

Griese, Knut; Kempf, Alexander

Working Paper

Liquiditätsdynamik am deutschen Aktienmarkt

CFR Working Paper, No. 05-12

Provided in Cooperation with:

Centre for Financial Research (CFR), University of Cologne

Suggested Citation: Griese, Knut; Kempf, Alexander (2005) : Liquiditätsdynamik am deutschen Aktienmarkt, CFR Working Paper, No. 05-12, University of Cologne, Centre for Financial Research (CFR), Cologne

This Version is available at:

<https://hdl.handle.net/10419/57724>

Standard-Nutzungsbedingungen:

Die Dokumente auf EconStor dürfen zu eigenen wissenschaftlichen Zwecken und zum Privatgebrauch gespeichert und kopiert werden.

Sie dürfen die Dokumente nicht für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, öffentlich zugänglich machen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Sofern die Verfasser die Dokumente unter Open-Content-Lizenzen (insbesondere CC-Lizenzen) zur Verfügung gestellt haben sollten, gelten abweichend von diesen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

Terms of use:

Documents in EconStor may be saved and copied for your personal and scholarly purposes.

You are not to copy documents for public or commercial purposes, to exhibit the documents publicly, to make them publicly available on the internet, or to distribute or otherwise use the documents in public.

If the documents have been made available under an Open Content Licence (especially Creative Commons Licences), you may exercise further usage rights as specified in the indicated licence.

CFR-WORKING PAPER NO. 05-12

**Liquiditätsdynamik am deutschen
Aktienmarkt**

K. GRIESE • A. KEMPF

centre for financial research
Look deeper

Liquiditätsdynamik am deutschen Aktienmarkt

Knut GRIESE und Alexander KEMPF*

13.10.2005

*Dipl.-Kfm. Knut GRIESE und Prof. Dr. Alexander KEMPF, Universität zu Köln, Seminar für Finanzierungslehre und Centre for Financial Research (CFR), Albertus-Magnus-Platz, 50923 Köln. Wir danken Prof. Dr. Joachim GRAMMIG, Prof. Dr. Olaf KORN, Dipl.-Kfm. Daniel MAYSTON, Dr. Christoph MEMMEL, Prof. Pradeep YADAV, den Teilnehmern der SGF Conference 2005, Zürich, der FMA European Conference 2005, Siena, der EFMA Conference 2005, Mailand, sowie den zwei anonymen Gutachtern für wertvolle Hinweise.

Liquiditätsdynamik am deutschen Aktienmarkt

XETRA-Handel; Orderbuch;

Preiseinflussfunktion; Liquiditätsdynamik;

Transaktionskostenmanagement; optimale Handelsstrategie

13.10.2005

Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit der Liquidität am deutschen Aktienmarkt. Konkret analysieren wir den Preiseinfluss von Transaktionen. Zunächst zeigen wir in einem einfachen dynamischen Optimierungsmodell, wie die optimale Handelsstrategie eines Anlegers von der funktionalen Form der Preiseinflussfunktion abhängt. Anschließend bestimmen wir diese unter Verwendung von Orderbuchdaten aus dem XETRA-Handel. Wir finden, dass die Annahme eines in der Ordergröße linearen Preiseinflusses, wie sie in der Literatur üblicherweise verwendet wird, empirisch nicht zu halten ist. In etwa der Hälfte der Fälle ist die Preiseinflussfunktion konvex, in der anderen Hälfte der Fälle konkav. Die Form der Preiseinflussfunktion ändert sich dabei nicht rein zufällig, sondern lässt sich mit einem VAR(1)-Modell gut prognostizieren. Mit einem linearen Modell ist die Prognosegüte deutlich geringer. Die Ergebnisse unserer Studien implizieren, dass Anleger durch eine Anpassung ihrer Handelsstrategie an die Liquiditätsdynamik einen beträchtlichen Teil der liquiditätsbedingten Transaktionskosten im deutschen Aktienmarkt einsparen können.

In this paper we investigate the price impact at the German Stock Exchange. In a simple dynamic model we show how the optimal trading strategy of an investor crucially depends on the functional form of the price impact function. Furthermore we determine the price impact function from order book data from the XETRA Automated Exchange. We find strong deviations of the price impact function from linearity, with it being convex for about 50% of the cases, and concave for the other 50%. Changes over time in the functional form can be predicted quite accurately by a VAR(1)-model for the parameters of a nonlinear model. In terms of forecast accuracy, a nonlinear model is superior to a linear model. The results imply that investors can reduce price impact costs at the German Stock Exchange by adjusting their trading strategies to the liquidity dynamics.

1 Einleitung

Die Höhe der Transaktionskosten spielt für den Erfolg einer Handelsstrategie eine zentrale Rolle. Hierbei ist nicht nur an die expliziten Transaktionskosten in Form von Gebühren zu denken, sondern vor allem auch an die impliziten Transaktionskosten, die dadurch entstehen, dass ein Anleger durch seine Transaktion den Marktpreis zu seinen Ungunsten verändert. Je weniger liquide ein Wertpapier ist und je größer die Transaktion ist, desto bedeutsamer sind die impliziten Transaktionskosten. Um hohe implizite Transaktionskosten zu vermeiden, platzieren institutionelle Anleger typischerweise nicht einen einzelnen großen Auftrag an der Börse, sondern teilen die gewünschte Handelsmenge in mehrere kleine Aufträge auf. Empirische Evidenz hierfür liefern beispielsweise Chan und Lakonishok (1995) sowie Keim und Madhavan (1995).

In den vergangenen Jahren wurde in der Literatur die Frage diskutiert, in welcher Weise Anleger ihre gewünschte Handelsmenge über die Zeit aufteilen sollten. Die erste theoretische Arbeit hierzu stammt von Bertsimas und Lo (1998), die zeigen, dass eine gleichmäßige Aufteilung der Gesamthandelsmenge auf die verschiedenen Handelszeitpunkte optimal ist. Varianten des Modells wurden von Almgren und Chriss (2000) sowie Huberman und Stanzl (2005) vorgelegt. Diese Modelle basieren alle auf der Annahme, dass der Preiseinfluss eines Auftrages linear mit dessen Größe wächst. Dies wirft zwei Fragen auf: Auf der theoretischen Ebene stellt sich die Frage, wie sich die optimale Handelsstrategie ändert, wenn die Annahme bezüglich der funktionalen Form der Preiseinflussfunktion modifiziert wird. Auf der empirischen Ebene ist die Frage zu klären, welche Form die Preiseinflussfunktion tatsächlich besitzt.

Das vorliegende Papier liefert Antworten auf die beiden aufgeworfenen Fragen: Wir zeigen *theoretisch*, dass sich die optimalen Handelsstrategien bei unterschiedlichen Preiseinflussfunktionen deutlich voneinander unterscheiden. Während eine lineare Preiseinflussfunktion zu einer gleichmäßigen Aufteilung der Handelsmenge auf die verschiedenen Handelszeitpunkte führt, handeln Anleger bei einer konkaven (konvexen) Preiseinflussfunktion verstärkt in früheren (späteren) Zeitpunkten. *Empirisch* finden wir, dass für den deutschen Aktienmarkt die Annahme einer linearen Preiseinflussfunktion nicht zu rechtfertigen

ist. Die Preiseinflussfunktion ist vielmehr in etwa der Hälfte der Zeitpunkte konkav und in der anderen Hälfte der Zeitpunkte konvex. Die Abweichungen von der Linearität sind beträchtlich. Die Form der Funktion wechselt hierbei zufällig, kann aber bis zu einem gewissen Grad prognostiziert werden. Dies impliziert, dass Anleger am deutschen Aktienmarkt – basierend auf ihren Prognosen über die Entwicklung der Preiseinflussfunktion – in verschiedenen Marktphasen unterschiedliche Handelsstrategien wählen sollten, um so die Preiseinflusskosten zu minimieren.

Unsere Arbeit trägt zu drei Literaturreichtungen bei. *Erstens* erweitert sie die oben zitierten theoretischen Modelle zur Orderaufteilung um den Fall eines nichtlinearen Preiseinflusses. *Zweitens* trägt unsere Arbeit zur empirischen Literatur über die funktionale Form des Preiseinflusses bei. Sie unterscheidet sich von den frühen Arbeiten in dieser Literaturreichtung¹ dahingehend, dass unsere Untersuchung auf Daten des Orderbuches aufbaut und nicht auf Transaktionsdaten. Hierdurch vermeiden wir eine potentielle Verzerrung der Ergebnisse, die daraus entsteht, dass Transaktionen primär zu solchen Zeitpunkten vorgenommen werden, in denen der Preiseinfluss relativ gering, d.h. die Liquidität des Marktes relativ hoch ist.² Bisher haben erst wenige Studien die Preiseinflussfunktion unter Verwendung von Orderbuchdaten geschätzt.³ Diese Arbeiten schätzen alle eine durchschnittliche Preiseinflussfunktion, indem sie die über die Zeit aggregierten Orderbücher auswerten. Wir unterscheiden uns von diesen Arbeiten dadurch, dass wir auf die Aggregation verzichten, um so einzelne Orderbücher im Zeitablauf untersuchen zu können. Dies erscheint uns angemessener, da ein Anleger, der über die Platzierung einer Order entscheidet, dies auf Basis des aktuell beobachteten oder prognostizierten Orderbuchs tut und nicht auf Basis eines durchschnittlichen Orderbuchs. Die *dritte* für unsere Arbeit relevante Literaturreichtung beschäftigt sich mit der Dynamik von Wertpapierliquidität.⁴ In diesen Arbeiten wird die Dynamik der Liquidität für eine gegebene Auftragsgröße analysiert. Wir unterschei-

¹Vgl. beispielsweise Algert (1990), Hasbrouck (1991), Madhavan und Smidt (1991), Hausman u. a. (1992), Kempf und Korn (1999), Knez und Ready (1996) sowie Keim und Madhavan (1996).

