

Feilke, Franziska; Gürtler, Marc; Hibbeln, Martin

**Working Paper**

## Einsatz inflationsindexierter Anleihen im Asset-Liability-Management

Working Paper Series, No. FW22V2

**Provided in Cooperation with:**

Technische Universität Braunschweig, Institute of Finance

*Suggested Citation:* Feilke, Franziska; Gürtler, Marc; Hibbeln, Martin (2006) : Einsatz inflationsindexierter Anleihen im Asset-Liability-Management, Working Paper Series, No. FW22V2, Technische Universität Braunschweig, Institut für Finanzwirtschaft, Braunschweig

This Version is available at:

<https://hdl.handle.net/10419/55236>

**Standard-Nutzungsbedingungen:**

Die Dokumente auf EconStor dürfen zu eigenen wissenschaftlichen Zwecken und zum Privatgebrauch gespeichert und kopiert werden.

Sie dürfen die Dokumente nicht für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, öffentlich zugänglich machen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Sofern die Verfasser die Dokumente unter Open-Content-Lizenzen (insbesondere CC-Lizenzen) zur Verfügung gestellt haben sollten, gelten abweichend von diesen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

**Terms of use:**

*Documents in EconStor may be saved and copied for your personal and scholarly purposes.*

*You are not to copy documents for public or commercial purposes, to exhibit the documents publicly, to make them publicly available on the internet, or to distribute or otherwise use the documents in public.*

*If the documents have been made available under an Open Content Licence (especially Creative Commons Licences), you may exercise further usage rights as specified in the indicated licence.*

# Working Paper Series



## Einsatz inflationsindexierter Anleihen im Asset-Liability-Management

von Franziska Feilke, Marc Gürtler und Martin Hibbeln

No.: FW22V2/06  
First Draft: 2006-05-04  
This Version: 2006-06-29

(demnächst in: Finanz Betrieb, 8. Jg., 2006)

---

Technische Universität Braunschweig  
Institut für Wirtschaftswissenschaften  
Lehrstuhl für BWL, insbes. Finanzwirtschaft  
Abt-Jerusalem-Str. 7  
38106 Braunschweig

---

# Einsatz inflationsindexierter Anleihen im Asset-Liability-Management

von Franziska Feilke\*, Marc Gürtler\*\* und Martin Hibbeln\*\*\*

**Zusammenfassung.** Es wird dargelegt, dass das im Rahmen des Asset-Liability-Managements häufig gewählte Immunisierungsverfahren des Durationsmatch unter Verwendung der traditionellen Yield-beta-Methode nur dann sachgerecht eingesetzt werden kann, wenn das betrachtete Unternehmen keinen sicheren realen und damit der Inflationsunsicherheit unterliegenden nominalen Zahlungsverpflichtungen gegenübersteht. Vor diesem Hintergrund wird die Yield-beta-Methode erweitert, um das Verfahren auch auf sichere reale Zahlungsverpflichtungen anwenden zu können, die häufig bei Versicherungen anzutreffen sind. Für die Umsetzung benötigt man zusätzlich Anlageinstrumente, die sichere reale Einzahlungsüberschüsse verbrieft. Für den vorliegenden Beitrag werden inflationsindexierte Anleihen gewählt, die jüngst auch von der Bundesrepublik Deutschland emittiert wurden. Verschiedene Typen inflationsindexierter Anleihen werden vorgestellt, und ihr Einsatz im Asset-Liability-Management wird dargelegt.

