

Ramser, Hans Jürgen

**Working Paper**

## Lebenszyklustheorie des Sparens: Zum Stand der Theorie

Diskussionsbeiträge, No. 101

**Provided in Cooperation with:**

Department of Economics, University of Konstanz

*Suggested Citation:* Ramser, Hans Jürgen (1977) : Lebenszyklustheorie des Sparens: Zum Stand der Theorie, Diskussionsbeiträge, No. 101, Universität Konstanz, Fachbereich Wirtschaftswissenschaften, Konstanz

This Version is available at:

<https://hdl.handle.net/10419/75094>

**Standard-Nutzungsbedingungen:**

Die Dokumente auf EconStor dürfen zu eigenen wissenschaftlichen Zwecken und zum Privatgebrauch gespeichert und kopiert werden.

Sie dürfen die Dokumente nicht für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, öffentlich zugänglich machen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Sofern die Verfasser die Dokumente unter Open-Content-Lizenzen (insbesondere CC-Lizenzen) zur Verfügung gestellt haben sollten, gelten abweichend von diesen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

**Terms of use:**

*Documents in EconStor may be saved and copied for your personal and scholarly purposes.*

*You are not to copy documents for public or commercial purposes, to exhibit the documents publicly, to make them publicly available on the internet, or to distribute or otherwise use the documents in public.*

*If the documents have been made available under an Open Content Licence (especially Creative Commons Licences), you may exercise further usage rights as specified in the indicated licence.*

FACHBEREICH WIRTSCHAFTSWISSENSCHAFTEN  
UNIVERSITÄT KONSTANZ

Lebenszyklustheorie des Sparens:

Zum Stand der Theorie

Hans Jürgen Ramser

Nr. 101

DISKUSSIONSBEITRÄGE

Ag 2986 77 Weltwirtschaft  
Kiel

D-7750 Konstanz  
Postfach 7733

Lebenszyklustheorie des Sparens:

Zum Stand der Theorie

Hans Jürgen Ramser

Nr. 101

Beitrag für:

7. Wirtschaftswissenschaftliches Seminar  
Ottobeuren 1977 (26.9. - 30.9.77)

September 1977

Diskussionsbeiträge des  
Fachbereichs Wirtschaftswissenschaften  
der Universität Konstanz

A 9 2986 77  
Wirtschaft  
Kiel

## Lebenszyklustheorie des Sparens:

## Zum Stand der Theorie

I. Einleitung

Die auf I. FISHER (1930) zurückgehende Idee, die individuellen Spar- und Konsumentscheide aus dem für die Lebenszeit erwarteten Einkommen zu erklären, wird allgemein als entscheidender Beitrag zu einer mikroökonomischen Begründung der makroökonomischen Konsum- bzw. Sparfunktion betrachtet. Die FISHERsche Konzeption, üblicherweise als Lebenszyklus-Modell (LZM) bezeichnet, ist - abgesehen von einem Aufsatz von v.STACKELBERG (1938/39) - erst in der Nachkriegszeit auf Interesse gestoßen resp. "wiederentdeckt und erweitert" worden (TOBIN, 1967). Am Anfang dieser Renaissance steht der Beitrag von MODIGLIANI/BRUMBERG (1955), die als erste eine makroökonomische Interpretation liefern; sie hat unter dem Terminus "Lebenszyklus-Hypothese" der Konsumfunktion Eingang in die Literatur gefunden. Ähnlich wie die FRIEDMANSche Hypothese des permanenten Einkommens (PIH) ist sie als Gegenstück zur Hypothese des absoluten Einkommens bzw. der KEYNESschen Konsumfunktion konzipiert, deren Aussagen zunehmend mit empirischen Ergebnissen in Widerspruch gerieten (s. FERBER, 1973).

Im Anschluß an die Arbeit von MODIGLIANI/BRUMBERG konzentrierte sich das wissenschaftliche Interesse einerseits auf die Aufarbeitung makrotheoretischer Implikationen des einfachen, der "traditionellen" Lebenszyklus-Hypothese zugrundeliegenden LZM. Gleichzeitig entstanden andererseits zahlreiche empirische Arbeiten, die eine weitere empirische Überprüfung mikro- und daraus abgeleiteter makroökonomischer Hypothesen zum Ziel hatten. Dabei stellten sich von vornherein erhebliche Mängel der mikroökonomischen Evidenz heraus. Im Gegensatz dazu sind die makro-

ökonomischen Ergebnisse bis in die jüngste Vergangenheit durchaus überzeugend (s. MODIGLIANI, 1970, FRANZ, 1976); die im folgenden darzulegende mangelnde Eindeutigkeit der makroökonomischen Hypothese bietet im übrigen grundsätzlich Gewähr dafür, auch normalerweise als irregulär empfundenenes Konsumverhalten rational zu erklären.

Die erwähnte, wenig überzeugende Mikro-Evidenz, die natürlich im nachhinein auch zunächst zufriedenstellende Makro-Resultate diskreditiert, hat in den vergangenen Jahren eine Revision der mikroökonomischen Struktur des LZM angeregt; die Resultate sind beachtenswert und durchaus geeignet, die erwähnten Einwände auszuräumen. Eine makrotheoretische Rezeption hat bisher nur ansatzweise stattgefunden: vermutlich ist der Zugewinn an Erklärungsgehalt auch in diesem Zusammenhang nicht unerheblich.

Die folgenden Ausführungen sollen i.w. die angedeutete Entwicklung der Theorie erläutern. Ausgangspunkt und Gegenstand von Teil II ist das - in einer vereinfachten Version - der traditionellen Lebenszyklus-Hypothese zugrundeliegende Standard-LZM in der Fassung von YAARI (1964, 1965) und TOBIN (1967) und seine makrotheoretischen Implikationen. Dabei können die über die bloße Formulierung einer makroökonomischen Konsumhypothese hinausgehende Folgerungen z.B. zur System-performance nur angedeutet werden. In Teil III werden als wesentlich eingeschätzte Aspekte der o.e. Erweiterungen der mikroökonomischen Basis und erkennbare Konsequenzen für die makroökonomische Konsumhypothese erörtert. Möglichkeiten einer Weiterentwicklung werden in Teil IV diskutiert.

## II. Standardmodell

### 1. Mikroökonomisches Konzept<sup>1)</sup>

1.1. Der Standardansatz des LZM wird in einer deterministischen

---

1) Die Bedeutung der verwendeten Symbole ist der Zusammenstellung am Ende des Beitrags zu entnehmen.

und einer bezüglich des Planungshorizonts (Lebenszeit) stochastischen Version vorgetragen. Im ersten Fall, der hier zunächst behandelt wird, läuft das LZM auf folgende Maximierungsaufgabe eines Haushalts<sup>1)</sup> hinaus

$$(II.1) \quad \max_{\substack{C(t,v) \geq 0 \\ A(v+T,v) \geq 0}} Z = \int_v^{v+T} U[C(t,v)] \exp[-\delta(t-v)] dt \\ + \exp(-\delta T) \cdot \tilde{U}[A(v+T,v)]$$

s. d.  $\dot{A}(t,v) = r(t) \cdot A(t,v) + W(t,v) - C(t,v)$   
 $A(v,v) \geq 0$

Üblicherweise wird angenommen, daß die den momentanen Konsum- resp. Vererbungsnutzen beschreibenden Funktionen  $U(\cdot)$  resp.  $\tilde{U}(\cdot)$  strikt konkav und zweimal stetig differenzierbar sind<sup>2)</sup>. Damit sind Eindeutigkeit und Kontinuität des optimalen Konsumpfads  $C^*(t,v)$  gesichert (sofern existierend); die Diskontierungsfunktion garantiert zeitliche Konsistenz der Planung (s. STROTZ, 1956).

Mit (II.1) sind von vornherein zahlreiche mehr oder minder restriktive Annahmen gemacht - , Annahmen zumindest, die in der für die ökonomische Theorie üblichen Weise von vornherein nur mehr eine "im großen und ganzen" zutreffende Beschreibung des ökonomischen Verhaltens erhoffen lassen. Abgesehen von der Hypothese sicherer Erwartungen beginnt dies bei der Wahl des Nutzenindex, insbesondere den Annahmen der additiven Separabi-

---

1) Der Haushalt ist definiert durch seinen Haushaltsvorstand. Zur Existenz einer Präferenzfunktion eines Haushalts auf der Basis von Präferenzfunktionen seiner Mitglieder vgl. SAMUELSON (1956).

2) Gelegentlich wird ferner  $U'(\infty) = \tilde{U}'(\infty) = \infty$  verlangt. Damit werden Randlösungen ausgeschlossen, d.h. eine explizite Beschränkung von  $C(t,v)$  und  $A(v+T,v)$  auf den nicht-negativen Bereich ist nicht mehr erforderlich. Ein negatives Endvermögen muß aus ökonomischen Gründen ausgeschlossen werden, da auch bei perfektem Kapitalmarkt borrowing-Paradoxa auftreten können (s. ARROW/KURZ, 1970, S. 158).

lität von  $U(\cdot)$  <sup>1)</sup> und z.B. der Unabhängigkeit von  $\tilde{U}(\cdot)$  von der ökonomischen Situation der Erben. In diesem Zusammenhang ist ferner auf die Isolierung der Konsumentscheidung von den übrigen ökonomischen Aktivitäten eines Haushalts zu verweisen, z.B. der Disposition der zur Verfügung stehenden Zeit. Aus letzterem folgt konsequenterweise, daß  $W(t, v)$  als exogen betrachtet werden muß <sup>2)</sup>. Schließlich wird mit der Verwendung eines einheitlichen Zinssatzes ohne Ansatz von Verschuldungsgrenzen ein perfekter Kapitalmarkt postuliert. Folglich kann  $A(v, v)$  hier auch als Kapitalwert sämtlicher, u.U. erst für  $t, v < t \leq v+T$  realisierter Erbschaften verstanden werden <sup>3)</sup>.

Konsumpfad und Höhe des vererbten Vermögens sind optimal, wenn bei gegebenem  $A(v, v)$  folgende Bedingungen erfüllt sind

$$\dot{C}^*(t, v) / C^*(t, v) = [r(t) - \delta] / \varepsilon [C^*(t, v)] \quad , \quad v \leq t \leq v+T$$

$$\varepsilon := - U''(\cdot) \cdot C / U'(\cdot) > 0$$

(II.2)

$$U' [C^*(v+T, v)] = \tilde{U}' [A^*(v+T, v)]$$

$$\dot{A}^*(t, v) = r(t) \cdot A^*(t, v) + W(t, v) - C^*(t, v)$$

$$A(v, v) \geq 0$$

- 1) Bei der gelegentlich benutzten Beschränkung des Planungshorizonts auf zwei Perioden lassen sich ohne größere Schwierigkeiten allgemeinere Annahmen verwenden (s.u.) Der Nachteil dieses Vorgehens besteht allerdings darin, daß kaum Aussagen über den sequentiellen Charakter des Entscheidungsprozesses und damit u.a. über die Eigenschaften des Zeitprofils optimaler Konsumpfade möglich sind.
- 2) Immerhin ist  $W(t, v)$  so interpretierbar und soll im weiteren so verstanden werden, daß das Modell eine nach Erreichen der Altersgrenze inaktive Phase mit vermindertem "festen" Einkommen abdeckt. Dazu ist  $W(t, v)$  einfach als Summe aus Arbeits-einkommen minus Nettozahlungen an die Sozialversicherung zu definieren.
- 3) Der optimale Konsumpfad ist daher von vornherein neutral gegenüber dem zeitlichen Anfall von Erbschaften (s. ISHIKAWA, 1974).

Der Konsum steigt also (fällt, bleibt unverändert) im Zeitablauf, sofern  $r(t) \cdot \delta > 0$  ( $<, =$ ); sofern das Vorzeichen dieser Differenz für  $t, v \leq t \leq v+T$ , gleich bleibt, verändert sich der Konsum monoton: es kann also kein Konsummaximum oder -minimum auftreten. Insbesondere existiert kein Zusammenhang zwischen dem Zeitprofil von  $C^*(t,v)$  und  $W(t,v)$ . Auch auf das Niveau des Konsumpfades hat der zeitliche Anfall der kontraktbestimmten (Erwerbs- oder Lohn-) Einkommen (netto Sozialversicherung) keinen Einfluß. Einfluß hat lediglich das sogen. Lebenseinkommen im Planungszeitpunkt  $v$ , d.h.

$$(II.3) \quad \Lambda(t,v) = A(t,v) \cdot \int_t^{v+T} W(\tau,v) \cdot \exp\left[-\int_t^\tau r(s) ds\right] d\tau, \quad t \geq v$$

für  $t=v$ , also  $\Lambda(v,v)$ <sup>1)</sup>. Dieser Sachverhalt folgt bereits aus dem Optimierungsansatz selbst, da die Integration der Nebenbedingungen unter Verwendung von (II.3) zu

$$(II.1)' \quad \Lambda(v,v) - \left\{ A(v+T,v) \cdot \exp\left[-\int_v^{v+T} r(s) ds\right] + \int_v^{v+T} C(\tau,v) \cdot \exp\left[-\int_v^\tau r(s) ds\right] d\tau \right\} = 0$$

führt<sup>2)</sup>. Folglich kann die Lösung allgemein durch die erste Beziehung aus (II.2) sowie

- 1) Das Lebenseinkommen in  $t$  ist die Summe der Kapitalwerte von in  $t$  vorhandenem Sachvermögen (non-human capital) und der für die restliche Lebenszeit realisierten Erwerbseinkommen (human capital) incl. Nettozahlungen der Sozialversicherung (s.o.).
- 2) Wenn man als "permanentes" Einkommen in  $t=v$  die  $\Lambda(v,v)$  entsprechende Annuität versteht, d.h.

$$\Lambda(v,v) / \int_v^{v+T} \exp\left[-\int_v^\tau r(s) ds\right] d\tau$$

so gilt die o.e. Aussage natürlich auch bezüglich dieser Größe.



$$(II.4) \quad C^*(v, v) = F^C [ \wedge(v, v), \underline{r}, \delta, T, \dots ]$$

$$A^*(v+T, v) = F^A [ \wedge(v, v), \underline{r}, \delta, T, \dots ] \quad , \underline{r} := [r(t) | v \leq t \leq v+T]$$

beschrieben werden. Sofern das Vorzeichen von  $r(t) - \delta$  für  $t$ ,  $v \leq t \leq v+T$  unverändert bleibt, gelten  $F_A^C, F_A^A > 0$ <sup>1)</sup>. Dagegen sind ohne schärfere Fassung der Annahmen die Vorzeichen der weiteren partiellen Ableitungen - die Punkte stehen für die Eigenschaften der Nutzenfunktion (z.B. Elastizitäten) - nicht eindeutig.

Natürlich kann die Planung in jedem Zeitpunkt  $v'$ ,  $v < v' < v+T$ , überprüft und - falls erforderlich - revidiert werden. Das neue Programm lautet ( $T' := T - (v' - v)$ ,  $\underline{r}' := [r(t) | v' \leq t \leq v+T]$ )

$$(II.4)' \quad C^*(v', v)_{v'} = F^C [ \wedge(v', v), \underline{r}', \delta, T', \dots ] \quad , F_A^C > 0$$

$$A^*(v'+T', v)_{v'} = F^A [ \wedge(v', v), \underline{r}', \delta, T', \dots ] \quad , F_A^A > 0$$

in Verbindung mit der ersten Beziehung aus (II.2), wobei das niedriggestellte Symbol den (neuen) Planungszeitpunkt anzeigt<sup>2)</sup>. Wie oben erwähnt, impliziert die Verwendung einer exponentiellen Diskontierungsfunktion zeitliche Konsistenz der Planung<sup>3)</sup>. Das bedeutet konkret, daß

$$(II.4)'' \quad C^*(v', v)_v = C^*(v', v)_{v'}$$

$$A^*(v+T, v)_v = A^*(v'+T', v)_{v'} \quad , \quad v < v' < v+T$$

Eine Überprüfung der Planung in  $v'$  veranlaßt also tatsächlich zu keiner Modifikation der Entscheidung: der realisierte Ablauf

1) Diese Aussage folgt aus einem Satz von ATKINSON (1971).

2) In (II.4) wurde auf diese Angabe der Einfachheit halber verzichtet, da nur  $v$  als Planungszeitpunkt in Betracht kommen kann.

3) Lautet die Diskontierungsfunktion in (II.1) allgemein  $\Delta(t-v)$ , so ist Konsistenz gesichert, sofern  $\Delta(t-v) / \Delta(T-v) = \Delta(t-v') / \Delta(T-v')$  (s. HADAR, 1971). Diese Bedingung ist offenbar für  $\exp[-\delta(t-v)]$  gesichert, wobei allerdings der Konsumnutzen in gleicher Weise wie der Vererbungsnutzen zu diskontieren ist.

folgt dem ursprünglich vorgesehenen Zeitprofil (unveränderte Datenkonstellation). In jedem als Revisionszeitpunkt auffaßbaren Zeitpunkt  $v$  kann also der Konsum gemäß (II.4)' als monoton zunehmende Funktion des jeweiligen Lebenseinkommens dargestellt werden, ohne daß sich das resultierende Programm von der Planung "bei Geburt" unterscheidet.

