

Läufer, Nikolaus K. A.

**Working Paper**

## Eine portfoliotheoretische Analyse der Friedmanschen Neuformulierung der Quantitätstheorie

Diskussionsbeiträge - Serie A, No. 157

**Provided in Cooperation with:**

Department of Economics, University of Konstanz

*Suggested Citation:* Läufer, Nikolaus K. A. (1981) : Eine portfoliotheoretische Analyse der Friedmanschen Neuformulierung der Quantitätstheorie, Diskussionsbeiträge - Serie A, No. 157, Universität Konstanz, Fakultät für Wirtschaftswissenschaften und Statistik, Konstanz

This Version is available at:

<https://hdl.handle.net/10419/75121>

**Standard-Nutzungsbedingungen:**

Die Dokumente auf EconStor dürfen zu eigenen wissenschaftlichen Zwecken und zum Privatgebrauch gespeichert und kopiert werden.

Sie dürfen die Dokumente nicht für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, öffentlich zugänglich machen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Sofern die Verfasser die Dokumente unter Open-Content-Lizenzen (insbesondere CC-Lizenzen) zur Verfügung gestellt haben sollten, gelten abweichend von diesen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

**Terms of use:**

*Documents in EconStor may be saved and copied for your personal and scholarly purposes.*

*You are not to copy documents for public or commercial purposes, to exhibit the documents publicly, to make them publicly available on the internet, or to distribute or otherwise use the documents in public.*

*If the documents have been made available under an Open Content Licence (especially Creative Commons Licences), you may exercise further usage rights as specified in the indicated licence.*

bleibt

FAKULTÄT FÜR  
WIRTSCHAFTSWISSENSCHAFTEN UND STATISTIK  
UNIVERSITÄT KONSTANZ

Eine portfoliotheoretische Analyse  
der FRIEDMANschen Neuformulierung  
der Quantitätstheorie

Nikolaus K. A. Läufer

Serie A — Nr. 157

DISKUSSIONSBEITRÄGE

22. MRZ 1983  
Wirtschaft  
K161

D-7750 Konstanz  
Postfach 5560

20. MAI 1981  
Wirtschaft  
K161

Eine portfoliotheoretische Analyse  
der FRIEDMANSchen Neuformulierung  
der Quantitätstheorie

Nikolaus K. A. [Läufer  
Serie A - Nr. 157

März 1981

Serie A: Volkswirtschaftliche Beiträge

Serie B: Finanzwissenschaftliche Arbeitspapiere

Serie C: Betriebswirtschaftliche Beiträge

## Eine portfoliotheoretische Analyse der FRIEDMANschen

### Neuformulierung der Quantitätstheorie

#### I. Einleitung

Unter den konkurrierenden portfoliotheoretischen Begründungen der Geldnachfrage hat die TOBINsche Version <sup>1)</sup> den Nachteil, daß die Existenz eines risikolos verzinslichen Wertpapiers die Geldnachfrage beseitigt. Als Komponente des makroökonomischen Vermögens der Privaten ist Geld bei TOBIN nichts anderes als der unverzinsliche Teil der Staatsschuld. Eine verzinsliche Form der Staatsschuld ohne Kapitalwertrisiko verdrängt dann in den Portfolios der Vermögenshalter notwendigerweise die unverzinsliche Form, d. h. das Geld. Im Gegensatz zur TOBINschen Fassung der Geldnachfragetheorie berücksichtigt der portfoliotheoretische Ansatz von FRIEDMAN <sup>2)</sup> nicht nur die expliziten, monetären Ertragskomponenten der Vermögensform Geld, sondern auch die impliziten, nichtmonetären Ertragselemente. Wegen der nichtmonetären Ertragselemente wird die Geldnachfrage bei Einführung von risikolos verzinslichen Wertpapieren nicht verschwinden.

Die TOBINschen Schwierigkeiten lassen sich auf zwei Arten interpretieren. Nach der ersten Art der Interpretation sind sie die Folge einer Fehlauffassung vom Geld. Geld ist eben nicht nur eine unverzinsliche Form von Staatsschuld, sondern die Quelle eines Stromes von Diensten. Die FRIEDMANsche Geldnachfragetheorie berücksichtigt diesen Strom von Diensten von Anfang an und vermeidet dadurch die für die TOBINsche Theorie charakteristischen Schwierigkeiten. Nach der zweiten Art der Interpretation sind die TOBINschen Schwierigkeiten Folge der keynesianischen Trennung von Kassenhaltungsmotiven. Es handelt sich bei TOBIN ja nicht um Schwierigkeiten bei der Begründung von Geldnachfrage schlechthin, sondern lediglich um Schwierigkeiten bei der Begründung

der Spekulationskasse, denn Geldnachfrage gibt es bei TOBIN auch als Transaktionskasse <sup>3)</sup>.

Das Nichtgelingen der portfoliotheoretischen Ableitung einer positiven Geldnachfrage bei TOBIN (bei Existenz eines risikolos verzinslichen Papiers) wird in der Regel gewertet als Beweis dafür, daß Geld nicht aus spekulativen Gründen (d. h. aus Gründen der Unsicherheit über die Zukunft des Zinssatzes oder der Kapitalwertunsicherheit von zu Geld alternativen Vermögensformen) gehalten wird. Diese Wertung ist jedoch nicht zwingend. Denn das "Fehlen" einer positiven Spekulationskasse schließt nicht aus, daß die Transaktionskassenhaltung von der genannten Zins- bzw. Kapitalwertunsicherheit d. h. spekulativ beeinflusst wird. Allerdings wird eine solche Einflußnahme a priori ausgeschlossen, wenn man bei der Analyse der Transaktionskasse Zinsunsicherheit von vornherein mit der Begründung ausklammert, daß dafür die Spekulationskasse und deren Analyse zuständig seien. Die TOBINSchen Schwierigkeiten weisen demnach auf die Unbrauchbarkeit des Konzeptes der Spekulationskasse und überhaupt der keynesianischen Unterscheidung verschiedener Motive und Formen der Kassenhaltung hin. Die TOBINSchen Schwierigkeiten sind Folgen eines theoretischen Ressortpartikularismus und lassen sich mit diesem leicht überwinden.

