 12.3	6*
10	95	0.3709	.148**	.153**	.159**	16.3	4***	9.4	3**	18.3	4***	* 31.4	8***	* 30.4	8***	* 31.7	8***
10	95	0.3907	.188***	.193***	.197***	37.6	4***	37.9	4***	47.8	3***	* 58.0	6***	* 55.5	6***	* 55.1	6***
11	99	0.1551	.101	.098	.095	15.3	5***	14.4	5**	16.0	5***	* 19.7	8**	* 18.6	8**	* 17.9	8**
11	99	0.1475	.067	.067	.069	7.4	6	7.8	6	5.7	5	12.7	9	13.0	9	13.2	9
11	105	0.1355	.088	.086	.084	13.8	5**	13.9	5**	14.4	5**	14.0	9	13.8	9	13.7	9
12	100	0.3116	.187***	.184***	.182***	16.4	3***	16.4	3***	28.8	4***	* 45.7	6***	* 45.4	6***	* 45.2	6***
12	99	0.1695	.072	.073	.073	10.0	5*	10.0	5*	11.2	5**	* 13.4	8*	* 13.2	8	* 13.1	8
12	105	0.3080	.086	.083	.083	10.1	4**	10.2	4**	14.8	4***	30.8	9***	33.4	9***	35.1	9***
13	92	0.1671	.160**	.158**	.156**	29.3	4***	28.7	4***	29.7	3***	* 36.2	7***	* 35.9	7***	* 35.6	7***
13	75	0.2594	.164**	.160**	.157**	13.0	3***	13.6	3***	14.2	2***	* 38.8	5***	* 38.9	5***	* 37.9	5***
13	71	0.1680	.141	.137	.135	14.6	3***	14.0	3***	15.9	3***	* 8.6	5	* 8.2	5	* 7.7	5
14	102	0.1547	.065	.062	.059	4.7	5	4.6	5	5.4	6	7.8	8	7.4	8	7.2	8
14	97	0.3499	.126*	.123*	.121	10.2	3**	10.1	3**	21.0	4***	* 23.5	7***	* 23.5	7***	* 23.1	7***
14	105	0.1595	.074	.072	.072	9.3	6	8.5	6	8.9	6	* 7.0	8	* 6.6	8	* 6.4	8
15	100	0.2688	.139**	.135**	.128*	15.1	4***	13.9	4***	18.9	4***	* 17.0	7**	* 16.4	7**	* 13.9	7*
15	83	0.2633	.177***	.182***	.188***	24.0	3***	24.9	3***	23.9	3***	* 26.6	5***	* 27.3	5***	* 39.9	5***
15	94	0.1880	.069	.065	.063	6.2	4	5.9	4	8.3	4*	21.7	9***	17.3	9**	16.6	9*
16	100	0.1538	.121	.118	.116	13.2	4**	12.8	4**	13.1	4**	* 22.9	7***	* 22.4	7***	* 22.1	7***
16	98	0.3410	.187***	.182***	.179***	24.5	3***	23.5	3***	48.8	3***	* 29.8	6***	* 29.9	6***	* 29.0	6***
16	101	0.2900	.101	.096	.095	6.6	5	6.7	5	12.1	5**	* 21.4	7***	* 23.2	7***	* 24.4	7***
17	102	0.0992	.211***	.209***	.209***	41.3	5***	40.6	5***	42.0	4***	* 52.5	4***	* 51.9	4***	* 51.4	4***
17	93	0.2121	.139**	.135*	.134*	25.4	3***	24.6	3***	29.9	3***	* 49.6	7***	* 45.3	7***	* 43.6	7***
17	103	0.1596	.170***	.168***	.168***	32.2	4***	32.2	4***	32.3	4***	* 45.7	5***	* 45.7	5***	* 47.0	5***
18	102	0.1569	.077	.074	.072	4.9	5	4.7	5	6.4	5	* 6.8	7	* 6.6	7	* 6.4	7
18	99	0.2273	.077	.078	.081	4.4	4	4.7	4	7.8	4*	* 6.5	8	* 6.6	8	* 6.9	8
18	103	0.1338	.048	.048	.050	4.7	5	5.1	5	5.0	5	10.1	9	10.3	9	10.5	9

ZEICHENERKLÄRUNG:

\* = KLASSENZUSAMMENFASSUNG (SIEHE TEXT)

SIGNIFIKANZNIVEAUS: \*\*\* = 0.01, \*\* = 0.05, \* = 0.10

N = NORMAL-V., G = GAMMA-V., L = LOG. NORMAL-V.

