

Kaiser, Ulrich; Szczesny, Andrea

**Working Paper**

## Einfache ökonometrische Verfahren für die Kreditrisikomessung: Verweildauermodelle

Working Paper Series: Finance & Accounting, No. 62

**Provided in Cooperation with:**

Faculty of Economics and Business Administration, Goethe University Frankfurt

*Suggested Citation:* Kaiser, Ulrich; Szczesny, Andrea (2000) : Einfache ökonometrische Verfahren für die Kreditrisikomessung: Verweildauermodelle, Working Paper Series: Finance & Accounting, No. 62, Johann Wolfgang Goethe-Universität Frankfurt am Main, Fachbereich Wirtschaftswissenschaften, Frankfurt a. M.,  
<https://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:hebis:30-18410>

This Version is available at:

<https://hdl.handle.net/10419/76978>

**Standard-Nutzungsbedingungen:**

Die Dokumente auf EconStor dürfen zu eigenen wissenschaftlichen Zwecken und zum Privatgebrauch gespeichert und kopiert werden.

Sie dürfen die Dokumente nicht für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, öffentlich zugänglich machen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Sofern die Verfasser die Dokumente unter Open-Content-Lizenzen (insbesondere CC-Lizenzen) zur Verfügung gestellt haben sollten, gelten abweichend von diesen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

**Terms of use:**

*Documents in EconStor may be saved and copied for your personal and scholarly purposes.*

*You are not to copy documents for public or commercial purposes, to exhibit the documents publicly, to make them publicly available on the internet, or to distribute or otherwise use the documents in public.*

*If the documents have been made available under an Open Content Licence (especially Creative Commons Licences), you may exercise further usage rights as specified in the indicated licence.*

**JOHANN WOLFGANG GOETHE-UNIVERSITÄT  
FRANKFURT AM MAIN**

**FACHBEREICH WIRTSCHAFTSWISSENSCHAFTEN**

**Ulrich Kaiser/Andrea Szczesny**

**Einfache ökonomische Verfahren für die  
Kreditrisikomessung: Verweildauermodelle**

**No.62  
Dezember 2000**



**WORKING PAPER SERIES: FINANCE & ACCOUNTING**

**Ulrich Kaiser/Andrea Szczesny\*\***

**Einfache ökonometrische Verfahren für die  
Kreditrisikomessung: Verweildauermodelle\***

**No.62  
Dezember 2000**

**ISSN 1434-3401**

---

\* Dipl.-Volkswirt *Ulrich Kaiser*, Zentrum für Europäische Wirtschaftsforschung, Forschungsbereich Industrieökonomik und Internationale Unternehmensführung, L 7,1, 68161 Mannheim und Zentrum für Finanzen und Ökonometrie an der Universität Konstanz. Dipl.-Wirtsch.-Inf. *Andrea Szczesny*, Lehrstuhl für Betriebswirtschaftslehre, insbesondere Controlling, Johann Wolfgang Goethe-Universität Frankfurt, Mertonstr. 17, 60054 Frankfurt am Main.

\*\* Dieser Beitrag hat von hilfreichen Kommentaren von *Bernhard Bookmann* und *Christian Ernst* sowie vor allem von *François Laisney* stark profitiert. Ulrich Kaiser dankt der Deutschen Forschungsgemeinschaft für finanzielle Unterstützung im Rahmen des Schwerpunktprogramms „Industrieökonomik und Inputmärkte“ (Projekt PF331/3-3). Beide Autoren sind den am Projekt „Kreditmanagement“ des Center for Financial Studies (CFS) beteiligten Banken und dem CFS für die Bereitstellung der Daten zu Dank verpflichtet. Sämtliche hier vorgestellte Schätzungen wurden am Lehrstuhl für Betriebswirtschaftslehre, insbesondere Controlling an der Universität Frankfurt am Main durchgeführt.

# **Einfache ökonometrische Verfahren für die Kreditrisikomessung: Verweildauermodelle**

Dezember 2000

## *Zusammenfassung*

Im Mittelpunkt dieses Beitrag stehen Verweildauermodelle und deren Verwendung als Analyseinstrumente für die Bewertung und Berechnung von Kreditausfallrisiken. Verschiedene Möglichkeiten zur Berechnung der Dauer des Nichtausfalls eines Kredites werden dabei vorgestellt. Die hier vorgestellten Verfahren werden auf einen aus Kreditakten von sechs deutschen Universalbanken zusammengestellten Datensatz angewendet. Beispiele und Interpretationshilfen zu den jeweils vorgestellten Methoden erleichtern den Zugang zu diesen Modellen. Es werden zahlreiche Hinweise auf weiterführende Literatur gegeben.

## *Abstract*

This paper discusses duration models for the quantification of credit risk. Econometric techniques to quantify the duration of a credit in a “non-default” state are analyzed and applied to a data set obtained from credit files taken from six large German universal banks. Empirical examples for the methods facilitate the understanding of the econometric models described in the paper. Numerous suggestions for further reading complete this paper.

**Keywords:** credit risk, default risk, duration analysis

**JEL-Classification:** C25 C41 G21

## **1 Einführung**

Die Vorschläge des „Basler Ausschuss für Bankenaufsicht“ (Basel Committee on Banking Supervision), ein von den G-10 Staaten im Jahre 1974 ins Leben gerufenes Forum zur internationalen Koordination der Bankenaufsicht, haben das Kreditgeschäft der europäischen Bankenlandschaft unter Reformdruck gebracht. Insbesondere die Vorschläge zur Neuregelung der Eigenkapitalausstattung werden erhebliche Veränderungen nach sich ziehen. Bislang unterliegt das Unternehmenskreditgeschäft einer Pauschalhinterlegung von acht Prozent des Eigenkapitals, das Risiko der Kreditportfolios bleibt dabei gänzlich unberücksichtigt. Nach Maßgabe des Basler Ausschusses für Bankenaufsicht dürfen Banken in naher Zukunft ihre eigenen Bonitätseinstufungen nutzen, um so eine risikoadäquate Eigenkapitalunterlegung zu erreichen (Internal Ratings-Based Approach, IRB).

Mit seinen geplanten Reformen setzt der Basler Ausschuss den Banken Anreize, ihre Methoden zur Risikomessung und zum Risikomanagement weiterzuentwickeln. Im Vergleich zum Marktrisikobereich ist die Methodik der Kreditrisikomessung weit zurück geblieben. Zur Zeit dominieren in deutschen Großbanken Scoringverfahren, die im Kern auf subjektive Einschätzungen von Kreditanalysten basieren. Zwar ist es durchaus unklar, ob statistisch-ökonomische Verfahren tatsächlich eine bessere Performance aufweisen als die Expertenmeinungen, jedoch zeichnet sich bereits jetzt ab, dass das Kreditrisikomanagement zu einem der entscheidenden Wettbewerbsfaktoren der Finanzwirtschaft werden wird. Die Zukunft des Kreditrisikomanagements wird daher in methodisch anspruchsvollen und international vergleichbaren quantitativen Verfahren liegen.

Tatsächlich unterscheidet sich die Kreditevaluationspraxis sowohl international als auch national erheblich, wie der Basler Ausschuss in einer im Frühjahr 1999 durchgeführten Studie unter rund 30 Banken der G-10-Staaten feststellt (Basel Committee on Banking Supervision, 2000).

Über die bislang angewendeten Verfahren hinaus, die mehr oder minder auf Expertenwissen beruhen, gibt es eine Reihe einfacher ökonomischer Methoden, die bei der

Messung von Ausfallrisiken gute Dienste leisten können.<sup>1</sup> Mit ihrer Hilfe können aus dem Datenmaterial der Banken – also aus den in der Vergangenheit gesammelten Erfahrungen – wertvolle Erkenntnisse gewonnen und für das Risikomanagement nutzbar gemacht werden.

In diesem Beitrag stellen wir Verweildauermodelle vor. Verweildauermodelle werden seit vielen Jahren vor allem in der Arbeitsökonomik, in der Biometrie und den Ingenieurwissenschaften erfolgreich eingesetzt und spielen bei der Kreditrisikomessung bislang – mit Ausnahme eines aktuellen Beitrags von Ewert et al. (2000) – eine sehr untergeordnete Rolle. Dies ist umso erstaunlicher, als dass diese Verfahren bereits in Standardsoftwarepaketen verfügbar sind und somit ohne großen Programmieraufwand auf konkrete Problemstellungen angewendet werden können.

Die Kreditrisikomessungsmethoden, die in diesem Aufsatz beschrieben werden, haben eines gemeinsam: Sie modellieren Variablen, die qualitative Ausprägungen besitzen. So kann ein Kredit verschiedene Qualitätszustände annehmen. Er kann z. B. vom Kreditnehmer vollständig bedient werden, nur teilweise bedient werden oder ausfallen. Können die verschiedenen Zustände, in denen sich ein Kredit befindet bzw. befunden hat, über einen längeren Zeitraum beobachtet werden, so ist es interessant, die Wahrscheinlichkeit dafür zu berechnen, dass ein Kredit von einem Zustand in den anderen übergeht. In Abschnitt 3 stellen wir deshalb das Verfahren vor, mit dem solche Übergangsraten berechnet werden können. Mit Markovketten (Unterabschnitt 3.1) können Wahrscheinlichkeiten für die Übergänge von einem Zustand in den anderen modelliert werden. Ist man daran interessiert, die Wahrscheinlichkeiten für den Übergang in einen anderen Zustand zu berechnen, *gegeben*, dass ein Kredit eine bestimmte Periode in einem Zustand verweilt hat, dann ist der Kaplan-Meier-Schätzer ein geeignetes Analyseinstrument. Er wird in Abschnitt 3.2 beschrieben. Sowohl Markovketten als auch Verweildauermodelle modellieren direkt die Zeitdimension eines Datensatzes, der Informationen über Kreditnehmer zu verschiedenen Zeitpunkten enthält. Während Markovketten jedoch die Wahrscheinlichkeit eines Übergangs von einem Zustand in den anderen abbilden, ohne dass die Verweildauer in einem Zustand mit berücksichtigt

---

<sup>1</sup> Verfahren zur Modellierung von Ausfallwahrscheinlichkeiten werden von Kaiser und Szczesny (2000) besprochen.

wird, kann die Zeitdimension mit Hilfe des Kaplan-Meier-Schätzers explizit modelliert werden. Hier stellt sich die Frage: Gegeben, dass ein Kredit nach zwei Jahren noch nicht ausgefallen ist, wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass er auch weiterhin nicht ausfällt?

