

Ramser, Hans Jürgen

**Working Paper**

## Rentenparadoxon und politische Theorie der Sozialversicherung

Diskussionsbeiträge, No. 106

**Provided in Cooperation with:**

Department of Economics, University of Konstanz

*Suggested Citation:* Ramser, Hans Jürgen (1977) : Rentenparadoxon und politische Theorie der Sozialversicherung, Diskussionsbeiträge, No. 106, Universität Konstanz, Fachbereich Wirtschaftswissenschaft und Statistik, Konstanz

This Version is available at:

<https://hdl.handle.net/10419/75103>

**Standard-Nutzungsbedingungen:**

Die Dokumente auf EconStor dürfen zu eigenen wissenschaftlichen Zwecken und zum Privatgebrauch gespeichert und kopiert werden.

Sie dürfen die Dokumente nicht für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, öffentlich zugänglich machen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Sofern die Verfasser die Dokumente unter Open-Content-Lizenzen (insbesondere CC-Lizenzen) zur Verfügung gestellt haben sollten, gelten abweichend von diesen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

**Terms of use:**

*Documents in EconStor may be saved and copied for your personal and scholarly purposes.*

*You are not to copy documents for public or commercial purposes, to exhibit the documents publicly, to make them publicly available on the internet, or to distribute or otherwise use the documents in public.*

*If the documents have been made available under an Open Content Licence (especially Creative Commons Licences), you may exercise further usage rights as specified in the indicated licence.*

FACHBEREICH  
WIRTSCHAFTSWISSENSCHAFT UND STATISTIK  
UNIVERSITÄT KONSTANZ

Rentenparadoxon und politische Theorie  
der Sozialversicherung

Hans J. | Ramser

Nr. 106

DISKUSSIONSBEITRÄGE

Ag 3840 77  
Wirtschafts-  
Kl. 1

D-7750 Konstanz

Postfach 7733

C 79542

Rentenparadoxon und politische Theorie  
der Sozialversicherung

Hans J. | Ramser

Nr. 106

November 1977

Ag 3840 77 Weltwirtschaft  
Kiel

Diskussionsbeiträge des  
Fachbereichs Wirtschaftswissenschaften  
der Universität Konstanz

C 79542

Rentenparadoxon und politische Theorie  
der Sozialversicherung\*

---

I.

Das sogen. Rentenparadoxon besagt "... that social insurance can increase the welfare of each person if the sum of the rates of growth of population and real wages exceeds the rate of interest (AARON, 1960, S. 372), d.h. bei i.S. von PHELPS/KOOPMANS ineffizient hoher Akkumulationsrate. Bekanntlich sprechen nun aber weder theoretische Erwägungen (s. CASS/YAARI, 1967) noch die empirische Evidenz für eine Realität ineffizienter Situationen. Insofern dürfte eher naheliegen, die tatsächliche Existenz einer Sozialversicherung als paradox zu bezeichnen<sup>1)</sup> - wenn nicht von vornherein ausdrücklich auf Verteilungsgesichtspunkte abgestellt wird. Die folgenden Überlegungen, die zu einem Vorschlag einer politischen Theorie der Sozialversicherung führen, zeigen, daß es sich hierbei nur um vermeintliche Widersprüche handelt.

II.

1. Zunächst soll die einleitend erwähnte Aussage für ein System voll dynamisierter Renten auf Basis des Umlageverfahrens bestätigt und um eine Analyse der Situation im ineffizienten Bereich ergänzt werden.

---

1) Paradox wird gelegentlich auch der empirische Befund genannt, wonach "... persons covered by private pensions do not save less directly and may save more than those persons who are not covered by pensions" (FELDSTEIN, 1976, S. 81).

\* Hilfreiche Kommentare zu einer früheren Fassung verdanke ich den Teilnehmern der Disentis-Gespräche 1977.

Betrachtet wird ein Wirtschaftssubjekt (Haushalt) des (Geburts-) Jahrgangs  $v$ , das bei einer mit Sicherheit erwarteten Lebenszeit von  $T$  Jahren  $T \leq T$  Jahre erwerbstätig ist. Angenommen wird, daß der Kapitalmarkt vollkommen ist und der Zinssatz sich im Zeitablauf nicht ändert; ferner steige der Reallohnsatz  $W(t, v)$  mit konstanter Zuwachsrate  $\beta \geq 0$ . Mit  $s$ ,  $0 \leq s < 1$ , als Beitragssatz der Sozialversicherung (bezogen auf das laufende Lohneinkommen) und  $p$ ,  $0 \leq p < 1$  als Rentensatz (bezogen auf das hypothetische Lohneinkommen bei weiterer Erwerbstätigkeit = volle Dynamisierung) betragen die non-property-Einnahmen des Haushalts

