

Vetschera, Rudolf

Working Paper

Zur Konsistenz von Abweichungsanalysen in hierarchischen Kennzahlensystemen

Diskussionsbeiträge - Serie I, No. 269

Provided in Cooperation with:

Department of Economics, University of Konstanz

Suggested Citation: Vetschera, Rudolf (1993) : Zur Konsistenz von Abweichungsanalysen in hierarchischen Kennzahlensystemen, Diskussionsbeiträge - Serie I, No. 269, Universität Konstanz, Fakultät für Wirtschaftswissenschaften und Statistik, Konstanz

This Version is available at:

<https://hdl.handle.net/10419/68907>

Standard-Nutzungsbedingungen:

Die Dokumente auf EconStor dürfen zu eigenen wissenschaftlichen Zwecken und zum Privatgebrauch gespeichert und kopiert werden.

Sie dürfen die Dokumente nicht für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, öffentlich zugänglich machen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

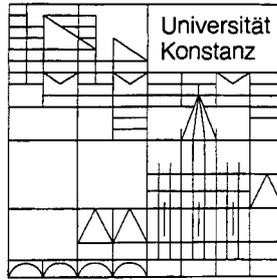
Sofern die Verfasser die Dokumente unter Open-Content-Lizenzen (insbesondere CC-Lizenzen) zur Verfügung gestellt haben sollten, gelten abweichend von diesen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

Terms of use:

Documents in EconStor may be saved and copied for your personal and scholarly purposes.

You are not to copy documents for public or commercial purposes, to exhibit the documents publicly, to make them publicly available on the internet, or to distribute or otherwise use the documents in public.

If the documents have been made available under an Open Content Licence (especially Creative Commons Licences), you may exercise further usage rights as specified in the indicated licence.



**Fakultät für
Wirtschaftswissenschaften
und Statistik**

Rudolf Vetschera

**Zur Konsistenz von
Abweichungsanalysen
in hierarchischen
Kennzahlensystemen**

22. DEZ. 1993 **Weltwirtschaft
Kist**

W 284 (269) dx

Diskussionsbeiträge

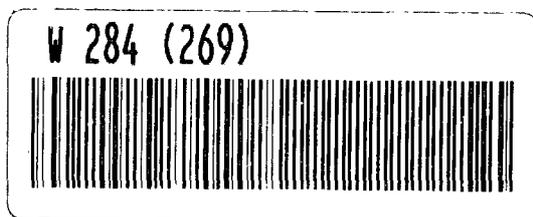
Postfach 5560
D-78434 Konstanz

Serie I — Nr. 269
Dezember 1993

**Zur Konsistenz von Abweichungsanalysen
in hierarchischen Kennzahlensystemen**

Rudolf Vetschera

Serie I - Nr. 269



507 911

Dezember 1993

**Zur Konsistenz von Abweichungsanalysen
in hierarchischen Kennzahlensystemen**

Rudolf Vetschera

Universität Konstanz
Fakultät für Wirtschaftswissenschaften
und Statistik
Postfach 5560 D 130
D-78434 Konstanz

WSVETSCH@nyx.uni-konstanz.de

6. Dezember 1993

Zusammenfassung

Hierarchische Kennzahlensysteme stellen eine bedeutende konzeptuelle Grundlage für Management-Informationssysteme dar. In dieser Arbeit wird ein bisher unberücksichtigter Aspekt der Abweichungsanalyse in derartigen Kennzahlensystemen aufgegriffen: die Konsistenz der als signifikant ausgewiesenen Abweichungen über mehrere Hierarchiestufen des Kennzahlensystems hinweg. Es wird gezeigt, daß Zusammenhänge zwischen den auf unterschiedlichen Hierarchiestufen ausgewiesenen Abweichungen nur unter recht einschränkenden Voraussetzungen hergestellt werden können und die Bedeutung derartiger (In-) Konsistenzen für die Abweichungsanalyse wird diskutiert.

Summary

Hierarchical indicator systems are an important theoretical basis for the development of management information systems. Such indicators are mainly used to determine deviations between planned and actual values of indicators. In this paper, we analyze the consistency of such deviations across hierarchical levels. We show that a systematic relationship between deviations at lower and higher levels of the indicator system can be established only under rather restrictive conditions. This observation holds both for a very simple model, in which deviations are considered significant if they exceed a certain threshold in one direction only and upper level indicators are derived from lower level indicators by basic operations, as well as for more complex situations, in which deviations are described e.g. by membership functions of fuzzy sets. The implications of these results for the analysis and use of hierarchical indicator systems are also discussed.

1. Problemstellung und Aufbau der Arbeit

Hierarchische Kennzahlensysteme (HKS) stellen ein wesentliches Instrument zur Überwachung betrieblicher Abläufe dar. Ihre Entwicklung geht mit dem DuPont-Schema auf den Anfang dieses Jahrhunderts zurück (Kaplan, 1984). Besondere Bedeutung haben HKS durch die Entwicklung von Management-Informationssystemen erlangt, die eine einfache und benutzerfreundliche Analyse auch sehr umfassender Kennzahlensysteme erlauben (Mertens/Griese, 1991; Hichert/Moritz, 1992; Behme/Schimmelpfeng, 1993). Die hierarchische Struktur des Kennzahlensystems wird dabei zu einem integrierten Element der Benutzerführung (Franke, 1992) und erlaubt eine systematische Analyse.

Um die in einem Kennzahlensystem ausgewiesenen Istwerte sinnvoll interpretieren zu können, müssen sie mit Vergleichswerten in Beziehung gesetzt werden. Als Vergleichswerte dienen dabei meist Planwerte, zum Teil aber auch andere Istwerte, etwa in Form von Unternehmensvergleichen oder Vergleichen über die Zeit hinweg (Streitferdt, 1983). Damit wird die Abweichungsanalyse zum zentralen Aspekt bei der Interpretation hierarchischer Kennzahlensysteme.

Die Analyse von Abweichungen wurde in der betriebswirtschaftlichen Literatur bisher vor allem unter drei Aspekten untersucht:

- In der Kostenrechnung und im Controlling werden Abweichungen vor allem unter dem Gesichtspunkt der *Erklärung von Abweichungsursachen* analysiert. Dabei werden z.B. Kostenabweichungen in Verbrauchs-, Beschäftigungs-, Intensitäts- und andere Abweichungen aufgespalten (Haberstock, 1986). Im Vordergrund steht dabei der Versuch, Abweichungen in Komponenten zu zerlegen, für die jeweils eindeutige Verantwortung gegeben ist. Ähnliche Analysen können auch auf der Erlösseite vorgenommen werden (Dellmann, 1987; Albers, 1989; Albers, 1992).
- Ein weitere Zweig der Literatur befaßt sich mit der Frage der *Auswahl zu analysierender Abweichungen*. Im Vordergrund steht dabei die Unterscheidung zwischen zufällig bedingten und systematischen Abweichungen durch Methoden der statistischen Qualitätskontrolle (Kaplan, 1975; Streitferdt, 1983), ähnliche Ansätze beruhen auf der Informationsbewertung mit Hilfe des Bayes-Theorems (Laux, 1974). Nur die systematischen Abweichungen bzw. Abweichungen mit hohem Informationswert sollen einer näheren Analyse unterzogen werden.
- Schließlich können Abweichungen bzw. Abweichungsanalysen auch unter dem Gesichtspunkt der von ihnen ausgehenden *Anreizwirkungen* untersucht werden (Baiman/Demski, 1980; Wagenhofer, 1992; Ewert/Wagenhofer, 1993).

Keiner der genannten Zweige der Literatur geht explizit auf die hierarchische Struktur von Kennzahlensystemen ein. Berührungspunkte ergeben sich lediglich im ersten Zweig der Literatur durch die Aufspaltung einer Abweichung in Teilabweichungen sowie durch Ansätze, in denen mehrstufige

Produktionszusammenhänge und dabei die durch Vorstufen verursachten Kostenabweichungen untersucht werden (Klook/Dörner, 1988).

In der vorliegenden Arbeit stehen demgegenüber Spezifika der Abweichungsanalyse in einem hierarchisch strukturierten Kennzahlensystem im Vordergrund. Es wird die Frage untersucht, unter welchen Bedingungen Abweichungen auf verschiedenen Ebenen des Kennzahlensystems in konsistenter Weise als signifikant ausgewiesen werden. Sowohl der hier benutzte Begriff der "signifikanten" Abweichung als auch der "Konsistenz" zwischen den hierarchischen Ebenen wird in der Folge noch exakt definiert.