Sowohl der Kaplan-Meier-Schätzer als auch einfache Markovketten berücksichtigen jedoch keine Variablen, die den Übergang von einem Zustand in den anderen erklären können.<sup>2</sup> Der Heterogenität von Kreditnehmern wird mit diesen nichtparametrischen Modellen keine Rechnung getragen. Modelle, die erklärende Variablen in der Schätzung des Kreditausfallrisikos – des „hazard“ – berücksichtigen, sind die Hazardratenmodelle, die in Abschnitt 4 dargestellt werden. Mit Hilfe von Hazardratenmodellen kann das Risiko eines Kreditausfalls unter der Berücksichtigung von Charakteristika des Kreditnehmers berechnet werden. Dem Kreditanalysten stehen dabei zwei Schätzverfahren zur Verfügung, ein parametrischer Ansatz (Abschnitt 4.1) und die Partial-Likelihood-Methodik (Abschnitt 4.2). In Abschnitt 4.3 wird auf weiterführende Literatur verwiesen, die z. B. die Zeitabhängigkeit erklärender Variablen einbezieht und auf andere Erweiterungsmöglichkeiten der hier vorgestellten Grundmodelle eingeht.

In Abschnitt 5 werden mikroökonomische Methoden skizziert, die im Rahmen dieses Aufsatzes nicht besprochen werden konnten, aber für spezielle Fragen des Kreditrisikomanagements dennoch von Bedeutung sein können. Abschnitt 6 fasst die in diesem Beitrag vorgestellten Analysemethoden und Ergebnisse zusammen.

Für eine Vielzahl der im Folgenden vorgestellten Analysemethoden werden empirische Beispiele auf der Grundlage eines Kreditakten-Datensatzes gegeben. Dieser Datensatz ist in Abschnitt 2 genauer beschrieben.

Sämtliche hier vorgestellten Modelle sind in gängiger Standardsoftware implementiert. Für mikroökonomische Methoden empfehlen sich aufgrund der Vielzahl von Applikationen die Programme STATA und Limdep.<sup>3</sup> Die in diesem Beitrag durchgeführten

---

2 In einer aktuellen Arbeit lassen Nguyen Van et al. (2000) und Kaiser (2000) auch erklärende Variablen in Markovkettenmodellen zu.

3 Informationen zu STATA sind im Internet unter <http://www.stata.com> zu finden, Informationen zu Limdep können unter <http://www.limdep.com> abgerufen werden.

Schätzungen wurden mit STATA 6.0 durchgeführt, sämtliche hier vorgestellten Modelle sind aber auch in Limdep enthalten.

## 2 Daten

### 2.1 Datenquelle

Alle Schätzungen werden auf der Basis eines Datensatzes durchgeführt, der im Rahmen des Projekts „Kreditmanagement“ des Instituts für Kapitalmarktforschung (Center for Financial Studies, CFS), erhoben wurde. Es handelt sich dabei um Informationen aus 260 Kreditakten mittelständischer Unternehmen der Kreditinstitute Bayerische Vereinsbank, Commerzbank, Deutsche Bank, Deutsche Genossenschaftsbank, Dresdner Bank und Westdeutsche Landesbank für den Zeitraum von 1992 bis 1998 (nähere Angaben finden sich unter anderem in Elsas et al., 1998).<sup>4</sup> Um Verzerrungen der Stichprobe hinsichtlich problembehafteter bzw. nicht problembehafteter Kredite zu vermeiden, wurde der Datensatz hinsichtlich dieses Kriteriums geschichtet.<sup>5</sup> Für die hier durchgeführten Untersuchungen standen uns Daten von jeweils rund einhundert Kreditkunden zur Verfügung, bei denen es während des Beobachtungszeitraums zu Problemen gekommen ist bzw. bei denen keine Rückzahlungsschwierigkeiten verzeichnet wurden.

Im folgenden Abschnitt werden die Begriffe Ausfall, Teilausfall und Vollausfall definiert. Darüber hinaus wird ein Überblick über die in den einfachen Modellen verwendeten Variablen gegeben.

### 2.2 Definitionen

#### *Ausfall:*

Um die Beschreibung der methodischen Verfahren übersichtlich zu gestalten, sprechen wir durchgehend von Ausfall und Ausfallwahrscheinlichkeit. Unter dem Ereignis eines Ausfalls subsumieren wir allerdings nicht nur Vollausfälle von Krediten, sondern das Auftreten jeglicher Schwierigkeiten, die bei der Vertragserfüllung auftreten können, da

---

4 Weitere auf dem Datensatz aufbauende empirische Studien finden sich auf der Homepage des CFS ([http://www.ifk-cfs.de/pages/veroef/cfswor/index\\_d.htm](http://www.ifk-cfs.de/pages/veroef/cfswor/index_d.htm)).

5 Auf Probleme von Stichprobenselektionsverzerrungen und deren Korrektur gehen Kaiser und Szczesny (2000) ein.



sie mit zusätzlichen Kosten für die Bank verbunden sind. Dazu gehören die Stundung von Zins- und Tilgungszahlungen, das Einfordern zusätzlicher Sicherheiten, das Einleiten von Umstrukturierungsmaßnahmen im operativen Geschäft der Unternehmen, das Verwerten von Sicherheiten, die Fälligestellung von Krediten, Abwicklungen, Vergleiche, Konkurse und Sanierungen. Selbstverständlich können ökonometrische Ansätze sämtliche verschiedene Riskozustände modellieren. Aus Gründen der Übersichtlichkeit und der erleichterten Zugangs zu den verschiedenen Schätzansätzen wird jedoch die Zusammenfassung in lediglich zwei bzw. drei Riskozustände vorgenommen.

#### *Kein Ausfall, Teilausfall und Vollaussfall:*

Wenn eine Unterteilung der Daten in die drei Kategorien kein Ausfall, Teilausfall und Vollaussfall vorgenommen wird, dann verstehen wir unter Teilausfällen das Auftauchen von Problemen bei der Erfüllung von Kreditverträgen, die zu Verlusten auf Seiten der Bank führen, aber nicht zwangsläufig in einen Vollaussfall münden. Dazu gehören Probleme, die beispielsweise zu einer Stundung von Zins- und Tilgungszahlungen, zum Einfordern zusätzlicher Sicherheiten oder zur Verwertung von Sicherheiten führen. Als Vollaussfall bezeichnen wir schwere Probleme bei der Erfüllung des Kreditvertrages, die zum Beispiel eine Fälligestellung nach sich ziehen sowie Abwicklungen, Vergleiche und Konkurse. Aber auch Sanierungen, die im Erfolgsfall natürlich keinen Vollaussfall des Kredites bedeuten, werden zu der Kategorie „Vollaussfall“ gezählt.

### 2.3 Verwendete Variablen

Dieser Beitrag stellt die Anwendung unterschiedlicher Verfahren aus der Ökonometrie in den Mittelpunkt. Daher wurden die Modelle des Anwendungsbeispiels aus der Kreditrisikomessung bewusst einfach strukturiert.

Wir berücksichtigen Informationen zur Unternehmensgröße (Umsatz), zur Rechtsform (Haftungsbeschränkung) und zur Branchenzugehörigkeit der Unternehmen. Kennzahlen (Eigenkapitalquote, dynamischer Cash-Flow und Anlagendeckung) geben Informationen über die Vermögens-, Finanz- und Ertragslage der Unternehmen. Eventuelle gesamtwirtschaftliche Einflüsse werden mit Hilfe von Indikatorvariablen für die unterschiedlichen Beobachtungszeitpunkte berücksichtigt. Einen guten Einstieg in die Literatur zu möglichen Indikatoren für das Kreditrisiko und dessen Modellierung bieten

Altman und Saunders (1998) sowie die Veröffentlichungen des Basler Ausschusses für Bankenaufsicht (2000a und 2000b). Die folgenden Variablen werden für die empirische Analyse verwendet:

- Ausfall: Binärvariable, die bei Problemen mit der Vertragserfüllung den Wert 1 annimmt und sonst den Wert 0 trägt (siehe dazu auch Kapitel 2.2).
- Ausfall\_3: Variable, die in drei Abstufungen Probleme anzeigt. Ein Wert von 0 besagt, dass keine Probleme vorliegen, ein Wert von 1 zeigt Probleme an, die noch keinen Totalausfall des Kredits bedeuten und ein Wert von 2 steht für schwere Probleme wie Abwicklung, Vergleich oder Konkurs (siehe dazu auch Kapitel 2.2).
- $\ln(\text{Umsatz})$ : Variable, welche die Größe des Unternehmens anhand der Höhe seiner Umsätze repräsentiert. Dabei werden die Umsätze mit Hilfe des natürlichen Logarithmus transformiert.
- $\ln(\text{Umsatz})^2$ : Um eventuelle nichtlineare Einflüsse der Unternehmensgröße zu berücksichtigen, werden quadrierte logarithmierte Umsätze in die Schätzungen aufgenommen.
- Eigenkapitalquote: Eigenkapitalquote des Unternehmens, berechnet als Quotient aus Eigenkapital und Bilanzsumme.
- Cash-Flow: Dynamischer Cash-Flow, berechnet als Quotient aus Cash-Flow und Nettoverbindlichkeiten des Unternehmens.
- Anlagendeckungsgrad: Anlagendeckungsgrad, berechnet als Quotient aus mittel- und langfristigen Passiva und mittel- und langfristigen Aktiva.
- Beschr. Haftung: Binärvariable, die den Wert 1 annimmt, wenn die Unternehmer nur beschränkt haften, ansonsten den Wert 0 trägt.
- 1992, 1993, ..., 1998: Binärvariablen, die anzeigen, aus welchem Jahr die Beobachtung stammt, wobei das Jahr 1992 in den Schätzungen als Referenz genommen wird.
- Maschinenbau: Binärvariable, die Unternehmen aus dem Sektor Maschinenbau kennzeichnet, wird in den Schätzungen als Referenzgröße genutzt.

