

Hartmann-Wendels, Thomas

**Article**

## Risikoabschläge in der Substanzwertrechnung und Optionspreistheorie

Leasing - Wissenschaft & Praxis

**Provided in Cooperation with:**

Universität zu Köln, Forschungsinstitut für Leasing

*Suggested Citation:* Hartmann-Wendels, Thomas (2005) : Risikoabschläge in der Substanzwertrechnung und Optionspreistheorie, Leasing - Wissenschaft & Praxis, ISSN 1611-4558, Forschungsinstitut für Leasing an der Universität zu Köln, Köln, Vol. 3, Iss. 1, pp. 19-27

This Version is available at:

<https://hdl.handle.net/10419/60283>

**Standard-Nutzungsbedingungen:**

Die Dokumente auf EconStor dürfen zu eigenen wissenschaftlichen Zwecken und zum Privatgebrauch gespeichert und kopiert werden.

Sie dürfen die Dokumente nicht für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, öffentlich zugänglich machen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Sofern die Verfasser die Dokumente unter Open-Content-Lizenzen (insbesondere CC-Lizenzen) zur Verfügung gestellt haben sollten, gelten abweichend von diesen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

**Terms of use:**

*Documents in EconStor may be saved and copied for your personal and scholarly purposes.*

*You are not to copy documents for public or commercial purposes, to exhibit the documents publicly, to make them publicly available on the internet, or to distribute or otherwise use the documents in public.*

*If the documents have been made available under an Open Content Licence (especially Creative Commons Licences), you may exercise further usage rights as specified in the indicated licence.*

# Risikoabschläge in der Substanzwertrechnung und Optionspreistheorie<sup>◇</sup>

Univ.-Prof. Dr. Thomas Hartmann-Wendels<sup>#</sup>

---

<b>Gliederung</b>	<b>Seite</b>
1. Einleitung	20
2. Risikoarten	20
3. Expected Loss	21
4. Grundlagen der Optionspreistheorie	23
5. Bestimmung der Ausfallwahrscheinlichkeit	23
6. Loss Given Default	25
7. Fazit	26
8. Literatur	27

---

<sup>◇</sup> veröffentlicht in: Finanzierung Leasing Factoring (FLF), 2004, Jg. 51, S.215-218.

<sup>#</sup> Direktor des Forschungsinstituts für Leasing an der Universität zu Köln.

## 1. Einleitung

Im Dezember 2003 hat der Bundesverband Deutscher Leasing-Unternehmen (BDL) einen Standard zur Substanzwertrechnung für das Mobilien-Leasing verabschiedet.<sup>1</sup> Die Substanzwertrechnung soll zum einen Kapitalgeber dabei unterstützen, sich ein Bild von der wirtschaftlichen Lage der Leasing-Gesellschaft zu machen, zum anderen kann die Substanzwertrechnung aber auch für interne Steuerungszwecke eingesetzt werden.

Die Substanzwertrechnung ermittelt den heutigen Wert des Leasing-Vertragsbestandes. Im Gegensatz zur bilanziellen Betrachtung beruht dieser Wert aber nicht auf Buchwerten, sondern auf einer Gegenüberstellung der diskontierten künftigen Erträge und Aufwendungen, die aus dem heute kontrahierten Bestand an Leasing-Verträgen zu erwarten sind. Die künftigen Erträge setzen sich im Wesentlichen zusammen aus den Leasing-Raten, soweit diese nicht forfeitert sind, aus Restwertansprüchen sowie aus den so genannten Nachgeschäftserlösen. Als künftige Aufwendungen werden neben den Restbuchwerten u. a. Verwaltungsaufwendungen sowie Risikoabschläge für Ausfallrisiken berücksichtigt.

## 2. Risikoarten

Da die Substanzwertrechnung ein zukunftsbezogenes Rechenwerk ist, sind zahlreiche Aufwands- und Ertragskomponenten mit Unsicherheit behaftet. Als wesentliche Unsicherheitsquellen sind zu nennen:

- Der Leasingnehmer kommt seinen Verpflichtungen aus dem Leasingvertrag nicht nach, die Höhe des Verwertungserlöses ist mit Unsicherheit behaftet (Ausfallrisiko).
- Der Erlös aus der Verwertung offener Restwerte ist ungewiss.