Die Frage nach der Konsistenz von Abweichungen auf verschiedenen Ebenen eines HKS erscheint vor allem unter zwei Gesichtspunkten von Bedeutung:

- Eine insbesondere in Zusammenhang mit Management-Informationssystemen bedeutsame Form der Analyse in hierarchischen Kennzahlensystemen ist die *Drill-Down-Technik*. Dabei wird versucht, eine (signifikante) Abweichung einer Kennzahl dadurch zu erklären, daß schrittweise (signifikante) Abweichungen der untergeordneten Ebenen betrachtet werden. Diese Vorgangsweise kann aber nur dann erfolgreich sein bzw. automationsgestützt durchgeführt werden (Bouwman, 1983), wenn gewisse Beziehungen zwischen den einzelnen Ebenen des Kennzahlensystems bestehen. Wird zwar auf einer übergeordneten Ebene des Kennzahlensystems eine signifikante Abweichung ausgewiesen, jedoch nicht auf der darunterliegenden Ebene, so bricht der Drill-Down-Prozeß ab. Umgekehrt wird ein Drill-Down-Prozeß möglicherweise gar nicht eingeleitet, wenn signifikante Abweichungen auf der untergeordneten Ebene nicht zu einer signifikanten Abweichung auf der übergeordneten Ebene führen.
- Die Kenntnis über systematische Zusammenhänge zwischen Abweichungen auf unterschiedlichen Ebenen eines hierarchischen Kennzahlensystems ist auch für den Vergleich und die Beurteilung von Abweichungsmustern bedeutsam. Solche Vergleiche können erforderlich sein, wenn mehrere Unternehmensbereiche anhand hierarchischer Kennzahlensysteme beurteilt werden. Weicht ein Bereich etwa "mehr" vom Plan ab, wenn in mehr Kennzahlen signifikante Abweichungen ausgewiesen werden? Besteht ein Zusammenhang zwischen Abweichungen auf den einzelnen Ebenen der Kennzahlenhierarchie, so sind manche der ausgewiesenen Abweichungen möglicherweise eine unmittelbare Konsequenz der Abweichungen auf den untergeordneten Ebenen und beinhalten selbst keine zusätzliche Information. Oder weicht ein Bereich "mehr" vom Plan ab, wenn er in Kennzahlen hoher Hierarchiestufen Abweichungen aufweist? Möglicherweise entstehen geringe Abweichungen in diesen Kennzahlen aber, indem große Abweichungen auf untergeordneten Ebenen einander kompensieren. Die Möglichkeit solcher Kompensationen kann ebenfalls nur beurteilt werden, wenn die Zusammenhänge zwischen Abweichungen auf den einzelnen Hierarchiestufen bekannt sind.

Die vorliegende Arbeit ist wie folgt aufgebaut: im folgenden zweiten Abschnitt wird das zunächst benutzte Grundmodell der Abweichungsanalyse in einem hierarchischen Kennzahlensystem entwickelt. Abschnitt drei befaßt sich mit der Konsistenz von Abweichungsanalysen in diesem einfachen Kontext und zeigt, daß Konsistenz in dem dort definierten Sinn nur unter recht einschränkenden Voraussetzungen gegeben ist. Abschnitt vier verallgemeinert die Ergebnisse des dritten Abschnittes. Der fünfte Abschnitt faßt die Ergebnisse zusammen und gibt einen Ausblick auf mögliche Konsequenzen der hier getroffenen Aussagen.

2. Ein einfaches Modell der Abweichungsanalyse in hierarchischen Kennzahlensystemen

Unter einem hierarchischen Kennzahlensystem soll im folgenden ein System von Kennzahlen verstanden werden, bei dem einzelne Kennzahlen in die Berechnung weiterer, übergeordneter Kennzahlen eingehen. Als typisches, allgemein bekanntes Beispiel eines derartigen Kennzahlensystems kann die ROI-Analyse (DuPont-Kennzahlensystem) gelten. Der Begriff der "Kennzahl" selbst wird hier nicht weiter eingeschränkt.

Ohne Beschränkung der Allgemeinheit betrachten wir nur einen Ausschnitt einer Hierarchiestufe, wie ihn Abbildung 1 zeigt:

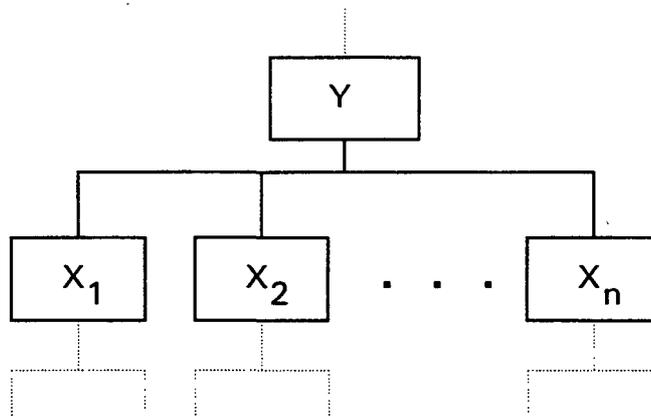


Abbildung 1: Untersuchter Ausschnitt aus einem hierarchischen Kennzahlensystem

Wir betrachten eine übergeordnete Kennzahl Y , die unter Verwendung mehrerer untergeordneter Kennzahlen X_1 bis X_n ermittelt wird. Zur weiteren Vereinfachung unterstellen wir zunächst, daß in die übergeordnete Kennzahl nur zwei untergeordnete Kennzahlen eingehen, die durch eine der vier Grundrechnungsarten miteinander verknüpft sind. Diese einfache Situation reicht bereits dazu aus, einige zentrale Probleme zu illustrieren. Sie ist auch nicht so unrealistisch, wie dies zunächst den Anschein hat. Ähnliche Beschränkungen existieren z.B. in Generatorprogrammen zur Erzeugung von Management-Informationssystemen (MIK GmbH, 1992).

Für die Abweichungsanalyse wird das folgende Modell unterstellt: Wir bezeichnen den geplanten Wert einer Kennzahl Z mit Z^p und den tatsächlich realisierten Wert mit Z^a . Wir betrachten zunächst die *absolute Abweichung*:

$$D_{abs} = Z^p - Z^a \quad (1)$$

Daneben werden häufig auch *relative Abweichung* als

$$D_{rel} = \frac{Z^p - Z^a}{Z^p} \quad (2)$$

definiert. Geht man davon aus, daß die Plangrößen vor der Abweichungsanalyse festgelegt werden und dann unveränderlich sind, so können beide Abweichungsarten für die weitere Argumentation als äquivalent angesehen werden. Hier sollen daher nur absolute Abweichungen weiter betrachtet werden, alle folgenden Ausführungen gelten aber, mit entsprechenden Modifikationen, ebenso für relative Abweichungen.

Für die Abweichungsanalyse zentral ist die Frage nach der *Signifikanz* einer Abweichung. Zunächst wird ein scharfer Signifikanzbegriff betrachtet, bei dem Abweichungen lediglich als "signifikant" oder als "nicht signifikant" klassifiziert werden. Formal läßt sich die Signifikanz einer Abweichung durch eine Funktion

$$s(Z^a, Z^p): R \times R \rightarrow \{\text{wahr, falsch}\} \quad (3)$$

ausdrücken. Die Argumente der Funktion sind die Ist- und Planwerte der betrachteten Kennzahl, die Funktion liefert den Wert "wahr", wenn die beobachtete Abweichung als signifikant eingestuft wird.

Für die weitere Analyse betrachten wird eine konkrete Spezifikation der Funktion s . In Management-Informationssystemen wird eine Abweichung einer Kennzahl Z häufig als signifikant ausgewiesen, wenn sie größer als eine vorgegebene Toleranzschwelle d_z ist (Huch, 1984; Hichert/Moritz, 1992). Zur Vereinfachung der Darstellungen wird zunächst davon ausgegangen, daß nur Abweichungen nach unten (also Unterschreitungen der Planwerte) als signifikant angesehen werden. Die Funktion s lautet in diesem einfachen Modell daher

$$s(Z^a, Z^p) = \begin{cases} \text{"wahr"} & \text{falls } Z^p - Z^a \geq d_z \\ \text{"falsch"} & \text{falls } Z^p - Z^a < d_z \end{cases} \quad (4)$$

Erweiterungen dieses Modells werden in Abschnitt 4.2 vorgenommen.

3. Formen von Konsistenz und Konsistenzbedingungen

3.1. Formen von Konsistenz

Konsistenz soll hier so verstanden werden, daß signifikante Abweichungen auf den höheren und niedrigeren Ebenen der Kennzahlenhierarchie in systematischer Weise miteinander verknüpft sind. Je nach Art dieser Verknüpfung können zunächst zwei Fälle unterschieden werden, die im folgenden mit *konjunktiver* und *disjunktiver Konsistenz* bezeichnet werden. Konjunktive Konsistenz liegt vor, wenn eine signifikante Abweichung auf der übergeordneten Ebene dann und nur dann ausgewiesen wird, wenn für *sämtliche* untergeordneten Kennzahlen ebenfalls eine signifikante Abweichung ausgewiesen wird. Unter Verwendung der allgemeinen Funktion s kann die Bedingung für konjunktive Konsistenz daher wie folgt formuliert werden:

$$s(Y^a(X_1^a, \dots, X_n^a), Y^p(X_1^p, \dots, X_n^p)) \Leftrightarrow \forall i: s(X_i^a, X_i^p) \quad (5)$$

Wird eine Abweichung dann als signifikant angesehen, wenn der Istwert den Planwert um einen bestimmten Betrag d unterschreitet, so lautet die Bedingung dementsprechend:

$$Y^p - Y^a \geq d_y \Leftrightarrow \forall i: X_i^p - X_i^a \geq d_i \quad (6)$$

Disjunktive Konsistenz liegt vor, wenn eine signifikante Abweichung auf der übergeordneten Ebene an das Vorhandensein zumindest einer signifikanten Abweichung auf der untergeordneten Ebene gebunden ist, also im allgemeinen Fall:

$$s(Y^a(X_1^a, \dots, X_n^a), Y^p(X_1^p, \dots, X_n^p)) \Leftrightarrow \exists i: s(X_i^a, X_i^p) \quad (7)$$

bzw. für den spezifischen Signifikanzbegriff:

$$Y^p - Y^a \geq d_y \Leftrightarrow \exists i: X_i^p - X_i^a \geq d_i \quad (8)$$

In den folgenden Teilabschnitten soll untersucht werden, unter welchen Bedingungen ein hierarchisches Kennzahlensystem Konsistenz in diesem Sinne aufweisen kann.