BEI DEN CHIQUADRAT-TESTS GIBT DIE ZWEITE ZAHL JEWEILS DIE ANZAHL DER FREIHEITSGRADE AN

ANPASSUNGS-TESTS BEI UNTERTEILUNG IN 6 ABSCHNITTE DELTA = 1

NO.	T*	SPANNW.	KOLMOGOROFF-TEST			CHIQUADRAT-TESTS											
			N	G	L	KONSTANTE KLASSENBREITE			VARIABLE KLASSENBREITE								
						N	G	L	N	G	L	N	G	L			
1	53	0.2016	.149	.146	.141	5.2	2*	5.1	2*	6.1	2**	12.2	3***	10.1	3**	9.3	3**
1	46	0.1171	.089	.091	.092	5.0	2*	5.3	2*	5.6	2*	3.7	3	3.9	3	4.0	3
1	43	0.1391	.089	.088	.085	1.3	2	1.2	2	2.1	2	1.0	3	0.9	3	0.3	3
1	55	0.2060	.123	.127	.129	7.8	3*	7.9	3**	9.4	3**	9.4	3**	9.5	3**	9.5	3**
1	53	0.1225	.085	.081	.079	4.7	4	4.7	4	5.2	4	2.8	4	2.7	4	2.6	4
1	51	0.1443	.121	.117	.115	7.5	3*	7.2	3*	7.7	3*	2.7	3	2.5	3	2.4	3
2	53	0.1566	.137	.134	.132	7.4	3*	7.2	3*	8.1	3**	11.4	3***	11.3	3**	11.0	3**
2	48	0.1258	.076	.076	.076	1.8	2	1.7	2	2.3	2	3.9	4	3.8	4	3.7	4
2	43	0.3443	.185*	.188*	.193*	13.4	2***	13.3	2***	11.7	2***	20.9	3***	20.9	3***	22.0	3***
2	55	0.1632	.102	.099	.097	2.5	3	2.3	3	2.4	3	2.8	3	2.7	4	2.6	4
2	53	0.1551	.048	.045	.044	0.8	3	0.6	3	1.3	3	1.9	4	1.9	4	1.9	4
2	51	0.1247	.088	.085	.083	4.0	3	3.8	3	4.2	3	1.5	4	1.4	4	1.3	4
3	53	0.1991	.153	.148	.146	9.4	3**	9.1	3**	10.5	3**	13.2	3***	12.8	3***	12.5	3***
3	46	0.0902	.107	.104	.103	7.9	3**	7.6	3*	8.1	3**	3.7	4	3.5	3	3.4	3
3	43	0.1678	.133	.131	.125	3.6	1*	3.6	1*	4.7	1**	11.9	3***	11.7	3***	10.7	3**
3	55	0.1976	.117	.121	.126	3.5	2	3.5	2	3.1	2	7.0	4	6.9	4	7.5	4
3	53	0.1862	.093	.095	.096	1.0	4	0.6	3	1.2	3	7.1	4	6.8	4	6.7	4
3	51	0.1955	.155	.151	.148	8.0	3**	7.4	3*	8.0	3**	4.9	3	4.5	3	4.3	3
4	53	0.0903	.083	.080	.079	8.2	3**	7.9	3**	8.4	3**	1.3	4	1.2	4	1.1	4
4	48	0.0985	.146	.144	.142	4.0	2	3.9	2	4.3	2	9.4	3**	9.4	3**	9.1	3**
4	39	0.1606	.089	.090	.092	1.1	2	0.9	2	1.6	2	2.1	2	2.1	2	2.5	3
4	55	0.3080	.140	.146	.147	6.0	3	6.1	3	10.5	3**	8.2	3**	7.8	3*	7.4	3*
4	53	0.1709	.095	.093	.093	5.7	3	5.2	3	6.0	3	5.0	3	4.8	3	4.7	3
4	51	0.1391	.085	.083	.083	0.8	4	0.7	4	1.1	3	1.9	3	2.0	3	0.3	2
5	53	0.2279	.165*	.162	.159	16.8	3***	16.4	3***	19.2	3***	17.3	3***	16.9	3***	16.3	3***
5	48	0.0920	.108	.107	.105	3.0	3	2.9	3	2.9	3	3.1	3	3.0	3	2.9	3
5	43	0.1167	.091	.090	.089	1.2	3	1.1	3	1.4	3	0.3	3	0.4	3	0.4	3
5	55	0.2232	.097	.102	.102	11.7	3***	11.9	3***	13.6	3***	20.3	4***	20.2	4***	19.9	4***
5	53	0.1193	.063	.066	.068	2.4	3	2.3	3	2.4	3	2.5	5	2.5	5	2.6	5
5	49	0.1804	.071	.068	.067	0.6	4	0.5	4	1.1	3	1.2	4	1.3	4	1.3	4
6	51	0.2433	.119	.113	.111	3.5	3	2.9	3	4.0	3	4.5	3	4.2	3	4.0	3
6	48	0.1406	.109	.106	.103	3.9	3	3.5	3	4.1	3	7.4	4	7.1	4	6.9	4
6	41	0.1394	.101	.099	.100	3.2	2	3.0	2	3.6	2	13.9	4***	12.9	4**	12.5	4**
6	55	0.1540	.103	.103	.104	10.5	3**	10.4	3**	11.3	3**	9.4	3**	9.5	3**	9.4	3**
6	53	0.1738	.079	.082	.085	1.7	3	1.6	3	1.7	3	5.8	4	5.7	4	5.7	4
6	51	0.1410	.158	.155	.152	13.1	3***	12.5	3***	13.7	3***	10.2	3**	9.8	3**	9.3	3**