- für  $v \leq t \leq v+T'$ :  $W(t, v) \cdot [1 - s(t)]$
- für  $v+T' < t \leq v+T$ :  $W(t, v) \cdot p(t)$

Als Lebenseinkommen  $\Lambda(t, v)$  eines in  $v$  geborenen Wirtschaftssubjekts im Zeitpunkt  $t$  bezeichnet man üblicherweise die Summe aus dem Wert des vorhandenen Sachvermögens  $A(t, v)$  plus dem Kapitalwert der non-property-Einnahmen für  $\tau \in [t, v+T]$ . Bei konstanten  $s$  und  $p$  für  $\tau \in [t, v+T]$  erhält man, wenn unterstellt wird, daß  $\dot{W}(t, v) / W(t, v) = \beta = \text{const.} \geq 0$ ,

$$\Lambda(t, v) = \begin{cases} A(t, v) + W(t, v) \left\{ (1-s) \int_t^{v+T'} \exp[-(r-\beta)(\tau-t)] d\tau \right. \\ \left. + p \int_{v+T'}^{v+T} \exp[-(r-\beta)(\tau-t)] d\tau \right\} & \text{für } v \leq t \leq v+T' \\ A(t, v) + W(t, v) \cdot p \cdot \int_t^{v+T} \exp[-(r-\beta)(\tau-t)] d\tau & \text{für } v+T' < t \leq v+T \end{cases}$$

Unter Verwendung der Abkürzung

$$\int_v^{v+\theta} \exp[-e(t-v)] dt = [1 - \exp(-e\theta)]/e := \varphi(e, \theta)$$

läßt sich dafür schreiben

$$(1) \quad \Delta(t, v) = \begin{cases} \Delta(t, v) + W(t, v) \left\{ (1-s) \cdot \varphi[r-\beta, T'-(t-v)] \right. \\ \qquad \qquad \qquad \left. + p \left[ \varphi[r-\beta, T-(t-v)] - \varphi[r-\beta, T'-(t-v)] \right] \right\} \\ A(t, v) + W(t, v) \cdot p \cdot \varphi[r-\beta, T-(t-v)] \end{cases}$$

für  $v \leq t \leq v+T'$  bzw.  $v+T' \leq t \leq v+T$ .

Ein am Konsum orientierter Haushalt wird im Zeitpunkt  $t$  eine Veränderung der Konditionen der Sozialversicherung - ausgedrückt in einer Veränderung von  $s$  und/oder  $p$  - dann als vorteilhaft empfinden, wenn damit eine Erhöhung seines Lebenseinkommens  $\Delta(t, v)$  verbunden ist<sup>1)</sup>. Vergleicht man die Situation mit und ohne Existenz einer Sozialversicherung ab  $t$  ( $s, p > 0$  vs.  $s = p = 0$ ), so erlangen mit Sicherheit jene Haushalte, die die Altersgrenze bereits erreicht haben, durch Einführung einer Sozialversicherung nur Vorteile. Für Erwerbstätige gilt, daß eine Sozialversicherung günstig ist, sofern die als "Sozialvermögen" zu bezeichnende Differenz zwischen kapitalisierten Rentenbezügen und Beitragszahlungen positiv ist, d.h. wenn

$$W(t, v) \cdot \left\{ -(s+p) \cdot \varphi[r-\beta, T'-(t-v)] + p \cdot \varphi[r-\beta, T-(t-v)] \right\} > 0$$

---

1) Wenn der laufende Nutzen monoton mit dem Konsum steigt, steigt der maximal erreichbare Welfare monoton mit  $\Delta(t, v)$ . Vorauszusetzen ist, daß der Planungshorizont den Zeitpunkt  $(v+T)$  nicht überschreitet.

bzw. wenn

$$(2) \quad \varphi [r-\beta, T' - (t-v)] / \varphi [r-\beta, T - (t-v)] < p / (s+p) \quad , v \leq t \leq v+T'$$

Bei gegebener Relation  $p/(s+p)$ , gegebenen  $T'$  und  $T$ , ist diese Bedingung verständlicherweise um so eher erfüllt, je größer  $t$ , d.h. je näher der Erwerbstätige seiner Pensionierung steht, und je geringer die Differenz zwischen Zinssatz und Wachstumsrate ausfällt (ceteris paribus).