3.2. Bedingungen für konjunktive Konsistenz

Tabelle 1 zeigt die Bedingungen auf, unter denen konjunktive Konsistenz zwischen den zwei Stufen eines hierarchischen Kennzahlensystems hergestellt werden kann. Dabei wird die Äquivalenzbedingung (6) in den beiden Richtungen von der über- zur untergeordneten Ebene und umgekehrt getrennt betrachtet.

Verknüpfung	Bedingung für \Leftarrow	Bedingung für \Rightarrow	Anmerkungen
Addition: $Y = X_1 + X_2$	$d_y = d_1 + d_2$	nicht möglich	
Subtraktion $Y = X_1 - X_2$	nicht möglich	nicht möglich	es scheint kaum sinnvoll, bei negativen Komponenten nur Abweichungen nach unten zu betrachten
Multiplikation $Y = X_1 \cdot X_2$	$d_y = d_1 x_2^p + d_2 x_1^p - d_1 d_2$	nicht möglich	
Division $Y = X_1 / X_2$	nicht möglich	nicht möglich	

Tabelle 1: Bedingungen für konjunktive Konsistenz

Die einzelnen Beweise dieser Aussagen sind im Anhang zusammengefaßt, an dieser Stelle soll nur deren Grundstruktur erläutert werden. Dazu erweitern wir die allgemeine Formulierung der Funktion s um den Parameter d . Die Bedingung für konjunktive Konsistenz lautet dann:

$$s(Y^a(X_1^a, \dots, X_n^a), Y^p(X_1^p, \dots, X_n^p), d_y) \Leftrightarrow \forall i: s(X_i^a, X_i^p, d_i) \quad (9)$$

Die Plangrößen sind vorgegeben, als Gestaltungsparameter für die Abweichungsanalyse dienen die Schwellenwerte d . Die Istwerte sind zum Zeitpunkt der Gestaltung der Abweichungsanalyse noch nicht bekannt. Wir können daher die Konsistenzbedingung als erfüllt ansehen, wenn es gelingt, für vorgegebene Plangrößen $(Y^p, X_1^p, \dots, X_n^p)$ einen Vektor von Schwellenwerten (d_y, d_1, \dots, d_n) zu finden, so daß die Bedingung (9) für beliebige Istwerte erfüllt ist. Da wir voraussetzen, daß die Plangrößen vor Gestaltung der Abweichungsanalyse festgelegt werden, können die Schwellenwerte dabei auch von den Plangrößen abhängen, wie dies in Tabelle 1 für den Fall der Multiplikation geschieht. Die in der Tabelle 1 enthaltenen Bedingungen stellen hinreichende Bedingungen für die Erfüllung von (9) dar, inwieweit sie auch notwendig sind, wird im Rahmen dieser Arbeit nicht untersucht. Umgekehrt ist die Konsistenzbedingung nicht erfüllt, wenn gezeigt werden kann, daß für beliebige vorgegebene Planwerte und Schwellenwerte stets ein Vektor von Istwerten existiert, der Bedingung (9) verletzt.

3.3. Bedingungen für disjunktive Konsistenz

Hier wird gefordert, daß auf der übergeordneten Ebene genau dann eine signifikante Abweichung ausgewiesen wird, wenn (zumindest) eine der untergeordneten Kennzahlen eine signifikante Abweichung aufweist. Die entsprechenden Ergebnisse sind in der folgenden Tabelle zusammengefaßt.

Verknüpfung	Bedingung für \Leftarrow	Bedingung für \Rightarrow
Addition: $Y = X_1 + X_2$	nicht möglich	$d_y \geq d_1 + d_2$
Subtraktion $Y = X_1 - X_2$	nicht möglich	nicht möglich
Multiplikation $Y = X_1 \cdot X_2$	nicht möglich	$d_y \geq d_1 x_2^p + d_2 x_1^p - d_1 d_2$
Division $Y = X_1 / X_2$	nicht möglich	nicht möglich

Tabelle 2: Bedingungen für disjunktive Konsistenz

Die Beweise verlaufen sehr ähnlich wie im Fall der konjunktiven Konsistenz und sind ebenfalls im Anhang enthalten.

3.4. Verbindung der beiden Konsistenzarten

Verbindet man die Tabellen 1 und 2, so zeigt sich, daß für die additive und multiplikative Verknüpfung der untergeordneten Kennzahlen die Bedingungen (6) und (8) jeweils in eine Richtung erfüllt werden können. Der erfüllbare Teil von Bedingung (6) kann unter Verwendung der allgemeine Funktion $s(X^p, X^a, d)$ in der Form

$$s_y \Leftarrow (s_1 \wedge s_2) \quad (10)$$

angeschrieben werden, wobei vereinfachend s_y für $s(Y^p, Y^a, d_y)$ steht. Aussage (10) läßt sich sehr anschaulich interpretieren: immer dann, wenn für sämtliche untergeordneten Kennzahlen eine signifikante Abweichung ausgewiesen wird, soll auch für die übergeordnete Kennzahl eine signifikante Abweichung ausgewiesen werden. Eine ähnliche Interpretation läßt sich, nach einigen Umformungen, auch für den erfüllten Teil von Bedingung (8) geben. Der erfüllte Teil von Bedingung (8) lautet: _____

$$s_y \Rightarrow (s_1 \vee s_2)$$

Nach einigen logischen Umformungen ergibt sich daraus:

$$\begin{aligned}
 s_y &\Rightarrow (s_1 \vee s_2) \\
 \neg s_y &\vee (s_1 \vee s_2) \\
 \neg \neg (s_1 \vee s_2) &\vee \neg s_y \\
 \neg (\neg s_1 \wedge \neg s_2) &\vee \neg s_y \\
 (\neg s_1 \wedge \neg s_2) &\Rightarrow \neg s_y
 \end{aligned} \quad (11)$$

Diese Bedingung fordert also, daß auf der übergeordneten Ebene keine signifikante Abweichung ausgewiesen werden darf, wenn für keine der untergeordneten Kennzahlen eine signifikante Abweichung

ausgewiesen wird. Zusammengenommen können die Bedingungen (10) und (11) als eine Art "Einstimmigkeitsbedingung" interpretiert werden: immer dann, wenn bezüglich aller Kennzahlen der untergeordneten Ebene die gleiche Aussage gilt ("Abweichung" oder "Keine Abweichung"), soll die entsprechende Aussage auch für die übergeordnete Kennzahl gelten. Natürlich ist diese Einstimmigkeitsbedingung erheblich schwächer als die oben formulierte konjunktive bzw. disjunktive Konsistenz. Wie noch gezeigt wird, ist konjunktive bzw. disjunktive Konsistenz aber nur für sehr spezielle Aggregationen zwischen den Kennzahlen erreichbar.

4. Verallgemeinerungen

4.1. Graphische Analyse der Konsistenzbedingungen

Die in den obigen Tabellen 1 und 2 zum Ausdruck gekommenen Dualität zwischen konjunktiver und disjunktiver Konsistenz kann anhand einer graphischen Darstellung erläutert werden, die gleichzeitig auch wesentlich allgemeinere Aussagen erlaubt.

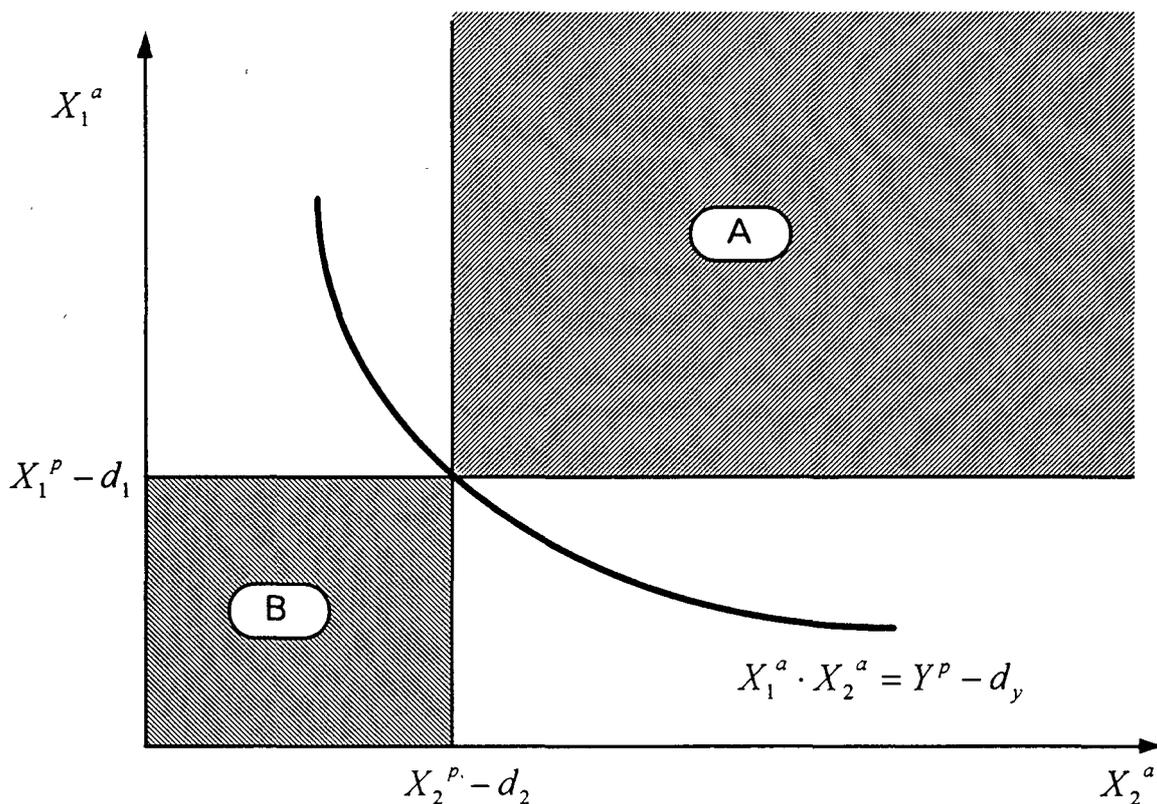


Abbildung 2: Graphische Analyse der Konsistenzbedingung

Abbildung 2 zeigt mögliche Kombinationen der Istwerte X_1^a und X_2^a in einem Koordinatensystem. In dem mit A bezeichneten Bereich weisen die beiden untergeordneten Kennzahlen keine signifikante Abweichung auf, in dem mit B bezeichneten Bereich weisen beide Kennzahlen eine signifikante Abweichung auf. Ferner ist (am Beispiel der multiplikativen Verknüpfung der beiden untergeordneten