- Verarb. Gew.: Binärvariable, die Unternehmen aus dem übrigen Sektor des verarbeitenden Gewerbes kennzeichnet.
- Baugewerbe: Binärvariable für Unternehmen aus dem Baugewerbe.
- Handel: Binärvariable für Unternehmen aus dem Bereich Handel
- Sonstige: Binärvariable für sonstige Unternehmen, die zum größten Teil aus dem Dienstleistungsbereich und dem Bereich Transport und Logistik stammen.

### 3 Übergangsratenmodelle

Übergangsratenmodelle modellieren die Wahrscheinlichkeit einer Zustandsveränderung und berücksichtigen dabei keine erklärenden Variablen. Sie spezifizieren die empirische Verteilung von Übergängen und Übergangswahrscheinlichkeiten.

Übergangsratenmodelle berechnen die Wahrscheinlichkeit einer Zustandsveränderung in Abhängigkeit vom Zustand in der Vorperiode (Markovketten) bzw. von der Verweildauer im gegenwärtigen Zustand (Kaplan-Meier-Schätzer). Mit Übergangsratenmodellen werden keine Koeffizienten (Parameter) geschätzt und es wird auch keine Verteilungsannahme getroffen, sie werden daher auch als nichtparametrische Verfahren bezeichnet.

#### 3.1 Markovketten

Markovketten berechnen die Wahrscheinlichkeit des Überganges einer Variablen, im Anwendungsbeispiel eine Kredites, in einen oder mehrere andere Zustände.<sup>6</sup> Die Übergangswahrscheinlichkeiten werden als konditional auf den Ursprungszustand gemessen:

$$P(K_{it} = l | K_{it-1} = m) = p_{im}, \quad (1)$$

wobei  $m$  denselben oder einen anderen Zustand von Kredit  $i$  als Zustand  $l$  bezeichnet. Die Übergangswahrscheinlichkeit  $p_{im}$  bezeichnet also die Wahrscheinlichkeit, mit der Zustand  $l$  dem Zustand  $m$  folgt. Es wird folglich angenommen, dass der Zustand zum Zeitpunkt  $t$  lediglich vom Vorzustand zum Zeitpunkt  $t-1$  abhängig ist. Dies ist die so

genannte „Markov-Eigenschaft“.<sup>7</sup> Die Übergangswahrscheinlichkeit wird berechnet als Quotient aus einerseits der Anzahl der Kredite, die sich in Zeitpunkt  $t-1$  in Zustand  $m$  befunden haben *und* sich in Zeitpunkt  $t$  in Zustand  $l$  befinden, sowie andererseits der Anzahl der Kredite, die sich in Zeitpunkt  $t-1$  in Zustand  $m$  befunden haben. Eine häufige und übersichtliche Darstellung solcher Übergangswahrscheinlichkeiten stellen Übergangsmatrizen dar:

Tabelle 1: Übergangsmatrix

		Endzustand			
		Kein Ausfall	Teilweiser Ausfall	Vollständiger Ausfall	
Start- zustand	kein Ausfall	596 84,83%	65 9,18%	42 5,99%	703
	Teilweiser Ausfall	42 36,67%	49 42,22%	24 21,11%	115
	Vollständiger Ausfall	21 16,46%	9 7,59%	96 75,95%	126
		670 70,98	125 13,23	149 15,79	944

Die Tabelle wird von links nach rechts gelesen. Auf 85 Prozent der Beobachtungen, in denen keine Probleme sichtbar sind, folgt wieder eine Beobachtung ohne sichtbare Probleme. Das heißt, diese Unternehmen verlassen ihren Zustand nicht. In gut 9 Prozent der Fälle kommt es anschließend zu einem Teilausfall, in 6 Prozent der Fälle kommt es direkt zu einem Vollaussfall. Die geringen relativen Häufigkeiten (9 und 6 Prozent im Vergleich zu 85 Prozent) lassen sich durch die Schichtung des Datensatzes erklären. In etwa der Hälfte der hier beobachteten Unternehmen kommt es niemals zu Problemen. In der anderen Hälfte der Unternehmen tauchen irgendwann im beobachteten Zeitraum Probleme auf, ein Teil der Beobachtungen zeigt sich aber auch hier ohne sichtbare Zahlungsschwierigkeiten.

Auf den ersten Blick erstaunlich erscheinen die relativen Häufigkeiten in der zweiten Zeile. Sie zeigen an, dass es nach einem Teilausfall relativ häufiger zu einer Erholung kommt als zu einem Vollaussfall. Bei genauerer Analyse zeigt sich, dass es sich dabei

---

<sup>6</sup> Eine kompakte und ausführliche Darstellung von Markovketten gibt Hamilton (1994, Kap. 22.2).

oftmals um vorübergehende Erholungen beispielsweise nach der Verwertung von Sicherheiten oder der Stundung von Zins- und Tilgungszahlungen handelt. Solche vorübergehenden Erholungen können allein bei Betrachtung von Tabelle 1 nicht erkannt werden.

Bei der Analyse der untersten Zeile sei noch einmal daran erinnert, dass bei der Einteilung der Beobachtungen in die Klassen „kein Ausfall“, „Teilausfall“ und „Vollausfall“ in die Klasse der Vollausfälle auch Sanierungen eingeschlossen wurden (siehe dazu Kapitel 2.2), es liegt also kein „absorbing state“ vor. In Fällen von erfolgreichen Sanierungen kann es im Anschluss an eine Beobachtung der Klasse „Vollausfall“ zu einer Verbesserung in eine bessere Klasse kommen, wie Tabelle 1 zeigt.

Bei all diesen Interpretationen muss bedacht werden, dass die Zahl der Beobachtung in den Kategorien unterschiedlich groß ist. Über den gesamten Beobachtungszeitraum hinweg weisen 703 Beobachtungen keine Probleme auf, nur 115 Beobachtungen zeigen Zahlungsschwierigkeiten und lediglich 126 erhebliche Probleme auf.

Eine weitere Schwierigkeit bei der Interpretation solcher einfacher Übergangsmodelle liegt darin, dass Heterogenitäten, also Unterschiede zwischen den Kreditnehmern, nicht berücksichtigt werden. Daher bilden Ansätze eine Alternative, bei denen die Übergangswahrscheinlichkeit zwischen zwei oder mehreren Zuständen nicht nur vom jeweils vergangenen Zustand abhängt, sondern auch von zusätzlichen erklärenden Variablen. Einen solchen Ansatz beschreibt Gouriéroux (1989). Im Kern handelt es sich dabei um ein multinomiales Logitmodell, also eine Erweiterung eines binären Logitmodells für mehrere ungeordnete Zustände. Nguyen Van et al. (2000) wenden dieses Verfahren an, um den Erfolg von Unternehmen des Dienstleistungssektors zu analysieren. Die Autoren erweitern zudem das Grundmodell von Gouriéroux (1989), indem sie unbeobachtbare Heterogenität zulassen und die Effekte der Unternehmensgröße auf die Firmenperformance nichtparametrisch schätzen.

---

7 Es handelt sich hierbei um Markovketten erster Ordnung. Natürlich können auch Markovketten höherer Ordnung spezifiziert werden, allerdings erscheint es im Rahmen der Kreditrisikomessung als sinnvoll, von Markovketten erster Ordnung auszugehen.

In einer aktuellen Arbeit zur Analyse von Firmenratings verwenden Nickell et al. (2000) geordnete Probitmodelle, um die Veränderung (Verbesserung, keine Veränderung, Verschlechterung) von Ratingentscheidungen abzubilden.

### 3.2 Kaplan-Meier-Schätzer

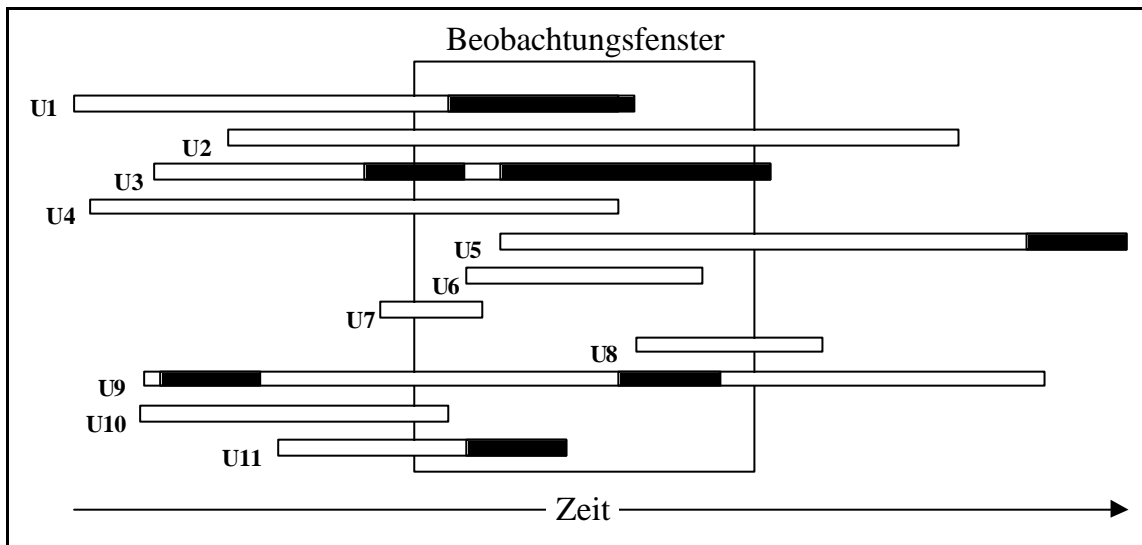
Während einfache Markovketten die Wahrscheinlichkeit eines Überganges von einem Kreditzustand in einen anderen in Abhängigkeit vom jeweils vorhergehenden Zustand berechnen, spezifiziert der Kaplan-Meier-Schätzer das Überleben in einem Zustand  $l$ , gegeben, dass sich ein Kredit bereits bis zum Zeitpunkt  $t$  in diesem Zustand befunden hat. Im Gegensatz zum einfachen Markovkettenmodell lässt der Kaplan-Meier-Schätzer dabei nur zwei Zustände zu, z. B. Kreditausfall oder kein Kreditausfall. Der Kaplan-Meier-Schätzer berechnet also Überlebenswahrscheinlichkeiten. In Lehrbuch-Abhandlungen (z. B. Greene 1997, Kap. 20.5) wird der Kaplan-Meier-Schätzer lediglich für unzensierte Beobachtungen besprochen. Es wird also davon ausgegangen, dass eine Kreditverbindung über ihre gesamte Dauer beobachtet wird. In der Praxis ist dies selten der Fall, weil die Bereitstellung entsprechender Daten kostspielig und zeitaufwendig ist. Vielmehr gibt es in den Datensätzen, so auch in dem von uns verwendeten, viele Kreditengagements, die nicht bis zur vollständigen Rückzahlung beobachtet werden und/oder erst nach einigen Jahren des Bestehens der Kreditbeziehung in den Datensatz kommen. Im ersten Fall spricht man von einer „Rechtszensierung“, im zweiten von einer „Linkszensierung“.