2. Das Verhältnis  $p/(s+p)$  muß nun genau der Erwerbsquote entsprechen, wenn ein reines Umlageverfahren (ohne jegliche Kapitalansammlung) praktiziert wird und keine Transaktionskosten entstehen. Dies ist wie folgt einzusehen. Sei  $N_A(t)$  die Erwerbsbevölkerung,  $N(t)$  die Gesamtbevölkerung, daher  $N_A(t)/N(t) := \varepsilon(t)$  die Erwerbsquote. Bei altersunabhängigem Lohnsatz  $W(t, v) = W(t)$  beträgt die aggregierte Lohnsumme  $\hat{W}(t) = W(t) \cdot N_A(t)$ ; die Summe aller zu zahlenden Renten beläuft sich bei vorgegebenem und konstantem Rentensatz  $p$  auf  $S(t) = p \cdot W(t) [N(t) - N_A(t)]$ . Der auf das laufende Lohneinkommen bezogene Beitragssatz  $s(t) := S(t)/\hat{W}(t)$  berechnet sich folglich zu  $s(t) = p \cdot [N(t) - N_A(t)] / N_A(t) = p \cdot [1 - \varepsilon(t)] / \varepsilon(t)$ . Damit resultiert  $p / [s(t) + p] = \varepsilon(t)$ , w.z.b.w. Die Erwerbsquote bestimmt daher den Anstieg des trade-off zwischen Beitragssatz und Rentensatz.

Bei gleichgewichtiger Bevölkerungsstruktur läßt sich die Erwerbsquote als Funktion der Bevölkerungswachstumsrate  $n$  sowie  $T$  und  $T'$  ausdrücken. Angenommen, die Generation  $v$  bestehe aus  $\exp(nv) dv$  Personen. Dann umfaßt die Gesamtbevölkerung

$$N(t) = \int_{t-T}^t \exp(nv) dv = \exp(nt) \cdot \varphi(n, T)$$

Personen, von denen

$$N_A(t) = \int_{t-T'}^t \exp(nv) dv = \exp(n \cdot t) \cdot \varphi(n, T')$$

erwerbstätigt sind. Die Erwerbsquote ist also unter diesen Umständen konstant und beträgt  $z = \varphi(n, T') / \varphi(n, T)$ ; sie nimmt mit zunehmenden  $n$  und  $T'$  monoton zu. Da unterstellt wurde, daß  $T'$  unabhängig von der Dimensionierung der Sozialversicherung ist, gilt dies auch für die Erwerbsquote.

3. Die Bedingung dafür, daß ein Haushalt vom Jahrgang  $v$  in  $t$ ,  $v \leq t \leq v+T'$ , die Situation mit Sozialversicherung ( $s, p > 0$ ) der Situation ohne Sozialversicherung ( $s = p = 0$ ) vorzieht, läßt sich daher wie folgt schreiben

$$(2)' \quad \varphi[r-\beta, T'-(t-v)] / \varphi[r-\beta, T-(t-v)] < \varphi(n, T') / \varphi(n, T)$$

Für die Gültigkeit von (2)' ist offenbar die Höhe von Beitrags- bzw. Rentensatz irrelevant; das bedeutet, daß sich die absolute Höhe des - je nach Vorzeichen der Differenz (2)' positiven oder negativen - "Sozialvermögens" proportional mit dem Beitrags- bzw. Rentensatz ändert (Elastizität von Eins).

Die Funktion  $z(x, t-v) := \varphi[x, T'-(t-v)] / \varphi[x, T-(t-v)]$  hat die Eigenschaften  $z_1 > 0$ ,  $z_2 < 0$ ,  $z(0, t-v) = [T'-(t-v)] / [T-(t-v)]$ ,  $z(\infty, t-v) = 1$ . Daraus - und wie zusätzlich durch Fig. 1 verdeutlicht wird - geht erstens hervor, daß hinreichend für die Gültigkeit von (2)' die Bedingung  $r-\beta < n$  resp.  $r < \beta+n$  ist. D.h. unabhängig von ihrem Alter wird die Sozialversicherung unter diesen Umständen von sämtlichen Wirtschaftssubjekten als vorteilhaft empfunden. Dagegen wird zweitens für  $r-\beta > n$  zunächst mit Sicherheit die im Betrachtungszeitpunkt geborene Generation ( $t-v=0$ ) die Sozialversicherung als unvorteilhaft beurteilen müssen; von einem gewissen Alter ab - spätestens natürlich beginnend in  $t-v=T'$  - wird allerdings auch jetzt die Sozialversicherung positiv eingeschätzt. Sei  $r-\beta = x > n$ ; dann läßt sich das

