

Berninghaus, Siegfried; Völker, Rainer

Working Paper

Optimale Innovationspolitik bei unvollkommener Information

Diskussionsbeiträge - Serie I, No. 226

Provided in Cooperation with:

Department of Economics, University of Konstanz

Suggested Citation: Berninghaus, Siegfried; Völker, Rainer (1986) : Optimale Innovationspolitik bei unvollkommener Information, Diskussionsbeiträge - Serie I, No. 226, Universität Konstanz, Fakultät für Wirtschaftswissenschaften und Statistik, Konstanz

This Version is available at:

<https://hdl.handle.net/10419/68858>

Standard-Nutzungsbedingungen:

Die Dokumente auf EconStor dürfen zu eigenen wissenschaftlichen Zwecken und zum Privatgebrauch gespeichert und kopiert werden.

Sie dürfen die Dokumente nicht für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, öffentlich zugänglich machen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

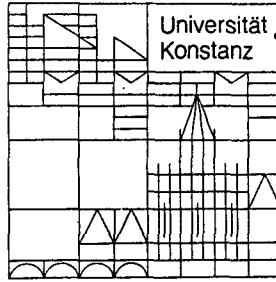
Sofern die Verfasser die Dokumente unter Open-Content-Lizenzen (insbesondere CC-Lizenzen) zur Verfügung gestellt haben sollten, gelten abweichend von diesen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

Terms of use:

Documents in EconStor may be saved and copied for your personal and scholarly purposes.

You are not to copy documents for public or commercial purposes, to exhibit the documents publicly, to make them publicly available on the internet, or to distribute or otherwise use the documents in public.

If the documents have been made available under an Open Content Licence (especially Creative Commons Licences), you may exercise further usage rights as specified in the indicated licence.



**Fakultät für
Wirtschaftswissenschaften
und Statistik**

Siegfried Berninghaus
Rainer Völker

**Optimale Innovationspolitik
bei unvollkommener Information**

Diskussionsbeiträge

323 481 85X

OPTIMALE INNOVATIONSPOLITIK BEI
UNVOLLKOMMENER INFORMATION

Serie I - Nr. 226

Siegfried Berninghaus
Rainer Völker

Oktober 1986

Ag 81/87
Wirtschaft
Mkt

I. Einleitung und Überblick

Für die Generierung technischen Fortschritts grundlegend und empirisch gesichert ist zweifellos der bedeutende positive Einfluß von Forschungs- u. Entwicklungsausgaben auf Prozeß- bzw. Produktinnovationen. Während die ersten modelltheoretischen Ansätze meist noch von einem diesbezüglichen deterministischen Zusammenhang ausgingen, wird in den neueren Arbeiten auf Firmen- und Partialmarktebene bei bestimmten Problemstellungen einem wesentlichen Charakteristikum von F&E-Projekten besser Rechnung getragen: Diese Projekte sind naturgemäß die wohl mit den meisten Risiken bzw. Unsicherheiten behafteten Investitionsvorhaben einer Firma. Die Berücksichtigung des Zufallscharakters eines Innovationserfolgs mittels stochastischen Modellen erscheint somit für die Betrachtung des einzelwirtschaftlichen Raisonnements adäquat. Die hier angesprochenen neueren Modelle lassen sich nun recht gut in zwei Kategorien aufteilen: Die einen [Vgl. z.B. die "entscheidungstheoretischen" Modelle von Kamien u. Schwarz (1982) oder die spieltheoretischen Ansätze von Loury (1979), Dasgupta/Stiglitz (1980), Lee/Wilde (1980) und Reinganum (1982)] gehen von einem im voraus bekannten neuen Prozeß oder Produkt aus, für dessen technische Entwicklung bzw. Fertigstellung Zeit benötigt wird. Durch Ausgaben für F&E "kaufen" sich Firmen eine bestimmte Verteilungsfunktion über die Zeit und es gilt je höher die Ausgaben desto "besser" die Funktion und desto größer die Wahrscheinlichkeit des Innovationserfolgs. Diese zur Erfassung von sogenannten Patentrennen und damit vor allem zur Untersuchung der Innovationsgeschwindigkeit verschiedener Marktstrukturen konzipierten und dafür - aufgrund des Herausstellens des Zeitfaktors - geeigneten Ansätze weisen jedoch unter anderen Gesichtspunkten entscheidende Nachteile auf: Das zu Suchende, die Innovation, wird in Qualität (bei Pro-

duktinnovationen) bzw. vom Technologielevel (bei Prozeßinnovationen) her als bekannt vorausgesetzt! Des weiteren wird in den meisten Fällen eben nur eine Innovation betrachtet, stetige Verbesserungsmöglichkeiten im Zeitablauf also außer Acht gelassen. Schließlich ermöglicht die hier erstgenannte Kategorie auch keine Unterscheidung in angewandte Forschung (zu der hier auch Entwicklung gezählt werden soll) und in Grundlagenforschung.

Beim einzelwirtschaftlichen Entscheidungsprozeß bezüglich des optimalen Innovationsverhaltens muß eine Firma von einem gegebenen Stand der technischen Möglichkeiten ausgehen. Öffnet F&E der Firma selbst keine wesentlich neuen Technologiefelder und bleibt auch die Grundlagenforschung auf einem bestimmten Niveau, so sind den F&E-Anstrengungen zunächst gewisse Grenzen gesetzt. Diese Perspektive ist der Ausgangspunkt der anderen Kategorie stochastischer Modelle [Evenson/Kislev (1982), Lee (1982), Telser (1982)], die den ständigen F&E-Prozeß, wie er für Unternehmen mit eigenen F&E-Abteilungen wohl charakteristisch ist [vgl. z.B. Fellmann (1982)], ins Bild bringen. In Sequenzen von Informationssammlung und damit verbundenen stufenweisen Entscheidungen wird das jeweilige F&E-Budget in Abhängigkeit von erwarteten Erträgen und bisher erreichtem technischen Stand bestimmt. Wie leicht erkennbar sein dürfte, steht diese Sichtweise in enger suchtheoretischer Tradition: In aufeinanderfolgenden Schritten "sucht" eine Firma in einer gegebenen Verteilung unter Aufwendung von F&E-Ausgaben nach besseren Technologieniveaus bzw. Produktqualitäten, die bisher gefundene übertreffen. Der hier im weiteren vorzustellende Ansatz basiert auf diesen Grundgedanken und stellt die wesentlichen Ergebnisse von Evenson und Kislev und Lee in einem umfassenden, allgemeineren Modellrahmen dar, der als Markoff'scher Entscheidungsprozeß charakterisiert wird. Neue, interessante komparativ-statische Betrachtungen werden angestellt. U.E. erlaubt die hier gewählte Modellierung einige interessante Eigenschaften des Innovationsverhaltens von

Firmen sowie manche stilisierte Fakten zu illustrieren: Während sogenannte sequentielle Suchmodelle nur eine Beobachtung pro Periode zulassen, wird im folgenden ebenso wie bei Evenson und Kislev mit der Möglichkeit mehrerer Beobachtungen pro Periode gearbeitet. Gerade was die Abbildung von Innovationsprozessen angeht, erscheint dies eine adäquate Darstellung realer Vorgänge zu bieten! Kennzeichen vieler angewandter technologischer Forschungen ist nämlich das Experimentieren, die Durchführung von mehreren parallelen Tests, die jeweils auf einer Informationsstufe stattfinden und deren Ergebnisse die Grundlage für neue Entscheidungen bringen [vgl. Mansfield (1969)]. Nicht nur im landwirtschaftlichen Bereich wie bei Evenson und Kislev z.B. ausgeführt, sondern etwa im Bereich der chemischen Industrie (verschiedene Mischungen von Komponenten bei der Entwicklung eines neuen Produkts), in der Automobilindustrie (mehrere Tests bei der Fahrzeugentwicklung) etc. ist dies denkbar. Unabhängig jedoch davon, wie der jeweilige F&E-Prozeß im einzelnen aussieht oder ob - wie im folgenden unterstellt - eine neue, bessere Innovation sofort eingesetzt bzw. vermarktet wird, wesentlich erscheint in unserem Zusammenhang auf jeden Fall, daß es das hier vorgetragene Modell gestattet, die Innovationsintensität auf jeder sequentiellen Stufe als Entscheidungsgröße einer Unternehmung mitzubersichtigen.