ZEICHENERKLÄRUNG:

\* = KLASSENZUSAMMENFASSUNG (SIEHE TEXT)

T\* = UMFANG DER TEILSTICHPROBEN

SIGNIFIKANZNIVEAUS: \*\*\* = 0.01, \*\* = 0.05, \* = 0.10

N = NORMAL-VERTEILUNG, G = GAMMA-VERTEILUNG, L = LOGARITHMISCHE NORMAL-VERTEILUNG

BEI DEN CHIQUADRAT-TESTS GIBT DIE ZWEITE ZAHL JEWEILS DIE ANZAHL DER FREIHEITSGRADE AN

ANPASSUNGS-TESTS BEI UNTERTEILUNG IN 6 ABSCHNITTE DELTA = 1

NO.	T*	SPANNW.	KOLMOGOROFF-TEST			CHIQUADRAT-TESTS											
			N	G	L	KONSTANTE KLASSENBREITE			VARIABLE KLASSENBREITE								
						N	G	L	N	G	L						
7	51	0.2074	.140	.135	.131	6.9	3*	6.4	3*	7.5	3*	* 7.3	3*	* 7.0	3*	* 6.4	3*
7	46	0.1105	.089	.088	.086	6.7	2**	6.4	2**	7.1	2**	* 1.7	3	* 1.5	3	* 1.5	3
7	41	0.1116	.167	.165	.164	11.3	3**	11.5	3**	10.9	3**	* 12.2	3***	* 12.2	3***	* 12.3	3***
7	55	0.2561	.119	.113	.110	7.8	4*	7.5	4	6.0	3	* 10.4	4**	* 10.1	4**	* 9.8	4**
7	53	0.1486	.108	.113	.115	3.1	4	3.5	4	3.3	3	* 8.5	4*	* 8.9	4*	* 9.2	4*
7	51	0.1610	.052	.054	.056	1.4	3	1.5	3	1.5	3	* 3.1	4	* 3.1	4	* 3.2	4
8	53	0.3468	.131	.135	.134	4.0	3	4.2	3	6.1	2**	* 5.4	3	* 5.2	3	* 4.9	3
8	44	0.3759	.200*	.206**	.227**	10.2	1***	10.2	1***	11.0	1***	* 16.8	2***	* 17.0	2***	* 20.5	1***
8	38	0.1351	.090	.086	.084	0.3	2	0.3	2	0.6	2	* 1.5	2	* 1.4	2	* 1.2	2
8	51	0.2031	.119	.114	.112	4.1	3	3.8	3	4.6	3	* 6.3	4	* 5.7	4	* 5.5	4
8	53	0.1544	.080	.077	.075	2.1	3	1.9	3	2.0	3	* 4.4	4	* 4.1	4	* 3.9	4
8	51	0.1770	.099	.094	.092	0.5	3	0.6	3	0.8	3	* 2.1	4	* 0.7	3	* 0.7	3
9	53	0.2183	.125	.122	.116	5.4	2*	5.3	2*	9.1	3**	* 3.7	2	* 4.8	3	* 4.2	3
9	48	0.2544	.086	.083	.082	3.1	2	2.9	2	3.8	2	* 5.2	5	* 5.1	5	* 5.2	5
9	41	0.1707	.084	.084	.087	1.2	2	1.2	2	1.6	2	* 5.9	2*	* 5.7	2*	* 5.8	2*