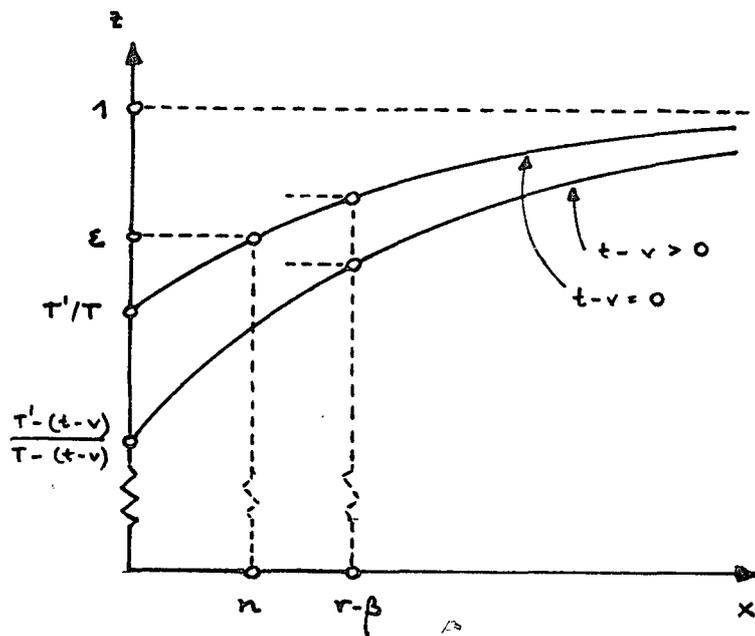


Fig. 1: Graph von  $z(x, t-v)$  für  $T' < T$

Kritische Alter  $\tilde{T} \leq T'$  aus der Lösung von  $z(x, \tilde{T}) - z(n, 0) = 0$  ermitteln. Schreibt man explizit  $\tilde{T} = \Theta(x, n)$ , so erhält man die Eigenschaften  $\Theta_1 > 0$ ,  $\Theta_2 < 0$ ,  $\Theta \geq 0$  für  $x \geq n$ .

### III.

1. Im allgemeinen kann man unterstellen, daß eine Sozialversicherungsregelung politisch keinen Bestand haben kann, d.h. in diesem Sinne "ungleichgewichtig" ist, wenn (mindestens) ein bestimmter Anteil  $\eta$  der Bevölkerung,  $0.5 \leq \eta < 1$ , an ihrer Abänderung interessiert ist<sup>1)</sup>. Folglich ist jede bestehende Regelung ungleichgewichtig, sofern sich die Wirtschaft im ineffizienten bzw. dem Bereich befindet, in dem das eingangs zitierte Rentenparadoxon gilt ( $x \in r-\beta < n$ ). Sämtliche Wirtschaftssubjekte ziehen unter diesen Umständen aus einem Ausbau der Sozialversicherung (= Erhöhung des Beitragssatzes) Nutzen.

1) Da in der Regel nur ein Teil der Interessierten aktiv für seine Interessen eintritt, liegt  $\eta$  normalerweise deutlich oberhalb von 0.5.

Gleichgewichtige Regelungen, d.h. Regelungen, die politisch Bestand haben, existieren im effizienten Bereich ( $x = r - \beta \geq n$ ). Dies läßt sich wie folgt zeigen. Bei gegebenen  $x, n$  und daher  $\tilde{T}$  beträgt zunächst der Bevölkerungsanteil, der eine Erhöhung des Beitragssatzes ablehnt

$$\Delta(n, \tilde{T}) := \int_{t-\tilde{T}}^t \exp(nv) dv / \int_{t-T}^t \exp(nv) dv = \varphi(n, \tilde{T}) / \varphi(n, T)$$

mit  $\Delta_1, \Delta_2 > 0$ ,  $\Delta(0, \tilde{T}) = \tilde{T}/T < 1$ . Unter Berücksichtigung der Eigenschaften von  $\Theta(\cdot)$  erhält man  $\partial \Delta / \partial x = \Delta_1 \Theta_1 > 0$ , d.h. der ablehnende Anteil steigt mit zunehmender Differenz  $x = r - \beta$ . Ferner stellt man fest, daß das Vorzeichen von  $\partial \Delta / \partial n = \Delta_1 + \Delta_2 \Theta_2$  unbestimmt ist; zunehmende Bevölkerungszuwachsratesenkt zwar das kritische Alter, erhöht aber bei gleichbleibendem kritischem Alter den Anteil der Benachteiligten.