Als wesentliche Eigenschaft des Firmenverhaltens wird die Existenz eines "Reservationstechnologieniveaus" gezeigt, ab dessen Erreichung es für eine Firma c.p. nicht mehr lohnend ist zu innovieren. Die Abhängigkeit dieses Technologieniveaus von Innovationskonkurrenz und von Grundlagenforschung wird aufgezeigt; weiters werden Rückschlüsse von der Firmengröße auf den Innovationsoutput gezogen - ein schon von Schumpeter (1942) bzw. später von Galbraith (1952) stark problematisierter Zusammenhang. Letztendlich können mit diesem Ansatz Einsichten über Ursachen mangelnder Investitionstätigkeit gewonnen werden, was gerade im Zeichen anhaltender Produktivitätswachstumsschwäche von nicht geringer Bedeutung zu sein scheint.

Zum Aufbau des Artikels: Eine allgemeine Darstellung des Modells und seiner komparativ-statischen Eigenschaften für eine fest vorgegebene Verteilung der technischen Möglichkeiten finden sich in Abschnitt II. resp. III. Die Möglichkeit, daß durch exogene Grundlagenforschung die Verteilung verändert wird, sowie die Einbeziehung von Innovationskonkurrenz in die Betrachtungen, sollen in Abschnitt IV diskutiert werden. Abschnitt V schließlich dient der Zusammenfassung der wichtigsten Ergebnisse unseres Ansatzes.

II. Darstellung des F&E-Prozesses

Ausgegangen werde von einer Firma, die über einen Zeitraum von J Perioden ($J = \infty$) über Forschungs- und Entwicklungsanstrengungen versucht, ihr jeweiliges, gegenwärtiges Technologieniveau x zu erhöhen.¹⁾ Wie üblicherweise angenommen, soll x als Reziprokwert der (konstanten) Produktionsstückkosten interpretiert werden. Folgende Annahmen sollen im weiteren gemacht werden:

A_1 : Die Verteilung der technologischen Möglichkeiten sei per Verteilungsfunktion $F(x)$ bekannt und gegeben. Grundlagenforschung, die diese Möglichkeiten ändern kann, bleibe zunächst außer acht. $F(x)$ sei stetig mit

$$F(x) = \begin{cases} \in (0,1) & \text{für } x \in (\bar{x}, \bar{\bar{x}}), \\ 1 & \text{für } x \geq \bar{\bar{x}}, \\ 0 & \text{für } x \leq \bar{x}, \end{cases}$$

wobei $\bar{x}, \bar{\bar{x}} > 0$.

A_2 : F&E in jeder Periode bedeutet die Wahl einer bestimmten Anzahl von parallelen Tests pro Periode j , also die Beobachtung von n_j Realisierungen der Zufallsvariablen Technologielevel.

1) Es wird hier und im folgenden also nur der Fall von Prozeßinnovationen betrachtet. Grundsätzlich wäre es natürlich möglich, x auch als Produktqualität zu interpretieren. Davon soll allerdings abgesehen werden, da u.E. bei Produktinnovationen neben vorwiegend innovationstheoretischen Fragestellungen auch Probleme z.B. der optimalen Werbeentscheidungen involviert wären.

Für die damit verbundenen Kosten $K(n)$ gelte $K'(n) > 0$, $K''(n) > 0$. Im folgenden werde n_j auch stilisiert als "Intensität" des Forschungsprozesses bezeichnet.

- A_3 : Die Firma interessiere sich in jeder Periode nur für das beste Testergebnis. Werden in einer Periode z.B. n Versuche unternommen, dann ist die Verteilungsfunktion des besten Testergebnisses, d.h. die Verteilungsfunktion von $\max \{x_{j1}, \dots, x_{jn}\}$ durch $F^n(x)$ gegeben. Dabei soll die Anzahl der Tests pro Periode nach oben beschränkt sein, d.h. es werde $n_j \in N = [0, \bar{n}]$ mit $\bar{n} < \infty$ angenommen.
- A_4 : Wird in einer Periode das bis dahin eingesetzte Technologieniveau durch das Ergebnis x des Forschungsprozesses übertroffen, so wird die neue Technologie eingesetzt. Von realiter sicher nicht unbedeutenden Adaptionskosten wird hier insbesondere aus methodischen Gründen verzichtet.
- A_5 : Die Firma erhält einen Perioden-Nettoertrag $R(x)$, wobei $R(\cdot)$ als differenzierbar mit $R'(x) > 0$ und $R''(x) < 0$ angenommen wird.
- A_6 : Für eine Firma stellt sich in jedem Entscheidungszeitpunkt das Problem, das Intensitätsniveau n_j derart festzulegen, daß der erwartete diskontierte Gesamtertrag

$$E \left(\sum_{j=0}^{\infty} \beta^j (R(x_j) - K(n_j)) \mid x_0 = x \right)$$

maximiert werden soll. Dabei bezeichne x_j das jeweils in Periode j eingesetzte Technologieniveau, x bezeichne das am Beginn des Forschungsprozesses vorhandene Technologieniveau und β den Diskontfaktor, wobei $\beta \in (0, 1)$.

Offenbar kann das oben beschriebene Modell des F&E-Prozesses als Markoff'scher Entscheidungsprozeß [siehe z.B. Blackwell (1965), Schäl (1975)] aufgefaßt werden. Dieses Konzept soll zunächst kurz allgemein charakterisiert werden, um es im Anschluß daran auf den F&E-Prozeß anzuwenden:

Ein Entscheider habe die Möglichkeit, über unendlich viele Planungsperioden hinweg die Zustände $s \in S$ eines "stochastischen Systems"¹⁾ durch die Wahl von Aktionen $a \in A$ zu beeinflussen. Die Zustände $s \in S$ ändern sich von Periode zu Periode nach dem stochastischen Übergangsgesetz $P(s'|s,a)$ ($s', s \in S, a \in A$). Liegt in einer Periode die Kombination

$$(s,a) \in S \times A$$

vor, so erhält der Entscheider einen sog. "Ertrag" in Höhe von $r(s,a) \in R$. Je nach Problemstellung werden $r(s,a)$ auch oft als Kosten bzw. Nettoerträge in Abhängigkeit vom Systemzustand s und der Aktion a bezeichnet. Für den Entscheider stellt sich nun das Problem, bei gegebenem Anfangszustand $s_0 \in S$ in jeder Periode eine Aktion $a_j \in A$ zu wählen derart, daß der erwartete diskontierte Gesamtertrag

$$E\left(\sum_{j=0}^{\infty} \beta^j r(s_j, a_j) \mid s_0\right)$$

maximiert wird. Konkretisiert man das abstrakte Modell durch den in A_1 - A_6 beschriebenen Forschungsprozeß, so setzt man

$$S := [\bar{x}, \bar{x}]$$

und

$$A := N \quad (= [0, \bar{n}])$$

für Zustands- und Aktionenraum, bzw.

$$r(x,n) := (R(x) - K(n))$$

1) Unter dem abstrakten Begriff "Stochastisches System" können viele bekannte ökonomische Prozesse subsumiert werden, wie beispielsweise der (zufallsbestimmte) Umsatzprozeß einer Unternehmung oder der Erneuerungsprozeß einer Komponente im Produktionsprozeß.

für die "Ertragsfunktion" des Problems. Die Übergangswahrscheinlichkeit ist dann gegeben durch die bedingte Verteilungsfunktion

$$P(x' | x, n) := \begin{cases} F^n(x'), & \text{wenn } x' \geq x \\ 0, & \text{wenn } x' < x. \end{cases}$$

In dieser Definition sind die beiden wesentlichen Komponenten des in A.1-A.6 beschriebenen F&E-Prozesses enthalten: a) Es sind nur technologische Verbesserungen von einer Periode zur folgenden möglich, b) die Verbesserungen, d.h. die Übergänge von einem Technologielevel x_j zu x_{j+1} ($\geq x_j$) können jeweils durch die eigene Aktion n_j kontrolliert werden.

