

Wolters, Jürgen

**Working Paper**

## Neuere Entwicklungen in der ökonometrischen Analyse aggregierter Zeitreihen

SFB 373 Discussion Paper, No. 2002,83

**Provided in Cooperation with:**

Collaborative Research Center 373: Quantification and Simulation of Economic Processes, Humboldt University Berlin

*Suggested Citation:* Wolters, Jürgen (2002) : Neuere Entwicklungen in der ökonometrischen Analyse aggregierter Zeitreihen, SFB 373 Discussion Paper, No. 2002,83, Humboldt University of Berlin, Interdisciplinary Research Project 373: Quantification and Simulation of Economic Processes, Berlin, <https://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:kobv:11-10049587>

This Version is available at:

<https://hdl.handle.net/10419/65320>

**Standard-Nutzungsbedingungen:**

Die Dokumente auf EconStor dürfen zu eigenen wissenschaftlichen Zwecken und zum Privatgebrauch gespeichert und kopiert werden.

Sie dürfen die Dokumente nicht für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, öffentlich zugänglich machen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Sofern die Verfasser die Dokumente unter Open-Content-Lizenzen (insbesondere CC-Lizenzen) zur Verfügung gestellt haben sollten, gelten abweichend von diesen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

**Terms of use:**

*Documents in EconStor may be saved and copied for your personal and scholarly purposes.*

*You are not to copy documents for public or commercial purposes, to exhibit the documents publicly, to make them publicly available on the internet, or to distribute or otherwise use the documents in public.*

*If the documents have been made available under an Open Content Licence (especially Creative Commons Licences), you may exercise further usage rights as specified in the indicated licence.*

# Neuere Entwicklungen in der ökonometrischen Analyse aggregierter Zeitreihen\*

Jürgen Wolters, Freie Universität Berlin und DIW Berlin

## 1. Einleitung

Zeitreihenanalysen werden schon sehr früh für wirtschaftswissenschaftliche Fragestellungen herangezogen.<sup>1</sup> Insbesondere die Erfassung von konjunkturellen Schwankungen gehört zum Hauptanwendungsgebiet der Zeitreihenanalyse. Die ersten Arbeiten auf diesem Gebiet stammen von dem britischen Ökonomen Jevons (1884). Es folgen Arbeiten von Beveridge (1921, 1922), der mittels der Fourieranalyse und des Periodogramms versteckte Periodizitäten in landwirtschaftlichen Zeitreihen aufzeigt. Das typische Beispiel für konjunkturelle Schwankungen landwirtschaftlicher Güter basierend auf einer dynamischen Angebotsfunktion ist der sogenannte Schweinezyklus. In einer umfangreichen empirischen Analyse mit Zeitreihen von vor dem ersten Weltkrieg hat sich der deutsche Agrarökonom Hanau (1927) sehr ausführlich mit diesem Problem beschäftigt.

Neben diesen überwiegend auf deskriptiven Analysen basierenden Arbeiten erscheinen auch bald Arbeiten, in denen Zeitreihen aufgrund der Erkenntnisse und der Verfahren der Wahrscheinlichkeitstheorie und der mathematischen Statistik behandelt werden. Dies bringt vor allem eine wesentlich veränderte Bedeutung der Zufallsschwankungen mit sich. In der klassischen deskriptiven Zeitreihenanalyse werden die systematischen Komponenten wie Trend, Zyklus und Saison rein deterministisch modelliert und nur die irreguläre Restkomponente wird als reiner Zufallsprozeß<sup>2</sup> angesehen. Demgegenüber wird heutzutage die Zeitreihe als eine Realisation eines stochastischen Prozesses aufgefaßt, d.h. auch die systematischen Komponenten werden als zufällige Größen modelliert.

Im Rahmen von Konjunkturanalysen gelingt es Yule (1927) mit Hilfe eines autoregressiven Prozesses zweiter Ordnung die Periodizität der Sonnenflecken zu beschreiben. Dieser Ansatz wird von Frisch (1933) aufgegriffen, der für die Fortpflanzung konjunktureller Zyklen sowohl die Eigenschaften des ökonomischen Systems, dargestellt durch die Parameter des autoregressiven Prozesses, als auch die Auswirkungen der zufälligen Störungen – das Impulsproblem – heranzieht. Slutsky (1937) gelangt durch Bildung von gleitenden Durchschnitten von Zufallszahlen zu einer Zeitreihe, die das gleiche zyklische Verhalten aufweist wie die Reihe des "englischen Konjunkturzyklus".

Slutsky und Yule entwickeln bei ihrer Analyse die heute wohlbekannten moving-average (MA) und autoregressiven (AR) Prozesse als Modelle zur Erfassung von Zeitreihen. Diese Ansätze werden von Wold (1938) in seiner Dissertation systematisiert und verallgemeinert. Hinsichtlich der Schätzung der Parameter in uni- und multivariaten autoregressiven Modellen mit der Methode der Kleinsten Quadrate ist die Arbeit von Mann und Wald (1943) wegweisend. Erst später, als entsprechende Computerkapazitäten verfügbar geworden sind, haben

---

\* Ich danke Imke Brüggemann (FU Berlin), Oliver Holtemöller (SFB 373) und Helmut Lütkepohl (European University Institute, Florenz und SFB 373) für hilfreiche Anmerkungen. Die Arbeit entstand im Teilprojekt C3 des Sonderforschungsbereichs 373 an der Humboldt-Universität zu Berlin. Ich danke der DFG für die zur Verfügung gestellten Arbeitsmöglichkeiten.

<sup>1</sup> Für diese frühen Entwicklungen siehe z.B. auch Deistler (1999), Nerlove, Grether und Carvalho (1979) oder Kirchgässner und Savioz (1997).

<sup>2</sup> Hierunter versteht man einen Prozeß mit Erwartungswert von Null, konstanter Varianz und verschwindenden Autokovarianzen.

Box und Jenkins (1970) der Klasse der univariaten autoregressiven moving-average (ARMA) Modelle für die praktische Anwendung zum Durchbruch verholfen. Eine umfassende Darstellung von multivariaten ARMA-Modellen für spezielle ökonomische Anwendungen gibt Lütkepohl (1991a). Hier werden auch Modelle mit nichtstationären Variablen und der Kointegrationsansatz behandelt. Parallel zu diesen Entwicklungen in der Zeitreihenanalyse entsteht 1929 die Ökonometrie als eigenständiges Fachgebiet mit der Gründung der "Econometric Society".<sup>3</sup> Es wird ein wissenschaftliches Forschungsprogramm propagiert, das einerseits die Entwicklung von statistischen Schätz- und Testverfahren und andererseits deren Anwendung auf wirtschaftswissenschaftliche Fragestellungen umfaßt. Als ein Ergebnis dieses Programms existiert heute eine Vielzahl von ökonometrischen Modellen für die unterschiedlichsten Anwendungsbereiche.<sup>4</sup> Diese Entwicklung wird begünstigt durch das Aufkommen der Keynes'schen Theorie und der damit verbundenen Vorstellung, daß Wirtschaftssysteme durch diskretionäre wirtschaftspolitische Maßnahmen steuerbar sind. Genauso wichtig ist die Erstellung einer Volkswirtschaftlichen Gesamtrechnung für Großbritannien und für die USA.

Die entscheidenden Arbeiten für die konsistente Schätzung der Parameter in simultanen ökonometrischen Modellen entstehen in der Cowles Commission.<sup>5</sup> Insbesondere ist dabei die Arbeit von Haavelmo (1944) zu nennen, in der die Fehler nicht als Meßfehler, sondern als Fehler in der Gleichung stochastisch modelliert werden. Die Arbeit von Koopmans, Rubin und Leipnitz (1950) entwickelt die Theorie zur Identifikation und Maximum Likelihood Schätzung von linearen simultanen Mehrgleichungssystemen mit zeitlich unkorrelierten Residuen. Entsprechend der Vorstellung, ökonomische Theorien anhand von Daten überprüfen zu können, ist der Ausgangspunkt ein ökonomisch-theoretisch wohl spezifiziertes simultanes Modell, dessen Parameter anhand der verfügbaren Daten geschätzt werden. Deshalb liegt das Schwergewicht der Arbeiten in der Cowles Commission in der Entwicklung angemessener Schätzverfahren und nicht in der statistischen Spezifikation der Modelle. Für die statistische Spezifikation wäre die Auswahl der Variablen als endogene oder exogene Größen und die angemessene Dynamik zur Generierung von Restgrößen, die reine Zufallsprozesse sind, wichtig. Systematische Untersuchungen hinsichtlich der Prognosegüte von großen makroökonomischen Modellen gegenüber univariaten Zeitreihenmodellen zeigen, daß zumindest bei kurzfristigen Prognosehorizonten die Zeitreihenprognosen keine schlechteren Ergebnisse liefern als die Modellprognosen.<sup>6</sup> Hinzu kommt die Kritik von Lucas (1976), daß die traditionellen ökonometrischen Modelle nicht in der Lage seien, die Auswirkungen unterschiedlicher wirtschaftspolitischer Maßnahmen abzuschätzen, da sich das Verhalten der Wirtschaftssubjekte mit der Änderung der Wirtschaftspolitik ebenfalls ändere. Diese Tatsachen führen Mitte der siebziger Jahre zu einer sehr kritischen Einstellung hinsichtlich des Programms der klassischen Ökonometrie wie sie von der Cowles Commission entwickelt wurde.<sup>7</sup>

Im folgenden soll nun aufgezeigt werden, wie die Entwicklungen in der Zeitreihenanalyse in immer stärkerem Maße den klassischen ökonometrischen Ansatz beeinflußt haben und wie neue methodische Ansätze entwickelt werden, um die oben angesprochenen Probleme in der

---

<sup>3</sup> Siehe hierzu z.B. Kirchgässner (1983) und Deistler (1999).

<sup>4</sup> Hinsichtlich eines aktuellen Überblicks für Deutschland siehe z.B. Heilemann und Wolters (1998).

<sup>5</sup> Alfred Cowles hat ökonometrische Forschung und eine einschlägige Zeitschrift (*Econometrica*) finanziert.

<sup>6</sup> Siehe z.B. Cooper (1972) und Nelson (1972). Insbesondere bei der ersten Ölpreiskrise versagen die Modellprognosen völlig.

<sup>7</sup> Siehe hierzu z.B. Kirchgässner (1983), Pesaran und Smith (1995) sowie Summers (1991).

empirischen Makroökonomie überwinden zu helfen.<sup>8</sup> Im nächsten Abschnitt wird zunächst der univariate Zeitreihenansatz nach Box und Jenkins kurz charakterisiert. Im 3. Abschnitt werden die Einflüsse der London School of Economics für die empirische Modellierung dargestellt, bevor dann im 4. Abschnitt die algebraische Äquivalenz zwischen Zeitreihenmodellen und dynamischen ökonometrischen Modellen behandelt wird. Im 5. Abschnitt wird der vektorautoregressive Ansatz beschrieben. Es folgt im 6. Abschnitt die Darstellung der Modellierung von nichtstationären Zeitreihen. Das Konzept der Kointegration und dessen praktische Umsetzung wird im 7. Abschnitt beschrieben. Der 8. Abschnitt behandelt die aktuellen Ansätze zur Modellierung makroökonomischer Beziehungen und im 9. Abschnitt folgen einige Schlußbemerkungen.