Bei konstantem Zinssatz und konstantem Erwerbseinkommen pro Periode kann das optimale Programm entsprechend ATKINSON (1971) in einem  $A(\cdot), C(\cdot)$  -Phasendiagramm (Fig. 1) verdeutlicht werden. Dabei wird erstens unterstellt, daß  $r - \delta > 0$ , so daß also der optimale Konsumpfad im gesamten Planungszeitraum  $[v, v+T]$  monoton ansteigt,  $\dot{C}^*(t, v) > 0$ ; zweitens ist eine Datenkonstellation angenommen, die dazu führt, daß  $\dot{A}^*(t, v)$  zunächst steigt und später fällt. Die Grafik läßt unschwer erkennen, daß ohne weiteres auch ein permanenter Anstieg oder eine permanente Abnahme des Vermögens vorkommen können<sup>1)</sup>. Diese im wesentlichen mit dem Ein-

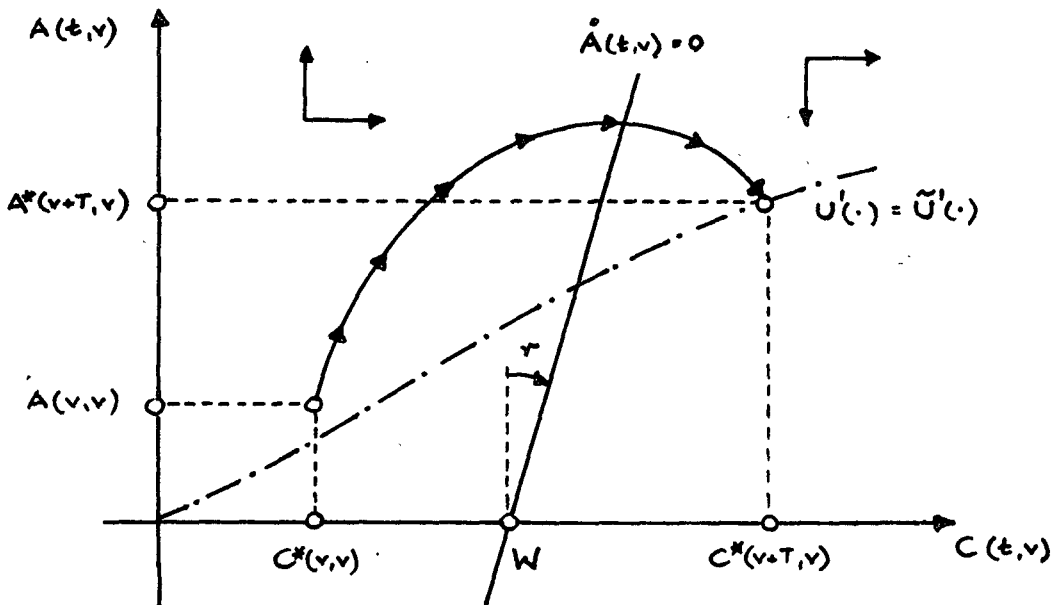


Fig. 1: Beispiel eines optimalen Programms für  $r > \delta$ .

1) Eine Zunahme (Abnahme) des Vermögens im gesamten Planungszeitraum ist um so wahrscheinlicher, je höher (niedriger) das Anfangsvermögen und je höher (niedriger) der marginale Vererbungsnutzen ist.

fluß des Vererbungsmotivs zusammenhängende Mehrdeutigkeit bedeutet in Verbindung mit der o.e. Unklarheit über das Vorzeichen von Zinseffekten<sup>1)</sup>, daß die Argumentation mit dem Modell in seiner bisherigen Fassung praktisch auf Aussagen beschränkt bleibt, die aus der Abhängigkeit des Konsums vom (laufenden) Lebenseinkommen folgen. Es wurde oben schon auf Überlegungen zum Einfluß verschiedener Vererbungs-Arrangements hingewiesen und festgestellt, daß die Annahme perfekter Kapitalmärkte dazu führt, daß der Konsumpfad unabhängig vom gewählten Procedere ist. Ein weiteres Beispiel sind Spekulationen über den Einfluß einer Veränderung von Sozialversicherungskonditionen: bei Veränderung von Leistungen und Beitragssätzen z.B. ist nur dann eine Reaktion des Konsumpfads prognostizierbar, wenn die "Rendite" der Sozialversicherung sich vom Marktzinsfuß unterscheidet - nur dann nämlich ändert sich auch das Lebenseinkommen<sup>2)</sup>; andernfalls wird einfach exakt durch Reaktion der privaten bzw. freiwilligen Ersparnis kompensiert. Da in der Regel  $W(t,v)$  mit Erreichen der Altersgrenze absinkt, wird ferner eine verbindliche gesetzliche Herabsetzung der Altersgrenze, da das Lebenseinkommen vermindert wird, zwangsläufig konsumdämpfend wirken (ceteris paribus).

1.2. Die relativ schwache Ergiebigkeit des LZM in seiner bisher vorgetragenen Fassung hat von Anfang an (s. TOBIN, 1967) dazu

---

1) Das gleiche gilt u.a. für Veränderungen der Nutzendiskontrate.

2) Die Frage, ob und wann sich ein Sozialversicherungssystem für den einzelnen lohnt, d.h. sein Lebenseinkommen erhöht, resp. ein positives "Sozialvermögen" entstehen läßt, wird gelegentlich unter dem Stichwort Renten-Paradoxon (social insurance paradox) diskutiert (s. SAMUELSON, 1958, AARON, 1966). Es läßt sich zeigen, daß u.a. bei alternativer Anlagemöglichkeit zum Marktzinsfuß eine nach dem Umlageverfahren organisierte Sozialversicherung nur dann vorteilhaft ist, wenn der Zinssatz geringer ist als die natürliche Wachstumsrate (s. AARON, 1966). Dieses Ergebnis ist weniger paradox als das Faktum, daß unter diesen Umständen überhaupt an einem derartigen System festgehalten wird. Denn die erwähnte Bedingung, die beiläufig Ineffizienz des Systems impliziert (i.S. von PHELPS/KOOPMANS), dürfte in der Realität kaum erfüllt sein. Vgl. in diesem Zusammenhang den weiter unten behandelten Beitrag von CASS/YAARI (1967), die nachweisen, daß bei Existenz von Geld auch in neoklassischen Systemen bei endogener Sparentscheidung Ineffizienz ausgeschlossen werden kann.

veranlaßt, stärkere Annahmen insbesondere für die Eigenschaften der Nutzenfunktion zu akzeptieren. So wird heute in der Regel mit isoelastischen Funktionen operiert. Wir verweisen als Beispiel auf den Beitrag von ATKINSON (1971), der den Einfluß von Kapitalsteuern auf die individuelle Sparentscheidung untersucht<sup>1)</sup>. Für eine Nutzenfunktion vom Typ  $U'(C) = C^{-\varepsilon}$ ,  $\varepsilon = \text{const.} > 0$  unter Vernachlässigung des Vererbungsmotivs<sup>2)</sup> unterscheidet sich das Planungsproblem von (II.1) dann - abgesehen natürlich von der entsprechenden Konkretisierung des Zielfunktionalis - in der zusätzlich erforderlichen Bedingung  $A(v+\tau, v) \geq 0$ . Bei konstantem Lohn- und Zinssatz erhält man folgendes optimale Programm<sup>3)</sup>.

$$(II.5) \quad C^*(t, v) = [ \wedge(v, v) / \varphi(\delta', \tau) ] \cdot \exp [ (\tau - \delta')(t - v) ]$$

$$\wedge(v, v) = A(v, v) + W \cdot \varphi(\tau, \tau) \quad , \quad \delta' = [\delta - r(1-s)]/\varepsilon$$

$$A^*(t, v) = [ A(v, v) + W \cdot \varphi(\tau, t-v) - \wedge(v, v) \cdot \varphi(\delta', t-v) / \varphi(\delta', \tau) ] \cdot \exp [ \tau(t-v) ]$$

bzw. unter Benutzung von (II.4)<sup>4)</sup>

1) Die Beschränkung auf isoelastische Konzepte reicht häufig keineswegs aus, um eindeutige Schätzhypothesen abzuleiten. So muß ATKINSON (1971, S. 226) am Schluß seiner Überlegungen feststellen: "The conclusions reached are only very limited in scope - both because the model involves a number of strong assumptions and because even with this assumptions it is difficult to obtain clearcut results."

2) In der Terminologie von YAARI (1965) handelt es sich bei Vernachlässigung (Einbeziehung) des Vererbungsmotivs um eine FISHERSche (MARSHALLSche) Nutzenfunktion. Berücksichtigt man ein Vererbungsmotiv, so stellt sich die Frage, ob mit gleicher oder unterschiedlicher Elastizität des Vererbungsnutzens argumentiert wird (s. BLINDER, 1974).

3) Es wird hier und im folgenden die Abkürzung  $\varphi(x, \tau) := \int_v^{v+\tau} \exp[-x(t-v)] dt$  verwendet.  $\varphi(\cdot)$  ist der Kapitalwert in  $v$  eines von  $v$  bis  $v+\tau$  fließenden Zahlungsstroms mit der Breite 1, berechnet auf Basis eines Zinssatzes von  $100x$  Prozent.  $\varphi(\cdot)$  fällt monoton mit  $x$  und steigt mit  $\tau$ ; es gelten  $\varphi(0, \tau) = \tau$ ,  $\varphi(\infty, \tau) = 0$ .

4) Man kann natürlich jedes beliebige Datum  $v'$ ,  $v < v' < v+\tau$ , als Planungsdatum auffassen, von dem aus  $C^*(t, v)$ ,  $v' \leq t \leq v+\tau$ , darstellbar ist als

$$C^*(t, v) = [ \wedge(v', v) / \varphi(\delta', \tau - (v' - v)) ] \cdot \exp [ (\tau - \delta')(t - v') ]$$

$$(II.5)' \quad C^*(t,v) = \Lambda(t,v) / \varphi[\delta', T-(t-v)]$$

$$\Lambda(t,v) = A^*(t,v) + W \cdot \varphi[\tau, T-(t-v)]$$

Diese Ansätze gelten unverändert für zeitvariable Erwerbseinkommen, wenn man  $W$  als mittleres Einkommen definiert, für das bei  $T$  Perioden  $W = \int_v^{v+T} W(s,v) \cdot \exp[-\tau(t-v)] ds / \varphi(\tau, T)$  gilt. Im speziellen Fall exponentiellen Wachstums kann man direkt integrieren und erhält für  $W(t,v) = W(v,v) \cdot \exp[\beta \cdot (t-v)]$ , d.h. jährlichem Wachstum der Löhne um  $100\beta\%$ , folgende Beziehungen

$$(II.5A) \quad C^*(t,v) = [\Lambda(v,v) / \varphi(\delta', T)] \cdot \exp[(\tau - \delta')(t-v)]$$

$$\Lambda(v,v) = A(v,v) + W(v,v) \cdot \varphi(\tau - \beta, T)$$

$$A^*(t,v) = [A(v,v) + W(v,v) \cdot \varphi(\tau - \beta, t-v) - \Lambda(v,v) \cdot \varphi(\delta', t-v) / \varphi(\delta', T)] \cdot \exp[\tau \cdot (t-v)]$$

$$(II.5A)' \quad C^*(t,v) = \Lambda(t,v) / \varphi[\delta', T-(t-v)]$$

$$\Lambda(t,v) = A^*(t,v) + W(t,v) \cdot \varphi[\tau - \beta, T-(t-v)]$$

Änderungen ergeben sich also nur im Rahmen der Vermögenskonzepte.

Über den oben dargestellten allgemeineren Fall hinausgehend sind hier zunächst einige komparativ-statische Ergebnisse bezüglich des Konsums im Planungszeitpunkt eindeutig; er steigt proportional mit dem relevanten (restlichen) Lebenseinkommen<sup>1)</sup>, sinkt daher mit sinkendem Erwerbseinkommen bzw. sinkender Zuwachsrates eines steigenden Erwerbseinkommens; dagegen sinkt er nur dann zwangsläufig mit steigendem Zins, sofern  $\beta < \tau$ ; er steigt grundsätzlich mit steigender Diskontrate, dagegen mit abnehmender Lebenszeit

---

1) Erst unter den hier getroffenen, denkbar restriktiven Annahmen also kommt eine Korrespondenz mit einem und nur einem der wesentlichen Aspekte der PIH zustande. Die transitorische Komponente ist durch das LZM grundsätzlich nicht begründbar (s. MILLER/UPTON, 1974). Im übrigen wird deutlich, daß permanentes Einkommen in ganz bestimmter Weise zu definieren ist, um zu der Aussage zu gelangen, daß die Konsumquote aus dem permanenten Einkommen gleich Eins ist. (Vgl. dagegen Note 2, S. 5).

notwendig nur für  $r - \beta > \delta'$  <sup>1)</sup>. Gleichlautende Aussagen für Konsumreaktionen in späteren Zeitpunkten sind nur insoweit ohne Einschränkung korrekt, als nicht Änderungen von  $r$  und/oder  $\delta$  betroffen sind <sup>2)</sup>.

1.3. Wie einleitend erwähnt, wird der Standardansatz auch unter Annahme unsicherer Erwartungen über die Länge der Lebenszeit entwickelt. Angenommen,  $T$  ist eine stochastische Variable mit bekannter Dichtefunktion  $\pi(t) \geq 0$ ,  $v \leq t \leq v + \bar{T}$ , mit  $\int_v^{v+\bar{T}} \pi(\tau) d\tau = 1$ . Die Wahrscheinlichkeit dafür, daß das  $t$ -te Lebensjahr erreicht wird, ist dann  $\Omega(t) = \int_t^{v+\bar{T}} \pi(\tau) d\tau$ ; der Wert in  $\tau$  der bedingten Dichtefunktion von  $T$  für  $T \geq t$  beträgt  $\pi_t(\tau) = \pi(\tau)/\Omega(t)$ . Wenn in der üblichen Weise unterstellt wird, daß der Konsument den Erwartungsnutzen maximiert, lautet das relevante Zielfunktional unter diesen Umständen <sup>3)</sup>

$$(II.6) \quad E(\bar{z}) = \int_v^{v+\bar{T}} \Omega(t) \cdot U[C(t, v)] \cdot \exp[-\delta \cdot (t-v)] dt$$

wobei hier der Einfachheit halber auf das Vererbungsmotiv verzichtet wird (FISHERSche Nutzenfunktion).

Bei Existenz risikoneutraler Versicherungen, die ebenfalls nur der Einfachheit halber auf perfekten Märkten konkurrieren sollen und keine Transaktionskosten zu tragen haben, wird sich der Zinssatz, zu dem derartige Gesellschaften Kredite gewähren und überschüssige Mittel aufnehmen, auf  $r'(t) = r(t) + \pi_t(t) > r(t)$  einstellen; dabei ist von einem Arrangement ausgegangen, nach dem sämtliche im Zeitpunkt des Ablebens bestehenden Forderungen (der Nachkommen) und Verbindlichkeiten (der Versicherungen) erlöschen. Für die Akkumulationsbeziehung  $\dot{A}(t, v)$  ist damit  $r'(t)$

- 
- 1) Für  $r - \beta < \delta'$  und  $A^*(\cdot) = 0$  gilt im Gesamtbereich das entgegengesetzte Vorzeichen; für  $A^*(\cdot) > 0$  erst für  $r - \beta < \delta' - z_0$ ,  $z_0 > 0$ .
  - 2) Veränderungen z.B. von  $r$  und  $\delta$  haben jeweils entgegengesetzten Einfluß auf Basiskonsum und Zeitfaktor, vgl. (II.5).
  - 3) Bei weiterhin konkaver Nutzenfunktion wird hier also von Risikoaversion ausgegangen.

unter Beachtung von (II.6) der allgemein relevante Zinssatz<sup>1)</sup>. Schließlich muß auch hier mit einer globalen Verschuldungsrestriktion operiert werden, die in Form von  $A(v + \bar{T} - \gamma, v) \geq 0, \gamma > 0$  (beliebig klein), geschrieben werden kann<sup>2)</sup>. Folglich hat das Optimierungsproblem insgesamt die gleiche Struktur wie (II.1), wenn dort  $\bar{U} = 0$  gesetzt und  $A(v + \tau, v) \geq 0$  verlangt wird. Daher ist sofort einsichtig, daß für das Konsumprogramm gelten muß

$$(II.7)' \quad \dot{C}^*(t, v) / C^*(t, v) = [r'(t) - \dot{\Omega}(t) / \Omega(t) - \delta] / \varepsilon [C^*(t, v)]$$

Da  $\dot{\Omega}(t) / \Omega(t) = -\pi_t(t)$ , resultiert wie früher

$$(II.7) \quad \dot{C}^*(t, v) / C^*(t, v) = [r(t) - \delta] / \varepsilon [C^*(t, v)]$$

Dennoch ist die Lösung quantitativ nicht identisch mit dem deterministischen Ansatz, da das Lebenseinkommen auf Basis von  $v'(t)$  berechnet werden muß<sup>3)</sup>. Qualitativ allerdings gelten die im vorigen Abschnitt erläuterten Lösungskonsequenzen unverändert auch hier.

- 1) Eine Verschuldung einerseits ist nur zu  $r'(t)$  möglich. Freie Mittel andererseits werden nicht auf dem nur  $r(t)$  bietenden Kapitalmarkt angelegt, sofern - wie in (II.6) - kein Vererbungsmotiv existiert. Bei Einbeziehung eines Vererbungsmotivs tritt dagegen ein Portfolio-Problem auf.
- 2) Das o.e. Arrangement der Verschuldung impliziert automatisch  $A(v + \tau, v) = 0$  (mit Sicherheit); d.h. ohne eine zusätzliche Beschränkung bestehen unbegrenzte Konsummöglichkeiten, wenn unbegrenzt "versicherte" Kredite aufgenommen werden können, selbst wenn diese mit zunehmendem Alter immer teurer werden.
- 3) Man kann für isoelastische Nutzenfunktion zeigen, daß bei Einführung (oder Erhöhung) des T-Risikos der optimale Konsum in der Planungsperiode für  $r - \delta > 0$  zunimmt, sofern die Lebenszeit im deterministischen Problem mit  $\bar{T}$  angesetzt wird. Wie LEVHARI/MIRMAN (1977) neuerdings dargelegt haben, wäre es verfehlt, diesen Effekt der mit konkaver Nutzenfunktion angenommenen Risikoaversion zuzuschreiben; er ist vielmehr auf die faktisch im Durchschnitt verkürzte Lebenszeit zurückzuführen (vgl. S. 10).

## 2. Makroökonomische Folgerungen

2.1. In seiner deterministischen Version wird das mikroökonomische Standardmodell allgemein sowohl zur Begründung kurzfristiger wie langfristiger makroökonomischer Konsumfunktionen verwendet. Die aus dem LZM resultierende kurzfristige Konsumhypothese liegt üblicherweise als Schätzfunktion den Tests der eigentlichen Lebenszyklus-Theorie des Konsums zugrunde (s. z.B. ANDO/MODIGLIANI, 1963). Für theoretische Überlegungen von größerer Bedeutung ist die deduzierbare langfristige Konsumfunktion; daneben spielt dieser Zusammenhang aber auch eine große Rolle bei der Spekulation über langfristige empirische Relationen (vgl. z.B. TOBIN, 1967).

Aus methodischer Sicht ist die Verwendung des deterministischen LZM eher zur Erklärung langfristiger als kurzfristiger Phänomene geeignet. Zwar wird in beiden Fällen eine für perfekte Voraussicht konzipierte Entscheidungsregel zur Erklärung des Verhaltens bei unvollständiger Information benutzt. Das simple Verfahren der Verlängerung von Trends ist im Rahmen von Überlegungen, die lediglich auf die Abschätzung langfristiger Größenordnungen abzielen, aber ohne weiteres - auch ohne explizite mikroökonomische Begründung - als "rationales" Procedere der Erwartungsbildung akzeptabel; weniger dagegen die entsprechende, beim Test der kurzfristigen Hypothese u.a. übliche Annahme, daß alle Erwartungen nur auf der Information über die Höhe des gegenwärtigen oder früheren Einkommens beruhen<sup>1)</sup>.

