

A Service of



Leibniz-Informationszentrum Wirtschaft Leibniz Information Centre

Berninghaus, Siegfried; Völker, Rainer

#### **Working Paper**

Wechselwirkungen zwischen Marktstruktur und Innovation - Innovationskonkurrenz als stochastisches Spiel

Diskussionsbeiträge - Serie I, No. 229

#### **Provided in Cooperation with:**

Department of Economics, University of Konstanz

Suggested Citation: Berninghaus, Siegfried; Völker, Rainer (1987): Wechselwirkungen zwischen Marktstruktur und Innovation - Innovationskonkurrenz als stochastisches Spiel, Diskussionsbeiträge - Serie I, No. 229, Universität Konstanz, Fakultät für Wirtschaftswissenschaften und Statistik, Konstanz

This Version is available at: https://hdl.handle.net/10419/75078

#### Standard-Nutzungsbedingungen:

Die Dokumente auf EconStor dürfen zu eigenen wissenschaftlichen Zwecken und zum Privatgebrauch gespeichert und kopiert werden.

Sie dürfen die Dokumente nicht für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, öffentlich zugänglich machen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Sofern die Verfasser die Dokumente unter Open-Content-Lizenzen (insbesondere CC-Lizenzen) zur Verfügung gestellt haben sollten, gelten abweichend von diesen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

#### Terms of use:

Documents in EconStor may be saved and copied for your personal and scholarly purposes.

You are not to copy documents for public or commercial purposes, to exhibit the documents publicly, to make them publicly available on the internet, or to distribute or otherwise use the documents in public.

If the documents have been made available under an Open Content Licence (especially Creative Commons Licences), you may exercise further usage rights as specified in the indicated licence.





# Fakultät für Wirtschaftswissenschaften und Statistik

Siegfried Berninghaus Rainer Völker

Wechselwirkungen zwischen Marktstruktur und Innovation — Innovationskonkurrenz als stochastisches Spiel

Diskussionsbeiträge

### WECHSELWIRKUNGEN ZWISCHEN MARKTSTRUKTUR UND INNOVATION

- INNOVATIONSKONKURRENZ ALS STOCHASTISCHES SPIEL

Siegfried Berninghaus Rainer Völker

Serie I - Nr. 229

Januar 1987

As 314/87 Melteritories

## WECHSELWIRKUNGEN ZWISCHEN MARKSTRUKTUR UND INNOVATION - INNOVATIONSKONKURRENZ ALS STOCHASTISCHES SPIEL

1.	Einleitung und Überblick	1
2.	Charakterisierung von Innovationskonkurrenz als stochastisches Spiel	, 5
	2.1. Begriff des stochastischen Spiels und die Existenz von Gleichgewichten	5
	2.2. Dynamische Innovationskonkurrenz zwischen zwei Firmen	8
3.	Analyse des Spiels	. 15
	3.1. Analyse der optimalen Politiken	15
	3.2. Mögliche Konkurrenzabläufe	24
	3.3. Ein Zweiperioden-Modell	30
	3.3.1. Eigenschaften des Modells	31
	3.3.2. Wirtschaftspolitische Implikationen	39
4.	Zusammenfassung	43
Ap	pendix Mag	46
Li	teratur 🧓 😜 🖰	51

#### 1. Einleitung und Überblick

Es war wohl zuerst das Verdienst von Joseph SCHUMPETER, die Bedeutung des Problemkreises "Marktstruktur und Innovation" in der Nationalökonomie hervorgehoben zu haben. Seine verbalanalytischen Bemühungen wichen allerdings erst in den letzten Jahren mehr oder weniger einigen Versuchen, diesbezügliche Zusammenhänge und Gesetzmäßigkeiten auf der Grundlage stärker formal-theoretisch orientierter Modelle zu erklären. Während die eine Forschungsrichtung mehr auf den Zusammenhang zwischen existierender Marktstruktur und resultierenden Innovationsanreizen abzielte (einen Überblick über diese Ansätze geben KAMIEN/SCHWARZ (1982)) gibt es recht wenige, auch sehr verschiedenartige Versuche, die Wechselwirkung von Marktstruktur und Innovation zu erfassen. Neben zwei Ansätzen, die von vornherein zum Teil bzw. völlig (FUTIA (1980) resp. NELSON/WINTER (1983)) auf eine entscheidungstheoretische Fundierung verzichten und letztendlich nur Simulationen zugänglich sind, gibt es außerdem noch bekanntere Arbeiten von REINGANUM (1985) und FLAHERTY (1980), die in einem dynamischen Kontext die durch Innovation bewirkten Marktstrukturveränderungen darstellen wollen. Bei ersterer Arbeit wird in einem mehrstufigen Spiel - mit einem "incumbent" und mehreren "outsidern" auf jeder Stufe/ökonomischen Periode - immer der jeweilige Patentmonopolist nach jedem neuen Patentrennen wieder von einem "outsider" abgelöst. Die von REINGANUM betonte äquivalente Darstellung des SCHUMPETERianischen Prozesses schöpferischer Zerstörung basiert allerdings letztlich auf dem seit ARROW (1962) bekannten "replacement"-Effekt eines Monopolisten. Einen anderen Nachteil hat das Modell von FLAHERTY: Zwar kann sie in einem kostenreduzierenden Wettbewerbsprozeß die stabile Existenz asymmetrischer Marktanteile trotz symmetrischem "Start" aller Marktteilnehmer nachweisen, ihre Gleichgewichtslösung beruht allerdings auf open-loop-Strategien, d.h. dynamische:

<sup>1)</sup> Vgl. dazu auch den Überblick von RAMSER (1986).

strategische Interaktion in dem Sinne, daß die Spieler ihre Aktionen vom jeweils neu erreichten Zustand abhängig machen können, findet hier nicht statt. Anders wie REINGANUM allerdings betont das Modell von FLAHERTY die Veränderung von Marktanteilen und den Prozeß andauernder Verbesserungen und nicht das "Rennen" nach jeweils einer singulären Erfinderung, deren Patenthalter als einziger auf dem Markt verweilen darf! Diese Betrachtungsweise - die Veränderung von Marktanteilen im Zeitablauf - liegt auch einem interessanten Ansatz von LEE (1984) zugrunde, auf dessen grundsätzliche Idee wir uns hier zunächst beziehen wollen. Anders als FLAHERTY betont schließlich LEE in seinem Modell den zweifellos stochastischen Charakter der meisten Innovationen: Ausgehend von einer symmetrischen Duopolsituation kann gezeigt werden, wie sich aufgrund unternehmerischen Entscheidungskalküls und des Zufallscharakters von Innovationen, mögliche Marktabläufe mit hinund herwechselnden Marktanteilen ergeben können, bis der Prozeß auch in einen stationären Zustand "hineinläuft", der durch asymmetrische Marktanteile charakterisiert sein kann.

LEE's Vorgehensweise ist allerdings in einigen Punkten methodisch fragwürdig, und seine Resultate sind ergänzungsbedürftig: So geht LEE z.B. von einem einzelwirtschaftlichen suchtheoretischen Kalkül aus (vgl. dazu den früheren Ansatz von EVENSON/KISLEV (1976) und auch BERNINGHAUS/VÖLKER (1986)).und "kombiniert" genau zwei solche Ansätze zu - wie er es nennt - einem "dynamic game of research and development rivalry". Zur Ableitung seiner komparativ-statischen Ergebnisse unterstellt er dann einfach implizit, daß für sein Modell Nash-Gleichgewichte vorliegen! Die Vorgehensweise hier ist allerdings eine andere: Zunächst wird unter 2.1. der Begriff des stochastischen Spiels eingeführt und erläutert. Es kann unter 2.2. gezeigt werden, daß der von LEE intendierte Innovationswettbewerb als Spezialfall eines stochastischen Spiels aufgefaßt werden kann. Dadurch braucht nicht ad hoc die Existenz von

Nash-Gleichgewichten unterstellt werden, sondern es können explizit Bedingungen angegeben werden, die die Existenz von Gleichgewichten implizieren. So können wir zumindest für den Fall abzählbarer Zustandsräume Bedingungen für die Existenz von Nash-Gleichgewichten angeben, die auch vom ökonomischen Standpunkt aus akzeptabel sind. Neben der speziellen Charakterisierung des LEE-Ansatzes als stochastisches Spiel sollte u.E. in Kapitel 2 auch prinzipiell deutlich werden, wie es möglich ist, bestimmte (Markt) abläufe, bei denen eine Zufallskomponente wie insbesondere bei Innovationen eine wesentliche Rolle spielt, als mehrperiodige stochastische Spiele zu modellieren.

Unter 3.1. führen wir dann zunächst eine Analyse der Optimalpolitiken einer einzelnen Firma durch, gegeben eine bestimmte
Aktion der jeweils anderen. Je nach unterstellter Konkurrenzreaktion können verschiedene Bereiche des technologischen Zustandsraums abgegrenzt werden, die das Optimalverhalten der
Firmen im Zeitablauf determinieren, d.h. angeben, ob es für
eine Firma bei gegebenem eigenem technologischen Niveau und
Niveau der anderen Firma lohnend ist, F&E zu betreiben oder
nicht.

Unter 3.2. schließlich werden, ähnlich wie bei LEE, die "Verhaltensbereiche" der beiden Spieler zusammengefaßt und mögliche Marktabläufe anschaulich skizziert. Es zeigt sich, daß den Eigenschaften der zugrundeliegenden innerperiodischen Pay-off-Funktion entscheidende Bedeutung für Konvergenz-, "Reswitching"-und Stoppeigenschaften des Modells zukommt. Es kann ein dynamischer Marktprozeß "nachgezeichnet" werden, der es u.a. gestattet, im Zeitablauf "hin- und herwechselnde" Marktanteile entscheidungstheoretisch fundiert zu erklären. Es wird weiter gezeigt, daß es u.U. für eine technologisch führende Firma lohnend ist, mit F&E zeitweise zu stoppen und erst wieder

damit zu beginnen, wenn der Konkurrent aufgeholt hat. Der innovatorische Konkurrenzkampf wird letztendlich als konvergent in dem Sinne erläutert, daß der Prozeß für beide Firmen in einem absoluten Stoppbereich endet, wobei es wahrscheinlich ist, daß beide Firmen in der "reifen", stationären Industrie in einem asymmetrischen Endzustand – die Marktanteile betreffend – verharren!

Unter 3.3. wird das allgemeine stochastische Spielmodell letztendlich transformiert in ein Zwei-Perioden-Modell. Dies geschieht, um anhand dieser vereinfachten Annahme noch technisch handhabbare wichtige komparativ-statische Eigenschaften der Firmen-Optimalpolitiken abzuleiten, was eine weitere Erweiterung des LEE-Ansatzes darstellt. Erste interessante wirtschaftspolitische Schlußfolgerungen können hier gezogen werden, die sich tendenziell auch auf eine Mehrperiodenbetrachtung übertragen lassen sollten: Es kann nachgewiesen werden, daß sowohl Forschungssubventionen an bestimmte Firmen als auch staatliche Grundlagenforschung auf erwartete technologische Spitzen- oder Durchschnittswerte einer Industrie einen positiven Einfluß besitzen. Dies erscheint in unserem Zusammenhang, wenn - wie langfristig sicher zu unterstellen ist - von einem gegebenen Spektrum technologischer Möglichkeiten, das ohne grundlegend neue wissentschaftliche Erkenntnisse nicht erweitert werden kann, auszugehen ist, von einiger Relevanz: Auch in einem Konkurrenzsystem - so wird hier ja gezeigt - erscheint es für alle Firmen rational, unterhalb des "technologisch machbaren" zu bleiben; Konkurrenz impliziert also nicht ein gegenseitiges "Aufschaukeln" der Innovationen bis zum technischen Limit. Ist also ein staatlicher Planer/ die Gesellschaft aus bestimmten Gründen an hohen technologischen Niveaus/Produktqualitäten interessiert, dann können staatliche Hilfen deswegen sehr wohl angezeigt sein.

- 2. Charakterisierung von Innovationskonkurrenz als nichtkooperatives stochastisches Spiel
- 2.1. Begriff des stochastischen Spiels und die Existenz von Gleichgewichten

Wir interessieren uns hier ausschließlich für nicht-kooperative Nicht-Nullsummen-Spiele. Ein solches Stochastisches Spiel kann man wie folgt charakterisieren (siehe dazu auch PARTHA-SARATHY (1973), FEDERGRUEN (1978), etc.): Gegeben seien N Spieler mit den Aktionenmengen  $A_{i} > (i = 1, \ldots, N)$ . Die Spieler wählen zu gegebenen (diskreten) Entscheidungszeitpunkten jeweils eine Aktion  $a_{i} \in A_{i}$ . Die Aktionen aller Spieler bestimmen für jeden Spieler einen Perioden-pay-off, der zufallsbestimmt ist. D.h. genauer bezeichne S den Zustandsraum des Spiels, und

$$r_i(.) : (S \times A_1 \times ... \times A_N) \rightarrow R$$

die pay-off-Funktion des i-ten Spielers, dann erhält Spieler i bei Realisation eines Zustandes s und der gemeinsamen Aktion  $(a_1,\ldots,a_N)$  den Perioden-pay-off  $r_i(s,a_1,\ldots,a_N)$ .

Die Realisation der Zustände s E S folgt einer Wahrscheinlichkeitsverteilung, die u.U. von Periode zu Periode unterschiedlich ist und - dies ist für stochastische Spiele charakteristisch - von den Aktionen aller Spieler abhängt. D.h. gegeben ist formal ein stochastisches Übergangsgesetz<sup>2)</sup>

$$q(.|s,a_1,...,a_N)$$
,

das die Realisierung der Zustände in S "kontrolliert". Liegt

<sup>1)</sup> Aus Gründen der Berechenbarkeit beschränken wir uns hier auf sog. stationäre Spiele, deren charakteristische Konzepte, die unten eingeführt werden, sich von Periode zu Periode nicht verändern.

<sup>2)</sup> Wir verzichten hier auf eine exakte maßtheoretische Charakterisierung der eingeführten Konzepte, da wir sie später nicht benötigen.

beispielsweise eine Anfangsverteilung p(.) über S vor, dann ist mit Hilfe des Übergangsgesetzes q(.|.) die Verteilung der Zustände in der nächsten Periode durch

$$p'(.) = \int_{s} q(.|s,a_1,...,a_N) dp(s)$$

gegeben.