**Stichworte:** Asset-Liability-Management; inflationsindexierte Anleihen; Durationsmatch; BPV-Match; Yield-beta-Methode

**JEL classification:** G11, G22

---

\* **Dipl.-Math. Oec. Franziska Feilke**  
Technische Universität Braunschweig  
Lehrstuhl für Finanzwirtschaft  
Abt-Jerusalem-Str. 7  
D-38106 Braunschweig  
Fon: +49 531 3912893  
Fax: +49 531 3912899  
e-mail: f.feilke@tu-bs.de

\*\* **Professor Dr. Marc Gürtler**  
Technische Universität Braunschweig  
Lehrstuhl für Finanzwirtschaft  
Abt-Jerusalem-Str. 7  
D-38106 Braunschweig  
Fon: +49 531 3912895  
Fax: +49 531 3912899  
e-mail: marc.guertler@tu-bs.de

\*\*\* **Dipl.-Wirtsch.-Ing. Martin Hibbeln**  
Technische Universität Braunschweig  
Lehrstuhl für Finanzwirtschaft  
Abt-Jerusalem-Str. 7  
D-38106 Braunschweig  
Fon: +49 531 3912898  
Fax: +49 531 3912899  
e-mail: martin.hibbeln@tu-bs.de

---

## I. Einleitung

In der Praxis zeigt sich, dass inflationsindexierte Anleihen eine zunehmende Bedeutung erhalten. So steigerte sich die Marktkapitalisierung von Dezember 1996 bis Dezember 2005 weltweit von knapp 90 Milliarden € auf etwa 700 Milliarden €. Im Vergleich dazu beträgt die Marktkapitalisierung der in der Europäischen Währungsunion umlaufenden Unternehmensanleihen in etwa 544 Milliarden €. Auch in Deutschland hat dieser Anleihetyp kürzlich besondere Relevanz erhalten. So wurde am 8. 3. 2006 die erste Bundesanleihe mit Inflationsschutz emittiert<sup>2</sup>. Die gesteigerte Relevanz in der Praxis führte in jüngerer Zeit auch auf Seiten der Wissenschaft zu einem erhöhten Interesse an diesem Anleihetyp. So erschien Ende des letzten Jahrs ein entsprechender Beitrag in der Zeitschrift *Finanz Betrieb* zum Risikoprofil und den Einsatzmöglichkeiten von inflationsindexierten Anleihen<sup>3</sup>.

Im vorliegenden Beitrag soll dargelegt werden, inwieweit die Einführung von inflationsindexierten Anleihen das Asset-Liability-Management von Versicherungen bereichern kann. Zu diesem Zweck wird zunächst dargelegt, wie der Durationsmatch im Asset-Liability-Management auf nominaler Basis als Sicherungsinstrument verwendet wird und dass Verpflichtungen von Versicherern häufig nur auf Basis realer Größen mit hoher Genauigkeit prognostiziert werden können<sup>4</sup>, die mit einem (nominalen) Durationsmatch nicht erfasst werden. Vor diesem Hintergrund soll die Durationsmethode im Folgenden auf die Berücksichtigung realer Zinsänderungen erweitert werden, um auf dieser Basis ein sachgerechtes Asset-Liability-Management beispielhaft vorzustellen. Dies erfordert den Einsatz von Finanzinstrumenten, die sichere reale Zahlungen verbrieften. Zu diesem Zweck werden unterschiedliche Typen inflationsindexierter Anleihen vorgestellt, die als Anlageinstrument zur Sicherung realer Zahlungsverpflichtungen von Versicherungen genutzt werden können.

## II. Einsatz konventioneller Anleihen

### II.1. Asset-Liability-Management bei nominalen Verpflichtungen

In der Literatur wird der Begriff Asset-Liability-Management häufig als Synonym für Zinsimmunsisierung verwendet<sup>5</sup>. Eine mögliche Technik der Zinsimmunsisierung ist der so genannte Durationsmatch, bei der die jeweiligen Durationen der Aktiva und des Fremdkapitals angeglichen werden, so dass das Eigenkapital unempfindlich auf (marginale) Renditeänderungen reagiert.

---

<sup>1</sup> Vgl. hierzu genauer Barclays Capital Research (<https://ecommerce.barcap.com/gilbpub/docs/IndexGuide.pdf>) sowie *Letzgus/Warncke*, DB 2005 S. 18.

<sup>2</sup> Vgl. o.V., FAZ v. 9. 3. 2006 S. 19.