Kennzahlen) die Linie derjenigen Kombinationen von X_1^a und X_2^a eingezeichnet, bei der gerade eine signifikante Abweichung eintritt, also die Bedingung

$$Y^p - Y^a = d_y \quad (12)$$

erfüllt ist. Eine solche Linie kann als Iso-Y-Linie bezeichnet werden, da entlang der Linie der Istwert der übergeordneten Kennzahl konstant ist. Die hier eingezeichnete Iso-Y-Linie, bei der gerade die Grenze zur signifikanten Abweichung erreicht wird, wird in der Folge als die kritische Iso-Y-Linie bezeichnet. Rechts oberhalb der kritischen Iso-Y-Linie liegen nur Kennzahlenkombinationen mit einem höheren Wert der übergeordneten Kennzahl Y , dort tritt also keine signifikante Abweichung auf der übergeordneten Ebene auf. Links unterhalb der kritischen Iso-Y-Linie tritt stets eine signifikante Abweichung auf übergeordneter Ebene auf.

Damit können die oben gegebenen Konsistenzbedingungen anschaulich geometrisch interpretiert werden: Die (hier erfüllte) Einstimmigkeitsbedingung besagt, daß Menge A, bei der sämtliche untergeordneten Kennzahlen keine signifikante Abweichung aufweisen, zur Gänze rechts oberhalb der kritischen Iso-Y-Linie und Menge B, bei der alle untergeordneten Kennzahlen eine signifikante Abweichung aufweisen, zur Gänze links unterhalb der kritischen Iso-Y-Linie liegen muß.

Auch die Bedingungen für konjunktive und disjunktive Konsistenz können anhand der Graphik veranschaulicht werden: Konjunktive Konsistenz bedeutet, daß die Menge B mit dem Bereich links unterhalb der kritischen Iso-Y-Linie übereinstimmen muß. Bei der hier benutzten Definition einer kritischen Abweichung ist dies nur möglich, wenn die Iso-Y-Linie rechtwinkelig verläuft. Dies ist z.B. der Fall, wenn die beiden untergeordneten Kennzahlen durch den Maximum-Operator verbunden werden. Entsprechend bedeutet disjunktive Konsistenz, daß der Bereich rechts oberhalb der Iso-Y-Linie mit der Menge A übereinstimmen muß. Dies kann bei der gegebenen Form der Menge A erreicht werden, wenn die untergeordneten Kennzahlen durch den Minimum-Operator verknüpft werden.

Aus Abbildung 2 kann ferner abgeleitet werden, für welche Verknüpfungen der untergeordneten Kennzahlen die Einstimmigkeitsbedingung erfüllt werden kann: es sind dies sämtliche Verknüpfungen, für die die kritische Iso-Y-Linie monoton fallend verläuft. Dies ist äquivalent mit der Bedingung, daß die partiellen Ableitungen der übergeordneten Kennzahl nach den untergeordneten Kennzahlen nichtnegative Werte aufweisen. Dies ist unter den hier betrachteten Fällen (bei positiven Werten aller Kennzahlen) für die additive und multiplikative Verknüpfung der Fall. Wird die übergeordnete Kennzahl durch Subtraktion oder Division der untergeordneten Kennzahlen gebildet, so ist, wie bereits demonstriert wurde, die Einstimmigkeitsbedingung verletzt.

4.2. Erweiterung des Abweichungsbegriffs

4.2.1. Zweiseitige Abweichungen

Die Darstellung von Abbildung 2 kann auch für erweiterte Abweichungsbegriffe benutzt werden. Abbildung 3 erweitert Abbildung 2 dahingehend, daß sowohl Abweichungen nach oben als auch Abweichungen nach unten ab bestimmten Grenzen (d^+ und d^-) als signifikant angesehen werden. Dementsprechend tritt in der graphischen Darstellung eine dritte Menge C auf, in der sämtliche untergeordneten Kennzahlen signifikant nach oben abweichen. Die Einstimmigkeitsbedingung kann nunmehr so interpretiert werden, daß die untere und obere kritische Iso-Y-Linie jeweils die Mengen A und B bzw. A und C voneinander trennen.

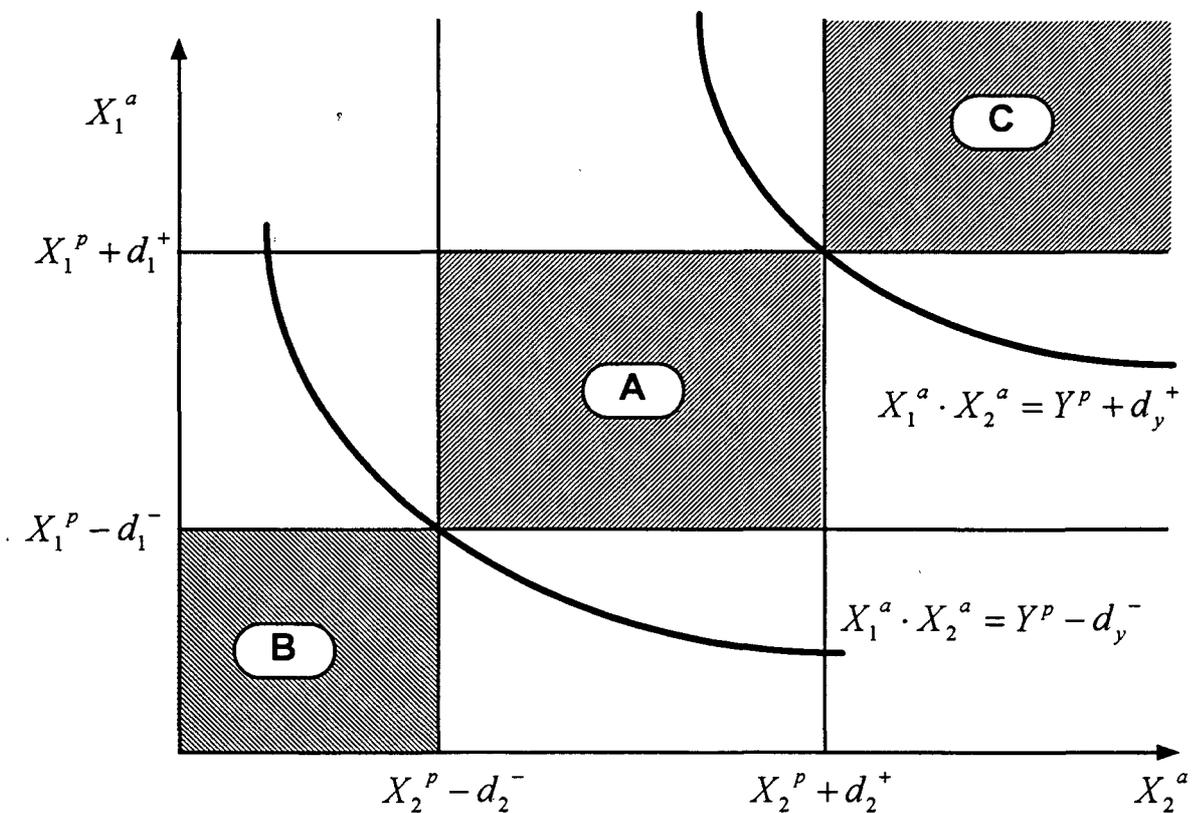


Abbildung 3: Abweichungen nach oben und unten

4.2.2. Veränderungen in den Toleranzen

In den Abbildungen 2 und 3 entsprechen die Bereiche, in denen sämtliche untergeordneten Kennzahlen signifikante bzw. nicht signifikante Abweichungen aufweisen, jeweils Quadranten des zweidimensionalen Raumes. Dies impliziert, daß die Toleranzgrenzen für einzelne Kennzahlen unabhängig von den tatsächlichen Abweichungen der jeweils anderen Kennzahl festgelegt werden. Eine Verallgemeinerung dieses Konzeptes kann erfolgen, indem die Mengen A und B der Abbildung 2 nicht als Orthanten, sondern als allgemeine Kegel definiert werden, wie dies in Abbildung 4 - wiederum für den Fall negativer Abweichungen - dargestellt ist.