Aus der Perspektive der keynesianischen Kassentrennung läßt sich die Leistung FRIEDMANS auch so charakterisieren: Die Transaktionskassenhaltung wird in den portfoliotheoretischen Ansatz integriert. Die TOBINSchen Schwierigkeiten mit der portfoliotheoretischen Begründung der Geldnachfrage entfallen.

In der Literatur wird die FRIEDMANSche Geldnachfragefunktion nicht explizit abgeleitet. Auch FRIEDMAN selbst bringt lediglich das Ergebnis einer solchen Ableitung, und die Ertragsraten der verschiedenen Vermögensformen werden von ihm nicht klar genug definiert. Dadurch bleibt die portfoliotheoretische Fundierung seiner Geldnachfragefunktion im Dunkeln. Auf den folgenden Seiten soll hier größere Klarheit entstehen und explizit gezeigt werden,

daß und wie die FRIEDMANSche Geldnachfragefunktion portfoliotheoretisch abgeleitet werden kann. Besondere Aufmerksamkeit wird dabei einer expliziten Ableitung der alternativen Ertragsraten auf dauerhafte Konsumgüter, Geld, festverzinsliche Wertpapiere und Aktien gewidmet. Für die Ertragsraten auf Geld und dauerhafte Konsumgüter gilt das Prinzip der Preisunabhängigkeit nicht, d. h. sie sind für den einzelnen Vermögenshalter nicht mengenunabhängige Daten, sondern Variable, deren Wert durch die Anlageentscheidungen des Vermögenshalters festgelegt wird. Zunächst wird daher der portfoliotheoretische Ansatz für den Fall der Preisabhängigkeit dargestellt. Anschließend werden die Ertragsraten abgeleitet. Nach diesen vorbereitenden Schritten wird schließlich die Geldnachfragefunktion formuliert. Es kommt zu einer interessanten Verallgemeinerung der FRIEDMANSchen Funktion u. a. durch Einführung einer realistischen Definition der Aktie. Außerdem wird deutlich, welche unnötig restriktiven Annahmen über die Entwicklung der relativen Preise von Gütern und Diensten der FRIEDMANSchen Formulierung zugrundeliegen. Es ist die Auffassung des Autors, daß nicht nur eine didaktische Übung vorgelegt wird, sondern die nachvollziehbare portfoliotheoretische Ableitung einer empirisch relevanten Verallgemeinerung der FRIEDMANSchen Geldnachfragefunktion.

## II. Der portfoliotheoretische Rahmen

In Zinseszins-Modellen mit diskreter bzw. kontinuierlicher Zeit hat ein Anfangsvermögen  $W_0$  nach Ablauf von  $t$  Perioden bei einer Verzinsung  $r$  den Wert

$$W_t = W_0 (1 + r)^t \quad \text{bzw.} \quad W_t = W_0 e^{rt}.$$

Einer Veranlagungszeit von  $t = 1$  Perioden bei diskreter Zeit entspricht eine Veranlagungszeit von  $t \rightarrow 0$  bei kontinuierlicher Zeit. In Portfolio-Modellen mit diskreter Zeit ist typischerweise  $W_0 (1 + r)$  das Argument einer Neumann-Morgensternschen

Nutzenfunktion. Das kontinuierliche Analogon bei einer gegen Null konvergierenden Veranlagungszeit ist  $W_0$ . Darin spielt  $r$  neben  $W_0$  keine Rolle mehr.  $W_0$  ist jedoch für die Entscheidung vorgegeben. Mit dem kontinuierlichen Analogon zum diskreten  $W_0(1+r)$  kann man deshalb Portfolioentscheidungen, welche ja  $r$  beeinflussen, nichtmehr analysieren. Es bietet sich jedoch der folgende Ausweg an. Dem diskreten Endvermögen  $W_0(1+r)$  ist entscheidungstheoretisch die Zuwachsrate des Vermögens  $W_0 r$  äquivalent. Die analoge Zuwachsrate im kontinuierlichen Fall lautet:

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{d(W_0 e^{rt})}{dt} = \lim_{t \rightarrow 0} W_0 \cdot e^{rt} \cdot r = W_0 \cdot r$$

Die portfoliotheoretische Analyse in kontinuierlicher Zeit kann bei einer gegen Null konvergierenden Veranlagungsdauer nur noch anhand der Zuwachsrate  $W_0 r$  durchgeführt werden.

Wir betrachten im folgenden ausschließlich Modelle in kontinuierlicher Zeit und mit einer Veranlagungsdauer, die gegen Null konvergiert. Der portfoliotheoretische Ansatz lautet daher:

$$(1) \quad \text{Max } E(U) \quad \text{mit} \quad U = U\left(\frac{W}{p} \cdot r\right)$$

unter den Nebenbedingungen

$$(2) \quad r = \sum_{i=1}^n r_i A_i$$

$$(3) \quad \sum A_i = 1$$

wobei

$E$  = Erwartungswertoperator

$U$  = Nutzenfunktion

$W$  = Nominalvermögen

$p$  = Preisniveau für laufend produzierte Güter

$W/p$  = Realvermögen

$r_i$  = unsicherer (stochastischer) Ertragssatz der Anlage  $i$



$A_i$  = Anteil der Anlage i am Gesamtvermögen W

n = Anzahl der Anlagearten

Wir definieren:

$$(4) \quad \bar{r}_i \equiv E(r_i)$$

$$(5) \quad \bar{r} \equiv E(r) \equiv \sum \bar{r}_i A_i$$

$$(6) \quad v(r) \equiv \sum_{i,j} A_i A_j \text{ cov } (r_i, r_j)$$

Mit passender Normalverteilungsannahme gilt bekanntlich

$$(7) \quad E(U) \equiv U \left[ \frac{W}{p} \cdot E(r), \left( \frac{W}{p} \right)^2 \cdot v(r) \right]$$

$$\equiv \bar{U} \left[ \frac{W}{p}, \bar{r}, v(r) \right]$$

Wir betrachten im folgenden den allgemeinen Fall der Preisab-hängigkeit:

$$(8) \quad r_i = r_i \left( A_i \frac{W}{p_i} \right) \quad \frac{\partial r_i}{\partial A_i} \neq 0$$

Der reale Umfang  $\frac{A_i W}{p_i}$  der Anlage i beeinflusst die Höhe des Ertrags-satzes dieser Anlage. Mit Preisabhängigkeit ist also nicht die Abhängigkeit von  $p_i$  allein gemeint.