<sup>3</sup> Vgl. *Schulz/Seidenspinner*, FB 2005 S. 826-829.

<sup>4</sup> Vgl. für entsprechende Beispiele *Zweifel/Eisen*, Versicherungsökonomie, 2. Aufl. 2003, S. 242.

<sup>5</sup> Zu verschiedenen Definitionen von Asset-Liability-Management vgl. *Jost*, Asset-Liability-Management bei Versicherungen, 1995, S. 83 ff.

Zur Veranschaulichung dieses Sachverhalts sei zunächst ein Finanzierungstitel F betrachtet, der in Zeitpunkten  $t = 1, \dots, T$  nominale Zahlungen  $z_t$  verbrieft. Der Marktwert dieses Finanzierungstitels ergibt sich auf dieser Basis gemäß<sup>6</sup>

$$V_F = \sum_{t=1}^T \frac{z_t}{(1+r_F)^t}, \quad (1)$$

wobei  $V_F$  den Wert und  $r_F$  die Effektivrendite oder „yield to maturity“ dieses Finanzierungstitels bezeichnet. Da die durch den Finanzierungstitel zugesicherten Zahlungen  $z_t$  bekannt sind, hängt der Wert des Finanzierungstitels ausschließlich von der Effektivrendite ab. Insofern führt eine Änderung der Effektivrendite um  $\Delta r_F$  zu einem geänderten Marktwert  $V(r_F + \Delta r_F)$ , der sich auch durch die folgende (Taylor-)Reihe darstellen lässt<sup>7</sup>:

$$V_F(r_F + \Delta r_F) = V_F(r_F) + \frac{\partial V_F}{\partial r_F} \cdot \Delta r_F + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 V_F}{\partial r_F^2} \cdot (\Delta r_F)^2 + \frac{1}{6} \cdot \frac{\partial^3 V_F}{\partial r_F^3} \cdot (\Delta r_F)^3 + \dots \quad (2)$$

Betrachtet man nur kleine Änderungen der Effektivrendite, wie die eines Basispunkts ( $\Delta r_F = 0,01\%$ ), so werden die Terme höherer Ordnung recht klein und man akzeptiert die Näherung

$$V_F(r_F + \Delta r_F) - V_F(r_F) \approx \frac{\partial V_F}{\partial r_F} \cdot \Delta r_F. \quad (3)$$

Für  $\Delta r_F = -0,01\%$  spricht man bei der in (3) angegebenen Marktwertänderung des Finanzierungstitels vom „Basis Point (Decrease) Value“ (BPV), der unter Berücksichtigung von (1) und (3) wie folgt ermittelbar ist<sup>8</sup>:

$$\text{BPV} = \frac{\partial V_F}{\partial r_F} \cdot (-0,0001) = \sum_{t=1}^T \frac{t \cdot z_t}{(1+r_F)^{t+1}} \cdot 0,0001. \quad (4)$$

Entsprechend können mit der Näherung (3) auch relative Wertänderungen des Finanzierungstitels pro Renditesenkung  $-\Delta r_F$  ausgedrückt werden, was zur Maßzahl der modifizierten Duration ( $D^{(m)}$ ) führt<sup>9</sup>:

$$-\frac{V_F(r_F + \Delta r_F) - V_F(r_F)}{V_F(r_F) \cdot \Delta r_F} \approx D^{(m)} = -\frac{\frac{\partial V_F}{\partial r_F}}{V_F(r_F)} = -\frac{\sum_{t=1}^T \frac{-t \cdot z_t}{(1+r_F)^{t+1}}}{V_F(r_F)} = \frac{1}{1+r_F} \cdot \sum_{t=1}^T t \cdot \frac{z_t \cdot (1+r_F)^{-t}}{V_F(r_F)}. \quad (5)$$

Im Rahmen des Asset-Liability-Managements einer Versicherung werden nun Aktiva und Fremdkapital jeweils so strukturiert, dass beide Positionen auf Zinsänderungen am Kapitalmarkt identisch reagieren, womit die Eigenkapitalposition der Versicherung gegen solche

<sup>6</sup> Vgl. Buse, JoF 1970 S. 809 f.