²Coppejans u. a. (2003) und Gomber u. a. (2004) finden empirische Evidenz dafür, dass Anleger vermehrt handeln, wenn die Liquidität des Marktes hoch ist.

³Vgl. Biais u. a. (1995), Maslov und Mills (2001), Coppejans u. a. (2003) sowie Weber und Rosenow (2003).

⁴Vgl. beispielsweise Huberman und Halka (2001), Coppejans u. a. (2003), Kumar (2003) sowie Giot und Grammig (2005).

den uns von diesen Arbeiten dadurch, dass wir nicht die Dynamik der Liquidität für eine bestimmte – und in gewisser Weise willkürliche – Auftragsgröße untersuchen, sondern die Dynamik der gesamten Preiseinflussfunktion betrachten, einschließlich der Variation ihrer funktionalen Form.

Unsere Arbeit ist wie folgt aufgebaut. In Abschnitt 2 zeigen wir, wie die optimale Handelsstrategie eines Investors von der Form der Preiseinflussfunktion abhängt. In Abschnitt 3 beschreiben wir den Datensatz, den wir zur Schätzung der Preiseinflussfunktion verwenden. Unseren Schätzansatz und die sich daraus ergebenden Ergebnisse erläutern wir in Abschnitt 4. Die Arbeit schließt mit dem Abschnitt 5.

2 Optimale Handelsstrategie

In diesem Abschnitt zeigen wir, wie die optimale Handelsstrategie eines Anlegers von der Form der Preiseinflussfunktion abhängt. Wir betrachten hierzu einen Anleger, der einen Block von Q Aktien über eine Periode von zwei Handelszeitpunkten erwerben möchte.⁵ Mit seiner Transaktion beeinflusst der Anleger den Transaktionspreis. Wie der Erwerb von q_t Aktien in Periode t den Grenzpreis p_t der Aktie beeinflusst, wird durch die Preiseinflussfunktion abgebildet. Wir modellieren die Preiseinflussfunktion als:

$$p_t = \tilde{p}_t + \lambda_1 q_t^{\lambda_2} \tag{1}$$

\tilde{p}_t ist der Preis, der sich ohne die Transaktion einstellen würde (Reservationspreis). Der gesamte Preiseinfluss entspricht also $p_t - \tilde{p}_t$. Er hängt ab von der Auftraggröße q_t und den beiden als konstant unterstellten Liquiditätsparametern λ_1 und λ_2 . Mittels (1) können verschiedene Formen der Preiseinflussfunktion abgebildet werden. Der Preiseinfluss wächst linear mit der Größe des Auftrages für $\lambda_2 = 1$. Bei $\lambda_2 > 1$ ist die Preiseinflussfunktion konvex und bei $\lambda_2 < 1$ konkav. In unserer Modellierung sind die Parameter λ_1 und

⁵Bereits in einem solchen einfachen Zwei-Perioden-Modell zeigen sich die zentralen Ergebnisse. Diese bleiben erhalten, wenn man stattdessen ein T -Perioden-Modell wählt. Dieses lässt sich allerdings nur noch numerisch lösen, weshalb wir hier nur das Zwei-Perioden-Modell präsentieren. Das Verkaufsproblem lässt sich analog zum hier vorgestellten Kaufproblem lösen.

λ_2 und damit die Preiseinflussfunktion exogen. Diese Annahme dient der Vereinfachung der Analyse. In einem reicheren Modell könnte man auch die Preiseinflussfunktion selbst endogen modellieren.⁶ Dies geht über die Zielsetzung der vorliegenden Arbeit hinaus, die sich auf das Individualkalkül eines Anlegers bei gegebener Liquidität konzentriert.

Da eine Marktorder der Größe q_t gegen verschiedene, sich im Preis unterscheidende Limit-orders im Orderbuch ausgeführt wird, betragen die Gesamtkosten für den Erwerb der q_t Aktien:⁷

$$\int_0^{q_t} (\tilde{p}_t + \lambda_1 x^{\lambda_2}) dx = (\tilde{p}_t + \frac{\lambda_1}{\lambda_2 + 1} q_t^{\lambda_2}) q_t \quad (2)$$

Da Anleger ihre Aufträge über die Zeit aufteilen können, müssen wir die Entwicklung des Reservationspreises modellieren. Der Reservationspreis kann sich aufgrund von Transaktionen und aufgrund von neuen öffentlichen Informationen ändern. Wir nehmen an, dass bei einer Transaktion der Anteil α , $1 > \alpha > 0$, des Preiseinflusses ($p_{t-1} - \tilde{p}_{t-1}$) temporär ist und der Anteil $(1 - \alpha)$ permanent ist, d.h. sich im Reservationspreis der nächsten Periode niederschlägt. ε_t ist die öffentliche Information, die sich im Reservationspreis niederschlägt. Wir modellieren die öffentliche Information als weißes Rauschen. Die Dynamik des Reservationspreises ist damit gegeben als:⁸

$$\tilde{p}_t = \tilde{p}_{t-1} + (1 - \alpha)(p_{t-1} - \tilde{p}_{t-1}) + \varepsilon_t \quad (3)$$

Wir unterstellen in Übereinstimmung mit der grundlegenden Arbeit von Bertsimas und

⁶Ein Ansatz, die Auswirkungen des Orderaufteilungsverhaltens auf die gleichgewichtige Preiseinflussfunktion zu analysieren, findet sich in Admati und Pfleiderer (1988). In einem Zwei-Zeitpunkte-Modell (Abschnitt 4, S.25 ff.) charakterisieren sie die von einem Market Maker gestellte Preiseinflussfunktion. Der Market Maker berücksichtigt dabei das optimierende Verhalten der Investoren, die ihre Order aufteilen. Allerdings sind Admati und Pfleiderer (1988) nicht in der Lage, eine Lösung in geschlossener Form für die Preiseinflussfunktion zu bestimmen. Zudem erfolgt dort eine Beschränkung auf die lineare Funktionsform.

⁷Wir unterscheiden uns in dieser Modellierung von Bertsimas und Lo (1998), Almgren und Chriss (2000) und Huberman und Stanzl (2005), die alle unterstellen, dass die gesamte Order der Größe q_t zum Grenzpreis p_t abgerechnet wird. Diese Annahme ist für Market-Maker-Märkte plausibel, aber nicht für einen Orderbuch-Markt wie XETRA, für den wir später unsere empirische Untersuchung durchführen.

⁸Die Annahme (1) bezüglich der Preiseinflussfunktion in Verbindung mit der Reservationspreisdynamik (3) schließt im Fall mit mehr als zwei Handelszeitpunkten die Existenz von Marktmanipulationsstrategien nicht aus, vgl. bspw. Jarrow (1992) und Huberman und Stanzl (2004). Jarrow (1992) zeigt, dass für den betrachteten Zwei-Zeitpunkte-Fall keine Manipulationsmöglichkeiten bestehen.

Lo (1998), dass das Ziel des Anlegers darin besteht, die erwarteten Gesamtkosten $E(C)$ für den Erwerb der Q Aktien zu minimieren

$$\min_{\{q_t\}} E(C), \quad (4)$$

wobei gilt:⁹

$$C = \sum_{t=1}^2 (\tilde{p}_t + \frac{\lambda_1}{\lambda_2 + 1} q_t^{\lambda_2}) q_t \quad (5)$$

Bei der Optimisierung ist als Nebenbedingung zu berücksichtigen, dass sich der Reservationspreis gemäß (3) entwickelt und dass sich die Handelsmengen der beiden Aufträge zur gewünschten Gesamthandelsmenge Q addieren müssen. Das Problem des Anlegers besteht darin, die optimale Handelsstrategie $\{q_t\}$ zu finden, die die erwarteten Handelskosten minimiert. Die Bedingung erster Ordnung hierfür lautet:¹⁰

$$\frac{\delta E(C)}{\delta q_1} = \lambda_1 q_1^{\lambda_2} + (1 - \alpha) \lambda_1 q_1^{\lambda_2 - 1} (\lambda_2 (Q - q_1) - q_1) - \lambda_1 (Q - q_1)^{\lambda_2} = 0 \quad (6)$$

Eine geschlossene Lösung für q_1 erhält man nur für spezielle Werte von λ_2 . Hierzu gehören die Werte $\lambda_2 = 1/2, 1, 2$. Mit diesen Werten lassen sich eine lineare ($\lambda_2 = 1$), eine konkave ($\lambda_2 = 1/2$) und eine konvexe ($\lambda_2 = 2$) Preiseinflussfunktion abbilden.

Bei einer *linearen* Preiseinflussfunktion ($\lambda_2 = 1$) erweist sich eine gleichmäßige Aufteilung des Ordervolumens über die Zeit als optimal:

$$q_1^* = \frac{1}{2} Q \quad (7)$$

Der Anleger handelt in jeder der beiden Perioden genau die Hälfte seines Gesamthandels-

⁹Da in den theoretischen Modellen zur optimalen Orderaufteilung von der Vorstellung ausgegangen wird, dass der Anleger seine Transaktionen nur über einen relativ kurzen Zeitraum verteilen kann, wird darauf verzichtet, die Gegenwartswerte der Kosten zu bestimmen. Wir folgen dieser üblichen Vorgehensweise. Das zentrale Ergebnis, dass sich die Strategie in Abhängigkeit der Form der Preiseinflussfunktion ändert, bleibt hiervon unberührt.