Bei Preisabhängigkeit variieren die Ertragssätze mit den relevanten Mengen, das sind Quotienten aus investierten Werten und zugehörigen Preisen  $p_i$ . Betrachten wir die Geldhaltung, dann ist das zugehörige

$p_i$  gleich dem Preisniveau für laufend produzierte Güter. Bei dauerhaften Konsumgütern ist  $p_i$  gleich dem Preisniveau für bestehende dauerhafte Konsumgüter. Werden festverzinsliche Wertpapiere oder Aktien betrachtet, dann ist jeweils  $p_i = 1$ .

Mit Hilfe der Lagrange-Funktion

$$(9) \quad L = E(U) + \lambda (1 - \sum A_i)$$

lassen sich die Bedingungen 1.O. für ein Maximum wie folgt formulieren:

$$(10) \quad \frac{\partial L}{\partial A_i} = \frac{\partial E(U)}{\partial A_i} - \lambda = 0 \quad i = 1, \dots, n$$

$$(11) \quad \sum A_i = 1$$

Das ist ein System von  $n + 1$  Gleichungen in ebensovielen Unbekannten  $A_i$  und dem Lagrange-Multiplikator  $\lambda$ .

Nun gilt

$$(12) \quad \frac{\partial E(U)}{\partial A_i} = \frac{\partial E(U)}{\partial \bar{r}} \cdot \frac{\partial \bar{r}}{\partial A_i} + \frac{\partial E(U)}{\partial v(r)} \cdot \frac{\partial v(r)}{\partial A_i}$$

$$= \bar{U}_{\bar{r}} \left( \bar{r}_i + A_i \frac{\partial \bar{r}_i}{\partial A_i} \right) + \bar{U}_v \left[ \sum_{j=1}^n 2 \operatorname{cov}(r_i, r_j) A_j \right]$$

Im Falle von Preisabhängigkeit ( $\frac{\partial \bar{r}_i}{\partial A_i} \neq 0$ ) ist der erwartete marginale Ertragssatz

$$(13) \quad \frac{\partial \bar{r}}{\partial A_i} \equiv \bar{r}_i + A_i \frac{\partial \bar{r}_i}{\partial A_i} \equiv \bar{r}_i + A_i W \frac{\partial \bar{r}_i}{\partial A_i W}$$

(ein Analogon zum preistheoretischen Grenzerlös) eine Funktion von  $A_i$ . In (7) wird angenommen, daß

$$(14) \quad \frac{\partial r_j}{\partial A_i} \equiv \frac{\partial \text{cov}(r_i, r_j)}{\partial A_i} \equiv 0 \quad \text{für } i \neq j$$

Man beachte, daß

$$(15) \quad \frac{\partial E(U)}{\partial \bar{r}} \equiv \bar{U}_{\bar{r}}, \quad \frac{\partial E(U)}{\partial v(r)} \equiv \bar{U}_v, \quad q \equiv \frac{\bar{U}_v}{\bar{U}_{\bar{r}}} \cdot \lambda$$

im allgemeinen Funktionen von  $\frac{W}{p}$ ,  $\bar{r}$  und  $v(r)$  sind.

Die Bedingungen 1.O. ergeben daher das Gleichungssystem (I):

$$(16) \quad q \sum_{j=1}^n \text{cov}(r_i, r_j) A_j - \frac{\lambda}{\bar{U}_{\bar{r}}} = - \frac{\partial \bar{r}}{\partial A_i} \quad i = 1, \dots, n$$

(I)

$$(17) \quad \sum A_i = 1$$

Dieses Gleichungssystem ist im allgemeinen nichtlinear in den Variablen  $A_i$  und  $\lambda / \bar{U}_{\bar{r}}$ . Für Linearität muß sowohl  $q$  unabhängig von  $\bar{r}$  und  $v(r)$  sein, als auch Preisunabhängigkeit

$$\left( \frac{\partial \bar{r}_i}{\partial A_i} \equiv 0 \right) \text{ herrschen.}$$

Wenn wir die marginalen Ertragssätze  $\frac{\partial \bar{r}}{\partial A_i}$  als Parameter behandeln, dann können wir das Gleichungs- system (I) in folgende Form bringen:

$$(18) \quad A_i = A_i \left[ \frac{\partial \bar{r}}{\partial A_1} \left( A_1 \frac{W}{p_1} \right), \dots, \frac{\partial \bar{r}}{\partial A_n} \left( A_n \frac{W}{p_n} \right); \frac{W}{p} \right] \quad i = 1, \dots, n$$

(II)

$$(19) \quad \lambda = \lambda \left[ \frac{\partial \bar{r}}{\partial A_1} \left( A_1 \frac{W}{p_1} \right), \dots, \frac{\partial \bar{r}}{\partial A_n} \left( A_n \frac{W}{p_n} \right); \frac{W}{p} \right]$$

Im Falle der Preisunabhängigkeit ( $\frac{\partial \bar{r}_i}{\partial A_i} \equiv 0$ ) sind die  $\frac{\partial \bar{r}}{\partial A_i}$  keine Funktion von  $A_i$  mehr.

Die Form (II) ist dann schon die explizite Lösung des Gleichungssystems (I). Im Falle der Preisabhängigkeit stellt die Form (II) noch keine explizite Lösung des Gleichungssystems (I) dar.

Jede  $A_i$ -Gleichung ist noch immer eine implizite Funktion. Jedes  $A_i$  hängt darin außerdem nicht nur von  $A_i$ , also von sich selbst, sondern auch noch von  $A_j$ ,  $j \neq i$ , ab. Dagegen sind in einer expliziten Lösung der Systeme (I) bzw. (II) die  $A_i$  und  $\lambda$  nur noch Funktionen von  $\frac{W}{p}$  und der Parameter der marginalen Ertragssätze  $\frac{\partial \bar{r}}{\partial A_i}$ .

(Im Falle der Preisunabhängigkeit ist der durchschnittliche Ertragssatz  $\bar{r}_i$  der einzige Parameter des marginalen Ertragssatzes  $\frac{\partial \bar{r}}{\partial A_i}$  und diesem gleich).