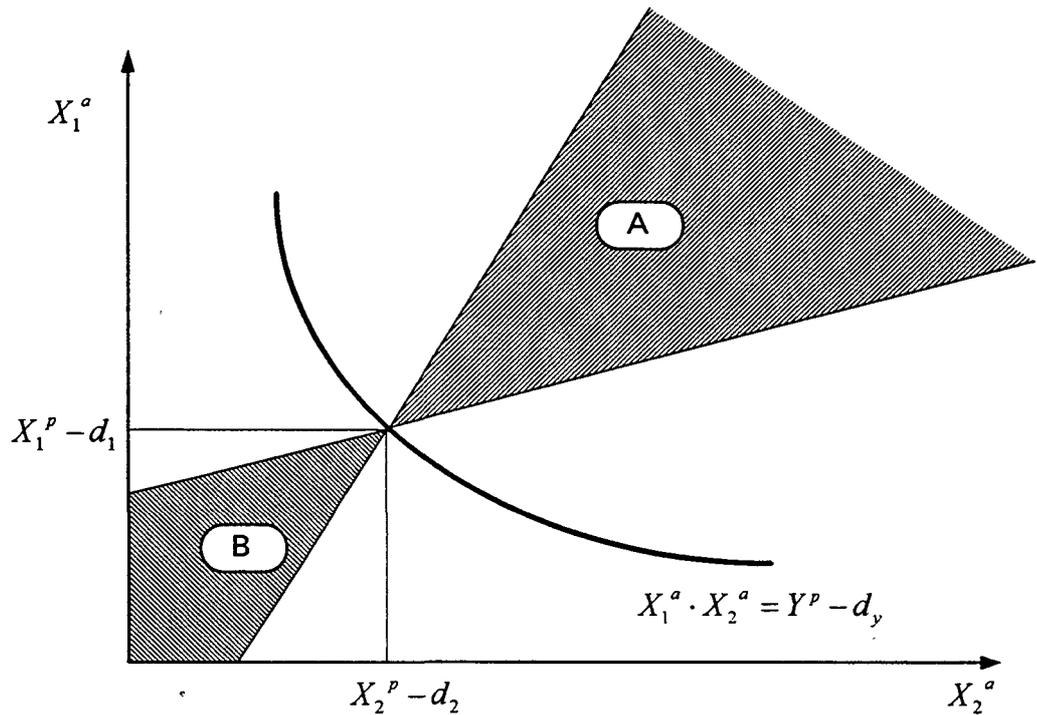


Abbildung 4: Signifikante Abweichungen als Kegel

Ein Zusammenhang wie er in Abbildung 4 dargestellt ist, könnte sich etwa dann ergeben, wenn eine Abweichung nur dann als signifikant eingestuft wird, wenn sie über dem (gewichteten) Durchschnitt der betrachteten Abweichungen oder über einem konstanten Prozentsatz dieses Durchschnittes liegt.

Werden signifikante Abweichungen so definiert, so kann die Einstimmigkeitsbedingung auch erfüllt sein, wenn die partiellen Ableitungen der übergeordneten Kennzahl nach den untergeordneten Kennzahlen nicht positiv sind. In dieser allgemeinen Sichtweise ergeben sich enge Querbeziehungen zur Theorie der Entscheidung unter mehrfacher Zielsetzung. Viele Entscheidungsverfahren aus diesem Gebiet bauen auf einer parametrischen Beschreibung der Menge effizienter Alternativen mithilfe einer Skalarisierungsfunktion auf. Eine spezielle Klasse von Skalarisierungsfunktionen sind die sogenannten "ordnungsbewahrenden" Skalarisierungsfunktionen. Eine ordnungsbewahrende Skalarisierungsfunktion f weist für einen beliebigen Kegel D und einen Punkt w im Zielraum die Eigenschaft

$$\{x \in R^m : f(x, w) < 0\} = w + \text{int } D \quad (13)$$

auf (Wierzbicki, 1986). Die Funktion f weist also genau für alle Punkte des Zielraumes, die in einem Kegel mit Spitze w liegen (und somit im verallgemeinerten Sinn den Punkt w dominieren) negative Werte auf. Dies entspricht aber (je nach Vorzeichen) einer Verallgemeinerung der erfüllbaren Teile der Bedingungen für konjunktive bzw. disjunktive Konsistenz: interpretiert man die Funktion f als die Differenz zwischen dem kritischen und dem aktuellen Wert der übergeordneten Kennzahl, so drückt Gleichung (13) genau die Bedingung aus, daß innerhalb des betrachteten Kegels (d.h., wenn alle untergeordneten Kennzahlen eine signifikante Abweichung aufweisen) die übergeordnete Kennzahl eine signifikante Abweichung aufweisen muß. Dies entspricht der oben formulierten Bedingung (10). Durch

Umkehrung des Vorzeichens kann auch die Bedingung (11) auf die Bedingung für ordnungsbewahrende Skalarisierungsfunktionen zurückgeführt werden.

Leider stehen abgesehen von der Definition selbst keine allgemeinen Aussagen darüber zur Verfügung, wann eine Skalarisierungsfunktion die Eigenschaft der Ordnungsbewahrung aufweist. Auch die in der Literatur (Wierzbicki, 1986) enthaltenen Beispiele greifen meist direkt auf die Definition zurück. Damit ist es auch nicht möglich, die Klasse der die Einstimmigkeitsbedingung erfüllenden Aggregationen von Kennzahlen in diesem allgemeinen Fall anders als durch direkte Überprüfung der Bedingung zu charakterisieren.

4.2.3. Unscharfer Signifikanzbegriff

Bisher wurde davon ausgegangen, daß Abweichungen eindeutig entweder als signifikant oder als nicht signifikant eingestuft werden. Die Signifikanz einer Abweichung kann aber auch als graduelle Größe interpretiert werden, Abweichungen können als mehr oder weniger signifikant angesehen werden.

Formal läßt sich diese Erweiterung dadurch ausdrücken, daß die Funktion s nun nicht mehr als zweiwertig angesehen wird, sondern als Zugehörigkeitsfunktion zu einer unscharfen Menge der "signifikanten" Abweichungen interpretiert wird. Damit ergibt sich die neue Definition

$$\mu(X^p, X^a): R \times R \rightarrow [0, 1] \quad (14)$$

In Übereinstimmung mit der in der Theorie unscharfer Mengen üblichen Notation wird diese Zugehörigkeitsfunktion mit μ bezeichnet. Ein Wert der Zugehörigkeitsfunktion von null bedeutet, daß die Abweichung als völlig insignifikant angesehen wird, ein Wert von eins entspricht einer völlig signifikanten Abweichung.

In der Literatur wurden darüber hinaus andere Erweiterungen der Abweichungsanalyse durch Verwendung unscharfer Mengen vorgeschlagen, etwa indem Abweichungen als (unscharfe) Indikatoren möglicher Systemzustände interpretiert werden (Gutierrez/Carmona, 1988), oder indem die zugrunde liegenden Daten selbst als unscharf angenommen werden (Pohjola/Turunen, 1990). Auf diese Erweiterungsmöglichkeiten wird hier nicht weiter eingegangen.

Die zuvor formulierte Einstimmigkeitsbedingung kann auf den Fall unscharf definierter Signifikanz von Abweichungen erweitert werden. Eine mögliche Erweiterung lautet

$$\min_i \mu_i(X_i^p, X_i^a) \leq \mu_Y(Y^p, Y^a) \leq \max_i \mu_i(X_i^p, X_i^a) \quad (15)$$

Diese Erweiterung entspricht dem Erweiterungsprinzip von (Zadeh, 1965): setzt man entsprechend der scharfen Einstimmigkeitsbedingung die Werte der Zugehörigkeitsfunktion für alle untergeordneten Kennzahlen auf null bzw. eins, so ergibt sich daraus, daß auch der Wert der Zugehörigkeitsfunktion für

die übergeordnete Kennzahl null bzw. eins betragen muß. Dies entspricht aber genau der Einstimmigkeitsbedingung im scharfen Fall.

Auch für diese Erweiterung auf unscharfe Mengen kann eine graphische Analyse über die Konsequenzen der Einstimmigkeitsbedingung durchgeführt werden.