Da im folgenden auch "gemischte" Aktionen zugelassen werden sollen, betrachte man die Menge aller Wahrscheinlichkeitsverteilungen auf A<sub>i</sub>, bezeichnet mit M<sub>i</sub>. Die Menge aller <u>Entscheidungsregeln</u> für Spieler i spielt im folgenden eine zentrale Rolle, sie ist definiert als Menge von Funktionen

$$\Delta_{i} := \{\delta_{i} | \delta_{i} : S \rightarrow M_{i}\}.$$

Eine Politik  $\sigma_i$  für den i-ten Spieler ist eine Folge von Entscheidungsregeln

$$\sigma_{\mathbf{i}} = (\delta_{\mathbf{i}}(1), \delta_{\mathbf{i}}(2), \dots),$$

wobei  $\delta_{\bf i}$  (n) die Entscheidungsregel bezeichnet, die der i-te Spieler zum Zeitpunkt n anwendet. Eine stationäre Politik verwendet zu allen Zeitpunkten die gleiche Entscheidungsregel. Sie werde im folgenden mit  $\delta_{\bf i}^{\infty}$  (=  $(\delta_{\bf i},\delta_{\bf i},\ldots)$ ) bezeichnet.

Der Einfachheit halber nehmen wir an, daß das Spiel über unendlich viele Perioden läuft. Dann ist der gesamte erwartete, diskontierte pay-off des i-ten Spielers, bei gegebener Politikwahl  $\{\sigma_i\}_{i=1}^N$ , j  $\neq$  i, der Konkurrenten gegeben durch

$$V_{i}(\sigma)(s) = E_{\sigma} \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \beta^{n} r_{i}(s_{n}; a_{1}, \dots, a_{N}) \mid s_{0}=s \right\},$$

wobei  $\sigma = (\sigma_1, \dots, \sigma_N)$  und  $\beta \in (0,1)$  die Diskontrate bezeichnet.

 $\sigma^* = (\sigma_1^*, \dots, \sigma_N^*)$  heißt dann <u>Gleichgewichtspunkt</u> des Spiels, wenn

$$\forall \ i : V_i(\sigma^*) \ge V_i(\sigma^*_{i-}, \sigma^*_{i}) \quad \text{für alle } \sigma_i,$$

$$\text{wobei } \sigma^*_{i-} := (\sigma^*_{1}, \dots, \sigma^*_{i-1}, \sigma^*_{i+1}, \dots, \sigma^*_{N}).$$

Das Problem der Existenz von Gleichgewichtspunkten ist nicht trivial. Dabei interessieren wir uns aus Gründen der Anwendbarkeit in erster Linie für stationäre Gleichgewichtspunkte. Für diesen Fall existieren unseres Wissens nur für Spiele mit abzählbaren Zustandsräumen, S Existenzsätze, die ohne allzu restriktive Bedingungen auskommen. Als Beispiel sei der folgende Satz zitiert.

Theorem 1 (FEDERGRUEN (1978)): Sei S eine abzählbare Menge, seien  $A_i$  kompakte Teilmengen (eines metrischen Raumes), sei  $r_i$  (.) beschränkt und seien  $r_i$  (.) und q(.|.) stetig in  $(a_1, \ldots, a_N)$ . Dann existiert wenigstens ein stationairer Gleichgewichtspunkt  $\delta^* = (\delta_1^*, \ldots, \delta_N^*)$ , für den gilt  $\delta^*$ 

$$\forall i : V_{i}(\delta^{*})(s) = \max_{\mu_{i} \in M_{i}} \left\{ r_{i}(s, \delta_{i}^{*}, (s), \mu_{i}) + \beta \sum_{t \in S} q(t|s, \delta_{i}^{*}, (s), \mu_{i}) V_{i}(\delta^{*})(t) \right\}.$$

Leider weisen die uns bekannten Existenzsätze für überabzählbare Zustandsräume (z.B. HIMMELBERG et al. (1976), PARTHASARATHY (1982)) hinreichende Bedingungen auf, die vom Standpunkt der

<sup>1)</sup> Hier bezeichne

ökonomischen Anwendbarkeit (zumindest auf Innovationsprozesse) nicht akzeptabel sind. 1) Der von SOBEL (1973) veröffentlichte Existenzbeweis, der als einziger weitgehend ohne solche Bedingungen auskommt, ist unvollständig (siehe FEDERGRUEN 1978), S. 453) und kann daher nicht herangezogen werden.

Im folgenden werden wir das Innovationsspiel als Stochastisches Spiel mit überabzählbarem Zustandsraum S darstellen. Dies geschieht ausschließlich aus Gründen der leichteren Präsentation und Interpretation der Ergebnisse. Es sollte dabei immer bedacht werden, daß strenggenommen noch kein für unser im nächsten Kapitel vorzustellendes Modell der Innovationskonkurrenz akzeptabler Existenzbeweis für diesen allgemeinen Fall existiert. Man hat dazu die Ergebnisse in den sich anschließenden Kapiteln (bei überabzählbarem Zustandsraum) entweder wie folgt zu interpretieren: "Angenommen es existiert ein stationärer Gleichgewichtspunkt, dann haben die optimalen Entscheidungsregeln  $\delta_i^*(.)$  die folgenden Eigenschaften ...". Oder man interpretiert die Ergebnisse entsprechend für abzählbaren Zustandsraum. Dies ist leicht möglich, da sich die Eigenschaften von  $\delta^*(.)$  in beiden Fällen qualitativ nicht unterscheiden.

2.2. Dynamische Innovationskonkurrenz zwischen zwei Firmen

Zur Modellierung fortwährender Innovation ist - bei einzelwirtschaftlicher Betrachtung - die Verwendung eines suchtheoretischen Ansatzes sinnvoll (vgl. dazu EVENSON/KISLEV (1976),

TELSER (1982)), der sich als Markoffscher Entscheidungsprozeß
charakterisieren läßt (BERNINGHAUS/VÖLKER (1986)). Zentraler Ausgangspunkt dieses Ansatzes ist folgende Überlegung: Ein gegebenes technologisches Niveau bei Prozeßinnovationen bzw.

$$q(.|s,a_1,...,a_N) = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{N} q_i(.|s,a_i).$$

<sup>1)</sup> Es handelt sich hierbei im wesentlichen um die Annahme der additiven Separabilität der Übergangswahrscheinlichkeit q(.|.) in den Aktionsvariablen, d.h. um Annahmen des Typs

eine bestimmte Produktqualität bei Produktinnovationen kann im Zeitablauf unter Aufwendung von F&E verbessert werden. Der einzelwirtschaftliche Entscheider hat an jedem Entscheidungszeitpunkt die grundsätzliche Wahlmöglichkeit zwischen "Weitersuchen nach einer Verbesserung" oder "Stoppen des F&E-Prozesses". Auch bei der Betrachtung mehrerer Entscheider, die auf einem Markt in Konkurrenz stehen, bleibt das Abwägen zwischen möglichem Mehrertrag durch Innovation und zusätzlichen Kosten durch F&E-Anstrengungen von essentieller Bedeutung. Allerdings sollten unter Konkurrenzbedingungen strategischen Interdependenzen zwischen den Akteuren eine zusätzliche Bedeutung zukommen, die es modellhaft zu erfassen gilt. In enger Anlehnung an ein Modell von LEE (1984) soll hier eine symmetrische zwei-Firmen-Innovationskonkurrenz modellhaft skizziert werden, die sich mit den unter 2.1. erläuterten Konzepten als stochastischen Spiel charakterisieren läßt und die einige wichtige Einblicke in Marktprozesse zuläßt, die durch Innovationstätigkeit induziert werden.

Die stilisierte Innovationskonkurrenz genüge folgenden Annahmen:

- A<sub>1</sub>: Die zwei (risikoneutralen) Firmen seien ausgestattet mit einem bestimmten Technologieniveau<sup>1)</sup>  $y_i \in [o,1]$ , i=1,2, das im Zeitablauf verbessert werden kann.  $y_i$  kann beispielsweise als Kehrwert der als konstant angesehenen Grenzkosten interpretiert werden. Es sei weiter unterstellt, daß  $y_i$  in direkter positiver Beziehung zum Marktanteil der jeweiligen Firma stehe.
- A2: Unter Aufwendung von Fixkosten in Höhe von K kann jede Firma aus einer vorgegebenen Verteilung F(y) von technologischen Möglichkeiten "ziehen" und eventuell ihr bisheriges Niveau verbessern. 2) Eine möglicherweise verbesserte Technologie komme sofort und ohne Adaptionskosten zum

<sup>1)</sup> Prinzipiell könnte y natürlich auch als Produktqualität interpretiert werden!

<sup>2)</sup> Die Annahme einer fix vorgegebenen Verteilung an technologischen Möglichkeiten wird unter 3.3. diskutiert und gelockert.

Einaatz. Der Einfachheit halber werde angenommen, daß F(.) eine stetige Dichtefunktion besitzt, die im Intervall (0,1) positiv ist.

A<sub>3</sub>: Der Perioden-Nettoertrag eines Spielers i, i = 1,2 sei nur abhängig von dem bislang erzielten Technologieniveau beider Akteure, also  $\pi_i(y_1,y_2)$ ;  $\pi_i$ , i = 1,2 sei zweimal stetig differenzierbar und nicht negativ in den relevanten Bereichen . In  $\pi_i(y_1,y_2)$  sind die periodischen (F&E)-Aufwendungen nicht enthalten.

A<sub>4</sub>: Für die Profitfunktion  $\pi_1(y_1,y_2)$  werde angenommen, daß

$$\frac{\partial \pi_{i}}{\partial y_{i}} > 0$$
,  $\frac{\partial \pi_{i}}{\partial y_{j}} < 0$  (i  $\neq$  j)

gilt. Bezüglich der gemischten Ableitung werden wir drei Fälle unterscheiden

a) 
$$\frac{\partial^2 \pi_i}{\partial Y_i \partial Y_j} > 0$$
,  $\beta$ )  $\frac{\partial^2 \pi_i}{\partial Y_i \partial Y_j}$   $0$ ,  $\gamma$ )  $\frac{\partial^2 \pi_i}{\partial Y_i \partial Y_j}$   $0$ .

Die in A4 gemachte Fallunterscheidung erweist sich als sinnvoll, da die unter  $\alpha$ ),  $\beta$ ) und  $\gamma$ ) gemachten Voraussetzungen zu unterschiedlichen ökonomischen Konsequenzen führen.

Ökonomisch kann die Annahme  $\beta$ ) beispielsweise derart interpretiert werden, daß die technologischen Verbesserungen der einen Firma tendenziell mehr negative Auswirkungen auf den Profit des anderen "in der Zukunft" (wenn das Technologieniveau höher ist) als "in der Gegenwart" (wo das Technologieniveau als geringer angenommen wird) haben. Die umgekehrte Interpretation gilt für Annahme  $\alpha$ ). Letzteres sei exemplarisch in der Abbildung 1 veranschaulicht.

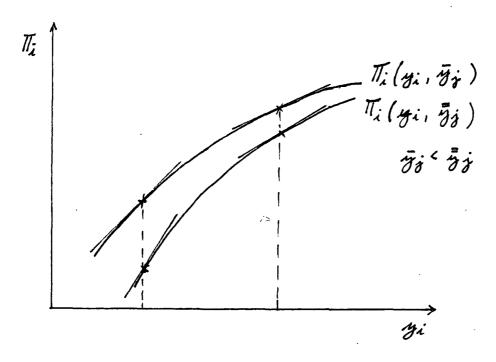


Abb. 1

A<sub>5</sub>: Der Planungshorizont für beide Spieler gehe über unendlich viele Perioden und für jede Periode gelte es - wie eingangs erläutert - zu entscheiden, ob F&E durchgeführt werden soll oder nicht, gegeben die Aktionen des jeweils anderen. Zielkriterium ist dabei die Maximierung der erwarteten Gegenwartsprofite

$$E \left( \sum_{m=0}^{\infty} \beta^{m} [\pi_{1}(y_{1}^{m}, y_{2}^{m}) - K_{m}] | y_{1}^{o}, y_{2}^{o} \right).$$

Das unter A1 bis A5 entwickelte einfache Szenario läßt sich nun mit Hilfe der unter 2.1. erläuterten Konzepte als stochastisches Spiel wie folgt beschreiben:

Der Zustandsraum sei der Raum aller möglichen Technologiekonstellationen, d.h. es gelte

$$S := [0,1] \times [0,1]$$

Die Menge der möglichen Aktionen (pro Periode) ist für beide Firmen identisch

$$A_1 = A_2 = \{I,N\}$$

wobei "I" ("N") die Aktion "Innovieren" ("Nicht-Innovieren")
bezeichnet. Damit wird

$$M_1 = M_2 = [0,1]$$

gesetzt, und jede "gemischte" Aktion  $(\mu_1,\mu_2)$  wird als Element von M = M<sub>1</sub> × M<sub>2</sub> aufgefaßt. Pür den Nettoertrag pro Periode kann man setzen

$$r_{i}(s,\mu_{1},\mu_{2}) := \pi_{i}(y_{1},y_{2}) - \mu_{i}^{K}$$

Die Übergangswahrscheinlichkeit werde dann wie folgt definiert

$$q(.|(y_1,y_2),N,N) := \epsilon_{(y_1,y_2)}$$

wobei  $\epsilon_{(y_1,y_2)}$  die im Punkt  $(y_1,y_2)$  konzentrierte Wahrschein-lichkeitsverteilung bezeichnet. Ein technologischer Zustand ist also absorbierend, wenn beide Firmen nicht mehr innovieren. Für die anderen Konstellationen  $(a_1,a_2)$  hat man 3)

$$q(y'_1,y'_2)|(y_1,y_2,I,N) = \begin{cases} F(y'_1) & \text{wenn } y'_1 \ge y_1, y'_2 = y_2 \\ o & \text{sonst.} \end{cases}$$

analog für q(.|.,N,I). Diese Definition entspricht dem unter

<sup>1)</sup> Gemeint ist natürlich genauer des Betreiben von F&E, da ein Innovationserfolg ja nicht gesichert ist.

<sup>2)</sup> µ, wird hier als Innovationswahrscheinlichkeit interpretiert.

<sup>3)</sup> Im folgenden werde die Übergangswahrscheinlichkeit q(.|.) durch ihre Verteilungsfunktion dargestellt.