Es ist selbstverständlich, daß bei der hier vorgenommenen Auswahl sehr starke subjektive Gewichtungen mit einfließen und daß sehr viele wichtige Entwicklungen nicht angesprochen werden können. Dies beginnt damit, daß ich mich nur auf lineare Ansätze beschränke und daher neuere Ansätze in der nichtlinearen Modellierung, wie sie etwa von Granger und Teräsvirta (1993) und Teräsvirta, Tjøstheim und Granger (1994) entwickelt wurden, nicht betrachte. Der beispielsweise von Harvey (1997) stark präferierte Ansatz der strukturellen Zeitreihenanalyse, d.h. die Zerlegung von Zeitreihen in nichtbeobachtbare Komponenten<sup>9</sup>, wird ebenso nicht behandelt wie die Untersuchung von Zeitreihen im Frequenzbereich.<sup>10</sup> Die wichtige Klasse der strukturellen vektorautoregressiven Modelle bleibt ebenfalls außer Betracht. Siehe hierzu z.B. Favero (2001) sowie Amisano und Giannini (1997). Ebenso bleibt die Analyse von nichtstationärem Saisonverhalten, wie es in Hylleberg, Engle, Granger und Yoo (1990) modelliert wird, unberücksichtigt. Ansätze der intertemporalen Optimierung und Kalibrierung (siehe z.B. Favero 2001) als auch makroökonomische Ungleichgewichtsmodelle werden auch nicht dargestellt.<sup>11</sup>

## 2. Der Zeitreihenansatz von Box und Jenkins

Die Entwicklungen in der Zeitreihenanalyse und im traditionellen ökonometrischen Ansatz laufen bis Mitte der siebziger Jahre mehr oder minder isoliert voneinander ab. Das klassische ökonometrische Modell<sup>12</sup> besteht aus vorgegebenen Strukturgleichungen, die aufgrund von deterministischen ökonomischen Gleichgewichtsbeziehungen und unter a priori Festlegung von endogenen und exogenen Variablen abgeleitet werden. Die dynamische Spezifikation ist i.a. sehr einfach. In bezug auf Koyck (1954) wird die um eine Periode verzögerte endogene Variable als zusätzliche erklärende Variable mit aufgenommen. Den stochastischen Eigenschaften der Restgrößenprozesse wird nur geringe Bedeutung geschenkt, d.h. es wird i.a. nicht systematisch überprüft, ob die Residuen empirisch einen reinen Zufallsprozeß abbilden. Fragen, ob die verwendeten Daten nichtstationäres Verhalten aufweisen, werden nicht behandelt.

Im Zeitreihenansatz entsprechend Box und Jenkins (1970) erfolgt die Modellierung in bezug

---

<sup>8</sup> Für die systematische Behandlung einiger dieser Ansätze siehe z.B. Favero (2001), aber auch Hylleberg und Paldam (1991), die im *Scandinavian Journal of Economics* die Ergebnisse einer Konferenz publizieren, die sich mit den Alternativen zum klassischen Ansatz in der empirischen Makroökonomie beschäftigt hat.

<sup>9</sup> Für erste Ansätze dieser Art siehe Nerlove, Grether und Carvalho (1979) und später dann Harvey (1989).

<sup>10</sup> Siehe hierzu z.B. König und Wolters (1972).

<sup>11</sup> Für ein aktuelles Ungleichgewichtsmodell für die Bundesrepublik Deutschland siehe Franz, Göggelmann und Winker (1998).

<sup>12</sup> Siehe hierzu auch Wolters (1987, 1990).

auf ökonomische Überlegungen theorielos. Vielmehr wird versucht, ausschließlich die in den Daten enthaltenen Informationen zu verarbeiten. Es werden den einzelnen Variablen aufgrund von statistischen Kenngrößen (Autokorrelogramm, partielles Autokorrelogramm, etc.) sogenannte autoregressive integrierte moving-average (ARIMA) Modelle angepaßt. Diese lassen sich schreiben für eine Variable  $z_t$  als

$$(1) \quad \alpha(L)(1-L)^d z_t = \delta + \beta(L)u_t .$$

Es bezeichnet  $L$  den lag-Operator, d.h.  $L^k z_t = z_{t-k}$ ,  $k = \dots, -1, 0, 1, 2, \dots$ ,  $\alpha(L)$  und  $\beta(L)$  sind Polynome vom Grad  $p$  und  $q$  im lag-Operator, die keine gemeinsamen Nullstellen aufweisen. Weiterhin liegen ihre Nullstellen nur außerhalb des Einheitskreises und  $d = 0, 1, \dots$  gibt an, wie oft  $z_t$  differenziert werden muß, um eine stationäre Variable zu erhalten.<sup>13</sup> Hier wird also eine spezielle Art von Nichtstationarität für  $z_t$  unterstellt. Der Prozeß  $u_t$  ist ein reiner Zufallsprozeß, d.h. er besitzt einen Erwartungswert von Null, konstante Varianz und ist unkorreliert.

Die Modellierung in multivariaten Zeitreihenmodellen ist in den siebziger Jahren – auch bedingt durch fehlende Computerprogramme – nicht weit verbreitet, obwohl es durch Quenouille (1957) eine ausgearbeitete Theorie gibt. Da bei der Zeitreihenmodellierung nicht a priori zwischen endogenen und exogenen Variablen unterschieden werden muß, hat man die Möglichkeit über sogenannte Granger-Kausalitätstests<sup>14</sup> die gegenseitigen Einflußrichtungen empirisch festzulegen. Granger-Kausalität basiert auf dem zentralen Axiom, daß die Ursache zeitlich früher erfolgt als die Wirkung. Empirisch getestet wird die inkrementale Prognoseverbesserung bei stationären Zeitreihen bei Zugrundelegung des Kleinst-Quadrate Kriteriums.

### 3. Der Ansatz der London School of Economics

In den fünfziger und sechziger Jahren ist die London School of Economics (LSE) das Zentrum für Ökonometrie in Großbritannien. Die Umstände, wie es dazu kam, beschreibt Gilbert (1989). Ein besonderes Kennzeichen der empirischen Arbeit ist die Einbeziehung zeitreihenanalytischer Ansätze in die ökonometrische Analyse. Dieses zeigt sich ganz besonders in der Arbeit von Sargan (1964). Im Gegensatz zum damals herrschenden Vorgehen bei der Schätzung von Verhaltensgleichungen hat er auftretende Autokorrelation in den Residuen nicht durch entsprechende Schätzverfahren wie z.B. den Ansatz von Cochrane und Orcutt (1949) erfaßt, sondern er hat die dynamische Spezifikation der Verhaltensgleichung so lange verändert, bis unkorrelierte Residuen resultieren. Hierbei hat er bei der dynamischen Spezifikation erstmalig den Fehlerkorrekturansatz benutzt.<sup>15</sup>

Ein entscheidendes Konzept, das an der LSE entwickelt und insbesondere von David Hendry

---

<sup>13</sup> Stationarität bedeutet hier, daß ein Prozeß  $x_t$  einen konstanten Erwartungswert besitzt und daß die Autokovarianzen  $\text{Cov}(x_t, x_{t+\tau}) = \gamma(|\tau|)$  nur eine Funktion des Abstandes  $|\tau|$  und nicht der Zeit  $t$  sind. Hieraus folgt sofort, daß die Varianz von  $x_t$  ebenfalls konstant ist.

<sup>14</sup> Siehe Granger (1969). Für die Darstellung und einen kritischen Vergleich von alternativen Kausalitätstests siehe z.B. Kirchgässner (1981).

<sup>15</sup> Fehlerkorrekturmodelle gehören heute zum Standard des Zeitreihenökonometrikers. Siehe auch später Abschnitt 7.

popularisiert wird<sup>16</sup>, ist, den unbekanntem datengenerierenden Prozeß zunächst durch das all-gemeinste Modell, das aufgrund von theoretischen Vorüberlegungen und Dateninformationen verfügbar ist, zu approximieren. Dann werden im Sinne der Zeitreihenanalyse durch sequentielles Testen Restriktionen (häufig Elimination von insignifikanten Variablen) auferlegt, um zu sparsam parametrisierten Modellen zu gelangen. Dieses ist der sogenannte *general-to-specific* Ansatz, der im Gegensatz zu der damals gängigen Vorgehensweise, die eher als *simple-to-general* beschrieben werden kann, steht.

In dieser Tradition entsteht die Arbeit von Davidson, Hendry, Srba und Yoo (1978) zur englischen Konsumfunktion, die nicht nur das Fehlerkorrekturmodell als wesentlichen Modellierungsansatz publik macht, sondern noch eine weitere Anforderung an ein empirisches Modell stellt. Das neue Modell für die zu untersuchende Fragestellung soll mit den bisher hierzu existierenden Modellen verglichen werden. Beim Konzept des *encompassing* soll z.B. das neue Modell neben den neuen Phänomenen auch die Ergebnisse der bisherigen Modelle erklären können, aber nicht umgekehrt. Wesentliche Aspekte des LSE-Ansatzes sind in Hendry und Richard (1983, S. 116) wie folgt formuliert: "*Econometric modelling involves developing a parsimonious yet relatively complete description ... which in turn has constant parameters over historically useful time horizons and is specified in an economically meaningful structure.*"

#### 4. Formale Übereinstimmung von ökonometrischem und zeitreihenanalytischem Ansatz

In einer Reihe von Arbeiten versucht insbesondere Arnold Zellner<sup>17</sup> die algebraische Äquivalenz zwischen *structural econometric models* (SEM) und *time series analysis* (TSA) auszunutzen: "*The SEMTSA approach provides an operational and useful synthesis of traditional econometric and time series analysis techniques that can produce SEM's with fewer specification errors and better forecasting performance.*" (Zellner, 1979, S. 638). Ein SEM mit  $g$  endogenen Variablen, die in dem  $g$ -dimensionalen Spaltenvektor  $Y_t$ , und  $k$  exogenen Variablen, die in dem  $k$ -dimensionalen Spaltenvektor  $X_t$  zusammengefaßt sind, läßt sich schreiben als:

$$(2) \quad A(L)Y_t + B(L)X_t = U_t .$$

Hier stellt  $A(L)$  ein endliches  $g \times g$  Matrixpolynom und  $B(L)$  ein endliches  $g \times k$  Matrixpolynom im lag-Operator dar. Die Residuen  $U_t$  bilden einen  $g$ -dimensionalen reinen Zufallsprozeß. Weiterhin soll angenommen werden, daß die exogenen Variablen  $X_t$  durch folgenden multivariaten endlichen autoregressiven Prozeß mit invertierbarem  $k \times k$  Matrixpolynom  $C(L)$  erzeugt werden,

$$(3) \quad C(L)X_t = V_t ,$$

wobei  $V_t$  ein  $k$ -dimensionaler reiner Zufallsprozeß ist.<sup>18</sup> Die finalen Gleichungen für (2)

---

<sup>16</sup> Siehe hierzu Hendry und Richard (1983) und Hendry (1995).

<sup>17</sup> Siehe hierzu insbesondere Zellner und Palm (1974), Palm (1977), Wallis (1977) und Zellner (1979).

<sup>18</sup> Für die folgenden Überlegungen kann  $X_t$  auch als lediglich vorherbestimmt angesehen werden, d.h. der erzeugende Prozeß für  $X_t$  kann noch verzögerte endogene Variablen enthalten. Dieser Ansatz würde beispielsweise erlauben, daß das ursprüngliche Modell (2) durch Reaktionsfunktionen ergänzt wird.

ergeben sich als<sup>19</sup>

$$(4) \quad |A(L)|Y_t = -A^*(L)B(L)X_t + A^*(L)U_t .$$

Hierbei handelt es sich um ein System von scheinbar unverbundenen ARMAX-Prozessen, die i.a. alle denselben autoregressiven Teil  $|A(L)|$  besitzen, sich aber in den moving-average Teilen für die exogenen Variablen  $X_t$  und die Residuen  $U_t$  unterscheiden. Wird (3) in (4) eingesetzt, so erhält man

$$(5) \quad |A(L)||C(L)|Y_t = -A^*(L)B(L)C^*(L)V_t + |C(L)|A^*(L)U_t .$$

Für jede endogene Variable  $y_{it}$ ,  $i=1,2,\dots,g$ , besteht die rechte Seite von (5) aus der Überlagerung von MA-Prozessen. Nach Granger und Morris (1976) läßt sich die Summe von MA-Prozessen als ein einziger MA-Prozeß mit einem entsprechenden reinen Zufallsprozeß  $\varepsilon_{it}$  darstellen, so daß (5) auch in der Form

$$(6) \quad |A(L)||C(L)|y_{it} = d_i(L)\varepsilon_{it} , \quad i=1,2,\dots,g ,$$

geschrieben werden kann. Man erhält ein System von scheinbar unverbundenen univariaten ARMA-Prozessen, die i.a. alle denselben autoregressiven Teil besitzen.