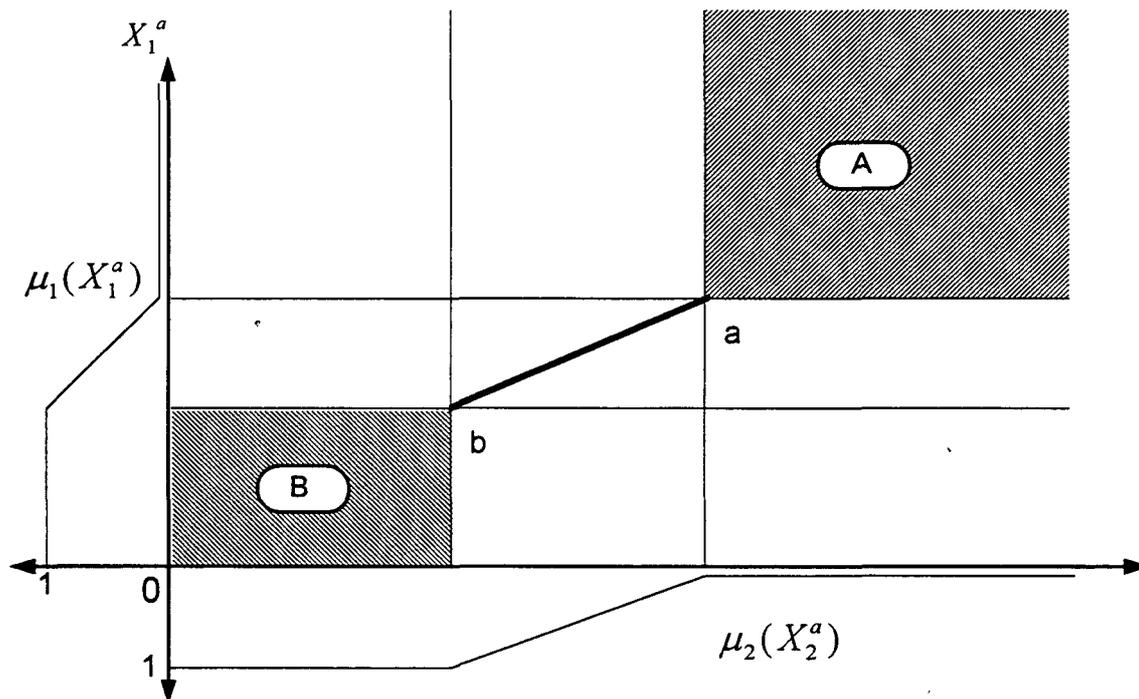


Abbildung 5: Interpretation der Einstimmigkeitsbedingung bei unscharfem Signifikanzbegriff

In Abbildung 5 sind entlang der Achsen die jeweiligen Zugehörigkeitsfunktionen eingezeichnet. Die Situation unterscheidet sich von der in Abbildung 2 dargestellten dadurch, daß nun die Bereiche A und B nicht mehr unmittelbar aneinander grenzen. Stattdessen existiert ein Bereich, in dem sämtliche Abweichungen einen Zugehörigkeitsgrad zwischen null und eins aufweisen. Entlang der Geraden a-b, die die Eckpunkte der beiden Bereiche A und B miteinander verbindet, weisen beide Zugehörigkeitsgrade den gleichen Wert auf. Damit ist für eine Iso-Y-Linie, die diese Gerade schneidet, auch der Wert der Zugehörigkeitsfunktion für den entsprechenden Werte Y^a der übergeordneten Kennzahl eindeutig festgelegt. Dieser Wert soll als μ^* bezeichnet werden.

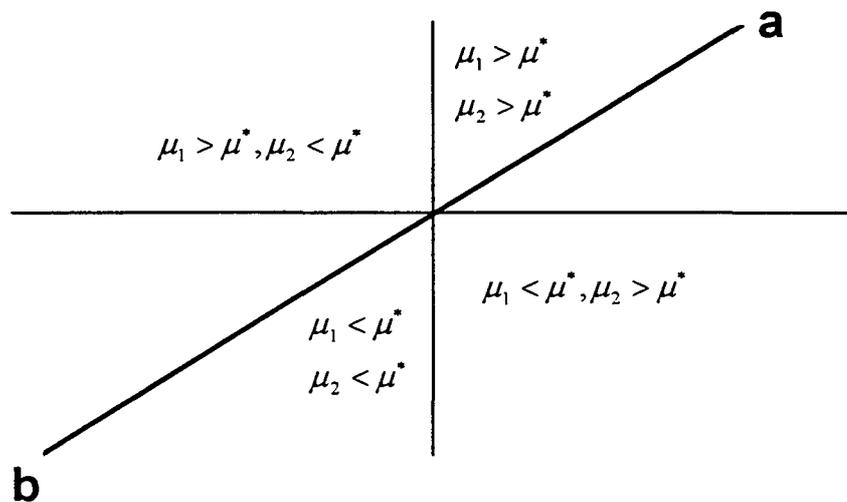


Abbildung 6: Bedingung für die Iso-Y-Linie bei unscharfem Signifikanzbegriff

Dies bedeutet aber auch, daß auch im Fall eines unscharfen Signifikanzbegriffes die nunmehr erweiterte Einstimmigkeitsbedingung (15) nur dann erfüllt sein kann, wenn die Iso-Y-Linie einen negativen Anstieg aufweist (Abbildung 6). Verläuft die Iso-Y-Linie stets links oberhalb bzw. rechts unterhalb ihres Schnittpunktes mit der Geraden a-b, so bleibt der Wert μ^* zulässig. Außerhalb dieses Bereiches sind jedoch nach (15) nur Zugehörigkeitswerte auf der übergeordneten Ebene zulässig, die größer (rechts oberhalb) oder kleiner (links unterhalb) als μ^* sind. Eine Iso-Y-Linie, die in einem dieser beiden Quadranten verläuft, würde also die unscharfe Einstimmigkeitsbedingung verletzen.

5. Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Arbeit konnte gezeigt werden, daß in herkömmlichen Kennzahlensystemen, insbesondere in Kennzahlensystemen, die mit Relativzahlen arbeiten, Inkonsistenzen zwischen Abweichungen auf unterschiedlichen Ebenen der Kennzahlenhierarchie auftreten können. Um dies anhand eines anschaulichen Beispiels zu illustrieren, kann etwa die Umsatzrendite steigen, obwohl sowohl Umsatz als auch Gewinn zurückgegangen sind.

Bedeutet dies nun, daß relative Kennzahlen an sich unsinnig sind? Diese Folgerung kann aus dem Ergebnis dieser Arbeit keineswegs gezogen werden. Vollständige Konsistenz eines Kennzahlensystems würde ja im Gegenteil bedeuten, daß die Information der übergeordneten Kennzahl stets der Information der untergeordneten Kennzahlen entspricht und die übergeordnete Kennzahl somit redundant wäre. Gerade die Tatsache, daß eine übergeordnete Kennzahl im hier definierten Sinn inkonsistentes Verhalten zeigt, bedeutet, daß sie gegenüber den untergeordneten Kennzahlen zusätzliche Informationen bereitstellen kann.

Die Bedeutung der hier aufgezeigten Inkonsistenzen liegt vor allem darin, daß Inkonsistenz die Anwendbarkeit der Drill-Down-Analyse beschränkt. Die Drill-Down-Analyse versucht, Abweichungen in übergeordneten Kennzahlen durch Abweichungen untergeordneter Kennzahlen zu erklären. Dies setzt aber Konsistenz in dem Sinn voraus, daß zwischen den Abweichungen eine kausale Beziehung von der untergeordneten zur übergeordneten Kennzahl besteht. Bei inkonsistenten Kennzahlen ist das nicht der Fall. Inkonsistenz im hier definierten Sinn bedeutet also, daß die betroffenen Kennzahlen nicht in einer Drill-Down-Analyse miteinander verbunden werden dürfen, sondern Kennzahlen beider Ebenen unabhängig voneinander beobachtet werden müssen.

Anhang: Beweise zu Tabellen 1 und 2**A.1. Beweise zu Tabelle 1 (Konjunktive Konsistenz)****A.1.1. Addition**

Wir zeigen zunächst, daß unter der in Tabelle (1) angegebenen Bedingung $d_y = d_1 + d_2$ aus den beiden Abweichungen auf untergeordneter Ebene tatsächlich eine Abweichung auf übergeordneter Ebene folgt.

Voraussetzungsgemäß gilt

$$\begin{aligned} X_1^p - X_1^a &\geq d_1 \\ X_2^p - X_2^a &\geq d_2 \end{aligned}$$

und somit auch

$$X_1^p - X_1^a + X_2^p - X_2^a \geq d_1 + d_2$$

und damit tatsächlich

$$Y^p - Y^a \geq d_y \quad \square$$

Für die umgekehrte Richtung ist die Konsistenzbedingung nicht erfüllt. Dazu haben wir zu zeigen, daß für beliebige Planwerte Y^p , X_1^p und X_2^p sowie Toleranzgrenzen d_y , d_1 und d_2 mit $Y^p = X_1^p + X_2^p$ Istwerte Y^a , X_1^a und X_2^a mit $Y^a = X_1^a + X_2^a$ gefunden werden können, so daß zwar auf der übergeordneten Ebene eine signifikante Abweichung auftritt, jedoch bei zumindest einer der untergeordneten Kennzahlen keine signifikante Abweichung ausgewiesen wird.

Es kann sogar gezeigt werden, daß bei einer untergeordneten Kennzahl überhaupt keine Abweichung aufzutreten braucht, obwohl auf der übergeordneten Ebene eine Abweichung auftritt. Dazu muß lediglich die Abweichung der anderen Kennzahl hinreichend groß sein. Ohne Beschränkung der Allgemeinheit unterstellen wir, daß $X_2^p = X_2^a$ ist, also in der zweiten untergeordneten Kennzahl keine Abweichung auftritt. Damit eine Abweichung auf der übergeordneten Ebene gemeldet wird, muß

$$Y^p - Y^a \geq d_y$$

gelten. Durch Einsetzen in die Definition erhält man

$$X_1^p + X_2^p - X_1^a - X_2^a \geq d_y$$

und, unter Berücksichtigung von $X_2^p = X_2^a$ die Bedingung

$$X_1^a \leq X_1^p - d_y$$

Da wir in der Wahl eines X_1^a frei sind, können wir diese Bedingung stets erfüllen. \square

Dieses Ergebnis ist aufgrund der additiven Struktur der übergeordneten Kennzahl nicht überraschend: Eine beliebig große Abweichung auf übergeordneter Ebene kann bei dieser Verknüpfung stets durch eine einzige hinreichend große Abweichung auf der untergeordneten Ebene erzeugt werden.