### III. Die Definition der Ertragssätze

#### 1. Vorbemerkung

Wir indizieren im folgenden mit 0 die Gegenwart.  $x_t$  für  $t > 0$  und  $\frac{dx_t}{dt}$  für  $t \geq 0$  sind mit der unbekannten Zukunft verknüpfte und daher mit Unsicherheit behaftete (stochastische), zu erwartende Größen. Die abzuleitenden Ertragssätze sind daher mehrheitlich stochastische Größen. Um den portfoliotheoretischen Rahmen auszufüllen, benötigen wir die Erwartungswerte der Ertragssätze. Zur Vereinfachung unserer Darstellung unterlassen wir es in diesem Abschnitt III., zwischen stochastischen Variablen und deren Erwartungswerten formal zu unterscheiden. Wegen der Linearität zwischen den stochastischen Elementen eines Ertragssatzes können wir das auch ungestraft tun. Zur weiteren Vereinfachung nehmen wir an, daß die Ertragssätze von der Veranlagungsdauer (holding period) unabhängig sind.

#### 2. Ertragssatz auf Aktien

Zur Herleitung der Ertragssätze auf Aktien benötigen wir folgende Definitionen:

G = Gewinn

D = Dividende

K = Kurswert

p = Preisniveau der laufend produzierten Güter

n = nominell

r = real

a = Ausschüttungsquote

$r_e \equiv \frac{D^n}{K} = \text{Aktienrendite}$

$r_e^n$  ( $r_e^r$ ) = nomineller (realer) Ertragssatz auf Aktien

Zwischen nominellen und realen Größen besteht folgende Beziehung:

$$(20) \quad G_t^n = G_t^r \cdot p_t, \quad D_t^n = D_t^r p_t$$

Ex definitione gilt:

$$(21) \quad r_e^r \equiv r_e^n \equiv \frac{dp/dt}{p}$$

Außerdem haben wir

$$(22) \quad D = a \cdot G$$

Den nominellen Ertragssatz auf Aktien definieren wir implizit durch

$$(23) \quad K_0 e^{r_e^n t} = \int_0^t D_\tau e^{r_e^n (t-\tau)} d\tau + K_t \quad (t \geq 0)$$

$t$  bezeichnet hier sowohl einen Zeitpunkt in der Zukunft als auch die Dauer der Anlage. Weil wir Ertragssätze als unabhängig von der Veranlagungsdauer betrachten, ist  $r_e^n$  keine Funktion von  $t$ . Durch beidseitige Differentiation der impliziten Definitionsgleichung für  $r_e^n$  nach  $t$  erhält man:

$$(24) \quad K_0 e^{r_e^n t} r_e^n = D_t + r_e^n \int_0^t D_\tau d\tau + \frac{dK_t}{dt}$$

Läßt man die Veranlagungsdauer  $t$  gegen Null gehen, dann wird

$$(25) \quad r_e^n = \frac{D_0}{K_0} + \frac{dK_0/dt}{K_0} = r_e + \frac{dK/dt}{K}$$

Beachtet man, daß, wiederum aufgrund der Definition der Aktienrendite, die Gleichungen

$$(26) \quad K = \frac{D^n}{r_e} = \frac{D^r p}{r_e} = \frac{a G^r p}{r_e}$$

gelten, dann sieht man unmittelbar, daß

$$(27) \quad \frac{dK/dt}{K} = \frac{da/dt}{a} + \frac{dG^r/dt}{G^r} + \frac{dp/dt}{p} - \frac{dr_e^e/dt}{r_e}$$

Für den nominellen Ertragssatz auf Aktien (bei einer Veranlagungsdauer von  $t \rightarrow 0$ ) ergibt sich dadurch:

$$(28) \quad r_e^n = r_e - \frac{dr_e^e/dt}{r_e} + \frac{da/dt}{a} + \frac{dG^r/dt}{G^r} + \frac{dp/dt}{p}$$

Läßt man hier den Ausdruck in  $p$  weg, dann hat man  $r_e^r$ .

Bei FRIEDMAN wird die Aktie definiert als ein Papier, das die Erwartung auf einen dauerhaften und real konstanten Einkommensstrom verkörpert. FRIEDMAN nimmt also an, daß

$$(29) \quad \frac{da/dt}{a} + \frac{dG^r/dt}{G^r} \equiv 0.$$

Mit dieser Annahme erhalten auch wir FRIEDMANs Ausdruck für den nominellen Ertragssatz auf Aktien. Wir halten jedoch FRIEDMANs Definition der Aktien für unnötig eng und unrealistisch. Selbstverständlich handelt es sich bei  $G^r$  um die realen Netto-Gewinne nach Abzug der Steuern. Man kann daher die Wachstumsrate von  $G^r$  ersetzen durch eine geeignet gewogene Differenz der Wachstumsraten der realen Brutto-Gewinne und der der Gewinnsteuern.

### 3. Ertragssatz festverzinslicher Wertpapiere

Die bisherigen Definitionen ergänzen wir durch

$N$  = Nominalwert

$i$  = Couponrate

$$r_b \equiv \frac{iN}{K} = \text{Nominalzinssatz}$$

$r_b^n$  ( $r_b^r$ ) = nomineller (realer) Ertragssatz festverzinslicher Wertpapiere

Den nominellen Ertragssatz festverzinslicher Wertpapiere definieren wir implizit durch

$$(30) \quad K_0 e^{r_b^n t} = \int_0^t (iN)_\tau e^{r_b^n(t-\tau)} d\tau + K_t \quad (t \geq 0)$$

$t$  bezeichnet hier wieder sowohl die Dauer der Anlage als auch einen Zeitpunkt der Zukunft. Wir nehmen wieder an, daß der nominelle Ertragssatz von der Veranlagungsdauer unabhängig ist. Beidseitige Differenziation nach  $t$  und der Übergang zu einer Veranlagungsdauer von Null ( $t \rightarrow 0$ ) liefern dann:

$$(31) \quad r_b^n = \frac{(iN)_0}{K_0} + \frac{dK_0/dt}{K_0} = r_b + \frac{dK/dt}{K}$$

Der Index 0 für die Gegenwart kann jetzt wieder weggelassen werden. Aus der Definition des Nominalzinssatzes folgt ferner

$$(32) \quad \frac{dK/dt}{K} = \frac{d(iN)/dt}{iN} - \frac{dr_b/dt}{r_b}$$

Wir können nun zwei Fälle unterscheiden.