¹⁰Die Herleitungen der Ergebnisse dieses Abschnittes finden sich im Anhang.

volumens.¹¹ Dieses Ergebnis findet sich auch in Bertsimas und Lo (1998). Bei der *konkaven* Preiseinflussfunktion ($\lambda_2 = 1/2$) ergibt sich die optimale Ordergröße für die erste Periode als:

$$q_1^* = \frac{3 - 4\alpha + 3\alpha^2 + 2\sqrt{1 - 2\alpha + 2\alpha^2}}{5 + 9\alpha^2 - 6\alpha}Q \quad (8)$$

Bei der *konvexen* Preiseinflussfunktion ($\lambda_2 = 2$) ergibt sich die optimale Ordergröße in der ersten Periode als:

$$q_1^* = \frac{-2 + \alpha + \sqrt{1 - \alpha + \alpha^2}}{3(\alpha - 1)}Q \quad (9)$$

Abbildung 1 zeigt jeweils für die konkave, lineare und konvexe Preiseinflussfunktion den optimalen Anteil des Handelsvolumens, der in der ersten Periode getätigt wird, in Abhängigkeit des Anteils des temporären Preiseinflusses α . Ein Wert von 0,5 bedeutet in der Grafik, dass der Anleger sein gesamtes Handelsvolumen gleichmäßig auf die beiden Handelszeitpunkte aufteilt. Ein Wert größer (kleiner) als 0,5 bedeutet dementsprechend, dass der Anleger verstärkt im ersten (zweiten) Handelzeitpunkt aktiv wird. Ein Vergleich der optimalen Strategien zeigt, dass eine konkave Preiseinflussfunktion dazu führt, dass der Anleger in der ersten Periode mehr handelt als in der zweiten Periode. Bei einer linearen Preiseinflussfunktion teilt der Anleger sein Handelsvolumen gleichmäßig auf. Bei einer konvexen Preiseinflussfunktion schließlich handelt der Anleger in der zweiten Periode stärker als in der ersten Periode. Die Unterschiede in den Handelsstrategien sind um so stärker ausgeprägt, je größer der permanente Anteil des Preiseinflusses ist. Ist die Preiseinflussfunktion konvex (konkav), so führt eine heutige Transaktion zu einem überproportionalen (unterproportionalen) Anstieg des heutigen Transaktionspreises und damit des erwarteten zukünftigen Reservationspreises. Der Effekt auf den Reservationspreis ist dabei um so stärker, je größer der permanente Anteil des Preiseinflusses ist. Dies erklärt, warum ein Anleger bei einer konvexen (konkaven) Preiseinflussfunktion um so weniger (mehr) in der ersten Periode handelt, je größer der Anteil des permanenten

¹¹Wir ermitteln immer nur die Handelsmenge in der ersten Periode, die Handelsmenge für die zweiten Periode ergibt sich aus der Nebenbedingung, dass sich die beiden Handelsmengen zu Q summieren müssen.

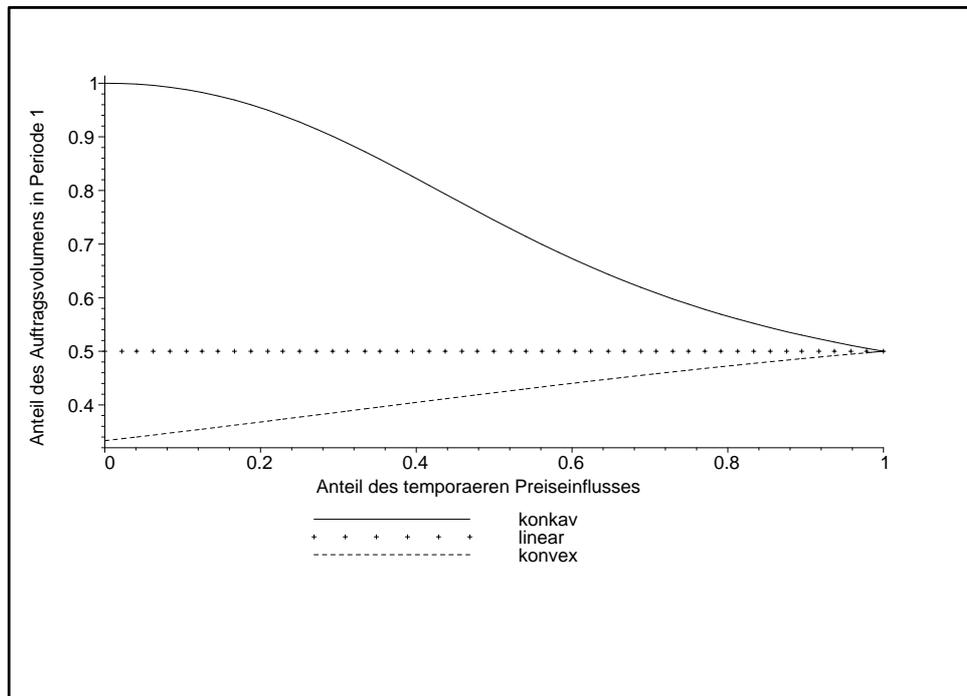


Abbildung 1: Optimaler Anteil des Auftragsvolumens der ersten Periode am gesamten Auftragsvolumen (q_1^*/Q) in Abhängigkeit des Anteils des temporären Preiseinflusses am gesamten Preiseinfluss (α)

Preiseinflusses ist.

Zusammenfassend kann man festhalten, dass die optimalen Handelsstrategien für Anleger zentral von der Form der Preiseinflussfunktion abhängen. Bei einer konkaven Preiseinflussfunktion sollte der Anleger tendenziell früher handeln, während er bei einer konvexen Preiseinflussfunktion sein Handeln verstärkt in die zweite Periode verschieben sollte. Dieses Ergebnis dient als Motivation für die nun folgende empirische Untersuchung. In dieser wollen wir klären, welchen Verlauf die Preiseinflussfunktion am deutschen Aktienmarkt tatsächlich besitzt.

3 Daten

In unserer empirischen Studie verwenden wir Orderbuchdaten aus dem XETRA-Handelssystem. Der Datensatz enthält sämtliche für die Entwicklung des Orderbuches relevanten Informationen, d.h. Einträge, Streichungen, Änderungen und Ausführungen

von Markt- und Limit-Orders. Der Datensatz enthält Informationen für die drei Aktien DaimlerChrysler, Deutsche Telekom and SAP und umfasst insgesamt 1.709.310 Einträge. Aus diesen Informationen wurden die Orderbücher der drei Aktien rekonstruiert. Hierzu standen uns die Orderbücher zu Beginn der Untersuchungsperiode zur Verfügung. Diese Initialorderbücher konnten wir unter Verwendung der Orderinformationen fortschreiben. So konnte für jede Aktie zu jeder Sekunde das gesamte Orderbuch ermittelt werden. Wir haben die Orderbücher des kontinuierlichen Handels mit einer Frequenz von 10 Minuten extrahiert. Pro Aktie erhielten wir so 3315 Orderbücher. Diese Orderbücher bilden die Basis unserer Untersuchung. Die Rohdaten stammen von der Deutschen Börse AG. Die Programme zur Rekonstruktion und Extraktion der Orderbücher wurden uns dankenswerterweise von Joachim Grammig zur Verfügung gestellt.¹²

Der Untersuchungszeitraum umfasst 65 Handelstage (2. August bis 29. Oktober) des Jahres 1999. Während dieser Zeit war XETRA das bezüglich des Umsatzes dominierende Handelssystem in deutschen Standardwerten. Der XETRA-Umsatzanteil für die drei bei uns betrachteten Aktien betrug über 90%.¹³ Ein separates Block-Trading-System existierte nicht.¹⁴ Das gesamte XETRA-Orderbuch war in dieser Zeit für die Marktteilnehmer einsehbar.¹⁵ Deshalb konnten die Marktteilnehmer den Preiseinfluss ihres Auftrages exakt ermitteln, bevor sie ihre Marktorder in das System eingaben.¹⁶

In Tabelle 1 liefern wir einen ersten Eindruck von den Daten. Man erkennt an der Marktkapitalisierung, dass alle drei Aktien unseres Datensatzes zu den hochkapitalisierten Aktien am deutschen Markt zählen. Deutsche Telekom machte in dieser Zeit etwa 16,9% der Marktkapitalisierung des DAX aus, DaimlerChrysler 7,5% und SAP 6,1%.¹⁷ Die Liqui-

¹²Eine ausführliche Beschreibung der Daten und des Handelsmechanismus in XETRA findet sich in Beltran-Lopez u. a. (2003).

¹³Hierin unterscheidet sich unser Datensatz von demjenigen, der in US-Studien verwendet wird. Dort stammen die Daten regelmäßig von Electronic Communication Networks, auf denen nur ein kleiner Teil des Handelsvolumens in US-Aktien abgewickelt wird.

¹⁴Im März 2001 wurde ein solches System unter dem Namen XETRA XXL eingeführt.

¹⁵Hierin unterscheidet sich unser Datensatz von demjenigen, den Biais u. a. (1995) verwendet haben. Dort können die Anleger nur die jeweils fünf besten Quotierungen auf beiden Seiten des Orderbuches einsehen.

¹⁶Seit Oktober 2000 trifft dies nicht mehr zu, da in XETRA auch versteckte Orders eingegeben werden können. Bei diesen sogenannten Eisberg-Orders ist nur ein Teil des Volumens sichtbar. Deshalb kann seither ein Marktteilnehmer den Preiseinfluss seines Auftrages nicht mehr vorab exakt ermitteln.

¹⁷Die Daten spiegeln die Anteile zum 31.12.1999 wider.

	DaimlerChrysler	SAP	Deutsche Telekom
Aktienkurs (in Euro)	70,19	394,63	40,40
Marktkapitalisierung (in Mio Euro)	78.057	63.045	175.837
Geld-Brief-Spanne (in Prozent)	0,1073	0,1854	0,1695
Tagesumsatz (in Mio Euro)	192	125	135

Tabelle 1: Deskriptive Statistiken

ditätskennzahlen wie z.B. die durchschnittliche beste Geld-Brief-Spanne oder der durchschnittliche Tagesumsatz weisen alle drei Aktien als liquide aus, wobei die Liquidität in DaimlerChrysler am größten ist.

4 Empirische Untersuchung

Im Rahmen der empirischen Untersuchung untersuchen wir drei Fragen. Erstens (Absatz 4.1), ist die Preiseinflussfunktion linear in der Ordergröße? Zweitens (Absatz 4.2), wie stark ändert sich die Preiseinflussfunktion im Zeitablauf? Drittens (Absatz 4.3), wie gut kann ein Anleger Änderungen der Preiseinflussfunktion prognostizieren?