Aus der Theorie der Markoff'schen Entscheidungsprozesse weiß man, daß die optimale Perioden-Politik für diese Problemstellung - falls sie existiert - als meßbare Funktion

$$n_j(.) : [\bar{x}, \bar{x}] \rightarrow N$$

geschrieben werden kann, die in jeder Periode j die optimale Forschungsintensität in Abhängigkeit von der jeweils eingesetzten Technologie x angibt (siehe dazu die Ausführungen im Anhang).

Die Politik für das gesamte Entscheidungsproblem wird dann als Folge $\pi = (n_1(.), n_2(.), \dots)$ von Perioden-Politiken aufgefaßt. Durch jede Politik π wird offenbar eine Wahrscheinlichkeitsverteilung auf

$$S^\infty := \prod_{s=1}^{\infty} S$$

definiert, die mit $P^\pi(.)$ bezeichnet werde. Der dazugehörige Erwartungswert-Operator werde mit $E^\pi(.)$ bezeichnet. Mit $V(x)$ werde

der optimale, erwartete, diskontierte Gesamtertrag des Forschungsprozesses bezeichnet, wenn man mit der Ausgangstechnologie x startet. Offenbar gilt dann

$$V(x) = \sup_{\pi} E^{\pi} \left(\sum_{j=0}^{\infty} \beta^j (R(x_j) - K(n_j)) \mid x_0 = x \right).$$

Im Anhang wird gezeigt werden, daß unter den Annahmen A.1-A.6 wenigstens eine optimale Politik π^* existiert mit der Eigenschaft $\pi^* = (n^*(.), n^*(.), \dots)$, d.h. π^* ist stationär. Darüber hinaus kann gezeigt werden, daß $V(.)$ differenzierbar ist und die Funktionalgleichung

$$(1) \quad V(x) = \max_{n \in N} \left\{ R(x) - K(n) + \beta V(x) F^n(x) + \beta \int_x^{\bar{x}} V(z) dF^n(z) \right\}$$

erfüllt.¹⁾ Aus (1) läßt sich wiederum die optimale Periodenpolitik $n^*(.)$ rekonstruieren: Bei gegebenem x werde $n^*(x)$ derart gewählt, daß der Netto-Ertrag der vorliegenden Periode ($= R(x) - K(n)$) und der diskontierte, zukünftige erwartete Ertrag bei Fortsetzung der optimalen Politik ($= \beta [V(x) F^n(x) + \int_x^{\bar{x}} V(z) dF^n(z)]$) maximal wird.

III. Eigenschaften des F&E-Prozesses

1. Die optimale Forschungsintensität

Zur Darstellung der wesentlichen komparativ-statischen Eigenschaften des Modells kann von einem beliebigen Ausgangsniveau x ausgegangen werden.²⁾ Die optimalen erwarteten Nettoerträge lassen sich nach partieller Integration innerhalb der Rekurrenzrelation (1) zunächst darstellen als

1) Eine stringente Ableitung dieser Eigenschaften, die im Anhang vorgenommen wird, fehlt in den oben zitierten Arbeiten von Evenson/Kislev und Lee.

2) Um technische Komplikationen bzgl. der Existenz einiger im folgenden angeführten Integrale zu vermeiden, werde $x > \bar{x}$ angenommen.

$$(1') \quad V(x) = \max_{n \in \mathbb{N}} [R(x) - K(n) - \beta \int_x^{\bar{x}} \frac{\partial V(z)}{\partial z} F^n(z) dz + \beta V(\bar{x})].$$

Für die diskontierten erwarteten Erträge für gegebenes n und x unter der Voraussetzung, daß in der Folge optimal weitergesucht wird, gilt offensichtlich

$$B(x, n) = R(x) - K(n) - \beta \int_x^{\bar{x}} \frac{\partial V(z)}{\partial z} F^n(z) dz + \beta V(\bar{x})$$

Damit läßt sich die optimale Forschungsintensität n^* aus der Bedingung $\partial B(x, n^*) / \partial n = 0$ ableiten.

$$(2) \quad \frac{\partial B}{\partial n} = -K'(n) - \beta \int_x^{\bar{x}} \frac{\partial V(z)}{\partial z} F^n(z) \ln F(z) dz = 0$$

Aufgrund der Annahme, daß die Forschungsgrenzkosten mit der Forschungsintensität zunehmen, zusammen mit ¹⁾ $\partial V(x) / \partial x > 0$, folgt für die Bedingung zweiter Ordnung

$$\frac{\partial^2 B}{\partial n^2} = -K''(n) - \beta \int_x^{\bar{x}} F^n(z) \frac{\partial V(z)}{\partial z} [\ln F(z)]^2 dz < 0$$

Die Grenzerträge der Forschungsintensität nehmen also intraperiodisch ab, und jedes n^* , das Gleichung (2) erfüllt, bestimmt ein Maximum von $B(n)$. Die Bestimmung der optimalen Forschungsintensität n^* ist in der nachfolgenden Graphik veranschaulicht. Dabei werde zur Vereinfachung der Darstellung die Funktion $f(x, n) := -\beta \int_x^{\bar{x}} \frac{\partial V(z)}{\partial z} F^n(z) \ln F(z) dz$ eingeführt.

1) Setzt man in (1') bereits $n^*(x)$ ein, so erhält man

$$\frac{\partial V(x)}{\partial x} = R'(x) - K'(n) \frac{\partial n}{\partial x} - \beta \frac{\partial V(x)}{\partial x} F^n(x) - \int_x^{\bar{x}} \frac{\partial V(z)}{\partial z} F^n(z) \ln F(z) \frac{\partial n}{\partial x} dz.$$

Wegen (2) hat man dann (i.V.m. A.5)

$$\partial V(x) / \partial x = R'(x) / (1 - \beta F^n(x)) > 0.$$

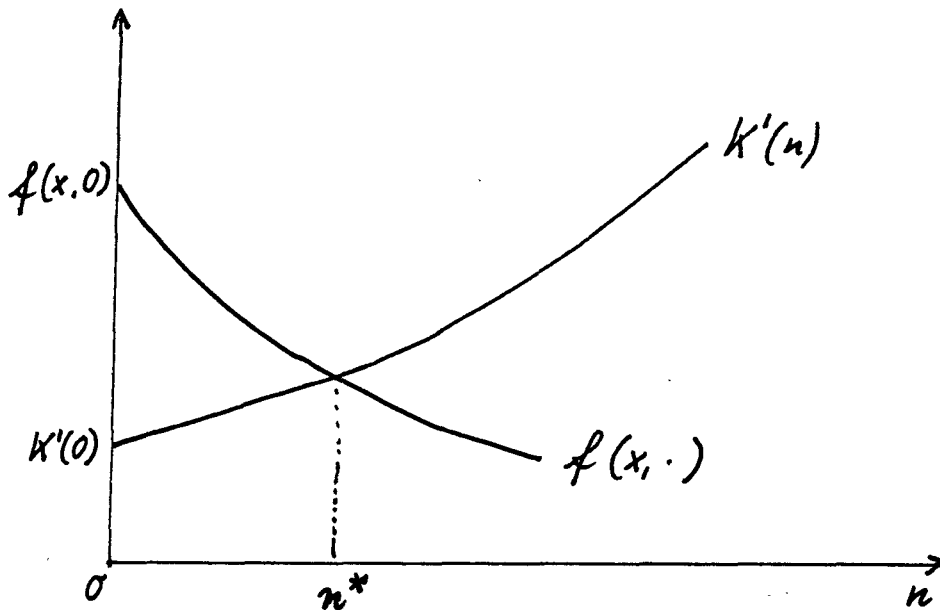


Abb. 1

Wie man aus der Abbildung sofort erkennen kann, existiert eine eindeutige innere Lösung (d.h. $n^* > 0$), wenn