Bei einer Rechtszensierung kann die Kreditbeziehung nicht über einen bestimmten Zeitpunkt hinaus verfolgt werden. Diese Rechtszensierung muss in der Analyse berücksichtigt werden, weil ansonsten alle Kredite, die zum Ende der Analyseperiode noch nicht ausgefallen sind, als ausgefallen betrachtet würden. Das Ausfallrisiko würde in diesem Fall überschätzt. Bei dem in diesem Aufsatz verwendeten Datensatz ist dies in rund 70 Prozent der betrachteten Unternehmen der Fall. Ein umgekehrtes Problem ergibt sich bei Linkszensierungen. Linkszensierungen gibt es auch in dem von uns verwendeten Datensatz. Rund 12 Prozent der Unternehmen weisen bereits zum Anfangszeitpunkt Zahlungsschwierigkeiten auf. Für diese Unternehmen liegt keine In-

formation vor, seit wann die Vertragsstörungen bestehen bzw. umgekehrt, wie lange es gedauert hat, bis erstmals ein Risiko aufgetreten ist.

Abbildung 1 zeigt Beispiele von Beobachtungsmustern, die unserem Datensatz entsprechen könnten. Der Kasten steht für den Beobachtungszeitraum – in unserem Fall sind es die Jahre 1992 bis 1998. Die Querbalken U1 bis U11 sind Kreditengagements, die größtenteils vor Beginn des Beobachtungszeitraumes begonnen haben.

Abbildung 1: Beobachtungsmuster von Kreditengagements im Datensatz



U1 bis U11 sind Beispiele für Beobachtungsmuster von Kreditengagements mit Unternehmen. Das Beobachtungsfenster kennzeichnet den Zeitraum, in dem Daten aus den Kreditengagements erhoben wurden. Die Balken stehen für das Bestehen des Kreditengagements, schwarze Abschnitte kennzeichnen Zahlungsschwierigkeiten.

Mit Beginn des Kreditengagements sind die Unternehmen „im Risiko“. Im Datensatz finden sich nur wenige neue Kreditkunden, die erst während des Beobachtungszeitraumes Kreditkunden wurden. Beobachtungsmuster U5, U6 und U8 entsprechen solchen neuen Kreditkunden. Lediglich U6 ist ein Beispiel für ein Engagement, das vollständig beobachtet werden kann. Viele Unternehmen in unserem Datensatz beginnen und enden außerhalb des beobachteten Zeitraumes. U2, U3 und U9 sind Beispiele für solche Engagements. Schwarze Balken kennzeichnen aufgetretene Zahlungsschwierigkeiten. U9 beispielsweise hatte in der Anfangsphase der Kreditbeziehung Zahlungsschwierigkeiten, von denen man keine Informationen im Datensatz finden kann. Einige Engagements fallen während des Beobachtungszeitraumes aus, so etwa U1 und U11. Andere

Engagements enden vertragsgemäß mit der Rückzahlung des Kredites bzw. der Kredite. U4, U6, U7 und U10 zeigen solche Beobachtungsmuster. Von U2, U3, U5, U8 und U9 konnte man bei Abschluss der Beobachtungszeit noch nicht sagen, ob die Kreditverträge erfüllt werden oder nicht. U1 bis U4, U7 und U9 bis U11 sind linkszensiert, da sie bereits vor Beginn des Beobachtungszeitraumes existierten. U2, U5 und U9 werden als rechtszensiert bezeichnet, da sie nach Ende des beobachtungszeitraumes noch weiter existieren.

Die im Folgenden vorgestellten Modelle zur Verweildaueranalyse werden zur Vereinfachung dennoch so dargestellt, als ob keine Zensierungsprobleme vorlägen.<sup>8</sup> Die von uns vorgestellten empirischen Ergebnisse tragen den Zensierungsproblemen jedoch Rechnung. In den einzelnen Unterabschnitten geben wir Hinweise auf Referenzen, die auf die Zensierungsproblematik eingehen.

Der Kaplan-Meier-Schätzer der Überlebenswahrscheinlichkeit in einem Zustand – im konkreten Anwendungsfall die Wahrscheinlichkeit eines Nicht-Ausfalles der Kreditrückzahlung – berechnet sich als

$$\hat{S}(T_k) = \prod_{i=1}^k \frac{n_i - h_i}{n_i}, \quad (2)$$

wobei  $n_i$  die Anzahl der Kredite bezeichnet, die mindestens bis zum Zeitpunkt  $T_k$  (bis zur Dauer  $T_k$  der Vertragsbeziehung) überlebt haben und  $h_i$  die Anzahl der Kredite bezeichnet, die zum Zeitpunkt  $T_k$  ausgefallen sind.

Abbildung 2 bildet die empirische Überlebenswahrscheinlichkeit, d.h. die empirische Nichtausfallwahrscheinlichkeit der Kredite, in unserem Datensatz ab.<sup>9</sup> Diese Abbildung entspricht einer graphischen Übersetzung einer aus der Versicherungsmathematik bekannten Sterbetabelle.

---

8 Dies mag in der Praxis auch deshalb gerechtfertigt sein, weil Standardsoftwareprogramme wie z. B. STATA oder Limdep Zensierungsprobleme automatisch korrigieren, sofern ihnen die entsprechenden Zensierungsinformationen gegeben werden.

9 Auch eine Schätzung der Standardfehler der Überlebenswahrscheinlichkeiten ist möglich (siehe Kalbfleisch und Prentice, 1980, Kap. 1.3).

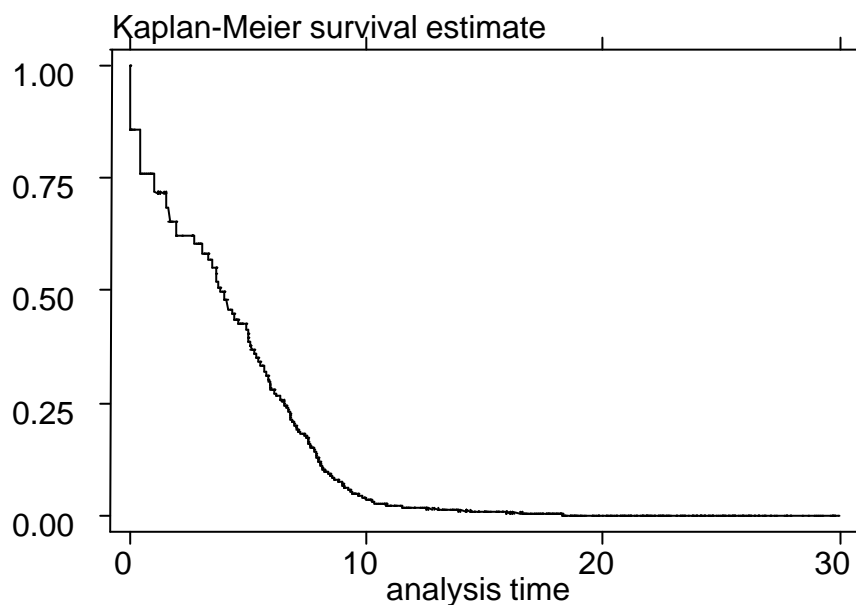


Zwar mag die Nichtausfallwahrscheinlichkeit eines Kredites in vielen Fällen von Interesse sein, noch relevanter ist jedoch die Information darüber, ob ein Kredit sehr bald ausfällt, gegeben dass er bis zum Zeitpunkt  $T_k$  nicht ausgefallen ist. Die Wahrscheinlichkeit, dass eine Verweildauer in der nächsten kurzen Periode endet, wird als Hazardrate  $I(T_k)$  bezeichnet. Für den Kaplan-Meier-Schätzer ist sie definiert als

$$I(T_k) = \frac{h_k}{n_k} \quad (3)$$

und entspricht dem Verhältnis von gerade ausgefallenen zu den noch nicht ausgefallenen – sich „im Risiko“ befindlichen – Krediten. Der Kaplan-Meier-Schätzer entspricht der Überlebenswahrscheinlichkeit, nicht aber der Hazardrate, hat also immer einen fallenden Verlauf.