<sup>7</sup> Vgl. Fabozzi, Bond Markets, Analysis and Strategies, 3. Auflage 1996, S. 67.

<sup>8</sup> Vgl. Grinblatt/Titman, Financial Markets and Corporate Strategy, 2. Auflage 2002, S. 820.

<sup>9</sup> Vgl. Fabozzi, a.a.O. (Fn 7), S. 60 ff.

Zinsänderungen immunisiert ist.<sup>10</sup> Sei im Weiteren mit  $r_M$  ein Marktzinssatz bezeichnet (beispielsweise der von der Bundesbank veröffentlichte „Geldmarktsatz am Frankfurter Bankplatz“<sup>11</sup>), dessen Einfluss auf das Versicherungsportfolio untersucht werden soll. Das Eigenkapital wird sich bei Senkung des Marktzinssatzes um einen Basispunkt (näherungsweise) wie folgt ändern<sup>12</sup>:

$$\begin{aligned}
 \text{BPV}_{\text{EK}} &= \frac{\partial V_{\text{EK}}}{\partial r_M} \cdot (-0,0001) = \left( \frac{\partial V_{\text{Aktiva}}}{\partial r_M} - \frac{\partial V_{\text{FK}}}{\partial r_M} \right) \cdot (-0,0001) \\
 &= \left( \frac{\partial V_{\text{Aktiva}}}{\partial r_{\text{Aktiva}}} \cdot \frac{\partial r_{\text{Aktiva}}}{\partial r_M} - \frac{\partial V_{\text{FK}}}{\partial r_{\text{FK}}} \cdot \frac{\partial r_{\text{FK}}}{\partial r_M} \right) \cdot (-0,0001) \\
 &= \text{BPV}_{\text{Aktiva}} \cdot \frac{\partial r_{\text{Aktiva}}}{\partial r_M} - \text{BPV}_{\text{FK}} \cdot \frac{\partial r_{\text{FK}}}{\partial r_M}.
 \end{aligned} \tag{6}$$

Es zeigt sich somit, dass Eigenkapitaländerungen aufgrund von geringen Zinsänderungen ausgeschlossen sind, wenn

$$\begin{aligned}
 \text{BPV}_{\text{Aktiva}} \cdot \frac{\partial r_{\text{Aktiva}}}{\partial r_M} &= \text{BPV}_{\text{FK}} \cdot \frac{\partial r_{\text{FK}}}{\partial r_M} \\
 \Leftrightarrow D_{\text{Aktiva}}^{(m)} \cdot V_{\text{Aktiva}} \cdot \frac{\partial r_{\text{Aktiva}}}{\partial r_M} &= D_{\text{FK}}^{(m)} \cdot V_{\text{FK}} \cdot \frac{\partial r_{\text{FK}}}{\partial r_M}
 \end{aligned} \tag{7}$$

erfüllt ist. Für eine sinnvolle Umsetzung einer solchen Immunisierungsstrategie sollten folgende zwei Bedingungen erfüllt sein:

- 1) Es ist möglich, die aus einer Marktzinsänderung resultierenden Renditeauswirkungen  $\partial r_{\text{Aktiva}}/\partial r_M$  und  $\partial r_{\text{FK}}/\partial r_M$  zu ermitteln;
- 2) die der Wertermittlung der Aktiva und des Fremdkapitals zugrunde liegenden Zahlungsansprüche sind sicher<sup>13</sup>.