$$f(x,0) = -\beta \int_x^{\bar{x}} \frac{\partial V(z)}{\partial z} \ln F(z) dz > K'(0) \quad (= \lim_{n \rightarrow 0} K'(n)).$$

Im Rahmen einer komparativ-statischen Analyse sollen im folgenden die Auswirkungen ausgewählter Parameteränderungen auf die optimale Forschungsintensität n^* analysiert werden. Dabei soll zunächst der Einfluß des jeweils vorliegenden Technologielevels auf die optimale Forschungsintensität untersucht werden. Wir erhalten das erste komparativ-statische Ergebnis des Modells in der folgenden Proposition.

Proposition 1:

Es gilt

$$\frac{\partial n^*(x)}{\partial x} < 0 \quad \text{für } x \in (\bar{x}, \bar{\bar{x}}).$$

Beweis:

Proposition 1 folgt sofort über implizites Differenzieren der Bedingung erster Ordnung

$$\frac{\partial n^*(x)}{\partial x} = \frac{-\beta F^n(x) \frac{\partial V(x)}{\partial x} \ln F(x)}{-K(n) - \beta \int_x^{\bar{x}} F^n(z) \frac{\partial V(z)}{\partial z} (\ln F(z))^2 dz} < 0$$

da $\ln F(x) < 0$ für $x < \bar{x}$.

Q.E.D.

Die optimale Forschungsintensität nimmt also bei jeder Erhöhung des Technologielevels ab. Dies impliziert wegen unserer Annahmen A.3 und A.4, daß aufgrund des im F&E-Prozesses nicht-abnehmenden (jeweils eingesetzten) Technologielevels die Forschungsintensität nicht zunimmt, d.h. wir haben $n_1^* \geq n_2^* \geq n_3^* \geq \dots$. Ein analoges Resultat kann auch allgemein für eine Problemstellung mit endlichem Planungshorizont gezeigt werden. Die Annahme eines beschränkten Planungszeitraums scheint u.E. allerdings für die hier betrachtete Modellierung eines stetigen Bemühens um Verbesserungen kaum sinnvoll.

Einflüsse auf die optimale Forschungsintensität n gehen auch von einer Variation der Diskontrate β aus. Dies wird im folgenden Ergebnis festgehalten.

Proposition 2:

Es gilt

$$\frac{\partial n^*(x)}{\partial \beta} > 0 \quad \text{für } x \in (\bar{x}, \bar{\bar{x}}).$$

Beweis:

Aus der Bedingung 1. Ordnung für die Bestimmung von n^* folgt

$$\frac{\partial n^*(x)}{\partial \beta} = \frac{\int_x^{\bar{x}} \frac{\partial V(z)}{\partial z} F^n(z) \ln F(z) dz}{-K''(n) - \int_x^{\bar{x}} \frac{\partial V(z)}{\partial z} F^n(z) (\ln F(z))^2 dz} > 0.$$

Q.E.D.

Dieses Resultat läßt eine interessante Schlußfolgerung zu. Definiert man $\beta = 1/(1+i)$, wobei i den Marktzinssatz bezeichnet, dann führt eine Erhöhung von i gemäß Proposition 2 zu einer Verminderung der Forschungsintensität pro Periode.

Die Ergebnisse von Proposition 1 und 2 lassen sich im übrigen leicht graphisch anhand von Abb. 1 illustrieren. Wegen $\partial f/\partial x < 0$ entspricht einer Erhöhung von x eine "Linksverschiebung" der $f(x, \cdot)$ -Kurve, während eine Erhöhung von β eine "Rechtsverschiebung" der $f(x, \cdot)$ -Kurve zur Folge hat. Das führt bei unveränderter Kostenfunktion zu den Resultaten von Proposition 1 und 2.

2. Das Reservationstechnologieniveau

Für den hier definierten F&E-Prozeß kann nun bei gegebenen technischen Möglichkeiten ein kritisches Technologieniveau x^* charakterisiert werden, oberhalb dessen es für eine rational entscheidende Firma nicht mehr profitabel ist, weitere Forschungsanstrengungen zu unternehmen. In Anlehnung an bekannte Ergebnisse aus der Theorie des optimalen Stoppens [siehe z.B. Lippman/McCall (1976), Berninghaus/Ramser (1981), Berninghaus (1984)] soll x^* als Reservationstechnologieniveau bezeichnet werden. x^* bezeichnet damit eine "ökonomische Grenze" des Forschungsprozesses, die sich von der Grenze des technisch Machbaren \bar{x} unterscheidet. Es kann gezeigt werden, daß unter plausiblen Bedingungen sogar $x^* < \bar{x}$ gilt. Die Grundidee für die Existenz eines Reservationstechnologielevels, d.h. eine kritische Grenze oberhalb derer der Innovationsprozeß abgebrochen wird, läßt sich wie folgt darstellen. Aus der Bedingung 1. Ordnung (für das Maximum von $B(n, x)$ bezüglich n)

$$\beta \int_x^{\bar{x}} \frac{\partial V(z)}{\partial z} F^{n^*}(z) |\ln F(z)| dz = K'(n^*)$$

bestimmt man nun diejenige Größe x^* , für die die Wahl von $n^* = 0$ gerade optimal wird. Offenbar ist x^* dann gegeben durch

$$(3) \quad f(x^*, 0) = \beta \int_x^{\bar{x}} \frac{\partial V(z)}{\partial z} |\ln F(z)| dz = K'(0).$$

Da für $x \geq x^*$ die Bedingung 1. Ordnung für die Randlösung $n^* = 0$ weiterhin erfüllt ist, wird der Forschungsprozeß zunächst einmal in der Periode gestoppt, in der ein Technologieniveau $x \in [x^*, \bar{x}]$ erreicht worden ist.¹⁾ Wegen $n^* = 0$ wird aber kein

1) Ist $K'(0) > 0$, dann folgt aus (3) sofort $x^* < \bar{x}$.

neues Technologieniveau eruiert, so daß die Firma in der folgenden Periode vor der gleichen Situation steht wie in der Vorperiode und daher wiederum $n^* = 0$ wählt. Mit anderen Worten, die Technologiezustände $x \in [x^*, \bar{x}]$ sind absorbierende Zustände des Forschungsprozesses. Die Existenz der kritischen Grenze x^* wird in folgender Proposition präzisiert.

Proposition 3:

Angenommen es existiert ein $\tilde{x} \in [\bar{x}, \bar{x}]$ mit

$$(*) \quad \beta \int_{\tilde{x}}^{\bar{x}} \frac{\partial V(z)}{\partial z} |\ln F(z)| dz > K'(0),$$

dann existiert ein Technologieniveau $x^* \in (\tilde{x}, \bar{x})$ mit

$$(**) \quad \beta \int_{x^*}^{\bar{x}} \frac{R'(z)}{(1-\beta)} |\ln F(z)| dz = K'(0)$$

und $n^*(x) = 0$ für alle $x > x^*$.