---

<sup>1</sup> Vgl. BDL (2003).

- Der Leasingvertrag beinhaltet Optionsrechte, wie z.B. eine Kaufoption bzw. eine Mietverlängerungsoption des Leasingnehmers oder ein Andienungsrecht des Leasinggebers (Verkaufsoptionsrecht).
- Der Leasingvertrag ist – meist nach Ablauf einer Mindestlaufzeit – durch den Leasingnehmer oder gegebenenfalls durch den Leasinggeber kündbar.
- Ist der Leasingvertrag nicht laufzeitkongruent refinanziert, hat die Höhe des künftigen Zinsniveaus Einfluss auf den Überschuss (Zinsänderungsrisiko).

Die Ungewissheit über künftige Entwicklungen wirft zunächst die Frage auf, wie die künftigen Aufwendungen und Erträge zuverlässig prognostiziert werden können. Darüber hinaus hat die Unsicherheit einen Einfluss auf den heutigen Wert der künftigen Aufwands- und Ertragsgrößen. Grundsätzlich gilt, dass der Diskontierungszinssatz umso höher ist, je größer das Risiko ist. Klärungsbedürftig bleibt dann allerdings noch, durch welche Größe das Risiko gemessen werden kann. Ist ausschließlich die Streuung der Überschüsse des betrachteten Projekts allein maßgeblich, oder muss der stochastische Zusammenhang zu anderen Leasingforderungen oder gar zu einem Marktportefeuille berücksichtigt werden?

### 3. Expected Loss

In dem vom BDL erarbeiteten Standard zur Substanzwertrechnung werden im Wesentlichen nur Bonitätsrisiken, d. h. Ausfallrisiken erfasst. Diese werden gemessen durch die zu erwartenden zukünftigen Ausfälle<sup>2</sup>, d. h. durch den erwarteten Verlust. Der erwartete Verlust bzw. Expected Loss ist das Produkt aus den drei Größen Exposure-at-Default (EAD), Ausfallwahrscheinlichkeit (Probability of Default, PD) und Verlust im Insolvenzfall (Loss Given Default, LGD). Dabei geht man im Allgemeinen von der Annahme aus, dass EAD und LGD konstant oder zumindest stochastisch unabhängig von der Ausfallwahrscheinlichkeit sind.

Das Exposure-at-Default (EAD) bezeichnet den erwarteten ausstehenden Forderungsbetrag im Ausfallzeitpunkt, bei einem Leasing-Geschäft entspricht dies dem

---

<sup>2</sup> Vgl. BDL (2003), S. 34.

Barwert der noch ausstehenden Leasing-Forderungen. Der LGD wird als erwarteter Ausfall pro Einheit EAD gemessen, bei einem Leasing-Geschäft wird der LGD wesentlich durch den Erlös aus der Verwertung des Leasing-Objekts bestimmt. Die Ausfallwahrscheinlichkeit kann sich auf den Eintritt des Ausfallereignisses innerhalb eines Jahres beziehen oder aber auf den Ausfall während der gesamten Vertragslaufzeit. Das Produkt der drei Größen EAD, LGD und PD ergibt den erwarteten Verlust (Expected Loss), der dem Risikoabschlag gemäß dem Vorschlag des BDL zur Substanzwertrechnung entspricht.

Für interne Steuerungszwecke kann es sich als notwendig erweisen, diese Größe durch eine Risikokomponente zu ergänzen, da das Risiko neben dem zu erwartenden Ertrag eine zweite wichtige Steuerungsgröße im Risiko-Controlling darstellt. Als Risikokomponente wird für Ausfallrisiken der unerwartete Verlust (Unexpected Loss) verwendet, der entweder durch die Standardabweichung der möglichen Verluste vom erwarteten Verlust oder aber durch ein Risikomaß wie den Value-at-Risk gemessen wird. Wir wollen im Folgenden die unerwarteten Verluste nicht weiter betrachten.