1. Fall: Festverzinsliche Wertpapiere ohne Indexklausel zur Wertsicherung.

Hier ist

$$(33) \quad d(iN)/dt \equiv 0,$$



so daß

$$(34) \quad r_b^n = r_b - \frac{dr_b/dt}{r_b}$$

$$(35) \quad r_b^r = r_b - \frac{dr_b/dt}{r_b} - \frac{dp/dt}{p}$$

2. Fall: Festverzinsliche Wertpapiere mit Indexklausel zur Wert-  
sicherung.

Hier ist

$$(36) \quad \frac{d(iN)/dt}{iN} = \frac{dp/dt}{p},$$

so daß

$$(37) \quad r_b^n = r_b - \frac{dr_b/dt}{r_b} + \frac{dp/dt}{p}$$

$$(38) \quad r_b^r = r_b - \frac{dr_b/dt}{r_b}$$

$r_b^n$  im zweiten Fall entspricht dem FRIEDMANSchen Ausdruck für den Ertragssatz auf Aktien. Die FRIEDMANSche Aktie ist also nichts anderes als ein realwertgesichertes festverzinsliches Wertpapier.

#### 4. Marginaler Ertragssatz für dauerhafte Konsumgüter

Für die Ableitung der Ertragssätze dauerhafter Konsumgüter verwenden wir folgende Definitionen:

- DG = geplanter Bestand an dauerhaften Konsumgütern
- $S_{DG}$  = totaler Dienst (Service) dauerhafter Konsumgüter  
(totales reales Dienstprodukt)
- $MS_{DG}$  = marginaler Dienst (Service) dauerhafter Konsumgüter  
(reales Dienstgrenzprodukt)
- $p_{S,DG}$  = Marktpreis für Dienste, die dauerhafte Konsumgüter leisten  
(Preis pro Einheit)
- $p_{DG}$  = Marktpreis für dauerhafte Konsumgüter (Preis pro Einheit)
- $r_{DG}^n (r_{DG}^r)$  = nomineller (realer) marginaler Ertragssatz  
dauerhafter Konsumgüter
- $p$  = Preisniveau der laufend produzierten Güter

Der marginale, nominelle Ertragssatz dauerhafter Konsumgüter wird implizit definiert durch

$$(39) \quad p_{DG,0} e^{r_{DG}^n t} = \int_0^t p_{S,DG,\tau} MS_{DG}(DG)_\tau e^{r_{DG}^n (t-\tau)} d\tau + p_{DG,t} \quad (t \geq 0)$$

Zur Vereinfachung unterstellen wir, daß dauerhafte Konsumgüter nicht verschleien. (Eigentlich genügt die schwächere Annahme, daß die (relative) Verschleißrate von DG unabhängig von DG vorgegeben ist). Unter der Annahme, daß der nominelle Ertragssatz von der Veranlagungsdauer unabhängig ist, führt die beidseitige Differentiation von (38) nach  $t$  und der Übergang zu einer Veranlagungsdauer von Null ( $t \rightarrow 0$ ) zu:

$$(40) \quad r_{DG}^n = \frac{p_{S,DG}}{p_{DG}} \cdot MS_{DG}(DG) + \frac{dp_{DG}/dt}{p_{DG}}$$

Wir ersparen uns die Darstellung der realen marginalen Ertragsrate, die man durch Abzug der erwarteten Inflationsrate,  $\frac{dp/dt}{p}$ , von der entsprechenden nominellen Rate gewinnt.

Das geplante Dienstgrenzprodukt  $MS_{DG}$  ist im allgemeinen aus produktionstechnischen Gründen abhängig vom geplanten Bestand an dauerhaften Konsumgütern, DG.

Wir unterstellen, daß Dienste, die der Investor nicht selbst konsumiert (produziert), zum Preis  $p_{S,DG}$  am Markt verkauft (gekauft) werden können. Fehlt diese Marktgängigkeit der produzierbaren Dienste dauerhafter Konsumgüter, dann ist die Portfolioentscheidung, d. h. die Entscheidung über die Zusammensetzung eines gegebenen Vermögens, nicht mehr von der Konsumentenentscheidung, d. h. von der Entscheidung über die Einkommensverwendung, abtrennbar, obwohl man für den Marktpreis  $p_{S,DG}$  theoretisch einen Ersatz finden kann: den normierten Grenznutzen der Dienste, d. h. den Quotienten mit dem Grenznutzen der Dienste dauerhafter Konsumgüter im Zähler und mit dem Grenznutzen des Vermögens im Konsumoptimum (einen Lagrange-Multiplikator) im Nenner<sup>4)</sup>.

Man beachte jedoch, daß die Abtrennbarkeit der beiden Entscheidungen erhalten bleibt, wenn die Annahme der Marktgängigkeit der Dienste der dauerhaften Konsumgüter ersetzt wird durch die Annahme der Marktgängigkeit der Dienste jener Produktionsfaktoren (Arbeit etc.), die solche Dienste in Konkurrenz mit den dauerhaften Konsumgütern zu erzeugen vermögen.

Wir haben den marginalen Ertragssatz bis jetzt direkt definiert. Alternativ könnten wir indirekt verfahren, d. h. zuerst den durchschnittlichen Ertragssatz ableiten und dann die "Grenzerlös"-Formel der Portfoliotheorie

$$(41) \quad r^m = r^d + A_i \frac{\partial r^d}{\partial A_i}$$

anwenden.