Während 1) in der Literatur unter dem Stichwort „Yield-beta“-Methode schon berücksichtigt wurde<sup>14</sup>, ist Anforderung 2) nicht ganz unproblematisch. Letzteres gilt sogar, wenn die in Rede stehende Versicherung ihre Aktiva vollständig in risikolose Anleihen investiert und sich das Fremdkapital auf Versicherungsschäden bezieht, deren Typ, Anzahl und (reales) Ausmaß aufgrund des Gesetzes der großen Zahlen (nahezu) sicher quantifizierbar sind. So sind viele Schadensleistungen (wie beispielsweise im Rahmen einer Kraftfahrzeughaftpflichtversiche-

<sup>10</sup> Vgl. zum Konzept der Zinsimmunisierung *Fabozzi*, a.a.O. (Fn 7), S. 432 ff.

<sup>11</sup> Vgl. [http://www.bundesbank.de/statistik/statistik\\_zeitreihen.php?func=list&tr=www\\_s11b\\_mb03](http://www.bundesbank.de/statistik/statistik_zeitreihen.php?func=list&tr=www_s11b_mb03).

<sup>12</sup> Im Weiteren bezeichnen  $r_{\text{FK}}$  und  $r_{\text{Aktiva}}$  die Effektivrenditen des Fremdkapitals und der Aktiva.

<sup>13</sup> Es sei betont, dass für das Durationskonzept lediglich die Zahlungsansprüche eines Finanzierungstitels bekannt sein müssen, die tatsächlich geleisteten Zahlungen können (beispielsweise aufgrund vorliegender Ausfallgefahr) durchaus unsicher sein. Allerdings werden ausschließlich *Ceteris-paribus*-Renditeänderungen betrachtet, so dass insbesondere von einer nicht variierenden Bonität der einzelnen Finanzierungstitel ausgegangen wird. Vgl. hierzu z.B. *Gnad*, Die Duration im Zinsrisikomanagement, 1996, S. 207 ff.

<sup>14</sup> Vgl. *Grinblatt/Titman*, a.a.O. (Fn 8), S. 846 f.

rung oder einer Wohngebäudeversicherung) von der Preisentwicklung abhängig, so dass die nominalen Versicherungsansprüche einer Inflationsunsicherheit unterliegen.

Letzteres Problem soll im Fokus der nächsten Abschnitte stehen. Zunächst wird jedoch in diesem Abschnitt die Umsetzung der Bedingung 1) im Rahmen der Yield-beta-Methode erörtert, die auch für das weitere Vorgehen Relevanz besitzt. So wird in praktischen Anwendungen häufig von der Annahme ausgegangen, dass sich alle Renditen gleichartig verändern und damit  $\partial r_{\text{Aktiva}}/\partial r_M = \partial r_{\text{FK}}/\partial r_M = 1$  vorliegt. Unter dieser Prämisse müssen in (7) ausschließlich die beiden BPV-Realisationen (bzw. die Kapitalwert-gewichteten Durationen) der Aktiva und des Fremdkapitals übereinstimmen, und man spricht von einem so genannten BPV-Match bzw. Durationsmatch. Da sich bei Vorliegen dieser Situation bei einer Zinsänderung alle Renditen gleichartig verändern, spricht man auch von einer Parallelverschiebung der Zins- und Renditestruktur.

Realiter ist natürlich nicht von einer Parallelverschiebung der Renditestruktur auszugehen, da sich Effektivrenditen von Anleihen verschiedener Laufzeit in der Regel unterschiedlich ändern. Daher wird diese restriktive Annahme in praxi häufig aufgegeben und die schon angesprochene Yield-beta-Methode eingesetzt. Bei der Yield-beta-Methode wird eine lineare Regression der jeweils betrachteten Effektivrendite  $r_F$  einer finanziellen Position F auf den Marktzins  $r_M$  durchgeführt:

$$r_F = \alpha_{F,M} + \beta_{F,M} \cdot r_M + \varepsilon_{F,M}. \quad (8)$$

Eine Steigerung des Marktzinssatzes um einen Basispunkt impliziert somit ceteris paribus eine Steigerung der Effektivrendite um  $\beta_{F,M}$  Basispunkte. Darüber hinaus sollte für die sachgerechte Anwendung der Yield-beta-Methode ein hohes Bestimmtheitsmaß der linearen Regression vorliegen, damit die Rendite  $r_F$  über  $\alpha_{F,M} + \beta_{F,M} \cdot r_M$  im Wesentlichen erklärt werden kann. Dieser Sachverhalt ist für praktische Anwendungen natürlich stets zu prüfen. Exemplarisch sei hier eine Regression der durchschnittlichen Effektivrendite  $r_F$  der 1999 emittierten 4,25%-Bundesobligationen mit Fälligkeit 18.2.2005 auf den Frankfurter Ein-Monats-Geldmarktzins  $r_M$  gebildet. Es ergibt sich für die Regressionsparameter  $\alpha_{F,M} = 0,0107\%$  und  $\beta_{F,M} = 1,0397$ . Das Bestimmtheitsmaß  $R^2 = 0,8268$  dieser Regression fällt recht hoch aus, womit ein Indiz für die Anwendbarkeit der Yield-beta-Methode für deutsche nominale Anleihen vorliegt. Dieses Ergebnis wird auch für den US-amerikanischen Markt bestätigt. Legt man für die Marktrendite  $r_M$  die Effektivrendite für 10-jährige Laufzeit der „Daily Treasury Yield Curve“ zugrunde und identifiziert  $r_F$  mit der Effektivrendite auf Basis einer 5-jährigen Laufzeit, so führt eine lineare Regression für den Zeitraum von Januar 1990 bis März 2006 zu den folgenden Ergebnissen:  $\alpha_{F,M} = -0,940\%$  und  $\beta_{F,M} = 1,0896$  bei einem Bestimmtheitsmaß  $R^2 = 0,9511$ . Vor dem Hintergrund dieser Ergebnisse wird der Einsatz der Yield-beta-Methode für nominale Anleihen bei nominalen Marktzinsänderungen im Folgenden als sachgerecht erachtet.

Der Durationsmatch (7) kann mit der Yield-beta-Methode somit wie folgt realisiert werden:

$$\begin{aligned} \text{BPV}_{\text{Aktiva}} \cdot \beta_{\text{Aktiva},M} &= \text{BPV}_{\text{FK}} \cdot \beta_{\text{FK},M} \\ \Leftrightarrow D_{\text{Aktiva}}^{(m)} \cdot V_{\text{Aktiva}} \cdot \beta_{\text{Aktiva},M} &= D_{\text{FK}}^{(m)} \cdot V_{\text{FK}} \cdot \beta_{\text{FK},M}. \end{aligned} \quad (9)$$

An einem Fallbeispiel soll die konkrete Anwendung der Yield-beta-Methode nochmals verdeutlicht werden. Betrachtet werde ein Versicherungsunternehmen, das über einen Fremdkapitalbestand von  $V_{\text{FK}} = 500$  Mio. € und eine modifizierte Duration des Fremdkapitals von  $D_{\text{FK}}^{(m)} = 10$  verfügt. Ferner laute der aus der linearen Regression (8) ermittelte, für das Fremdkapital relevante Betafaktor  $\beta_{\text{FK},M} = 0,8$ . Auf dieser Basis impliziert eine Reduzierung des Marktzinssatzes um einen Basispunkt eine Steigerung des Marktwerts des Fremdkapitals um

$$\text{BPV}_{\text{FK}} \cdot \beta_{\text{FK},M} = D_{\text{FK}}^{(m)} \cdot V_{\text{FK}} \cdot \beta_{\text{FK},M} = 10 \cdot 500 \text{ Mio.} \cdot 0,8 \cdot 0,0001 = 400\,000 \text{ €}. \quad (10)$$

Der Wert der Versicherungsaktiva betrage  $V_{\text{Aktiva}} = 600$  Mio. € Dabei soll das gesamte Aktivvolumen auf zwei Anlagealternativen in Form von zwei konventionellen Anleihen A und B aufgeteilt werden, die die folgenden Marktwerte, modifizierten Durationen sowie Betafaktoren besitzen:

$$\begin{aligned} V_A &= 120 \text{ €} \quad D_A^{(m)} = 15, \quad \beta_{A,M} = 0,5; \\ V_B &= 85 \text{ €} \quad D_B^{(m)} = 4, \quad \beta_{B,M} = 1. \end{aligned} \quad (11)$$