9	55	0.2412	.125	.128	.128	7.7	3*	8.2	3**	5.9	2*	* 7.0	2**	* 6.9	2**	* 6.6	2**
9	53	0.1175	.050	.051	.053	1.1	4	1.1	4	1.2	4	* 2.8	5	* 2.8	5	* 2.9	5
9	51	0.1710	.131	.127	.126	6.9	2**	6.5	2**	8.1	2**	* 16.3	4***	* 16.0	4***	* 15.2	4***
10	53	0.1991	.103	.099	.095	2.6	2	2.4	2	3.9	2	* 5.3	4	* 5.0	4	* 4.7	4
10	48	0.2687	.131	.135	.140	7.4	2**	7.5	2**	7.8	2**	* 12.6	4**	* 12.3	4**	* 13.0	4**
10	39	0.1196	.103	.104	.107	3.6	2	3.7	2	3.4	2	* 2.9	3	* 3.2	3	* 3.4	3
10	55	0.3709	.121	.129	.135	8.7	3**	8.3	3**	10.7	3**	* 11.6	3***	* 11.6	3***	* 12.5	3***
10	45	0.3654	.287***	.293***	.299***	32.9	2***	33.7	2***	31.0	2***	* 53.2	1***	* 53.6	1***	* 57.0	1***
10	49	0.2919	.105	.107	.105	9.1	3**	8.6	3**	10.2	3**	* 11.5	4**	* 11.2	4**	* 10.5	4**
11	53	0.1050	.107	.104	.102	4.1	3	3.8	3	4.4	3	* 3.5	3	* 3.4	3	* 3.3	3
11	45	0.1551	.126	.123	.121	4.9	2*	4.8	2*	5.2	2*	* 5.8	3	* 5.6	3	* 5.4	3
11	43	0.1469	.100	.096	.095	4.9	3	4.8	3	5.7	3	* 3.2	3	* 3.1	3	* 3.0	3
11	55	0.1388	.071	.073	.074	4.8	4	5.2	4	1.2	3	* 3.1	4	* 3.1	4	* 3.2	4
11	53	0.1355	.082	.084	.085	2.5	3	2.5	3	1.8	3	* 7.9	3**	* 7.7	3*	* 7.7	3*
11	51	0.1185	.118	.116	.114	7.8	3*	7.7	3*	7.7	3*	* 3.6	3	* 3.5	3	* 3.4	3
12	51	0.1829	.198**	.194**	.190**	10.3	2***	10.1	2***	11.2	2***	* 18.9	3***	* 18.6	3***	* 17.5	3***
12	48	0.3116	.208**	.204**	.203**	4.5	1**	4.7	1**	7.8	2**	* 30.0	2***	* 30.0	2***	* 30.7	2***
12	43	0.1119	.074	.075	.076	0.5	2	0.5	3	0.4	2	* 1.5	2	* 1.5	2	* 1.5	2
12	55	0.1695	.109	.112	.113	6.3	3*	6.3	3*	7.5	3*	* 5.8	3	* 5.8	3	* 5.8	3
12	53	0.1606	.093	.097	.100	2.2	3	2.2	3	2.2	2	* 1.4	4	* 1.6	4	* 1.8	4
12	51	0.3080	.154	.158	.157	10.8	3**	10.9	3**	13.1	3***	* 10.3	3**	* 10.0	3**	* 9.4	3**

ZEICHENERKLÄRUNG:

\* = KLASSENZUSAMMENFASSUNG (SIEHE TEXT)  
 T\* = UMFANG DER TEILSTICHPROBEN

SIGNIFIKANZNIVEAUS: \*\*\* = 0.01, \*\* = 0.05, \* = 0.10

N = NORMAL-VERTEILUNG, G = GAMMA-VERTEILUNG, L = LOGARITHMISCHE NORMAL-VERTEILUNG  
 BEI DEN CHIQUADRAT-TESTS GIBT DIE ZWEITE ZAHL JEWEILS DIE ANZAHL DER FREIHEITSGRADE AN

ANPASSUNGS-TESTS BEI UNTERTEILUNG IN 6 ABSCHNITTE DFLTA = 1

NO.	T.	SPANNW.	KOLMOGOROFF-TEST			CHIQUADRAT-TESTS											
			N	G	L	KONSTANTE KLASSENBREITE			VARIABLE KLASSENBREITE								
			N	G	L	N	G	L	N	G	L	N	G	L			
13	51	0.1671	.153	.149	.148	11.9	3***	11.4	3***	12.4	3***	* 11.3	3**	* 11.1	3**	* 10.9	3**
13	40	0.0919	.180	.178	.177	5.8	2*	5.7	2*	5.9	2*	* 39.7	3***	* 35.6	3***	* 36.3	3***
13	32	0.0782	.229*	.232*	.232*	2.5	2	2.6	2	2.8	2	* 21.5	2***	* 21.8	2***	* 22.1	2***
13	42	0.2594	.159	.153	.150	7.8	2**	7.8	2**	9.4	2***	* 14.3	2***	* 14.2	2***	* 15.6	3***
13	38	0.0964	.204*	.202*	.201*	7.7	2**	7.5	2**	8.3	2**	* 5.3	1**	* 5.3	1**	* 5.0	1**
13	32	0.1573	.125	.121	.121	1.5	1	1.4	1	2.0	1	* 3.7	2	* 3.5	2	* 3.2	2
14	53	0.1547	.092	.089	.086	0.9	3	0.8	3	1.1	3	* 3.5	3	* 3.2	3	* 3.1	3
14	48	0.1131	.065	.068	.070	0.5	3	0.4	3	0.8	3	* 1.1	4	* 1.2	4	* 1.2	4
14	41	0.1286	.069	.068	.069	0.8	2	0.8	2	0.7	2	* 0.8	3	* 1.0	4	* 0.9	4
14	55	0.3499	.152	.147	.143	5.0	3	4.6	3	8.4	3**	* 16.6	3***	* 16.3	3***	* 15.8	3***
14	53	0.1533	.074	.072	.073	3.2	3	2.9	3	3.6	3	* 4.3	4	* 3.8	4	* 3.7	4
14	51	0.1416	.074	.073	.072	1.5	4	1.5	4	1.7	3	* 0.5	3	* 0.6	3	* 0.6	3
15	51	0.2688	.164	.159	.151	8.0	2**	7.5	2**	9.5	2***	* 7.3	3*	* 6.8	3*	* 6.0	3
15	48	0.1266	.088	.086	.086	2.3	3	2.0	3	2.2	3	* 4.0	5	* 3.7	5	* 3.5	5
15	41	0.2176	.279***	.283***	.294***	23.9	2***	24.4	2***	22.7	2***	* 17.0	1***	* 17.1	1***	* 20.7	1***
15	41	0.1943	.100	.106	.109	3.0	2	3.1	2	3.1	2	* 1.4	3	* 1.5	3	* 1.8	3
15	42	0.1799	.131	.128	.124	5.6	1**	5.3	1**	6.6	2**	* 5.4	3	* 5.2	3	* 4.7	3
15	51	0.1570	.079	.078	.077	1.8	3	2.0	3	2.4	3	* 4.7	3	* 4.6	3	* 4.6	3
16	53	0.1027	.104	.102	.101	5.1	3	5.1	3	5.4	3	* 1.7	3	* 1.6	3	* 1.5	3
16	46	0.1538	.193*	.189*	.188*	4.1	2	4.0	2	3.5	2	* 13.1	3***	* 12.8	3***	* 12.6	3***
16	43	0.1347	.188*	.185*	.184*	3.0	3	3.1	3	2.5	2	* 3.3	2	* 3.4	2	* 3.5	2
16	54	0.3410	.193**	.188**	.184**	6.9	3*	7.1	3*	6.3	2**	* 8.3	1***	* 8.6	1***	* 8.2	1***
16	51	0.2900	.113	.108	.106	4.4	2	4.1	2	5.9	3	* 1.2	3	* 1.0	3	* 0.9	3
16	49	0.2238	.117	.122	.126	9.0	3**	9.3	3**	8.6	3**	* 6.6	3*	* 6.7	3*	* 7.1	3*
17	53	0.0808	.228***	.226***	.225***	27.7	3***	27.3	3***	28.5	2***	* 54.6	3***	* 54.0	3***	* 53.7	3***
17	48	0.0774	.205**	.203**	.203**	21.0	2***	20.7	2***	22.1	2***	* 20.0	2***	* 19.8	2***	* 19.4	2***
17	41	0.1012	.122	.120	.120	1.9	2	1.7	2	2.3	2	* 8.7	4*	* 8.5	4*	* 8.2	4*
17	51	0.2121	.160	.155	.153	18.5	3***	17.9	3***	19.5	3***	* 10.5	2***	* 10.4	2***	* 10.4	2***
17	53	0.0741	.123	.124	.124	7.1	3*	7.0	3*	7.3	3*	* 6.5	3*	* 6.3	3*	* 6.3	3*
17	49	0.1596	.237***	.234***	.234***	38.1	2***	38.1	2***	37.2	2***	* 39.3	3***	* 39.1	3***	* 40.1	3***
18	53	0.1335	.131	.128	.126	8.1	3**	8.1	3**	8.5	3**	* 2.2	3	* 2.1	3	* 2.0	3
18	48	0.1525	.065	.065	.064	1.0	2	0.9	2	2.0	3	* 2.3	4	* 2.5	4	* 2.5	4
18	43	0.1033	.062	.062	.061	3.0	3	2.9	3	3.1	3	* 0.8	3	* 0.7	3	* 0.7	3
18	55	0.2273	.069	.073	.075	4.6	4	5.0	4	3.5	3	* 3.2	4	* 2.0	3	* 2.7	3
18	53	0.0965	.080	.082	.082	1.6	3	1.7	3	1.4	3	* 1.6	3	* 1.6	3	* 1.6	3
18	49	0.1338	.089	.091	.093	0.5	3	0.5	3	0.5	3	* 7.1	3*	* 7.0	3*	* 6.9	3*