 ${\bf A_2}$  geschilderten Firmenverhalten, nach dem eine Firma nur Technologien  ${\bf y_i}$  realisiert, die eine einmal eingesetzte Technologie übertreffen.

$$q((y'_{1},y'_{2})|(y_{1},y_{2}),I,I) = \begin{cases} F(y'_{1}) \cdot F(y'_{2}) & \text{wenn } y'_{1} \geq y_{1},y'_{2} \geq y_{2}, \\ F(y'_{1}) \cdot F(y_{2}) & \text{wenn } y'_{1} \geq y_{1},y'_{2} \leq y_{2}, \\ F(y_{1}) \cdot F(y'_{2}) & \text{wenn } y'_{1} < y_{1},y'_{2} \geq y_{2}, \\ o & \text{sonst} \end{cases}$$

Diese Definition impliziert offensichtlich, daß Externalitäten im Innovationsprozeß ausgeschlossen sind. Für "gemischte" Aktionen  $\mu = (\mu_1, \mu_2)$  ergibt sich schließlich

$$\begin{split} q(.|.,\mu_1,\mu_2) &= q(.|.,I,I)\mu_1\mu_2 + q(.|.,N,I)(1-\mu_1)\mu_2 &+ \\ &+ q(.|.,I,N)\mu_1(1-\mu_2) + q(.|.,N,N)(1-\mu_1)(1-\mu_2) \end{split}$$

Wie ersichtlich geworden sein sollte, sind für das noch näher zu erläuternde Innovationsszenario bis auf die Nicht-Abzählbarkeit des Zustandsraumes alle Annahmen von Theorem 1 erfüllt; es läßt sich somit zunächst konstatieren

<u>Proposition 1</u>: Sei S eine abzählbare Teilmenge von  $[0,1] \times [0,1]$ , dann existiert wenigstens ein stationärer Gleichgewichtspunkt  $\delta^*$  des Innovationsspiels mit

$$(1) \quad V_{i}(\delta^{*^{\infty}}, (y_{1}, y_{2})) = \max_{\mu_{i} \in [0, 1]} \left\{ \pi_{i}(y_{1}, y_{2}) - \mu_{i}K_{+} + \beta \int_{S} V_{i}(y'_{1}, y'_{2}) dq((y'_{1}, y'_{2}) | (y_{1}, y_{2}), \mu_{1}, \mu_{2}) \right\}, i = 1, 2.$$

Man erkennt aus (1), daß die Gleichgewichtsstrategien  $\delta_{i}^{*}$  reine Strategien sind, d.h. es gilt  $\delta_{i}^{*}$   $\in$  {0,1}, i = 1,2. Berück-

Fiblication Wind that the American the Ameri

sichtigt man schließlich die Definition von q(.|.), erhält man aus (1) die folgenden Funktionalgleichungen für Spieler 1

(2a) 
$$V_1(\delta_1^*(y_1,y_2),N,(y_1,y_2)) = \max \begin{cases} \pi_1(y_1,y_2) + \beta V_1(\delta_1^*y_2) \\ \pi_1(y_1,y_2) - K + \beta \widetilde{V}_1(I,N,y_1,y_2) \end{cases}$$

(2b) 
$$V_1(\delta_1^*(y_1,y_2),I,(y_1,y_2)) = \max \begin{cases} \pi_1(y_1,y_2) + \beta \widetilde{V}_1(N,I,y_1,y_2) \\ \pi_1(y_1,y_2) - K + \beta \widetilde{V}_1(I,I,y_1,y_2) \end{cases}$$

wobei<sup>2)</sup>

$$\begin{split} \widetilde{V}_{1}\left(\text{I},\text{N},y_{1},y_{2}\right) &:= & V_{1}\left(y_{1},y_{2}\right)\text{F}\left(y_{1}\right) + \int_{y_{1}}^{1} V_{1}\left(x,y_{2}\right)\text{dF}\left(x\right), \\ \widetilde{V}_{1}\left(\text{N},\text{I},y_{1},y_{2}\right) &:= & V_{1}\left(y_{1},y_{2}\right)\text{F}\left(y_{2}\right) + \int_{y_{2}}^{1} V_{1}\left(y_{1},x\right)\text{dF}\left(x\right) \\ \widetilde{V}_{1}\left(\text{I},\text{I},y_{1},y_{2}\right) &:= & V_{1}\left(y_{1},y_{2}\right)\text{F}\left(y_{1}\right)\text{F}\left(y_{2}\right) + \left[\int_{y_{1}}^{1} V_{1}\left(x,y_{2}\right)\text{dF}\left(x\right)\right]\text{F}\left(y_{2}\right) + \\ &+ \left[\int_{y_{2}}^{1} V_{1}\left(y_{1},x\right)\text{dF}\left(x\right)\right]\text{F}\left(y_{1}\right) + \int_{y_{1}}^{1} \int_{y_{2}}^{1} V_{1}\left(x,z\right)\text{dF}\left(x\right)\text{dF}\left(z\right) \end{split}$$

Analoges gilt für Spieler 2. Aus (2) kann man nun die optimale Innovationspolitik in jeder Periode prinzipiell bestimmen. 1) Wie im vorhergehenden Abschnitt schon angekündigt, soll für die nun folgenden Ableitungen S = [0,1] × [0,1] angenommen werden. Wenn auch damit Proposition 1 nicht direkt angewendet werden kann, so hat man damit eine anschaulichere Darstellungsweise der Resultate ermöglicht, die auch die ökonomische Interpretation der Ergebnisse erheblich erleichtert. Im übrigen sei dazu

<sup>1)</sup> D.h. bei Kenntnis der optimalen Wertfunktion V(.).

<sup>2)</sup> In Zukunft wird zur Vereinfachung der Notation die Abhängigkeit von  $V_1(.)$  von einem  $\delta^*$  nicht mehr explizit kenntlich gemacht.

auf die Ausführungen am Ende des letzten Abschnittes verwiesen.

- 3. Analyse des Spiels
- 3.1. Die Optimalpolitik der einzelnen Firmen

Im folgenden soll nun die qualitative Analyse des Firmenverhaltens in einem angenommenen stationären Gleichgewicht durchgeführt werden. Dabei wird der Zustandsraum des Spiels S = = [0,1] × [0,1] in Teilmengen zerlegt, in denen für eine Firma jeweils eine Aktion, d.h. Innovieren bzw. Nicht-Innovieren  $^{1)}$  - gegeben die Aktion des Konkurrenten - optimal ist. Damit ist dann "im Prinzip" die optimale Entscheidungsregel  $\delta_{1}^{*}(.)$  für jede Firma bestimmbar. Die oben genannten Teilmengen von S werden, wie weiter unten gezeigt wird, mit Hilfe der Funktionalgleichung (2) abgegrenzt. Offensichtlich ist dieses Vorgehen nur sinnvoll, wenn zumindest qualitative Eigenschaften der optimalen Wertfunktionen  $V_{1}(.)$  bekannt sind. In diesem Zusammenhang benötigen wir das folgende Resultat.

Proposition 2: Angenommen die optimalen Wertfunktionen existieren und seien zweifach differenzierbar, dann gilt (für  $(y_1,y_2) \in (0,1) \times (0,1)$ )

a) 
$$\frac{\partial \pi_{\underline{i}}}{\partial Y_{\underline{i}}} > 0 \Rightarrow \frac{\partial V_{\underline{i}}}{\partial Y_{\underline{i}}} > 0$$

b) 
$$\frac{\partial \pi_{i}}{\partial Y_{j}} < 0 \Rightarrow \frac{\partial V_{i}}{\partial Y_{j}} < 0$$

c) 
$$\frac{\partial \pi_{i}}{\partial y_{i} \partial y_{j}} \stackrel{>}{\geq} \circ \rightarrow \frac{\partial V_{i}}{\partial y_{i} \partial y_{j}} \stackrel{>}{\geq} \circ$$

<sup>1) &</sup>quot;Innovieren" möge im folgenden wieder besagen: F&E betreiben, ohne daß ein Innovationserfolg gesichert ist.

für  $i + j_{i}$ ; i = 1,2.

Beweis: Siehe Appendix 1

Das Ergebnis von Proposition 2 läßt sich dahingehend interpretieren, daß die Eigenschaften der reduzierten Profitfunktion voll auf die optimale Wertfunktion "durchschlagen".

#### 3.1.1. Optimalpolitiken ohne Innovationskonkurrenz

Im folgenden soll nun exemplarisch das Entscheidungsproblem von Firma 1 betrachtet werden. Analoge Ableitungen gelten für Firma 2. Um die optimale Innovationsstrategie von Firma 1 bei gegebener Aktion des Konkurrenten in Abhängigkeit vom jeweils vorliegenden Technologiezustand  $(y_1,y_2)\in S$  zu bestimmen, werde zunächst angenommen, daß Firma 2 nicht innoviere. Für Firma 1 stellt sich nun das Problem, ob sie F&E betreiben soll oder nicht. Für die weitere Analyse ist es zunächst von Vorteil, eine Menge von Zuständen  $(y_1,y_2)$  zu bestimmen derart, daß Firma 1 indifferent ist zwischen Innovation (I) und Nicht-Innovation (N). Diese Menge werde in Zukunft "Indifferenzmenge" von Spieler 1 genannt (bei Nicht-Innovation des Konkurrenten) und mit dem Symbol  $I_1^N$  bezeichnet. Damit gilt offenbar als Folgerung von (2)

$$\begin{split} \mathbf{I}_{1}^{N} &:= \left\{ (\mathbf{y}_{1}, \mathbf{y}_{2}) \in \mathbf{S} \, | \, \mathbf{V}_{1} \, (\mathbf{N}, \mathbf{N}, (\mathbf{y}_{1}, \mathbf{y}_{2})) \, = \, \mathbf{V}_{1} \, (\mathbf{I}, \mathbf{N}, (\mathbf{y}_{1}, \mathbf{y}_{2})) \right\} \, = \\ &= \left\{ (\mathbf{y}_{1}, \mathbf{y}_{2}) \in \mathbf{S} \, | \, \beta \right\} \, \left[ (\mathbf{V}_{1} \, (\mathbf{x}, \mathbf{y}_{2}) - \mathbf{V}_{1} \, (\mathbf{y}_{1}, \mathbf{y}_{2})) \, \right] \, \mathrm{d}\mathbf{F} \, (\mathbf{x}) \, = \, \mathbf{K} \right\}. \end{split}$$

Zunächst muß untersucht werden, ob  $I_1^N$   $\neq$  o, d.h. ob die in der Definition von  $I_1^N$  angegebene Gleichung für gegebenes K lösbar ist. Dazu definieren wir eine Hilfsfunktion

$$f_{y_2}(y_1) := \int_{y_1}^{1} [V_1(x,y_2) - V(y_1,y_2)] dF(x).$$

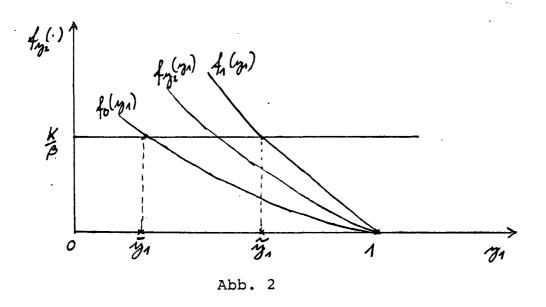
Aufgrund von Proposition 2 gilt dann

(3) 
$$\frac{\partial f_{y_2}(y_1)}{\partial y_1} = -\frac{\partial V_1(y_1,y_2)}{\partial y_1} (1-F(y_1)) < 0,$$

und wenn wir zunächst den Fall  $A_4$ ,  $\alpha$ ), d.h. positives Vorzeichen der gemischten Ableitung von  $\pi_1$ , betrachten, so folgt ebenfalls aus Proposition 2

$$(4) \quad \frac{\partial f_{y_2}(y_1)}{\partial y_2} = \int_{\Omega} \left[ \frac{\partial V_1(x, y_2)}{\partial y_2} - \frac{\partial V_1(y_1, y_2)}{\partial y_2} \right] dF(x) > 0.$$

Die Zusammenhänge lassen sich in Abb. 2 anschaulich machen.



Determiniert sind bei den Funktionen  $f_{Y2}(y_1)$  die negative Steigung und der Abszissenschnittpunkt (bei  $y_1=1$ ), nicht jedoch das Krümmungsverhalten. Insoweit sind die eingezeichneten Kurvenverläufe exemplarisch. Nimmt man für das Technologieniveau von Firma 2 die "Extremwerte" o resp. 1 an, so kann man die zugehörigen "Indifferenzwerte"  $\overline{y}_1$  resp.  $\overline{y}_1$  für Firma 1 defi-

nieren (siehe Abb. 2). Aus Abb. 2 ist nun erkennbar, daß  $I_1^N \neq \emptyset$ , wenn wenigstens ein  $\bar{y}_2$  existiert derart, daß  $f_{\bar{y}_2}$  (o) > K. Im folgenden wollen wir eine strengere Forderung stellen. Wir wollen annehmen, daß

$$\beta f_{y_2}(y_1) = K$$

für alle  $y_2 \in [0,1]$  lösbar ist, d.h.daß  $f_0(0) > K$  gilt. Das ist offenbar dann erfüllt, wenn

(5) 
$$\beta \int_{0}^{1} (V_{1}(x,0)-V_{1}(0,0)) dF(x) \ge K$$

gilt.

Bei Gültigkeit von (5) ist es nun möglich, eine "Indifferenz-kurve" im Zustandsraum S einzuzeichnen, die entsprechend den Eigenschaften von  $f_{y_2}(y_1)$  exemplarisch den in Abb. 3 gezeichneten Verlauf haben muß.

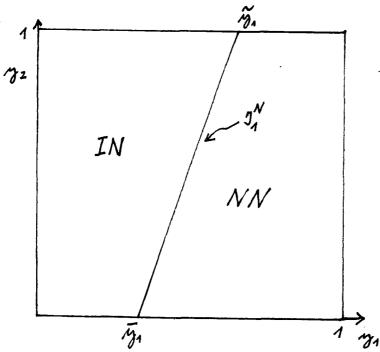


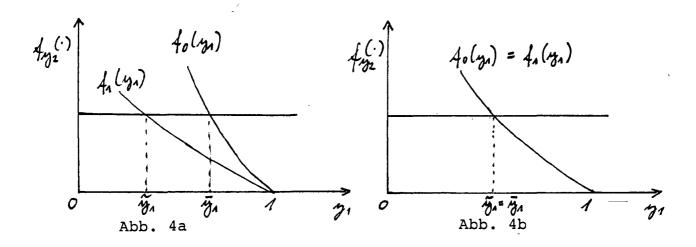
Abb. 3

Die Indifferenzlinie trennt offenbar die Bereiche IN (1 betreibt F&E, 2 nicht) und NN (1 betreibt nicht F&E, 2 nicht) voneinander. Die Lage der Bereiche folgt aus (3).