Der Vergleich von (2) und (6) zeigt klar die Gemeinsamkeiten zwischen dem ökonometrischen und zeitreihenanalytischen Ansatz. Es handelt sich also nicht um unabhängige Ansätze, sondern um zwei Seiten einer Medaille. Zur Verbesserung der dynamischen Spezifikation von SEMs können prinzipiell die finalen Gleichungen in (4) bzw. die univariaten ARMA-Modelle in (6) mit den entsprechenden, aufgrund von zeitreihenanalytischen Ansätzen geschätzten Modellen verglichen werden und eine entsprechende Respezifikation vorgenommen werden.

## 5. Der vektorautoregressive Ansatz

Es zeigt sich aber, daß der im vorigen Abschnitt angesprochene Ansatz für den praktischen Modellbau nicht geeignet ist. Einen völlig anderen Ansatz schlägt Sims (1980) vor. Er kritisiert bei den bestehenden großen ökonometrischen Modellen hauptsächlich die willkürlichen a priori Restriktionen zur Identifizierbarkeit, zur Festlegung der exogenen und endogenen Variablen, zur dynamischen Spezifikation und zur Erwartungsbildung.

Der Vorschlag von Sims (1980) besteht darin, nicht mehr strukturelle Gleichungen zu spezifizieren wie im traditionellen SEM-Ansatz, sondern einen rein statistischen Zugang über die unrestringierte reduzierte Form zu wählen. Es werden also alle a priori Restriktionen hinsichtlich der Parameter aufgegeben, und es wird keine Unterscheidung zwischen endogenen und exogenen Variablen vorgenommen. Der Einfluß der ökonomischen Theorie beschränkt sich nur noch auf die Auswahl der für das zu analysierende Problem relevanten Variablen. Wegen der bei makroökonomischen Zeitreihen häufig relativ geringen Anzahl von Beobach-

---

<sup>19</sup> Hierbei wird ausgenutzt, daß sich eine inverse Matrix  $A^{-1}$  als adjungierte Matrix  $A^*$  geteilt durch ihre Determinante  $|A|$  schreiben läßt.

tungen ergibt sich eine Beschränkung der Modellgröße auf maximal zehn Variablen.

Die Modellierung erfolgt durch einen vektorautoregressiven (VAR) Prozeß endlicher Ordnung. Es bezeichne  $Z_t$  den  $n$ -dimensionalen Spaltenvektor der zu untersuchenden Variablen und  $A_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, p$ , bezeichne  $n \times n$  dimensionale Parametermatrizen und  $U_t$  einen  $n$ -dimensionalen reinen Zufallsprozeß, dann gilt

$$(7) \quad Z_t = A_1 Z_{t-1} + A_2 Z_{t-2} + \dots + A_p Z_{t-p} + D_t + U_t,$$

wobei  $D_t$  deterministische Terme wie Absolutglieder, Saisondummies oder lineare Trends erfaßt. Dieser Ansatz führt – im Gegensatz zu der häufig in der Zeitreihenanalyse aufgestellten Forderung der sparsamen Parametrisierung – zu einer Überparametrisierung. Im Gegensatz zum LSE-Ansatz wird auch keine sparsamere Parametrisierung durch Einführung von Restriktionen angestrebt. Einzelne Parameterwerte können daher auch nicht mehr ökonomisch interpretiert werden. Gleichung (7) stellt ein System von scheinbar unverbundenen Regressionsgleichungen dar, bei dem jede Gleichung dieselben erklärenden Variablen enthält. Daher liefert die Schätzung jeder einzelnen Gleichung mit der Kleinst-Quadrate Methode konsistente und asymptotisch effiziente Schätzungen der Parameter.<sup>20</sup> Um ökonomische Analysen vornehmen zu können, schlägt Sims (1980) sogenannte Impulsantwortfolgen vor. Sie beschreiben die zeitliche Reaktion des Systems auf exogene Schocks in einer Variablen. Die Zerlegung der Prognosefehlervarianz einer Variablen liefert die relative Stärke der Einflüsse aller Variablen auf diese Variable. Hierzu wird aufgrund von a priori Vorstellungen über die Kausalstruktur der Variablen eine Triangularisierung der kontemporären Varianz-Kovarianz Matrix von  $U_t$  vorgenommen und das System in seine moving-average Darstellung transformiert.<sup>21</sup> Die Verwendung dieser Kenngrößen für Aussagen über die Wirksamkeit von wirtschaftspolitischen Maßnahmen ist allerdings, wie Cooley und LeRoy (1985) zeigen, nur unter zusätzlichen identifizierenden Annahmen zulässig.<sup>22</sup> Dies führt dann auf die sogenannten strukturellen VARs.

## 6. Nichtstationäre Zeitreihen

Regressionen mit nichtstationären Variablen werden im Rahmen der klassischen ökonometrischen Modellierung und im Rahmen der Zeitreihenanalyse unterschiedlich behandelt.<sup>23</sup> Granger und Newbold (1974) haben in einer Simulationsstudie sehr eindrucksvoll auf die Gefahren von Scheinregressionen hingewiesen.<sup>24</sup> Regressiert man unabhängige random walks, so findet man in termini der Bestimmtheitsmaße und der  $t$ -Werte, wenn man die üblichen kritischen Werte verwendet, in der überwiegenden Zahl der Fälle scheinbare Abhängigkeiten. Man begeht somit einen Fehler erster Art. Diese Ergebnisse veranlassen insbesondere Zeitreihenanalytiker dafür zu plädieren, nur noch mit den entsprechend bereinigten stationären

---

<sup>20</sup> Hierbei sind die Ordnung  $p$  und die Deterministik  $D_t$  so zu bestimmen, daß die Residuen empirisch reine Zufallsprozesse bilden.

<sup>21</sup> Zur Spezifikation, Schätzung und Analyse von VAR-Modellen siehe z.B. Lütkepohl (1991a).

<sup>22</sup> Hinsichtlich der Verwendung von VAR Modellen zur Beschreibung des monetären Transmissionsprozesses siehe insbesondere Christiano, Eichenbaum und Evans (1999).

<sup>23</sup> Siehe hierzu z.B. Wolters (1990).

<sup>24</sup> Siehe hierzu auch das Phänomen der *nonsense correlations* bei Yule (1926). Die theoretische Fundierung dieser Ergebnisse erfolgte später durch Phillips (1986).



Variablen zu arbeiten. Dies führt aber dann häufig bei Granger-Kausalitätstests zum Problem des Fehlers zweiter Art. Wie in der Untersuchung von Pierce (1977) werden empirisch keine Abhängigkeiten mehr festgestellt, obwohl aufgrund der ökonomischen Theorie Abhängigkeiten erwartet werden. Deshalb spricht sich insbesondere die ökonomische Seite für eine Modellierung in den Niveaus der Variablen aus, da sonst die ökonomisch begründeten Gleichgewichtsbeziehungen nicht erfaßt werden könnten.

Bevor der Frage der angemessenen Modellierung bei nichtstationären Zeitreihen weiter nachgegangen wird, soll kurz auf die Art der Nichtstationarität eingegangen werden. Bei der ökonomischen Analyse von makroökonomischen Variablen wird nichtstationäres Verhalten fast ausschließlich durch deterministische Zeittrends erfaßt. Es wird somit unterstellt, daß es sich um *trendstationäre* Zeitreihen handelt. Demgegenüber unterstellen Zeitreihenanalytiker im Rahmen des Box-Jenkins Ansatzes sogenannte stochastische Trends<sup>25</sup>, die durch random walks modelliert werden. Hier spricht man von *differenzstationären* Prozessen.

Diese beiden Klassen von Modellen haben sehr unterschiedliche Auswirkungen auf die Modellierung von konjunkturellen Bewegungen. Bei den sogenannten trendstationären Ansätzen werden konjunkturelle Schwankungen als stationäre Prozesse um einen deterministischen Trend modelliert, d.h. Schocks haben keine langfristigen Wirkungen. Der Prozeß kehrt immer wieder zu seinem Mittelwert zurück. Wenn andererseits sogenannte stochastische Trends (random walks) zugelassen werden, dann ergibt sich, daß Schocks durchaus langfristige Wirkungen aufweisen. Die Rückkehr des Prozesses zu seinem Mittelwert kommt nur noch sehr selten vor. Die Prozesse weisen persistentes Verhalten auf. Solche Prozesse werden erst durch Bildung von Differenzen stationär. Entsprechend Granger (1986) heißt ein Prozeß integriert der Ordnung  $d$  (ganzzahlig),  $I(d)$ , falls die  $d$ -te Differenz des Prozesses stationär, aber die  $(d-1)$ -te Differenz nichtstationär ist. Ein solcher Prozeß läßt sich in der Terminologie von Box und Jenkins (1970) als ARIMA-Prozeß wie in Gleichung (1) schreiben. Da der autoregressive Teil des Prozesses genau  $d$  Wurzeln von Eins hat, sagt man auch, es ist ein  $d$ -facher Einheitswurzelprozeß.

In ihrer wegweisenden Arbeit haben Nelson und Plosser (1982) gezeigt, daß für makroökonomische Zeitreihen die Modellierung des langfristigen Verhaltens durch stochastische Trends der angemessenere Ansatz ist. Damit ergibt sich ein völliges Umdenken, wie konjunkturelle Zyklen modelliert werden sollen.

Insbesondere zur Bestimmung von konjunkturellen Komponenten ist es wichtig, die richtige Trendbereinigung durchzuführen. Man kann zeigen<sup>26</sup>, daß die Bildung von Differenzen bei einem trendstationären Prozeß in der Regel künstliche kurzfristige Schwankungen hervorruft. Umgekehrt zeigen sich in den Residuen bei der linearen Trendbereinigung eines  $I(1)$ -Prozesses künstliche langfristige Schwingungen. Um zu überprüfen, was das angemessene Trendmodell ist, hat sich in der Praxis der sogenannte "*augmented Dickey-Fuller Test*" durchgesetzt.<sup>27</sup> Für die Zeitreihe  $y_t$  wird mit der Kleinst-Quadrate Methode folgende Gleichung geschätzt:

---

<sup>25</sup> Im Gegensatz zum linearen deterministischen Trend, der für jede Periode einen konstanten Zuwachs aufweist, besitzt der stochastische Trend im Mittel konstante Zuwächse.

<sup>26</sup> Siehe für einen Überblick der einzelnen Ergebnisse z.B. Wolters (1990).