ZEICHENERKLÄRUNG:

\* = KLASSENZUSAMMENFASSUNG (SIEHE TEXT)

SIGNIFIKANZNIVEAUS: \*\*\* = 0.01, \*\* = 0.05, \* = 0.10

N = NORMAL-V., G = GAMMA-V., L = LOG. NORMAL-V.

BEI DEN CHIQUADRAT-TESTS GIBT DIE ZWEITE ZAHL JEWEILS DIE ANZAHL DER FREIHEITSGRADE AN

## Literatur

- [1] Aitchison, J., und Brown, J.A.C.: The lognormal distribution.  
Cambridge University Press, London, 1957
- [2] Boness, A.J., Chen, A.H., und Jatusipitak, S.: On relations among stock price behavior and changes in the capital structure of the firm. Journal of Financial and Quantitative Analysis, Vol. (1972), S. 1967-1982
- [3] Bradley, J.V.: Distribution-free statistical tests.  
Prentice-Hall, Englewood Cliffs (N.J.), 1968
- [4] Conrad, K., und Jüttner, D.J.: Recent Behavior of stock market prices in Germany and the random walk hypothesis. Kyklos, Vol. 26 (1973), S. 576 - 599
- [5] Dahiya, R.C., und Gurland, J.: How many classes in the Pearson chi-square test ? Journal of the American Statistical Association, Vol. 68 (1973), S. 707-712
- [6] Davies, P.L., und Ronning, G.: Einige exakte und asymptotische Ergebnisse für das Standardmodell der Portefeuille-Auswahl innerhalb einer Periode. Diskussionsbeiträge des Fachbereichs Wirtschaftswissenschaften der Universität Konstanz, 1974 , Nr. 41
- [7] Du Mouchel, W.H.: On the asymptotic normality of the maximum-likelihood estimate when sampling from a stable distribution. Annals of Statistics, Vol. 1 (1973), S. 948 - 957
- [8] Du Mouchel, W.H.: Stable distributions in statistical inference 1: Symmetric stable distributions compared to other symmetric long-tailed distributions. Journal of the American Statistical Association, Vol. 68 (1973), S. 469 - 477