Zentrale Punkte bei der Schätzung des Expected Loss sind die Schätzung der PD und des LGD. Zur Schätzung der PD kann man sich an internen oder externen Ratings orientieren, zur Schätzung des LGD könnte man – sofern vorhanden – auf Verlustdatenbanken zurückgreifen. Im Folgenden soll mit der Optionspreistheorie ein Instrument zur Schätzung der PD und des LGD vorgestellt werden, das vor allem in der wissenschaftlichen Literatur intensiv diskutiert worden ist.<sup>3</sup>

Neben der Schätzung von Ausfallwahrscheinlichkeit und Verlust im Insolvenzfall kann mit Hilfe der Optionspreistheorie das Risiko auch in die Bewertung mit einbezogen werden. Eine Bewertung des Risikos, z.B. durch die Verwendung eines Risiko-angepassten Zinssatzes, ist im Standardisierungsvorschlag des BDL nicht vorgesehen. Für die Vorteilhaftigkeitsbeurteilung von Leasing-Verträgen ist es dennoch notwendig, Risiken korrekt zu bewerten.

---

<sup>3</sup> Vgl. z.B. Merton (1974); Black/Cox (1976); Longstaff/Schwartz (1995).

#### 4. Grundlagen der Optionspreistheorie

Die Anwendung der Optionspreistheorie auf die Bewertung von Ausfallrisiken basiert auf der Idee, dass Insolvenz dann eintritt, wenn eine zufällige Größe während der Laufzeit des Leasingvertrags eine Schranke unterschreitet. Die zufällige Größe sollte eng mit der wirtschaftlichen Entwicklung bzw. mit der Bonität des Leasingnehmers, die Schranke sollte eng mit der Insolvenzauslösung korreliert sein. Auf dieser Grundidee basiert z. B. das von KMV entwickelte Konzept der Expected Default Frequency: Als zufällige Größe wird der Aktienkurs verwendet, die Schranke, bei deren Unterschreiten der Insolvenzeintritt angenommen wird, wird aus den Verbindlichkeiten des Schuldners gebildet.

Den Verlauf der Zufallsgröße über die Zeit hinweg modellieren wir durch einen stochastischen Prozess und zwar durch eine sogenannte geometrisch Brown'sche Bewegung:

$$dX = \mu_X \cdot X dt + \sigma_X \cdot X dz_X \quad (1)$$

- mit
- $\mu_X$ : Drift des stochastischen Prozesses, d.h. die erwartete stetige Veränderungsrate der Zufallsgrößen  $X$  pro Zeiteinheit;
  - $\sigma_X$ : Standardabweichung der stetigen Veränderung von  $X$  pro Zeiteinheit;
  - $dz_X$ : Inkrement eines Wiener Prozesses mit  $\Delta z_X \sim N(0, \Delta t)$ , d.h.  $\Delta z_X$  ist normalverteilt mit Erwartungswert Null und Standardabweichung  $\Delta t$ .

#### 5. Bestimmung der Ausfallwahrscheinlichkeit

Wir betrachten zunächst nur die Wahrscheinlichkeit, dass  $X$  am Ende der Laufzeit unterhalb der Schranke  $K$  liegt; den Fall, dass  $X$  auch während der Vertragslaufzeit  $K$  unterschreitet, klammern wir vorerst aus. Für die Ausfallwahrscheinlichkeit am Ende der Laufzeit  $T$ ,  $p_D$ , erhalten wir:

$$p_D = N\left(\frac{\log K - \left\{\log X + \left(\mu_X - \frac{1}{2} \cdot \sigma_X^2\right) \cdot T\right\}}{\sigma_X \cdot \sqrt{T}}\right) \quad (2)$$

Der Ausdruck in geschweiften Klammern entspricht dem Erwartungswert für den logarithmierten Wert von  $X$  im Fälligkeitszeitpunkt:

$$\left\{ \log X + \left( \mu_X - \frac{1}{2} \cdot \sigma_X^2 \right) \cdot T \right\} = E[\log X(T)] \quad (3)$$

Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Vertragspartner am Ende der Laufzeit noch solvent ist,  $(1 - p_D)$ , hängt entscheidend davon ab, wie groß der Abstand dieses Erwartungswertes von der Insolvenzschranke  $e$  ist, wobei der Abstand in Einheiten der Standardabweichung gemessen wird:

$$1 - p_D = N \left( \frac{E[\log X(T)] - \log K}{\sigma_X \cdot \sqrt{T}} \right) \quad (4)$$

Der Ausdruck im Zähler von (4) wird im KMV-Modell als *Distance-to-Default* bezeichnet und bildet den Ausgangspunkt für die Bestimmung der empirischen Ausfallwahrscheinlichkeit, der *Expected-Default-Frequency*.