Abbildung 2: Nichtausfallwahrscheinlichkeit



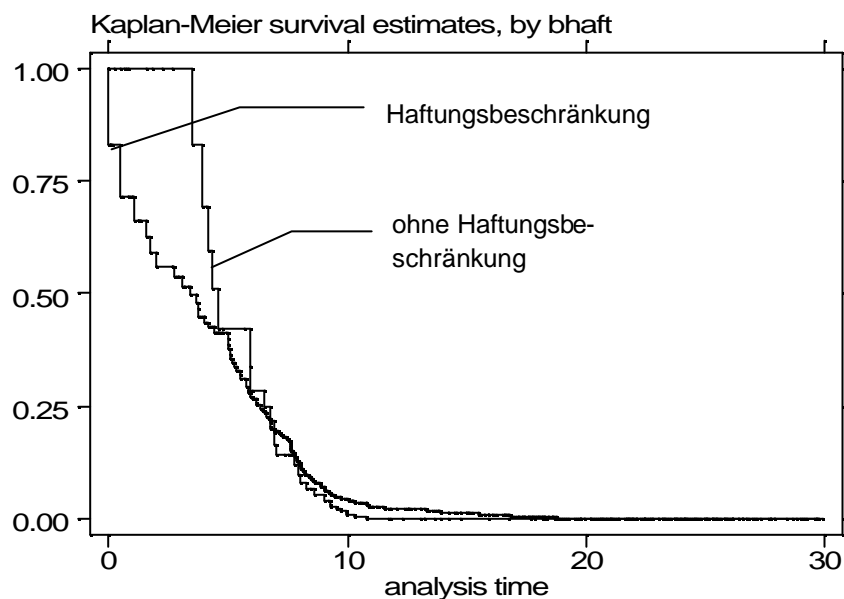
Dargestellt wird die Nichtausfallwahrscheinlichkeit von Krediten. Je länger das Engagement existiert, desto geringer ist die Nichtausfallwahrscheinlichkeit, die auf der Skala von 0,00 (= 0 Prozent) bis 1,00 (= 100 Prozent) angegeben wird. Die Analysezeit ist in Jahren dargestellt.

Zur Überprüfung von Unterschieden verschiedener Risikogruppen kann ein Log-Rank- oder Gehan-Whitney-Test herangezogen werden (Kalbfleisch und Prentice, 1980: 16f. oder Blossfeld et al., 1986: 46f.). Geht man z. B. davon aus, dass Kredite einer Gesellschaft mit beschränkter Haftung weniger lange ohne Risiko bleiben als Kredite unbe-

schränkt haftender Gesellschafter, so kann diese These mit den beiden Tests überprüft werden. Für den hier verwendeten Datensatz ergibt sich, dass Unternehmen mit Haftungsbeschränkung früher ausfallen als Unternehmen ohne Haftungsbeschränkung. Die Teststatistik hat den Wert 4,14, das marginale Signifikanzniveau ist 0,0418: die beiden Überlebensfunktionen unterscheiden sich also signifikant voneinander.

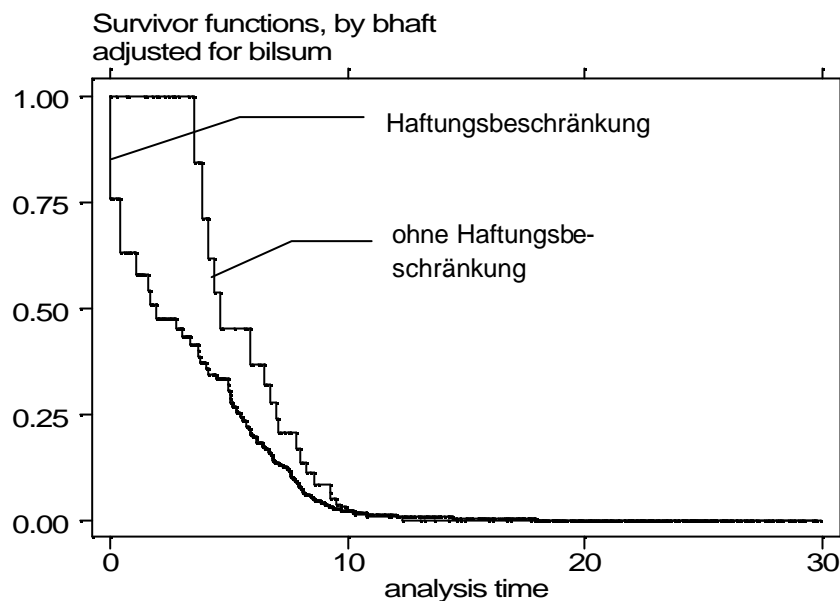
Abbildung 3 zeigt die unterschiedlichen Nichtausfallwahrscheinlichkeiten für Unternehmen mit und ohne Haftungsbeschränkung. Es wird deutlich, dass Unternehmen mit Haftungsbeschränkung tendenziell früher ausfallen als Unternehmen ohne Haftungsbeschränkung. Nach Stiglitz und Weiss (1981) weist eine erhöhte Haftungsbeschränkung indirekt auf den Unwillen eines Unternehmens hin, das Risiko seiner Geschäftstätigkeit alleine zu tragen, was risikofreudigeres Verhalten erwarten lässt.

Abbildung 3: Nichtausfallwahrscheinlichkeit in Abhängigkeit von der Rechtsform



Die Nichtausfallwahrscheinlichkeit wird in Abhängigkeit von der Haftungsbeschränkung (by bhaft) der betrachteten Unternehmen dargestellt. Je länger das Engagement existiert, desto geringer ist die Nichtausfallwahrscheinlichkeit, die auf der Skala von 0,00 (= 0 Prozent) bis 1,00 (= 100 Prozent) angegeben wird. Die Analysezeit ist in Jahren dargestellt.

Abbildung 4: Nichtausfallwahrscheinlichkeit in Abhängigkeit von der Rechtsform und unter Berücksichtigung der Unternehmensgröße



Die Nichtausfallwahrscheinlichkeit wird – unter Berücksichtigung der Unternehmensgröße (adjusted for bilsum) – in Abhängigkeit von der Haftungsbeschränkung (by bhaft) der betrachteten Unternehmen dargestellt. Je länger das Engagement existiert, desto geringer ist die Nichtausfallwahrscheinlichkeit, die auf der Skala von 0,00 (= 0 Prozent) bis 1,00 (= 100 Prozent) angegeben wird. Die Analysezeit ist in Jahren dargestellt.

Die beiden Kurven in Abbildung 3 schneiden sich jedoch, was vermuten lässt, dass hier ein weiterer Effekt den Zusammenhang zwischen Haftung und Nichtausfallwahrscheinlichkeit beeinflusst, ohne explizit betrachtet zu werden. So sind Unternehmen mit einer haftungsbeschränkten Rechtsform wie der GmbH oder der AG im Schnitt größer als Unternehmen, deren Unternehmer mit ihrem persönlichen Vermögen haften. Größere Unternehmen weisen etwa durch ihre höhere Marktmacht und größere Diversifikationsmöglichkeiten eine geringere Ausfallwahrscheinlichkeit auf. Um solche störenden Einflüsse bei der Betrachtung von Nichtausfallwahrscheinlichkeiten in unterschiedlichen Unternehmensgruppen verringern zu können, kann man die Kaplan-Meier-Schätzung korrigieren. In diesem Fall wurde mit Hilfe der Bilanzsumme als Größendikator ein möglicher Größeneinfluss korrigiert. Abbildung 4 zeigt als Ergebnis eine klarere Unterscheidung zwischen Unternehmen mit und ohne Haftungsbeschränkung.

Das beschriebene Beispiel zeigt, dass ein grundlegender Nachteil des Kaplan-Meier-Schätzers darin liegt, dass beobachtbare Unterschiede zwischen den Kreditnehmern

mehr oder weniger nur univariat berücksichtigt werden können. Insofern ist der nahe liegende nächste Schritt, Verweildauermodelle zu verwenden, die erklärende Variablen berücksichtigen können. Solche Modelle werden in den beiden folgenden Abschnitten dargestellt.

## 4 Verweildauermodelle

### 4.1 Modelle proportionaler Hazardraten: parametrische Modelle

Eine grundlegende Frage bei der Spezifikation von parametrischen Verweildauermodellen ist, welchen Verlauf die Hazardrate hat. Ist es plausibel, dass die Hazardrate, also im konkreten Anwendungsfall die Gefahr eines Kreditausfalls, im Zeitablauf abnimmt? Dass sie zunimmt? Oder ist sie völlig unabhängig von der Verweildauer im Nichtausfallzustand? Die Ergebnisse parametrischer Verweildauermodelle hängen in hohem Maße von der korrekten Spezifikation des Hazardratenverlaufes ab. Ist der Verlauf der Hazardrate z. B. real ansteigend, der Analyst lässt aber lediglich konstante Hazardraten zu, dann kommt es zu einer Fehlspezifikation des Modells. Insofern bietet es sich an, vorab mögliche Verläufe der Hazardrate zu überprüfen, in gewisser Weise also die Daten selbst bestimmen zu lassen, welche funktionale Spezifikation der Hazardrate zu wählen ist.

Einen groben Anhaltspunkt dafür, welche funktionale Form für die Spezifikation der Hazardrate sinnvoll ist, bietet ein Plot der mit Hilfe des Kaplan-Meier Schätzers berechneten integrierten Hazardrate  $\hat{\Lambda}$ , die selbst keine inhaltliche Interpretation besitzt und sich als  $\hat{\Lambda}(T_k) = \sum_{i \leq k} \hat{I}(T_i)$  berechnet, gegen die einzelnen Verweildauern. Ist der Verlauf der integrierten Hazardrate über die Verweildauern konvex (konkav), so impliziert dies eine zunehmende (abnehmende) Hazardrate. Man spricht auch von positiver (negativer) „duration dependence“. Ist der Verlauf der integrierten Hazardrate linear, so ist die Hazardrate verweildauer-unabhängig oder „memoryless“.<sup>10</sup>

---

<sup>10</sup> Natürlich könnte man im Prinzip auch direkt die geschätzten Hazardraten gegen die Verweildauern plotten. Aufgrund der hohen Erratik dieser Plots ist es jedoch schwierig, aus ihnen Informationen über den Verlauf der Hazardrate zu gewinnen.