Diese Überlegung verdeutlicht, daß für  $x \geq n$  mindestens ein  $\tilde{T}$  existiert, bei dem die bestehende Sozialversicherungsregelung gleichgewichtig ist. Genauer: Sofern  $\Delta$  eine bestimmte Größe überschreitet (unterschreitet), werden die Gegner der Sozialversicherung einen Abbau, d.h. eine Senkung des Beitragssatzes, erzwingen (einen Ausbau, d.h. eine Erhöhung des Beitragssatzes nicht verhindern) können. Sei  $\eta''$  ( $0.5 \leq \eta'' < 1$ ) der Anteil, bei dessen Überschreiten eine Senkung des Beitragssatzes,  $\eta'$  ( $0 < \eta' \leq 0.5$ ) der Anteil, bei dessen Unterschreiten eine Erhöhung des Beitragssatzes zu erwarten ist. Dann sind folglich alle Sozialversicherungsregelungen gleichgewichtig, die bei gegebenen  $\eta', \eta''$  mit Kombinationen von  $(x, n)$  verbunden sind, die

$$(7)' \quad \eta' \leq \Delta[n, \Theta(x, n)] \leq \eta'' \quad , \quad 0 < \eta' \leq 0.5 \leq \eta'' < 1$$

erfüllen.

2. Um aus (7)' auf die entsprechende Dimensionierung der Sozialversicherung zu schließen, d.h. (7)' in eine Aussage über

den Gleichgewichtsbereich für den Beitrags- oder Rentensatz zu transformieren, ist eine Hypothese über den von den Beteiligten erwarteten Zusammenhang zwischen Zinssatz, Beitragssatz und Wachstumsraten zu formulieren. Angenommen, die Erwartungen seien etwa identisch und durch  $r = g(p, n, \beta)$  mit  $g_i > 0, \forall i$ , beschreibbar, wobei der Einfluß von  $n$  und  $\beta$  als numerisch gering betrachtet wird. Diese Eigenschaften lassen sich u.a. - wie im Anhang gezeigt - mit einem life-cycle-Modell à la CASS/YAARI (1967) als steady-state-Charakteristika<sup>1)</sup> einer dezentral organisierten Konkurrenzwirtschaft begründen. Zumindest der angegebene Einfluß des Rentensatzes dürfte aber auch ohnedies plausibel sein, da eine Erhöhung des Rentensatzes per saldo zu einer Substitution eigener Ersparnis durch Sozialversicherungsansprüche führt, damit die gesamtwirtschaftliche Ersparnis vermindert und auf diesem Wege eine Erhöhung des Zinssatzes bewirkt.

Der Gleichgewichtsbereich für den Rentensatz läßt sich damit wie folgt schreiben

$$(7) \quad \eta' \leq \Delta \{ n, \theta [ g(p, n, \beta) - \beta, n ] \} \leq \eta''$$

In einer einfachen Version läuft die oben verbal beschriebene Dynamik z.B. auf  $\dot{p} = f(\eta' - \Delta)$  für  $\Delta \leq \eta'$  bzw.  $\dot{p} = -f(\Delta - \eta'')$  für  $\Delta \geq \eta''$  mit  $f' > 0$ ,  $f(0) = 0$  hinaus. Man ersieht daraus, daß (7) einen stabilen Gleichgewichtsbereich beschreibt, sofern  $\partial \dot{p} / \partial p = -f' \partial \Delta / \partial p < 0$  bzw.  $\Delta_2 \theta_1 g_1 > 0$ . Da  $\Delta_2, \theta_1$  eindeutig positiv sind, ist also Stabilität gewährleistet, wenn - wie oben bereits als plausibel bezeichnet - Zinssatz und Rentensatz positiv korreliert sind.

Zur Diskussion der komparativ-statischen Eigenschaften von (7),

---

1) Als Grundlage der Erwartungsbildung kann die Verwendung eines steady-state-Ansatzes im übrigen auch dann sinnvoll sein, wenn seine Verwendung als Erklärungsmodell z.B. wegen der Anpassungsfristen problematisch ist.

d.h. der Reaktion des Rentensatzes an der unteren oder oberen Grenze, ist die als Gleichung geschriebene rechte oder linke Seite von (7) total zu differenzieren. Man erhält

$$dp = \left\{ d\eta - [\Delta_1 + \Delta_2 (\theta_1 q_2 + \theta_2)] dn + (1 - q_3) \Delta_2 \theta_1 d\beta \right\} / \Delta_2 \theta_1 q_1$$