Der durchschnittliche Ertragssatz dauerhafter Konsumgüter  $r_{DG}^{n,d}$  wird implizit definiert durch

$$(42) \quad (p_{DG}^{DG})_0 e^{r_{DG}^{n,d} \cdot t} = \int_0^t p_{S,DG,\tau} S_{DG}(DG)_\tau e^{r_{DG}^{n,d}(t-\tau)} d\tau + (p_{DG}^{DG})_t$$

( $t \geq 0$ )

$(p_{DG}^{DG})_t$  stellt den Marktwert der dauerhaften Konsumgüter nach Ablauf der Zeit  $t$  dar. Wenn, wie zur Vereinfachung angenommen, dauerhafte Konsumgüter nicht verschleissen, dann ist

$$(43) \quad (p_{DG}^{DG})_t \equiv p_{DG,t} \cdot DG_0$$

Bei wiederum angenommener Unabhängigkeit des nominellen Ertrags-  
satzes von der Veranlagungsdauer kommt man durch beidseitige  
Differentiation der Gleichung (42) nach  $t$  und durch den Übergang  
 $t \rightarrow 0$  zu:

$$(44) \quad r_{DG}^{n,d} = \frac{p_{S,DG}}{p_{DG}} \cdot \frac{s_{DG}(DG)}{DG} + \frac{dp_{DG}/dt}{p_{DG}}$$

und

$$(45) \quad \frac{\partial r_{DG}^{n,d}}{\partial DG} = \frac{p_{S,DG}}{p_{DG}} \cdot \frac{DG \cdot MS_{DG} - s_{DG}}{DG^2}$$

Dem  $A_i W$  der "Grenzerlös"-Formel (13) entspricht hier  $p_{DG} \cdot DG$   
Für

$$(46) \quad A_i \frac{\partial r^d}{\partial A_i} \equiv A_i W \frac{\partial r^d}{\partial A_i W}$$

haben wir deshalb

$$(47) \quad p_{DG} \cdot DG \frac{\partial r_{DG}^{n,d}}{\partial p_{DG}^{DG}} = \frac{p_{S,DG}}{p_{DG}} \left( MS_{DG} - \frac{s_{DG}}{DG} \right),$$

so daß wir durch Einsetzen in die "Grenzerlös"-Formel (13) den gleichen Ausdruck erhalten, den wir für den marginalen Ertragssatz zuvor direkt abgeleitet haben. Die implizite Definitionsgleichung für den marginalen Ertragssatz kann man übrigens durch Differentiation (hier nach DG) aus der impliziten Definitionsgleichung für den durchschnittlichen Ertragssatz ableiten.

### 5. Marginaler Ertragssatz der Geldhaltung

Zur Ableitung der Ertragssätze der Geldhaltung verwenden wir folgende Definitionen:

- M = geplante nominelle Geldmenge
- p = Preis der laufend produzierten Güter
- $\frac{M}{p}$  = geplante reale Geldmenge (Realkasse)
- $MS_M$  = marginaler Dienst (Service) der realen Geldhaltung
- $Y^c$  = nomineller Wert für das laufende Einkommen
- $p_{S,M}$  = Preis der Dienste, die die reale Kassenhaltung leistet
- $\frac{1}{p}$  = Zuwachs der realen Geldhaltung durch Vermehrung der nominellen Geldhaltung um 1 DM
- $r_M^n(r_M^r)$  = nomineller (realer) marginaler Ertragssatz der Geldhaltung

Der marginale, nominelle Ertragssatz der Geldhaltung wird implizit definiert durch

$$(48) \quad 1 \cdot e^{r_M^n t} = \int_0^t p_{S,M} \cdot MS_M\left(\frac{M}{p}, \frac{Y^c}{p}\right) \frac{1}{p} e^{r_M^n(t-\tau)} d\tau + 1 \quad (t \geq 0)$$

$r_M^n$  sei wieder unabhängig von der Veranlagungsdauer. Beidseitige Differentiation dieser Gleichung nach t und der Übergang zu einer Veranlagungsdauer von Null ( $t \rightarrow 0$ ) ergeben dann

$$(49) \quad r_M^n = \frac{p_{S,M}}{p} \cdot MS_M\left(\frac{M}{p}, \frac{Y^c}{p}\right)$$

Wir ersparen uns wieder die Darstellung für den realen Ertragssatz und verzichten auf eine Erläuterung der Beziehung zum durchschnittlichen Ertragssatz. Diese Beziehung ist analog zu der für dauerhafte Konsumgüter. Auch hier haben wir unterstellt, daß die Dienste der Realkasse marktgängig sind. Ist das nicht der Fall, dann gelten die gleichen Erwägungen wie bei den dauerhaften Konsumgütern. Insbesondere kann auch hier die Annahme der Marktgängigkeit der Dienste der Realkasse ersetzt werden durch die Annahme der Marktgängigkeit jener Produktionsfaktoren (Arbeit etc.), die solche Dienste mit der Realkasse konkurrierend erzeugen können.

Wir formulieren das Dienstgrenzprodukt als abhängig vom realen Wert für das laufende Einkommen. Diese Abhängigkeit repräsentiert das Transaktionsmotiv im portfoliotheoretischen Rahmen. Im Ausdruck für den nominellen Ertragssatz auf Geld fehlt eine Umbewertungskomponente, ansonsten gleicht er dem Ausdruck für den Ertragssatz dauerhafter Konsumgüter. Es gibt jedoch geldtheoretische Ideen, die zur Folge haben, daß die Umbewertungskomponente nicht identisch verschwindet. Die Schwundgeldidee von Silvio Gesell ist ein Beispiel. Sie nähert den Charakter des Geldes dem von dauerhaften Konsumgütern an, indem sie exogene Kapitalwertänderungen für Geld einführt.

#### IV. Eine Neuformulierung der Geldnachfragefunktion

Eine wichtige Vermögenskomponente ist das Humankapital. Für bestehendes Humankapital gibt es keine Märkte. (Sklavenmärkte sind abgeschafft.) Man kann sich zwar die Dienste des Humankapitals über den Markt beschaffen, aber im Unterschied etwa zu den dauerhaften Konsumgütern nicht das bestehende Humankapital selbst. Der Vermögenshalter kann also in einem gegebenen Zeitpunkt die Aufteilung seines Vermögens in Human- und anderes Kapital nicht ändern. Eine Änderung der Form seiner Vermögenshaltung kann er in jedem gegebenen Zeitpunkt nur bezüglich der Komponenten des Nicht-Humankapitals treffen. Nur im Laufe der Zeit (Integral über mehrere Zeitpunkte)

kann der Vermögenshalter seinen Humankapitalbestand ändern, und zwar durch zeitraubenden Verschleiß des bestehenden oder zeitraubende Produktion neuen Humankapitals. Aber auch das neu produzierte Humankapital wird nicht marktmäßig gehandelt. Käuflich sind nur die Faktoren (Güter und Dienste) zu seiner Produktion.