2.2. Bei der Deduktion einer kurzfristigen Konsumfunktion betrachtet man den Vermögensbestand und seine Verteilung als gegeben. Wenn man z.B. isoelastische Nutzenfunktion ohne Vererbungsmotiv, konstanten Zinssatz und exponentielle Entwicklung

---

1) Natürlich ist eine gute statistische Anpassung kein relevantes Argument: man schätzt eben alles andere, nur keine Lebenszyklus-Hypothese.



des Lohneinkommens unterstellt, resultiert die Konsumfunktion aus Aggregation von (II.5A)' über alle  $v$  bei gegebenen  $A(t, v)$ . Wenn die Generation  $v$  aus  $N_0 \exp(\mu \cdot v)$ ,  $N_0 = 1$ , Haushalten besteht, lautet die makroökonomische Konsumfunktion folglich

$$(II.8) \quad C^a(t) = \int_{t-T}^t \frac{A(t, v) + W(t, v) \cdot \varphi[r - \beta, T - (t - v)]}{\varphi[\delta', T - (t - v)]} \exp(\mu \cdot v) dv$$

wobei hier wie bei allen Aggregationen vom Konzept des repräsentativen Haushalts ausgegangen wird<sup>1)</sup>.

Zur Vereinfachung sei angenommen, daß  $\mu = 0$ ; ferner gelte, daß die Vermögensverteilung multiplikativ in Form von  $A(t, v) = \gamma(t) \cdot f(T, t - v)$  darstellbar ist, so daß  $A^a(t) = \gamma(t) \cdot F(T)$ ,  $F(T) := \int_{t-T}^t f(T, t - v) dv$ . Dann erhält man aus (II.8)<sup>2)</sup>

$$(II.9) \quad C^a(t) = G(T, \delta') \cdot A^a(t) + H(T, r - \beta, \delta') \cdot W^a(t)$$

$$G(T, \delta') := \int_{t-T}^t \frac{f(T, t - v) / F(T)}{\varphi[\delta', T - (t - v)]} dv > 0$$

$$H(T, r - \beta, \delta') := \frac{1}{T} \int_{t-T}^t \frac{\varphi[r - \beta, T - (t - v)]}{\varphi[\delta', T - (t - v)]} dv > 0$$

wobei  $G(\cdot)$ ,  $H(\cdot) < 1$  zu postulieren, d.h. zu verlangen ist, daß

1) Für den empirischen Test wird - abgesehen davon, daß  $t$  als diskrete Variable zu behandeln ist - i.d.R. das human capital aufgespalten in Löhne der laufenden Periode und zukünftige Löhne. Der Grund dafür ist natürlich, daß die zukünftigen Löhne nicht direkt zu beobachten sind und daher mit einer zusätzlichen Hypothese gearbeitet werden muß (s.o.). Grundsätzlich könnte man das "erwartete" human capital noch einmal in Kapitalwert der eigentlichen Erwerbseinkommen und Kapitalwert der Transfers von und an die Sozialversicherung ("Sozialvermögen") zerlegen.

2) Aus  $\mu = 0$ ,  $N_0 = 1$ , folgt, daß hier jede Generation genau aus einem Haushalt besteht. Damit gilt  $W^a(t) = W_0 \exp(\beta t) \cdot T$ .

$r-\beta$ ,  $\delta'$  und  $T$  auf geeignete Wertebereiche beschränkt sind<sup>1)</sup>.

Der Konsum steigt nach (II.9) proportional mit steigendem Sachvermögen und steigendem laufenden Erwerbseinkommen<sup>2)</sup>. Dabei ist zu beachten, daß eine Steigerung des laufenden Erwerbseinkommens mit einer gleichzeitigen Niveauverschiebung des Einkommenspfades verbunden ist; eine Erhöhung von  $W^*(t)$  mißt also praktisch eine Erhöhung des human capital. Will man den isolierten Einfluß einer ausschließlich auf eine Periode beschränkten Veränderung des Erwerbseinkommens feststellen, so ist  $C^*(t, v)$  entsprechend zu zerlegen<sup>3)</sup>. Der Einfluß ist natürlich geringer als  $H(\cdot)$  und auch geringer als nach der Hypothese des absoluten Einkommens. Er reicht allerdings aus, um zu prognostizieren, daß bei konjunkturellen Ausschlägen die marginale Konsumquote unter der durchschnittlichen liegt. Solange der individuelle Konsum im Verlauf des Lebens nicht sinkt, gilt dies auch für Querschnittsanalysen.

Da  $C_{\delta'} > 0$ ,  $H_{\delta'} > 0$  und  $H_{r-\beta} < 0$  erhält man ferner  $\partial C^*(t)/\partial \delta' > 0$ ,  $\partial C^*(t)/\partial \beta > 0$ <sup>4)</sup> und  $\partial C^*(t)/\partial r < 0$ . Diese eindeutigen Resultate legen nahe, noch einmal an die restriktiven Annahmen zu erinnern. Zusätzlich zu den o.e. Einzelheiten ist hier vor allem auf die Kurzfristigkeits-

- 
- 1) Es läßt sich zeigen, daß bei einer Konzentration der Vermögen auf die mittleren Jahre des Lebens für plausible Werte von  $\delta'$  und  $T$   $G(\cdot) < 1$  gilt; hinreichend für  $H(\cdot) < 1$  ist  $r-\beta \geq \delta'$ , eine Bedingung, die auch erfüllt sein muß, wenn das LZM zu langfristig sinnvollen Ergebnissen führen soll.
  - 2) Die relative Stärke beider Einflüsse ist offen und hängt u.a. von der Vermögensverteilung ab. Aus dem gleichen Grund ist der Effekt von Veränderungen von  $T$  nicht eindeutig.
  - 3) In (II.5A) ist  $W(t, v) \cdot \varphi [r-\beta, T-(t-v)] = W(t, v) \cdot \varphi (r-\beta, 1) + W(t+1, v) \cdot \varphi [r-\beta, T-(t-v) - 1]$  zu substituieren. Die im Text enthaltene Behauptung folgt dann aus  $\varphi (r-\beta, 1) \leq \varphi [r-\beta, T-(t-v)]$ ,  $t-T+1 \leq v \leq t$ . Eine entsprechende Zerlegung ist - allerdings aus anderen Gründen - bei der Formulierung einer Schätzfunktion üblich (s.o.).
  - 4) Obwohl im Prinzip steigende Unsicherheit approximativ als steigende Diskontrate darstellbar ist, ist eine entsprechende Interpretation (Stabilisierungseffekte!) hier aus den o.e. Gründen unzulässig (vgl. S. 12, Note 3).

annahme zu verweisen. Da die langfristigen Reaktionen (s.u.) keineswegs eindeutig sind, würde bereits bei einer mittelfristigen Konzeption mit Änderungen zu rechnen sein<sup>1)</sup>.

2.3. Bei der Ableitung der langfristigen Konsumfunktion wird der Vermögensbestand als endogene Variable betrachtet. Angenommen wiederum, die in  $v$  geborene Generation bestehe aus  $N_0 \exp(n \cdot v)$ ,  $N_0 = 1$ , völlig identischen Individuen (=Haushalten), deren (sichere) Lebenserwartung  $T$  Jahre beträgt. Bei einer daraus resultierenden Bevölkerung

$$N(t) = \int_{t-T}^t \exp(n \cdot v) dv = \exp(n \cdot t) \cdot \varphi(n, T) \quad \text{erhält man rechnerisch}$$

folgenden Pro-Kopf-Konsum:

$$(II.10) \quad c(t) := C^a(t) / N(t) = \frac{\int_{t-T}^t \exp(n \cdot v) \cdot C(t, v) dv}{N(t)} \\ = \frac{\int_{t-T}^t \exp[-n \cdot (t-v)] C(t, v) dv}{\varphi(n, T)}$$

Bei Zugrundelegung der FISHERSchen Nutzenfunktion mit  $\varepsilon = 1$ , der Annahme von  $A(v, v) = 0$  und  $r, W = \text{const.}$  ist  $C(t, v)$  durch (II.5) für  $\delta', \delta$  zu ersetzen. Das Ergebnis lautet

$$(II.11) \quad c(t) / W = \varphi(r, T) \cdot \varphi(n + \delta - r, T) / \varphi(n, T) \cdot \varphi(\delta, T) \\ := \phi(r, n, \delta)$$

---

1) Für statistische Tests auf der Grundlage von Zeitreihen müßte im Prinzip von einem mittelfristigen Ansatz ausgegangen werden - im Gegensatz zu dem üblichen Procedere, die Vermögensentwicklung als vollständig exogen zu behandeln (s. FRANZ, 1976).

mit  $\phi(n, n, \delta) = \phi(\delta, n, \delta) = 1$  sowie<sup>1)</sup>

$$(II.11)' \quad \begin{aligned} \phi_r &\geq 0 && \text{für } r \geq (n+\delta)/2 \\ \phi_n &\geq 0 && \text{für } r \leq \delta \quad 2) \\ \phi_\delta &\geq 0 && \text{für } r \leq n \end{aligned}$$

Zur Interpretation von (II.11) ist darauf hinzuweisen, daß das Produkt  $W \cdot \varphi(r, \tau)$  identisch ist mit dem "vollen" Lebenseinkommen des repräsentativen Haushalts<sup>3)</sup>. Insofern erhält man im Aggregat - anders als bei der Einzelbetrachtung - als Ergebnis die Proportionalität von Konsum und totalem (nicht nur jeweils restlichem) Lebenseinkommen. Veränderungen des Lebenseinkommens, die auf Veränderungen des Zinssatzes beruhen, ändern gleichzeitig den Proportionalitätsfaktor, d.h. die Konsumquote aus dem Lebenseinkommen. Der per-Saldo-Effekt wird durch  $\phi_r$  angegeben. Insgesamt läßt (II.11) erkennen, daß langfristig mit dem LZM von Fall zu Fall höchst unterschiedliche Konsumreaktionen vereinbar sind. Da approximativ  $n \approx 0$  gesetzt werden kann, ist praktisch die Höhe der Diskontrate für die Richtung des Zinseffekts ausschlaggebend.

Zur zusätzlichen Berücksichtigung eines Produktivitätsfort-

---

1) Man beweist die nachfolgenden Eigenschaften am einfachsten nach dem Vorgehen von CASS/YAARI (1967), d.h. unter Benutzung der Eigenschaften einer Hilfsfunktion. Auf unseren Fall zugeschnitten lautet sie  $\xi(x, \tau) = \varphi_x(x, \tau) / \varphi(x, \tau)$

$$= [(x\tau + 1) \cdot \exp(-x\tau) - 1] / x [1 - \exp(-x\tau)];$$

sie steigt monoton an, und es gilt  $\xi(-\infty, \tau) = -\tau$ ,

$$\xi(0, \tau) = -\tau/2, \quad \xi(+\infty, \tau) = 0$$

2) Zunehmende Bevölkerungszuwachsrates hat plausiblerweise nur dann einen positiven Einfluß auf die Pro-Kopf-Ersparnis, wenn der individuelle Konsumpfad ansteigenden Verlauf aufweist, i.e.  $r - \delta > 0$ .

3) Auch hier mißt eine Veränderung von  $W$  natürlich eine gleichzeitige Veränderung des Lebenseinkommens. Eine Ausgliederung des laufenden Einkommens ist im langfristigen Modell weniger sinnvoll.

schritts hat man von dem o.e. geeignet modifizierten Kalkül (II.5A) auszugehen. Mit  $W(v, v) = W_0 \exp(\beta v)$  resultiert durch Aggregation hier

$$(II.11A) \quad c(t) / W_0 \exp(\beta \cdot t) = \Phi(r-\beta, n, \delta)$$

Der trendbereinigte Pro-Kopf-Konsum ist in gleicher Weise von  $r-\beta, n, \delta$  abhängig wie oben der (stationäre) Pro-Kopf-Konsum von  $r, n, \delta$ ; z.B. gilt  $\Phi_{r-\beta} \geq 0$  für  $r-\beta \geq (n+\delta)/2$ .<sup>1)</sup>

In gleicher Weise wie der Pro-Kopf-Konsum läßt sich durch Aggregation das Pro-Kopf-Vermögen feststellen. Aus

$$(II.12) \quad a(t) := A^a(t) / N(t) = \int_{t-T}^t \exp(n \cdot v) \cdot A(t, v) dv / N(t)$$

folgt, wenn  $A(t, v)$  wiederum durch das optimale mikroökonomische Zeitprofil, hier sofort für  $\beta > 0$ , ersetzt wird

$$(II.13) \quad a(t) / W_0 \exp(\beta \cdot t) = \left\{ \varphi(\delta, T) [\varphi(n+\beta-r, T) - \varphi(n, T)] / (r-\beta) \right. \\ \left. - \varphi(r-\beta, T) [\varphi(n+\beta-r, T) - \varphi(n+\beta+\delta-r, T)] / \delta \right\} \\ \cdot [\varphi(n, T) \cdot \varphi(\delta, T)]^{-1} \\ = \psi(r-\beta, n, \delta)$$

mit  $\psi(\cdot) \geq 0$  für  $r-\beta \geq \delta$ ;  $\psi_n > 0$ ,  $\psi_\delta < 0$  für  $r-\beta \geq n$ . Sachvermögen existiert in einer Volkswirtschaft also nur dann, wenn der individuelle Konsum im Zeitablauf zunimmt, und zwar mit einer den Produktivitätsfortschritt übersteigenden Rate<sup>2)</sup>. Dabei ist

1) Für  $\beta > 0$  unterscheiden sich die Lebenseinkommen verschiedener Jahrgänge.

2) Durch Annahme plausibler Wertebereiche der einzelnen Determinanten überzeugt man sich, daß mit (II.13) näherungsweise Größenordnungen des Pro-Kopf-Vermögens erklärt werden können, wie sie für die Realität als typisch angesehen werden. Eine bessere Approximation ist zu erreichen, wenn berücksichtigt wird, daß das Erwerbsleben bereits vor  $(v+T)$  endet und anschließend nur mit einem niedrigen Einkommen zu rechnen ist. Dabei hat eine Herabsetzung des Pensionierungsalters eine Erhöhung der Einkommens-Vermögensrelation zur Folge.

natürlich in Rechnung zu stellen, daß hier von der Existenz eines Vererbungsmotivs abgesehen wurde. Aus (II.11A) und (II.13) kann die gesamtwirtschaftliche Konsumquote  $q(t)$  ermittelt werden; sie beträgt

$$(II.14) \quad q(t) = c(t) / [W_0 \cdot \exp(\beta \cdot t) + r \cdot a(t)] \\ = \phi(r, \beta, n, \delta) / [1 + r \cdot \psi(r, \beta, n, \delta)]$$

Für  $n, \beta = 0$  resultiert erwartungsgemäß  $q(t) = 1$ ; ferner ersieht man, daß - im Gegensatz zu vergleichbaren Ergebnissen von MODIGLIANI (1966)<sup>1)</sup> - Bevölkerungszuwachsrates und Produktivitätsfortschritt unterschiedlichen Einfluß haben.

Ohne (II.14) im Detail diskutieren zu müssen, erkennt man die langfristigen gesamtwirtschaftlichen Implikationen des LZM ausreichend, wenn man (II.14) mit den Annahmen der Goldenen Regel verbindet und damit in einfacher Weise zu einer bei Gleichgewichtswachstum denkbaren Beziehung ergänzt (s. TOBIN, 1967, CASS/YAARI, 1967). Das Ergebnis lautet

$$(II.14)' \quad q = \left\{ 1 + (n + \beta) [h(n, \tau) - h(\delta, \tau)] \right\}^{-1} = \text{const.} \\ h(x, \tau) = [\tau - \varphi(x, \tau)] / x \cdot \varphi(x, \tau)$$

mit  $\partial q / \partial n < \partial q / \partial \beta < 0$  und  $\partial q / \partial \delta > 0$ . Beziehung (II.14)' belegt

1) MODIGLIANI (1966) erhält für die Konsumquote  $q = [\alpha_2 + (1 - \alpha_2)(n + \beta)] / [\alpha_2 + (n + \beta)]$ ,  $\alpha_i > 0$ ,  $i = 1, 2$ . Dieses Resultat unterscheidet sich praktisch nicht mehr von Folgerungen aus der PIH, wenn das permanente Einkommen nach dem Modell der adaptiven Erwartungen bestimmt wird. Unter diesen Umständen (s. SURREY, 1976, S. 75f.) lautet der Ansatz für das permanente Einkommen

$Y_t^p = (1 - \lambda)(Y_t + \lambda Y_{t-1} + \lambda^2 Y_{t-2} + \dots)$ ,  $0 < \lambda < 1$ ; mit  $C_t^a = Y_t^p$  - transitorische Komponenten außer Betracht gelassen - folgt daraus  $C_t^a = (1 - \lambda)Y_t + \lambda C_{t-1}^a$ . Wächst  $Y_t$  mit der Rate  $n + \beta$ , so gilt im steady-state  $q = [(1 - \lambda) + (1 - \lambda)(n + \beta)] / [(1 - \lambda) + (n + \beta)]$ .

die Beurteilung des LZM durch TOBIN (1972), wonach "... the merit of the life cycle model is to explain both (a) why the long-run saving-income ratio should be roughly constant, and (b) what determines the value at which it is constant." (S.51).

2.4. Abgesehen davon, daß das LZM eine Erklärung der langfristigen Zusammenhänge zwischen Konsum, Einkommen und Vermögen liefert, lassen sich aus der Integration des LZM in makroökonomische Totalsysteme eine Reihe weiterer wichtiger Einsichten gewinnen. In diesem Zusammenhang ist u.a. auf Beiträge von SAMUELSON (1958), DIAMOND (1965), CASS/YAARI (1967) BRITTO (1969), UZAWA (1969), RAMSER (1972) und BLINDER (1974) zu verweisen.