<sup>27</sup> Dieser Test geht auf die Arbeiten von Fuller (1976, S 366 ff) sowie Dickey und Fuller (1979, 1981) zurück. Für weitere Einheitswurzeltests siehe z.B. den Übersichtsartikel von Hassler (1994).

$$(8) \quad \Delta y_t = a + bt + \rho y_{t-1} + \sum_{j=1}^k a_j \Delta y_{t-j} + u_t ,$$

wobei  $k$  so gewählt wird, daß  $u_t$  empirisch ein reiner Zufallsprozeß ist. Unter  $H_0 : \rho = 0$  und  $b = 0$  handelt es sich um einen  $I(1)$ -Prozeß mit Trend, während unter  $H_1 : \rho < 0$  ein trendstationärer Prozeß vorliegt. Als Teststatistik wird der empirische  $t$ -Wert von  $\hat{\rho}$  benutzt. Allerdings gilt, da es sich unter  $H_0$  um einen nichtstationären Prozeß handelt, nicht mehr die übliche  $t$ -Verteilung. Tabellierte kritische Werte findet man z.B. bei Fuller (1976, S. 373) oder MacKinnon (1991). Diese kritischen Werte hängen auch von den deterministischen Termen in (8) ab. Die korrekte Spezifikation der Deterministik ist sehr wichtig. Perron (1988) hat gezeigt, daß der Test asymptotisch keine Güte hat, wenn für eine Zeitreihe, die einen Trend aufweist, in (8) der Trendterm nicht berücksichtigt wird. Die Nullhypothese einer Einheitswurzel wird dann nicht mehr verworfen. Bei der Interpretation der Ergebnisse von Einheitswurzeltests sollte beachtet werden, daß die gefundenen Eigenschaften – stationär oder  $I(1)$  – für die entsprechenden Variablen keine invarianten Eigenschaften darstellen. Sie hängen vielmehr in hohem Maße von der Länge der zugrundeliegenden Zeitreihe ab. Entsprechend Juselius (1999) besteht für relativ kurze Zeitreihen eher die Tendenz einen höheren Integrationsgrad aufzuzeigen als bei relativ langen Zeitreihen.

## 7. Kointegration

### 7.1 Definition und Eigenschaften

Im Rahmen des Kointegrationsansatzes wird theoretisch aufgezeigt, wann Regressionen mit  $I(1)$ -Variablen sinnvolle Ergebnisse liefern, d.h. nicht das Problem von Scheinregressionen aufweisen. Seit den ersten Arbeiten von Granger (1981, 1986), Engle und Granger (1987) und Stock (1987) hat dieser Ansatz in der Zeitreihenökonomie weite Beachtung gefunden<sup>28</sup> und er gehört inzwischen zum Standardinstrumentarium derjenigen, die ökonometrisch mit Zeitreihen arbeiten<sup>29</sup>.

Kointegration läßt sich generell dadurch charakterisieren, daß zwei oder mehr  $I(1)$ -Variablen langfristig gemeinsame Entwicklungen aufweisen, d.h. sie bewegen sich nicht permanent voneinander weg. Damit wird ein statistisches Gleichgewicht definiert, das in der Anwendung dann als langfristige ökonomische Beziehung interpretiert werden kann. Zur Darstellung der wesentlichen Eigenschaften dieses Ansatzes genügt es, zunächst den bivariaten Fall zu betrachten. Es seien  $x_t$  und  $y_t$   $I(1)$ -Prozesse. Dann ist im allgemeinen eine Linearkombination der beiden Prozesse wieder ein  $I(1)$ -Prozeß. Gibt es aber einen Parameter  $\beta$ , so daß die Linearkombination

$$(9) \quad y_t - \beta x_t = z_t$$

---

<sup>28</sup> Hiervon zeugen neben den vielen Anwendungen nicht nur in der Makroökonomie eine Reihe von Übersichtsartikeln wie z.B. Stock und Watson (1988), Lütkepohl (1991b, 1995), Muscatelli und Hurn (1992) oder Wolters (1995) sowie spezielle Monographien wie Banerjee, Dolado, Galbraith und Hendry (1993), Johansen (1995a) oder Hassler (2000a). Aber auch Ökonometrielehrbücher wie Cuthbertson, Hall und Taylor (1992), Verbeek (2000) oder Seddighi, Lawler und Katos (2000) behandeln Kointegrationsverfahren und deren Anwendung.

<sup>29</sup> Ich beschränke mich hier auf die Darstellung der Kointegration im Rahmen von  $I(1)$ -Variablen. Für neueste Entwicklungen, die Kointegration im Rahmen von  $I(2)$ -Variablen darstellen, siehe z.B. Johansen (1995b, 1997).

stationär ist, d.h.  $z_t$  ist  $I(0)$ , so heißen  $x_t$  und  $y_t$  kointegriert. Der stationäre Prozeß  $z_t$  beschreibt die beschränkten Abweichungen vom Gleichgewicht. Da das System immer wieder zum Gleichgewichtspfad zurückkehrt, stellt  $y = \beta x$  einen Attraktor dar. Die Gültigkeit von Beziehung (9) ist gleichbedeutend damit, daß  $y_t$  und  $x_t$  denselben stochastischen Trend aufweisen, der als random walk modelliert wird. Entsprechend dem Repräsentationstheorem von Granger<sup>30</sup> ist die Eigenschaft, daß Zeitreihen kointegrieren, äquivalent mit ihrer Darstellung in Fehlerkorrekturmodellen.<sup>31</sup> Ein bivariates Fehlerkorrekturmodell in reduzierter Form lautet

$$(10) \quad \begin{aligned} \Delta x_t &= a_0 + \alpha_x (y_{t-1} - \beta x_{t-1}) + \sum_{j=1}^{n_x} a_{xj} \Delta x_{t-j} + \sum_{j=1}^{n_y} a_{yj} \Delta y_{t-j} + u_{xt} \\ \Delta y_t &= b_0 + \alpha_y (y_{t-1} - \beta x_{t-1}) + \sum_{j=1}^{k_x} b_{xj} \Delta x_{t-j} + \sum_{j=1}^{k_y} b_{yj} \Delta y_{t-j} + u_{yt} . \end{aligned}$$

Hierbei sind  $u_{xt}$  und  $u_{yt}$  reine Zufallsprozesse und bei Vorliegen von Kointegration muß mindestens ein  $\alpha_i$ ,  $i = x, y$ , ungleich Null sein. Bei Kointegration liegt somit eine Beziehung in den Niveaus der beiden  $I(1)$ -Variablen vor. Würden nur die Differenzen der Variablen regressiert, dann wären wegen des Fehlens des Terms  $y_{t-1} - \beta x_{t-1}$  die Gleichungen (10) fehlspezifiziert. Die Parametrisierung in (10) hat den Vorteil, daß sie nur stationäre Größen enthält, obwohl sich die zugrundeliegende Beziehung auf die Niveaus von  $I(1)$ -Variablen bezieht. Damit können auch die üblichen Schätz- und Testverfahren angewendet werden. Die Parametrisierung im System (10) liefert die Trennung der kurzfristigen Anpassungsprozesse, die durch die verzögerten Differenzen der Variablen erfaßt werden, von der langfristigen Anpassung. Diese ergibt sich, weil das System auch auf die um eine Periode verzögerten Abweichungen von der Gleichgewichtsbeziehung  $y = \beta x$  reagiert.

Das System (10) ist für  $\beta > 0$  dann stabil, wenn  $\alpha_x \geq 0$  und  $\alpha_y \leq 0$  ist, wobei nicht beide gleichzeitig Null sein dürfen.<sup>32</sup> Negatives  $\alpha_y$  und positives  $\alpha_x$  bedeutet, daß eine positive Abweichung vom Gleichgewicht eine Abnahme von  $y_t$  und eine Zunahme von  $x_t$  bewirkt, wodurch letztlich eine Reduktion der Gleichgewichtsabweichung erfolgt. Ist ein Anpassungskoeffizient z.B.  $\alpha_x = 0$ , so läuft die Anpassung nur über eine Veränderung von  $y_t$ . Die Variable  $x_t$  entwickelt sich unabhängig vom Gleichgewichtsfehler. Sie ist der stochastische Trend, der das ganze System treibt. In diesem Fall heißt  $x_t$  schwach exogen. Es können hier also nur die beiden folgenden Situationen auftreten. (i) Die Variablen sind kointegriert, wenn mindestens ein Anpassungsparameter von Null verschieden ist, d.h. es gibt eine Kointegrationsbeziehung und einen stochastischen Trend. (ii) Es gilt  $\alpha_x = \alpha_y = 0$ , es liegt keine Kointegration vor. Das System enthält zwei unabhängige stochastische Trends. Weiterhin kann man sich leicht überlegen (Granger 1988), daß Kointegration mindestens eine einfache Gran-

---

<sup>30</sup> Siehe hierzu Engle und Granger (1987).

<sup>31</sup> Für die erste ökonomische Anwendung einer Fehlerkorrekturgleichung siehe Sargan (1964).

<sup>32</sup> Stabilität kann auch unter etwas schwächeren Bedingungen vorliegen.

ger-kausale Beziehung zwischen  $x_t$  und  $y_t$  impliziert. Die Umkehrung, daß aus Granger-Kausalität Kointegration folgt, gilt allerdings nicht.

## 7.2 Kointegration in Einzelgleichungen

Im folgenden sei die skalare Variable  $y_t$  ein I(1)-Prozeß und jede Komponente des n-dimensionalen Spaltenvektors  $X_t$  sei ebenfalls I(1), aber es bestehen keine Kointegrationsbeziehungen zwischen den einzelnen Komponenten von  $X_t$ . In Verallgemeinerung der Kointegrationsdefinition (9) wird mit der statischen Kointegrationsregression überprüft, ob  $y_t$  und  $X_t$  kointegriert sind. Es wird also mit der Methode der Kleinsten Quadrate folgende Gleichung geschätzt

$$(11) \quad y_t = a + \beta' X_t + z_t.$$

Wenn keine Kointegration vorliegt, ist  $z_t$  aus (11) nichtstationär, andernfalls stationär. Das Hypothesenpaar lautet dementsprechend

$H_0$  : keine Kointegration, d.h.  $z_t$  ist I(1)

$H_1$  : Kointegration, d.h.  $z_t$  ist I(0).

Der Test wird für die geschätzten Residuen  $\hat{z}_t$  mittels eines Einheitswurzeltests nach Gleichung (8) durchgeführt. Dabei treten aber in (8) keine deterministischen Terme auf, da konstruktionsgemäß die Kleinst-Quadrate Residuen einen Mittelwert von Null aufweisen. Die kritischen Werte hängen neben der in (11) spezifizierten Deterministik auch von der Anzahl  $n$  der erklärenden I(1)-Variablen ab und finden sich bei MacKinnon (1991).<sup>33</sup> Ergibt der Test, daß eine Kointegrationsbeziehung besteht, dann stellt  $\hat{z}_t$  die geschätzte Gleichgewichtsabweichung dar, die dann entsprechend Engle und Granger (1987) bei der Schätzung eines zugehörigen Fehlerkorrekturmodells (vgl. (10)) als gegebene Variable benutzt werden kann.

Im Fall von Kointegration werden in Gleichung (11) die Parameter  $\beta$  superkonsistent geschätzt, d.h.  $\hat{\beta}$  konvergiert mit einer Rate, die proportional zur Anzahl der Beobachtungen  $T$  ist, gegen  $\beta$ , während bei stationären Regressoren die Konvergenzgeschwindigkeit nur  $\sqrt{T}$  beträgt. Allerdings sind auch bei Vorliegen von Kointegration die t-Statistiken im allgemeinen nicht approximativ normalverteilt und somit nicht ohne weiteres zu gebrauchen.<sup>34</sup> Trotz der Superkonsistenz der Parameterschätzungen in der statischen Regression (11) hat dieser Ansatz den Nachteil, daß die Parameter für eine endliche Anzahl von Beobachtungen beträchtliche Verzerrungen aufweisen, die mit steigender Beobachtungsanzahl nur relativ langsam zurückgehen. Zu diesem Ergebnis kommen Banerjee, Hendry und Smith (1986) im Rahmen einer Monte Carlo Untersuchung. Diese Verzerrungen hängen im wesentlichen von der in Gleichung (11) vernachlässigten Dynamik ab. Um diese Probleme, die auf noch bestehende Autokorrelation in den Residuen von (11) zurückzuführen sind, zu umgehen, empfehlen Banerjee, Hendry und Smith (1986), Stock (1987), Kremers, Ericsson und Dolado (1992) sowie Banerjee, Dolado und Mestre (1998) die Verwendung von dynamischen Spezi-

---

<sup>33</sup> Für eine Zusammenstellung der kritischen Werte und insbesondere bezüglich der adäquaten Behandlung von deterministischen Trends siehe auch Hassler (2001).