Da  $\Delta_2 \theta_1 q_1 > 0$ , gilt zunächst  $\partial p / \partial \eta > 0$ ; d.h. bei abnehmendem politischen Widerstand gegen eine Beitragserhöhung wird sich - wie nicht anders zu erwarten ist - der Gleichgewichtsbereich für den Beitragssatz in positiver Richtung verschieben. Die Reaktion auf eine Veränderung der Bevölkerungswachstumsrate hat das Vorzeichen von  $- [\Delta_1 + \Delta_2 (\theta_1 q_2 + \theta_2)]$ . Wenn zunehmende Bevölkerungswachstumsrate den Anteil der Sozialversicherungsgegner erhöht (senkt), d.h.  $\Delta_1 + \Delta_2 \theta_2 > 0 (< 0)$ , dann gilt bei numerisch kleinem Zinseinfluß ( $q_2 \approx 0$ )  $\partial p / \partial n < 0 (> 0)$ ; beide Resultate sind nicht unplausibel. Nicht eindeutig ist zunächst auch die Richtung der Reaktion auf eine Veränderung der Wachstumsrate des technischen Fortschritts, die formal dem Vorzeichen von  $(1 - q_3)$  entspricht. Da auch hier der Zinseinfluß im Zweifel vernachlässigenswert gering ist ( $q_3 \approx 0$ ), wird in der Regel abnehmende Wachstumsrate zu politischem Druck zugunsten einer Verminderung der Rentenbelastung oder zumindest gegen einen weiteren Ausbau der Sozialversicherung führen; tatsächliche Korrekturen sind dabei erst bei Überschreiten gewisser Schwellenwerte zu erwarten.

#### IV.

Die an vielen Stellen erforderlichen Annahmen verdeutlichen den spekulativen Charakter der Ergebnisse des vorgetragenen

Ansatzes. Für ein höheres Maß an Realitätsbezug wäre u.a. wünschenswert, Übergangsprozesse bei der Bevölkerungsstruktur zu berücksichtigen und im Rahmen des individuellen ökonomischen Kalküls auf die Annahme sicherer Erwartungen zu verzichten. Derartige Mängel, die im übrigen kein grundsätzliches Problem darstellen, beeinträchtigen allerdings nicht die Tragfähigkeit der zugrundeliegenden Konzeption.

#### Anhang

1. Zur Abschätzung der qualitativen Eigenschaften des Zusammenhangs  $r = g(p, n, \beta)$  auf der Grundlage eines neoklassischen 1-Gut-Modells ist zunächst das einzelwirtschaftliche Verhalten zu analysieren. Es liegt nahe, in diesem Zusammenhang von einem life-cycle-Ansatz auszugehen. Vernachlässigt man das Vererbungsmotiv und nimmt an, daß die momentane, nur am Konsum orientierte Nutzenfunktion  $U(c)$  logarithmisch ist,

d.h. eine konstante Grenznutzenelastizität von  $-U'' \cdot C / U' = 1$  aufweist, so lautet das Optimierungsproblem eines Haushalts vom Jahrgang  $v$  bei exponentieller Diskontierungsfunktion

$$(A.1) \max_{C(t,v) \geq 0} \int_v^{v+T} \ln [C(t,v)] \cdot \exp [-\delta \cdot (t-v)] dt$$

$$\text{s. d. } \Lambda(v,v) - \int_v^{v+T} C(t,v) \exp [-r(t-v)] dt = 0$$

Dabei ist  $\Lambda(v,v)$  durch (1) für  $t=v$  gegeben.<sup>1)</sup> Als Ergebnis erhält man

$$(A.2) C^*(t,v) = [\Lambda(v,v) / \varphi(\delta, T)] \cdot \exp [(\tau - \delta)(t-v)] \quad , \quad v \leq t \leq v+T$$

Es unterscheidet sich von der üblichen Lösung nur in der abweichenden inhaltlichen Ausfüllung von  $\Lambda(v,v)$ , wobei der Standardfall für  $s=p=0$  und  $T' = T$  resultiert.