4.1 Form der Preiseinflussfunktion

In diesem Abschnitt untersuchen wir, ob die Preiseinflussfunktion in den drei betrachteten Aktien linear ist. Hierzu schätzen wir die Preiseinflussfunktion (1) und prüfen, ob sich der geschätzte Parameter für λ_2 signifikant von Eins unterscheidet. Ein Wert von Eins impliziert eine lineare Preiseinflussfunktion, ein Wert kleiner als Eins eine konkave Funktion und ein Wert größer als Eins eine konvexe Funktion.

Zunächst schätzen wir – wie in der Literatur üblich – die Form der durchschnittlichen Preiseinflussfunktion. Hierzu aggregieren wir für jede Aktie die 3315 Orderbücher, die auf 10-Minuten-Frequenz vorliegen, und schätzen anschließend separat für die Brief- und die Geldseite die Preiseinflussfunktion. Wir verwenden den folgenden Schätzansatz für die Briefseite des Orderbuchs:¹⁸

¹⁸Für die Geldseite lautet der Schätzansatz analog $p_i = \tilde{p} - \lambda_1(-q_i)^{\lambda_2} + v_i$.

$$p_i = \tilde{p} + \lambda_1 q_i^{\lambda_2} + v_i \quad (10)$$

Für die Schätzung verwenden wir den Preiseinfluss (Grenzpreis p_i abzüglich Spannenmittelpunkt \tilde{p}) für verschiedene Ordergrößen q_i . i ist der Index für die Stützstellen der Preiseinflussfunktion. Als maximale Ordergröße wählen wir $q_{max} = 100.000$ Aktien für DaimlerChrysler und Deutsche Telekom, während wir für SAP einen Wert von $q_{max} = 10.000$ wählen. Diese Werte entsprechen etwa 3% des täglichen Umsatzes in den Aktien.¹⁹ Ein Anleger kann bei den gewählten q_{max} in jedem Zeitpunkt die maximale Ordergröße in einer Transaktion abwickeln.²⁰ Wir führen die Schätzung unter Verwendung von zehn äquidistanten Ordergrößen q_i aus.²¹

Wir schätzen aus diesen Daten den Ansatz (10) mittels nicht-linearer Kleinstquadrate. Die Ergebnisse finden sich in Tabelle 2. Man erkennt, dass für alle Aktien der Parameterschätzwert $\hat{\lambda}_1$ signifikant von Null verschieden ist. Für DaimlerChrysler und SAP ist der Parameterschätzwert $\hat{\lambda}_2$ signifikant größer als Eins. Für diese Aktien wird deshalb das lineare Preiseinflussmodell verworfen. Die Preiseinflussfunktion ist konvex. Für Deutsche Telekom kann das lineare Modell dagegen nicht verworfen werden. Die adjustierten R^2 sind alle sehr hoch. Sie sind allesamt höher als diejenigen, die man aus einem linearen Modell erhalten würde.²²

Das Schaubild 2 zeigt die geschätzten Preiseinflussfunktionen für die Briefseite der drei Aktien. Da sich die Aktien in ihrem Kursniveau deutlich unterscheiden, haben wir die Preiseinflüsse vergleichbar gemacht, indem wir sie jeweils auf den Reservationspreis bezogen haben. In der Grafik ist also der relative Preiseinfluss (in Prozent) in Abhängigkeit

¹⁹Im Mittel wurden pro Tag etwa 2,7 Mio DaimlerChrysler-Aktien gehandelt, etwa 0,3 Mio SAP-Aktien und etwa 3,3 Mio Aktien der Deutschen Telekom.

²⁰Die durchschnittlichen quotierten Mengen auf der Briefseite betragen bei DaimlerChrysler 351.300 Aktien, bei SAP 32.500 Aktien und bei Deutsche Telekom 319.100 Aktien. Für die Geldseite betragen diese Werte 347.200 Aktien (DaimlerChrysler), 34.100 Aktien (SAP) und 324.300 Aktien (Deutsche Telekom).

²¹Die Anzahl von zehn Stützstellen führt zu einer sehr hohen Genauigkeit der Schätzung. Eine alternative Schätzung der einzelnen Preiseinflussfunktionen auf Basis von 100 Stützstellen führt zu nahezu identischen Parameterschätzungen. Dies gilt für alle im folgenden präsentierten Resultate.

²²Die entsprechenden R^2 in einem linearen Modell betragen auf der Briefseite für DaimlerChrysler 0,959, für SAP 0,947 und für Deutsche Telekom 0,991, auf der Geldseite 0,985 für DaimlerChrysler, 0,880 für SAP und 0,989 für Deutsche Telekom. Die sonstigen Schätzergebnisse für das auf Linearität restringierte Modell werden hier aus Platzgründen nicht berichtet.

	$\hat{\lambda}_1$	$\hat{\lambda}_2$	\overline{R}^2
Briefseite			
DaimlerChrysler	$3,056 \cdot 10^{-7}$ ***	1,3166 ***	0,988
SAP	$2,684 \cdot 10^{-5}$ ***	1,3542 ***	0,979
Deutsche Telekom	$3,037 \cdot 10^{-6}$ ***	1,0630	0,992
Geldseite			
DaimlerChrysler	$1,929 \cdot 10^{-6}$ ***	1,1601 ***	0,995
SAP	$9,676 \cdot 10^{-7}$ ***	1,7478 ***	0,977
Deutsche Telekom	$2,520 \cdot 10^{-6}$ ***	1,0738	0,992

*** signifikant auf dem 1%-Niveau, ** signifikant auf dem 5%-Niveau, * signifikant auf dem 10%-Niveau

Tabelle 2: Aggregierte Preiseinflussfunktion.

der Handelsmenge berichtet. Diese ist auf den Bereich von Null bis q_{max} eingeschränkt. Es sind auf der Abszisse die Anteile am maximalen Handelsvolumen q_{max} angegeben. Man erkennt in Abbildung 2, dass SAP weniger liquide ist als DaimlerChrysler. Deutsche Telekom ist bei niedrigen Handelsvolumina weniger liquide, dagegen bei großen Aufträgen liquider.

4.2 Stabilität der Form der Preiseinflussfunktion

In diesem Abschnitt untersuchen wir, wie stabil die Form der Preiseinflussfunktion im Zeitablauf ist. Hierzu schätzen wir das Modell (11) für jede Aktie – jetzt aber nicht mehr für das aggregierte Orderbuch, sondern für alle 3315 Orderbücher separat. Der Schätzansatz für die Briefseite des Orderbuchs lautet nun:²³

$$p_{t,i} = \tilde{p}_t + \lambda_{1,t} q_i^{\lambda_{2,t}} + v_{t,i} \quad (11)$$

Tabelle 3 enthält deskriptive Statistiken für den geschätzten Parameter λ_2 , der die Form der Preiseinflussfunktion determiniert. Bei allen Aktien liegt sowohl für die Brief- als auch die Geldseite der Median von λ_2 in der Nähe von Eins. Dies impliziert, dass in etwa der Hälfte der Zeitpunkte die Preiseinflussfunktion konkav ist und in der anderen Hälfte konvex. Die große Schwankungsbreite von λ_2 zeigt, dass die Abweichungen vom linearen

²³Für die Geldseite des Orderbuchs lautet die Schätzfunktion analog $p_{t,i} = \tilde{p}_t - \lambda_{1,t} (-q_i)^{\lambda_{2,t}} + v_{t,i}$

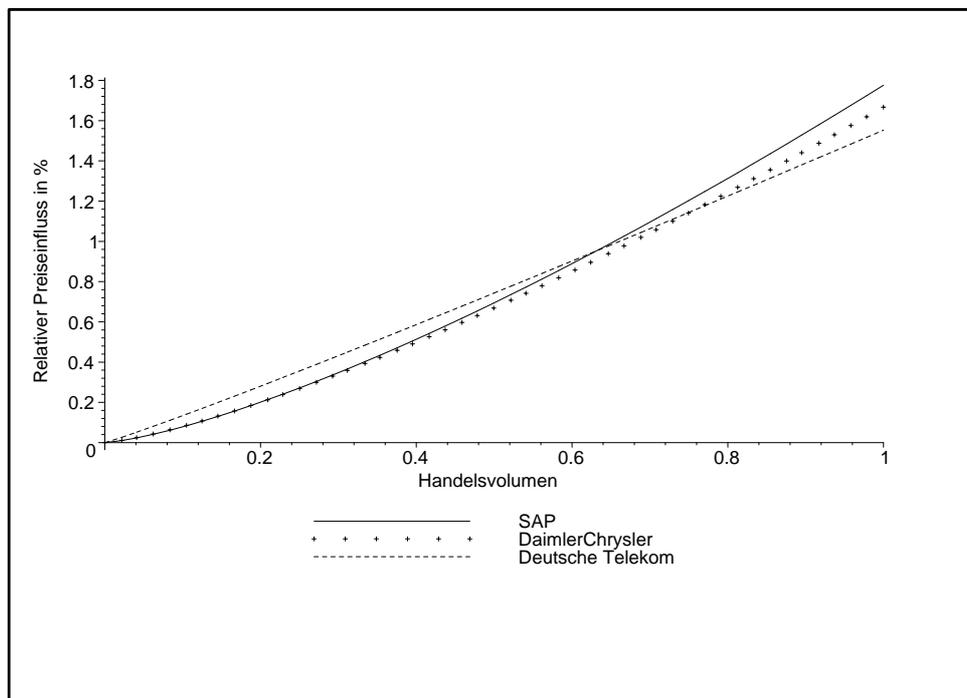


Abbildung 2: Geschätzte Preiseinflussfunktionen

Modell beträchtlich sind.