Die Portfolio-Theorie in Verbindung mit der Annahme kontinuierlicher Zeit beschäftigt sich aus diesen Gründen also mit der optimalen Zusammensetzung der Nichthumankapitalskomponente des Vermögens. Weil der Bestand an Humankapital in einem gegebenen Zeitpunkt nicht nur vorgegeben ist, sondern auch nicht geändert werden kann, ist er nicht Gegenstand der Portfolioentscheidung. Das Vermögen  $W$  ist die Summe aus Humankapital  $W^h$  und Nichthumankapital  $W^{nh}$ .

$$(50) \quad W \equiv W^h + W^{nh}$$

Mit der FRIEDMANSchen Definition von

$$(51) \quad w \equiv \frac{W^{nh}}{W^h}$$

ist

$$(52) \quad W^{nh} \equiv \frac{w}{1+w} W$$

Das Symbol  $W$  des Abschnittes II kann nach dem bisher Gesagten nur für  $W^{nh}$  stehen. Das Gleichungssystem II des Abschnittes II ist daher neu zu formulieren:

$$\begin{aligned}
 (53) \quad A_i \frac{W^{nh}}{p} &= A_i \left[ \frac{\partial \bar{r}}{\partial A_1} \left( A_1 \frac{W^{nh}}{p_1} \right), \dots, \frac{\partial \bar{r}}{\partial A_n} \left( A_n \frac{W^{nh}}{p_n} \right); \frac{W^{nh}}{p} \right] \frac{W^{nh}}{p} \\
 &\equiv f_i \left[ \frac{\partial \bar{r}}{\partial A_1} (\dots), \dots, \frac{\partial \bar{r}}{\partial A_n} (\dots); w, \frac{w}{p} \right]
 \end{aligned}$$

Wir vernachlässigen die Gleichung für  $\lambda$ , welche im System II ein lediglich rekursives Anhängsel in einem ansonsten simultanen Gleichungssystem bilden.

Das Gleichungssystem (53) wenden wir jetzt an auf den Fall  $n = 4$ . Wir setzen

$$(54) \quad A_1 W^{nh} = M \quad \text{Nachfrage nach nomineller Kasse}$$

$$(55) \quad A_2 W^{nh} = p_{DG} \cdot DG \quad \text{nominelle, wertmäßige Nachfrage nach dauerhaften Konsumgütern}$$

$$(56) \quad A_3 W^{nh} = B \quad \text{nominelle Nachfrage nach festverzinslichen Wertpapieren}$$

$$(57) \quad A_4 W^{nh} = E \quad \text{nominelle Nachfrage nach Aktien}$$

Dividieren wir überall durch  $p$ , das Preisniveau für laufend produzierte Güter, so erhalten wir jeweils die reale Nachfrage. Ferner gelten

$$(58) \quad \frac{\partial \bar{r}}{\partial A_1} \left( \frac{A_1 W^{nh}}{p_1} \right) = E \quad (r_M^n) = r_M^n \quad (p_1 = p)$$



$$(59) \quad \frac{\partial \bar{r}}{\partial A_2} \left( \frac{A_2 W^{nh}}{p_2} \right) = E (r_{DG}^n) \quad (p_2 = p_{DG})$$

$$(60) \quad \frac{\partial \bar{r}}{\partial A_3} \left( \frac{A_3 W^{nh}}{p_3} \right) = E (r_b^n) \quad (p_3 = 1)$$

$$(61) \quad \frac{\partial \bar{r}}{\partial A_4} \left( \frac{A_4 W^{nh}}{p_4} \right) = E (r_e^n) \quad (p_4 = 1)$$

Bei den festverzinslichen Wertpapieren und bei den Aktien ist wegen der angenommenen Preisunabhängigkeit jeweils der marginale gleich dem durchschnittlichen Ertragssatz.

Im weiteren unterstellen wir, daß  $p_{S,M}$ ,  $p_{S,DG}$ ,  $p_{DG}$ ,  $r_b$ ,  $r_e$  und  $Y^c$  nicht stochastisch sind, während alle vorkommenden Wachstumsraten wie  $\frac{dp/dt}{p}$  etc. den Erwartungswert der entsprechenden Größe bezeichnen. Außerdem lassen wir das Symbol  $E$  für den Erwartungswertoperator weg.

Die "ausgefüllte" Form des Systems II lautet dann:

$$(62) \quad \frac{M}{p} = f_1 \left[ \frac{p_{S,M}}{p} \cdot MS_M \left( -\frac{M}{p}, \frac{Y^c}{p} \right), \frac{p_{S,DG}}{p} \cdot MS_{DG} (DG) + \frac{dp_{DG}/dt}{p_{DG}} \right],$$

$$r_b - \frac{dr_b/dt}{r_b}, r_e - \frac{dr_e/dt}{r_e} + \frac{da/dt}{a} - \frac{dG^r/dt}{G^r} + \frac{dp/dt}{p};$$

$$\left[ w, \frac{W}{p} \right]$$

$$(63) \quad \frac{p_{DG}^{DG}}{p} = f_2 \left[ \dots \right]$$

$$(64) \quad \frac{B}{p} = f_3 \left[ \dots \right]$$

$$(65) \quad \frac{E}{p} = f_4 \left[ \dots \right]$$

Das ist ein simultanes Gleichungssystem. (62) und (63) bilden ein simultanes Subsystem, (64) und (65) sind rekursiver Natur. Durch Auflösung dieses Systems erhält man

$$(66) \quad \frac{M}{p} = g_1 \left( \frac{p_{S,M}}{p}, \frac{p_{S,DG}}{p}, \frac{p_{DG}}{p}, \frac{dp_{DG}/dt}{p_{DG}}, r_b - \frac{dr_b/dt}{r_b}, r_e - \frac{dr_e/dt}{d} \right. \\ \left. + \frac{da/dt}{a} + \frac{dG^r/dt}{G^r} + \frac{dp/dt}{p}, \frac{y^c}{p}, w, \frac{w}{p} \right)$$

bzw.