Ein solcher Plot der integrierten Hazardrate für die Kreditdaten unserer Anwendung ergibt einen leicht konvexen Verlauf über die Zeit und impliziert daher eine zunehmende Hazardrate. Insofern ist es nahe liegend, die Hazardrate mit einer Verteilung abzubilden, die zunehmende Hazardraten zulässt. Eine solche Verteilungsfunktion ist die Weibull-Verteilung, für die die Hazardrate folgende Form annimmt:  $I(t) = g a t^{a-1}$ . Die korrespondierende Hazardrate ist in Abhängigkeit von der Größe von  $\alpha$  steigend, konstant oder fallend. Für  $\alpha > 1$  ist die Hazardrate steigend, für  $\alpha < 1$  ist sie fallend und für  $\alpha = 1$  ist sie konstant.<sup>11</sup>

Modelle der proportionalen Hazardrate machen die Hazardrate von einem Vektor erklärender Variablen  $x_i$  abhängig, einem korrespondierenden Koeffizientenvektor  $\beta$  und einem „baseline hazard“, einer Grundhazardrate  $I_0(t_k)$ , die über alle Individuen (über alle Kredite) als konstant angenommen wird. Die Hazardfunktion wird also ausgedrückt als:

$$I(t_k, x_k, \mathbf{b}, I_0) = f(x_k, \mathbf{b}) I_0(t_k). \quad (4)$$

Der Ausdruck  $f(x_k, \mathbf{b})$  repräsentiert dabei die Heterogenität der Individuen. Beim „baseline hazard“  $I_0(t_k)$  handelt es sich um eine Funktion, die im Prinzip für jedes Individuum geschätzt werden muss. Der Effekt der erklärenden Variable ist es, die Grundhazardrate mit einem Faktor  $\phi(\cdot)$  zu multiplizieren.<sup>12</sup> Die Funktion  $f(x_k, \mathbf{b})$  wird häufig als Exponentialfunktion,  $f(x_k, \mathbf{b}) = \exp(x_k \mathbf{b})$ , definiert.

Um das Modell identifizieren zu können, muss – ähnlich wie bei den binären und den geordneten Modellen – eine Normierung auferlegt werden.<sup>13</sup> Für das Exponentialmodell

---

11 Für  $\alpha = 1$  ergibt sich die Exponentialverteilung der Hazardrate.

12 Dieser Faktor  $\phi(\cdot)$  selbst wird als zeitinvariant angenommen. In der Praxis ist diese Annahme, dass die erklärenden Variablen sich über die Verweildauern nicht verändern, allerdings häufig verletzt, zum Teil auch im hier vorliegenden Datensatz. Die Zeitabhängigkeit der Regressoren kompliziert das Schätzverfahren erheblich, und ein Eingehen auf die hier adäquaten Modelle würde den Rahmen dieses Aufsatzes sprengen. Daher kann an dieser Stelle lediglich auf das Lehrbuch von Lancaster (1990, Kap. 2.3) und auf Jenkins (1995) verwiesen werden.

13 Für beide Modelle bedeutet dies, dass direkte Koeffizientenvergleiche sowohl zwischen verschiedenen binären oder geordneten Probit-Logitmodellen als auch zwischen den Ergebnissen zweier oder mehrerer proportionaler Hazardratenmodelle unzulässig sind.

wird die Normierung  $I(t_k)=1$  verwendet, für das Weibullmodell gilt  $I(t_k)=t^{a-1}$ . Beide Normierungen ergeben sich aus einer Evaluation der Hazardrate an der Stelle  $x_k=0$ .

Der Effekt der erklärenden Variablen ist es, die Grundhazardrate mit einem Faktor  $\phi(\cdot)$  zu multiplizieren.<sup>14</sup> Die Funktion  $f(x_k, \mathbf{b})$  wird häufig als Exponentialfunktion,  $f(x_k, \mathbf{b}) = \exp(x_k \mathbf{b})$ , definiert. Daraus ergibt sich, dass der marginale Effekt der  $m$ ten erklärenden Variable auf die logarithmierte Hazardrate einfach dem Koeffizienten dieser erklärenden Variable entspricht:<sup>15</sup>

$$\frac{\partial (\ln(I(t_k, x_k, \mathbf{b}, I_0)))}{\partial x_{km}} = \mathbf{b}_m. \quad (5)$$

Zur Schätzung des Effektes der erklärenden Variablen auf die Hazardrate ist es also nicht notwendig, die Grundhazardrate zu identifizieren. Der Name „proportional hazard“ ergibt sich daraus, dass die Hazardraten zweier Individuen proportional zueinander sind, dieses Verhältnis ist also zeitunabhängig, weil sich die Grundhazardrate bei der Verhältnisbildung herauskürzt:

$$\frac{I(t_k, x_k, \mathbf{b}, I_0)}{I(t_j, x_j, \mathbf{b}, I_0)} = \exp((x_k - x_j) \mathbf{b}). \quad (6)$$

Das heißt, dass bei der Einbeziehung von zeitinvarianten erklärenden Variablen wie z.B. Rechtsform sich das Verhältnis der Hazardraten von beschränkt und vollständig haftenden Kreditnehmern nicht verändern darf. Diese Annahme kann durch die Einführung von subpopulationsspezifischen Grundhazardraten, in diesem Falle bezogen auf die Rechtsform, gelockert werden.

---

14 Dieser Faktor  $\phi(\cdot)$  selbst wird als zeitinvariant angenommen. In der Praxis ist diese Annahme, dass die erklärenden Variablen sich über die Verweildauern nicht verändern allerdings häufig verletzt, z.T. auch im hier vorliegenden Datensatz. Die Zeitabhängigkeit der Regressoren kompliziert das Schätzverfahren erheblich, und ein Eingehen auf die hier adäquaten Modelle würden den Rahmen dieses Aufsatzes sprengen. Daher kann an dieser Stelle lediglich auf das Lehrbuch von Lancaster (1990, Kap. 2.3) und auf Jenkins (1995) verwiesen werden.

15 Genau wie im linearen Regressionsmodell repräsentieren also die Koeffizienten logarithmierter Variablen Elastizitäten. Koeffizienten, die zu Dummy-Variablen gehören, repräsentieren relative Veränderungen – relativ zur jeweiligen Basiskategorie – der Hazardrate.

Parametrische Verweildauermodelle wie das Weibull- oder das Exponentialmodell werden mit dem Maximum-Likelihood-Verfahren geschätzt. Die Herleitung der Likelihoodfunktion ist in Kiefer (1988, Kap. B) angegeben.

Tabelle 2 zeigt die Weibull-Schätzergebnisse für die Verweildauer im Nicht-Kreditausfallzustand. Wir nehmen an, dass die Verweildauer von den Variablen Firmengröße ( $\ln(\text{Umsatz})$ ,  $\ln(\text{Umsatz})^2$ ), Vermögens-, Finanz- und Ertragslage (Eigenkapitalquote, Cash-Flow, Anlagendeckungsgrad), Branchenzugehörigkeit: Verarbeitendes Gewerbe, Bauwirtschaft, Handel und Maschinenbau (als Basiskategorie) bestimmt wird. Diese Bestimmungsgrößen werden, zusätzlich zu einer Konstanten, in einem Vektor erklärender Variablen,  $x_i$ , zusammengefasst. Nicht berücksichtigt wurden Jahresdummyvariablen. Dies liegt daran, dass unser Datensatz fast ausschließlich Beobachtungen enthält, die bereits zum ersten Beobachtungszeitpunkt vorliegen. In der Terminologie von Lancaster (1990, Kapitel 8) liegen hier also „stock“-Daten (Bestandsdaten) im Gegensatz zu „flow“-Daten (Stromdaten) vor. Bei einer Schätzung auf der Grundlage von Bestandsdaten würden Zeitdummies daher direkt die Zeitabhängigkeit der Hazardrate abbilden.

Tabelle 2: Weibull-Schätzergebnis

<b>Variable</b>	<b>Koeff.</b>	<b>Std.fehler</b>	<b>p-Wert</b>
$\ln(\text{Umsatz})$	0,5893	0,9201	0,522
$\ln(\text{Umsatz})^2$	-0,0323	0,0408	0,429
Eigenkapitalquote	-3,6703	0,4514	0,000
Cash-Flow	-0,8112	0,2407	0,001
Anlagendeckungsgrad	-0,0073	0,0228	0,748
Beschr. Haftung	0,0215	0,1656	0,897
Verarb. Gew.	0,0243	0,1683	0,885
Baugewerbe	0,0371	0,2507	0,882
Handel	-0,1496	0,2066	0,469
Sonstige	0,1422	0,1662	0,392
Konstante	-3,7207	5,1602	0,471
$\alpha$	1,2148	0,0695	0,000
<b>Wald-Tests auf gemeinsame Signifikanz</b>			
<b>Variablen</b>	<b>chi<sup>2</sup></b>	<b>d.o.f</b>	<b>p-Wert</b>
Umsatz	4,97	2	0,08
Branchendummies	2,24	4	0,69
ges. Schätzung	142,92	10	0,00

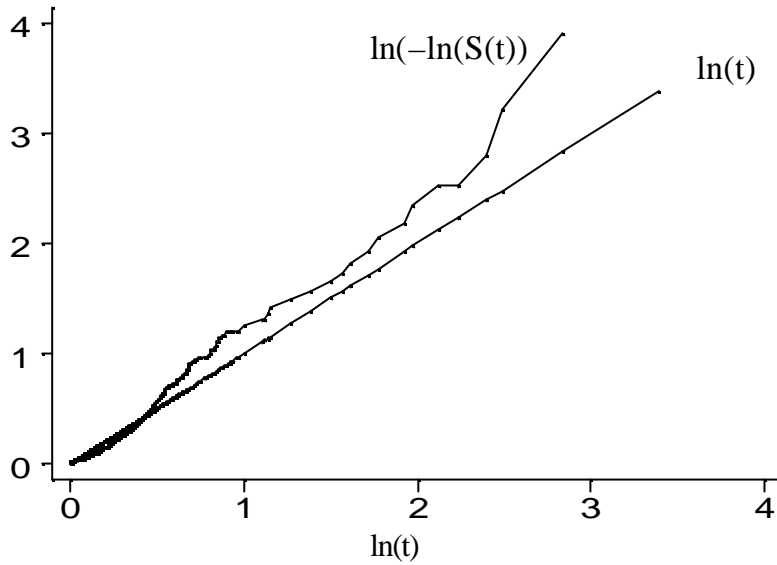
Die Schätzung des Modells deutet darauf hin, dass die Unternehmensgröße keinen hoch signifikanten Einfluss auf die Verweildauer hat. Die beiden Größenindikatoren sind lediglich gemeinsam signifikant. Ein solcher Größeneffekt lässt sich beispielsweise durch Diversifikationseffekte in der Produktpalette oder eine höhere Marktmacht erklären.