CASS/YAARI (1967) untersuchen Effizienz und PARETO-Optimalität von Wachstumspfaden in einer kompetitiven Wirtschaft auf der Grundlage des mikroökonomischen Modells (II.5) für  $\varepsilon=1$  und der für die aggregativen Ergebnisse (II.11) und (II.13) mit  $\beta=0$  erforderlichen Annahmen (s.o.). Für ein geeignet erweitertes SOLOWsches Wachstumsmodell wird nachgewiesen, daß steady-states - sofern existierend - weder eindeutig noch effizient (i.S. von PHELPS/KOOPMANS) zu sein brauchen. Ineffizienz ist trivialerweise deswegen möglich, weil nicht auszuschließen ist, daß der (repräsentative) Konsument zu effizienten Zinssätzen mehr Vermögen zu halten wünscht als in Form des vorhandenen Kapitalstocks zur Verfügung steht. Wenn allerdings - in der für neoklassische Systeme typischen Weise - Geld eingeführt wird und Geld im Gleichgewichts-Portfolio enthalten ist, dann ist dieser steady-state effizient und PARETO-optimal.

BRITTO (1969) und RAMSER (1972) verwenden das LZM zur Erklärung der klassenspezifischen Sparquoten in einem MODIGLIANI/SAMUELSON-

Modell. Dabei wird in beiden Beiträgen für die Arbeiterklasse mit der FISHERSchen Nutzenfunktion operiert. Angehörige der Kapitalistenklasse verfahren bei BRITTO (1969) nach einer Variante der MARSHALLianischen Nutzenfunktion; unterstellt wird, daß jeder bestrebt ist, jedem einzelnen seiner Kinder dasselbe Vermögen zu vererben, das er selbst geerbt hat. Im Beitrag von RAMSER (1972) wird angenommen, daß nur das erhaltene Erbe insgesamt nicht angegriffen wird. Die allgemeinen verteilungstheoretischen Implikationen dieser Ansätze sind weniger ergiebig; insbesondere resultieren keine neuen Ansatzpunkte für eine fundiertere Spekulation über das Eintreten z.B. in den Anti-PASINETTI-Bereich. Dagegen können die Modelle insofern ein gewisses Interesse beanspruchen, als mit ihrer Hilfe zumindest in groben Umrissen Hinweise auf Verteilungsreaktionen in der Folge fiskal- und vermögenspolitischer Aktivitäten zu erhalten sind - stets natürlich vorausgesetzt, daß man dem neoklassischen 1-Gut-Modell überhaupt realistische Aussagen zutraut.

Auch BLINDER (1974) untersucht unter Verwendung des LZM Verteilungsprobleme. Im Gegensatz zu den bisher erwähnten Studien wird das LZM hier als Bestandteil eines Simulationsmodells verwendet, mit dessen Hilfe analysiert wird, wie weit die gegenwärtige personelle Verteilung der USA und damit allgemein die für moderne westliche Wirtschaften typischen einkommensmäßigen Ungleichheiten durch Lebenszyklus-Sparen erklärbar sind. Dabei wird natürlich nicht von homogen ausgestatteten Individuen ausgegangen, sondern ungleiche Lohnsätze und ungleiche Vermögensverteilung (faktische Strukturen der USA) unterstellt. Interessant ist, daß nicht die Verteilung ererbter Vermögen als vielmehr "... dispersion in wage rates is always the principal cause of inequality - a finding with important consequences for both policy and research" (S. 159).



### III. Erweiterungen des Standardmodells

#### 1. Untersuchte Fragestellungen

Die in den letzten Jahren vorgenommenen Revisionen des Standardmodells bestehen - formal gesehen - in einer Abschwächung bestimmter Annahmen, z.T. unter Inkaufnahme restriktiverer Fassung anderer Prämissen. Allgemein lassen sich unterscheiden

- Modifikationen des LZM unter Beibehaltung seines Charakters als reines Konsummodell; hierzu zählen eine Einbeziehung auch von Einkommensunsicherheiten, die Berücksichtigung von Kapitalmarktunvollkommenheiten und bestimmter Varianten des bisher verwendeten Zielfunktionalis;
- Erweiterungen des LZM durch Berücksichtigung simultaner Entscheidungen über weitere ökonomische Aktivitäten, wie der Portfoliowahl und der Entscheidung über die Verwendung der zur Verfügung stehenden Zeit (Arbeitsangebot, Freizeit, Weiterbildung einschl. Entscheidung über die Altersgrenze bzw. den Pensionierungszeitpunkt).

Die Fortentwicklung des LZM hängt natürlich teilweise damit zusammen, daß die Standardversion zur Behandlung bestimmter Fragestellungen einfach ungeeignet ist; überwiegend allerdings ist sie Reaktion auf die mangelnde empirische Evidenz gerade der mikroökonomischen Aussagen zum Konsumverhalten. Gemeint sind dabei ausgerechnet die zentralen Aussagen der Unabhängigkeit des Konsumpfads vom Zeitprofil der Einkommensentwicklung und die im Zeitablauf monotone Entwicklung der Konsumtätigkeit. Tatsächlich nämlich existiert in der Regel ein Konsummaximum in den mittleren Lebensjahren, zeitlich etwa zusammenfallend mit dem Maximum der Einkommenskurve (s. THUROW, 1969)<sup>1)</sup>. Mit

---

1) Theoretisch erklärbar ist das Konsummaximum zwar auch mit Hilfe des Standardmodells bei Berücksichtigung der Familiengröße (s. TOBIN, 1967); aber für diesen Zusammenhang läßt sich ebenfalls keine Evidenz beibringen (s. NAGATANI, 1972).

der Abhängigkeit nur vom Lebenseinkommen ebenfalls unvereinbar sind beobachtete Reaktionen auf Verbesserungen der Konditionen der Sozialversicherung, die nach dem Standardmodell zumindest keinen positiven Einfluß auf die Spartätigkeit haben sollten (s. FELDSTEIN, 1976). Dagegen ist der vielbeklagte Konsumattentismus der jüngsten Vergangenheit ohne weiteres mit einer revidierten Vorstellung über die Höhe des zu erwartenden Lebenseinkommens erklärbar.

Im folgenden werden die oben angeführten Modifikationen des Standardmodells mehr oder weniger detailliert erläutert. An die mikroökonomische Darstellung schließt dabei jeweils der Versuch einer Beurteilung der makroökonomischen Relevanz an.

## 2. Unsicherheit

2.1. Die Annahme vollkommener Information ist ohne Zweifel insbesondere bei einer Mehrperioden-Planung - hier in Form angenommener perfekter Voraussicht - äußerst stark, und es lag daher von vornherein nahe, u.a. hier einen Grund für die erwähnten Mängel der empirischen Evidenz zu suchen<sup>1)</sup>. Da die Berücksichtigung unsicherer Erwartungen über die Länge der Lebenszeit - wie früher dargelegt - zu keiner qualitativen Änderung der Modellaussagen führt, konzentrierte sich das Interesse verständlicherweise auf den Einfluß unsicherer Erwartungen über die Entwicklung der Einkommen in der Planungsperiode. Hierbei sind i.w. zwei Fragestellungen zu unterscheiden:

- welchen grundsätzlichen Einfluß hat eine zunehmende Einkommensunsicherheit auf die Konsum- resp. Spartätigkeit (Zukunftsvorsorge) in der Gegenwart (s. LEVHARI/SRINIVASAN, 1969, HAHN, 1970, SANDMO, 1970, MIRMAN, 1971);

---

1) Zweifel an der Relevanz unter der Annahme perfekter Voraussicht entwickelter Hypothesen werden allerdings gelegentlich auch einfach beiseite geschoben (s. TOBIN, 1972).

- welchen Einfluß hat Einkommensunsicherheit auf das Zeitprofil der Konsumtätigkeit (HAKANSSON, 1970, NAGATANI, 1972).

Die zuerst genannte Fragestellung kann ohne weiteres anhand eines Zwei-Perioden-Modells diskutiert werden, während eine Untersuchung der Reaktion des Konsumpfades die Zugrundelegung eines Mehrperioden-Ansatzes der bisher behandelten Struktur verlangt.

2.2. Bekanntlich führt der Übergang von einem deterministischen zu einem Unsicherheit oder Informationsmangel stochastisch erfassenden Ansatz nicht immer zu Ergebnissen, die auch intuitiv überzeugen. Dies gilt streckenweise ebenfalls für die Wirkungen zunehmender Einkommensunsicherheit. Intuitiv einleuchtend allerdings ist, daß im allgemeinen Aussagen über die Richtung von Konsum- oder Sparreaktionen davon abhängen, ob Erwerbs- oder Kapitaleinkommen betroffen sind: im ersten (zweiten) Fall führt nämlich Sparen in der Gegenwart zu sicherem (unsicherem) Mehreinkommen in der Zukunft<sup>1)</sup>.

Mit den Unterschieden in den prognostizierbaren Wirkungen beschäftigt sich insbesondere SANDMO (1970). Sie sollen im Gegensatz zu SANDMO von vornherein für additive Separabilität der Nutzenfunktion erläutert werden (Inferiorität ausgeschlossen). Bei zweiperiodiger FISHERscher Nutzenfunktion steht also folgende Optimierungsaufgabe zur Diskussion<sup>2)</sup>

$$(III.1) \quad \max_{C_0, C_1 \geq 0} E [U(C_0) + \bar{\beta} \cdot U(C_1)] \quad , \quad \bar{\beta} = \beta / (1 + \delta)$$

$$s. a. \quad C_0 + C_1 / (1 + r) = W_0 + W_1 / (1 + r) := \Lambda_0$$

wobei  $U(\cdot)$  monoton zunehmen und strikt konkav sein soll<sup>3)</sup>;

- 1) Unterschiedliche Einschätzungen, die sich in der Literatur finden (vgl. SANDMO, 1970), müssen also nicht von vornherein auch widersprüchlich sein.
- 2) Zur Vereinfachung wird  $C_{v,v} = C_0$ ,  $C_{v+1,v} = C_1$  geschrieben; d.h. man setzt  $v=0$  und unterdrückt das zweite Suffix.
- 3) Man kann sich leicht überzeugen, daß die Lösung des entsprechenden deterministischen Problems für konstantes  $\beta$  Sonderfall der Lösung des  $T$ -Perioden-Problems (II.5) ist. - Ein vorhandenes Anfangsvermögen kann man sich als Teil von  $W_0$  vorstellen.

$W_1$  und  $r$  sind stochastische Variable mit bekannter Dichtefunktion. Erste und zweite Bedingung für ein Optimum lauten

$$(III.2) \quad U'(C_0) - \bar{\delta} \cdot E [U'(C_1) \cdot (1+r)] = 0$$

$$D := U''(C_0) + \bar{\delta} \cdot E [U''(C_1) \cdot (1+r)^2] < 0$$

Die komparativ-statischen Eigenschaften dieser Lösung bezüglich der bekannten Determinanten sind im vorliegenden Zusammenhang nicht weiter interessant: die Reaktionen von z.B.  $C_0$  auf Veränderungen von  $\bar{\delta}$  und  $\wedge_0$  - sofern durch Veränderungen von  $W_0$  hervorgerufen - entsprechen denen des deterministischen Ansatzes. Dagegen ist zunächst unklar, welche Wirkung zunehmendes Risiko in Gestalt zunehmender Varianz von  $W_1$  bzw.  $r$  hat. Der Zusammenhang kann (vgl. SANDMO, 1970) in der Weise analysiert werden, daß man  $W_1$  bzw.  $r$  durch  $(a_0 \cdot W_1 + a_1)$  bzw.  $(b_0 \cdot r + b_1)$  substituiert und  $a_0$  bzw.  $b_0$  erhöht; damit steigen zunächst Varianz und Erwartungswert von  $W_1$  bzw.  $r$ . Um den Risikoeffekt zu isolieren, ist die Erhöhung des Erwartungswertes durch Reduktion von  $a_1$  bzw.  $b_1$  zu neutralisieren ( $da_1/da_0 = -E(W_1) : \mu_W$  bzw.  $db_1/db_0 = -E(r) : \mu_r$ ). Aus (III.2) erhält man unter diesen Umständen

$$(III.3) \quad \left. \frac{\partial C_0}{\partial a_0} \right|_{da_1/da_0 = -\mu_W} = \bar{\delta} \cdot E [U'' \cdot (W_1 - \mu_W) \cdot (1+r)] / D$$

$$\left. \frac{\partial C_0}{\partial b_0} \right|_{db_1/db_0 = -\mu_r} = \bar{\delta} \cdot E [U'' \cdot (W_0 - C_0) \cdot (r - \mu_r) \cdot (1+r) + U' \cdot (r - \mu_r)] / D$$

Hieraus geht hervor, daß eine Aussage über das Vorzeichen von Risikoeffekten ohne zusätzliche Annahmen über die Nutzenfunktion - Risikoaversion wurde bereits mit Konkavität von  $U(\cdot)$  unterstellt - nicht möglich ist. Für den Effekt zunehmender Unsicherheit des zukünftigen Erwerbseinkommens  $W_1$  zunächst ergibt lineare Approximation von  $U''(\cdot)$  in  $\mu_W$

---

1) SANDMO (1970) spricht im ersten (zweiten) Fall von Einkommens-(Kapital-) Risiko. In vielen Fällen wird lediglich das Kapital-Risiko behandelt (s. LEVHARI/SRINIVASAN, 1969, HAHN, 1970).

$$(III.4A) \quad \left. \frac{\partial C_0}{\partial a_0} \right|_{da_1/da_0 = -\mu_w} = \bar{\delta} \cdot E[(W_1 - \mu_w)^2] \cdot U''' / D$$

Bei steigender Unsicherheit (Erwartungswert unverändert) nimmt der Konsum in der Gegenwart also ab, wenn  $U''' > 0$  bzw. wenn abnehmende absolute Risikoaversion vorliegt (hinreichend)<sup>1)</sup>. Dagegen ist die Wirkung zunehmender Unsicherheit des Kapital- oder Zinseinkommens mit derselben zusätzlichen Annahme nicht eindeutig bestimmbar. Nach dem Vorgehen von SANDMO (1970) kann man den Gesamteffekt in Einkommens- und Substitutionseffekt (EE und SE) zerlegen, i.e.  $\partial C_0 / \partial b_0 = EE + SE$ ,  $EE := \bar{\delta} \cdot E[U'' \cdot (W_0 - C_0)(r - \mu_r)(1+r)] / D$  und  $SE := \bar{\delta} \cdot E[U' \cdot (r - \mu_r)] / D$ . Aus der Konkavitätsannahme folgt, daß  $SE > 0$ , d.h. zunehmendes Zinsrisiko führt aus Substitutionsgründen tendenziell zu einem Anstieg des gegenwärtigen Konsums. Dagegen ist die Richtung des Einkommenseffekts unklar; abnehmende absolute Risikoaversion ist allerdings eine notwendige Voraussetzung dafür, daß  $EE < 0$ .

Um zu eindeutigen Hypothesen nicht nur über das Vorzeichen von EE, sondern auch den per-Saldo-Effekt zunehmenden Kapitalrisikos zu gelangen, liegt natürlich nahe, auch hier die Annahme isoelastischer Nutzenfunktion zu machen. Im allgemeinen läßt sich aber lediglich konstatieren, daß  $EE(\varepsilon = 1) < 0$  und  $EE(\varepsilon \geq \tilde{\varepsilon} > 1) > 0$ ; das Vorzeichen des Gesamteffekts ist also für  $\varepsilon \geq \tilde{\varepsilon}$  positiv, für  $\varepsilon < \tilde{\varepsilon}$  dagegen weiterhin unbestimmt<sup>2)</sup>.

1) Nach dem Vorschlag von ARROW (1965) wird absolute Risikoaversion durch  $-U''(C)/U'(C)$  gemessen. Die Annahme abnehmender absoluter Risikoaversion gilt im allgemeinen als durchaus plausibel.

2) In der Literatur wird bei der Diskussion des Kapitalrisikos i.d.R. von dem wenig realistischen Fall  $W_1 = 0$  ausgegangen. Dies ist insofern etwas problematisch, weil diese Annahme im Zusammenhang mit isoelastischer Nutzenfunktion zu Besonderheiten führt, deren nur spezielle Gültigkeit zu beachten ist. So führt erstens die Annahme  $\varepsilon = 1$  dazu, daß  $\partial C_0 / \partial b_0 = 0$ , d.h. die Konsumententscheidung nicht auf Veränderung des Zinsrisikos reagiert: ein im Prinzip triviales Ergebnis, da bereits die 1. Bedingung nicht mehr vom Zinssatz abhängig ist. Ferner kann man zeigen, daß für  $\varepsilon < 1$  ( $\varepsilon > 1$ ) der per-Saldo-Effekt auf  $C_0$  positiv (negativ) ist.

Der Erklärungsgehalt dieser Resultate bzw. ihre Verwertbarkeit bei der Formulierung von Schätzhypothesen ist vielfältig. Für die Masse der Konsumenten stellt das Erwerbseinkommen die mit Abstand wichtigste Einkommensquelle dar; für makroökonomische Folgerungen konnte daher approximativ von den bei abnehmender absoluter Risikoaversion eindeutigen Ergebnissen zunehmender Unsicherheit des Erwerbseinkommens ausgegangen werden. Damit wird sinnvoll erklärt, daß bei zunehmender Unsicherheit des Arbeitsplatzes (Rezession) die Spartätigkeit ebenfalls zunimmt. SANDMO (1970) verweist ferner auf die Möglichkeit, unterschiedliches Sparverhalten von Selbständigen und Unselbständigen, d.h. die höhere Sparquote der Selbständigen zu begründen, da man das Einkommen der Selbständigen auf der Basis seiner ex-post-Variabilität als unsicherer einzuschätzen hat. Dabei muß allerdings eingeschränkt werden, daß man annehmen muß, daß das Einkommen der Selbständigen eben nicht vorwiegend Charakter eines Kapitaleinkommens hat, d.h. seiner Höhe nach nicht oder nicht wesentlich von der gegenwärtigen Akkumulation abhängig sein darf. Schließlich liegt wohl auf der Hand, daß die dargelegten Zusammenhänge sinnvolle Erklärungen auch für zunächst unverständlich scheinende Konsumreaktionen erlauben. Dies gilt z.B. für die häufig erwähnte negative Reaktion des Konsums auf eine Verbesserung der Konditionen der Sozialversicherung. Wenn bei steigenden Beitragssätzen eine die private Rendite übersteigende Leistungsverbesserung versprochen wird, so steigt zwar das erwartete Lebenseinkommen, es wird aber zwangsläufig unsicherer<sup>1)</sup>. Per Saldo kann also der Konsum in der Gegenwart ohne weiteres sinken.