$$(67) \quad M = h_1 \left( p, p_{S,M}, p_{S,DG}, p_{DG}, \frac{dp_{DG}/dt}{p_{DG}}, r_b - \frac{dr_b/dt}{r_b}, \right. \\ \left. r_e - \frac{dr_e/dt}{r_e} + \frac{da/dt}{a} + \frac{dG^r/dt}{G^r} + \frac{dp/dt}{p}, y^c, w, w \right) \\ \frac{p_{DG}^{DG}}{p} = g_2 (\dots) \quad \text{bzw. } p_{DG} = h_2 (\dots)$$

$$(68) \quad \frac{B}{p} = g_3 (\dots) \quad \text{bzw. } B = h_3 (\dots)$$

$$(69) \quad \frac{E}{p} = g_4 (\dots) \quad \text{bzw. } E = h_4 (\dots)$$

Die Funktionen  $h_i$  sind linear homogen in  $p, p_{S,M}, p_{S,DG}, p_{DG}, Y^C$  und  $W$ .

# V. Eine Gegenüberstellung mit FRIEDMANs Formulierung der Geldnachfragefunktion

Wir vergleichen nun die gefundene Neuformulierung mit FRIEDMANs Formulierung der Geldnachfragefunktion:

$$(70) \quad M = f\left(p, r_b - \frac{dr_b/dt}{r_b}, r_e - \frac{dr_e/dt}{r_e} + \frac{dp/dt}{p}, \frac{dp/dt}{p}; w; \frac{Y}{r}; u\right)$$

Der Quotient  $\frac{Y}{r}$  entspricht dem Vermögen  $W$ . (FRIEDMAN bezeichnet mit  $Y$  nicht das laufende, sondern das permanente Einkommen, d. h. die Verzinsung des Vermögens zum Satz  $r$ .)  $u$  ist ein für unsere Zwecke nebensächlicher Parameter der Nutzenfunktion, den wir von Anfang an vernachlässigt haben. In FRIEDMANs Funktion treten die Preise für die Dienste des Geldes,  $p_{S,M}$ , für die Dienste der dauerhaften Konsumgüter,  $p_{S,DG}$ , und für die bestehenden dauerhaften Konsumgüter,  $p_{DG}$ , nicht explizit auf. Wenn die Funktion  $h_1$  mit FRIEDMANs Funktion konsistent sein soll, dann muß man relative Änderungen dieser Preise a priori ausschließen. Es zeigt sich also, daß bei einer rigorosen Ableitung der Geldnachfragefunktion aus einem portfoliotheoretischen Ansatz wesentliche Teile der relativen Preistheorie der Monetaristen ausgeklammert werden müssen<sup>5)</sup>, wenn man im Ergebnis die FRIEDMANsche Formulierung erhalten will. Daß FRIEDMAN außerdem mit einer speziellen Definition der Aktie arbeitet, haben wir bereits in Verbindung mit Gleichung (29) im Abschnitt III bemerkt. Ferner bleibt bei FRIEDMAN, solange er nur die letzten

Vermögenshalter (last wealth holding units) betrachtet, unberücksichtigt, daß die Nachfrage nach den verschiedenen Vermögenskomponenten auch vom laufenden Einkommen ( $Y^C$ ) abhängt<sup>6)</sup>. Nicht nur das permanente, sondern auch das transitorische Einkommen bestimmt die Nachfrage nach Geld und anderen Vermögenskomponenten. Der Einfluß des transitorischen Einkommens auf die Geldhaltung ist im übrigen unabhängig davon, ob das transitorische Einkommen erwartet oder nicht erwartet worden ist.

### Fußnoten

- 1) Siehe James TOBIN, Liquidity Preference as Behaviour Towards Risk, Review of Economic Studies, Vol. 67, 1958.
- 2) Siehe Milton FRIEDMAN, The Quantity Theory of Money: A Restatement, in: M. FRIEDMAN, ed., Studies in the Quantity Theory of Money, Chicago 1956.
- 3) Siehe James TOBIN, The Interest Elasticity of Transactions Demand for Cash, The Review of Economics and Statistics, Vol. 38, 1956.
- 4) Fehlt die Marktgängigkeit der produzierbaren Dienste, dann wird der geplante Konsum der Dienste dauerhafter Konsumgüter nicht mehr vom Marktpreis dieser Dienste, sondern vom Marktpreis für dauerhafte Konsumgüter, bzw. vom geplanten Bestand an dauerhaften Konsumgütern abhängen. Der normierte Grenznutzen, der  $p_{S, DG}$  ersetzen könnte, ist dann von DG abhängig. Diese Abhängigkeit würde sich zu der in  $MS_{DG}$  (DG) dargestellten und produktionstechnisch bedingten Abhängigkeit des marginalen Ertragssatzes von DG addieren.
- 5) Siehe die Darstellung des Transmissionsmechanismus in Milton FRIEDMAN und David MEISELMAN, The Relative Stability of Monetary Velocity and the Investment Multiplier in the United States, 1897 - 1958, in: Commission of Money and Credit Impacts of Monetary Policy, Engelwood Cliffs, N. J., 1963, insbes. S 217 - 222.
- 6) FRIEDMANs Darstellung leidet auch darunter, daß er mit Y sowohl das permanente Einkommen als auch den laufenden totalen Output repräsentiert.

## Zusammenfassung

Weder bei FRIEDMAN selbst noch anderswo in der Literatur wird die FRIEDMANSche Geldnachfragefunktion explizit abgeleitet. Die portfoliotheoretische Fundierung seiner Geldnachfragefunktion bleibt im Dunkeln. Die vorliegende Studie soll diesen Mangel beheben. Besondere Aufmerksamkeit wird darin einer expliziten Ableitung der Ertragsraten auf die verschiedenen Vermögensaktiva gewidmet. Die Studie zeigt, welche speziellen Annahmen über die Entwicklung der relativen Preise von Gütern und Diensten der FRIEDMANSchen Formulierung zugrundeliegen und daß dadurch wesentliche Teile der relativen Preistheorie der Monetaristen unnötigerweise ausgeklammert werden. Eine weitere Verallgemeinerung wird durch eine realistische Definition der Aktie erreicht.