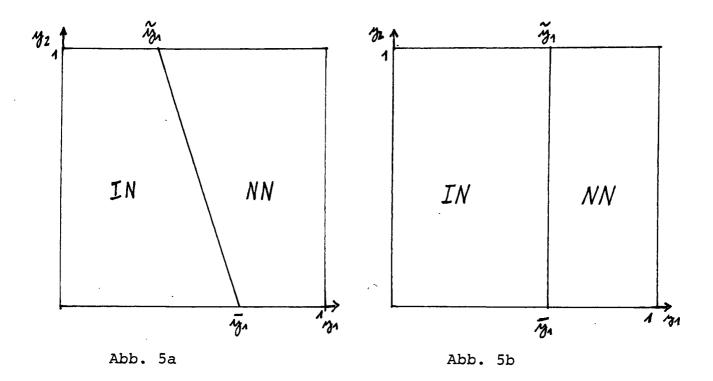
Betrachtet man nun die übrigen Fälle A<sub>4</sub>./3) und  $\gamma$ ), so folgt sofort, daß sich das Vorzeichen von  $\partial f_{Y_2}(y_1)/\partial y_1$  nicht ändert, bzgl. der anderen partiellen Ableitung gilt aber (mit Hilfe von Proposition 2)

$$\frac{\partial f_{y_2}(y_1)}{\partial y_2} \le 0, \text{ wenn } \frac{\partial \pi_1}{\partial y_1 \partial y_2} \le 0.$$

Die Situation ist in Abb. 4 a) bzw. b) dargestellt.



Überträgt man diese Konstellation in den Zustandsraum, so erhält man die folgende Graphik (Abb. 5)



Um Mißverständnissen vorzubeugen, sollte hier erwähnt werden, daß sich die Funktionen  $f_{y_2}(y_1)$  in den oben genannten Fällen  $A_4.\alpha)$ , $\beta)$  und  $\gamma)$  nicht nur bezüglich des Vorzeichens ihrer partiellen Ableitungen unterscheiden. Da sich in allen drei Fällen i.d.R. die optimalen Wertfunktionen  $V_1$ (.) unterscheiden, ist auch die Steigung von  $f_{y_2}(y_1)$  selbst in den drei Fällen quantitativ verschieden. Wie sich später zeigen wird, ist infolge dieses Sachverhalts ein Vergleich der Gleichgewichtspunkte in allen drei Fällen nicht möglich, es sei denn, die Wertfunktion V<sub>1</sub>(.) ist explizit bekannt. Es können nur qualitative Eigenschaften der Gleichgewichtsstrategien eruiert und miteinander verglichen werden. Das gleiche Resultat gilt für komparativ statische Überlegungen. Die Änderungen relevanter Parameter (wie beispielsweise der Forschungsaufwendungen K oder der Technologieverteilung F(.)) beeinflußt die optimale Wertfunktion  $V_1(.)$  in einer nur schwer vorhersehbaren Weise. Um dennoch derartige Aussagen machen zu können, werden wir in Kap. 3.3. ein endlich-stufiges Innovations-Modell vorstellen, in dem diese Aussagen zumindest in einem Spezialfall leicht abzuleiten sind.

Schließlich erscheint es hier auch sinnvoll darauf hinzuweisen, daß  $\bar{y}_1$  als "Reservationstechnologieniveau" des Spielers 1 anzusehen ist, wenn Spieler 2 überhaupt keine Forschungsanstrengungen unternimmt. Hat eine Firma im einzelwirtschaftlichen Fall einmal dieses ökonomische Limit erreicht bzw. – per Zufall – überschritten, "stoppt" sie "für immer" ihre technologische Weiterentwicklung. Wie wir hier allerdings noch demonstrieren werden, kann es unter speziellen Konkurrenzkonstellationen durchaus möglich sein, daß eine Firma nach einiger Zeit den Wettbewerb wieder aufnimmt. Dies wird im folgenden als "Reswitching"-Eigenschaft der Innovationskonkurrenz bezeichnet.

#### 3.1.2. Optimalpolitik bei Innovationskonkurrenz

In diesem Abschnitt sollen die vorher gemachten Ausführungen bezüglich der optimalen Innovationspolitik einer einzelnen Firma analog durchgeführt werden unter der Annahme, daß die Konkurrenzfirma innoviert.

Auch in diesem Fall läßt sich nun für Firma 1 eine Indifferenzmenge  $I_1^{\bar{I}}$  definieren und zwar durch

$$I_1^{I} = \left\{ (y_1, y_2) \in S \mid K = \beta \int_{y_2}^{1} \int_{y_1}^{1} (V_1(x, z) - V_1(y_1, z) dF(x) dF(z) + y_2 \right\}$$

$$+\beta \left[ \int_{y_{1}}^{1} (v_{1}(x,y_{2})-v_{1}(y_{1},y_{2}) dF(x)) F(y_{2}) \right]$$

Diese Definition folgt nach einigen Umformungen aus (2).

Wir definieren dann zunächst wieder eine Funktion

<sup>1)</sup> Vgl. BERNINGHAUS/VÖLKER (1986).

$$\tilde{f}_{y_2}(y_1) := \int_{y_2}^{1} \int_{y_1}^{1} (V_1(x,z) - V_1(y_1,z)) dF(x) dF(z)$$

Die Indifferenzmenge  $I_1^I$  ist dann gegeben durch die Menge aller Technologiekonstellationen  $(y_1,y_2)$ , die die Gleichung

(6) 
$$\beta g_{y_2}(y_1) := \beta \left\{ \tilde{f}_{y_2}(y_1) + f_{y_2}(y_1) F(y_2) \right\} = K$$

erfüllen.

Wir wollen nun im folgenden zunächst wieder davon ausgehen, daß die Konkurrenzreaktion  $\partial^2 \pi_1/\partial y_1 \partial y_2 > o$  (Fall  $A_4.\alpha$ )) relevant sei.

Wie vorher kann man zeigen, daß

$$- (7) \quad \frac{\partial g_{y_2}(y_1)}{\partial y_1} = - \int_{y_2}^{1} \frac{\partial V_1(y_1, z)}{\partial y_1} (1 - F(y_1)) dF(z) + \frac{\partial f_{y_2}(y_1)}{\partial y_1} < 0$$

und

$$- (8) \quad \frac{\partial g_{y_2}(y_1)}{\partial y_2} = F(y_2) \int_{y_1}^{1} (\frac{\partial V_1(x, y_2)}{\partial y_2} - \frac{\partial V_1(y_1, y_2)}{\partial y_2}) dF(x) > 0$$

gilt (wegen Proposition 2).

Damit erhält man im Prinzip die gleiche graphische Darstellung (siehe Abb. 2 und 3) für die Indifferenzkurve von Firma 1.

Es bleibt nur noch zu zeigen, daß Gleichung (6) für jedes  $y_2 \in [0,1]$  in  $y_1$  erfüllbar ist. Dazu benötigt man die folgende Ungleichung 1)

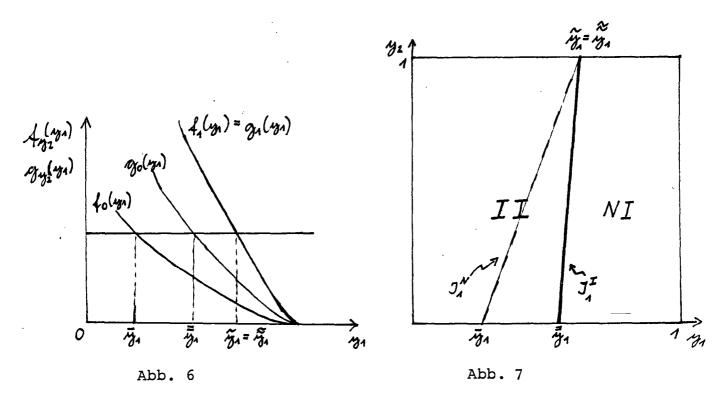
1) Wegen 
$$\frac{d(\int\limits_{Y_2}^{1} (V_1(x,z)-V_1(y_1,z))dF(x))}{dz} > o \text{ gilt}$$

$$g_{Y_2}(y_1) \ge \int\limits_{Y_1}^{1} (V_1(x,y_2)-V_1(y_1,y_2))dF(x)(1-F(y_2))+f_{Y_2}(y_1)F(y_2) = f_{Y_2}(y_1).$$

(9) 
$$g_{y_2}(y_1) \ge f_{y_2}(y_1)$$
,

die  $g_0(0) \ge f_0(0)$  impliziert. Nimmt man die Gültigkeit von (5) an, dann folgt daraus sofort die Lösbarkeit von (6) im relevanten Bereich.

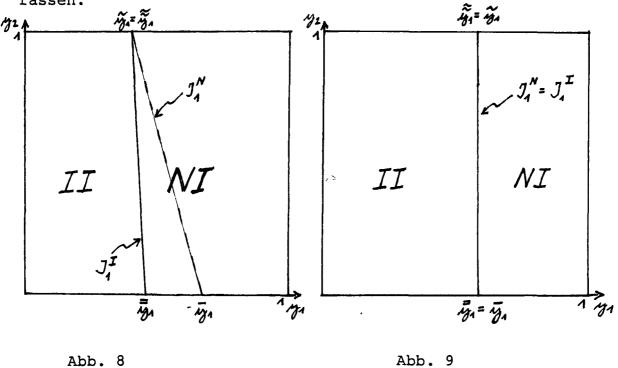
Auch hier lassen sich für die "Extremwerte" o und 1 von  $y_2$  die zugehörigen Werte  $\overline{y}_1$  resp.  $\overline{y}_1$  bestimmen. Damit ist es möglich, die Indifferenzmenge  $I_1$  im Zustandsraum S anzugeben. In den folgenden Abbildungen 6 und 7 ist die Situation von Firma 1 in beiden Fällen (mit und ohne Innovationskonkurrenz) dargestellt.



Setzt man nun die anderen Konkurrenzreaktionen, d.h.  $A_4$ .  $\beta$ ) und  $\gamma$ ) voraus, dann ändert sich  $\partial g_{Y2}(y_1)/\partial y_1$  nicht, bezüglich der anderen partiellen Ableitung hat man (gem. Proposition 2)

$$\frac{\partial g_{Y2}(y_1)}{\partial y_2} \le 0, \text{ wenn } \frac{\partial \pi_1}{\partial y_1 \partial y_2} \le 0.$$

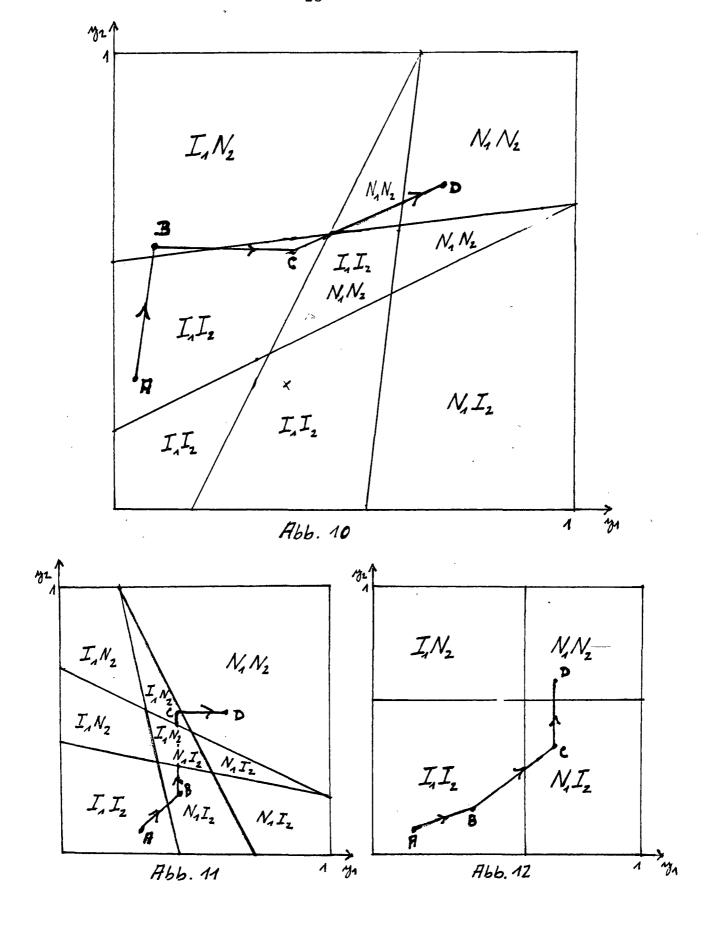
Ohne auf die Analyse dieser beiden Fälle im einzelnen einzugehen, möchten wir hier nur die Konsequenzen der Annahme in den folgenden Abbildungen 8 und 9 (für  $\beta$ ) resp.  $\gamma$ )) zusammenfassen.



Wie aus Abb. 8 erkennbar ist, ist im Fall  $A_4.\beta$ ) die Steigung der Indifferenzkurve negativ und  $I_1^I$  verläuft (im Gegensatz zu  $A_4.\alpha$ )) links von  $I_1^N$ . Unter Annahme  $A_4.\gamma$ ) fallen die beiden Indifferenzkurven zusammen.

#### 3.2. Mögliche Konkurrenzabläufe

Um mögliche Abläufe der Innovationskonkurrenz nachzuvollziehen, kann man zunächst die Aktionsbereiche beider Spieler in einer Abbildung kombinieren. Dies ist in den Abbildungen 10 , 11 u. 12 veranschaulicht – je nach unterstellter Konkurrenzreaktion  ${}^2\pi_1/{}^3y_1{}^3y_j > o, \; {}^2\pi_1/{}^3y_1{}^3y_j < o \; \text{und} \; {}^2\pi_1/{}^3y_1{}^3y_j = o.$  Die jeweils eingezeichneten Gleichgewichtsaktionsfelder ergeben sich als Schnittmengen der einzelwirtschaftlichen Aktionsbereiche.