Um einen ersten Eindruck zu gewinnen, ob die Abweichungen von der Linearität rein zufällig auftreten oder einer Systematik gehorchen, vergleichen wir die unbedingte Wahrscheinlichkeit für das Auftreten einer konvexen (konkaven) Preiseinflussfunktion mit der bedingten Wahrscheinlichkeit für das Auftreten einer konvexen (konkaven) Preiseinflussfunktion, gegeben dass die vorherige Preiseinflussfunktion konvex (konkav) war. Die Ergebnisse finden sich in Tabelle 4.

Man erkennt für jede Aktie einen deutlichen Abstand der bedingten Wahrscheinlichkeiten von den unbedingten Wahrscheinlichkeiten. Die Unterschiede zwischen den bedingten und unbedingten Wahrscheinlichkeiten sind alle auf dem 1%-Niveau signifikant von Null verschieden. Dies impliziert, dass die Form der zukünftigen Preiseinflussfunktion nicht rein zufällig ist, sondern aus der aktuellen Preiseinflussfunktion prognostiziert werden kann. Mit der Prognose der Preiseinflussfunktion beschäftigen wir uns im folgenden Abschnitt.

	Mittelwert	Median	10%-Quantil	90%-Quantil	Standardabweichung
Briefseite					
DaimlerChrysler	1,2523	1,0460	0,6597	2,0100	0,7648
SAP	1,1762	0,9319	0,4890	2,0590	0,9500
Deutsche Telekom	1,0533	0,9713	0,5574	1,6473	0,4648
Geldseite					
DaimlerChrysler	1,1588	1,0797	0,6595	1,7543	0,4569
SAP	1,4738	1,0579	0,5906	2,7266	1,3783
Deutsche Telekom	1,0663	0,9623	0,5477	1,6235	0,6001

Tabelle 3: Deskriptive Statistiken zum Parameterschätzwert $\hat{\lambda}_2$

	$P(\hat{\lambda}_{2,t} > 1)$	$P(\hat{\lambda}_{2,t} > 1 \hat{\lambda}_{2,t-1} > 1)$	$P(\hat{\lambda}_{2,t} < 1)$	$P(\hat{\lambda}_{2,t} < 1 \hat{\lambda}_{2,t-1} < 1)$
Briefseite				
DaimlerChrysler	0,550	0,788	0,450	0,741
SAP	0,451	0,727	0,549	0,776
Deutsche Telekom	0,466	0,712	0,534	0,749
Geldseite				
DaimlerChrysler	0,581	0,819	0,419	0,749
SAP	0,544	0,765	0,456	0,720
Deutsche Telekom	0,453	0,703	0,547	0,754

Tabelle 4: Unbedingte und bedingte Wahrscheinlichkeit für Konvexität

4.3 Prognose der Preiseinflussfunktion

Um die Preiseinflussfunktion (11) zu prognostizieren, müssen die beiden Parameter des Modells λ_1 und λ_2 prognostiziert werden. Hierzu bieten sich zwei Wege an. Zunächst kann man die Dynamik der beiden Parameter jeweils einzeln modellieren. Dieser Ansatz vernachlässigt jedoch die gemeinsame Dynamik der beiden Parameter. Diese wird berücksichtigt, wenn man ein VAR-Modell schätzt.²⁴ Wir verwenden folgendes VAR(1)-Modell:²⁵

$$\begin{pmatrix} \log(\lambda_{1,t}) \\ \lambda_{2,t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} \gamma_{1,1} & \gamma_{1,2} \\ \gamma_{2,1} & \gamma_{2,2} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \log(\lambda_{1,t-1}) \\ \lambda_{2,t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_{1,t} \\ \varepsilon_{2,t} \end{pmatrix} \quad (12)$$

Wir verwenden anstelle der Variablen λ_1 deren logarithmierten Wert, da sich empirisch zeigt, dass die Beziehung zwischen $\log \lambda_{1,t}$ und $\lambda_{2,t}$ nahezu linear ist.²⁶ In (12) kann jede Gleichung mittels Kleinstquadrate einzeln geschätzt werden.²⁷ Dies geschieht separat für die Brief- und Geldseite jeweils unter Verwendung der vorher ermittelten 3315 Paare von λ_1 und λ_2 . Die Ergebnisse des VAR(1)-Modells finden sich in Tabelle 5.²⁸ Die Parameter für die Variablen sind in allen Fällen auf dem 1%-Niveau signifikant von Null verschieden.²⁹

Um die Prognosegüte des VAR(1)-Modells zu überprüfen, teilen wir den Untersuchungszeitraum in zwei Teilperioden auf. Wir schätzen das VAR(1)-Modell unter Verwendung der Daten der ersten Teilperiode (35 Tage). Anschließend verwenden wir die geschätzten Parameterwerte zur Prognose in der zweiten Teilperiode (30 Tage). Die aus der ersten Teilperiode geschätzten Parameterwerte sind von ihrem Niveau her vergleichbar mit den-

²⁴Ein solches VAR-Modell wurde von Diebold und Li (2003) angewandt, um die Zinsstrukturkurve mittels der drei Faktoren von Nelson und Siegel (1987) zu prognostizieren.

²⁵Die Anzahl der Verzögerungen im VAR-Modell haben wir anhand der multivariaten Verallgemeinerung des Schwartz-Informationskriteriums festgelegt. Vgl. beispielsweise Enders (1995), S. 315. In allen betrachteten Fällen erwies sich eine verzögerte Variable als optimal.

²⁶Ein Modell unter Verwendung der nicht-transformierten Variablen besitzt eine weit schlechtere Prognosegüte.

²⁷Vgl. beispielsweise Hamilton (1994), S. 294.

²⁸Die Stabilität des Modells verlangt, dass die Wurzeln des Polynoms $(1 - \gamma_{11}L)(1 - \gamma_{22}L) - (\gamma_{12}\gamma_{21}L^2)$ außerhalb des Einheitskreises liegen. Vgl. beispielsweise Enders (1995), S. 297 ff. Man kann überprüfen, dass diese Bedingung für alle Aktien erfüllt ist.

²⁹Wir haben in zusätzlichen Regressionen Dummies berücksichtigt, mit deren Hilfe wir den Einfluss von Tageszeiteffekten eliminieren. Hierdurch ändern sich weder die Größen noch die Signifikanzen der autoregressiven Parameter in nennenswerter Weise. Dies gilt für alle folgenden Untersuchungen. Wir berichten deshalb im folgenden nur die Resultate des sparsamer parametrisierten Modells ohne Dummies.

		\hat{c}	$\hat{\gamma}_{i,1}$	$\hat{\gamma}_{i,2}$	R^2
Briefseite					
DaimlerChrysler	$\log \lambda_1$	-2,8476***	-1,9549***	-12,5400***	0,4730
	λ_2	0,5703***	0,5675***	3,3882***	0,4974
SAP	$\log \lambda_1$	-0,6843***	-1,1337***	-6,7207***	0,3972
	λ_2	0,1962***	0,4956***	2,5272***	0,4329
Deutsche Telekom	$\log \lambda_1$	-3,4590***	-1,0140***	-7,3060***	0,2917
	λ_2	0,6800***	0,3679***	2,2868***	0,3360
Geldseite					
DaimlerChrysler	$\log \lambda_1$	-2,3929***	-0,9099***	-7,4524***	0,4359
	λ_2	0,4775***	0,3544***	2,3528***	0,4728
SAP	$\log \lambda_1$	-0,4810***	-2,2031***	-10,7998***	0,4124
	λ_2	0,1499***	0,7619***	3,5427***	0,4371
Deutsche Telekom	$\log \lambda_1$	-3,9996***	-1,4213***	-9,0285***	0,2252
	λ_2	0,7877***	0,4464***	2,6155***	0,2583

*** signifikant auf dem 1%-Niveau, ** signifikant auf dem 5%-Niveau, * signifikant auf dem 10%-Niveau

Tabelle 5: Schätzung des VAR(1)-Modells für den gesamten Untersuchungszeitraum

jenigen der Gesamtperiode und fast ausnahmslos auf dem 1%-Niveau signifikant von Null verschieden.³⁰

Zunächst prognostizieren wir die Parameter $\log \lambda_1$ und λ_2 in der zweiten Teilperiode. Um die Güte der Prognose zu beurteilen, ermitteln wir das out-of-sample R^2 für die zweite Teilperiode. Die Ergebnisse finden sich in Tabelle 6. Man erkennt, dass das VAR(1)-Modell auch außerhalb der Stichprobe eine erhebliche Erklärungsgüte besitzt. Außer für SAP liegen die R^2 in derselben Größenordnung wie diejenigen, die innerhalb der Stichprobe ermittelt wurden.

Im nächsten Schritt ermitteln wir den Prognosefehler des Modells bezüglich des Preiseinflusses. Der Prognosefehler $\hat{v}_{t,i}$ ergibt sich als die Abweichung zwischen dem tatsächlichen Preiseinfluss, $p_{t,i} - \tilde{p}_t$, und dem prognostizierten Preiseinfluss, $\hat{\lambda}_{1,t} \cdot q_i^{\hat{\lambda}_{2,t}}$, im Zeitpunkt t bei einer Order der Größe i .

In Tabelle 7 berichten wir zunächst den durchschnittlichen quadrierten Prognosefehler des nicht-linearen Modells für die verschiedenen Aktien. Wir betrachten quadrierte Prognosefehler, um zu verhindern, dass sich zu verschiedenen Zeitpunkten auftretende

³⁰Aus Platzgründen verzichten wir auf eine Darstellung der einzelnen Werte.