<sup>34</sup> In Hassler (2000a) finden sich entsprechende Korrekturen für die t-Werte, so daß wieder die Normalverteilungsapproximation gilt.

fikationen. Es handelt sich dabei um Variationen der Fehlerkorrekturgleichung für  $y_t$ . Unter der Annahme, daß  $X_t$  in dem Sinne exogen ist, daß  $\Delta X_t$  und die Residuen aus der Fehlerkorrekturgleichung für  $\Delta y_t$  für beliebige Zeitpunkte unkorreliert sind, kann in folgender Gleichung, die mit der Methode der Kleinsten Quadrate geschätzt wird, auf Kointegration getestet werden,

$$(12) \quad \Delta y_t = a + \alpha y_{t-1} + \theta' X_{t-1} + \sum_{j=0}^{k_x} a_j' \Delta X_{t-j} + \sum_{j=1}^{k_y} b_j \Delta y_{t-j} + u_t .$$

Hierbei werden  $k_x$  und  $k_y$  so gewählt, daß  $u_t$  empirisch unkorreliert ist. Kointegration bedeutet, daß der Fehlerkorrekturterm in (12), der sich durch Ausklammern von  $\alpha$  als

$$(13) \quad y_{t-1} + \frac{\theta'}{\alpha} X_{t-1} = z_{t-1}$$

ergibt, einen signifikanten stabilen Einfluß auf  $\Delta y_t$  haben muß. Die langfristigen Parameter  $\beta'$  werden dann konsistent durch  $\theta'/\alpha$  geschätzt.

Die Testidee läßt sich auch noch folgendermaßen verdeutlichen. Ist  $\alpha \neq 0$ , so muß die Beziehung in (13) stationär sein, da sonst die Gleichung (12) nicht "ausbalanciert" ist.<sup>35</sup> Andernfalls wäre  $\Delta y_t$  aufgrund der nichtstationären Komponenten auf der rechten Seite von (12) ebenfalls nichtstationär. Dies steht im Widerspruch zu der Annahme, daß  $y_t$  ein I(1)-Prozeß ist. Nichtstationarität auf der rechten Seite von (12) kann nur mit  $\alpha = 0$  einhergehen. Somit ergibt sich folgendes Hypothesenpaar:

$$H_0 : y_t \text{ und } X_t \text{ sind nicht kointegriert, d.h. } \alpha = 0$$

$$H_1 : y_t \text{ und } X_t \text{ sind kointegriert, d.h. } \alpha < 0 .$$

Es wird die t-Statistik von  $\hat{\alpha}$  zum Test herangezogen. Die entsprechenden kritischen Werte finden sich bei Banerjee, Dolado und Mestre (1998). Sie hängen neben der Spezifikation der deterministischen Terme in (12) auch von der Anzahl  $n$  der exogenen I(1)-Variablen ab.<sup>36</sup>

### 7.3 Kointegration in vektorautoregressiven Modellen

Liegt ein Vektor  $Y_t$  von  $m$  I(1)-Variablen vor, dann ist es prinzipiell möglich, daß entweder keine oder eine oder zwei usw. bis maximal  $m-1$  linear unabhängige Kointegrationsbeziehungen vorliegen können. In diesem Fall erweisen sich die Einzelgleichungsansätze als problematisch, ebenso wie, wenn die erklärenden Variablen in den Kointegrationsbeziehungen die geforderte Exogenitätsbedingung nicht erfüllen. Für  $m > 2$  sind die Ergebnisse zudem nicht mehr eindeutig, da jede Linearkombination von Kointegrationsvektoren wieder stationär ist und damit auch einen Kointegrationsvektor darstellt. Für die Bestimmung des

<sup>35</sup> Siehe hierzu z.B. Granger (1997, S. 170) "... ensure that the model being built is properly balanced, that is [that] the main features of the dependent variables are represented somewhere amongst the independent variables."

<sup>36</sup> Für die korrekten kritischen Werte, wenn mindestens eine I(1)-Variable einen Trend aufweist, dieser in (12) aber nicht modelliert wird, siehe Hassler (2000b).

sogenannten Kointegrationsranges  $r$ , d.h. der Anzahl der linear unabhängigen Kointegrationsvektoren, in einem System von  $m$   $I(1)$ -Variablen hat sich der Ansatz von Johansen (1988, 1995a) als zweckmäßig erwiesen.

Ausgangspunkt der Analyse ist eine adäquate statistische Beschreibung der  $m$   $I(1)$ -Variablen  $Y_t$ . Entsprechend dem Ansatz von Sims (1980) wird ein VAR mit endlicher Ordnung  $p$  als angemessen unterstellt, d.h.

$$(14) \quad Y_t = \sum_{j=1}^p A_j Y_{t-j} + D_t + U_t,$$

wobei  $U_t$  ein normalverteilter  $m$ -dimensionaler reiner Zufallsprozeß ist,  $D_t$  die entsprechenden deterministischen Terme erfaßt und  $A_j$ ,  $j=1,2,\dots,p$ ,  $m \times m$  dimensionale Parametermatrizen sind. Die Umparametrisierung in ein Fehlerkorrekturmodell<sup>37</sup> ergibt

$$(15) \quad \Delta Y_t = \Pi Y_{t-1} + \sum_{j=1}^{p-1} \Gamma_j \Delta Y_{t-j} + D_t + U_t \quad \text{mit} \quad \Pi = \sum_{j=1}^p A_j - I \quad \text{und} \quad \Gamma_j = - \sum_{i=j+1}^p A_i.$$

Aufgrund der  $I(1)$ -Annahme für  $Y_t$  sind alle Variablen in (15) mit Ausnahme von  $Y_{t-1}$  stationär. Man erkennt sofort, daß die Gleichung (15) unbalanciert ist, wenn  $\Pi$  den vollen Rang  $m$  besitzt. In diesem Fall würde  $\Pi^{-1}$  existieren und man könnte nach  $Y_{t-1}$  auflösen. Die nichtstationären Variablen  $Y_{t-1}$  würden sich dann als Linearkombinationen von stationären Variablen ergeben, was zu einem Widerspruch führt.

Aus diesem Grund kann  $\Pi$  nicht den vollen Rang  $m$ , sondern nur den reduzierten Rang  $r < m$ , haben. Es gilt dann folgende Zerlegung

$$(16) \quad \begin{matrix} \Pi & = & \alpha & \beta' \\ (m \times m) & & (m \times r) & (r \times m) \end{matrix},$$

wobei alle Matrizen in (16) den Rang  $r$  haben. Somit liefert  $\beta' Y_{t-1}$  die  $r$  stationären Linearkombinationen, die eine balancierte Beziehung in (15) garantieren. Die Matrix  $\alpha$  beschreibt die Anpassung an die  $r$  Langfristbeziehungen  $\beta' Y_{t-1}$ , wobei die Matrix  $\beta$  die  $r$  Kointegrationsvektoren enthält. Allerdings erkennt man sofort, wegen

$$(17) \quad \Pi = \alpha \beta' = \alpha H^{-1} H \beta' = \tilde{\alpha} \tilde{\beta}',$$

wobei  $H$  eine reguläre  $r \times r$  dimensionale Matrix ist, daß die Zerlegung von  $\Pi$  nicht eindeutig ist. Es tritt auch hier das bekannte Identifikationsproblem auf.

Die moving-average Darstellung von (15) führt auf

---

<sup>37</sup> Entsprechend Juselius (1993) beschreiben Fehlerkorrekturmodelle direkt das Anpassungsverhalten von vergangenheitsorientiertem Verhalten. Aber auch Hypothesen über zukünftige Erwartungen sind mit dieser Modellstruktur kompatibel, wenn nichtlineare Parameterrestriktionen berücksichtigt werden.

$$(18) \quad Y_t = Y_0 + C(1) \sum_{i=1}^t (U_i + D_i) + C^*(L)(U_t + D_t),$$

wobei die  $m \times k$  dimensionale Matrix  $C(1)$  den Rang  $k = m - r$  besitzt. Da  $\sum_{i=1}^t U_i$  unabhängige random walks sind, liefert (18) eine Zerlegung der  $I(1)$ -Variablen  $Y_t$  in  $m - r$  unabhängige stochastische Trends und in stationäre Terme. Man sieht also, daß in dem System mit  $r$  Kointegrationsbeziehungen  $m - r$  gemeinsame stochastische  $I(1)$ -Trends vorliegen.<sup>38</sup>

Zur Bestimmung des Kointegrationsranges  $r$  müssen die Eigenwerte von  $\Pi$   $\hat{\lambda}_1 \geq \hat{\lambda}_2 \geq \dots \geq \hat{\lambda}_r \geq \dots \hat{\lambda}_m \geq 0$  berechnet werden. Falls  $\hat{\lambda}_r$  signifikant positiv ist, kann die Nullhypothese von  $r - 1$  Kointegrationsvektoren zugunsten von mindestens  $r$  Kointegrationsvektoren verworfen werden. Die Teststatistik ist die sogenannte Trace Statistik und der Test ein *likelihood ratio test*. Die kritischen Werte hängen von der Spezifikation der deterministischen Terme ab. In Lütkepohl und Saikkonen (2000) sowie Saikkonen und Lütkepohl (2000a) werden die Daten zuerst um die Deterministik bereinigt. Dieser Ansatz läßt sich unmittelbar auf die Modellierung von deterministischen Brüchen in den Daten erweitern wie Saikkonen und Lütkepohl (2000b) gezeigt haben. Für einen Vergleich der Kleinstichprobeneigenschaften von verschiedenen Kointegrationstests in Systemen siehe Hubrich, Lütkepohl und Saikkonen (2001).

## 8. Aktuelle Ansätze zur Modellierung makroökonomischer Beziehungen

Der Einfluß der Zeitreihenanalyse bei der Modellierung ökonomischer Strukturen macht sich vor allem darin bemerkbar, daß zunächst die Stationaritätseigenschaften der einzelnen Variablen mittels Einheitswurzeltests untersucht werden. Dies ist wichtig, da gilt "*the order of integration of a variable is not in general a property of an economic variable but a convenient statistical approximation to distinguish between the short-run, medium-run and long-run variation in the data*" (Juselius, 1999, S. 264 f). Ausgehend von den Überlegungen im LSE-Ansatz und der VAR-Modellierung von Sims (1980) werden dann ökonometrische Modelle als eine vereinfachte Darstellung des unbekanntem datengenerierenden Prozesses angesehen.<sup>39</sup> Hierbei beschränkt man sich auf die wesentlichen Makrovariablen, um eine bestimmte Fragestellung wie z.B. Wirkungsweisen der Geldpolitik oder Erklärung von Löhnen und Preisen zu erfassen. Man geht also zunächst von einer angemessenen statistischen Beschreibung der relevanten Variablen aus. Im Gegensatz zum klassischen Cowles Commission Ansatz, der von ökonomischen Hypothesen in Form identifizierter Strukturgleichungen startet, wird hier mit der unrestringierten reduzierten Form, dargestellt als endlicher VAR (vgl. (14)), die empirische Untersuchung begonnen. Die mit den Daten kongruenten Modelle sollten die wahren rein zufälligen Residuen widerspiegeln. Aus diesem Grund wird die unbekannt Ordnung des VAR-Prozesses nicht nur mit Hilfe von Informationskriterien wie Akaike, Schwarz und Hannan-Quinn<sup>40</sup> festgelegt, sondern es wird auch überprüft, ob die geschätzten Residuen einen mehrdimensionalen normalverteilten reinen Zufallsprozeß abbilden.