Die Trennungslinien sind in den Abbildungen zwar wieder vereinfachend als linear bezeichnet, doch sollte nicht übersehen werden, daß je nach Gestalt der zugrundeliegenden optimalen Wertfunktionen auch konkave oder konvexe Kurvenverläufe möglich sind; außerdem nehmen die Punkte  $\bar{y}_i$ ,  $\bar{y}_i$ ,  $\bar{y}_i$  und  $\tilde{y}_i$ , i=1,2, je nach Konkurrenzreaktion in einem mehr als zweiperiodigen Modell verschiedene Werte an. Ein absoluter oder relativer Vergleich der verschiedenen Abbildungen hinsichtlich ihrer Regionen ist also ohne genaue Kenntnis der Wertfunktionen ausgeschlossen. Dennoch lassen sich mit Hilfe der Graphiken einige interessante Aussagen treffen:

Zunächst ist wohl gut zu erkennen, daß alle drei Abbildungen, die in der "Südwest-Ecke" des Zustandsraumes einen Bereich besitzen, wo beide Firmen F&E betreiben. In der "nord-östlichen" Ecke befindet sich dagegen in allen Abbildungen ein (N,N)-Bereich, der besagt, daß beide Firmen mit positiver Wahrscheinlichkeit mit ihren Innovationsanstrengungen aufhören, bevor das technisch machbare Limit ( $y_1=1$  und  $y_2=1$ ) erzeicht ist. Ein zur einzelwirtschaftlichen Betrachtung durchaus paralleles Ergebnis! 1) Deutlich erkennbar dürfte auch sein, daß - trotz symmetrischem Ausgangspunkt! - ein asymmetrischer technologischer Endzustand wahrscheinlich ist (in dem Modell mit stetigem Zustandsraum hat ein symmetrischer technolgischer Endzustand die Wahrscheinlichkeit Null). Wenn - wie eingangs angenommen - technologisches Niveau und Marktanteile einer Firma positiv korreliert sind, dann liefert das vorgetragene Modell eine u.E. auch recht verständliche Erklärung für divergierende Marktanteile einer ausgereiften Industrie!

Obwohl wie erläutert Abb. 10 und 11 nicht absolut vergleichbar

<sup>1)</sup> Vgl. BERNINGHAUS/VÖLKER (1986).

sind, sollte doch erkennbar sein (wenn die Werte von  $\bar{y}_i$  und  $\bar{y}_i$ , i = 1,2, in beiden Fällen ähnlich sind), daß der Stoppbereich für den Fall  $\vartheta^2\pi_i/\vartheta y_i\vartheta y_j$  < o zumindest tendenziell der größere der beiden ist – ökonomischer Ausdruck dafür, daß in diesem Fall die negativen Einflüsse der Konkurrenzverbesserungen auf die Payoffs in der "Zukunft" mehr Wirkung zeitigen als in der "Gegenwart".

Was mögliche Konkurrenzabläufe per Innovation im Zeitablauf angeht, so gestatten die Abbildungen ebenfalls interessante Einsichten: In Abbildung 10 und 11 erkennt man, daß ein Spieler, nachdem er einen gewissen technologischen Vorsprung gegenüber seinem Konkurrenten gewonnen hat, u.U. aufhört, F&E zu betreiben (Gleichgewichtspfad A,B,C,D in der Abbildung 10: bei B stoppt Spieler 2, während 1 "weiterforscht"). Erst wenn der Konkurrent im Konkurrenzkampf aufgeholt hat, betätigt sich Spieler 2 wieder mit F&E. In Abb. 10 bei Punkt C im Feld (I,I) tun es beide, in Abb. 11 bei Punkt C in Feld (I,N) ist exemplarisch der Fall gezeigt, daß nur Spieler ◀ sich betätigt und nun 2 stoppt. Das zeitweilige Aufhören mit F&E-Anstrenqungen aufgrund eines erreichten Vorsprunges und das "Wiedereinsteigen" in die Innovationskonkurrenz wird von LEE als "Reswitching"-Eigenschaft des Modells apostrophiert. Diese Eigenschaft entscheidet eine Konkurrenzsituation fundamental von einzelwirtschaftlichen Überlegungen: Hat eine Firma-einmal ihr Reservationstechnologielevel erreicht bzw. per Zufall überschritten, so stoppt sie ohne Konkurrenzeinwirkung für immer ihre Anstrengungen auf einer bestimmten Entwicklungslinie. Im Wettbewerb ist das Ende einer technologischen Entwicklung sicherlich de facto auch von der Konkurrenzsituation determidies kann durch diesen Ansatz u.E. modellhaft sehr gut demonstriert werden. Allerdings - und das dürfte auch ökonomisch einsichtig sein - gilt im Fall der Annahme 4 γ) die "Reswitching"-Eigenschaft nicht mehr: Hört eine Firma einmal

mit dem F&E-Prozeß auf, dann für immer; dies liegt offensichtdaran, daß eine Firma im Zeitablauf indifferent lich ist gegenüber den möglichen Stärken der Innovationskonkurrenz, wie jene Annahme besagt. (Auch in Abb. 12 ist ein möglicher Gleichgewichtspfad A,B,C,D eingezeichnet.) Eine andere Besonderheit der Innovationskonkurrenzen gilt aber in jedem Falle: Wenn eine Firma einen Vorsprung gegenüber der anderen gewinnt und deswegen auch stoppt, so ist dann aber garantiert, daß die zurückliegende Firma den Vorsprung aufholt (oder es zumindest versucht) und der Prozeß letztendlich konvergent ist in dem Sinne, daß beide in den endgültigen Stoppbereich geraten. Dieser Eigenschaft des Modells liegen natürlich die implizite Annahmen zugrunde, daß eine Firma niemals - obwohl vielleicht mit erheblichem technolgischen Rückstand - zwischenzeitlich vom Markt gedrängt werden kann und daß ein vollkommener Kapitalmarkt vorliegt, der es gestattet, unabhängig von der Gewinnsituation, in F&E zu investieren.

Wie wir gesehen haben, hängen mögliche Nash-Gleichgewichtspunkte 6\*, d.h. hier mögliche Konkurrenzabläufe, essentiell mit den Annahmen an die Konkurrenzreaktionen, also ganz speziell mit der 2. gemischten Ableitung zusammen - sowohl was Ablaufeigenschaften als auch Größe der Aktionsbereiche angeht. Man kann nun zeigen, daß der Fall der Annahme 4  $\beta$ ) bei einer linearen Nachfragefunktion und konstanten Grenzkosten (y wird dann als deren Kehrwert interpretiert) bei einem Mengenduopol eindeutig resultiert. Die anderen beiden Fälle lassen sich u.E. aus anderen allgemeinen Duopolsituationen nicht eindeutig herleiten. So bleibt hier für das Modell zunächst nur die Annahme in diesen Fällen eines "instantaneous" Gleichgewichts in Mengen oder Preisen, das die angenommenen Pay-off-Funktionen generiert. Zur Analyse von Konkurrenz erscheint dies dadurch gerechtfertigt, wenn man sich ausschließlich aus Demonstrationsgründen auf einen wesentlichen Aspekt, dem der Innovation, beschränken will.

Sind außerdem Lerneffekte via Mengen<sup>1)</sup> ausgeschlossen, so ist außerdem garantiert, daß von daher die Preis- oder Mengenwahl in jeder Periode keine Effekte auf die öptimalen Preis- oder Mengenentscheidungen der nachfolgenden Perioden zeigen.

Eine weitere Auffälligkeit des Modells sind die möglichen gleichzeitig existenten Gleichgewichtsaktionen in den Fällen  $\alpha$ ) und  $\beta$ ). Abbildung 10 zeigt hier, daß in einem Bereich gleichzeitig (N,N) und (I,I) möglich ist, wenn der Spielverlauf in diesen Bereich führt; analoges gilt in Abbildung 11 für den Bereich, wo eine Gleichgewichtsaktion sowohl aus (N,I) oder aber aus (I,N) bestehen kann! Wie der tatsächliche Verlauf wirklich ist, wenn er über diesen Bereich führt, ist a priori nicht determiniert. In beiden Fällen erscheint es u.U. möglich, daß die Spieler Anreize besitzen, zu Spielbeginn Absprachen zu treffen, um je nach Konstellation vielleicht gemeinsam ein pareto-superiores Nash-Gleichgewicht zu erreichen. Der eventuelle Anreiz zu koordiniertem Verhalten ist wie auch LEE ausführt - durchaus gegeben. Eine Fehlinterpretation ist allerdings LEE's Ansicht, in dem "Doppelbereich" (N,I), (I,N) bestünde für die Firma, die zuerst in diesem Bereich anlangt, die Möglichkeit, die Gleichgewichtswahl der anderen Firma aufzuzwingen. Grundlage des vorliegenden Spiels sind allerdings Simultanentscheidungen. LEE unterstellt bei seiner Interpretation jedoch implizit eine "leader-follower"-Struktur, die den Charakter des Spiels und damit natürlich auch eventuelle Wertfunktionen vollkommen anders aussehen ließen!

Als weiterer wesentlicher Aspekt erscheint auch, daß - wie als Folge von Bedingung (5) unter 3.1.1. ersichtlich ist - die Innovationskon-kurrenz gar nicht zustande kommen muß, ganz einfach wenn die zukünftigen erwarteten Erträge es auf keinen Fall aufgrund der hohen F&E-Kosten lohnend machen, sich überhaupt in F&E zu engagieren! Eine erste wirtschaftspolitische Implikation wäre hier natürlich - vorausgesetzt der Staat/die Gesellschaft ist aus welchen Gründen auch immer an Technologieverbesserung interessiert - z.B. die Senkung der Forschungskosten via Subvention. Weitere wirtschaftspolitische Implikationen des Modells sollen jedoch erst unter 3.3.2. folgen, da mit Hilfe des noch zu entwickelnden Zwei-Perioden-

<sup>1)</sup> Zu Lerneffekten via Mengen bzw. zur theoretischen Lernkurvendiskussion vgl. z.B. SPENCE (1983).

Modells die komparativ-statische Analyse technisch handhabbarer durchgeführt werden kann.

Letztendlich - und das erscheint nicht von geringer Bedeutung - liefert das hier vorgetragene stochastische Spielmodell die Möglichkeit, entscheidungstheoretisch fundiert zu begründen, warum die Marktanteile von Firmen im Zeitablauf, z.B. in der Wachstumsphase einer Industrie, "hin- und herwechseln" können; der stochastische Charakter von Innovationen und damit verbundene Interdependenzen von Marktstruktur und Innovation finden in diesem Ansatz einen geeigneten Rahmen!

#### 3.3. Ein Zwei-Perioden-Modell

Aus den vorhergehenden Ausführungen wird klar, daß ein Hauptproblem bei der bisher durchgeführten Analyse darin besteht, daß komparativ-statische Überlegungen und Vergleiche zwischen verschiedenen Situationen (z.B.  $A_4.\alpha)-\gamma$ )) sehr erschwert werden dadurch, daß alle Situationen durch verschiedene optimale Wertfunktionen  $V_1$ (.) charakterisiert sind. So läßt sich – wie unter 3.2. schon erwähnt – ohne genauere Kenntnis der Funktion  $V_1$ (.) im Fall  $A_4.\alpha$ ) bzw.  $\beta$ ) nicht exakt behaupten, ob beispielsweise der "Stopp-Bereich" des Innovationsprozesses (bei unterschiedlichen Hypothesen über die Konkurrenzreaktion) wächst oder abnimmt. Ähnliches gilt für eine Abschätzung der Wirkung von Grundlagenforschung, die sich in einer "Verbesserung" der Verteilungsfunktion F niederschlägt.

Wie nun gezeigt werden kann, können viele der eben erwähnten Schwierigkeiten in einem endlich-stufigen Spiel eher beseitigt werden. In einem solchen Modell können die optimalen Aktionen der Firmen durch eine Funktionalgleichung bestimmt werden, die analog der Funktionalgleichung (2) gebildet ist:

$$(2')a) \quad V_{i}^{N}(\delta_{1N}^{*}(y_{1},y_{2}),N,y_{1},y_{2}) = \max \left\{ \begin{array}{l} \pi_{i}(y_{1},y_{2}) + \beta \widetilde{V}_{i}^{N-1}(N,N,y_{1},y_{2}) \\ \pi_{i}(y_{1},y_{2}) - K + \beta \widetilde{V}_{i}^{N-1}(I,N,y_{1},y_{2}) \end{array} \right.$$

b) 
$$V_{i}^{N}(\delta_{1N}^{*}(y_{1},y_{2}),I,y_{1},y_{2}) = \max \begin{cases} \pi_{i}(y_{1},y_{2}) + \beta \widetilde{V}_{i}^{N-1}(N,I,y_{1},y_{2}) \\ \pi_{i}(y_{1},y_{2}) - K + \beta \widetilde{V}_{i}^{N-1}(I,I,y_{1},y_{2}) \end{cases}$$

c) 
$$V_i^0(.) = 0$$

wobei 
$$\tilde{V}_{i}^{N-1}(N,N,y_{1},y_{2}) = V_{i}^{N-1}(\delta_{N-1}^{*},y_{1},y_{2})$$
 etc. (siehe 2.2.).

Dabei bezeichnet  $V_{\bf i}^N(.)$  die optimale Wertfunktion der i-ten Firma, wenn noch N Stufen zu spielen sind, und  $\delta_N^*(.)$  bezeichnet die optimale Strategie, wenn noch N Stufen zu spielen sind.

Es ist bekannt (s. RIEDER (1979), Theorem 4.2.), daß unter den Annahmen unseres Modells  $^{1)}$  wenigstens ein Gleichgewichtspunkt  $\sigma^*=(\delta_N^*,\delta_{N-1}^*,\dots,\delta_1^*)$  für das N-stufige Innovationsspiel existiert und daß die  $\delta_n^*(.)$  aus (2') bestimmbar sind.  $^{2)}$ 

#### 3.3.1. Eigenschaften des Modells

Um den Rechenaufwand in Grenzen zu halten, wollen wir im folgenden ein 2-stufiges Innovationsspiel speziell im Hinblick auf diejenigen Fragen analysieren, die in den Abschnitten 3.1. resp. 3.2. einer Beantwortung nur schwer zugänglich waren. Dabei konzentrieren wir uns zunächst auf das Entscheidungsproblem einer Firma. Da die Analyse der Optimalpolitik einer Firma

<sup>1)</sup> Da  $A_i = \{I,N\}$  als endlich angenommen wird, ist die Bedingung (A) von RIEDER (1979, S. 95) erfüllt.

<sup>2)</sup> Dabei ist es interessant, hier festzuhalten, daß bei endlich-stufigen Spielen die Existenz von Gleichgewichtspunkten unter relativ wenig restriktiven Bedingungen auch bei überabzählbarem Zustandsraum gesichert werden kann.

hier analog verläuft wie im unendlichstufigen Spiel, können wir uns hier bei den Ableitungen kurz fassen.