Beweis:

Offenbar ist die linke Seite der Ungleichung (*) stetig von x abhängig und monoton nicht steigend in x . Da außerdem

$$f(\bar{x}, 0) = 0,$$

existiert nach dem Zwischenwertsatz genau ein x^* , das die Gleichung (**) erfüllt. Für $x \geq x^*$ folgt wegen der vorher gemachten Bemerkung $V(x) = R(x)/(1-\beta)$ und damit die Gültigkeit von (**).

Q.E.D.

Der in Proposition 3 ausgedrückte Sachverhalt läßt sich in folgender Abbildung graphisch illustrieren.

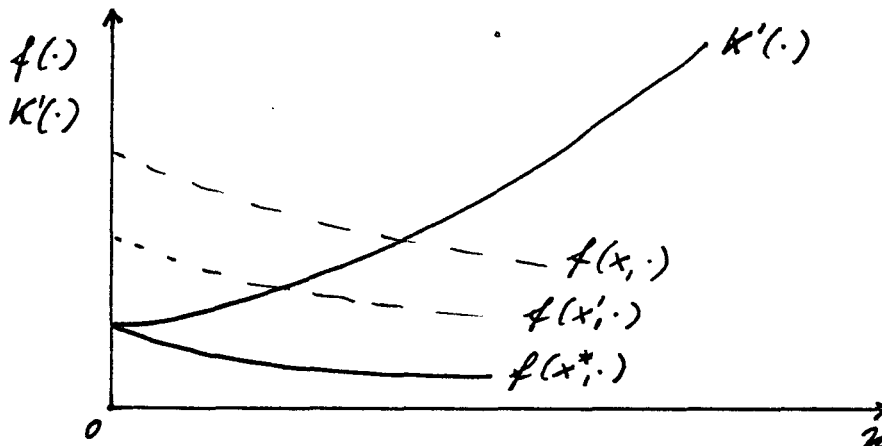


Abb. 2 : Es gilt $x < x' < x^*$.

Gesucht ist dasjenige x^* , für das der Schnittpunkt von $f(x, \cdot)$ und $K'(\cdot)$ im Nullpunkt liegt. Im folgenden sollen einige komparativ-statische Resultate bzgl. x^* abgeleitet werden. Zunächst werde der Einfluß von β und \bar{K} ($:= K'(0)$) auf x^* untersucht.

Proposition 4:

Es gilt a) $\frac{dx^*}{d\beta} > 0$ und b) $\frac{dx^*}{d\bar{K}} < 0$,

Beweis:

Folgt wieder durch Anwendung des Satzes über implizite Funktionen auf die Bestimmungsgleichung (**).

$$\frac{dx^*}{d\beta} = \frac{\int_{\bar{x}}^{\infty} \ln F(z) \frac{\partial R(z)}{\partial z} dz}{\beta(1-\beta) \ln F(x^*) \frac{\partial R}{\partial x^*}(x^*)} > 0$$

bzw.

$$\frac{dx^*}{d\bar{K}} = \frac{(1-\beta)}{\beta \ln F(x^*) \frac{\partial R}{\partial x^*}(x^*)} < 0$$

Q.E.D.

Interpretiert man wieder $\beta = 1/(1+i)$, so kann man aus Proposition 4 folgern, daß ein geringerer Zinssatz x^* erhöht. Damit wird der Suchprozeß tendenziell länger dauern und mit einem besseren Ergebnis beendet werden. Dies ist kompatibel mit dem Ergebnis von Proposition 2, das eine Erhöhung der Forschungsaufwendungen bei sinkendem Zinssatz impliziert.

Im Zusammenhang mit dem bisher hergeleiteten Ergebnis bzgl. \bar{K} können in stilisierter Form auch einige Einsichten über die zuerst von Schumpeter und später von Galbraith geäußerte Vermutung, daß "große" Firmen innovativer als "kleine" sind, gewonnen werden. Interpretiert man "groß" bzw. "klein" via hoher Fixkosten einer F&E-Abteilung (was sicher eine in der Innovationsliteratur geläufige Betrachtung ist) und geht man bei der "kleinen" Firma von gleichen oder stärker steigenden Forschungsgrenzkosten aus (eben weil eine wenig ausgebaute F&E schnell zusätzliche Kosten bei immer stärkeren Forschungsbemühungen bewirkt), dann läßt sich zeigen, daß das endgültige Forschungsergebnis der größeren Firma in diesem Modellrahmen im Mittel nicht besser ausfällt. Ein Faktum, das sicher inzwischen auch von empirischer Seite gestützt werden kann (vgl. z.B. Kamien und Schwarz 1982) und das der ursprünglichen Hypothese der relativen Innovationsüberlegenheit "großer" Firmen zuwiderliefe.

Dieser hier angesprochene theoretische Sachverhalt ist beispielhaft in Abb. 3 dargestellt.

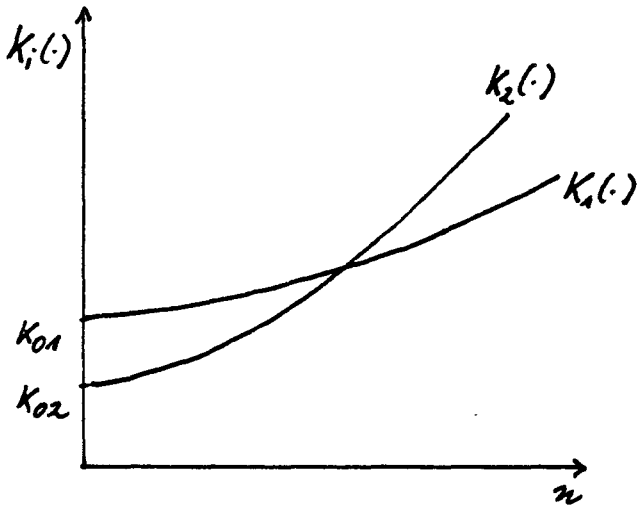


Abb. 3 a

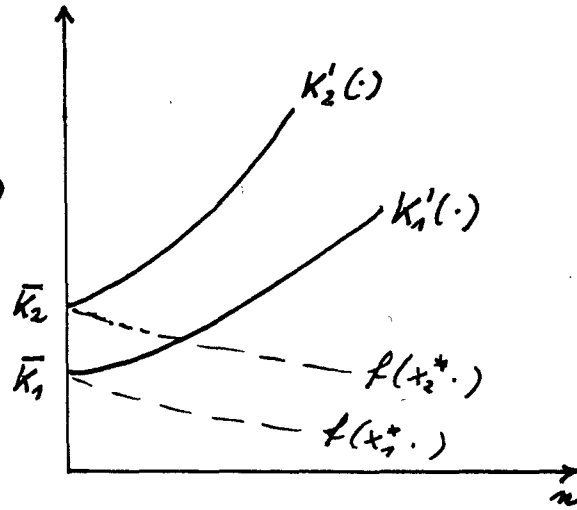


Abb. 3 b

Die kleine Firma sei durch den Kostenverlauf $K_2(\cdot)$, die große Firma durch den Kostenverlauf $K_1(\cdot)$ repräsentiert. Wesentlich an der Skizze ist dabei die Idee, daß eine größere Firma die höheren Fixkosten (K_{01}) durch geringere Grenzkosten wenigstens in der Nähe von $n = 0$ kompensieren kann (Abb. 3a). Dies führt zu $\bar{K}_2 > \bar{K}_1$ und zu dem in Abb. 3b gegebenen Grenzkostenverläufen. Wendet man nun das Ergebnis von Proposition 4 b) an, so sieht man, daß $x_2^* > x_1^*$ gilt, d.h. die kleinere Firma sucht aufgrund ihres höheren Reservationstechnologieniveaus tendenziell länger, aber stoppt dann tendenziell mit einer besseren Technologie.