Die Eigenkapitalquote und der dynamische Cash-Flow zeigen einen signifikanten Einfluss auf das Kreditrisiko. Beide haben einen negativen Einfluss auf die Hazardrate und somit einen positiven Effekt auf die Überlebenswahrscheinlichkeit. Da Tabelle 2 die Schätzung der logarithmierten Hazardrate abbildet, beträgt der marginale Effekt des Cash-Flow (der Eigenkapitalquote) auf die Hazardrate -3,7 (-0,8) Prozent. Entsprechend lauten die Effekte auf die Überlebenswahrscheinlichkeit  $\exp(-3,7) = 0,02$  bzw.  $\exp(-0,8) = 0,4$ . Die Überlebenswahrscheinlichkeit eines Kredites erhöht sich also um 0,98 Prozentpunkte bei einer einprozentigen Erhöhung des Cash-Flow. Bei einer einprozentigen Erhöhung der Eigenkapitalquote erhöht sich die Überlebenswahrscheinlichkeit um 0,6 Prozentpunkte.

Eine Haftungsbeschränkung hingegen scheint nicht mit einer signifikant höheren oder niedrigeren Ausfallwahrscheinlichkeit verbunden zu sein. Die Theorie lässt einen positiven Zusammenhang vermuten (Stiglitz und Weiss, 1981). Hier können jedoch geeignete Vertragsgestaltungen durch das Kreditinstitut eine Risikoerhöhung durch den beschränkt haftenden Unternehmer verhindert haben (Bester, 1985 und 1987). Die in der Gleichung berücksichtigten Branchen unterscheiden sich nicht signifikant von der Referenzgröße Maschinenbau.



Abbildung 5: Diagnostischer Plot



Der Schätzwert für den Parameter  $\alpha$ , von dessen Größe der Verlauf der Hazardrate abhängt, beträgt 1,2148 mit einem Standardfehler von 0,0695 und ist damit hochsignifikant größer als 1. Evidenz für eine positive Verweildauerabhängigkeit liegt also vor: Je länger der Zeitraum ist, in der ein Kredit nicht ausgefallen ist, desto höher ist die Wahrscheinlichkeit, dass er in Kürze ausfallen wird.

Kalbfleisch und Prentice (1980: 24f.) schlagen einen empirischen Test auf die Richtigkeit der Weibull-Verteilung vor. Die Überlebensfunktion der Weibull-Verteilung ist  $S(t) = \exp(-\mathbf{g} t^{\mathbf{a}})$ , so dass gilt:

$$-\ln\left(\hat{S}(t)\right) = \mathbf{g} t^{\mathbf{a}} \quad \text{und} \quad \ln\left(-\ln\left(\hat{S}(t)\right)\right) = \ln(\mathbf{g}) + \mathbf{a} \ln(t), \quad (7)$$

wobei  $\hat{S}(t)$  die Kaplan-Meier-Schätzung der Überlebensfunktion bezeichnet. Ein Plot von  $\ln\left(-\ln\left(\hat{S}(t)\right)\right)$  gegen  $\ln(t)$  sollte daher eine gerade Linie mit der Steigung  $\alpha$  ergeben. Ein solcher diagnostischer Plot ist in Abbildung 3 dargestellt.

Eine lineare Regression von  $\ln(t)$  auf  $\ln\left(-\ln\left(\hat{S}(t)\right)\right)$  unterstützt die graphische Analyse. Der geschätzte Wert von  $\alpha$  beträgt 1,2290 und ist hochsignifikant größer als 1.

In einem aktuellen Beitrag stellen van den Berg und van der Klaauw (1998) ein Bayesianisches Schätzverfahren für Verweildauermodelle vor, das den Einfluss von Makrodaten auf die Dauer von Arbeitslosigkeit mit berücksichtigt.<sup>16</sup> Die Berücksichtigung solcher Makrovariablen, z. B. der konjunkturellen Lage oder der Zahl der Konkurse, ist für die Kreditrisikomessung von potenziell hoher Bedeutung.

#### 4.2 Modelle proportionaler Hazardraten: semiparametrische Modelle

Ein Nachteil der parametrischen Hazardratenmodelle ist es, dass die Grundhazardrate nicht vollständig identifiziert wird. Der Partial-Likelihood-Schätzer von Cox (1972, 1975) stellt daher eine Methode dar, den Koeffizientenvektor  $\mathbf{b}$  zu schätzen, ohne Annahmen über die Grundhazardrate zu treffen.

Wenn die einzelnen Verweildauern – also die Zeitintervalle, in denen kein Kredit ausgefallen ist – ihrer Länge nach geordnet sind, dann ist die konditionale Wahrscheinlichkeit – konditional eben darauf, dass ein Kredit bis zu diesem Zeitpunkt noch nicht ausgefallen ist –, dass ein Kredit zum Zeitpunkt  $t_k$  ausfällt, wobei es sich hier um den ersten ausgefallenen Kredit handelt:

$$\frac{I(t_l, x_l, \mathbf{b})}{\sum_{k=1}^N I(t_l, x_k, \mathbf{b})}. \quad (8)$$

Unter der Proportional-Hazard-Annahme  $I(t, x, \mathbf{b}, I_0) = f(x, \mathbf{b}) I_0(t)$  vereinfacht sich dieser Ausdruck zu

$$\frac{f(t_l, x_l, \mathbf{b})}{\sum_{k=1}^N f(t_l, x_k, \mathbf{b})}. \quad (9)$$

Unter Abwesenheit von Information über die Grundhazardrate spielt also nur die Ordnung der Verweildauern bei der Bestimmung der Hazardrate eine Rolle.<sup>17</sup>

---

<sup>16</sup> Eine Einführung in die bayesianische Ökonometrie bieten Gouriéroux und Montfort (1995, Kap. 4).

<sup>17</sup> Als Konsequenz der Wichtigkeit der Ordnung der Verweildauern ergibt sich natürlich dann ein Problem, wenn viele Verweildauern gleicher Länge vorliegen. In der Kreditpraxis wird dieses Phänomen jedoch selten vorkommen und kann ohnehin unter bestimmten Bedingungen durch Gewichtung einzelner Verweildauern korrigiert werden (siehe Kalbfleisch und Prentice, 1980: 74f.).

Das Modell von Cox wird vielfach als vertretbarer Kompromiss zwischen dem nichtparametrischen Kaplan-Meier-Schätzer und möglicherweise vollkommen überparametrisierten parametrischen Modellen gesehen (z. B. Greene 1997: 999). Ein wesentlicher Nachteil des Modells von Cox ist jedoch, dass weder Überlebens- noch Hazardfunktionen berechnet werden können.

Ein weiteres semiparametrisches Modell wurde von Han und Hausman (1990) vorgeschlagen. Dabei wird die Wahrscheinlichkeit, dass eine Verweildauer eine bestimmte Periode andauert, mit einem geordneten Probitmodell geschätzt (s. Kaiser und Szczesny 2000). Eine Anwendung dieses Verfahrens ist nur dann empfehlenswert, wenn die Verweildauern diskret sind und viele Verweildauern gleicher Länge vorliegen.

Tabelle 3: Partial-Likelihood-Schätzergebnis

<b>Variable</b>	<b>Koeff.</b>	<b>Std.fehler</b>	<b>p-Wert</b>
ln(Umsatz)	0,5494	0,9541	0,565
ln(Umsatz) <sup>2</sup>	-0,0297	0,0421	0,480
Eigenkapitalquote	-3,6480	0,4953	0,000
Cash-Flow	-0,9776	0,2695	0,000
Anlagedeckungsgrad	0,0096	0,0231	0,677
Beschr. Haftung	0,1066	0,1831	0,560
Verarb. Gew.	0,0207	0,1799	0,908
Baugewerbe	0,0814	0,2586	0,753
Handel	-0,2096	0,2209	0,343
Sonstige	0,0535	0,1734	0,757
<b>Wald-Tests auf gemeinsame Signifikanz</b>			
<b>Variablen</b>	<b>chi<sup>2</sup></b>	<b>d.o.f</b>	<b>p-Wert</b>
Umsatz	3,65	2	0,16
Branchendummies	1,74	4	0,78
ges. Schätzung	106,55	10	0,00

Als Gütemaße können die bereits in Abschnitt 3 besprochenen Gütemaße verwendet werden. Die Ergebnisse der semiparametrischen Schätzung unterscheiden sich nicht stark von denen der Weibull-Schätzung.

Die sowohl in den parametrischen als auch semiparametrischen Hazardraten-Modellen explizit modellierte Zeitdimension kann für das Kreditrisikomanagement sehr hilfreich sein. Die Informationen, die aus solchen Schätzmodellen gewonnen werden, könnten etwa für eine Laufzeitoptimierung von Kreditverträgen oder auch die Abstimmung von Hedging-Strategien genutzt werden.

### 4.3 Weiterführende Literatur

In diesem Abschnitt wurden Grundideen von Verweildauermodellen vereinfacht und in kurzer Form dargestellt. Eine hervorragende und umfangreichere Übersicht über Verweildauermodelle bietet ein Artikel von Kiefer (1988). Ein sehr empfehlenswertes Lehrbuch ist die Monographie von Lancaster (1990), der zahlreiche Erweiterungen – z. B. die Berücksichtigung von unbeobachtbarer Heterogenität der Individuen – bespricht und auch ausführlich auf Spezifikationstests eingeht. Ein empfehlenswertes Einführungslernbuch ist Blossfeld und Rohwer (1995).

## 5 Weitere mikroökonomische Modelle

Die in Kapitel 5 besprochenen Modelle können nur dann angewendet werden, wenn es lediglich zwei Risikozustände, z. B. Ausfall oder Nichtausfall, gibt. Eine nahe liegende Erweiterung sind daher Modelle, die es erlauben, mehrere Risiken zu modellieren. Solche *Modelle konkurrierender Risiken* („competing risk“) werden in Lancaster (1990, Kap. 5.5) ausführlich beschrieben. Eine Anwendung auf Marktaustritte von Firmen bieten Harhoff et al. (1998). Dolton und van der Klaauw (1999) beschäftigen sich mit dem Erwerbsverhalten von Lehrern und verwenden dabei eine Erweiterung des Ansatzes von Han und Hausman (1990) für „competing risk“-Modelle. Spezifikationstests für das „competing risk“-Modell werden von Pudney und Thomas (1995) vorgestellt und auf Verweildauern in Arbeitslosigkeit angewendet.