Bei den früher erwähnten Annahmen über die Bevölkerungsentwicklung ergibt sich für den Pro-Kopf-Konsum  $c(t) = \hat{C}(t) / N(t)$

$$c(t) = \int_{t-T}^t C^*(t,v) \cdot \exp (n \cdot v) dv / N(t)$$

$$= \int_{t-T}^t \Lambda(v,v) \cdot \exp [(\tau - \delta - n)(t-v)] dt / \varphi(\delta, T) \cdot \varphi(n, T)$$

Wenn  $s/p = (1-s)/\varepsilon$ ,  $\Lambda(v,v) = 0$  und  $W(t,v) = W(t)$ , d.h. der Lohnsatz altersunabhängig ist, so folgt daraus

---

1) Es wird damit von fester Altersgrenze ausgegangen. Bei flexibler Altersgrenze kann eine Veränderung des Rentensatzes zu einer Veränderung der Erwerbsquote führen. Die Richtung ist allerdings nur schwer auszumachen - selbst wenn man für gesichert hält, daß die Gewinner eine Herabsetzung ihrer Altersgrenze planen werden und daher Tendenzen zur Erhöhung der "eigenen" Ersparnis bestehen (s. FELDSTEIN, 1976).

$$(A.3) \quad c(t)/W(t) = \Phi(r-\beta, n) \cdot F(p; r-\beta, n)$$

$$\Phi(r-\beta, n) := \frac{\psi(r-\beta, T) \cdot \varphi(n+\beta+\delta-r, T)}{\psi(\delta, T) \cdot \varphi(n, T)}$$

mit  $\Phi(\delta, n) = \Phi(n, n) = 1$

$$\Phi_{r-\beta} \geq 0 \quad \text{für} \quad r-\beta \geq (n+\delta)/2$$

$$F(p; r-\beta, n) := \frac{\varphi(r-\beta, T')}{\varphi(r-\beta, T)} \left\{ 1 + p \left[ \frac{\varphi(r-\beta, T)}{\varphi(r-\beta, T')} - \frac{\varphi(n, T)}{\varphi(n, T')} \right] \right\}$$

mit  $0 < F(\cdot) < 1$ ,  $F(p; n, n) = \varepsilon$

$$F_p \geq 0 \quad \text{für} \quad r-\beta \leq n$$

Beziehung (A.3), d.h. die Konsumquote aus dem (Brutto-) Lohneinkommen ist in Abhängigkeit vom Zinssatz in Fig.A.1 abgebildet.

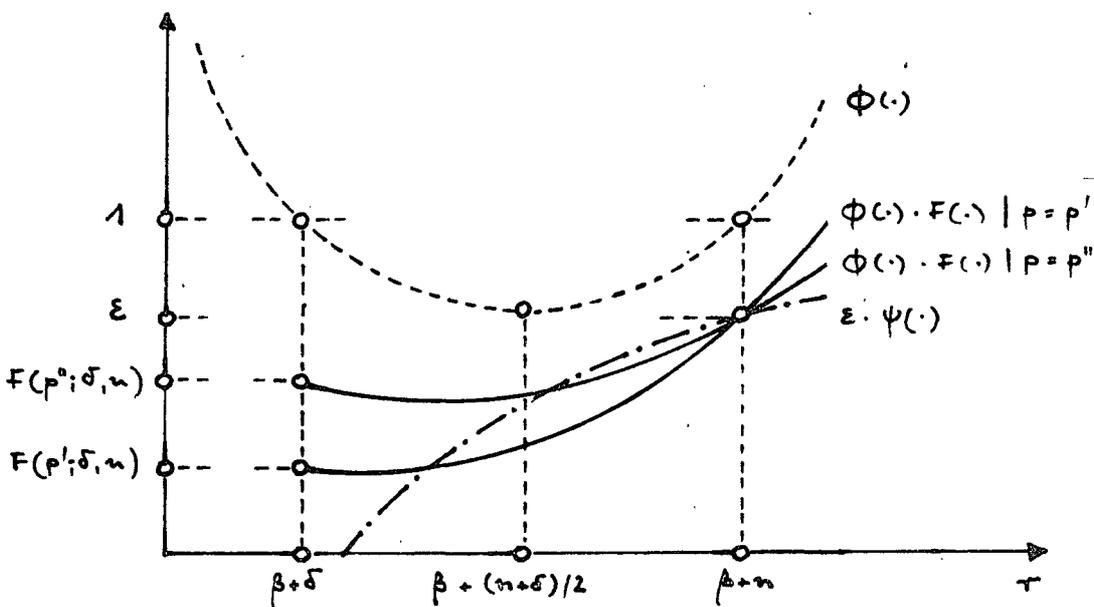


Fig.A.1: Konsumquote aus dem Lohneinkommen für  $n > \delta$ ;  $p'' > p'$

Eine Erhöhung von  $p$  führt aufgrund der Eigenschaften von  $F(\cdot)$  zu einer Drehung in  $(\varepsilon, n+\beta)$  im Uhrzeigersinn.