<sup>38</sup> Hinsichtlich der Ausnutzung des Kointegrationsansatzes nicht nur zur Erfassung gemeinsamer Trends, sondern auch gemeinsamer Zyklen, siehe z.B. die Übersichtsarbeit von Kugler (1999).

<sup>39</sup> Siehe hierzu und für das folgende insbesondere Favero (2001), Granger (1997), Hendry (1995), Juselius (1993, 1999).

<sup>40</sup> Siehe hierzu z.B. Lütkepohl (1991a).

Danach erfolgt im Sinne des *general-to-specific* Ansatzes durch Einführen von Restriktionen eine Vereinfachung des empirischen Modells. Da makroökonomische Variablen i.a. stochastische Trends aufweisen, spielen die langfristigen Gleichgewichtsbeziehungen eine wichtige Rolle. Diese sind im Sinne dieses Modellierungsansatzes stochastische steady-state Beziehungen. Mittels der Kointegrationsanalyse im zum VAR äquivalenten Vektorfehlerkorrekturmodell (vgl. (15)) kann der Kointegrationsrang  $r$ , d.h. die Anzahl der Langfristbeziehungen, festgelegt werden.<sup>41</sup> Diese stellen aber i.a. Linearkombinationen von ökonomisch relevanten Beziehungen dar. Daher müssen jetzt hieraus die ökonomischen Gleichgewichtsbeziehungen identifiziert werden. Ökonomisch begründete überidentifizierende Restriktionen können entsprechend Johansen und Juselius (1990) durch eine Folge von *likelihood ratio tests* überprüft werden.<sup>42</sup>

Es ist auch durchaus möglich, zu den typischen strukturellen Ansätzen überzugehen, indem man unter Berücksichtigung der Kointegrationsrestriktion (16) die Gleichung (15) mit einer Matrix  $\Gamma_0^*$  multipliziert und somit ein strukturelles Fehlerkorrekturmodell erhält<sup>43</sup>:

$$(19) \quad \Gamma_0^* \Delta Y_t = \alpha^* \beta' Y_{t-1} + \sum_{j=1}^{p-1} \Gamma_j^* \Delta Y_{t-j} + D_t^* + U_t^* .$$

Die Langfristbeziehungen  $\beta' Y_{t-1}$  verändern sich dadurch nicht.

Um zu einfacheren Modellen zu gelangen, werden einerseits der kurzfristigen Dynamik häufig durch Eliminieren von insignifikanten Variablen zusätzliche Restriktionen auferlegt.<sup>44</sup> Andererseits werden Nullrestriktionen in der Matrix der Anpassungskoeffizienten ( $\alpha$  bzw.  $\alpha^*$ ) getestet. Ergibt sich für eine abhängige Variable die Situation, daß sie sich an keine Langfristbeziehung anpaßt, so heißt diese Variable schwach exogen.<sup>45</sup> Diese Situation erlaubt eine weitere Vereinfachung des Modells als sogenanntes konditionales Fehlerkorrekturmodell.<sup>46</sup>

Wegen der häufig bei makroökonomischen Analysen auftretenden Tatsache, daß die zugrundeliegenden Zeitreihen von ihrer Länge her beschränkt sind, kann bei der multivariaten Kointegrationsanalyse das Problem auftreten, daß man in relativ hochdimensionalen Modellen wegen der geringen Anzahl von Freiheitsgraden nicht alle Kointegrationsbeziehungen findet.<sup>47</sup> Hier bietet sich durchaus ein *specific-to-general* Vorgehen an, da für kointegrierte Zeit-

<sup>41</sup> Demgegenüber argumentiert Pesaran (1997), daß die steady-state Lösungen von ökonomischen intertemporalen Optimierungsansätzen benutzt werden sollten, um die Langfristbeziehungen zu identifizieren.

<sup>42</sup> Bei der Identifikation der Langfristbeziehungen tritt der unmittelbare Zusammenhang mit den Identifikationsproblemen bei den strukturellen Modellen vom Cowles Commission Typ auf. Siehe hierzu Hsiao (1997), Wickens (1996) und Wolters (1998a).

<sup>43</sup> Vgl. hierzu z.B. Boswijk (1995).

<sup>44</sup> Für unterschiedlich systematische Ansätze zur Eliminierung von Variablen siehe z.B. Brüggemann und Lütkepohl (2001) einerseits und Krolzig (2001) und Krolzig und Hendry (2001) andererseits.

<sup>45</sup> Zum Begriff der schwachen Exogenität siehe z.B. Ericsson (1992).

<sup>46</sup> Für eine Übersicht siehe z.B. Wolters (1998a).

<sup>47</sup> Bei der Analyse von vier deutschen Geldmarktsätzen unterschiedlicher Fristigkeit finden Wolters und Hassler (1998) in einem drei(vier)dimensionalen System nicht die entsprechend der Erwartungshypothese der Zins-



reihen folgendes gilt. Sind z.B. zwei  $I(1)$ -Variablen kointegriert, dann bleibt diese Eigenschaft erhalten, auch wenn weitere  $I(1)$ -Variablen hinzukommen. Sind umgekehrt die beiden  $I(1)$ -Variablen nicht kointegriert, dann benötigt man weitere  $I(1)$ -Variablen, um gegebenenfalls eine stationäre Linearkombination zu finden. Dieses Vorgehen wird beispielsweise von Lütkepohl und Wolters (2001) im Rahmen eines monetären Systems für Deutschland benutzt. Es werden dort die vier  $I(1)$ -Variablen reale Geldmenge, reales Bruttonettoprodukt, Inflationsrate und langfristiger Zinssatz untersucht. Angesichts unterschiedlicher Deterministik und möglicher Strukturbrüche aufgrund der deutschen Wiedervereinigung wird die Beziehung zwischen der Inflationsrate und dem langfristigen Zinssatz in einem bivariaten System analysiert. Es ergibt sich die Fisherparität als Gleichgewichtsbeziehung. In dem trivariaten System bestehend aus realer Geldmenge, realem Sozialprodukt und Inflationsrate erhält man ebenfalls eine Langfristbeziehung, die im Rahmen einer Geldnachfrageanalyse eine zulässige Transformation von persistenten Variablen in eine stationäre Beziehung liefert.

Ein wichtiger Punkt, den u.a. Juselius (1999) ausführt, ist, daß bei der empirischen Modellierung die Dateneigenschaften, d.h. insbesondere ihre Integrationsgrade, angemessen berücksichtigt werden müssen, um konsistente Modellformulierungen zu erhalten. Dies trifft in hohem Maße für die Inflationsrate zu.<sup>48</sup> Über einen relativ langen Zeitraum z.B. für Deutschland von 1960 bis 1996 erweist sie sich als stationär. Brüggemann und Wolters (1998) formulieren und schätzen daher ein entsprechendes Modell für die Geldmenge M1 auf dieser Basis. Andererseits ergibt sich für den Zeitraum ab 1975 bis 1998, daß die Inflationsrate als  $I(1)$ -Variable aufgefaßt werden sollte. Entsprechende Modellierungen für den monetären Sektor für die Geldmenge M3 finden sich bei Lütkepohl und Wolters (1998, 2001).

Insbesondere bei der empirischen Modellierung einer Phillipskurve<sup>49</sup> spielen die stochastischen Eigenschaften von Inflationsrate und Arbeitslosenrate für die Existenz der in der Theorie postulierten langfristig senkrechten Phillipskurve eine entscheidende Rolle. Wie in Schreiber und Wolters (2002) ausgeführt wird, muß dann die Inflationsrate einen um eins höheren Integrationsgrad als die Arbeitslosenrate aufweisen, d.h. sie müßte bei einer stationären Arbeitslosenrate mindestens  $I(1)$  sein. Empirisch zeigt sich, daß sich für Quartalsdaten im Zeitraum von 1977 bis 2001 beide Variablen wie  $I(1)$ -Prozesse verhalten und daß Kointegration besteht, die eine negative Langfristbeziehung zwischen Inflation und Arbeitslosigkeit impliziert.

Die Auswertung der datenkongruenten, aufgrund von Restriktionen vereinfachten Modelle erfolgt zum einen über das Anpassungsverhalten der endogenen Variablen an die Gleichgewichtsbeziehungen. Man erkennt, welche Variablen bei Störungen der Gleichgewichte in welcher Weise reagieren. Die Auswirkungen von Schocks in einzelnen Gleichungen des Systems auf das gesamte System läßt sich andererseits über Impulsantwortfolgen darstellen.<sup>50</sup> Dabei müssen gegebenenfalls noch identifizierende Restriktionen auf die Varianz-Kovarianz Matrix der Residuen gelegt werden.<sup>51</sup> Für die Konstruktion von Konfidenzintervallen für ein-

---

struktur erwarteten zwei (drei) Kointegrationsbeziehungen. Demgegenüber zeigen alle zweidimensionalen Systeme ganz klare Kointegrationsbeziehungen. Eine ähnliche Situation zeigt sich in Wolters (1998b, c).

<sup>48</sup> Siehe hierzu Hassler und Wolters (1995), die als angemessene statistische Modelle für monatliche Inflationsraten in unterschiedlichen Ländern fraktionale reine Zufallsprozesse finden.

<sup>49</sup> Für neuere Untersuchungen für Deutschland siehe z.B. Franz (2001).

<sup>50</sup> Zum methodischen Vorgehen siehe z.B. Lütkepohl und Breitung (1997).

<sup>51</sup> Siehe für Analysen des Transmissionsprozesses der Geldpolitik z.B. Brüggemann (2001) und Holtemöller (2002).

zelne Impulsantworten auf Basis von dynamischen Modellen mit Nullrestriktionen bieten sich Bootstrap-Verfahren an.<sup>52</sup> Ein Vergleich von unterschiedlichen Bootstrap-Ansätzen bei der Analyse von monetären Systemen für Deutschland findet sich in Benkwitz, Lütkepohl und Wolters (2001).

## 9. Schlußbemerkungen

In der vorliegenden Arbeit wird versucht, die Einflüsse von statistischen Methoden der Zeitreihenanalyse auf ökonometrische Untersuchungen mit Zeitreihendaten aufzuzeigen. Beim traditionellen ökonometrischen Vorgehen entsprechend dem Ansatz der Cowles Commission geht man bei der Modellierung der Verhaltensgleichungen von ökonomisch-theoretischen Hypothesen aus. In den meisten Fällen beziehen sich diese auf langfristige Gleichgewichte. Erwartungen und Anpassungsprozesse werden in den meisten Fällen eher rudimentär erfaßt. Die Modellierung ist im wesentlichen deterministisch.

Demgegenüber hat der Einfluß zeitreihenanalytischer Verfahren die Modellierungsstrategie wesentlich verändert. Es wird zunächst ein statistisches Modell für die ökonomisch relevanten Variablen spezifiziert, das die dynamischen Strukturen des unbekanntem datengenerierenden Prozesses möglichst gut approximiert. Dieses Vorgehen ist auch dadurch begründet, daß die ökonomische Theorie nur in seltenen Fällen Aussagen über das dynamische Verhalten eines Systems macht, sondern eher im Rahmen von Gleichgewichtsbeziehungen argumentiert. Andererseits beschreiben aber die in der empirischen Analyse verwendeten Daten keine Gleichgewichte. Die Identifikation der ökonomischen Strukturen erfolgt dann im Rahmen eines statistisch wohldefinierten Systems.