- [9] Fama, E.F.: The behavior of stock-market prices. Journal of Business (Chicago), Vol. 38 (1965), S. 34 - 105
- [10] Fama, E.F.: Efficient capital markets: A review of theory and empirical work. In: M.D. Intriligator (Hrsg.): Frontiers of quantitative economics. North-Holland, Amsterdam, 1971, S. 309 - 353
- [11] Fielitz, B.D., und Bhargava, T.N.: The behavior of stock-price relatives - a Markovian analysis. Operations Research, Vol. 21 (1973), S. 1183 - 1199
- [12] Gibbons, J.D.: Nonparametric statistical inference. McGraw-Hill, New York, 1971
- [13] Granger, C.W.J.: Empirical studies of capital markets: A survey. In: G.P. Szegö und K. Shell (Hrsg.): Mathematical methods in investment and finance. North-Holland, Amsterdam, 1972, S. 469 - 519
- [14] Granger, C.W.J., und Morgenstern, O.: Predictability of stock market prices. Heath, Lexington (Mass.), 1970
- [15] Hielscher, U.: Das optimale Aktienportefeuille. Grundlagen der Kapitalanlagenplanung am Aktienmarkt. Fritz Knapp Verlag, Frankfurt/Main, 3. Aufl., 1969
- [16] Kendall, M.G., und Stuart, A.: The advanced theory of statistics. Volume 2. Inference and relationship. Charles Griffin & Co., London, 1961
- [17] Kendall, M.G., und Stuart, A.: The advanced theory of statistics. Volume 3. Design and analysis, and time series. Charles Griffin & Co., London, 1966
- [18] Lilliefors, H.W.: On the Kolmogorov-Smirnov test for normality with mean and variance unknown. Journal of the American Statistical Association, Vol. 62 (1967), S. 399 - 402



- [19] Lilliefors, H.W.: On the Kolmogorov-Smirnov test for the exponential distribution with mean unknown. Journal of the American Statistical Association, Vol. 64 (1969), S. 387 - 389
- [20] Moore, G.H., und Wallis, W.A.: Time series significance tests based on signs of differences. Journal of the American Statistical Association, Vol. 38 (1943), S. 153 - 164
- [21] Pfanzagl, J.: Allgemeine Methodenlehre der Statistik II. de Gruyter, Berlin, 4. Auflage, 1974
- [22] Praetz, P.D.: Australian share prices and the random walk hypothesis. Australian Journal of Statistics, Vol. 11 (1969), S. 123 - 139
- [23] Press, S.J.: A compound event model for security prices. Journal of Business (Chicago), Vol. 40 (1967), S. 317 - 335
- [24] Raiffa, H., und Schlaifer, R.: Applied statistical decision theory. Harvard University, Boston, 1961
- [25] Ronning, G.: Changes of German share prices - random or not random ? Diskussionsbeiträge des Fachbereichs Wirtschaftswissenschaften der Universität Konstanz Nr. 42, 1974
- [26] Sharpe, W.F.: (Diskussionsbeitrag zu [10]), S. 353-357
- [27] Solnik, B.H.: Note on the validity of the random walk for European stock prices. Journal of Finance, Vol. XXVIII (1973), S. 1151 - 1159
- [28] Storm, R.: Wahrscheinlichkeitsrechnung, mathematische Statistik und statistische Qualitätskontrolle, VEB Fachbuchverlag, Leipzig, 3. Auflage 1968

- [29] Tate, M.W., und Hyer, L.A.: Inaccuracy of the  $\chi^2$ -test of goodness of fit when expected frequencies are small. Journal of the American Statistical Association, Vol. 68 (1973), S. 836 - 841
- [30] Wallis, W.A., und Moore, G.H.: A significance test for time series analysis. Journal of the American Statistical Association, Vol. 36 (1941), S. 401-409
- [31] Wallis, W.A., und Roberts, H.V.: Methoden der Statistik. (Übersetzung aus dem Englischen). Rudolf Haufe Verlag, Freiburg, 2. Auflage, 1962
- [32] Witting, H.: Über einen  $\chi^2$ -Test, dessen Klassen durch geordnete Stichprobenfunktionen festgelegt werden. Archiv der Mathematik, Band 10 (1959), S. 468 - 479