Wegen (2')c) können wir die Indifferenzkurven der Firma 1 wie folgt definieren 1)

$$\begin{split} \mathbf{I}_{1}^{N} &:= \left\{ (\mathbf{y}_{1}, \mathbf{y}_{2}) \in \mathbf{S} \, | \, \mathbf{K} = \beta \int_{\mathbf{y}_{1}}^{1} (\pi_{1}(\mathbf{x}, \mathbf{y}_{2}) - \pi_{1}(\mathbf{y}_{1}, \mathbf{y}_{2})) \, \mathrm{d}\mathbf{F}(\mathbf{x}) \right\} \\ \mathbf{I}_{1}^{T} &:= \left\{ (\mathbf{y}_{1}, \mathbf{y}_{2}) \in \mathbf{S} \, | \, \beta \int_{\mathbf{y}_{1}}^{1} (\pi_{1}(\mathbf{x}, \mathbf{z}) - \pi_{1}(\mathbf{y}, \mathbf{z})) \, \mathrm{d}\mathbf{F}(\mathbf{z}) \, \mathrm{d}\mathbf{F}(\mathbf{x}) \right. \\ &+ \beta \left[ \int_{\mathbf{y}_{1}}^{1} (\pi_{1}(\mathbf{x}, \mathbf{y}_{2}) - \pi_{1}(\mathbf{y}_{1}, \mathbf{y}_{2})) \, \mathrm{d}\mathbf{F}(\mathbf{x}) \right] \mathbf{F}(\mathbf{y}_{2}) = \mathbf{K} \right\}. \end{split}$$

Damit kann man zur Abgrenzung der Innovationsbereiche im Zustandsraum S analog Kap. 3.1. vorgehen. Man hat nur anstelle der optimalen Wertfunktion  $V_1(.)$  die Funktion  $V_1^1 = \pi_1(.)$  einzusetzen.
Mit den Funktionen

$$\begin{aligned} h_{y_{2}}(y_{1}) &:= \int_{y_{1}}^{1} (\pi_{1}(x, y_{2}) - \pi_{1}(y_{1}, y_{2})) dF(x) \\ \widetilde{h}_{y_{2}}(y_{1}) &:= \int_{y_{1}}^{1} \int_{y_{2}}^{1} (\pi_{1}(x, z) - \pi_{1}(y_{1}, z)) dF(z) dF(x) \\ k_{y_{2}}(y_{1}) &:= \widetilde{h}_{y_{2}}(y_{1}) + h_{y_{2}}(y_{1}) F(y_{2}) \end{aligned}$$

kann man dann die beiden Indifferenzmengen  $I_1^N$  resp.  $I_1^I$  als Lösungen der folgenden Gleichungen charakterisieren:

<sup>1)</sup> Wegen (2')c) hat man offenbar  $V_1^1(\delta_1^*,y_1,y_2) = \pi_1(y_1,y_2)$ , da auf der letzten Stufe Innovation nicht optimal sein kann.

$$(10)$$
  $\beta h_{y2}(y_1) = K$  resp.

(11) 
$$\beta k_{y_2}(y_1) = K$$
.

Dabei entspricht offenbar  $h_{y_2}(y_1)$  der in 3.1. eingeführten Funktion  $f_{y_2}(y_1)$  und  $k_{y_2}(y_1)$  der Funktion  $g_{y_2}(y_1)$ . Da  $V_1(.)$  gemäß Proposition 2 die gleichen Ableitungseigenschaften wie  $\pi_1(.)$  besitzt, können die Ableitungseigenschaften von  $f_{y_2}(y_1)$  resp.  $g_{y_2}(y_1)$  sofort auf  $h_{y_2}(y_1)$  resp.  $k_{y_2}(y_2)$  übertragen werden. Damit ergeben sich Innovationsbereiche für Firma 1 – gegeben die jeweilige Aktion des Konkurrenten – analog der Darstellungen in den Abb. 2 und 3 resp. 6 und 7 (bzw. 4,5 und 8,9 für die Fälle A4.  $\beta$ ) und  $\gamma$ )).

Wir möchten nun einige interessante Schlußfolgerungen aus dem einfachen 2-Perioden-Modell ziehen. Zunächst ist die Wirkung von Innovationskonkurrenz darzustellen. Nimmt man beispiels-weise an, daß Firma 2 (aus nicht näher spezifizierten Gründen) nicht innovieren kann. In diesem Fall sind für Firma 1 alleine die durch Indifferenzkurve I<sub>1</sub><sup>N</sup> abgegrenzten Bereiche im Zustandsraum S relevant. In Abb. 13a ist der Stopp-Bereich und damit der gesamte erreichbare Technologie-Bereich für die Ökonomie mit S bezeichnet.

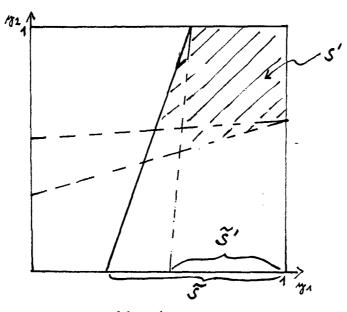
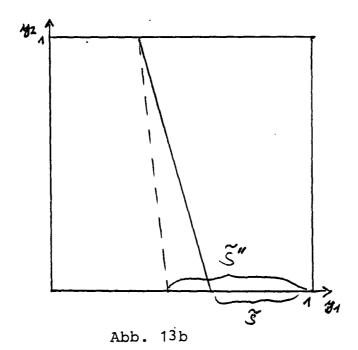


Abb. 13a

Nimmt man nun an, daß Firma 2 auch innoviert, so kann man aus Abb. 13a sofort ersehen, daß die jetzt erreichbare Stoppmenge S' durch tendenziell höherwertige Technologien charakterisiert ist. Interpretiert man dieses Resultat im 2-Perioden-Modell, so kann man sagen, daß Firma 1 unter Innovationskonkurrenz bei höheren Technologieniveaus  $y_1$  ( $\varepsilon(\tilde{S}-\tilde{S}')$ ) noch innoviert als ohne Konkurrenz von Firma 2. In dem Fall verzichtet Firma 1 auf Innovation, wenn sie bereits durch ein Technologieniveau  $y_1$   $\varepsilon$  ( $\tilde{S}-\tilde{S}'$ ) charakterisiert ist. Und dieses Resultat gilt auch für nicht-symmetrische Firmen, wobei beispielsweise Firma 2 durch sehr viel höhere Innovationskosten als Firma 1 charakterisiert ist.

Wie aus Abb. 13 b erkennbar, gilt die eben angeführte Schlußfolgerung nur unter der Bedingung, daß für Firma 1 die Konkurrenzsituation  $A_4$ .  $\alpha$ ) angenommen wird.

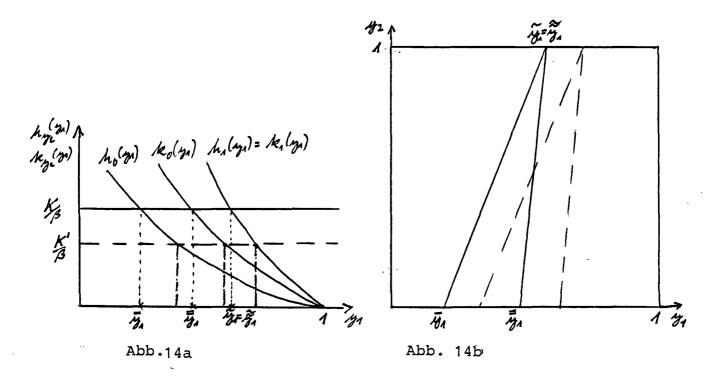


Bei entgegengesetzter Konkurrenzsituation  $(A_4.\beta)$  wird der mögliche Stopp-Bereich für Firma 1 (auf  $\widetilde{S}$ ") ausgedehnt. Dieses Resultat ist ebenfalls bei extrem ungleichen Firmen gültig und es ist unabhängig davon, ob der Konkurrent (d.h. hier Firma  $^2$ ) unter der Konkurrenzhypothese  $A_4.\alpha$ ) oder  $\beta$ ) innoviert.

Schließlich kann man leicht sehen, daß bei Gültigkeit der Konkurrenzhypothese  $\gamma$ ) für Firma 1 sich die Stopp-Bereiche mit und ohne Innovationskonkurrenz nicht unterscheiden. Dieses Resultat ist ebenfalls unabhängig davon, unter welchen Konkurrenzhypothesen A4. die Firma 2 innoviert, denn  $I_1^N \ (= I_1^I)$  ist eine Senkrechte im Punkt  $\bar{y}_1 \ (= \bar{y}_2)$ . Alle diese Ergebnisse stimmen auch gut mit der ökonomischen Intuition überein. 1)

Zum Abschluß dieses Abschnitts sollen nun einige komparativstatische Betrachtungen angeführt werden. Wir betrachten dabei zunächst den Effekt einer Variation der Kosten für Forschungsanstrengungen K. Für den Fall  $A_4.\alpha$ ) ist der Effekt einer Senkung von K in Abb. 14a und Abb. 14b demonstriert.

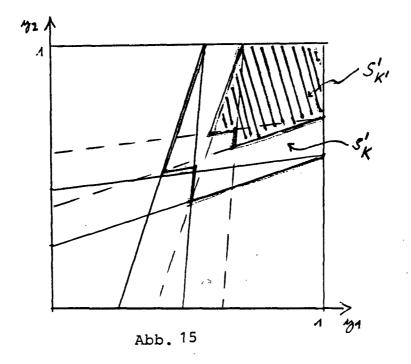
<sup>1)</sup> Es wäre nun natürlich auch interessant, einen Vergleich der Stopp- bzw. Innovationsbereiche im Zustandsraum S unter den entgegengesetzten Hypothesen A4.a) und  $\beta$ ) vorzunehmen, indem man beispielsweise annimmt, daß die gemischten Ableitungen  $\partial \pi_1/\partial y_1$  y in beiden Fällen zwar das entgegengesetzte Vorzeichen haben, aber numerisch identisch sind. Leider reicht diese Annahme nicht aus, um eine definitive Aussage über die ersten Ableitungen  $\partial \pi_1/\partial y_1$  ableiten zu können, die offensichtlich nicht identisch sein können. Damit ist keine definitive Aussage über den Verlauf der Funktionen  $h_{y_2}(y_1)$  resp.  $k_{y_2}(y_1)$  und damit kein sinnvoller Vergleich der Fälle A.4.a) und  $\beta$ ) möglich.



Die Senkung bewirkt eine Verschiebung von  $\overline{y}_1$  ( $\overline{y}_1$ ) resp.  $\widetilde{y}_1$  ( $\overline{y}_1$ ) nach rechts, d.h. die Indifferenzkurven in Abb. 14b werden nach rechts verschoben. Man kann also schließen, daß sich durch eine Senkung der F&E-Kosten der Innovationsbereich IN für Firma 1 vergrößert. Wie man leicht sehen kann, läßt sich die gleiche Wirkung unter den Hypothesen  $A_4$ . $\beta$ ) und  $\gamma$ ) konstatieren, so daß wir auf diese beiden Fälle nicht ausführlich einzugehen brauchen. Beachtet man, daß eine Variation von K-etwa verursacht durch staatliche Subventionen - beide Firmen betreffen kann, so vergrößert sich ebenfalls der Innovationsbereich von Firma 2, was zusammen eine "Schrumpfung" des Stopp-Bereichs im Zustandsraum S induziert. Die Situation ist in Abb. 15 illustriert.

$$\frac{\mathrm{d}y_1}{\mathrm{d}K} = \frac{1}{\frac{\partial \pi_1}{\partial y_1} (1 - F(y_1))} < 0$$

<sup>1)</sup> Die graphische Analyse kann analytisch durch die folgende Ungleichung belegt werden



Aus Abb. 15. ist ersichtlich, daß durch eine Senkung von K tendenziell höhere Technologien erreicht werden.

Analysiert werden soll ferner der Fall, daß sich die gegebenen technologischen Möglichkeiten im Zeitablauf insbesondere durch Grundlagenforschung verbessern können. Dieser Sachverhalt läßt sich u.E. formal am besten mit einer Verbesserung von  $F(y_1)$  im Sinne der Stochastischen Dominanz 1. Ordnung erfassen. Nach diesem Kriterium heißt eine Verteilungsfunktion F'(y) "besser" als eine ursprünglich gegebene Verteilungsfunktion F(y), wenn

$$F'(y) \leq F(y)$$
 für alle  $y \in [0,1]$ 

gilt.

Was eine Verbesserung der technologischen Möglichkeiten angeht, so lassen sich nicht für alle drei Fälle  $A_4.\alpha$ )- $\gamma$ ) eindeutige Effekte ableiten. Wir wollen uns hier auf die Analyse der eindeutigen Fälle

<sup>1)</sup> Vgl. dazu ausführlicher BERNINGHAUS/VÖLKER (1986).

a) und Y) beschränken. Zunächst betrachten wir die Veränderung der Indifferenzmenge  $I_1^N$ . Aus einem bekannten Theorem über die stochastische Dominanz 1. Ordnung (siehe Appendix 2.) folgt h\_Y^F'(y\_1)  $\geq h_{Y2}^F(y_1)$ . Anhand der Abbildungen 14a und 14b läßt sich der Effekt einer Verbesserung von F auf F' leicht erkennen. Die beiden Grenzen  $\bar{y}_1$ ,  $\tilde{y}_1$  verschieben sich nach rechts, was wiederum eine Rechtsverschiebung der Indifferenzkurve in Abb. 15 und damit ebenfalls eine Ausweitung des Innovationsbereichs von Firma 1 bewirkt. Es gehen also von einer Senkung der Forschungs- u. Entwicklungskosten tendenziell die gleichen Wirkungen auf das optimale Verhalten von Firma 1 - gegeben der Konkurrent innoviert nicht - aus wie von verstärkter und erfolgreicher Grundlagenforschung.

Abschließend betrachten wir die Effekte, die von einer Technologieverbesserung auf die Indifferenzkurve  $I_1^I$  ausgehen. Leider sind wir hier nicht in der Lage, für alle Fälle  $A_4$ .  $\alpha$ ) -  $\gamma$ ) eindeutige Aussagen abzuleiten. Dahinter steht die intuitive Überlegung, daß sich - bei Innovationstätigkeit des Konkurrenten - eine Verbesserung von F(.) (im Sinne der Stochastischen Dominanz 1. Ordnung) auch auf den Innovationserfolg des Konkurrenten und damit möglicherweise negativ (im Fall  $A_4$ . $\beta$ ) auf den Profit von Firma 1 auswirkt. Formal drückt sich das in der Definition von  $k_{Y_2}^F(y_1)$  darin aus, daß  $F'(y) \le F(y)$  zwar  $k_{Y_2}^F(y_1) \ge h_{Y_2}^F(y_1)$  (und  $h_{Y_2}^F(y_1) \ge h_{Y_2}^F(y_1)$ ) impliziert, daß aber die Änderung von

$$F(y_2)\cdot h_{y_2}^F(y_1)$$

nicht eindeutig ist.