Während Verweildauermodelle die Zeit bis zum Eintritt eines bestimmten Ereignisses, hier das eines Kreditausfalls, analysieren, untersuchen *Zählmodellen*, wie viele dieser Ereignisse in einem bestimmten Zeitraum auftreten und welche erklärende Variablen das Auftreten solcher Ereignisse in welcher Weise beeinflussen. Zählmodellen basieren auf Annahmen über die Ereignis-Prozesse. In der Praxis werden häufig das Poisson-Modell und die hinsichtlich ihrer funktionalen Form flexibleren Negbin-Modelle verwendet. Während erstere auf einem Poisson-Prozess basieren, beruhen letztere auf der Negativbinomialverteilung und nisten den Poisson-Prozess als Spezialfall.

Während Zählmodellen für die Kreditvergabepaxis von geringer Bedeutung sind, spielen sie beim Kreditportfoliomanagement eine weit größere Rolle, da die Qualität des Portfolios durch die Zahl der Kreditausfälle bestimmt wird.

Bei der Modellierung der Zahl der Kreditausfälle kann das bereits oben angesprochene Selektionsproblem durch ein Hürdenmodell leicht berücksichtigt werden. Erst wenn ein Kreditnehmer nämlich die „Hürde“ genommen hat, überhaupt einen Kredit zu bekommen, kann der Kredit auch ausfallen. In einem aktuellen Beitrag verwenden Dionne et al. (1996) ein solches Zählmodellen-Hürdenmodell im Rahmen eines Kredit-Scoring-Modells.

Eine ausgezeichnete Monographie über Zählmodellen bietet Winkelmann (1997). In einem Überblicksartikel beschreibt Pohlmeier (1994) Möglichkeiten und Vorteile der Schätzung von Zählmodellen für Paneldaten. Aktuelle Anwendungsbeispiele für Zählmodellen bieten Harhoff et al. (2000) sowie Licht und Zoz (1998).

## **6 Resümee**

In diesem Aufsatz werden verschiedene mikroökonomische Methoden zur Evaluation von Kreditausfallrisiken dargestellt. In Verweildaueranalysen geht es darum, den „Hazard“ eines Kreditausfalls zu berechnen. Als „Hazard“ wird die Wahrscheinlichkeit bezeichnet, mit der ein Kredit in Kürze ausfällt, gegeben dass er bis zu einem bestimmten Zeitpunkt noch nicht ausgefallen ist. Drei Verfahren stehen hierbei dem Analytisten zur Verfügung. Der Kaplan-Meier-Schätzer dient dazu, erste Erkenntnisse über den Verlauf der „Überlebensfunktion“, also über die Wahrscheinlichkeit des Nicht-Ausfalls, zu gewinnen. Außerdem ist der Kaplan-Meier-Schätzer geeignet, Auskunft über sinnvolle Parametrisierungen von Modellen der „proportionalen Hazardrate“ zu geben, bei denen bei der Analyse der Überlebenswahrscheinlichkeit auch erklärende Variablen einbezogen werden.

Zu allen hier besprochenen Modellen werden sowohl Spezifikationstests als auch Gütemaße vorgestellt. Zusätzlich werden weiterführende Literaturhinweise gegeben. Ebenso werden anhand eines aus Kreditakten zusammengestellten Datensatzes Beispiele und Interpretationshilfen gegeben.

## 7 Literaturverzeichnis

- Altman, E.I. und A. Saunders, (1998), Credit Risk Measurement: Developments over the Last 20 Years, *Journal of Banking & Finance* 21, 1721-1742.
- Basel Committee on Banking Supervision (1988), *International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards*, Publication No. 4.
- Basel Committee on Banking Supervision (1999), *A new Capital Adequacy Framework*, Publication No. 50.
- Basel Committee on Banking Supervision (2000a), *Range of Practice in Banks' Internal Ratings Systems*, Discussion Paper, Publication No. 66.
- Basel Committee on Banking Supervision (2000b), *Credit Ratings and Complementary Sources of Credit Quality Information*, Newsletter No. 3.
- Bester, H. (1985), Screening vs. Rationing in Credit Markets with Imperfect Information, *American Economic Review* 75, 850-859.
- Bester, H. (1987), The Role of Collateral in Credit Markets with Imperfect Information, *European Economic Review* 31, 887-899.
- Blossfeld, H.-P. und G. Rohwer (1995), *Techniques of Event History Modeling: New Approaches to Causal Analysis*, Mahwah.
- Blossfeld, H.-P., A. Hamerle und K.-U. Mayer (1986), *Ereignisanalyse: Statistische Theorie und Anwendung in den Wirtschafts- und Sozialwissenschaften*, Frankfurt.
- Cox, D. R. (1972), Regression Models and Life-Tables, *Journal of the Royal Statistical Society* 34, 187-220.
- Cox, D. R. (1975), Partial Likelihood, *Biometrika* 62, 269-276.
- Dionne, G., M. Artís und M. Guillen (1996), Count Data Models for A Credit Scoring System, *Journal of Empirical Finance* 3, 303-325.
- Dolton, P. und W. van der Klaaw (1999), The Turnover of Teachers: A Competing Risk Explanation, *The Review of Economics and Statistics* 81 (3), 543-552.
- Elsas, R., S. Henke, A. Machauer, R. Rott und G. Schenk (1997), *Empirical Analysis of Credit Relationships in Small Firms Financing: Sampling Design and Descriptive Statistics*, Working Paper 98-06, Center for Financial Studies Frankfurt.
- Ewert, R., G. Schenk, A. Szczesny (2000), Determinants of Bank Lending Performance in Germany – Evidence from Credit File Data. *Schmalenbach Business Review* 52, 344-373.
- Gouriéroux, C. (1989), *Économétrie des Variables Qualitatives*, Paris.
- Gouriéroux, C., A. Montfort und A. Trognon (1985), A General Approach to Serial Correlation, *Econometric Theory* 1, 315-340.
- Gouriéroux, C. und A. Montfort (1989), *Statistics and Econometric Models*, Cambridge.
- Gouriéroux, C., A. Montfort, E. Renault und A. Trognon (1987), Simulated Residuals, *Journal of Econometrics* 34, 201-252.
- Greene, W. H. (1997), *Econometric Analysis*, Upper Saddle River.
- Hamilton, J. D. (1994), *Time Series Analysis*, Princeton.
- Han, A. und J. A. Hausman (1990), Flexible Parametric Estimation of Duration and Competing Risk Models, *Journal of Applied Econometrics* 5, 1-28.
- Harhoff, D., F. Narin, F. M. Scherer und K. Vopel (2000), Citation Frequency and the Value of Patented Innovation, *Review of Economics and Statistics* 81 (3), 511-515.
- Harhoff, D., K. Stahl und M. Woywode (1998), Legal Form, Growth and Exit of West German Firms: Empirical Results for Manufacturing, Construction, Trade and Service Industries, *Journal of Industrial Economics* 46 (4), 453-488.

- Jenkins, S. P. (1995), Easy Estimation for Discrete-Time Duration Models, *Oxford Bulletin of Economics and Statistics* 57 (1), 129-137.
- Kaiser, U. (2000), *Moving in and out of Financial Distress: Evidence for newly founded services sector firms*, ZEW mimeo, Mannheim.
- Kaiser, U. und A. Szczesny (2000), *Einfache ökonomische Verfahren für die Kreditrisikomesung: Logit- und Probit-Modelle*, Universität Frankfurt, Working Paper Series: Finance and Accounting, No. ??, Frankfurt.
- Kalbfleisch, J. D. und R. L. Prentice (1980), *The Statistical Analysis of Failure Time Data*, New York.
- Kiefer, N. M. (1988), Economic Duration Data and Hazard Functions, *Journal of Economic Literature* 29 (June), 646-679.
- Lancaster, T. (1990), *The Econometric Analysis of Transition Data*, Cambridge.
- Leamer, E. E. (1978), *Specification Searches: Ad Hoc Inference with Nonexperimental Data*, New York.
- Licht, G. und K. Zoz (1998), Patents and R&D: An Econometric Investigation Using Applications for German, European and US Patents by German Companies, *Annales D'Économie et de Statistique* 49/50, 329-360.
- Nickell, P., W. Perraudin und S. Varotto (2000), Stability of Rating Transitions, *Journal of Banking and Finance* 24, 203-227.
- Nguyen Van, P., U. Kaiser und F. Laisney (2000), *The Performance of German Firms in the Business-Related Services Sector*, ZEW Discussion Paper No. 00-34, Mannheim.
- Pohlmeier, W. (1992), On the Simultaneity of Innovations and Market Structure, *Empirical Economics* 94 (1), 71-83.
- Pohlmeier, W. und H. Entorf (1990), Employment, Innovation and Export Activity: Evidence from Firm-Level Data, in: J. P. Florens, M. Ivaldi, J. J. Laffont und F. Laisney (Hrsg.), *Microeconometrics: Surveys and Applications*, Oxford.
- Pohlmeier, W. (1994), Panelökonomische Modelle für Zählraten, *Schweizerische Zeitschrift für Volkswirtschaft und Statistik* 130 (3), 553-574.
- Pudney, S. und J. Thomas (1995), Specification Tests for the Competing Risk Duration Model: An Application to Unemployment Duration and Sectoral Movement, *Oxford Bulletin of Economics and Statistics* 57 (3), 323-346.
- Stiglitz, J. und A. Weiss (1981), Credit Rationing in Markets with Imperfect Information, *American Economic Review* 71, 393-410.
- van den Berg, G. J. und B. van der Klaauw (1998), *Combining Micro and Macro Unemployment Duration Data*, University of Amsterdam mimeo.
- Winkelmann, R. (1997), *Econometric Analysis of Count Data*, Berlin.