		R^2 out of sample
Briefseite		
DaimlerChrysler	$\log \lambda_1$	0,4026
	λ_2	0,4311
SAP	$\log \lambda_1$	0,1991
	λ_2	0,2191
Deutsche Telekom	$\log \lambda_1$	0,2547
	λ_2	0,3008
Geldseite		
DaimlerChrysler	$\log \lambda_1$	0,4831
	λ_2	0,5220
SAP	$\log \lambda_1$	0,2191
	λ_2	0,2664
Deutsche Telekom	$\log \lambda_1$	0,2244
	λ_2	0,2481

Tabelle 6: Prognosegüte des VAR(1)-Modells in der zweiten Teiperiode

Überschätzungen und Unterschätzungen des Preiseinflusses ausgleichen. Daneben berichten wir die quadrierten Prognosefehler des linearen Modells und die Differenzen zwischen den quadrierten Prognosefehlern der beiden Modelle.³¹ Zur Interpretation der Werte in Tabelle 7 betrachten wir beispielhaft die quadrierten Prognosefehler für DaimlerChrysler bei einer Ordergröße q_i mit $i = 3$ auf der Briefseite. Dies entspricht einer Ordergröße von 30.000 Aktien. Bei dieser Ordergröße beträgt der mittlere Prognosefehler des nicht-linearen-Modells 12,1 Cent ($= \sqrt{0,0146}$) pro Aktie. Im linearen Modell beträgt der mittlere Prognosefehler dagegen 15,3 Cent.

Um zu überprüfen, ob sich die Prognosegüten der Modelle voneinander unterscheiden, untersuchen wir die Differenzen der mittleren quadratischen Prognosefehler unter Verwendung des Testes von Diebold und Mariano (2002) daraufhin, ob sie sich signifikant von Null unterscheiden.³² Die t-Statistik von Diebold und Mariano (2002) für die Ein-

³¹Im Falle des linearen Modells wird die Dynamik des Steigungsparameters durch ein AR-Modell beschrieben. Die Anzahl der verzögerten Variablen im Modell haben wir anhand des Informationskriteriums von Schwartz bestimmt. In allen betrachteten Fällen erwies sich eine verzögerte Variable als optimal. Die Ergebnisse der Parameterschätzungen des linearen Modells in Entsprechung zu den Tabellen zwei bis sieben sind auf Anfrage von den Autoren erhältlich.

³²Dieser Test wurde in anderem Zusammenhang beispielsweise schon von Goyal und Welch (2004) angewendet. Dieser Test hat gegenüber einem Standard-F-Test auf unterschiedliche Prognosefehlervarianz den Vorteil, dass er auch bei nicht-normalverteilten, seriell und kontemporär korrelierten Prognosefehlern

Perioden-Prognose lautet allgemein:

$$DM_i = \sqrt{T-1} \frac{\bar{d}_i}{\widehat{std}(\bar{d}_i)} \quad (13)$$

$$\bar{d}_i = \frac{1}{T-R} \sum_{t=R+1}^T d_{t,i} \quad (14)$$

$$d_{t,i} = L(\widehat{v}_{nicht-linear,t,i}) - L(\widehat{v}_{linear,t,i}) \quad (15)$$

T bezeichnet die Gesamtzahl der Beobachtungen und R die Anzahl der Beobachtungen, die zur Schätzung der Parameter verwendet wurden. $L(\widehat{v}_{nicht-linear,t,i})$ ist eine Funktion des Prognosefehlers des nicht-linearen Modells im Zeitpunkt t für die Ordergröße i . Entsprechend gibt $L(\widehat{v}_{linear,t,i})$ eine Funktion an, die den Prognosefehler des linearen Modells im Zeitpunkt t erfasst. In unserer Anwendung spezifizieren wir die Funktionen als quadratische Funktionen:

$$L(\widehat{v}_{nicht-linear,t,i}) = \widehat{v}_{nicht-linear,t,i}^2 \quad (16)$$

$$L(\widehat{v}_{linear,t,i}) = \widehat{v}_{linear,t,i}^2 \quad (17)$$

Die Nullhypothese lautet, dass die beiden Modelle dieselbe Prognosequalität besitzen, d.h. zum selben quadratischen Prognosefehler führen. Unter der Null-Hypothese ist die Test-Statistik von Diebold und Mariano (2002) asymptotisch standardnormalverteilt, wenn man Modelle gegeneinander testet, von denen das eine Modell kein Spezialfall des anderen Modells ist. Dies trifft bei uns nicht zu, da das lineare Modell ein Spezialfall des nicht-linearen Modells ist. Deshalb ist die Test-Statistik in unserem Fall nicht standardnormalverteilt und wir müssen die korrigierten kritischen Werte von McCracken (1999), Tabelle 3, verwenden.³³ Zur Bestimmung der Signifikanzen wurden die Standardabweichungen verwendet.

³³McCracken (1999) berichtet kritische Werte lediglich für das 90%, 95% und 99%-Perzentil, so dass

	DaimlerChrysler			SAP			Deutsche Telekom		
	nicht-linear	linear	Differenz	nicht-linear	linear	Differenz	nicht-linear	linear	Differenz
Briefseite									
$i = 1$	0,0059	0,0048	0,0010**	0,2809	0,2319	0,0490**	0,0034	0,0032	0,0003*
$i = 2$	0,0102	0,0127	-0,0025**	0,4086	0,4409	-0,0323	0,0063	0,0069	-0,0005*
$i = 3$	0,0146	0,0236	-0,0090**	0,4847	0,7351	-0,2504**	0,0096	0,0113	-0,0017**
$i = 4$	0,0216	0,0350	-0,0135**	0,5975	1,1751	-0,5775**	0,0130	0,0156	-0,0027**
$i = 5$	0,0318	0,0462	-0,0144**	0,8068	1,7453	-0,9385**	0,0177	0,0201	-0,0024**
$i = 6$	0,0425	0,0567	-0,0142**	1,1511	2,2207	-1,0696**	0,0238	0,0256	-0,0018*
$i = 7$	0,0507	0,0599	-0,0092**	2,1153	2,8379	-0,7226**	0,0359	0,0359	-0,0001
$i = 8$	0,0770	0,0776	-0,0007	4,0751	4,5144	-0,4392**	0,0502	0,0499	0,0004
$i = 9$	0,1382	0,1408	-0,0025	6,7439	6,4105	0,3334	0,0790	0,0793	-0,0003
$i = 10$	0,2065	0,2316	-0,0252**	15,4292	14,6008	0,8284	0,1339	0,1446	-0,0107**
			-0,0900 **			-2,8195 *			-0.0196 **
Geldseite									
$i = 1$	0.0062	0.0057	0.0005 *	0.3204	0.2583	0.0621	0.0027	0.0025	0.0002*
$i = 2$	0.0106	0.0164	-0.0057 **	0.4932	0.7623	-0.2691 *	0.0040	0.0050	-0.0010**
$i = 3$	0.0164	0.0285	-0.0121 **	0.7085	1.5450	-0.8366 **	0.0056	0.0085	-0.0029**
$i = 4$	0.0255	0.0400	-0.0145 **	0.9555	2.4973	-1.5419 **	0.0080	0.0127	-0.0047**
$i = 5$	0.0337	0.0485	-0.0147 **	1.2452	3.6749	-2.4297 **	0.0131	0.0182	-0.0051**
$i = 6$	0.0449	0.0542	-0.0093 **	2.3525	5.2135	-2.8610 **	0.0193	0.0243	-0.0050*
$i = 7$	0.0641	0.0649	-0.0008	4.4210	7.1797	-2.7587 **	0.0279	0.0319	-0.0040*
$i = 8$	0.0922	0.0873	0.0050 **	9.5972	11.0144	-1.4172 **	0.0390	0.0398	-0.0008
$i = 9$	0.1292	0.1341	-0.0049 *	15.6927	16.0825	-0.3898	0.0596	0.0575	0.0021
$i = 10$	0.1794	0.2243	-0.0449 **	33.1574	34.1745	-1.0171	0.0842	0.0863	-0.0020
			-0,1014**			-13.4590**			-0.0232*

** signifikant auf dem 2%-Niveau, * signifikant auf dem 10%-Niveau

Tabelle 7: Vergleich der mittleren quadrierten Prognosefehler in der zweiten Teilperiode
 chungen mittels des Prozedur von Newey und West (1987) berechnet, um für Einflüsse
 von Heteroskedastizität und Autokorrelation zu korrigieren.

In der Tabelle 7 erkennt man, dass das nicht-lineare Modell außer bei kleinen Ordergrößen
 überwiegend einen geringeren mittleren quadrierten Prognosefehler liefert. Auf der Brief-
 seite sind die Unterschiede in 19 von 30 Fällen signifikant von Null verschieden zugunsten
 des nicht-linearen Modells. Lediglich für die geringste Ordergröße ist jeweils das lineare
 Modell statistisch signifikant überlegen. Auf der Geldseite sind die Unterschiede in 20 von
 30 Fällen signifikant von Null verschieden zugunsten des nicht-linearen Modells, in drei
 Fällen zugunsten des linearen Modells.

Die bisherigen Analysen deuten für die meisten Ordergrößen auf eine Überlegenheit des
 wir in unseren beidseitigen Tests Signifikanz auf dem 10% bzw. 2% Niveau überprüfen.

nicht-linearen Modells hin. Im letzten Schritt untersuchen wir nun noch, ob wir eine generelle, d.h. nicht von der Ordergröße abhängige, Aussage über den Unterschied in der Prognosegüte der beiden Modelle treffen können. Hierzu aggregieren wir die Prognosefehler für die verschiedenen Ordergrößen und wenden erneut den Test von Diebold und Mariano (2002) an. Wir spezifizieren die Verlustfunktion somit als die Summe der quadrierten Prognosefehler bei verschiedenen Ordergrößen i :

$$L(\widehat{\nu}_{l,t}) = \sum_{i=1}^{10} \widehat{\nu}_{l,t,i}^2 \quad (18)$$

Die letzte Zeile in Tabelle (7) zeigt, dass das nicht-lineare Modell dem linearen Modell für alle drei Aktien sowohl für die Brief- als auch die Geldseite in der Prognosequalität signifikant überlegen ist. Ein Anleger sollte zur Prognose der Preiseinflussfunktion also ein nicht-lineares Modell verwenden. Lediglich wenn er sich ausschließlich für kleine Auftraggrößen interessiert, kommt ein lineares Modell in Betracht.