In der folgenden Proposition wird gezeigt, daß zumindest in den

<sup>1)</sup> Zur Kennzeichnung der Abhängigkeit der Funktion  $h_{Y_2}(y_1)$  von der Verteilungsfunktion F(.) wird das Symbol " $h_{Y_2}^F(y_1)$ " verwendet.

Fällen  $A_4.\alpha$ ) und  $\gamma$ ) der positive Effekt einer Technologieverbesserung für Firma 1 überwiegt.

Proposition 3: Gegeben seien die Konkurrenzreaktionen α) bzw.
γ) dann gilt

$$\text{F'}(\text{y}) \leq \text{F}(\text{y}) \text{ für alle } \text{y} \in [\text{o,1}] \Rightarrow k_{\text{y}_2}^{\text{F'}}(\text{y}_1) \geq k_{\text{y}_2}^{\text{F}}(\text{y}_1).$$

Beweis: Siehe Appendix 3.

Wie dem Beweis von Proposition 3 entnommen werden kann, ist der Effekt einer Technologieverbesserungauf  $I_1^I$  im Fall  $A_4$ .ß) nicht ohne zusätzliche Annahmen eindeutig bestimmbar. Dies ist auch intuitiv plausibel, da sich eine Steigerung des Technologieniveaus des Konkurrenten negativ auf die Höhe der Profitsteigerung von Firma 1 auswirkt. Hier ist weitere Forschungsarbeit nötig, um zu weiteren Resultaten im Fall  $A_4$ .ß) zu gelangen.

Mit dem Ergebnis von Proposition 3 ergeben sich für  $A_4.\alpha$ ) und  $\gamma$ ) die gleichen komparativ-statischen Resultate wie bei einer Variation von K. Anhand von Abb. 14b sieht man, daß eine Verbesserung von F(.) die Indifferenzkurve  $I_1^I$  nach rechts verschiebt und damit den Stoppbereich NI für Firma 1 verkleinert. Da das gleiche für Firma 2 gilt, läßt sich die Gesamtwirkung in Abb. 15 illustrieren. Die Nichteindeutigkeit im Fall  $A_4.\beta$ ) der Wirkung von Grundlagenforschung ist allerdings für den endgültigen Stoppbereich nicht relevant: Im Fall  $A_4.\beta$ ) liegt die Indifferenzkurve  $I_1^I$  links von  $I_1^N$  (vgl. z.B. Abb. 14b); damit sind nur die Kurven  $I_{1/2}^N$  für den gesamtwirtschaftlichen Stoppbereich ausschlaggebend. Für diese Kurven  $I_{1/2}^N$  konnte ja in jedem Falle ein positiver Effekt der Grundlagenforschung nachgewiesen werden.

# 3.3.2. Wirtschaftspolitische Implikationen

Mit Hilfe des unter 3.3.1. entwickelten zweiperiodigen Modells und der Komparativen Statik sind nun auch Aussagen zu Wohlfahrtsaspekten und eventuellen wirtschaftspolitischen Implikationen des Modells möglich. Im strengen welfare-theoretischen

Sinne lassen sich vor allem auf Grund der Partialmarktbetrachtung und des Fehlens einer nutzenmäßigen Bewertungsmöglichkeit der durch die Firmen produzierten Mengen natürlich keine Feststellungen treffen; wenn man (eine wirtschaftspolitische Instanz z.B.) sich auf bestimmte anzustrebende technologische (Mindest-)Niveaus einigen kann, 1) dann allerdings lassen sich zumindest tendenziell einige interessante Aussagen treffen: Wie hier schon mehrmals erläutert wurde, können die Eigenschaften der Payoff-Funktion  $A_4\alpha$ ),  $\beta$ ) und  $\gamma$ ) von einiger Bedeutung für die Größe des Stoppbereichs sein, d.h. für die Wahrscheinlichkeit, ob zwei Firmen wahrscheinlich "früh" (bei noch niedrigem technischen Standard) oder spät (bei relativ hohem technischen Standard) stoppen. Dies kann genauso im Kalkül eines staatlichen Planers und in entsprechende wirtschaftspolitische Maßnahmen einfließen wie die Möglichkeit, durch z.B. Forschungssubventionen oder auch durch eigene staatliche Grundlagenforschung, erwartete technologische Standards zu erhöhen. Wie unter 3.3.1. gezeigt wurde, führt eine Verminderung der Forschungskosten per Subvention in jedem Fall in dem Zwei-Perioden-Modell zu einer Verkleinerung des absoluten Stoppbereiches für beide Firmen, d.h. höhere Niveaus sind zu erwarten! Tendenziell sollte dieser eindeutig positive Einfluß der Subventionen für eine oder auch beide Firmen u.E. auch in einem endlichstufigen Modell oder unter dem unter 2.2. dargestellten Modell mit unendlichem Planungshorizont gelten.

Grundlagenforschung, die wie hier angenommen zu einer Verbesserung der Verteilung der Technologielevel führt, muß in diesem Sinne ebenfalls positiv beurteilt werden! Wie unter

<sup>1)</sup> Weil mit dem technologischen Niveau vielleicht eine bestimmte Konkurrenzposition gegenüber dem Ausland verbunden ist oder - insbesondere auch
wenn man y als Produktqualität interpretiert - weil eventuell damit ein
bestimmtes ökonomisches bzw. umweltpolitisches Ziel erreicht ist.

3.2.1. gezeigt wurde, verkleinert (vergrößert) eine generelle Verbesserung von F(y) den (N,N)-Bereich (den (R,R)-Bereich) im Duopolfall - in allen 3 Fällen  $A_4.\alpha$ ),  $\beta$ ) und  $\gamma$ ). Zwar kann im Falle  $A_4.\beta$ ) bei der Indifferenzkurve  $I_{1/2}^{\text{I}}$  bisher kein eindeutig positiver Effekt der Grundlagenforschung nachgewiesen werden, weil es hier vorkommen kann, daß die einerseits positiven Einflüsse besserer F&E-Voraussetzungen kompensiert werden, wenn die negativen externen Effekte ( $\partial \pi_{i}/\partial Y_{i}$ , i,j = 1,2, i + j) via Konkurrent (der ja nun ebenfalls bessere Voraussetzungen hat) in der "Zukunft" (wenn das Technologielevel hoch ist) nun noch stärker ausfallen; allerdings ist diese Unbestimmtheit für gesamtwirtschaftliche Überlegungen kaum relevant. Ausschlaggebend für die absolute Größe des (N,N)-Bereichs sind die jeweils "äußeren" Indifferenzlinien. Wie wir zeigen konnten, sind dies im Falle  $A_4.\beta$ ) die Kurven  $I_{1/2}^N$ , wo komparativstatische Effekte immer als eindeutig nachgewiesen wurden. Tendenziell läßt sich die Verkleinerung des Stoppbereichs, was hier für die Zwei-Perioden-Betrachtung exakt gezeigt wurde, auf Mehrperioden-Sichtweisen übertragen.

Staatlicher Grundlagenforschung muß seit jeher aus mehreren ökonomischen Gründen eine Berechtigung zugebilligt werden. Grundlagenforschung ist aufgrund der von Firmen allein sicher nicht zu tragenden Risiken, der Größe mancher Projekte überhaupt oder dem zunächst noch nicht abzusehenden Nutzen für die einzelne Unternehmung in erster Linie Aufgabe des Staates. 1) Hier konnte nun innerhalb eines analytischen Rahmens gezeigt werden, daß diese Art der (kostenlosen) Bereitstellung neuer, besserer Erkenntnisse in einem Konkurrenzsystem im Ergebnis zu zweifellos höheren technologischen Spitzen- oder Durchschnitts-werten führt. Dies ist nicht unbedingt ökonomisch eindeutig intuitiv, da aufgrund des öffentlichen-Gut-Charakters von Grundlagenforschung und der unterstellten Existenz marktlicher

<sup>1)</sup> Vgl. z.B. MANSFIELD (1968).

negativer externer Effekte auch gegenteilige Auswirkungen zu vermuten sein sollten, weil eben auch die Chancen der Konkurrenz und damit deren negative Einflüsse steigen. Was die Entscheidung eines staatlichen Planers zwischen Forschungssubventionen und Grundlagenforschung anbelangt, so sind sicherlich verschiedene Kriterien je nach Zielsetzung abzuwägen (Kostenvergleich der Maßnahmen, gezielte Unterstützung für nur eine Firma per Subvention, etc.). Nicht übersehen werden sollte jedoch in diesem Zusammenhang die grundsätzliche Möglichkeit, eines staatlichen Planers durch "basic research" das Spektrum der technologischen Möglichkeiten auch "nach oben" zu öffnen. 1) Legt man also die langfristig sicher relevante<sup>2)</sup> "Ausschöpfungsthese" (die letztendlich besagt, daß ohne grundlegend neue wissenschaftlicheErkenntnisse die Palette der Innovationsmöglichkeiten konstant bleibt), zugrunde, so bietet Grundlagenforschung auf Dauer sicherlich mehr positive Aussichten und die Chance, in neue, "höhere" technologische Bereiche vorzudringen.

<sup>1)</sup> Dies wurde zwar hier nicht explizit behandelt, sollte u.E. allerdings prinzipiell in unserem Modell zu berücksichtigen sein.

<sup>2)</sup> Vql. dazu z.B. KAMIEN/SCHWARTZ 1982.

# 4. Zusammenfassung

Erster wesentlicher Zweck unseres Aufsatzes war es, dynamische Innovationskonkurrenz entscheidungstheoretisch fundiert und insbesondere unter Berücksichtigung des Zufallscharakters von Innovationen modellhaft abzubilden. Dazu wurde als geeignete Möglichkeit das in diesem Zusammenhang bisher neue Instrumentarium eines stochastischen dynamischen Spiels vorgestellt, für das zumindest für abzählbare Zustandsräume Nash-Gleichgewichtsstrategien gesichert sind. Dieses grundsätzliche Instrument wurde dann auf ein symmetrisches Duopolmodell - in Anlehnung an eine Idee von LEE (1984) - transformiert, um für den Fall mit unendlich vielen (Markt-)Perioden, mögliche Konkurrenzabläufe "nachzeichnen" zu können. Wie man zeigen konnte, bietet der hier vorgetragene Ansatz einige Vorteile, viele wechselseitige Abhängigkeiten zwischen Marktstruktur und Innovation stilisiert hervortreten zu lassen - ohne wie z.B. manche evolutorischen Modelle von vornherein auf Entscheidungstheorie zu verzichten und nur Simulationen zugänglich zu sein.

Für die Firmenkonkurrenz kann so z.B. die Existenz eines ökonomischen Stoppbereichs demonstriert werden, in den der technologische Wettbewerb konvergiert; für die Firmen ist es wahrscheinlich und rational, unterhalb des technischen Limits mit F&E aufzuhören. Das Modell liefert weiter eine Erklärung dafür, warum trotz symmetrischem Ausgangspunkt eine positive Wahrscheinlichkeit für asymmetrische Marktanteile am Ende einer Innovationskonkurrenz existiert. Je nach zeitlicher Ausprägung der Konkurrenzstärke, d.h. je nach Möglichkeit im Zeitverlauf durch eigene Verbesserungen Marktanteile wieder hinzuzugewinnen, kann eine "Reswitching"-Eigenschaft des Modells postuliert werden – eine Firma stoppt zeitweilig F&E und beginnt erst wieder, wenn die Konkurrenz"aufgeholt" hat.

Zur Demonstration interessanter wirtschaftspolitischer Implikationen wurde zunächst das allgemeine; stochastische Spiel für ein endlichstufiges Spiel formuliert, für welche auch für überabzählbare Zustandsräume die Existenz von Nash-Gleichgewichten gesichert ist. Mit Hilfe des Spezialfalls eines Zweiperioden-Modells war es dann im nächsten Schritt möglich, erste richtungsweisende komparativ-statische Aussagen zu treffen. Einigt sich der Staat/eine wirtschaftspolitische Instanz auf einen bestimmten technologischen Standard oder eine bestimmte Produktqualität, die es anzustreben gilt (im Zeichen der Umweltproblematik sicher ein wichtiger und gangbarer Weg), dann gelten hier tendenziell folgende Aussagen: Forschungssubventionen verringern den "Stoppbereich" der Firmen, d.h. sie führen dazu, daß erwartete technische Spitzen- oder Durchschnittswerte höher ausfallen. Staatliche Hilfen in dieser Weise haben also einen eindeutig positiven Effekt.

Eine völlig analoge Aussage konnte auch für staatliche Grundlagenforschung gezeigt werden. Außerdem sollte natürlich hier auch zu erwarten sein, daß Grundlagenforschung prinzipiell neue Bereiche (in unserem Modell: eine Öffnung des Zustandsraums "nach oben") erschließt. Weiterhin sollte bei unserem Ansatz natürlich auch ein Faktum besonders deutlich werden: Auch in einem Konkurrenzsystem ist es für die konkurrierenden Firmen rational, "unterhalb" des technisch Machbaren mit ihren Innovationsanstrengungen aufzuhören; Konkurrenz führt also letztendlich nicht zu einem gegenseitigen "Aufschaukeln" bis zum Limit. Staatliche Eingriffe per F&E-Subvention oder Grundlagenforschung bekommen aus dieser Perspektive eine Berechtigung, wenn eine Gesellschaft an bestimmten technologischen Standards oder bestimmten Produktqualitäten interessiert ist, die eine konkurrierende Industrie allein nicht erwarten läßt.

Unserem Modell liegt natürlich die Hypothese zugrunde, daß - ohne grundlegend neue wissenschaftliche Erkenntnisse - ein "fix set of technological opportunities" existiert.

Zwar erscheint auch u.E. die von SCHMOOKLER (1966) betonte
Nachfragesoghypothese für Innovationen kurzfristig einige
Bedeutung zu besitzen. Langfristig allerdings (oder auch in
Zeiten mit Nachfrageschwächen) dürfte jedoch auf jeden Fall
die "Ausschöpfungshypothese" evident (vgl. z.B. BAILEY (1972),
KAMIEN/SCHWARTZ (1982)) sein und somit unseren Modellrahmen
stützen.