Handelt es sich bei der Größe  $X$  um einen beobachtbaren Marktpreis, z.B. um einen Aktienkurs, so kann mit Hilfe dieses Marktpreises nicht nur die Ausfallwahrscheinlichkeit prognostiziert werden, sondern auch eine Bewertung des Ausfallrisikos vorgenommen werden. Hier zu ist in (2) die Drift  $\mu$  durch den Zinssatz für sichere Anlagen  $r$  zu ersetzen. Die sich dann ergebende Ausfallwahrscheinlichkeit wird auch als risikoneutrale Ausfallwahrscheinlichkeit  $p_D^{RN}$  bezeichnet. Sie beinhaltet neben der „tatsächlichen“ Ausfallwahrscheinlichkeit auch eine Bewertung des Risikos:

$$p_D^{RN} = N \left( \frac{\log K - \left\{ \log X + \left( r - \frac{1}{2} \cdot \sigma_X^2 \right) \cdot T \right\}}{\sigma_X \cdot \sqrt{T}} \right) \quad (5)$$

Ein Vergleich von (5) und (2) zeigt, dass beide Wahrscheinlichkeiten leicht ineinander überführt werden können. Ist  $X$  keine handelbare Größe mit einem beobachtbaren Marktpreis, so kann die reale Ausfallwahrscheinlichkeit (2) in eine risikoneutrale Ausfallwahrscheinlichkeit transformiert werden, indem ein Risikobewertungsfaktor hinzugefügt wird:

$$p_D^{RN} = N\left(N^{-1}(p_D) + \frac{(\mu_X - r) \cdot \sqrt{T}}{\sigma}\right) \quad (6)$$

Der Risikobewertungsfaktor  $\frac{(\mu_X - r) \cdot \sqrt{T}}{\sigma}$  entspricht der erwarteten Überrendite (über den sicheren Zinssatz hinaus) pro Einheit Standardabweichung. Um die erwartete Überrendite zu bestimmen, kann auf ein Marktbewertungsmodell wie z.B. das Capital Asset Pricing Model zurückgegriffen werden, das die Überrendite in Abhängigkeit von der Korrelation mit dem Marktportefeuille bestimmt.

Wird auch die Möglichkeit zugelassen, dass die Insolvenz während der Vertragslaufzeit eintritt, so ist die Formel für die Ausfallwahrscheinlichkeit wesentlich komplizierter. Eine relativ einfache Lösung erhalten wir nur unter der

speziellen Annahme<sup>4</sup>, dass  $\mu_X - \frac{1}{2} \cdot \sigma^2 = 0$  gilt, d.h. der stochastische Prozess der logarithmierten Zufallsvariablen  $d(\log X) = (\mu_X - \frac{1}{2} \cdot \sigma^2)dt + \sigma dW$  eine Drift von Null hat. In diesem Fall beträgt die Wahrscheinlichkeit, dass die Insolvenz während der Laufzeit des Vertrages eintritt, ebenfalls  $p_D$ , so dass die Gesamtwahrscheinlichkeit für einen Ausfall während oder am Ende der Vertragslaufzeit  $\hat{p} = 2 \cdot p_D$  beträgt.

## 6. Loss Given Default

Für den Loss Given Default als zweite Komponente des erwarteten Verlusts können wir im einfachsten Fall einen bestimmten Prozentsatz der noch offenen Restforderung ansetzen. Bei Forderungen aus Leasing-Verträgen wird der Verlust im Wesentlichen durch den Verwertungserlös des Leasing-Objekts bestimmt. Der künftige Wert des Leasing-Objekts  $S$  ist eine unsichere Größe, dessen zufälligen Verlauf wir ebenfalls durch einen stochastischen Prozess modellieren können:

$$dS = \mu_S \cdot S dt + \sigma_S \cdot S dz_S \quad (7)$$

wobei die Größen  $\mu_S$ ,  $\sigma_S$  und  $dz_S$  analog zu (1) definiert sind. Zusätzlich benötigen

---

<sup>4</sup> Vgl. Bohn (1999).



wir die Korrelation  $\rho$  zwischen den beiden Zufallsprozessen  $dz_X$  und  $dz_S$ :  $dz_X \cdot dz_S = \rho dt$ . Damit können wir berücksichtigen, dass die Höhe des Verwertungserlöses von der Bonität des Leasingnehmers abhängen kann. Eine solche Abhängigkeit ist z. B. dann gegeben, wenn die mangelnde Werthaltigkeit des Objekts die Ursache für die schlechte Bonität des Leasingnehmers ist.