2.3. Die bisherigen Überlegungen sind die Grundlage für Spekulationen über den Einfluß der Einkommensunsicherheit auf das

---

1) Die "Rendite" der Sozialversicherung ist unsicherer als die der privaten Anlage, weil - unveränderte Wirtschaftsordnung vorausgesetzt - grundsätzlich nicht im Interesse späterer Generationen liegen kann, die Rendite privater Anlagen zu kürzen. Daß das Gegenteil für die Sozialversicherung gilt, ist trivial.

Zeitprofil des Konsums eines Haushalts, wie sie sich u.a. in dem in diesem Zusammenhang sehr wichtigen Beitrag von NAGATANI (1972) finden. Wenn man die Annahme abnehmender absoluter Risikoaversion akzeptiert, kann der dann eindeutig negative Effekt zunehmenden Risikos des Erwerbseinkommens nämlich in sehr einfacher Weise in dem in Kap. II dargestellten Standardansatz des LZM berücksichtigt werden: "... uncertainty about future income (i.S. von Erwerbseinkommen, H.J.R.) is translated into a risk premium which adds to the market interest rate in discounting future income" (NAGATANI, 1972, S. 348).<sup>1)</sup> M.a.W.: gegenüber der Formulierung in (II.1) ändert sich lediglich die Akkumulationsbeziehung, die in integrierter Form anstelle früher (II.1)'

$$(III.5) \quad \bar{\Lambda}(v, v) := A(v, v) + \int_v^{v+T} E[W(\tau, v)] \cdot \exp\left[-\int_v^{\tau} [r(s) + j(s, v)] ds\right] d\tau$$

$$= A(v+T, v) \cdot \exp\left[-\int_v^{v+T} r(s) ds\right] + \int_v^{v+T} C(\tau, v) \exp\left[-\int_v^{\tau} r(s) ds\right] d\tau$$

ergibt. Dies macht ohne weiteres plausibel, daß die Lösung von (II.1) bei Berücksichtigung von (III.5) anstelle der ursprünglichen Nebenbedingungen jetzt formal wie folgt lauten wird

$$(III.6) \quad \dot{C}^*(t, v) / C^*(t, v) = [r(t) - \delta] / \varepsilon[C^*(t, v)] \quad , \quad v \leq t$$

$$C^*(v, v)_v = F^C[\bar{\Lambda}(v, v), r, \delta, T, \dots] \quad , \quad F_1^C > 0$$

$$A^*(v+T, v)_v = F^A[\bar{\Lambda}(v, v), r, \delta, T, \dots] \quad , \quad F_1^A > 0$$

Wenn man mit (II.4) vergleicht, wird also lediglich das sichere Lebenseinkommen  $\Lambda(v, v)$  durch das risikoadjustierte Lebenseinkommen bzw. das Sicherheitsäquivalent  $\bar{\Lambda}(v, v)$  ersetzt.

1) Vgl. zu diesem Konzept neuerdings BOWDEN (1974), der darauf hinweist, daß die Risikoprämien nicht exogen bestimmt sind, sondern vom Charakter des Nutzenfunctionals abhängen. Die Berücksichtigung dieses Zusammenhangs führt aber zu keiner grundsätzlichen Änderung der Ergebnisse von NAGATANI.

Nun liegt allerdings auf der Hand, daß die Planung im Gegensatz zu früher nicht mehr konsistent sein kann, folglich (III.6) nicht mehr das optimale Verhalten für die gesamte Planungsperiode beschreiben kann. Grund ist, daß  $\bar{\Lambda}(v',v)_v \neq \bar{\Lambda}(v',v)_{v'}$ ,  $v < v' < v+T$ , da erstens  $\bar{\Lambda}(v',v)_{v'}$  auf Basis der tatsächlichen Entwicklung des Erwerbseinkommens für  $[v, v']$  kalkuliert ist und zweitens der verringerte Abstand zur Zukunft eine genauere Einschätzung der erwarteten Erwerbseinkommen für  $[v', v+T]$  ermöglicht. NAGATANI (1972, S. 348) drückt diesen Sachverhalt wie folgt aus: "... since realized income is generally different from what he expected and since his future outlook (the expected value as well as the degree of uncertainty associated with future income) is conditioned by his age, the wealth constraint itself becomes a function of his age." Die Konsequenz ist, daß in jedem Revisionszeitpunkt eine Modifikation der vorangegangenen Planung stattfindet - wenn auch nicht eine Modifikation der Entscheidungsregel selbst. Das Gesamtprogramm stellt sich folglich dar als eine Abfolge inkonsistenter Teilprogramme, wobei allgemein zwischen zwei aufeinanderfolgenden Revisionszeitpunkten  $v'$  und  $v''$  gilt

$$(III.7) \quad \dot{C}^*(t, v) / C^*(t, v) = [\tau(t) - \delta] / \varepsilon [C^*(t, v)] \quad , \quad v \leq v' \leq t \leq v'' < v+T$$

$$C^*(v', v)_{v'} = F^C [ \bar{\Lambda}(v', v)_{v'} , \dots ] \quad , \quad F_1^C > 0$$

$$A^*(v+T, v)_{v'} = F^A [ \bar{\Lambda}(v', v)_{v'} , \dots ] \quad , \quad F_1^A > 0$$

Im Extremfall ist (III.7) nur jeweils für eine Periode verbindlich.

Bei einigen vereinfachenden Annahmen weist NAGATANI (1972) nach, daß für den "durchschnittlichen" Konsumenten "... the revised consumption profile tends to resemble the profile of his human income" (S. 351). Unterstellt wird, daß der Risikofaktor sowie die Schätzung der Erwerbseinkommen unabhängig sind vom Planungszeitpunkt; darüber hinaus sollen die Einkommenserwartungen ex post korrekt sein. Nehmen wir zur weiteren Vereinfachung an, daß Zinssatz und Risikofaktor im Zeitablauf konstant sind, dann



lautet (III.7) bei isoelastischer Nutzenfunktion ohne Vererbungsmotiv konkret wie folgt ( $\delta' := [\delta - r(1-\epsilon)] / \epsilon$ )

$$(III.8) \quad \dot{C}^*(t, v) / C^*(t, v) = r - \delta' \quad , \quad v \leq v' \leq t \leq v'' \leq v + T$$

$$C^*(v', v)_{v'} = \bar{\Lambda}(v', v)_{v'} / \psi[\delta', T - (v' - v)]$$

$$\bar{\Lambda}(v', v)_{v'} = A(v', v) + \int_{v'}^{v+T} E[W(\tau, v)] \cdot \exp[-(\tau+j)(T-(v'-v))] d\tau$$

Wenn der Konsument - was angenommen werden soll - seine Planung in jeder Periode revidiert, gilt (III.8) jeweils nur für eine Periode, nämlich  $v'$ . Die von Periode zu Periode eintretende relative Veränderung des Konsums ist unter diesen Umständen offenbar nicht mehr  $r - \delta'$ , sondern stets  $d \ln [C^*(v', v)_{v'}] / dv'$  unter Berücksichtigung der realisierten Akkumulation, d.h.<sup>1)</sup>

$$(III.9) \quad \dot{C}^*(v', v)_{v'} / C^*(v', v)_{v'} = (\tau - \delta') + j \cdot [\lambda - \alpha(v', v)]$$

$$\alpha(v', v) := A(v', v) / \bar{\Lambda}(v', v)_{v'}$$

Für die faktische Zunahme des Konsums ist u.a. der Quotient  $\alpha(v', v)$  relevant, dessen Höhe i.w. vom Zeitprofil der Erwerbseinkommen abhängt. Erreicht das Erwerbseinkommen - wie normalerweise anzunehmen ist - ein Maximum im zweiten Drittel des Lebens, so ist  $\alpha(v', v)$  zu Beginn gering mit der Wirkung zu Beginn niedrigeren Niveaus, aber höherer Zuwachsrates des Konsums als im deterministischen Fall. Der "stochastische" Konsumpfad wird den deterministischen Konsumpfad von unten kreuzen, wobei "... such a break-even point will be reached the sooner (the later), the more concentrated the human income

1) Bei der erforderlichen Differentiation der zweiten Relation aus (III.8) nach  $v'$  ist folglich zu beachten, daß  $\dot{A}(v', v) = r \cdot A(v', v) + W(v', v) - C^*(v', v)_{v'}$ , d.h. die tatsächliche Verzinsung beträgt  $\tau$ .

profile is in the early (late) years" (NAGATANI, 1972, S. 350). Nimmt das Einkommen im letzten Lebensdrittel wieder ab, so wird für  $r-\delta < 0$  der Konsum nach einem - wie oben erwähnt - für typisch geltenden "'hump' around the middle years of life" ebenfalls wieder sinken: Einkommen und Konsum entwickeln sich also etwa synchron.<sup>1)</sup>

Eine entsprechende makroökonomische Konsumfunktion entsteht durch Aggregation der zweiten Beziehung aus (III.8) über alle Jahrgänge in der in Kap. II dargelegten Weise. Wenn man auch hier das Konzept des repräsentativen Konsumenten verwendet und ein typisches Zeitprofil für die individuellen Erwerbseinkommen annimmt, "... the discounted value of future income can be written as a function of current income. Therefore, the aggregate consumption will be a function of aggregate nonhuman wealth and wage income, but it will not be a simple linear function of these variables" (NAGATANI, 1972, S. 352 f.). Die Abhängigkeit wird - abgesehen von  $r, \delta, j$  etc. - nicht zuletzt von der aus dem typischen Verlauf des individuellen Erwerbsein-

---

1) Da die Annahme  $r-\delta < 0$  bei Inexistenz eines Vererbungsmotivs unter langfristigen Aspekten zu makroökonomisch offenkundig unsinnigen Ergebnissen führt (vgl. S. 18), ist im Prinzip das von NAGATANI unterstellte Nutzenfunktional problematisch. Durch Berücksichtigung des Vererbungsmotivs qua Ausdehnung des Planungshorizonts (vgl. 4.2) läßt sich aber zeigen, daß die Ergebnisse sich nicht grundlegend ändern.

kommens resultierenden Einkommensverteilung zwischen den verschiedenen Jahrgängen und der damit bestimmten Vermögensverteilung determiniert. Formal unterscheidet sich eine hieraus entwickelte kurzfristige Konsumfunktion also nicht wesentlich von (II.9) - wohl aber im quantitativen Einfluß des laufenden aggregierten Erwerbseinkommens auf den aggregierten Konsum<sup>1)</sup>. Das Konzept von NAGATANI kommt daher der KEYNESianischen Konsumfunktion nahe.

2.4. Die Überlegungen zum grundsätzlichen Einfluß der Unsicherheit über die zukünftige Einkommensentwicklung auf die Sparentscheide in der Gegenwart (Abschnitt 2.2) werden unter der Annahme bekannter objektiver Dichtefunktionen der relevanten Variablen angestellt. Daß diese Prämisse immer noch unrealistisch ist, braucht nicht betont zu werden. Man kann allerdings davon ausgehen, daß die grundsätzlichen Resultate relativ robust sind; auch bei Annahme einer laufenden Revision subjektiver Dichtefunktionen, d.h. der Annahme eines Erwartungsbildungsprozesses sinnvoller Form<sup>2)</sup> dürften keine grundsätzlichen Änderungen in Rechnung zu stellen sein.

---

1) Bei der Zerlegung des human capital in laufendes Erwerbseinkommen und Kapitalwert der Erwerbseinkommen ab der Folgeperiode bleibt bei Übergang vom deterministischen Ansatz auf das NAGATANI-Modell der Multiplikator des laufenden Einkommens unverändert; dagegen sinkt der Multiplikator des jetzt risikoadjustierten Kapitalwerts der späteren Einkommen.

2) Die mikroökonomischen Probleme der Erwartungsbildung können hier nicht im einzelnen dargelegt werden. Zu einer kurzen Darstellung verschiedener Aspekte vgl. RAMSER (1976).

Das im letzten Abschnitt behandelte Modell von NAGATANI (1972) ist ausdrücklich offen formuliert und läßt technisch eine Inkorporierung beliebiger "Verfahren" der Erwartungsbildung zu. Denn in jedem Revisionszeitpunkt sind im Prinzip erneut Risikofaktor und Einkommenserwartungen zu evaluieren<sup>1)</sup>. Natürlich darf bei entsprechender Erweiterung nicht völlig willkürlich vorgegangen werden - wie dies bekanntlich für die makroökonomische Anwendung typisch ist (s. ANDO/MODIGLIANI, 1963)<sup>2)</sup>. Grundsätzlich ist davon auszugehen, daß die Konsumfunktion um so KEYNESianischer ausfällt, je höher der Informationswert des laufenden Einkommens für die Abschätzung der Zukunftsentwicklung ist. Da der Informationswert des laufenden Einkommens stark schwanken kann, läßt sich praktisch jedes Konsumprofil plausibel begründen (vgl. TOBIN, 1972).

2.5. Zum Einfluß der Unsicherheit auf die Konsumententscheidung stellt sich schließlich die Frage, ob wesentliche Aspekte durch Annahme der Existenz nur eines Vermögenstitels (Inexistenz von Portfolioproblemen) verloren gehen. Grundsätzlich dürfte hier SANDMO (1970) zuzustimmen sein, der diese Vereinfachung für durchaus vertretbar hält "... since many types of increase in riskiness will apply to the yield on all assets, so that the possibility of hedging against risk by portfolio rearrangements is limited" (S. 358). Für die Annahme eines singulären Vermögenstitels spricht ein weiterer Gesichtspunkt, auf den sich auch BLINDER (1974) in seiner Simulationsstudie beruft. Wenn nämlich für die Formulierung eindeutiger Schätzhypothesen

---

1) Bei der Simulation eines Konsumprofils gemäß (II.8) wurde davon nur aus Gründen der Vereinfachung abgesehen.

2) In diesem Zusammenhang ist insbesondere die unkritische Verwendung adaptiver Erwartungskorrektur zu bemängeln.

praktisch durchweg mit isoelastischer Nutzenfunktion argumentiert wird, dann kann man sich auch der von MERTON (1969) für diese Klasse von Nutzenfunktionen nachgewiesenen Eigenschaft der Separabilität der Portfolioentscheidung bedienen. Sie besagt, daß die optimale Struktur des Portfolios unabhängig ist von seiner Größe<sup>1)</sup>. Nach Ermittlung der optimalen Anteile der einzelnen Vermögenseinheiten "... one can now think of the original problem as having been reduced to a simple Phelps-Ramsey problem, in which we seek an optimal consumption rule given that income is generated by the uncertain yield of an (composite) asset" (S. 253). Der oben verwendete singuläre Vermögenseinheit kann unter diesen Umständen also für die Konsumplanung als Marktportfolio mit gegebener Dichtefunktion interpretiert werden.

### 3. Unvollkommener Kapitalmarkt

3.1. Wie bereits früher erwähnt, ist die Annahme vollkommener Kapitalmärkte eine der notwendigen Voraussetzungen für die Gültigkeit des Satzes über die Unabhängigkeit des Konsumpfades vom Zeitprofil der (Erwerbs-) Einkommen. Diesen Sachverhalt kann man sich unschwer anhand eines Zwei-Perioden-Modells vor Augen führen (vgl. u.a. TOBIN, 1972, FAMA/MILLER, 1972). Angenommen, das Anfangsvermögen sei gleich Null und die relevante Kapitalmarktunvollkommenheit bestehe (bei fehlenden Transaktionskosten) in differierenden Zinssätzen für positive und negative Vermögenspositionen ( $r_H$  und  $r_S$ ,  $r_S > r_H$ ). In dem üblichen  $C_1, C_0$ -Diagramm weist dann die Budgetrestriktion im Punkt der kontraktbestimmten (Erwerbs-) Einkommen ( $w_0, w_1$ ) einen Knick auf und verläuft in Richtung  $C_1$  flacher als in Richtung  $C_0$ .

---

1) Zwei-Perioden-Modelle mit allgemeinerer Nutzenfunktion werden von SANDMO (1968) und FAMA/MILLER (1972) diskutiert. COX (1975) geht in einem Mehrperioden-Ansatz nur von der Eigenschaft strikter Quasi-Konkavität aus, wobei auch die Arbeitsangebotsentscheidung berücksichtigt ist.

Liegt das Optimum in diesem Punkt<sup>1)</sup>, dann sind offenkundig Konsum- und Einkommensprofil perfekt synchronisiert, und es gilt  $\partial C^* / \partial W_0 = 1$ . Eine stärkere Bindung des Konsumpfads an den Einkommenspfad resultiert aber auch für Tangentiallösungen, die anfängliche Verschuldung implizieren. Andererseits ist natürlich auch nicht auszuschließen, daß das laufende Einkommen nach wie vor nur Vermögens- und nicht vornehmlich Liquiditätsfunktion hat: dann nämlich, wenn anfänglich akkumuliert wird.

Eine Erweiterung des Standardansatzes um Kapitalmarktunvollkommenheiten findet sich bei WATKINS (1969), TOBIN/DOLDE (1971), TOBIN (1972), BLINDER (1974), ISHIKAWA (1974)<sup>2)</sup>. Von den einzelnen Autoren werden unterschiedliche Varianten von Kapitalmarktunvollkommenheiten diskutiert. Die einfachste und zugleich zur Betonung möglicher Wirkungen am besten geeignete Annahme ist die eines prohibitiv hohen Sollzinssatzes, d.h. praktisch Ausschluß jeglicher Verschuldungsmöglichkeit (s. ISHIKAWA, 1974)<sup>3)</sup>. Unter diesen Umständen ist (II.1) um die Bedingung zu ergänzen, daß  $C(t,v) \leq W(t,v)$ , sofern  $A(t,v) = 0$ . Eine vollständige Lösung dieses Problems kann hier nicht vorgelegt werden. Es ist aber klar, daß sie die Eigenschaft hat, daß

- 
- 1) Dies ist bei der früher verwendeten separablen Nutzenfunktion der Fall, wenn  $r_H < U'(W_0)/\delta$ ,  $U'(W_1) < r_s$  gilt.
  - 2) In einem interessanten Beitrag untersucht FLEMMING (1973) entsprechende Modifikationen der ebenfalls vollkommene Kapitalmärkte unterstellenden PIH. "... it is shown that if the main deviations of current from permanent income are due to unemployment and the consequent interruption of some households' labor incomes, and if the capital market imperfection inhibits borrowing by the unemployed, a multiplier is generated identical to that of Kahn's 1931 article which inspired Keynes' analysis" (S. 160 f.).
  - 3) Alternativ könnte man ausgehen von unterschiedlichen Zinssätzen (TOBIN/DOLDE, 1971), von der Vermögensposition abhängigen Zinssätzen (BLINDER, 1974), Kreditlinien, die abhängig sind von der Höhe des Anfangsvermögens (ISHIKAWA, 1974) oder identisch mit einem Bruchteil des (restlichen) Lebenseinkommens (WATKINS, 1969).