Sicherlich bietet unser Modell einige grundlegenden Möglichkeiten zur Erfassung dynamischer Innovationskonkurrenz. Dennoch wäre natürlich die Berücksichtigung zusätzlicher ökonomischer Erfordernisse innerhalb des Modells anzustreben. So
z.B. sollte es sicherlich möglich sein, Restriktionen einzubauen, die eine Firma zwingen könnten, den Markt zu verlassen,
wenn - per Zufall - die andere Firma einen sehr großen technischen Vorsprung gewinnt. Weit schwieriger, allerdings wohl
auch sehr interessant, dürfte die Untersuchung der Frage sein,
wie sich der "Stoppbereich" z.B. ändert, wenn die Konkurrenz
sich erhöht, mehr Firmen also ins "Spiel" kommen. Dies muß
weiteren Überlegungen vorbehalten bleiben.

### APPENDIX

# 1. Beweis von Proposition 2:

Der Fall  $\partial \pi_i/\partial y_i \partial y_j > 0$  wurde in LEE (1984) abgehandelt. Wir können uns daher auf die Fälle  $\partial \pi_i/\partial y_i \partial y_j = 0$  beschränken.

Entsprechend der Funktionalgleichung (2) hat man vier Fälle zu unterscheiden. Es wird dann gezeigt werden, daß  $\partial V_i/\partial y_i$  bzw.  $\partial V_i/\partial y_i$  in allen vier Fällen die gewünschten Vorzeichen haben.

a) 
$$V_1(Y_1, Y_2) = \pi_1(Y_1, Y_2) + \beta V_1(Y_1, Y_2);$$

$$\Rightarrow ^V_1(Y_1, Y_2) = \frac{\pi_1(Y_1, Y_2)}{(1-\beta)}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial V_1}{\partial Y_1} = \frac{\partial \pi_1}{\partial Y_1} / (1-\beta) > 0; \frac{\partial V_1}{\partial Y_1 \partial Y_2} = \frac{\partial \pi_1}{\partial Y_1 \partial Y_2} / (1-\beta) \le 0$$

b) 
$$V_{1}(Y_{1},Y_{2}) = \pi_{1}(Y_{1},Y_{2}) - K + \beta \widetilde{V}_{1}(I,N,(Y_{1},Y_{2}));$$

$$V_{1}(Y_{1},Y_{2}) = \pi_{1}(Y_{1},Y_{2}) + \beta \int_{Y_{1}}^{1} V_{1}(x,Y_{2}) dF(x) + \beta V_{1}(Y_{1},Y_{2})F(Y_{1}),$$

$$\Rightarrow \frac{\partial V_{1}}{\partial Y_{1}} = \frac{\partial \pi_{1}}{\partial Y_{1}} - \beta V_{1}(Y_{1},Y_{2})F'(Y_{1}) + \beta \frac{\partial V_{1}}{\partial Y_{1}}F(Y_{1}) + \beta V(Y_{1},Y_{2})F'(Y_{1})$$

$$\Rightarrow \frac{\partial V_{1}}{\partial Y_{1}} = \frac{\partial \pi_{1}}{\partial Y_{1}} / (1 - \beta F(Y_{1})) > 0,$$

$$\frac{\partial V_{1}}{\partial Y_{1}\partial Y_{2}} = \frac{\partial \pi_{1}}{\partial Y_{1}\partial Y_{2}} / (1 - \beta F(Y_{1})) = 0.$$

c) 
$$V_1(y_1, y_2) = \pi_1(y_1, y_2) + \beta \widetilde{V}_1(N, I, (y_1, y_2));$$

$$V_1(y_1, y_2) = \pi_1(y_1, y_2) + \beta \int_{Y_2}^{1} V_1(y_1, z) dF(z) + \beta V_1(y_1, y_2) F(y_2).$$

Daraus erhält man zunächst

$$\frac{\partial V_{1}}{\partial Y_{2}} = \frac{\partial \pi_{1}}{\partial Y_{2}} - \beta V_{1} (Y_{1}, Y_{2}) F'(Y_{2}) + \beta \frac{\partial V_{1}}{\partial Y_{2}} F(Y_{2}) + \beta V_{1} (Y_{1}, Y_{2}) F'(Y_{2})$$

$$\Rightarrow \frac{\partial V_1}{\partial Y_2} = \frac{\partial \pi_1}{\partial Y_2} / (1 - \beta F(Y_2)),$$

$$\Rightarrow \frac{\partial V_1}{\partial y_2 \partial y_1} = \frac{\partial \pi_1}{\partial y_2 \partial y_1} / (1 - \beta F(y_2)) = 0.$$

Ferner hat man

$$\frac{\partial V_1}{\partial y_1} = \frac{\partial \pi_1}{\partial y_1} + \beta \frac{\partial V_1(y_1, 1)}{\partial y_1} - \int_{y_2}^{1} \frac{\partial V_1(y_1, z)}{\partial y_2 \partial y_1} F(z) dz.$$

Wegen 1)

$$\frac{\partial V_1(y_1,1)}{\partial y_1} = \frac{\partial \pi_1(y_1,1)}{\partial y_1} / (1-\beta) \ge 0$$

folgt dann

$$\frac{\partial V_1}{\partial Y_1} > o.$$

d) 
$$V_1(y_1, y_2) = \pi_1(y_1, y_2) - K + \beta \widetilde{V}_1(I, I, (y_1, y_2));$$

$$V_1(y_1, y_2) = \pi_1(y_1, y_2) - K + \beta \left[ V_1(y_1, y_2) F(y_1) F(y_2) + [\int_{Y_2} V_1(x, y_2) dF(x)] F(y_2) + \int_{Y_2} V_1(x, y_2) dF(x) dF(x) \right] + \left[ \int_{Y_2} V_1(y_1, x) dF(x) \right] F(y_1) + \int_{Y_2} V_1(x, z) dF(x) dF(z)$$

1) Hier sei

$$\frac{\partial \hat{\pi}_{1}(y_{1}, 1)}{\partial y_{2}} = \lim_{y_{2} + 1} \frac{\partial \hat{\pi}_{1}(y_{1}, y_{2})}{\partial y_{2}}$$

daraus berechnet man

$$\frac{\partial v_1}{\partial y_2} = \frac{\partial \pi_1}{\partial y_2} + \beta \frac{\partial v_1}{\partial y_2} F(y_1) F(y_2) + \beta \int_{y_1}^1 \frac{\partial v_1(x,y_2)}{\partial y_2} dF(x) F(y_2) ,$$

und

$$\frac{\partial V_{1}}{\partial Y_{2} \partial Y_{1}} = \frac{\partial \pi_{1}}{\partial Y_{2} \partial Y_{1}} + \beta \frac{\partial V_{1}}{\partial Y_{2} \partial Y_{1}} F(Y_{1}) F(Y_{2}) + \beta \frac{\partial V_{1}}{\partial Y_{2}} F'(Y_{1}) F(Y_{2}) - \beta \frac{\partial V_{1}(Y_{1}, Y_{2})}{\partial Y_{2}} F'(Y_{1}) F(Y_{2})$$

$$\Rightarrow \frac{\partial V_1}{\partial y_2 \partial y_1} = \frac{\partial \pi_1}{\partial y_2 \partial y_1} / (1 - \beta F(y_1) F(y_2)) \leq 0.$$

Ferner gilt

$$\frac{\partial V_{1}}{\partial Y_{1}} = \frac{\partial \pi_{1}}{\partial Y_{1}} + \beta \left\{ \frac{\partial V_{1}}{\partial Y_{1}} F(Y_{1}) F(Y_{1}) + \left( \int_{Y_{2}}^{1} \frac{\partial V_{1}(Y_{1}, z)}{\partial Y_{1}} dF(z) \right) F(Y_{1}) \right\} =$$

$$= \frac{\partial \pi_{1}}{\partial Y_{1}} + \beta \left\{ \frac{\partial V_{1}}{\partial Y_{1}} F(Y_{1}) F(Y_{2}) + \frac{\partial V_{1}(Y_{1}, 1)}{\partial Y_{1}} F(Y_{1}) - \frac{\partial V_{1}(Y_{1}, Y_{2})}{\partial Y_{1}} F(Y_{2}) F(Y_{1}) \right\} - \left( \int_{Y_{2}}^{1} \frac{\partial V_{1}(Y_{1}, z)}{\partial Y_{1}^{\partial Y_{2}}} dF(z) \right) F(Y_{1}) \right\} > 0$$

$$\operatorname{da} \frac{\partial V_{1}(y_{1},1)}{\partial y_{1}} = \frac{\partial \pi_{1}(y_{1},1)}{\partial y_{1}} / (1-\beta F(y_{1})) \ge 0$$

und 
$$\frac{\partial V_1}{\partial y_1 \partial y_2} \le 0$$
.

2. Theorem 2.1. (FISHBURN/VICKSON (1978)): Gegeben seien zwei

Verteilungsfunktionen F(.), G(.) (mit F + G) über dem

Intervall I = [0,1]. Dann gilt

$$F(x) \leq G(x)$$
 für alle  $x \in I \Rightarrow$ 

$$\Rightarrow \int_{I} u(x) dF(x) \ge \int_{I} u(x) dG(x)$$

für alle nicht-fallenden Funktionen  $u(.) : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ .

3. Beweis von Proposition 3:

Nach Theorem 2.8 (FISHBURN/VICKSON (1978), S. 94) i.V.m. (2.61) (FISHBURN/VICKSON (1978), S. 93) folgt

$$F'(y) \leq F(y)$$
 für alle  $y \in [0,1] \Rightarrow$ 

$$\Rightarrow \int_{0}^{1} \int_{0}^{1} u(x,z) dF'(x) dF'(z) \ge$$

$$\begin{array}{c}
1 & 1 \\
\geq \int \int u(x,z) dF(x) dF(z) \\
0 & 0
\end{array}$$

für alle monoton nicht fallenden Funktionen u(.) :  $S \rightarrow \mathbb{R}$ .

Durch einige Umformungen erhält man

$$k_{Y_2}(y_1) = \int_{0}^{1} \int_{0}^{1} f(x,z) dF(x) dF(z)$$
, wobei

$$f(x,z) := \left\{ \begin{array}{ll} \left(\pi_1(x,y_2) - \pi_1(y_1,y_2)\right)^+ & \text{für } (x,z) \in [0,1] \times [0,y_2]. \\ \left(\pi_1(x,z) - \pi_1(y_1,z)\right)^+ & \text{für } (x,z) \in [0,1] \times [y_2,1]. \end{array} \right.$$

Für  $(x,z) \in [0,y_1) \times [0,y_2)$  ist f(x,z) offenbar nicht fallend (wegen  $A_4$  i.V.m. Proposition 2). Für  $(x,z) \in [y_1,1] \times [y_2,1]$  hat man

$$f(x+h,z+h)-f(x,z) = \pi_1(x+h,z+h)-\pi_1(y_1,z+h) - \pi_1(x,z)+\pi_1(y_1,z) = (\pi_1(x+h,z+h)-\pi_1(x,z+h)) - \pi_1(x,z+h)-\pi_1(y_1,z))+(\pi_1(x,z+h)-\pi_1(x,z)) \ge 0$$

wegen

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial y_1 \partial y_2} > 0.$$

#### LITERATUR

- ARROW, K. (1962): Economic Welfare and the Allocation of Resources for Inventions. In: NELSON, R.B. (ed.), The Rate and Direction of Incentive Activity. Princeton, N.J., Princeton University Press.
- BAILY, M.N. (1972): Research and Development Costs and Returns:
  The U.S. Pharmaceutical Industry. Journal of Political
  Economy, Vol. 80/1, 70-85.
- BERNINGHAUS, S./VÖLKER, R. (1986): Optimale Innovationspolitik bei unvollkommener Information. Mimeo.
- EVENSON, R.E./KISLEV, Y. (1976): A Stochastic Model of Applied Research. Journal of Political Economy, Vol. 84/2, 265-281.
- FEDERGRUEN, A. (1978): On N-Person Stochastic Games with Denumerable State Space. Adv. Appl. Prob. 10, 452-471.
- FISHBURN, P./VICKSON, R. (1978): Theoretical Foundations of Stochastic Dominance. In: WHITMORE/FINDLAY (eds.): Stochastic Dominance. 37-113.
- FLAHERTY, M.T. (1980): Industry Structure and Cost-Reducing Investment. In: Econometrica, Vol. 48/5, 1187-1206.
- FUTIA, C.A. (1980): Schumpeterian Competition. Quarterly Journal of Economics 94, 675-695.
- HIMMELBERG, C./PARTHASARATHY, P./RAGHAVAN, P./VLECK, F. von (1976):
  Existence of p-Equilibrium and Optimal Stationary
  Strategy in Stochastic Games, Proc.Americ.Math.Soc.
  27, 245-251.
- KAMIEN, M.I./SCHWARTZ, N.L. (1982): Market Structure and Innovation. Cambridge University Press.
- LEE, T.K. (1984): On the Reswitching and Convergence Properties of R&D Rivalry. Management Science, Vol. 30/2, \_\_\_\_\_ 186-197.
- MANSFIELD, E. (1968): The Economics of Technological Change. New York, Norton.
- PARTHASARATHY, T. (1982): The Existence of Equilibrium Stationary Strategies in Discounted Stochastic Games. Sankhya:
  The Indian Journal of Statistics, Vol. 44, Series A, 114-127.
- RAMSER, H.J. (1986): Technologischer Wandel Analyse und Fakten. In: BOMBACH, G./GAHLEN, B./OTT, A.E. (Hrsg.), Sonder-druck aus: Schriftenreihe des Wirtschaftswissenschaft-lichen Seminars Ottobeuren, Band 15, Tübingen.

- REINGANUM, J.F. (1985): Innovation and Industry Evolution.

  Quarterly Journal of Economics, Vol. 50,
- RIEDER, U. (1979): Equilibrium Plans for Non-Zero-Sum Markov Games. In: MOESCHLIN/PALLASCHKE (eds.): Game Theory and Related Topics. North-Holland, 91-101.
- SCHMOOKLER, J. (1966): Innovation and Economic Growth. Cambridge, Mass.
- SOBEL, M. (1973): Continous Stochastic Games. J.Appl.Prob. 10, 597-604.
- SPENCE, A.M. (1981): The Learning Curve and Competition. Bell Journal of Economics, Vol. 12, 49-70.
- TELSER, L.G. (1982): A Theory of Innovation and Its Effects.
  Bell Journal of Economics, Vol. 13, 69-88.