Mag auch der quantitative Forschungsoutput großer Firmen höher als der kleiner Firmen sein, so gilt dies nicht für die Qualität der Forschungsergebnisse!

IV. Grundlagenforschung und Innovationskonkurrenz

In Abschnitt III wurde von der Existenz eines fixen Spektrums gegebener technologischer Möglichkeiten ausgegangen. Vor allem unter dieser Annahme und unter der Voraussetzung, daß neue Erfindungen nicht durch ökonomische Erfolgsaussichten ständig weitere technologische Felder unbegrenzt erschließen - eine von Schmookler (1966) vertretene Hypothese -, kann eine Reservationstechnologie einer Firma charakterisiert werden. Sicherlich gibt es für die langfristige Existenz eines "fix set of technological opportunities" bei gegebenem Wissensstand unzweifelhafte empirische Evidenz [vgl. dazu z.B. auch Kamien und Schwarz]. Die hier in Abschnitt III vorgetragene ökonomische Ausschöpfungsthese ist somit schon in ihrer stilisierten Form durchaus von Relevanz: weist sie doch z.B. auf die Notwendigkeit von Grundlagenforschung zur Erschließung neuer "technological opportunity sets" hin. Des Weiteren war in unseren einzelwirtschaftlichen Betrachtungen bisher Innovationskonkurrenz ausgeschlossen. Diese - so kann man intuitiv annehmen - wird, was die Bestimmung des Optimalverhaltens angeht, auch innerhalb bisheriger technologischer Grenzen, die Forschungsanstrengungen einer Firma beeinflussen. Beide Aspekte - Grundlagenforschung und Innovationskonkurrenz sollen nun in zwar relativ einfacher, jedoch durchaus illustrierender Form untersucht werden, um Auswirkungen auf die privatwirtschaftliche Innovationstätigkeit zu zeigen.

Zunächst zur Grundlagenforschung, die hier als exogen, d.h. nicht als firmenintern angenommen wird. Formal wird die Wirkung der Grundlagenforschung durch die Generierung neuer Verteilungen $F(x)$ dargestellt. Dadurch eröffnen sich neue Innovationsmöglichkeiten für die Firma. Nun ist es sinnvoll anzunehmen, daß Grundlagenforschung nicht zu einer beliebigen neuen Verteilung der technologischen Möglichkeiten führt, sondern daß nur solche Verteilungen $G(x)$ erreicht werden, die "nicht schlechter" als die bereits vorliegende Verteilung $F(x)$ sind. Ein mögliches Kriterium,

die Verbesserung einer Verteilung formal zu erfassen, ist das Kriterium der Stochastischen Dominanz 1. Ordnung. Danach heißt eine Verteilungsfunktion $G(x)$ "besser" als eine Verteilungsfunktion $F(x)$ (im folgenden symbolisch mit " $G \succ_1 F$ " bezeichnet), wenn

$$G(x) \leq F(x)$$

für alle $x \in \mathbb{R}$ gilt.¹⁾

Der Einfachheit halber wollen wir annehmen, daß Verbesserungen der Verteilung die Ober- und Untergrenze des technologischen Spektrums, d.h. \bar{x} und $\bar{\bar{x}}$ nicht beeinflussen. Die Wirkung von Grundlagenforschung, die also die vorliegende Verteilung der technischen Möglichkeiten $F(x)$ im Sinne der stochastischen Dominanz 1. Ordnung verschiebt, wird präzise in folgender Proposition erfaßt.

Proposition 5:

$$G \succ_1 F \Rightarrow x_G^* \geq x_F^*.$$

Beweis:

Mit Hilfe der Bestimmungsgleichung für das Reservationstechnologielevel (Gleichung (**)) in Proposition 3) sowie des oben verwendeten Kriteriums der Stochastischen Dominanz läßt sich zeigen

$$G \succ_1 F \Rightarrow G(x) \leq F(x) \Rightarrow \ln G(x) \leq \ln F(x) \Rightarrow$$

1) Der von Lee (1982) gewählte Weg des "shape-preserving shift" wird als Spezialfall darunter subsumiert. Die Überprüfung mit Hilfe des Kriteriums der stochastischen Dominanz 2. Ordnung erscheint - da sie eine Spreizung der Verteilung letztendlich beinhaltet - für technologische Zusammenhänge weniger maßgeblich.

$$\rightarrow - \int_{x^*}^{\bar{x}} \ln G(z) \frac{\partial R(z)/\partial z}{1-\beta} dz \geq - \int_{x^*}^{\bar{x}} \ln F(z) \frac{\partial R(z)/\partial z}{1-\beta} dz$$

woraus unmittelbar die Proposition folgt.

Q.E.D.

Eine Verbesserung der technologischen Möglichkeiten durch Grundlagenforschung hat also eine Erhöhung des Reservationstechnologieniveaus zur Folge. Vergleicht man also zwei Ökonomien, die sich durch unterschiedliche Grundlagenforschung unterscheiden, so hat man tendenziell ein höheres Technologieniveau bei den Firmen zu erwarten, die sich in der Ökonomie mit der intensiveren Grundlagenforschung befinden. Dabei ist es natürlich nicht ausgeschlossen, daß auch Firmen mit niedrigerem Reservationstechnologieniveau x_F^* letztlich eine höhere Technologie einsetzen als Firmen mit Reservationstechnologieniveau x_G^* . Dies folgt aus dem stochastischen Charakter des hier modellierten F&E-Prozesses, nach dem es möglich ist, daß auch eine Firma mit x_F^* mit einer Technologie $x > x_F^*$ stoppt, die größer ist als diejenige einer Firma, die durch x_G^* charakterisiert ist. Aus Proposition 5 kann man nur folgern, daß die Wahrscheinlichkeit für dieses Ereignis geringer ist als die Wahrscheinlichkeit für das komplementäre Ereignis.

Was die Einflüsse der Innovationskonkurrenz auf das ökonomische Limit angeht, so kann dies auf folgende Weise einsichtig gemacht werden:

Es werde angenommen, daß der Netto-Ertrag einer Firma nun nicht mehr nur von dem eigenen Technologielevel abhängig sei, sondern auch - was natürlich völlig adäquat ist - von der technologischen "Stärke" der Konkurrenz. In die Nettoertragsfunktion gehe nun also noch ein Parameter X ein, der diese objektive oder auch subjektiv empfundene Stärke repräsentiert. Es gelte also $R(x, X)$ mit $\partial R/\partial x < 0$ und $\partial^2 R/\partial x \partial X > 0$.¹⁾ Die erste Annahme an $R(\cdot)$

1) Weiter soll jetzt natürlich noch gelten $\partial^2 R/\partial x^2 < 0$ und die Dominanz der direkten Effekte.

ist offensichtlich. Die zweite Annahme besagt, daß die Folgen der verstärkten Konkurrenz auf die Nettoerträge einer Firma mehr nachteilige Wirkung in der Anfangsphase einer technologischen Entwicklung haben. Eine sicherlich nicht ungerechtfertigte Annahme an die Innovationskonkurrenz, wenn man dies z.B. dahingehend interpretiert, daß zu Beginn eines marktlichen Wettbewerbs noch verstärkt durch Innovationserfolge Marktanteile von der Konkurrenz gewonnen werden können.