- immer dann, wenn  $A(t, v) = 0$  erreicht ist, die marginale Konsumquote den Wert Eins annimmt,
- tatsächlich restringierte Pfade mit einem höheren Endvermögen verbunden sind als bei vollkommenem Kapitalmarkt zu erwarten ist<sup>1)</sup>.

Eher als die Lösungseinzelheiten interessieren hier die Bedingungen dafür, daß die zur Diskussion stehenden Kapitalmarktunvollkommenheiten das optimale Programm tatsächlich limitieren. Unter den (II.5A) zugrundeliegenden Voraussetzungen und der zusätzlichen Annahme  $A(v, v) = 0$ <sup>2)</sup> ersieht man aus (II.5A), daß  $A^*(t, v) \geq 0, v \leq t \leq v + T$ , dann und nur dann, wenn  $r - \beta \geq \delta'$  resp.  $(r - \delta)/\epsilon \geq \beta$ . Nur also wenn der Konsum bei vollkommenem Kapitalmarkt im Verlaufe des Lebens stärker steigt als das Erwerbseinkommen (Produktivitätsfortschritt), ist die Einführung einer Verschuldungsgrenze irrelevant<sup>3)</sup>; sämtliche Programme, die bei vollkommenem Kapitalmarkt einen weniger stark ansteigenden oder gar sinkenden Konsumpfad vorsehen, werden durch Einführung einer Verschuldungsgrenze beeinträchtigt. Diese Resultate legen gewisse Spekulationen nahe, weil die erwähnte Bedingung für die Unwirksamkeit von Verschuldungsgrenzen aufgrund von (II.13) als notwendige Voraussetzung dafür erkannt wurde, daß in einer Volkswirtschaft überhaupt langfristiges Sachvermögen existiert (für  $\epsilon = 1$ ). Sie gilt zwar nur bei Absenz eines Vererbungsmotivs, macht aber plausibel, daß es eines erheblichen Gewichts von  $\tilde{U}(\cdot)$  bedarf, um für garantiert restringierte Konsumpfade zu realistischen Größenordnungen der gesamtwirtschaftlichen Einkommens-Vermögens-Relation zu gelangen.

---

1) Man könnte überlegen, ob damit nicht langfristig in jedem Falle Verschuldungsgrenzen irrelevant werden.

2) Ein Konsumprogramm, das für  $A(v, v) = 0$  oder fehlendes Vererbungsmotiv unrestringiert ist, ist es auch für  $A(v, v) > 0$  oder existierendes Vererbungsmotiv.

3) Aus Fig. 1 ersieht man, daß bei im Zeitablauf konstantem Erwerbseinkommen die entsprechende Bedingung  $r - \delta > 0$  auch für allgemeinere Annahmen über die Nutzenfunktion hinreichend für die Irrelevanz von Verschuldungsgrenzen ist.

3.2. Die stärkere Anbindung des Konsumpfads an die Einkommensentwicklung erlaubt zunächst ebenso wie die Annahme von Einkommensunsicherheiten ohne weiteres eine Erklärung des o.e. "Konsumbuckels" in den mittleren Lebensjahren. Darüber hinaus reagiert der liquiditätsrestringierte Konsument auf eine Reihe von Datenänderungen möglicherweise<sup>1)</sup> anders als nach dem Standardansatz (s. TOBIN, 1971); dies gilt u.a. für Veränderungen illiquider Ressourcen (z.B. Verbesserung von Einkommenserwartungen einschl. Alterssicherung, Kapitalgewinne auf Immobilien etc.), aber auch für Zinssatzänderungen. Ferner lassen sich Gründe dafür benennen, daß bei Verbesserung der Konditionen der Sozialversicherung die freiwillige Spartätigkeit zu- anstatt abnimmt und daß nicht erwartete temporäre Einkommensänderungen (windfalls) u.U. kurzfristige Konsumreaktionen nach sich ziehen (s. WATKINS, 1969)<sup>2)</sup>. Die makroökonomischen Implikationen hängen natürlich entscheidend davon ab, welcher Anteil der Konsumenten tatsächlich liquiditätsbeschränkt planen muß, d.h. eine auf das laufende Einkommen bezogene marginale Konsumquote in Höhe von Eins aufweist. Grundsätzlich allerdings liefert die Analyse von Kapitalmarktunvollkommenheiten Argumente zugunsten des KEYNESianischen Konzepts, d.h. der Behauptung einer entschieden höheren Konsumquote aus dem laufenden Einkommen, als nach dem üblichen LZ-Modell prognostizierbar ist<sup>3)</sup>.

Die faktische Bedeutung von unbestreitbar vorhandenen Kapitalmarktunvollkommenheiten, deren mögliche Effekte gelegentlich

- 
- 1) Entscheidend ist in vielen Fällen die Größenordnung von Datenänderungen (internes Optimum vs. Randlösung).
  - 2) Wirkungen verschiedener Vererbungsarrangements (z.B. bequest at death vs. gift at birth) und daraus resultierende Tendenzen zugunsten eines bestimmten Typs analysiert ISHIKAWA (1974).
  - 3) Zur Relevanz von Kapitalmarktunvollkommenheiten für die Aussagen der PIH s.o.



und etwas mißverständlich als Verkürzung des Planungshorizonts apostrophiert werden, ist durchaus kontrovers. TOBIN (1971) schätzt zwar den Anteil der aufgrund mangelnden Geldvermögens präsumtiv liquiditätsrestringierten Haushalte der USA auf 45 %, geht aber gleichwohl davon aus, daß die marginalen Spar- und Konsumentenscheide "... are dominated by households who have considerable short-run discretion ..." <sup>1)</sup>. Dagegen behauptet THURLOW (1969), daß tatsächlich die durchschnittliche Familie liquiditätsrestringiert ist und empfiehlt, die daraus resultierenden Welfare-Verluste durch geeignete wirtschaftspolitische Maßnahmen zu verringern <sup>2)</sup>. Da unter Kapitalmarktunvollkommenheiten besonders die i.S. erwarteter Erbschaften "reichen" Haushalte leiden (s. ISHIKAWA, 1974), sind Zweifel angebracht. Sie werden zumindest unterstützt durch o.e., gesamtwirtschaftlich wenig plausible Konsequenzen der für die Wirksamkeit von Kapitalmarktunvollkommenheiten notwendigen Konstellation  $r - \beta \geq \delta'$  im Falle isoelastischer Nutzenfunktion und mit konstanter Rate wachsenden Erwerbseinkommens <sup>3)</sup>. So kann man mit BLINDER (1976, S. 92) eigentlich nur wie folgt resümieren: "In the case of capital market imperfections, the theoretical notions have yet to be given empirical substance."

#### 4. Zielfunktional

4.1. Im Rahmen der Diskussion gerade längerfristiger Aspekte der Theorie der Unternehmung hat in den letzten Jahren eine ausführliche Diskussion der relevanten Zielsetzung stattgefunden. Im Gegensatz dazu sind theoretische Analysen des langfristigen Konsumverhaltens praktisch immer nur von mehr oder weniger engen Versionen von (II.1) ausgegangen - wenn man sich

- 
- 1) Die von TOBIN zusammen mit DOLDE (1971) durchgeführten Simulationen stehen dazu allerdings in gewissem Widerspruch. Hier wird nämlich der Geldpolitik, mit deren Hilfe individuelle Kreditplafonds beeinflussbar sind, ein erheblicher Einfluß auf die Konsumtätigkeit zugebilligt (s. S. 135).
  - 2) Zu den Grundlagen der Schätzung von THURLOW (1969) vgl. neuerdings DANIERE (1975) und die Erwiderung von THURLOW (1975).
  - 3) Häufige Einkommenswechsel erhöhen im Zweifel die Wahrscheinlichkeit dafür, daß Verschuldungsgrenzen tatsächlich greifen. Ob derartige - z.B. von TOBIN (1972) bevorzugt als Beispiel verwendete - Zeitprofile repräsentativ sind, sei allerdings dahingestellt.

hier auf Arbeiten beschränkt, die den Optimierungsansatz in Verbindung mit dem Bestreben einer mehrere Perioden umfassenden Planung akzeptieren bzw. Sparen nicht einfach als zufällige Restgröße interpretieren (s. TOBIN, 1972). Insbesondere ist kein Versuch gemacht worden, die Zielfunktion um weitere Argumente zu ergänzen<sup>1)</sup>.

Die erwähnten Versionen von (II.1) beziehen sich i.w. auf Modifikationen des Zeithorizonts und eine unterschiedliche Behandlung des Vererbungsmotivs. Dabei reflektiert die Annahme kürzerfristiger Planungshorizonte - wie TOBIN (1971) betont - in der Regel keine Modifikation der Zielsetzung und soll daher hier nicht weiter erörtert werden. Sofern nämlich die Planung durch Kapitalmarktunvollkommenheiten beeinträchtigt ist, kann der optimale Konsumpfad für die gesamte Lebenszeit durch Aneinanderreihung kürzerfristiger Pläne approximiert werden. Unvollkommenheiten auf dem Arbeitsmarkt können ähnlichen Effekt haben (s.u.). Eine substantielle Änderung des Zielfunktionalis dagegen ist die Behandlung des Vererbungsmotivs in der von BARRO (1974) und MILLER/UPTON (1974) vorgeschlagenen Form. Anstatt dem vererbten Vermögen einen Nutzen zuzuweisen, wird angenommen, daß der Nutzen eines Haushalts der Generation  $v$  auch abhängt vom Nutzen eines Haushalts der Generation  $v+g \cdot T$ ,  $g > 1$ : ganzzahlig. Bei Additivität tritt also an die Stelle von  $U(\cdot)$  in (II.1) der Konsumnutzen von  $g$  Folgegenerationen. Dieser Ansatz ist formal gleichbedeutend mit der Zugrundelegung folgenden Zielfunktionalis

$$(III.10) \quad Z = \int_v^{v+g \cdot T} U[C(t,v)] \exp[-\delta \cdot (t-v)] dt$$

1) Beispielsweise könnte der jeweilige Vermögensbestand Argument der momentanen Nutzenfunktion sein; damit würde sich die Definition eines speziellen Vererbungsnutzens erübrigen. Unterschiedliches Vermögensinteresse könnte u.U. klassenspezifisch unterschiedliche Sparquoten erklären. - Mit diesem Vorschlag darf nicht verwechselt werden die technisch mögliche Reduktion einer originären mehrperiodigen und nur auf den Konsum bezogenen Nutzenfunktion auf eine indirekte Nutzenfunktion mit den Argumenten laufender Konsum und laufendes Vermögen.

d.h. einer einfachen Erweiterung des Planungshorizonts gegenüber (II.1). Für  $q \rightarrow \infty$  resultiert die Konzeption des immortal consumer (s. MILLER/UPTON, 1974, S. 176 f.), d.h. eines Konsumenten, der so plant, als wäre er unsterblich.

4.2. Um den Effekt eines über die eigene Lebensdauer hinausreichenden Planungshorizonts zu verdeutlichen, sei der Einfachheit halber angenommen, daß  $U(\cdot)$  isoelastisch ist und Lohn- und Zinssatz sich im Zeitablauf nicht ändern. Das optimale Programm eines Haushalts der Generation  $v$  lautet unter diesen Umständen wie folgt

$$(III.11) \quad C^*(t, v) = [\Lambda^{\delta'}(v, v) / \varphi(\delta', g \cdot T)] \cdot \exp [(\tau - \delta')(t - v)]$$

$$\Lambda^{\delta'}(v, v) = A(v, v) + W \cdot \varphi(\tau, g \cdot T)$$

$$A^*(t, v) = [A(v, v) + W \cdot \varphi(\tau, t - v) - \Lambda^{\delta'}(v, v) \cdot \varphi(\delta', t - v) / \varphi(\delta', g \cdot T)] \cdot \exp [\tau \cdot (t - v)]$$

bzw. aufgrund der Konsistenzeigenschaft

$$(III.11)' \quad C^*(t, v) = \Lambda^{\delta'}(t, v) / \varphi[\delta', g \cdot T - (t - v)]$$

$$\Lambda^{\delta'}(t, v) = A^*(t, v) + W \cdot \varphi[\tau, g \cdot T - (t - v)]$$

für  $g > 1$ : ganzzahlig. Zunächst ist wohl einsichtig, daß der Ansatz nur sinnvoll ist, wenn tatsächlich  $A^*(v + T, v) > 0$ , d.h. wenn  $[A(v, v) + W \cdot \varphi(\tau, T)] / \varphi(\delta', T) > [A(v, v) + W \cdot \varphi(\tau, g \cdot T)] / \varphi(\delta', g \cdot T)$  1). Betrachtet man als Referenzmodell den Fall  $g = 1$  bei Vernachlässigung eines zusätzlichen, am Endvermögen orientierten Vererbungsnutzens<sup>2)</sup>, so liegt folglich der Konsumpfad (Vermögenspfad) stets unter (über) dem des Referenzmodells. Die komparativ-statischen Eigenschaften des Konsums in der Planungsperiode hinsichtlich

---

1) Hinreichende Bedingung dafür ist interessanterweise wiederum  $\tau - \delta' > 0$ , d.h. der Konsum muß im Verlauf des Lebens zunehmen.

2) Das entsprechende Programm ist (II.5) bzw. (II.5)'.

Änderungen von  $\Lambda^I(v, v)$  bzw.  $\Lambda^I(t, v)$ ,  $r$ ,  $W$ , und  $\delta$  sind offenbar qualitativ invariant gegenüber Erweiterungen des Planungshorizonts und entsprechen den früheren Resultaten (vgl. S. 10 f.). Unterschiedliche Reaktionen dagegen sind im Zusammenhang mit Veränderungen der Staatsschuld und auch der Einführung und/oder Veränderung von Sozialversicherungsprogrammen zu prognostizieren. Grund ist, daß in jedem Falle die Finanzierung, auch wenn sie ganz oder teilweise nicht "erlebt" wird, voll als Vermögensminderung interpretiert wird, deren Kapitalwert die augenblickliche Vermögenserhöhung gerade kompensiert. Das bedeutet, daß das "Lebenseinkommen" des immortal consumer grundsätzlich gegenüber staatlichen Transfers invariant ist. Folglich werden Konsum- und Netto-Spartätigkeit z.B. bei Veränderungen der Sozialversicherungskonditionen auch dann nicht reagieren, wenn im Standardmodell eine Reaktion erfolgt, weil sich eben das Lebenseinkommen des "sterblichen" Konsumenten zufolge staatlicher Transfers durchaus ändern kann<sup>1)</sup>.

## 5. Arbeitsangebot

5.1. Eine in vieler Hinsicht sinnvolle und interessante Erweiterung des Standardmodells besteht in der Einbeziehung der Disposition der dem einzelnen zur Verfügung stehenden Zeit. Da damit sowohl Lohnsatz wie Arbeitszeit und folglich das Lebenseinkommen selbst Gegenstand der Entscheidung sind, hat man von vornherein deutliche Konsequenzen für die qualitativen Eigenschaften deduzierbarer Schätzhypothesen zu erwarten. Bei der folgenden Diskussion beschränken wir uns auf die alternative Verwendung der Zeit auf Arbeit und Muße, lassen also insbeson-

---

1) Genauso wie im Falle des Standardmodells kann auf Basis von (III.11) durch Aggregation über alle Jahrgänge eine makroökonomische Konsumfunktion entwickelt werden, wobei hier zu beachten ist, daß  $\Lambda(v, v) > 0$ . Da keine Besonderheiten im Vergleich mit (II.11) auftreten, wird hier darauf verzichtet.

dere das Problem der Verwendung von Zeit zur Weiterbildung, d.h. zur Akkumulation von human capital, außer Betracht<sup>1)</sup>. Im einzelnen werden zunächst Ansätze behandelt, die das gängige kurzfristige resp. statische labor-leisure-Modell intertemporal interpretieren, und anschließend spezielle Aspekte der Entscheidung über den Pensionierungszeitpunkt diskutiert.

5.2. Bei der auch in diesem Zusammenhang wieder häufig verwendeten Annahme additiv separabler Nutzenfunktion (s. HADAR, 1971, BLINDER, 1974) und im übrigen gleichen Prämissen wie im eingangs dargelegten Standardmodell<sup>2)</sup> lautet das individuelle Optimierungsproblem wie folgt

$$\begin{aligned}
 \text{(III.12) } \max \quad & Z = \int_v^{v+T} \{ U[C(t,v)] + V[L(t,v)] \} \exp[-\delta \cdot (t-v)] dt \\
 & C(t,v) \geq 0 \\
 & A(v+T,v) \geq 0 \\
 & 0 \leq L(t,v) \leq 1 \\
 \text{s. d. } \dot{A}(t,v) = & r(t) \cdot A(t,v) \\
 & + W(t,v) [1 - L(t,v)] - C(t,v) \\
 & A(v,v) \geq 0
 \end{aligned}$$

1) Zur Begründung sei auf HECKMAN (1975) verwiesen. Obwohl die Verbindung der Arbeitsangebots- mit der human-capital-Theorie "... leads to a more complete theory of labor supply and a more 'realistic' description of the process of investment in human capital, it has not been empirically fruitful. There are two principal reasons for this: one, mathematical, and the other statistical in nature." (S. 227).

2) Dies bezieht sich auch auf die Konkavität von  $V(\cdot)$ ; mit  $V'(0) = \infty$  ist  $L(t,v) \geq 0$  redundant. Bei Verbindung mit dem human-capital-Ansatz wird  $W(t,v)$  endogen erklärt.