A.1.2. Subtraktion

Für die Implikation von der untergeordneten Ebene zur übergeordneten Ebene kann in diesem Fall ein einfaches Gegenbeispiel gegeben werden. Für

$$X_1^p - X_1^a = X_2^p - X_2^a \geq \max(d_1, d_2)$$

wird für beide untergeordneten Kennzahlen eine signifikante Abweichung ausgewiesen, die Abweichung auf der übergeordneten Ebene ist hingegen null.

In ähnlicher Weise wie bei der Addition kann in diesem Fall sogar eine ausreichend große *Überschreitung* bei der zweiten Kennzahl dazu führen, daß auf der übergeordneten Ebene eine signifikante Abweichung auftritt, obwohl keine der beiden untergeordneten Kennzahlen eine signifikante Abweichung aufweist.

Geht man hingegen davon aus, daß bei durch Subtraktion miteinander verknüpften Kennzahlen (also etwa Erlösen und Kosten) eine Abweichung bei der zweiten Kennzahl vor allem dann als signifikant angesehen wird, wenn es sich um eine Überschreitung und nicht um eine Unterschreitung handelt, so ist damit der Fall auf den der Addition zurückgeführt und es gelten die dort angeführten Ergebnisse.

A.1.3. Multiplikation

In diesem Fall kann, ähnlich wie bei der Addition, eine Bedingung angegeben werden, unter der Abweichungen in beiden untergeordneten Kennzahlen auch stets zu Abweichungen in der übergeordneten Kennzahl führen. Für diesen Beweis ist ferner die Voraussetzung erforderlich, daß es sich bei sämtlichen betrachteten Größen um nichtnegative Werte handelt. Bei betriebswirtschaftlichen Kennzahlen kann diese Voraussetzung jedoch stets als gegeben angesehen werden.

Annahmegemäß soll in beiden untergeordneten Kennzahlen eine signifikante Abweichung vorliegen. Es gilt also

$$\begin{aligned} X_1^p - X_1^a &\geq d_1 \\ X_2^p - X_2^a &\geq d_2 \end{aligned}$$

und daher

$$\begin{aligned} X_1^a &\leq X_1^p - d_1 \\ X_2^a &\leq X_2^p - d_2 \end{aligned}$$

Setzt man dies in die Definition von Y^a ein, so ergibt sich:

$$\begin{aligned} Y^a &= X_1^a \cdot X_2^a \leq (X_1^p - d_1) \cdot (X_2^p - d_2) = \\ &= X_1^p \cdot X_2^p - d_1 X_2^p - d_2 X_1^p + d_1 d_2 = \\ &= Y^p - d_Y \end{aligned}$$

und somit eine signifikante Abweichung bei der übergeordneten Kennzahl. \square

In der Gegenrichtung kann ähnlich wie für den Fall der Addition argumentiert werden. Selbst für $X_2^p = X_2^a$, also wenn keine Abweichung in der zweiten Kennzahl vorliegt, läßt sich für gegebene Plandaten und Schwellenwerte stets ein X_1^a finden, so daß auf übergeordneter Ebene eine signifikante Abweichung ausgewiesen wird. Dazu führen wir eine (positive) Größe Δ wie folgt ein:

$$X_1^p - X_1^a = d_1 + \Delta$$

Unter Verwendung dieser Größe sowie der Tatsache, daß X_2 keine Abweichung aufweist, können wir Y^a wie folgt ausdrücken:

$$\begin{aligned} Y^a &= X_1^a \cdot X_2^a = (X_1^p - d_1 - \Delta) \cdot X_2^p = \\ &= X_1^p X_2^p - d_1 X_2^p - \Delta X_2^p = \\ &= Y^p - d_1 X_2^p - \Delta X_2^p \end{aligned}$$

Für die Abweichung der übergeordneten Kennzahl ergibt sich somit:

$$Y^p - Y^a = d_1 X_2^p + \Delta X_2^p$$

Diese Abweichung ist signifikant, falls:

$$d_1 X_2^p + \Delta X_2^p \geq d_Y$$

und daher

$$\Delta \geq \frac{d_Y - d_1 X_2^p}{X_2^p}$$

Da für Δ nur Nichtnegativität vorausgesetzt wurde, kann stets ein Δ gefunden werden, das diese Bedingung erfüllt. \square

A.1.4. Division

In diesem Fall können, ähnlich wie bei der Subtraktion, Gegenbeispiele für beide Richtungen der in (6) geforderten Bedingung gegeben werden:

Einerseits ist es möglich, Fälle zu konstruieren, in denen beide untergeordneten Kennzahlen signifikant nach unten abweichen, die übergeordnete Kennzahl hingegen eine Abweichung nach oben aufweist:

Es seien wiederum die Sollwerte und die Toleranzen beliebig (allerdings unter Einhaltung der Bedingung $Y^p = X_1^p/X_2^p$) gegeben, ferner ein X_1^a , das eine signifikante Abweichung repräsentiert, also für das

$$X_1^p - X_1^a \geq d_1$$

gilt. Auf übergeordneter Ebene liegt keine signifikante Abweichung vor, falls

$$\frac{X_1^p}{X_2^p} - \frac{X_1^a}{X_2^a} < d_y \quad (16)$$

ist. Nach einigen Umformungen erhält man aus (16)

$$X_2^a (X_1^p - d_y X_2^p) < X_1^a X_2^p \quad (17)$$

Ist der Klammerausdruck auf der linken Seite von (17) negativ, so ist die Bedingung stets erfüllt, da die rechte Seite annahmegemäß nichtnegativ ist. Ist der Klammerausdruck größer als null, so folgt daraus

$$X_2^a < \frac{X_1^a X_2^p}{X_1^p - d_y X_2^p}$$

Auch hier existiert somit ein hinreichend kleines X_2^a , so daß auf der übergeordneten Ebene, trotz signifikanter Abweichungen in beiden untergeordneten Kennzahlen, keine signifikante Abweichung auftritt. □

Umgekehrt läßt sich zeigen, daß eine signifikante Abweichung auf der übergeordneten Ebene bereits aus einer signifikanten Abweichung einer einzigen untergeordneten Kennzahl folgen kann. Hält man wiederum X_2 konstant, so ergibt sich

$$\begin{aligned} \frac{X_1^p}{X_2} - \frac{X_1^a}{X_2} &\geq d_y \\ X_1^p - X_1^a &\geq d_y X_2 \quad \square \end{aligned}$$

Ähnliches kann auch mit konstantem X_1 erzielt werden.

A.2. Beweise zu Tabelle 2 (Disjunktive Konsistenz)

A.2.1. Addition

Zunächst wird gezeigt, daß ein Abweichungssystem so gestaltet werden kann, daß aus einer signifikanten Abweichung der übergeordneten Kennzahl stets eine signifikante Abweichung in mindestens einer untergeordneten Kennzahl folgt.

Wir gehen von einer gegebenen Abweichung auf übergeordneter Ebene aus:

$$Y^p - Y^a \geq d_y$$

Durch Einsetzen der Definition der übergeordneten Kennzahl sowie der in Tabelle 2 angegebenen Bedingung folgt daraus:

$$\begin{aligned} X_1^p + X_2^p - X_1^a - X_2^a &\geq d_y \\ X_1^p - X_1^a + X_2^p - X_2^a &\geq d_1 + d_2 \\ (X_1^p - X_1^a - d_1) + (X_2^p - X_2^a - d_2) &\geq 0 \end{aligned}$$

Die Summe auf der linken Seite der letzten Ungleichung kann nur dann nichtnegativ sein, wenn zumindest einer der Summanden nichtnegativ ist. Somit muß zumindest eine der untergeordneten Kennzahlen eine signifikante Abweichung aufweisen. \square

Ein anderer Beweis kann anhand der logischen Umformung (11) erfolgen. Aus der Bedingung

$$\begin{aligned} X_1^p - X_1^a &< d_1 \\ X_2^p - X_2^a &< d_2 \end{aligned}$$

folgt unmittelbar

$$\begin{aligned} X_1^p + X_2^p - (X_1^a + X_2^a) &< d_1 + d_2 \leq d_y \\ Y^p - Y^a &< d_y \end{aligned}$$

und damit, daß keine signifikante Abweichung auf übergeordneter Ebene ausgewiesen wird. \square

Umgekehrt gilt jedoch, daß aus dem Vorliegen einer signifikanten Abweichung auf untergeordneter Ebene noch nicht zwingend eine signifikante Abweichung auf übergeordneter Ebene folgt. Um dies zu beweisen, reicht die Konstruktion eines Gegenbeispiels. Ohne Beschränkung der Allgemeinheit unterstellen wir eine signifikante Abweichung bei der ersten untergeordneten Kennzahl, also

$$X_1^p - X_1^a \geq d_1$$

Aus der Bedingung, daß die Abweichung auf übergeordneter Ebene nicht signifikant sein soll, läßt sich unmittelbar der erforderliche Istwert für die andere untergeordnete Kennzahl ableiten:

$$\begin{aligned} (X_1^p - X_1^a) + (X_2^p - X_2^a) &< d_y \\ X_1^p - X_1^a + X_2^p - d_y &< X_2^a \quad \square \end{aligned}$$

Inhaltlich ist diese Aussage ebenfalls plausibel: jede noch so große Abweichung in einer untergeordneten Kennzahl kann bei additiver Verknüpfung der untergeordneten Kennzahlen durch ein entsprechend gutes Ergebnis der anderen untergeordneten Kennzahl (über-) kompensiert werden.