Insbesondere die neueren Erkenntnisse in der Zeitreihenökonomie über die Modellierung von persistenten Variablen als sogenannte integrierte Prozesse haben die Berücksichtigung der stochastischen Eigenschaften der Variablen bei der Modellierung ökonomischer Beziehungen noch verstärkt. Ein wesentlicher Grundsatz zur Vermeidung statistisch nicht abgesicherter Abhängigkeiten ist, daß Regressionsbeziehungen hinsichtlich des Integrationsgrades der abhängigen und der erklärenden Variablen balanciert sein müssen. Die Modellierung sollte also so umfassend erfolgen, daß nicht a priori Unverträglichkeiten in den stochastischen Eigenschaften der Variablen auf der rechten und linken Seite von Regressionsgleichungen auftreten. Mit dem Instrumentarium der Einheitswurzeltests und der Kointegration stehen Hilfsmittel zur Verfügung, die es erlauben, statistisch balancierte Gleichungen zu spezifizieren und zu schätzen, die auch einer ökonomischen Interpretation zugänglich sind.

---

<sup>52</sup> Siehe z.B. Lütkepohl (2000).

## Literaturverzeichnis

- Amisano, G. und C. Giannini (1997), *Topics in Structural VAR Econometrics*, 2<sup>nd</sup> Edition, Springer Berlin
- Banerjee, A., J. Dolado, J. W. Galbraith und D. F. Hendry (1993), *Co-Integration, Error Correction, and the Econometric Analysis of Non-Stationary Data*. Oxford University Press Oxford
- Banerjee, A., J. J. Dolado und R. Mestre (1998), Error-Correction Mechanism Tests for Cointegration in a Single-Equation Framework, *Journal of Time Series Analysis* 19, 267 – 283
- Banerjee, A., D. F. Hendry und G. W. Smith (1986), Exploring Equilibrium Relationships in Econometrics through Static Models: Some Monte Carlo Evidence, *Oxford Bulletin of Economics and Statistics* 48, 253 – 277
- Benkwitz, A., H. Lütkepohl und J. Wolters (2001), Comparison of Bootstrap Confidence Intervals for Impulse Responses of German Monetary Systems, *Macroeconomic Dynamics* 5, 81 – 100
- Beveridge, W. H. (1921), Weather and Harvest Cycles, *Economic Journal* 31, 429 – 452
- Beveridge, W. H. (1922), Wheat Prices and Rainfall in Western Europe, *Journal of the Royal Statistical Society* 85, 412 – 459
- Boswijk, H. P. (1995), Efficient Inference on Cointegration Parameters in Structural Error Correction Models, *Journal of Econometrics* 69, 133 – 158
- Box, G. E. P. und G. M. Jenkins (1970), *Time Series Analysis, Forecasting and Control*, Holden-Day, San Francisco, 2. Aufl. 1976
- Brüggemann, I. (2001), *Zum geldpolitischen Übertragungsmechanismus in Deutschland. Eine Analyse im strukturellen Vektorfehlerkorrekturmodell*, Shaker Verlag Aachen
- Brüggemann, I. und J. Wolters (1998), Money and Prices in Germany. Empirical Results for 1962 to 1996, in R. Galata und H. Küchenhoff (eds.) *Econometrics in Theory and Practice, Festschrift für Hans Schneeweiß*, Physica-Verlag Heidelberg, 205 – 225
- Brüggemann, R. und H. Lütkepohl (2001), Lag Selection in Subset VAR Models with an Application to a U.S. Monetary System, in R. Friedmann, L. Knüppel und H. Lütkepohl (eds.), *Econometric Studies. A Festschrift in Honour of Joachim Frohn*, LIT Verlag Münster, 107 – 128
- Christiano, L. J., M. Eichenbaum und C. L. Evans (1999), Monetary Policy Shocks: What Have We Learned and to What End?, in B. Taylor und M. Woodford (eds.), *Handbook of Macroeconomics Volume 1A*, Elsevier Amsterdam, 65 – 148
- Cochrane, D. und G. H. Orcutt (1949), Application of Least Squares Regression to Relationships Containing Auto-Correlated Error Terms, *Journal of the American Statistical Association* 44, 32 – 61
- Cooley, T. F. und S. F. LeRoy (1985), Atheoretical Macroeconomics. A Critique, *Journal of Monetary Economics* 16, 283 – 308
- Cooper, R. L. (1972), The Predictive Performance of Quarterly Econometric Models of the United States, in B. G. Hickman (ed.), *Econometric Models of Cyclical Behavior*, New York, 813 – 926
- Cuthbertson, K., S. G. Hall und M. P. Taylor (1992), *Applied Econometric Techniques*. Phillip Allan New York
- Davidson, J. E. H., D. F. Hendry, F. Srba und S. Yoo (1978), Econometric Modelling of the Aggregate Time-Series Relationship between Consumers' Expenditure and Income in the United Kingdom, *Economic Journal* 88, 661 – 692
- Deistler, M. (1999), Geschichte und Perspektiven der Ökonometrie, RWI-Mitteilungen, *Zeitschrift für Wirtschaftsforschung* 50, 109 – 127
- Dickey, D. A. und W. A. Fuller (1979), Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root, *Journal of the American Statistical Association* 74, 427 – 431
- Dickey, D. A. und W. A. Fuller (1981), Likelihood Ratio Statistics for Autoregressive Time Series with a Unit Root, *Econometrica* 49, 1057 – 1072
- Engle, R. F. und C. W. J. Granger (1987), Co-Integration and Error Correction: Representation, Estimation, and Testing, *Econometrica* 55, 251 – 276
- Ericsson, N.R. (1992), Cointegration, Exogeneity, and Policy Analysis, An Overview, *Journal of Policy Modelling* 14, 251 – 280

- Favero, C. A. (2001), *Applied Macroeconometrics*, Oxford University Press
- Franz, W. (2001), Neues von der NAIRU?, *Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik* 221, 256 – 284
- Franz, W., K. Göggelmann und P. Winker (1998), Ein makroökonomisches Ungleichgewichtsmodell für die westdeutsche Volkswirtschaft 1960 bis 1994: Konzeption, Ergebnisse und Erfahrungen, in U. Heilemann und J. Wolters (Hrsg.), *Gesamtwirtschaftliche Modelle in der Bundesrepublik Deutschland: Erfahrungen und Perspektiven*, Duncker & Humblot Berlin, 115 – 165
- Frisch, R. (1933), Propagation Problems and Impulse Problems in Dynamic Economics, in *Economic Essays in Honour of Gustav Cassl*, New Impression, London 1967, 171 – 205
- Fuller, W. A. (1976), *Introduction to Statistical Time Series*, Wiley New York
- Gilbert, Ch. L. (1989), LSE and the British Approach to Time Series Econometrics, in N. de Marchi und Ch. L. Gilbert (eds.), *History and Methodology of Econometrics*, Oxford University Press, 108 – 128
- Granger, C. W. J. (1969), Investigating Causal Relations by Econometric Models and Cross-Spectral Methods, *Econometrica* 37, 424 – 438
- Granger, C. W. J. (1981), Some Properties of Time Series Data and their Use in Econometric Model Specification, *Journal of Econometrics* 16, 121 – 130
- Granger, C. W. J. (1986), Developments in the Study of Cointegrated Economic Variables, *Oxford Bulletin of Economics and Statistics* 48, 213 – 228
- Granger, C. W. J. (1988), Some Recent Developments in a Concept of Causality, *Journal of Econometrics* 39, 199 – 211
- Granger, C. W. J. (1997), On Modelling the Long Run in Applied Economics, *Economic Journal* 107, 169 – 177
- Granger, C. W. J. (1976) und M. J. Morris (1976), Time Series Modelling and Interpretation, *Journal of the Royal Statistical Society, Series A* 139, 246 – 257
- Granger, C. W. J. und P. Newbold (1974), Spurious Regressions in Econometrics, *Journal of Econometrics* 2, 111 – 120
- Granger, C. W. J. und T. Teräsvirta (1993), *Modelling Nonlinear Economic Relationships*, Oxford University Press
- Haavelmo, T. (1944), The Probability Approach in Econometrics, *Econometrica* 12 (supplement), 1 – 118
- Hanau, A. (1927), Die Prognose der Schweinepreise, *Vierteljahreshefte zur Konjunkturforschung*, Sonderheft 2, Berlin
- Harvey, A. C. (1989), *Forecasting, Structural Time Series Models and the Kalman Filter*, Cambridge University Press
- Harvey, A. C. (1997), Trends, Cycles and Autoregressions, *Economic Journal* 107, 192 – 201
- Hassler, U. (1994), Einheitswurzeltests – Ein Überblick, *Allgemeines Statistisches Archiv* 78, 207 – 228
- Hassler, U. (2000a), *Regression trendbehafteter Zeitreihen in der Ökonometrie*, Verlag für Wissenschaft und Forschung Berlin
- Hassler, U. (2000b), Cointegration Testing in Single Error-Correction Equations in the Presence of Linear Time Trends, *Oxford Bulletin of Economics and Statistics* 62, 621 – 632
- Hassler, U. (2001), Leitfaden zum Testen und Schätzen von Kointegration, Diskussionsbeiträge des Fachbereichs Wirtschaftswissenschaft der Freien Universität Berlin Nr. 2001/02. Erscheint in W. Gaab, U. Heilemann und J. Wolters (Hrsg.), *Arbeiten mit ökonomischen Modellen*, Physica-Verlag Heidelberg 2003
- Hassler, U. und J. Wolters (1995), Long Memory in Inflation Rates: International Evidence, *Journal of Business and Economic Statistics* 13, 37 – 45
- Heilemann, U. und J. Wolters (Hrsg.) (1998), *Gesamtwirtschaftliche Modelle in der Bundesrepublik Deutschland: Erfahrungen und Perspektiven*, Duncker & Humblot Berlin
- Hendry, D. F. (1995), *Dynamic Econometrics*, Oxford University Press
- Hendry, D. F. und J. F. Richard (1983), The Econometric Analysis of Economic Time Series, *International Statistical Review* 51, 111 – 163