5 Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit haben wir die funktionale Form der Preiseinflussfunktion und ihre Implikationen für optimale Handelsstrategien untersucht. Zunächst haben wir in einem einfachen theoretischen Modell gezeigt, welchen großen Einfluss die Form der Preiseinflussfunktion auf die optimale Handelsstrategie besitzt.

Im empirischen Teil der Arbeit haben wir unter Verwendung von Orderbuchdaten des deutschen Aktienmarktes gezeigt, dass die Preiseinflussfunktion in Deutschland nicht linear ist. Vielmehr ist die Preiseinflussfunktion in etwa der Hälfte der Fälle konkav und in dem Rest der Fälle konvex. Die Abweichungen der Preiseinflussfunktion vom linearen Verlauf sind beträchtlich. Obwohl sich konvexe und konkave Preiseinflussfunktionen im Zeitablauf abwechseln, lässt sich die Preiseinflussfunktion doch gut prognostizieren. Mit einem nicht-linearen Modell erzielt man hierbei deutlich bessere Ergebnisse als mit einem linearen Modell. Die Ergebnisse weisen dabei eine hohe Stabilität hinsichtlich der

betrachteten Aktien und der betrachteten Marktseite auf.

Die zentrale Schlussfolgerung unserer empirischen Studie lautet somit: Die Wertpapierliquidität am deutschen Aktienmarkt variiert stark im Zeitablauf. Da die Entwicklung der Liquidität bis zu einem gewissen Grad prognostizierbar ist, sollten Anleger ihre Handelsstrategie an den Liquiditätsprozess anpassen. Den richtigen Zeitpunkt für eine Transaktion zu finden, ist wesentlicher Bestandteil eines erfolgreichen Transaktionskostenmanagements.

6 Anhang

Die Preiseinflussfunktion ist gegeben als:

$$p_t = \tilde{p}_t + \lambda_1 q_t^{\lambda_2} \quad (19)$$

Der Reservationspreis entwickelt sich gemäß:

$$\tilde{p}_t = \alpha \tilde{p}_{t-1} + (1 - \alpha) p_{t-1} + \varepsilon_t \quad (20)$$

In $t = 2$ ist das Handelsvolumen durch die Nebenbedingung bestimmt, dass der Anleger nach seiner Transaktion in $t = 2$ die Gesamtmenge Q gehandelt haben muss:

$$q_2 = Q - q_1 \quad (21)$$

Die Wertfunktion in $t = 2$ lautet

$$V_2(\tilde{p}_2, (Q - q_1)) = \int_0^{Q - q_1} (\tilde{p}_2 + \lambda_1 x^{\lambda_2}) dx = (\tilde{p}_2 + \frac{\lambda_1}{\lambda_2 + 1} (Q - q_1)^{\lambda_2}) (Q - q_1) \quad (22)$$

und die Wertfunktion in $t = 1$ ist gegeben als:

$$V_1(\tilde{p}_1, Q) = \min_{q_1} E[\int_0^{q_1} (\tilde{p}_1 + \lambda_1 x^{\lambda_2}) dx + V_2(\tilde{p}_2, (Q - q_1))] \quad (23)$$

Die erwarteten Kosten betragen:

$$\begin{aligned} E(C) &= E[\int_0^{q_1} (\tilde{p}_1 + \lambda_1 x^{\lambda_2}) dx + V_2(\tilde{p}_2, (Q - q_1))] \\ &= E[(\tilde{p}_1 + \frac{\lambda_1}{\lambda_2 + 1} q_1^{\lambda_2}) q_1 + (\alpha \tilde{p}_1 + (1 - \alpha) p_1 + \varepsilon_2 + \frac{\lambda_1}{\lambda_2 + 1} (Q - q_1)^{\lambda_2}) (Q - q_1)] \\ &= E[(\tilde{p}_1 + \frac{\lambda_1}{\lambda_2 + 1} q_1^{\lambda_2}) q_1 + (\tilde{p}_1 + (1 - \alpha) \lambda_1 q_1^{\lambda_2} + \varepsilon_2 + \frac{\lambda_1}{\lambda_2 + 1} (Q - q_1)^{\lambda_2}) (Q - q_1)] \end{aligned} \quad (24)$$

$$= (\tilde{p}_1 + \frac{\lambda_1}{\lambda_2 + 1} q_1^{\lambda_2}) q_1 + (\tilde{p}_1 + (1 - \alpha) \lambda_1 q_1^{\lambda_2} + \frac{\lambda_1}{\lambda_2 + 1} (Q - q_1)^{\lambda_2}) (Q - q_1)$$

Die Optimalitätsbedingung erster Ordnung lautet

$$\frac{\delta E(C)}{\delta q_1} = \lambda_1 q_1^{\lambda_2} + (1 - \alpha) \lambda_1 q_1^{\lambda_2 - 1} (\lambda_2 Q - (\lambda_2 + 1) q_1) - \lambda_1 (Q - q_1)^{\lambda_2} = 0 \quad (25)$$

bzw. nach Umformung:

$$\frac{\delta E(C)}{\delta q_1} = (1 - (1 - \alpha)(1 + \lambda_2)) \lambda_1 q_1^{\lambda_2} + (1 - \alpha) \lambda_2 Q \lambda_1 q_1^{\lambda_2 - 1} - \lambda_1 (Q - q_1)^{\lambda_2} = 0 \quad (26)$$

Eine geschlossene Lösung für q_1 erhält man nur für spezielle Parameterwerte. Dies erkennt man, indem man (26) umschreibt zu

$$a_1 q_1^{\lambda_2} + a_2 q_1^{\lambda_2 - 1} + a_3 (Q - q_1)^{\lambda_2} = 0, \quad (27)$$

wobei $\lambda_2 = \frac{m}{n}$ gilt und m sowie n positive ganze Zahlen sind. Wenn man den dritten Term subtrahiert, den Exponenten n nimmt und alles mit $q_1^{\max[n-m, 0]}$ multipliziert, erhält man ein Polynom der Ordnung $\max(m, n)$. Geschlossene Lösungen erhält man nur, wenn die Ordnung des Polynoms nicht größer als Vier ist. Entsprechend sind die Fälle mit geschlossenen Lösungen : $\lambda_2 = 1/4$, $\lambda_2 = 1/3$, $\lambda_2 = 1/2$, $\lambda_2 = 2/3$, $\lambda_2 = 3/4$, $\lambda_2 = 1$, $\lambda_2 = 4/3$, $\lambda_2 = 3/2$, $\lambda_2 = 2$, $\lambda_2 = 3$, $\lambda_2 = 4$.

Konkave Preiseinflussfunktion

Für $\lambda_2 = \frac{1}{2}$ wird die Bedingung erster Ordnung zu:

$$\frac{\delta E(C)}{\delta q_1} = \lambda q_1^{1/2} + \frac{1}{2} (1 - \alpha) \lambda (q_1^{-1/2} Q - 3q_1^{1/2}) - \lambda (Q - q_1)^{1/2} = 0 \quad (28)$$

Die minimalen erwarteten Kosten erhält man durch folgende Wahl der Ordergröße:³⁴

$$q_1^* = \frac{3 - 4\alpha + 3\alpha^2 + 2\sqrt{1 - 2\alpha + 2\alpha^2}}{5 + 9\alpha^2 - 6\alpha}Q \quad (29)$$

Lineare Preiseinflussfunktion

Für $\lambda_2 = 1$ wird die Bedingung erster Ordnung zu:

$$\frac{\delta E(C)}{\delta q_1} = -\alpha\lambda_1(Q - 2q_1) = 0 \quad (30)$$

Die optimale Ordergröße beträgt:

$$q_1^* = \frac{1}{2}Q \quad (31)$$

Konvexe Preiseinflussfunktion

Für $\lambda_2 = 2$ wird die Bedingung erster Ordnung zu:

$$\frac{\delta E(C)}{\delta q_1} = \lambda_1 q_1^2 + (1 - \alpha)\lambda_1 q_1(2Q - 3q_1) - \lambda_1(Q - q_1)^2 = 0 \quad (32)$$

Die optimale Ordergröße beträgt:³⁵

$$q_1^* = \frac{-2 + \alpha + \sqrt{1 - \alpha + \alpha^2}}{3(\alpha - 1)}Q \quad (33)$$

³⁴Die zweite Lösung von (28) liefert die maximalen erwarteten Kosten.

³⁵Wie sich überprüfen lässt, erfüllt (33) die hinreichende Bedingung für ein Kostenminimum.