Damit läßt sich zeigen

Proposition 6:

Für die Veränderung des Reservationstechnologielevels gilt

$$\frac{dx^*}{dX} > 0.$$

Beweis:

Über die Bestimmungsgleichung für die Reservationsgleichung und nach dem Satz über implizite Funktionen folgt

$$\frac{dx^*}{dX} = - \frac{-\beta \int_{x^*}^{\bar{x}} \ln F(z) \frac{\partial^2 R(z, x)}{\partial z \partial X} dz}{\beta \int \ln F(z) \frac{\partial R(x^*, X)}{\partial x^*} dz} > 0$$

Q.E.D.

Die einfache ökonomische Interpretation dieses Sachverhalts ist die folgende: Das Reservationstechnologielevel einer Firma ist sicherlich nicht unabhängig von der Rivalität am Markt. Erreicht eine Firma ihr ökonomisches Limit, so können verstärkte Innovationserfolge der Konkurrenz sie dazu bringen, weiter zu forschen und Marktanteile zurückzuerobern.¹⁾ Ob sich durch eine

1) Zum gleichen Ergebnis ("reswitching property") gelangt Lee (1984) im Rahmen eines "dynamischen" Duopolspiels, das allerdings nur qualitativ beschrieben wird. Grundlage ist der ebenfalls präferierte suchtheoretische Ansatz, wobei bei Lee aufgrund seiner spieltheoretischen Betrachtungsweise die Variationsmöglichkeiten der Forschungsanstrengungen wieder - im Gegensatz zu dem einzelwirtschaftlichen Modell - völlig außer Acht bleiben.

erhöhte Konkurrenz das Reservationstechnologieniveau nach "oben" oder eventuell aber nach unten bewegt, ist - wie erläutert wurde - von der zeitlichen Stärke der erwarteten Gewinneinbußen abhängig. Werden diese z.B. als in Vergangenheit und Zukunft gleich eingeschätzt bzw. stellen sie sich de facto so dar, erfolgt hier natürlich keine Korrektur des Reservationstechnologielevels.

V. Zusammenfassung

Ein Hauptanliegen des hier vorgetragenen Ansatzes war es, wesentliche Charakteristika des (einzelwirtschaftlichen) Innovationsverhaltens in einem für geeignet gehaltenen analytischen Modellrahmen darzustellen. Zufallscharakter einer Innovation, sequentielle Entscheidungen und damit verbundene Anpassungen der Forschungsintensität (des Forschungsbudgets letztendlich) konnten mit Hilfe eines Markoff'schen Entscheidungsprozesses adäquat erfaßt werden. Darüber hinaus - und im Rahmen der Innovationsforschung sicherlich von Interesse - konnte bei gegebenen technologischen Möglichkeiten die Existenz eines Reservationstechnologielevels angegeben werden - eine ökonomische Grenze für die Innovationsanstrengungen einer Firma, die es rational erscheinen läßt, nicht sämtliche technologischen Möglichkeiten zu erforschen. Gezeigt wurde auch die Abhängigkeit dieses modellendogenen Niveaus von Grundlagenforschung, die z.B. eben auch vom Staat kommen muß, um neue, bessere technologische Möglichkeiten zu öffnen. Auch Innovationskonkurrenz hat, wie in Ansätzen gezeigt wurde, Einfluß auf die Firmenentscheidung: "Weiterforschen oder Stöppen" auf einer bestimmten Entwicklungslinie. Natürlich - und das trotz aller längerfristigen Relevanz der zugrundeliegenden "Ausschöpfungsthese" - darf nicht die wohl zuerst von Schmookler starkbetonte "economic-opportunity-" oder

Nachfragesoghypothese außer Acht bleiben. Auch diese hat sicherlich, und das vor allem kurzfristig, große empirische Bedeutung und könnte u.E. eventuell über bestimmte Annahmen an die Netto-Ertragsfunktion in dem Modell Berücksichtigung finden. Jedoch dürfte auch nicht übersehen werden, daß für Zeiten mit "Nachfrageschwächen" der vorgetragene Ansatz gerade hier erste Aufschlüsse über stagnierendes oder zurückgehendes Wachstum der Produktivitäten geben kann.

Dessenungeachtet bleiben natürlich auch Problemstellungen innerhalb des Modellrahmens, die zu weiteren Überlegungen veranlassen. So z.B. könnte eine positive Abhängigkeit der Verteilungsfunktion von der Forschungsintensität von Relevanz sein. Das hieße, die Forschungsintensität beeinflusst nicht nur die Verteilung des Maximums (via $F^n(x)$), sondern sie beeinflusst auch die Verteilungsfunktion der Forschungserträge (via $F(x,n)$). Man hätte also davon auszugehen, daß die technologischen Möglichkeiten nicht nur durch Grundlagenforschung, sondern auch z.B. durch firmenspezifische Lerneffekte verbessert werden. Es stellt sich dann natürlich die Frage, ob die in dieser Arbeit abgeleiteten Ergebnisse unter dieser Annahme noch gültig bleiben. Nach ersten Abschätzungen müßten allerdings nach Meinung der Autoren die quantitativen Effekte dieser Abhängigkeit von $F(\cdot)$ von n sehr stark sein, um unsere Resultate wie z.B. die Existenz eines ökonomischen Limits, das unterhalb des technischen liegt, zu gefährden. Eine endgültige Beantwortung dieser Frage muß weiteren Forschungsarbeiten vorbehalten bleiben.

Des weiteren wäre natürlich eine explizite Behandlung der Innovationskonkurrenz im Rahmen z.B. eines spieltheoretischen Modells anzustreben. [Einen ersten Ansatz dazu bietet z.B. Lee (1984); vgl. jedoch hierzu auch unsere Anmerkung auf S. 19]. Gerade gegenüber den sogenannten Patentrennen, Modellen also, die Konkurrenz um eine singuläre Erfindung untersuchen, bietet der hier dargebotene Ansatz von Grund auf für Oligopolbetrachtungen

zwei wesentliche Vorteile: Wie eingangs schon erläutert kommt der andauernde Innovationsprozeß, die Sequenz von Neuerungen ins Bild und - im Gegensatz zu Patentrennen - bleibt nicht nur eine Firma am Markt, sondern die faktische Konkurrenz um Marktanteile kann demonstriert werden. Somit sollte u.E. der hier dargestellte Rahmen nicht zuletzt aufgrund seiner adäquaten Erfassung stilisierter Fakten eine gewisse Tragfähigkeit bieten, um auch bei Partialmarkt Betrachtungen zu sinnvollen Aussagen zu gelangen.

APPENDIX

In diesem Abschnitt soll gezeigt werden, daß die in A.1-A.6 angeführten Annahmen ausreichen, um die Differenzierbarkeit der optimalen Wertfunktion (in (\bar{x}, \bar{x})) zu gewährleisten.

Im folgenden werde die Gültigkeit von A.1-A.6 stillschweigend vorausgesetzt. Insbesondere werden die folgenden Implikationen der dort gemachten Annahmen verwendet:

Lemma: $\alpha)$ $r(x, n) = (R(x) - K(n))$ ist stetig und beschränkt auf $[\bar{x}, \bar{x}]$.

$\beta)$ $P(.|.)$ ist eine Übergangswahrscheinlichkeit.

$\gamma)$ $P(x'|x, n)$ ist stetig (bzgl. der schwachen Topologie der Wahrscheinlichkeitsmaße auf $[\bar{x}, \bar{x}]$).

Beweis: $\alpha)$ ist offensichtlich.

$\beta)$ $P(x'|.)$ ist als Funktion von (x, n) oberhalb -halbstetig (auf $[\bar{x}, \bar{x}] \times N$), also meßbar bzgl. ¹⁾ $(B(\bar{x}, \bar{x}) \times B(N))$.