2. Die erforderliche Komplettierung zu einem Totalmodell kann nach dem Vorbild von CASS/YAARI (1967) erfolgen. Bei linear-homogener Produktionsfunktion  $Y = F(K, N_A)$  und HARROD-neutralem technischen Fortschritt mit der Rate  $\beta$  gilt offenbar

$$(A.4) \quad \dot{k} = f(k) - (n+\beta) \cdot k - \phi(\cdot) \cdot F(\cdot) \cdot W_0 / \varepsilon$$

$$k = K / N_A \cdot \exp(\beta \cdot t)$$

$$f(k) = F(k, 1)$$

Im steady-state  $\dot{k} = 0$  mit  $W_0 = f(k^*) - k^* \cdot f'(k^*)$  resultiert

$$(A.5) \quad \phi(r^* - \beta, n) \cdot F(p; r^* - \beta, n) = \varepsilon \cdot \psi(r^*)$$

$$\psi(r^*) := \frac{f(k^*) - (n+\beta) \cdot k^*}{f(k^*) - r^* \cdot k^*}, \quad k^* = f^{-1}(r^*)$$

$$\text{mit } \psi(r^*) \geq 1 \text{ für } r^* \geq n+\beta$$

Aus den oben erläuterten Eigenschaften von  $\phi \cdot F$  folgt, daß in jedem Falle und unabhängig von der Dimensionierung der Sozialversicherung (Höhe von  $p$ ) der Punkt  $(\varepsilon, n+\beta)$ , d.h. die Goldene Regel, eine Lösung von (A.5) darstellt. Darüber hinaus können zusätzliche Lösungen existieren. Wenn im Gesamtbereich  $\psi'(r^*) > 0$  und  $\psi''(r^*)$  das Vorzeichen nicht wechselt<sup>1)</sup>, können allerdings insgesamt nur zwei Lösungen existieren. Dieser Fall ist in Fig.A.1 abgebildet, wobei die zweite Lösung hier beispielhaft im ineffizienten Bereich  $r^* < n+\beta$  angenommen ist. Lokal stabil ist jene Lösung, für die  $\varepsilon \cdot \psi'(r^*) - \partial[\phi(\cdot) \cdot F(\cdot)] / \partial r^* < 0$ , d.h. in der die  $\varepsilon \cdot \psi$  -Kurve die Kurve der Lohn-Konsumquote von oben schneidet. Das ist im Beispiel von Fig.A.1 für den

1) Dies gilt z.B. für die COBB-DOUGLAS-Funktion  $f(k) = k^\alpha$ , für die man die Beziehung  $\psi(r) = [1 - (n+\beta) \cdot \alpha / r] / (1 - \alpha)$  erhält.

steady-state der Goldenen Regel der Fall; liegt der zweite steady-state dagegen rechts von der Goldenen Regel, so gilt die Aussage für dieses Gleichgewicht. Ökonomisch relevante, i.e. stabile steady-states können also grundsätzlich nicht im ineffizienten Bereich liegen<sup>1)</sup>.

Für komparativ-statische Überlegungen kann man sich daher auf den Bereich  $r > n + \beta$  beschränken; ferner kann man ohne weiteres  $z > p$  unterstellen. Wenn zusätzlich  $\delta < n$  angenommen wird (hinreichend), erhält man zunächst  $\partial r^* / \partial p > 0$ . Offen dagegen sind weiterhin die Vorzeichen von  $\partial r^* / \partial n$  und  $\partial r^* / \partial \beta$ , da gegenläufige Einflüsse vorliegen. Sind beide negativ, so gelten die im Text erwähnten Ergebnisse zu  $p$  ohne jede Einschränkung. Sofern positiv, sind sie aber numerisch klein, so daß für geringfügige Veränderungen ebenfalls die im Text erwähnten Ergebnisse zu vertreten sind.

#### Literatur

- AARON, H., The Social Insurance Paradox. Canadian Journal, Vol. 32 (1966): 371-374.
- CASS, D., YAARI, M.E., Individual Saving, Aggregate Capital Accumulation, and Efficient Growth. In: SHELL, K., ed., Essays on the Theory of Optimal Growth. Cambridge 1967: 233-268.
- FELDSTEIN, M.S., Social Security and Saving: The Extended Life Cycle Theory. American Economic Review, Papers and Proceedings, Vol. 66 (1976): 77-86.
- MILLER, M.H., UPTON, C.W., Macroeconomics: A Neoclassical Introduction. Homewood 1974.

---

1) Diese Überlegung unterstützt die Konsequenzen der im Text dargelegten politischen Ungleichgewichtigkeit des ineffizienten Bereichs.