Das zugehörige optimale Programm lautet

$$\begin{aligned}
 \dot{C}^*(t, v) / C^*(t, v) &= [\gamma(t) - \delta] / \varepsilon_C [C^*(t, v)] \quad , v \leq t \leq v+T \\
 - V' [L^*(t, v)] \cdot U' [C^*(t, v)] \cdot W(t, v) &\leq 0 \\
 \text{(III.13)} \quad \{ - V' [L^*(t, v)] \cdot U' [C^*(t, v)] \cdot W(t, v) \} \cdot [\lambda - L^*(t, v)] &= 0 \\
 \lambda - L^*(t, v) &\geq 0 \\
 U' [C^*(v+T, v)] - \bar{U}' [A^*(v+T, v)] &= 0 \\
 \dot{A}^*(t, v) &= \gamma(t) \cdot A^*(t, v) + W(t, v) [\lambda - L^*(t, v)] - C^*(t, v) \\
 A(v, v) &\geq 0
 \end{aligned}$$

Auch hier gilt, daß der Konsum über  $t \in [v, v+T]$  monoton steigt (fällt), sofern stets  $\gamma(t) - \delta > 0$  ( $< 0$ ) ; die qualitativen Charakteristika des Zeitprofils von  $C^*(t, v)$  ändern sich also nicht. Insbesondere ist nach wie vor das Zeitprofil von  $C^*(t, v)$  unabhängig vom Zeitprofil des (hier: ausoptimierten) Einkommens. In den (II.4) entsprechenden Reaktionen treten anstelle des vorgegebenen Lebenseinkommens der Entwicklungspfad von  $W(t, v)$  sowie das im Planungszeitpunkt vorhandene (Sach-) Vermögen. Ferner erhält man eine zusätzliche Beziehung für  $L^*(t, v)$ . Bei internem Optimum läßt sie sich durch Verwendung der zweiten Beziehung von (III.13) mit  $L^*(t, v) = V'^{-1} [U'(C^*(t, v)) \cdot W(t, v)]$  auf  $C^*(t, v)$  bezogen schreiben<sup>1)</sup>. Mehr Einsichten liefert die Ableitung nach  $t$ ; für die zeitliche Entwicklung des Arbeitsangebots bzw. der Freizeit resultiert auf diese Weise

$$\begin{aligned}
 \text{(III.13)'} \quad \dot{L}^*(t, v) / L^*(t, v) &= [\gamma(t) - \delta - \dot{W}(t, v) / W(t, v)] / \varepsilon_L [L^*(t, v)] \\
 L^*(v, v) &= V'^{-1} [U'(C^*(v, v)) \cdot W(v, v)]
 \end{aligned}$$

1) Es gilt offenbar  $\partial L^*(t, v) / \partial C^*(t, v) > 0$  : Freizeit und Konsum sind - wie üblich - positiv korreliert. Bei konstantem Lohn und Zins kann unter Verwendung dieser Beziehung in der Akkumulationsgleichung das optimale Programm wiederum in einem A,C-Diagramm gemäß Fig. 1 verdeutlicht werden.

Gilt  $r(t) - \delta - \dot{W}(t,v)/W(t,v) > 0$ , so nimmt also das Arbeitsangebot im Zeitablauf ständig ab. Sofern  $v'(L)$  nicht stark genug absinkt, kann die Randlösung  $L^*=1$  ( $N^*=0$ ) erreicht werden (s. BLINDER, 1974)<sup>1)</sup>.

Da im Gegensatz zum Standardmodell das Lebenseinkommen nicht mehr vorgegeben ist, sind bei den bisherigen Annahmen auch nicht einmal mehr einfache komparativ-statische Aussagen zum Niveau des Konsumpfads möglich. Man ist also von vornherein zu schärferen Annahmen genötigt. Als Beispiel soll eine FISHERSche Nutzenfunktion mit  $\varepsilon_c = \varepsilon_l = 1$  betrachtet werden; der Zinssatz sei konstant, die Lohnsätze wachsen mit der Rate  $\beta$ <sup>2)</sup>. Es ist zweckmäßig, einen weiteren Begriff einzuführen, nämlich das maximale Lebenseinkommen für  $v'$ ,  $v \leq v' \leq v+\tau$ ; es wird wie folgt definiert

$$(III.14) \quad \Lambda(v',v)^{max} := [\Lambda(v',v) \mid L(t,v) = 0, v' \leq t \leq v+\tau] \\ = A(v',v) + W(v',v) \cdot \varphi(\tau-\beta, \tau')$$

mit  $\tau' := \tau - (v' - v)$ . Dann lautet das optimale Programm, sofern  $L^*(t,v) < 1$ ,  $v \leq t \leq v+\tau$ ,

$$(III.15) \quad C^*(t,v) = [0.5 \Lambda(v,v)^{max} / \varphi(\delta, \tau)] \cdot \exp[(r-\delta)(t-v)] \\ L^*(t,v) = [0.5 \Lambda(v,v)^{max} / W(v,v) \cdot \varphi(\delta, \tau)] \\ \cdot \exp[(r-\delta-\beta)(t-v)] \\ A^*(t,v) = [A(v,v) + W(v,v) \cdot \varphi(r-\beta, t-v) \\ - \Lambda(v,v)^{max} \cdot \varphi(\delta, t-v) / \varphi(\delta, \tau)] \cdot \exp[r \cdot (t-v)]$$

bzw. für den Konsum in jedem Zeitpunkt  $t$ ,  $v \leq t \leq v+\tau$  auch

---

1) Daß die Ruhephase der Arbeitsphase folgt und nicht umgekehrt, ist sicher realistisch.

2) Das Referenzprogramm ist also (II.5A), wenn dort  $\varepsilon=1$ , d.h.  $\delta' = \delta$  gesetzt wird.

$$(III.15)' \quad C^*(t, v) = 0.5 \wedge(t, v)^{max} / \varphi[\delta, T - (t - v)]$$

$$\wedge(t, v)^{max} = A^*(t, v) + W(t, v) \cdot \varphi[(r - \beta), T - (t - v)]$$

Das bedeutet, daß hier der laufende Konsum dem jeweilig maximalen Lebenseinkommen proportional ist; das realisierte (optimale) Lebenseinkommen beträgt genau die Hälfte des maximalen Lebenseinkommens<sup>1)</sup>. Diese Proportionalität ist nicht auf den Fall  $\varepsilon=1$  beschränkt, gilt allerdings nur für konstante, für  $C$  und  $L$  gleich hohe Grenznutzenelastizitäten. Bei der Proportionalitätshypothese im Rahmen der Formulierung von Schätzfunktionen sind daher Vorbehalte zu machen. Grundsätzlich aber zeigt die Analyse, daß unter gewissen Umständen auch bei Einbeziehung der Arbeitsangebotsentscheidung mit im Prinzip nur geringfügig veränderten Schätzhypothesen argumentiert werden kann.

5.3. Die dargelegten Ergebnisse ändern sich, wenn man annimmt, daß der Arbeitsmarkt unvollkommen ist, etwa wenn die Arbeitsnachfrage beim herrschenden Lohnsatz hinter dem Angebot zurückbleibt. Angenommen beispielsweise, ein Haushalt habe davon auszugehen, daß für die ersten  $s$  Perioden in (III.12)  $\bar{L} \leq L(t, v) \leq 1$  gelte<sup>2)</sup>. Ist der zweite Teil dieser Restriktionen grundsätzlich nicht bindend, d.h.  $L^*(t, v) < 1$ ,  $v \leq t \leq v + T$ , der erste Teil tatsächlich für sämtliche  $s$  Perioden bindend, d.h.  $L^*(t, v) = \bar{L}$ ,  $v \leq t \leq v + s$ , dann erhält man unter den (III.15) zugrundeliegenden Annahmen

$$(III.16) \quad C^*(v, v) = \left[ \wedge(v, v)^{max} - \bar{L} \cdot W(v, v) \cdot \varphi(r - \beta, s) \right] / \left[ \varphi(\delta, T - s) - \varphi(\delta, T) \right]$$

Diese Beziehung, die natürlich i.S. von (III.15)' uminterpretiert werden kann, verdeutlicht, daß bei excess supply auf dem

1) Für  $r = \beta = \delta = 0$  und  $A(v, v) = 0$  erhält man das bekannte Lehrbuchresultat  $L^*(t, v) = 0.5$ ,  $C^*(t, v) = 0.5 W$ .

2) Die Beschränkung könnte natürlich zeitabhängig sein und z.B. später einsetzen oder sich wiederholen.



Arbeitsmarkt wiederum das laufende Einkommen zum Argument der Konsumfunktion wird<sup>1)</sup>. Insofern entsteht eine KEYNESsche Konsumfunktion - ein Zusammenhang, auf den in statischem Kontext CLOWER (1965), im Rahmen eines intertemporalen Ansatzes BARRO/GROSSMAN (1976) Bezug nehmen. Ein Unterschied zumindest zu der traditionellen KEYNESschen Sicht ist allerdings in den Größenordnungen der jeweils implizierten marginalen Konsumquote aus den laufenden Einkommen zu sehen. Sie lautet aufgrund von (III.16)

$$(III.16) \quad \partial C^*(v,v) / \partial [W(v,v) \cdot (1-\bar{L})] = \varphi(r-\beta, s) / [\varphi(\delta, \tau-s) + \varphi(\delta, \tau)]$$

ist also im Zweifel relativ gering<sup>2)</sup>. Dieser Umstand, der von BARRO/GROSSMAN (1970) unterschlagen wird<sup>3)</sup>, resultiert natürlich aus der grundsätzlichen Konzeption des LZM, wonach laufendes Erwerbseinkommen stets nur als Teil des Lebenseinkommens relevant ist. Immerhin lassen die angestellten Überlegungen unbedingt sinnvoll erscheinen, bei Unterbeschäftigung das tatsächliche Einkommen als Argument einer makroökonomischen Konsumfunktion zu

---

1) Zu unterscheiden ist natürlich stets zwischen der theoretisch deduzierten Hypothese und ihrer für Testzwecke geeigneten Formulierung. Angenommen, in der theoretischen Hypothese tritt nur das Lebenseinkommen als Determinante auf. Da das Lebenseinkommen nicht beobachtbar ist, muß zu Schätzzwecken beispielsweise angenommen werden, daß laufendes Einkommen und Lebenseinkommen miteinander korreliert sind; damit ist nach der Schätzhypothese das laufende Einkommen entscheidende Determinante des laufenden Konsums.

2) Für  $r-\beta = \delta = 0$  erhält man z.B.  $\partial C^*(v,v) / \partial (W \cdot \bar{N}) = s / (2\tau - s)$

3) Für die Transaktionen außerhalb des allgemeinen Gleichgewichts annehmende Ungleichgewichtsanalyse hat dies den Effekt, daß die Abweichungen der excess demand vom WALRASianischen Konzept (die "Knicks" der Angebots-Nachfrage-Relationen, s. BARRO/GROSSMAN, 1976, S. 87 f.) u.U. vernachlässigungswert gering sind. M.a.W.: die Tâtonnement-Hypothese ist zumindest eine ausreichend gute Approximation.

postulieren<sup>1)</sup>.

5.4. Nicht anders als der Standardansatz unterliegt auch die bisher entwickelte arbeitsangebotsorientierte Erweiterung den früher erwähnten Einwänden mangelnder mikroökonomischer Evidenz. Einwände, die z.B. das Konsumprofil oder bestimmte komparativ-statische Resultate betreffen, könnten natürlich grundsätzlich durch Hinzufügung früher ausführlich dargestellter Aspekte (Unsicherheit<sup>2)</sup>, Kapitalmarktunvollkommenheit) aufgefangen werden. Die Diskussion der Arbeitsangebotsentscheidung selbst aber hat ebenfalls Gesichtspunkte zu Tage gefördert, die in diesem Zusammenhang von Bedeutung sind.

(a) Zunächst ist ohne weiteres einsichtig, daß eine hinreichende Annahme für die kritisch vermerkte Eigenschaft der Unabhängigkeit der Zeitprofile von Konsum und Erwerbseinkommen die Separabilität der momentanen Nutzenfunktion ist. Hebt man diese Annahme auf, so ist die Grenznutzenelastizität des Konsums eine Funktion auch der Freizeit, die ihrerseits von der Lohnentwicklung bestimmt ist; folglich ist auch  $\dot{C}^*(t,v) / C^*(t,v)$  abhängig vom Zeitprofil der Löhne. Für  $r(t) - \delta = 0$  und bei Zugrundelegung einer allgemeinen (momentanen) Nutzenfunktion  $U[C(t,v), L(t,v)]$  hat nun HECKMAN (1974) folgenden Satz bewiesen: "If goods and leisure are direct complements ( $U_{12} > 0$ ) the age for peak wage rates is the age for minimum goods consumption. If time and goods are substitutes ( $U_{12} < 0$ ), the age of peak wages and earnings is also the age of peak goods consumption" (S. 192). Sofern  $r(t) - \delta \neq 0$ , sind zusätzliche Annahmen erforderlich, um z.B. eine Parallelität

---

1) Dies gilt unabhängig von dem im konkreten Fall praktizierten Rationierungsschema. Für Kurzarbeit etwa wären die oben getroffenen Annahmen passend; bei O-1-Rationierung hätte man für die betreffenden Haushalte  $W(v,v) \cdot (1-\bar{l})$  durch die Arbeitslosenunterstützung zu ersetzen. Da als Entscheidungseinheit der Haushalt zugrunde gelegt ist, dürfte aber auch bei individueller O-1-Rationierung grundsätzlich die im Text verwendete Annahme realistisch sein.

2) Ein intertemporales labor-leisure-Modell unter stochastischen Annahmen ist bisher nicht entwickelt worden; eine Lösung des statischen Problems geben BLOCK/HEINEKE (1973).

von Konsum- und Einkommenspfad zu erzeugen. Die Tatsache, daß es gelingt - ähnlich wie durch Berücksichtigung von Einkommensunsicherheiten - einen "Konsumbuckel" ohne Rückgriff auf Kapitalmarktunvollkommenheiten rational zu begründen (keine Welfareverluste), veranlaßt im übrigen HECKMAN, die Sinnhaftigkeit von THURLOW (1969) empfohlener Interventionen am Kapitalmarkt anzuzweifeln.

(b) Ein bereits häufig erwähnter zweiter Punkt, der bei der Kritik an den mikroökonomischen Aussagen des LZM seit einiger Zeit eine besondere Rolle spielt, ist die individuelle Reaktion auf Veränderungen von Sozialversicherungskonditionen. FELDSTEIN (1974, 1976) und MUNNELL (1974) haben nun darauf aufmerksam gemacht, daß bei endogener Erklärung der Altersgrenze auch die empirisch festgestellte und - gemessen am traditionellen LZM - widersinnige negative Konsumreaktion auf einen steigenden Kapitalwert der Sozialversicherungsansprüche (steigendes Sozialvermögen) durchaus rational erklärbar ist. Zwar wird durch eine Verbesserung der Leistungen der Sozialversicherung eine Tendenz zur Reduktion privater Ersparnisse ausgelöst; gleichzeitig aber wird es auch attraktiv, früher aus dem Erwerbsleben auszuscheiden. Dies wiederum hat ersparnissteigernden Effekt, da der Zeitabschnitt, in dem das Einkommen aus den im Verhältnis zum Lohnsatz geringeren Rentenzahlungen besteht, nun länger ist. Die per-Saldo-Reaktion kann das erwähnte paradoxe Resultat einer Konsumabnahme in der Gegenwart haben.

Um den Zusammenhang an einem einfachen Fall zu demonstrieren, sei angenommen, daß bis zum Pensionierungszeitpunkt  $v+T_R$ ,  $T_R < T$ , die Arbeitszeit pro Periode fest fixiert ist, d.h.  $L(t,v) = \bar{L} < 1$ ,  $v \leq t \leq v+T_R$ ; anschließend gelte  $L(t,v) = 1$ ,  $v+T_R < t \leq v+T$ . Bei additiv separabler Nutzenfunktion des in (III.12) verwendeten Typs und wenn  $V(\bar{L}) = 0$  gesetzt wird, lautet das Zielfunktional ohne Berücksichtigung eines Vererbungsmotivs wie folgt:

$$(III.17) \quad Z = \int_v^{v+T} U[C(t,v)] \cdot \exp[-\delta \cdot (t-v)] dt \\ + V(1) \cdot [\exp(-\delta T_R) - \exp(-\delta T)] / \delta$$

Bei im Zeitablauf konstantem Zins, Lohnsatz und Rentenzahlungen ( $W(t,v) = W = \text{const.}$ ,  $v \leq t \leq v+T_R$ ,  $W(t,v) = R = \text{const.}$ ,  $v+T_R < t \leq v+T$ ,  $W > R$ ) für  $d=0$  und  $\epsilon_c=1$  lautet das zugehörige optimale Programm

$$(III.18) \quad \dot{C}^*(t,v) / C^*(t,v) = r$$
$$C^*(v,v) = [A(v,v) + W \cdot \varphi(r,T) + (W-R) \exp(-rT)/r] / [T + V(1)/r]$$
$$\exp(-rT_R^*) = C^*(v,v) \cdot V(1) / (W-R)$$

Zunehmendes  $R$  würde zunehmenden Kapitalwert der Sozialversicherungszahlungen bzw. zunehmendes Sozialvermögen bedeuten. Man ersieht aus der zweiten Beziehung von (III.18), daß mit zunehmendem  $R$  das Niveau des Konsumpfads sinkt; aus der dritten Beziehung folgt, daß die Altersgrenze ebenfalls sinkt. Unter den hier gemachten Annahmen kommt es also tatsächlich zu dem von FELDSTEIN dargelegten per Saldo positiven Spareffekt.

#### IV. Schlußbemerkung

Die im voranstehenden Kapitel dargelegten Erweiterungen bedeuten zweifellos - wie hoffentlich einsichtig gemacht werden konnte - einen erheblichen Zugewinn an Erklärungsgehalt gegenüber der Standardversion des LZM. Abgesehen von einer Vielzahl von Besonderheiten ist die allgemeine Tendenz - etwas überspitzt ausgedrückt - als eine Renaissance der KEYNESianischen Position i.S. einer gegenüber dem Standardansatz verstärkten Anbindung des Konsumpfads an die zeitliche Entwicklung des Erwerbseinkommens zu charakterisieren. Interessant ist, daß dafür u.a. die performance von Märkten (Kapitalmarkt, Arbeitsmarkt) von Bedeutung ist. Für die Beurteilung weiterer Entwicklungsmöglichkeiten des Modells hat man wohl davon auszugehen, daß grundsätzlich neue Ansatzpunkte nicht mehr existieren. Dagegen sind erstens die vorgetragenen Konzeptionen in Bezug auf ihre

mikro- und makroökonomischen Folgerungen bei weitem noch nicht ausdiskutiert; zweitens lassen sich für die im einzelnen gewählte Modellstruktur durchaus sinnvolle Alternativen vorstellen, wenn auch der potentielle Nutzen für die Formulierung makroökonomischer Hypothesen nicht immer zu beurteilen ist.