$\gamma)$ Für jede Stetigkeitsstelle von $P(.|x_0, n_0)$ gilt offenbar $P(x'|x_0, n_0) = \lim_{m \rightarrow \infty} P(x'|x_m, n_m)$. Folglich konvergiert das durch $P(.|x_m, n_m)$ induzierte Wahrscheinlichkeitsmaß in der schwachen Topologie gegen das durch $P(.|x_0, n_0)$ induzierte Maß.

Es gelten nun die folgenden Behauptungen:

a) Es existiert eine optimale, stationäre Politik²⁾

$$n^*(.) : [\bar{x}, \bar{x}] \rightarrow N,$$

und die optimale Wertfunktion $V(.)$ ist stetig.

1) $B(M)$ bezeichne hier die σ -Algebra der Borel'schen Mengen von M .

2) $n^*(.)$ ist eine meßbare Abbildung.

Beweis: Folgt aus einer Spezialisierung von Theorem 1 [Maitra (1968), S.216] auf den Fall stetiger "Ertragsfunktionen" $r(s,a)$.

Aus a) folgt weiter [siehe z.B. Maitra (1968)], daß die optimale Wertfunktion der Funktionalgleichung

$$(A.1) \quad V(x) = \max_{n \in \mathbb{N}} \left\{ R(x) - K(n) + \beta \int_{\underline{x}}^{\bar{x}} V(y) dP(y | x, n) \right\}$$

genügt. Wegen der speziellen Form der Übergangswahrscheinlichkeit $P(\cdot | x, n)$ hat die Funktionalgleichung (A.1) für unsere Problemstellung die folgende Form

$$(A.2) \quad V(x) = \max_{n \in \mathbb{N}} \left\{ R(x) - K(n) + \beta V(x) F^n(x) + \beta \int_{\underline{x}}^{\bar{x}} V(y) dF^n(y) \right\}.$$

Abschließend soll die Differenzierbarkeit der Funktion $V(\cdot)$ bewiesen werden. Dazu benötigt man zunächst das folgende Zwischenresultat

b) $V(\cdot)$ ist konkav.

Beweis: Offenbar gilt

$$\begin{aligned} V(x) &= \max_{n \in \mathbb{N}} \left\{ R(x) - K(n) + \beta \int V(x') dP(x' | x, n) \right\} = \\ &= \max_{n \in \mathbb{N}} \left\{ R(x) - K(n) + \beta f(x, n) \right\} \quad (= : U(f)(x)) \end{aligned}$$

mit $f(x, n) := \int V(x') dP(x' | x, n)$.

Zunächst soll gezeigt werden, daß die Konkavität von $f(\cdot)$ die Konkavität von $V(\cdot)$ impliziert.

- Sei $\tilde{x} := (\lambda x + (1-\lambda)x_0)$ mit $x, x_0 \in [\underline{x}, \bar{x}]$ und $\lambda \in [0, 1]$.

Dann gilt für $n^*(x) = n^*, n^*(x_0) = n^*, \tilde{n} := (\lambda n^* + (1-\lambda)n^*)$

$$\begin{aligned}
 \lambda V(x) + (1-\lambda)V(x_0) &= \lambda \left\{ R(x) - K(n^*) + \beta f(x, n^*) \right\} + \\
 &+ (1-\lambda) \left\{ R(x_0) - K(n_0^*) + \beta f(x_0, n_0^*) \right\} \leq \\
 &\leq \left\{ R(\tilde{x}) - K(\tilde{n}) + \beta f(\tilde{x}, \tilde{n}) \right\} \leq \\
 &\leq \left\{ R(\tilde{x}) - K(n(\tilde{x})) + \beta f(\tilde{x}, n(\tilde{x})) \right\} = \\
 &= \max_{n \in \mathbb{N}} \left\{ R(\tilde{x}) - K(n) + \beta f(\tilde{x}, n) \right\} = V(\tilde{x}).
 \end{aligned}$$

- Nun betrachte man die Folge $\{U^n(o)(.)\}$, die als Folge von optimalen Wertfunktionen für die entsprechenden n-stufigen Entscheidungsprobleme $V_n(.)$ mit $V_0(.) = 0$ interpretiert werden können. Wegen des vorhergehenden Resultats ist $U^n(o)$ eine Folge von konkaven Funktionen.

- Wegen $V(.) = \lim_n U^n(o)(.)$ [siehe Schäl (1975), (4.1) i.V.m. S. 186 oben] ist $V(.)$ als punktwiser Limes einer Folge von konkaven Funktionen ebenfalls konkav.

c) $V(.)$ ist differenzierbar in (\bar{x}, \bar{x}) .

Beweis: Gegeben sei $x_0 \in (\bar{x}, \bar{x})$. Man definiere die Funktion

$$\tilde{V}(x) := R(x) - K(n^*(x_0)) + \beta f(x, n^*(x_0))$$

für $x \in (\bar{x}, \bar{x})$, wobei $n^*(.)$ und $f(.)$ im Beweis von b) definiert wurden. Nun gilt offenbar

$$\tilde{V}(x) \leq V(x) \quad \text{und}$$

$$\tilde{V}(x_0) = V(x_0).$$

Da $\tilde{V}(\cdot)$ konkav ist, kann wegen b) Lemma 1 von Benveniste/Scheinkman (1979) angewendet werden. Demnach ist $V(\cdot)$ differenzierbar in x_0 . Da x_0 beliebig in (\bar{x}, \bar{x}) gewählt war, gilt die Behauptung.

LITERATUR

- Berninghaus, S. (1984), Das Multi-armed Bandit-Paradigma. Verlag A. Hain, Königstein/Ts.
- Berninghaus, S., Ramser, H.J. (1981), Projektwahl bei unvollständiger Information. Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung, S. 93 ff.
- Blackwell, D. (1965), Discounted Dynamic Programming. Ann. Math. Statist., Vol. 36, S. 226-235.
- Dasgupta, P., Stiglitz, J. (1980), Uncertainty, Industrial Structure and the Speed of R&D. Bell Journal of Economics, Vol. 11, S. 1-28.
- Evenson, R.E., Kislev, Y. (1976), A Stochastic Model of Applied Research. Journal of Political Economy, Vol. 84, No. 2, S. 265-281.
- Freeman, C. (1982), The Economics of Industrial Innovation. Cambridge, Mass.
- Kamien, M.J., Schwarz, N.L. (1982), Market Structure and Innovation. Cambridge.
- Lee, T.K. (1982), A Nonsequential R&D-Search Model. Management Science, Vol. 28, No. 8, S. 900-909.
- Lee, T.K. (1984), On the Reswitching and Convergence Properties of Research and Development Rivalry. Management Science, Vol. 30, No. 2, S. 186-197.
- Lippman, S., McCall, J. (1976), The Economics of Job Search: A Survey, Part I. Economic Inquiry, Vol. 14, S. 155-189.
- Loury, G.C. (1979), Market Structure and Innovation. Quarterly Journal of Economics, Vol. 94, S. 675-695.
- Mansfield, E. (1968), The Economics of Technological Change. New York.
- Reinganum, J.F. (1982), A Dynamic Game of R&D: Patent Protection and Competitive Behavior. Econometrica, Vol. 50, No. 3, S. 671-687.
- Schäl, M. (1975), Condition for Optimality in Dynamic Programming and for the Limit of n-Stage Optimal Policies to be Optimal, Zeitschrift für Wahrscheinlichkeitstheorie, Vol. 32, S. 179-196.
- Schmookler, J. (1966), Innovation and Economic Growth. Cambridge, Mass.
- Schumpeter, J.A. (1975), Capitalism, Socialism and Democracy. New York.
- Telser, L.G. (1982), A Theory of Innovation and Its Effects. Bell Journal of Economics, Vol. 13, S. 69-88.