A.2.2. Subtraktion

Hier ist die Bedingung in keine der beiden Richtungen erfüllt. Für die Richtung von der übergeordneten zur untergeordneten Ebene kann das folgende Gegenbeispiel gegeben werden: Wir unterstellen, daß für die erste untergeordnete Kennzahl keinerlei Abweichung existiert, also daß $X_1^p = X_1^a$. Eine signifikante Abweichung auf übergeordneter Ebene liegt vor, falls

$$\begin{aligned} X_1^p - X_2^p - X_1^a + X_2^a &\geq d_Y \\ X_2^a &\geq X_2^p + d_Y > X_2^p - d_2 \end{aligned}$$

und somit *keine* signifikante Abweichung in der zweiten Kennzahl vorliegt. □

Der gleiche Zusammenhang kann benutzt werden, um umgekehrt zu zeigen, daß eine signifikante Abweichung in der zweiten Kennzahl nicht zu einer signifikanten Abweichung in der übergeordneten Kennzahl führen muß.

Allerdings gilt hier ebenfalls der bereits im Fall der konjunktiven Konsistenz diskutierte Einwand, daß es grundsätzlich nicht sinnvoll sein dürfte, im Fall einer untergeordneten Kennzahl, die mit negativem Vorzeichen in die Berechnung der übergeordneten Kennzahl eingeht, Abweichungen nach unten als einzige Möglichkeit signifikanter Abweichungen zu betrachten.

A.2.3. Multiplikation

Wir betrachten zunächst ebenfalls die Beziehung von der übergeordneten zur untergeordneten Ebene. Aus der in Tabelle 2 angegebenen Bedingung folgt zunächst:

$$Y^p - Y^a \geq d_Y \geq d_1 X_2^p + d_2 X_1^p - d_1 d_2$$

und somit

$$\begin{aligned} Y^a &\leq Y^p - d_1 X_2^p - d_2 X_1^p + d_1 d_2 \\ X_1^a X_2^a &\leq (X_1^p - d_1)(X_2^p - d_2) \\ \frac{X_1^a}{X_1^p - d_1} \cdot \frac{X_2^a}{X_2^p - d_2} &\leq 1 \end{aligned}$$

Die beiden Faktoren $(X_1^p - d_1)$ und $(X_2^p - d_2)$ können dabei als positiv vorausgesetzt werden, da andernfalls für positive Istwerte nie eine signifikante Abweichung ausgewiesen würde. Das Produkt in der letzten Ungleichung kann nur dann kleiner oder gleich eins sein, wenn zumindest einer der beiden Faktoren kleiner oder gleich eins ist und somit in einer der untergeordneten Kennzahlen eine signifikante Abweichung auftritt. □

Auch hier kann ein weiterer Beweis über die Beziehung (11) geführt werden.

In umgekehrter Richtung tritt bei gegebener signifikanter Abweichung in der ersten untergeordneten Kennzahl auf übergeordneter Ebene keine signifikante Abweichung auf, wenn die Bedingung

$$X_1^p X_2^p - X_1^a X_2^a < d_y$$

$$\frac{X_1^p X_2^p - d_y}{X_1^a} < X_2^a$$

erfüllt ist. Auch diese Bedingung kann wiederum als Überkompensation der Abweichung durch ein besonders gutes Ergebnis in der anderen untergeordneten Kennzahl interpretiert werden. \square

A.2.4. Division

Im Fall der Division sind die Bedingungen in beiden Richtungen nicht erfüllt, was wiederum durch Gegenbeispiele belegt werden kann. Liegt auf übergeordneter Ebene eine signifikante Abweichung vor, so gilt

$$\frac{X_1^p}{X_2^p} - \frac{X_1^a}{X_2^a} \geq d_y$$

Wir betrachten eine Situation, in der keine Abweichung in der ersten Kennzahl aufgetreten ist. Somit ergibt sich

$$X_1^p X_2^a - X_1^a X_2^p \geq d_y X_2^p X_2^a$$

$$X_2^a (X_1^p - d_y X_2^p) \geq X_1^a X_2^p$$

$$X_2^a \geq \frac{X_1^a X_2^p}{X_1^p - d_y X_2^p} \quad \square$$

Der Fall $X_1^p - d_y X_2^p < 0$ kann ausgeschlossen werden, da dies bedeuten würde, daß

$$\frac{X_1^p}{X_2^p} - d_y < 0$$

und somit für positive Istwerte auf der Ebene der übergeordneten Kennzahl nie eine signifikante Abweichung ausgewiesen würde. Eine solche Festlegung des Schwellenwertes wäre also nicht sinnvoll.

Die Interpretation dieses Beweises ist ebenfalls intuitiv klar: die signifikante Abweichung einer Relativkennzahl nach unten kann dadurch bedingt sein, daß der Zähler gegenüber dem Plan unverändert geblieben ist, der Nenner sich hingegen erhöht hat.

Ein ähnlicher Zusammenhang kann benutzt werden, um die umgekehrte Richtung zu untersuchen: die Bedingung

$$\frac{X_1^p}{X_2^p} - \frac{X_1^a}{X_2^a} < d_y$$

ist für

$$X_2^a < \frac{X_1 X_2^p}{X_1 - d_Y X_2^p}$$

erfüllt, so daß eine signifikante Abweichung in der zweiten untergeordneten Kennzahl nicht zu einer signifikanten Abweichung in der übergeordneten Kennzahl führen muß. □

Im Gegensatz zum Fall der Subtraktion kann es bei Relativkennzahlen auch durchaus sinnvoll sein, auch bei der im Nenner stehenden Kennzahl Abweichungen nach unten als nachteilig zu klassifizieren.

Literaturverzeichnis

- Albers, S. (1989): *Ein System zur SOLL-IST-Abweichungs-Ursachenanalyse von Erlösen*. Zeitschrift für Betriebswirtschaft 59: 637-654.
- Albers, S. (1992): *Ursachenanalyse von marketingbedingten IST-SOLL-Deckungsbeitragsabweichungen*. Zeitschrift für Betriebswirtschaft 62: 199-223.
- Baiman, S.; Demski, J.S. (1980): *Variance Analysis Procedures as Motivational Devices*. Management Science 26: 840-848.
- Behme, W.; Schimmelpfeng, K. (1993): *Führungsinformationssysteme: Geschichtliche Entwicklung, Aufgaben und Leistungsmerkmale*. In: Behme, W.; Schimmelpfeng, K. (Hrsg.): *Führungsinformationssysteme*. Gabler, Wiesbaden: 3-16.
- Bouwman, M.J. (1983): *Human Diagnostic Reasoning by Computer: An Illustration From Financial Analysis*. Management Science 29: 653-672.
- Dellmann, K. (1987): *Kosten- oder Erfolgsanalyse als Basis der Wirtschaftlichkeitskontrolle*. Zeitschrift für Betriebswirtschaft 57: 367-383.
- Ewert, R.; Wagenhofer, A. (1993): *Interne Unternehmensrechnung*. Springer, Berlin.
- Franke, G. (1992): *Zur Wirtschaftlichkeit von Management-Informationssystemen*. In: Hichert, R.; Moritz, M. (Hrsg.): *Management-Informationssysteme*. Springer, Berlin: 163-170.
- Gutierrez, I.; Carmona, S. (1988): *A fuzzy set approach to financial ratio analysis*. European Journal of Operational Research 36: 78-84.
- Haberstock, L. (1986): *Kostenrechnung II: (Grenz-) Plankostenrechnung*. 7. Auflage, Steuer- und Wirtschaftsverlag, Hamburg.
- Hichert, R.; Moritz, M. (1992): *Betriebswirtschaftliche Konzeption und softwaretechnische Realisierung eines Management-Informationssystems*. In: Hichert, R.; Moritz, M. (Hrsg.): *Management-Informationssysteme*. Springer, Berlin: 235-272.
- Huch, B. (1984): *Informationssysteme im operativen Controlling - Rechnungswesen und Berichtswesen*. Kostenrechnungspraxis 103-109.
- Kaplan, R.S. (1975): *The Significance and Investigation of Cost Variances: Survey and Extensions*. Journal of Accounting Research 13: 311-337.
- Kaplan, R.S. (1984): *The Evolution of Management Accounting*. The Accounting Review 59: 390-418.

- Klook, J.; Dörner, E. (1988): *Kostenkontrolle bei mehrstufigen Produktionsprozessen*. OR Spektrum 10: 123-143.
- Laux, H. (1974): *Der Wert von Informationen für Kontrollentscheidungen*. Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung 26: 433-450.
- Mertens, P.; Griese, J. (1991): *Integrierte Informationsverarbeitung 2 - Planungs- und Kontrollsysteme in der Industrie*. Gabler, Wiesbaden.
- MIK GmbH (Hrsg.) (1992): *Benutzerhandbuch MIK Generator*. Konstanz.
- Pohjola, V.J.; Turunen, I. (1990): *Estimating the Internal Rate of Return From Fuzzy Data*. Engineering Costs and Production Economics 18: 215-221.
- Streitferdt, L. (1983): *Entscheidungsregeln zur Abweichungsauswertung*. Physica, Würzburg.
- Wagenhofer, A. (1992): *Abweichungsanalysen bei der Erfolgskontrolle aus agency theoretischer Sicht*. Betriebswirtschaftliche Forschung und Praxis 319-338.
- Wierzbicki, A.P. (1986): *On the Completeness and Constructiveness of Parametric Characterizations to Vector Optimization Problems*. OR Spektrum 8: 73-87.
- Zadeh, A. (1965): *Fuzzy Sets*. Information and Control 8: 338-353.