Der Verlust im Insolvenzfall setzt sich zusammen aus dem Verlust der restlichen Leasingraten und dem Erlös aus der Verwertung des Leasingobjekts. Sei  $L$  die Leasingrate, so beträgt der Barwert des erwarteten Verlusts aller künftigen Leasingraten, bezogen auf den Insolvenzzeitpunkt  $\hat{\rho}_D \cdot \frac{L}{r}$ . Den Wert des Leasingobjekts im Konkurszeitpunkt bezeichnen wir mit  $S$ . Zusätzlich berücksichtigen wir, dass Verwertungskosten anfallen, deren prozentuale Höhe  $\delta$  beträgt. Damit verbleibt dem Leasinggeber nach Verwertung ein Ertrag in Höhe von  $(1 - \delta) \cdot S$ . Der heutige Wert dieses Erlöses im Insolvenzfall beträgt:

$$\hat{\rho}_S(\sigma_X, \mu_S, \sigma_S, \rho) \cdot (1 - \delta) \cdot \frac{S}{r - \mu_S} \quad (8)$$

Der Ausdruck  $\hat{\rho}(\bullet)$  kann wiederum als eine Wahrscheinlichkeit interpretiert werden.  $\hat{\rho}(\bullet)$  hängt ab von der Standardabweichung der beiden Zufallsgrößen, von den erwarteten Wertminderungen des Objekts und von der Korrelation der beiden Zufallsgrößen. Auf den genauen Inhalt des Ausdrucks soll an dieser Stelle wegen der Komplexität der Formel verzichtet werden<sup>5</sup>. Man kann zeigen, dass der LGD umso höher ist, je größer die Korrelation zwischen der Bonitätsentwicklung und dem Wertverlauf des Leasing-Objekts ist.

## 7. Fazit

Die Optionspreistheorie ist ein geeignetes theoretisches Instrument, um Ausfallrisiken zu modellieren und zu bewerten. Inzwischen steht eine Vielzahl unterschiedlicher Modellvarianten zur Verfügung, die ein breites Spektrum an Anwendungsfällen abdecken. Ein besonderer Vorteil der Optionspreistheorie besteht darin, dass mit ihr zahlreiche Vertragskomponenten, die Optionsrechte beinhalten,

<sup>5</sup> Vgl. Grenadier (1996).

bewertet werden können.<sup>6</sup> Dies betrifft Kauf- und Mietverlängerungsoptionen sowie Andienungs- und Kündigungsrechte

## 8. Literatur

Black, F. / Cox, J. C. ( 1976): Valuing Corporate Securities: Some Effects of Bond Indenture Provisions, in: Journal of Finance, vol. 31, S. 351-367.

Bohn, J. R. (1999): A Survey of Contingent Claims – Approches to Risk y Debt Valuation, Haas School of Business, University of California, Berkeley.

Bundesverband Deutscher Leasing-Unternehmen e.V. (BDL) (2003): Substanzwertrechnung für Mobilien-Leasing-Gesellschaften, Berlin.

Grenadier, S. R. (1996): Leasing and Credit Risk, in: Journal of Financial Economics, vol. 42, S. 333-364.

McConnell, J. J. / Schallheim, J. S. (1983): Valuation of Asset Leasing Contracts, in: Journal of Financial Economics, vol. 29, S. 237-261.

Merton, R. C. (1974): On the Pricing of Corporate Debt: The Risk Structure of Interest Rates, in: Journal of Finance, vol. 29, S. 449-470.

Longstaff, F. / Schwartz, E. (1995): A Simple Approach to Valuing Risky Fixed and Floating Rate Debt, in: Journal of Finance, vol. 50, S. 789-819.

---

<sup>6</sup> Vgl. McConnell/Schallheim (1983).