- Holtemöller, O. (2002), *Vector Autoregressive Analysis and Monetary Policy. Three Essays*, Shaker Verlag Aachen
- Hsiao, C. (1997), Cointegration and Dynamic Simultaneous Equations Model, *Econometrica* 65, 647 – 670
- Hubrich, K., H. Lütkepohl und P. Saikkonen (2001), A Review of Systems Cointegration Tests, *Econometric Reviews* 20, 247 – 318
- Hylleberg, S. und M. Paldam (1991), New Approaches to Empirical Macroeconomics. Editors' Introduction, *Scandinavian Journal of Economics* 93, 121 – 128
- Hylleberg, S., R. F. Engle, C.W. J. Granger und B. S. Yoo (1990), Seasonal Integration and Cointegration, *Journal of Econometrics* 44, 215 – 238
- Jevons, W. S. (1884), *Investigations in Currency and Finance*, Macmillan London
- Johansen, S. (1988), Statistical Analysis of Cointegration Vectors, *Journal of Economic Dynamics and Control* 12, 231 – 254
- Johansen, S. (1995a), *Likelihood-Based Inference in Cointegrated Vector Autoregressive Models*, Oxford University Press
- Johansen, S. (1995b), A Statistical Analysis of Cointegration for I(2) Variables, *Econometric Theory* 11, 25 – 59
- Johansen, S. (1997), Likelihood Analysis of the I(2) Model, *Scandinavian Journal of Statistics* 24, 433 – 462
- Johansen, S. und K. Juselius (1990), Maximum Likelihood Estimation and Inference on Cointegration – with Applications to the Demand for Money, *Oxford Bulletin of Economics and Statistics* 52, 169 – 210
- Juselius, K. (1993), VAR Modelling and Haavelmo's Probability Approach to Macroeconomic Modelling, *Empirical Economics* 18, 595 – 622
- Juselius, K. (1999), Models and Relations in Economics and Econometrics, *Journal of Economic Methodology* 6, 259 – 290
- Kirchgässner, G. (1981), *Einige neuere statistische Verfahren zur Erfassung kausaler Beziehungen zwischen Zeitreihen*, Vandenhoeck und Ruprecht Göttingen
- Kirchgässner, G. (1983), Ökonometrie: Datenanalyse oder Theorieüberprüfung?, *Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik* 198, 511 – 538
- Kirchgässner, G. und M. Savioz (1997), Empirische Forschung in den Wirtschaftswissenschaften: Ein Überblick, *Homo oeconomicus XIV* 209 – 247
- König, H. und J. Wolters (1972), *Einführung in die Spektralanalyse ökonomischer Zeitreihen*, Verlag Anton Hain Meisenheim am Glan
- Koopmans, T. C., H. Rubin und R. B. Leipnik (1950), Measuring the Equation Systems of Dynamic Economics, in T. C. Koopmans (ed.), *Statistical Inference in Dynamic Economic Models*, Cowles Commission Monograph 10, Wiley New York, 393 – 409
- Koyck, L. M. (1954), *Distributed Lags and Investment Analysis*, Amsterdam
- Kremers, J. J. M, N. R. Ericsson und J. F. Dolado (1992), The Power of Cointegration Tests, *Oxford Bulletin of Economics and Statistics* 54, 325 – 348
- Krolzig, H. M. (2001), General-to-Specific Reductions of Vector Autoregressive Processes, in R. Friedmann, L. Knüppel und H. Lütkepohl (eds.), *Econometric Studies. A Festschrift in Honour of Joachim Frohn*, LIT Verlag Münster, 129 – 157
- Krolzig, H. M. und D. F. Hendry (2001), Computer Automation of General-to-Specific Model Selection Procedures, *Journal of Economic Dynamics and Control* 25, 831 – 866
- Kugler, P. (1999), Die Integration von Trend und Konjunktur im Rahmen neuerer ökonometrischer Analysen, in W. Franz, H. Hesse, H. J. Ramser und M. Stadler (Hrsg.), *Trend und Zyklus. Zyklisches Wachstum aus der Sicht moderner Konjunktur- und Wachstumstheorie*, Wirtschaftswissenschaftliches Seminar Ottobeuren 28, Mohr Siebeck Tübingen, 283 – 296
- Lucas, R. E. (1976), Econometric Policy Evaluation: A Critique, in K. Brunner und A. H. Meltzer (eds.), *The Phillips Curve and Labour Market*, North Holland Amsterdam, 19 – 64
- Lütkepohl, H. (1991a), *Introduction to Multiple Time Series Analysis*. Springer Verlag Heidelberg, 2. Aufl. 1993

- Lütkepohl, H. (1991b), Analyse trendbehafteter multipler Zeitreihen, *Allgemeines Statistisches Archiv* 75, 103 – 123
- Lütkepohl, H. (1995), Kointegration und gemeinsame Trends, in K. H. Oppenländer (Hrsg.), *Konjunkturindikatoren*, R. Oldenbourg Verlag München Wien, 144 – 176
- Lütkepohl, H. (2000), Bootstrapping Impulse Responses in VAR Analyses, in J. G. Bethlehem, P. G. M. van der Heijden (eds.), *Proceedings in Computational Statistics 14<sup>th</sup> Symposium held in Utrecht*, The Netherlands, Physica-Verlag Heidelberg, 109 – 119
- Lütkepohl, H. und J. Breitung (1997), Impulse Response Analysis of Vector Autoregressive Processes, in C. Heij, H. Schumacher, B. Hanzon und K. Praagman (eds.), *System Dynamics in Economic and Financial Models*, John Wiley Chichester, 299 – 326
- Lütkepohl, H. und P. Saikkonen (2000), Testing for the Cointegrating Rank of a VAR Process with a Time Trend, *Journal of Econometrics* 95, 177 – 198
- Lütkepohl, H. und J. Wolters (1998), A Money Demand System for German M3, *Empirical Economics* 23, 371 – 386
- Lütkepohl, H. und J. Wolters (2001), The Transmission of German Monetary Policy in the Pre-Euro Period, *Discussion Paper* 87, Sonderforschungsbereich 373 HU Berlin, erscheint in *Macroeconomic Dynamics* (2002)
- Mann, H. B. und A. Wald (1943), On the Statistical Treatment of Linear Stochastic Difference Equations, *Econometrica* 11, 173 – 220
- MacKinnon, J. G. (1991), Critical Values for Co-Integration Tests, in R. F. Engle und C. W. J. Granger (eds.), *Long-Run Economic Relationships*, Oxford University Press, 267 – 276
- Muscattelli, V. A. und S. Hurn (1992), Cointegration and Dynamic Time Series Models, *Journal of Economic Surveys* 6, 1 – 43
- Nerlove, M., D. M. Grether und J. L. Carvalho (1979), *Analysis of Economic Time Series. A Synthesis*, Academic Press New York
- Nelson, C. R. (1972), The Predictive Performance of the FRB-MIT-PENN Model of the U. S. Economy, *American Economic Review* 62, 902 – 917
- Nelson, Ch. R. and Ch. I. Plosser (1982), Trends and Random Walks in Macroeconomic Time Series, *Journal of Monetary Economics* 10, 139 – 162
- Palm, F. (1977), On Univariate Time Series Methods and Simultaneous Equation Econometric Models, *Journal of Econometrics* 5, 379 – 388
- Perron, P. (1988), Trends and Random Walks in Macroeconomic Time Series: Further Evidence from a New Approach, *Journal of Economic Dynamics and Control* 12, 297 – 332
- Pesaran, M. H. (1997), The Role of Economic Theory in Modelling the Long Run, *Economic Journal* 107, 178 – 191
- Pesaran, M. H. und R. Smith (1995), The Role of Theory in Econometrics, *Journal of Econometrics* 67, 61 – 79
- Phillips, P. C. B. (1986), Understanding Spurious Regressions in Econometrics, *Journal of Econometrics* 33, 311 – 340
- Pierce, D. A. (1977), Relationships – and the Lack thereof – between Economic Time Series, with Special Reference to Money and Interest Rates, *Journal of the American Statistical Association* 72, 11 – 22
- Quenouille, M. H. (1957), *The Analysis of Multiple Time-Series*, Hafner Publishing Co New York
- Saikkonen, P. und H. Lütkepohl (2000a), Trend Adjustment Prior to Testing for the Cointegrating Rank of a Vector Autoregressive Process, *Journal of Time Series Analysis* 21, 435 – 456
- Saikkonen, P. und H. Lütkepohl (2000b), Testing for the Cointegrating Rank of a VAR Process with Structural Shifts, *Journal of Business and Economic Statistics* 18, 451 – 464
- Sargan, D. (1964), Wages and Prices in the United Kingdom: A Study in Econometric Methodology, in R. E. Hart, G. Mills und J. K. Whittaker (eds.), *Econometric Analysis for National Economy Planning*, Butterworth London, 25 – 54
- Schreiber, S. und J. Wolters (2002), What's Wrong with the (German) NAIRU?, *Diskussionsbeiträge des Fachbereichs Wirtschaftswissenschaft der Freien Universität Berlin* Nr. 2002/8

- Seddighi, H. R., K. A. Lawler und A. V. Katos (2000), *Econometrics: a Practical Approach*, Routledge London
- Sims, C. A. (1980), Macroeconomics and Reality, *Econometrica* 48, 1 – 48
- Slutzky (1937), The Summation of Random Causes as a Source of Cyclical Processes, *Econometrica* 5, 105 – 146
- Stock, J. H. (1987), Asymptotic Properties of Least-Squares Estimators of Co-Integrating Vectors, *Econometrica* 55, 1035 – 1056
- Stock, J. H. und M. W. Watson (1988), Variable Trends in Economic Time Series, *Journal of Economic Perspectives* 2, 147 – 174
- Summers, L. H. (1991), The Scientific Illusion in Empirical Macroeconomics, *Scandinavian Journal of Economics* 93, 129 – 148
- Teräsvirta, T., D. Tjøstheim und C. W. J. Granger (1994), Aspects of Modelling Nonlinear Time Series, in R. F. Engle und D. L. McFadden (eds.), *Handbook of Econometrics*, Volume IV, Elsevier Amsterdam, 2917 – 2957
- Verbeek, M. (2000), *A Guide to Modern Econometrics*. John Wiley & Sons Chichester
- Wallis, K. F. (1977), Multiple Time Series Analysis and the Final Form of Econometric Models, *Econometrica* 45, 1481 – 1497
- Wickens, M. R. (1996), Interpreting Cointegration Vectors and Common Stochastic Trends, *Journal of Econometrics* 74, 255 – 271
- Wold, H. (1938), *A Study in the Analysis of Stationary Time Series*, Almqvist and Wiksell, Stockholm
- Wolters, J. (1987), Ökonometrische Modelle bei Zeitreihendaten versus multivariate Zeitreihenmodelle – eine Übersicht, *Statistische Hefte* 28, 1 – 25
- Wolters, J. (1990), Methodische Überlegungen zur Analyse ökonometrischer Zeitreihen, in J. Wolters, P. Kuhbier und H. S. Buscher, *Die konjunkturelle Entwicklung in der Bundesrepublik. Ergebnisse von Schätzungen alternativer aggregierter Konjunkturmodelle*, Campus Verlag Frankfurt, 9 – 41
- Wolters, J. (1995), Kointegration und Zinsentwicklung im EWS. Eine Einführung in die Kointegrationsmethodologie und deren Anwendung, *Allgemeines Statistisches Archiv* 79, 146 – 169
- Wolters, J. (1998a), Makroökonomische Modelle und Kointegration, in U. Heilemann und J. Wolters (Hrsg.), *Gesamtwirtschaftliche Modelle in der Bundesrepublik Deutschland: Erfahrungen und Perspektiven*. Duncker & Humblot, Berlin, 181 – 191
- Wolters J. (1998b), Cointegration and German Bond Yields, *Applied Economics Letters* 5, 497 – 502
- Wolters, J. (1998c), Untersuchung der Renditestruktur am deutschen Kapitalmarkt 1970 – 1996, in E. Baltensperger (Hrsg.), *Spekulation, Preisbildung und Volatilität auf Finanz- und Devisenmärkten*, Duncker & Humblot
- Wolters, J. und U. Hassler (1998), Die Zinsstruktur am deutschen Interbanken-Geldmarkt: Eine empirische Analyse für das vereinigte Deutschland, *ifo Studien* 44, 141 – 160
- Yule, G. U., (1926), Why Do We Sometimes Get Nonsense Correlations Between Time Series? A Study in Sampling and the Nature of Time Series, *Journal of the Royal Statistical Society* 89, 1 – 61
- Yule, G. U. (1927), On a Method of Investigating Periodicities in Disturbed Series, with Special Reference to Wolfer's Sunspot Numbers, *Philosophical Transactions of the Royal Society* 226, 267 – 298
- Zellner, A. (1979), Statistical Analysis of Econometric Models, *Journal of the American Statistical Association* 74, 628 – 643
- Zellner, A. und F. C. Palm (1974), Time Series Analysis and Simultaneous Equations Econometric Models, *Journal of Econometrics* 2, 17 – 54