Zum ersten Punkt ist beispielhaft auf die früher bereits erwähnte Untersuchung von TOBIN/DOLDE (1971) zu verweisen, die den Einfluß geldpolitischer Maßnahmen auf das Konsumverhalten angesichts unvollkommenen Kapitalmarkts analysieren. Allgemein interessiert, ob die gängigen Vorstellungen über die Reaktion des privaten Konsums auf eine Veränderung der staatlichen Aktivität revisionsbedürftig sind, etwa i.S. der als paradox empfundenen Reaktion auf Modifikationen der Sozialversicherung. Speziell wäre im Rahmen der Analyse des Konsumverhaltens bei Unsicherheit zu prüfen, welche wirtschaftspolitischen Chancen durch Beeinflussung von Zukunftserwartungen bestehen. Eine staatlich abgegebene Arbeitsplatzgarantie dürfte zwar eine Stabilisierung der Konsumtätigkeit nach sich ziehen, ist aber bekanntlich aus anderen Gründen problematisch.

Zur Variation der im einzelnen gewählten Modellstruktur - die o.e. zweite Forschungsstrategie - ist zunächst an eine Kombination der verschiedenen Einzelentwicklungen zu denken; ferner erscheint beispielsweise lohnend, einmal den NAGATANI-Ansatz mit verschiedenen konkreten Hypothesen der Erwartungsbildung (einschl. Berücksichtigung von Lernprozessen) zu verbinden, zum anderen bei der Erfassung des Arbeitsangebotsverhaltens neuere Ergebnisse der Arbeitsmarkttheorie zu nutzen. Ein zentraler Diskussionspunkt wird schließlich stets das gewählte Zielfunktional bleiben. Die in diesem Beitrag erwähnten Modifikationsvorschläge halten sämtlich an der strengen neoklassischen Position des autonomen Konsumenten fest. Selbst in diesem Rahmen läßt sich der Effekt einer ganzen Reihe weiterer sinnvoller Annahmen prüfen. Die Einbeziehung des Vermögens als zusätzliches Argument der Nutzenfunktion wurde bereits früher erwähnt; ferner

ist ein erheblicher Einfluß auf den Konsumpfad von der Annahme zeitlicher Interdependenz der Nutzen zu erwarten (s. SAMUELSON, 1971, WAN, 1970), und schließlich erscheint der Einfluß des Familienverbands noch zu wenig untersucht. Gibt man die Fiktion des autonomen Konsumenten zugunsten der unzweifelhaft realistischen Annahme endogener Präferenzen auf, so eröffnet sich natürlich ein breites Feld für die Forschung. Erwähnenswert ist, daß bereits zahlreiche Anknüpfungspunkte existieren, die sich unter dem allgemeinen Thema externer Effekte im Konsum subsumieren lassen. Auf externen Effekten beruht beispielsweise die Theorie des relativen Einkommens; externen Effekten ist ferner zuzuschreiben, wenn sich die Nutzenfunktion in Abhängigkeit von staatlichen Maßnahmen oder auch unternehmerischer Politik (Qualität, Werbung, etc.) ändert. Eine verwandte Form der Endogenisierung ist die von v.WEIZSÄCKER (1971) diskutierte Hypothese der Abhängigkeit der Präferenzen vom früheren Konsum - ein Konzept, dessen Ähnlichkeiten mit dem ARROWSchen learning by doing unverkennbar ist. Da derartige Zusammenhänge unbestreitbar sind - u.a. überzeugt man sich von ihrer betriebswirtschaftlichen Relevanz bereits durch einen kurzen Blick in die betreffende managementwissenschaftliche Literatur - wäre es auf jeden Fall wichtig, die einschlägige Robustheit der Aussagen der mit fixen Präferenzen argumentierenden Modelle zu testen.

Zu guter Letzt steht natürlich der Optimierungsansatz selbst zur Disposition. Wenn schon unzweifelhaft ist, daß Unternehmen nicht optimieren, so gilt dies um so weniger für Haushalte. Ob der Optimierungsansatz dennoch approximativ akzeptabel ist, sollte allerdings nicht an der makroökonomischen Evidenz des LZM beurteilt werden. Hilfreich könnte in diesem Zusammenhang u.U. bereits eine systematische Diskussion konkurrierender Konzeptionen sein; als Beispiel sei auf sinngemäße Anwendung der neuerdings in der Theorie der Unternehmung diskutierten evolutionären Ansätze verwiesen (s. DAY / GROVES, 1975, WINTER, 1975).

Symbolverzeichnis<sup>1)</sup>

- $A(t, v)$  - in  $t$  vorhandenes Sachvermögen (non human c.) eines Haushalts vom Jahrgang  $v$
- $C(t, v)$  - in  $t$  getätigter Konsum eines Haushalts vom Jahrgang  $v$
- $E$  - Erwartungsoperator
- $g$  - Anzahl zukünftiger Generationen, die in das Nutzenkalkül eines Haushalts einbezogen werden ( $g \geq 1$ : ganzzahlig)
- $j(t, v)$  - Risikoprämie in  $t$  eines Haushalts vom Jahrgang  $v$
- $L(t, v)$  - in  $t$  realisierte Freizeit eines Haushalts vom Jahrgang  $v$ , ausgedrückt als Teil der insgesamt zur Verfügung stehenden Zeit;  $0 \leq L(\cdot) \leq 1$
- $N(t, v)$  - in  $t$  realisiertes Arbeitsangebot eines Haushalts vom Jahrgang  $v$ ;  $N(\cdot) = 1 - L(\cdot)$
- $r(t)$  - Zinssatz in  $t$  (private Anlage)
- $T$  - Länge des Planungshorizonts eines Haushalts (= Lebenszeit)
- $\bar{T}$  - maximale Lebenszeit, sofern  $T$  als stochastische Variable betrachtet wird
- $T_R(\leq T)$  - Länge des Erwerbslebens ( $v + T_R$  - Altersgrenze)
- $U(\cdot)$  - Konsumnutzen eines Haushalts (momentan)
- $\bar{U}(\cdot)$  - Vererbungsnutzen eines Haushalts
- $W(t, v)$  - in  $t$  realisierte Summe aus Erwerbseinkommen und Nettozahlungen der Sozialversicherung eines Haushalts vom Jahrgang  $v$ , real
- $Z$  - Nutzenfunktional
- $\beta$  - Zuwachsrate der  $W(t, v)$  = Produktivitätsfortschritt
- $\delta$  - Nutzendiskontrate (konstant)
- $\varepsilon_c, \varepsilon_L$  - Grenznutzenelastizität des Konsums, der Freizeit

---

1) Es werden zunächst die für die mikroökonomische Analyse relevanten Symbole erklärt. - Für  $x(t)$  wird  $x_t$  geschrieben, wenn die Zeit als diskrete Variable behandelt wird.

- $\Lambda(t, v)$  - Lebenseinkommen in  $t$  eines Haushalts vom Jahrgang  $v$  (= human plus non human c.)
- $\bar{\Lambda}(t, v)$  - risikoadjustiertes  $\Lambda(t, v)$  bzw. Sicherheitsäquivalent von  $\Lambda(t, v)$
- $\Lambda^g(t, v)$  - Lebenseinkommen in  $t$  einer auf den Haushalt der Generation  $v$  folgenden Haushalts-"Kette" von  $g$  aufeinanderfolgenden Generationen,  $\Lambda^{g+1}(t, v) \equiv \Lambda(t, v)$
- $\mu_x$  - Erwartungswert von  $x$
- $\pi(t)$  - Wahrscheinlichkeitsdichte von  $T$ ,  $v \leq t \leq v + \bar{T}$
- $\pi_t(\tau)$  - bedingte Wahrscheinlichkeitsdichte von  $T$  für  $T \geq t$ ,  $v \leq t \leq \tau < v + \bar{T}$
- $\sigma_x^2$  - Varianz von  $x$
- $A^a(t)$  - aggregiertes Sachvermögen in  $t$
- $C^a(t)$  - aggregierter Konsum in  $t$
- $N(t)$  - Gesamt(=Erwerbs-)bevölkerung in  $t$
- $n(t)$  - Zuwachsrate von  $N(t)$
- $a(t) \equiv A^a(t) / N(t)$  - Pro-Kopf-Vermögen in  $t$
- $c(t) \equiv C^a(t) / N(t)$  - Pro-Kopf-Konsum in  $t$
- $q(t) \equiv C^a(t) / Y(t)$  - durchschnittliche Konsumquote in  $t$
- $W^a(t)$  - aggregiertes Lohneinkommen in  $t$
- $Y(t)$  - Volkseinkommen in  $t$
- $Y^p(t)$  - "permanentes" Einkommen in  $t$



Literatur

AARON, H., The Social Insurance Paradox. Canadian Journal, Vol. 32 (1966): 371-374.

ANDO, A., MODIGLIANI, F., The Life Cycle Hypothesis of Saving: Aggregate Implications and Tests. American Economic Review, Vol. 53, (1963): 53-84.

ARROW, K.J., Aspects of the Theory of Risk Bearing. Helsinki 1965.

- " - , KURZ, M., Public Investment, the Rate of Return, and Optimal Fiscal Policy. Baltimore, London 1970.

ATKINSON, A.B., Capital Taxes, the Redistribution of Wealth, and Individual Saving. Review of Economic Studies, Vol. 38 (1971): 209-228.

BARRO, R.J., Are Government Bonds Net Wealth? Journal of Political Economy, Vol. 82 (1974): 1095-1117.

- " - , GROSSMAN, H.I., Money, Employment and Inflation. Cambridge 1976.

---

BLINDER, A.S., Toward an Economic Theory of Income Distribution. Cambridge 1974.

- " - , Intergenerational Transfers and Life Cycle Consumption. American Economic Review, Papers and Proceedings, Vol. 66 (1976): 87-93.

BLOCK, M.K., HEINEKE, J.M., A Comment on Uncertainty and Household Decisions. Review of Economic Studies, Vol. 29 (1972): 523-526.

- " - , The Allocation of Effort under Uncertainty: The Case of Risk Averse Behavior. Journal of Political Economy, Vol. 81 (1973): 376-385.

BOWDEN, R., Risk Premiums and the Life-Cycle Hypothesis. American Economic Review, Vol. 64 (1974): 211-216.

BRITTO, R., The Life-Cycle Savings-Hypothesis in a Two-Class Growth Model. New York 1969 (mimeo).

CASS, D., YAARI, M.E., Individual Saving, Aggregate Capital Accumulation, and Efficient Growth. In: SHELL, K., ed., Essays on the Theory of Optimal Growth. Cambridge 1967: 253-268.

- CLOWER, R.W., The Keynesian Counterrevolution: A Theoretical Appraisal. In: HAHN, F., BRECHLING, F., eds., The Theory of Interest Rates. London 1965: 103-125.
- COX, J.C., Portfolio Choice and Saving in an Optimal Consumption-Leisure Plan. Review of Economic Studies, Vol. 42 (1975): 105-116.
- DANIERE, A., The Optimum Lifetime Distribution of Consumption Expenditures: Comment. American Economic Review, Vol. 65 (1975): 740-752.
- DAY, R.H., GROVES, T., eds., Adaptive Economic Models. New York, London 1975.
- DIAMOND, P.A., National Debt in a Neoclassical Growth Model. American Economic Review, Vol. 55 (1965): 1126-1150.
- FAMA, E.F., MILLER, M.H., The Theory of Finance. New York, Chicago etc. 1972.
- FELDSTEIN, M.S., Tax Incentives, Corporate Savings, and Capital Accumulation in the United States. Journal of Public Economics, Vol. 2 (1973): 159-171.
- " - , Social Security, Induced Retirement, and Aggregate Capital Accumulation. Journal of Political Economy, Vol. 82 (1974): 905-926.
- " - , Social Security and Saving: The Extended Life-Cycle Theory. American Economic Review, Papers and Proceedings, Vol. 66 (1976): 77-86.
- FERBER, R., Consumer Economics, A Survey. Journal of Economic Literature, Vol. 11 (1973): 1303-1342.
- FISHER, I., The Theory of Interest. New York 1930.
- FLEMMING, J.S., The Consumption Function when Capital Markets are Imperfect: The Permanent Income Hypothesis Reconsidered. Oxford Economic Papers, Vol. 25 (1973): 160-172.
- FRANZ, W., Die Lebenszyklushypothese der Konsumfunktion. Eine empirische Überprüfung für die Bundesrepublik Deutschland. Jahrb. f. Nationalökonomie, Bd.191, Heft 1-2, (1976): 97-116
- FRIEDMAN, M., A Theory of the Consumption Function. Princeton 1957.
- HAHN, F., Savings and Uncertainty. Review of Economic Studies, Vol. 37 (1970): 21-24.
- HAKANSSON, N.H., Optimal Investment and Consumption Strategies under Risk for a Class of Utility Functions. Econometrica, Vol. 38 (1970): 587-607.

- HECKMAN, J., Life-Cycle Consumption and Labor Supply: An Explanation of the Relationship Between Income and Consumption. *American Economic Review*, Vol. 64 (1974): 188-194.
- " - , Estimates of a Human Capital Production Function Embedded in a Life-Cycle Model of Labor Supply. In: TERLECKY, N.E., ed., *Household Production and Consumption*. New York 1975: 227-258.
- ISHIKAWA, T., Imperfection in the Capital Market and the Institutional Arrangement of Inheritance. *Review of Economic Studies*, Vol. 41 (1974): 383-404.
- LEVHARI, D., MIRMAN, L.J., Savings and Consumption with an Uncertain Horizon. *Journal of Political Economy*, Vol. 85 (1977): 265-281.
- " - , SRINIVASAN, T.N., Optimal Savings under Uncertainty. *Review of Economic Studies*, Vol. 36 (1969): 27-38.
- MERTON, R.C., Lifetime Portfolio Selection under Uncertainty: The Continuous-Time Case. *Review of Economics and Statistics*, Vol. 51 (1969): 247-257.
- MILLER, M.H., UPTON, C.W., *Macroeconomics: A Neoclassical Introduction*. Homewood 1974.
- MIRMAN, L.J., Uncertainty and Optimal Consumption Decisions. *Econometrica*, Vol. 39 (1971): 179-185.
- MODIGLIANI, F., The Life-Cycle Hypothesis of Saving, the Demand for Wealth and the Supply of Capital. *Social Research*, Vol. 33 (1966): 160-217.
- " - , The Life-Cycle Hypothesis of Saving and Inter-country Differences in the Saving Ratio. In: ELTIS, W.A., et al., eds., *Induction, Growth and Trade: Essays in Honor of Sir Roy Harrod*. Oxford 1970: 197-225.
- " - , BRUMBERG, R., Utility Analysis and the Consumption Function: An Interpretation of Cross-Section Data. In: KURIHARA, K.K., ed., *Post-Keynesian Economics*. New Brunswick 1954: 388-436.
- MUNNELL, A.H., The Impact of Social Security on Personal Savings. *National Tax Journal*, Vol. 27 (1974): 553-567.
- NAGATANI, K., Life-Cycle Saving: Theory and Fact. *American Economic Review*, Vol. 62 (1972): 344-353.
- RAMSER, H.J., Sparverhalten und Vermögenspolitik. *Zeitschrift für die gesamte Staatswissenschaft*, 128. Bd. (1972): 269-293.

- RAMSER, H.J., Rationale Erwartungen und Wirtschaftspolitik. Diskussionsbeitrag des Fachbereichs Wirtschaftswissenschaften der Universität Konstanz. Sept. 1976.
- SAMUELSON, P.A., Social Indifference Curves. Quarterly Journal of Economics, Vol. 70 (1956): 1-22.
- " - , An Exact Consumption Loan Model of Interest with or without the Social Contrivance of Money. Journal of Political Economy, Vol. 56 (1958): 467-482.
  - " - , Turnpike Theorems Even Though Tastes are Intertemporally Dependent. Western Economic Journal, Vol. 9 (1971): 21-25.
- SANDMO, A., Portfolio Choice in a Theory of Saving. Swedish Journal of Economics, Vol. 70 (1968): 106-122.
- " - , Capital Risk, Consumption, and Portfolio Choice. Econometrica, Vol. 37 (1969): 586-599.
  - " - , The Effect of Uncertainty on Saving Decisions. Review of Economic Studies, Vol. 37 (1970): 353-360.
- STACKELBERG, H. v., Ein Beitrag zur Theorie des individuellen Sparens. Zeitschrift für Nationalökonomie, Bd. 9, (1938/39): 167-200.
- STOIKOV, V., On Some Models of Educational Decision. Kyklos, Vol. 30 (1977): 74-86.
- STROTZ, R.H., Myopia and Inconsistency in Dynamic Utility Maximization. Review of Economic Studies, Vol. 23 (1955/56): 165-180.
- SURREY, M.J.C., ed., Macroeconomic Themes. Oxford 1976.
- THUROW, L.C., The Optimum Lifetime Distribution of Consumption Expenditures. American Economic Review, Vol. 59, (1969): 324-330.
- " - , The Optimum Lifetime Distribution of Consumption Expenditures: Reply. American Economic Review, Vol. 65 (1975): 753-755.
- TOBIN, J., Life-Cycle Saving and Balanced Growth. In: W. FELLNER et al., eds., Ten Economic Essays in the Tradition of Irving Fisher. New York 1967: 231-256.
- " - , Wealth, Liquidity, and the Propensity to Consume. In: B. STRUMPEL et al., eds., Human Behavior in Economic Affairs. Essays in Honor of George Kantona. New York 1972: 37-56.

- TOBIN, J., DOLDE, W.C., Wealth; Liquidity and Consumption.  
In: The Federal Reserve Bank of Boston, Consumer Spending  
and Monetary Policy. Monetary Conference Series No. 5.  
Boston 1971.
- UZAWA, H., Time Preference and the Penrose Effect in a Two-Class  
Model of Economic Growth. Journal of Political Economy,  
Vol. 77 (1969): 628-652.
- WAN, H.Y., Optimal Saving Programs under Intertemporally  
Dependent Preferences. International Economic Review,  
Vol. 11 (1970): 521-547.
- WATKINS, T., The Time Allocation of Consumption under Debt  
Limitations. Cowles Foundation Discussion Paper No. 264,  
Febr. 1969.
- WEIZSÄCKER, C.C.v., Notes on Endogenous Change of Tastes.  
Journal of Economic Theory, Vol. 3 (1971): 345-372.
- WINTER, S.C., Optimization and Evolution in the Theory of  
the Firm. In: DAY, R.H., GROVES, T., eds., Adaptive  
Economic Models. New York, London 1975: 73-118.
- YAARI, M.E., On the Consumer's Lifetime Allocation Process.  
International Economic Review, Vol. 5 (1964): 304-317.
- " - , Uncertain Lifetime, Life Insurance, and the  
Theory of the Consumer. Review of Economic Studies,  
Vol. 32 (1965): 137-150.