Literatur

- [Admati und Pfleiderer 1988] ADMATI, Anat R.; PFLEIDERER, Paul: A Theory of Intraday Patterns: Volume and Price Variability. In: *Review of Financial Studies* 1 (1988), S. 3–40
- [Algert 1990] ALGERT, Peter M.: *Estimates of Non-Linearity in the Response of Stock Prices to Order Imbalances*. 1990. – Working Paper
- [Almgren und Chriss 2000] ALMGREN, Robert; CHRISS, Neil: Optimal Execution of Portfolio Transactions. In: *Journal of Risk* 3 (2000), S. 5–39
- [Beltran-Lopez u. a. 2003] BELTRAN-LOPEZ, Helena; GIOT, Pierre; GRAMMIG, Joachim: *Liquidity, Volatility and Trading Activity in the XETRA Automated Auction Market*. 2003. – Working Paper
- [Bertsimas und Lo 1998] BERTSIMAS, Dimitris; LO, Andrew W.: Optimal Control of Execution Costs. In: *Journal of Financial Markets* 1 (1998), S. 1–50
- [Biais u. a. 1995] BIAIS, Bruno; HILLION, Pierre; SPATT, Chester S.: An Empirical Analysis of the Order Flow and Order Book in the Paris Bourse. In: *Journal of Finance* 50 (1995), S. 1655–1689
- [Chan und Lakonishok 1995] CHAN, Louis K.; LAKONISHOK, Josef: The Behavior of Stock Prices Around Institutional Trades. In: *Journal of Finance* 50 (1995), S. 1147–1174
- [Coppejans u. a. 2003] COPPEJANS, Mark; DOMOWITZ, Ian; MADHAVAN, Ananth: *Resiliency in an Automated Auction*. 2003. – Working Paper
- [Diebold und Li 2003] DIEBOLD, Francis X.; LI, Canlin: *Forecasting the Term Structure of Government Bond Yields*. 2003. – Working Paper
- [Diebold und Mariano 2002] DIEBOLD, Francis X.; MARIANO, Roberto S.: Comparing Predictive Accuracy. In: *Journal of Business and Economic Statistics* 20 (2002), S. 134–144

- [Enders 1995] ENDERS, Walter: *Applied Econometric Time Series*. New York : John Wiley & Sons, Inc, 1995
- [Giot und Grammig 2005] GIOT, Pierre; GRAMMIG, Joachim: How Large is Liquidity Risk in an Automated Auction Market? In: *Empirical Economics, erscheint demnächst* (2005)
- [Gomber u. a. 2004] GOMBER, Peter; SCHWEICKERT, Uwe; THEISSEN, Erik: *Zooming in on Liquidity*. 2004. – Working Paper
- [Goyal und Welch 2004] GOYAL, Amit; WELCH, Ivo: *A Comprehensive Look at the Empirical Performance of Equity Premium Prediction*. 2004. – Working Paper
- [Hamilton 1994] HAMILTON, James D.: *Time Series Analysis*. New Jersey : Princeton University Press, 1994
- [Hasbrouck 1991] HASBROUCK, Joel: Measuring the Information Content of Stock Trades. In: *Journal of Finance* 46 (1991), S. 179–207
- [Hausman u. a. 1992] HAUSMAN, Jerry A.; LO, Andrew W.; MACKINLAY, Craig: An Ordered Probit Analysis of Transaction Stock Prices. In: *Journal of Financial Economics* 31 (1992), S. 319–379
- [Huberman und Stanzl 2004] HUBERMAN, G.; STANZL, W.: Quasi-Arbitrage and Price Manipulation. In: *Econometrica* 72 (2004), S. 1247–1275
- [Huberman und Halka 2001] HUBERMAN, Gur; HALKA, Dominika: Systematic Liquidity. In: *Journal of Financial Research* 24 (2001), S. 161–178
- [Huberman und Stanzl 2005] HUBERMAN, Gur; STANZL, Werner: Optimal Liquidity Trading. In: *Review of Finance* 9 (2005), S. 165–200
- [Jarrow 1992] JARROW, Robert A.: Market Manipulation, Bubbles, Corners, and Short Squeezes. In: *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 27 (1992), S. 311– 336

- [Keim und Madhavan 1995] KEIM, Donald B.; MADHAVAN, Ananth: Anatomy of the Trading Process : Empirical Evidence on the Behavior of Institutional Traders. In: *Journal of Financial Economics* 37 (1995), S. 371–398
- [Keim und Madhavan 1996] KEIM, Donald B.; MADHAVAN, Ananth: The Upstairs Market for Large -Block Transactions: Analysis and Measurement of Price Effects. In: *Review of Financial Studies* 9 (1996), S. 1–36
- [Kempf und Korn 1999] KEMPF, Alexander; KORN, Olaf: Market Depth and Order Size. In: *Journal of Financial Markets* 2 (1999), S. 29–48
- [Knez und Ready 1996] KNEZ, Peter J.; READY, Mark J.: Estimating the Profits from Trading Strategies. In: *The Review of Financial Studies* 9 (1996), S. 1121–1163
- [Kumar 2003] KUMAR, Santosh: *Liquidity: Persistence and Forecast in Open Electronic Limit Order Book Market*. 2003. – Working Paper
- [Madhavan und Smidt 1991] MADHAVAN, Ananth; SMIDT, Seymour: A Bayesian Model of Intraday Specialist Pricing. In: *Journal of Financial Economics* 30 (1991), S. 99–134
- [Maslov und Mills 2001] MASLOV, Sergei; MILLS, Mark: Price Fluctuations from the Order Book Perspective - Empirical Facts and a Simple Model. In: *Physica A* 299 (2001), S. 234–246
- [McCracken 1999] MCCRACKEN, Michael W.: *Asymptotics for Out of Sample Tests of Causality*. 1999. – Working Paper
- [Nelson und Siegel 1987] NELSON, Charles R.; SIEGEL, Andrew F.: Parsimonious Modeling of Yield Curves. In: *Journal of Business* 60 (1987), S. 473–489
- [Newey und West 1987] NEWAY, Whitney K.; WEST, Kenneth D.: A Simple Positive Semi-Definite, Heteroskedasticity and Autocorrelation Consistent Covariance Matrix. In: *Econometrica* 55 (1987), S. 703–708
- [Weber und Rosenow 2003] WEBER, Philipp; ROSENOW, Bernd: *Order Book Approach to Price Impact*. 2003. – Working Paper

cfr working papers are available for download from www.cfr-cologne.de.

hardcopies can be ordered from: centre for financial research (cfr), albertus magnus platz, 50923 koeln, germany.

2006

No.	Author(s)	Title
06-09	R. Wermers, T. Yao, J. Zhao	The Investment Value of Mutual Fund Portfolio Disclosure
06-08	M. Hoffmann, B. Kempa	The Poole Analysis in the New Open Economy Macroeconomic Framework
06-07	K. Drachter, A. Kempf, M. Wagner	Decision Processes in German Mutual Fund Companies: Evidence from a Telephone Survey
06-06	J.P. Krahenen, F.A. Schmid, E. Theissen	Investment Performance and Market Share: A Study of the German Mutual Fund Industry
06-05	S. Ber, S. Ruenzi	On the Usability of Synthetic Measures of Mutual Fund Net- Flows
06-04	A. Kempf, D. Mayston	Liquidity Commonality Beyond Best Prices
06-03	O. Korn, C. Koziol	Bond Portfolio Optimization: A Risk-Return Approach
06-02	O. Scaillet, L. Barras, R. Wermers	False Discoveries in Mutual Fund Performance: Measuring Luck in Estimated Alphas
06-01	A. Niessen, S. Ruenzi	Sex Matters: Gender and Mutual Funds

2005

No.	Author(s)	Title
05-16	E. Theissen	An Analysis of Private Investors' Stock Market Return Forecasts
05-15	T. Foucault, S. Moinas, E. Theissen	Does Anonymity Matter in Electronic Limit Order Markets
05-14	R. Kosowski, A. Timmermann, R. Wermers, H. White	Can Mutual Fund „Stars“ Really Pick Stocks? New Evidence from a Bootstrap Analysis
05-13	D. Avramov, R. Wermers	Investing in Mutual Funds when Returns are Predictable
05-12	K. Griese, A. Kempf	Liquiditätsdynamik am deutschen Aktienmarkt
05-11	S. Ber, A. Kempf, S. Ruenzi	Determinanten der Mittelzuflüsse bei deutschen Aktienfonds

No.	Author(s)	Title
05-10	M. Bär, A. Kempf, S. Ruenzi	Team Management and Mutual Funds
05-09	M. Hoffmann	Saving, Investment and the Net Foreign Asset Position
05-08	S. Ruenzi	Mutual Fund Growth in Standard and Specialist Market Segments
05-07	A. Kempf, S. Ruenzi	Status Quo Bias and the Number of Alternatives - An Empirical Illustration from the Mutual Fund Industry –
05-06	J. Grammig, E. Theissen	Is Best Really Better? Internalization in Xetra Best
05-05	H. Beltran, J. Grammig, A.J. Menkveld	Understanding the Limit Order Book: Conditioning on Trade Informativeness
05-04	M. Hoffmann	Compensating Wages under different Exchange rate Regimes
05-03	M. Hoffmann	Fixed versus Flexible Exchange Rates: Evidence from Developing Countries
05-02	A. Kempf, C. Memmel	On the Estimation of the Global Minimum Variance Portfolio
05-01	S. Frey, J. Grammig	Liquidity supply and adverse selection in a pure limit order book market

2004

No.	Author(s)	Title
04-10	N. Hautsch, D. Hess	Bayesian Learning in Financial Markets – Testing for the Relevance of Information Precision in Price Discovery
04-09	A. Kempf, K. Kreuzberg	Portfolio Disclosure, Portfolio Selection and Mutual Fund Performance Evaluation
04-08	N.F. Carline, S.C. Linn, P.K. Yadav	Can the Stock Market Systematically make Use of Firm- and Deal-Specific Factors when Initially Capitalizing the Real Gains from Mergers and Acquisitions
04-07	J.J. Merrick, Jr., N.Y. Naik, P.K. Yadav	Strategic Trading Behavior and Price Distortion in a Manipulated Market: Anatomy of a Squeeze
04-06	N.Y. Naik, P.K. Yadav	Trading Costs of Public Investors with Obligatory and Voluntary Market-Making: Evidence from Market Reforms
04-05	A. Kempf, S. Ruenzi	Family Matters: The Performance Flow Relationship in the Mutual Fund Industry
04-04	V. Agarwal, N.D. Daniel, N.Y. Naik	Flows, Performance, and Managerial Incentives in Hedge Funds
04-03	V. Agarwal, W.H. Fung, N.Y. Naik	Risks in Hedge Fund Strategies: Case of Convertible Arbitrage
04-02	A. Kempf, S. Ruenzi	Tournaments in Mutual Fund Families
04-01	I. Chowdhury, M. Hoffmann, A. Schabert	Inflation Dynamics and the Cost Channel of Monetary Transmission



centre for financial research
cfr/university of cologne
albertus-magnus-platz
D-50923 cologne
fon +49(0)221-470-6995
fax +49(0)221-470-3992
kempf@cfr-cologne.de
www.cfr-cologne.de