Das Ziel des Versicherungsunternehmens bestehe nun darin, die Stückzahlen  $x_A$  bzw.  $x_B$  der beiden Anleihen derart festzulegen, dass die bestehende Eigenkapitalposition (EK) gegen kleine Marktzinsänderungsrisiken abgesichert ist. Zu diesem Zweck sind die Stückzahlen  $x_A$  der Anleihe A und  $x_B$  der Anleihe B so zu bestimmen, dass auch das Aktivportfolio auf Marktzinssatzreduktionen um einen Basispunkt mit einer Steigerung um 400 000 € reagiert. Somit muss (gemäß (9) und (10)) gelten:

$$\begin{aligned} 400\,000 &= (x_A \cdot D_A^{(m)} \cdot V_A \cdot \beta_{A,M} + x_B \cdot D_B^{(m)} \cdot V_B \cdot \beta_{B,M}) \cdot 0,0001 \\ &= (x_A \cdot 15 \cdot 120 \cdot 0,5 + x_B \cdot 4 \cdot 85 \cdot 1) \cdot 0,0001 \\ \Leftrightarrow x_A \cdot 90 + x_B \cdot 34 &= 400\,000\,000. \end{aligned} \quad (12)$$

Da ferner das Aktivvolumen  $V_{\text{Aktiva}}$  mit 600 Mio. € vorgegeben war, lässt sich darüber hinaus die Budgetbedingung

$$600\,000\,000 = x_A \cdot V_A + x_B \cdot V_B = x_A \cdot 120 + x_B \cdot 85 \quad (13)$$

formulieren. Lösung des Gleichungssystems (12) und (13) ergibt:

$$x_A \approx 3\,809\,524 \quad \text{und} \quad x_B \approx 1\,680\,672. \quad (14)$$

Wie schon angesprochen, erscheint das Vorgehen immer dann korrekt, wenn die Zahlungsverpflichtungen an das Fremdkapital keinem Inflationsrisiko ausgesetzt sind. Da Versicherungen häufig Verpflichtungen gegenüber Versicherungsnehmern in Form von Realwerten

unterliegen<sup>15</sup>, sind Inflationsrisiken von Versicherungen auf der Fremdkapitalseite zu berücksichtigen.

## II.2. Problematik des Asset-Liability-Managements bei realen Verpflichtungen

Versicherungen haben aufgrund der Größe des Versichertenportfolios in der Regel konkrete Vorstellungen von ihren realen Zahlungsverpflichtungen, also den um die Inflationsrate bereinigten nominalen Zahlungsverpflichtungen. Sei im Weiteren von sicheren Realverpflichtungen  $z_{FK1,t}^{(real)}$  für einen Teil des Fremdkapitals (Teilportfolio 1) des Versicherungsunternehmens ausgegangen. Aus dem restlichen Teil des Fremdkapitals (Teilportfolio 2) resultieren sichere nominale Zahlungsverpflichtungen  $z_{FK2,t}^{(nom)}$ . Bezeichnet  $P_t$  das Preisniveau eines Lands bzw. genauer den Preis eines festgelegten Warenkorbs, so beschreibt  $\tilde{\pi}_{\tau,t} = \tilde{P}_t / \tilde{P}_\tau - 1$  die (unsichere)<sup>16</sup> relative Preisänderung des relevanten Warenkorbs und damit die (aus heutiger Sicht unsichere) Inflationsrate, die sich im Zeitraum zwischen den Zeitpunkten  $\tau$  und  $t$  ergibt. Unter Berücksichtigung der Inflationsrate ergeben sich demnach aus heutiger Sicht (Zeitpunkt  $t = 0$ ) unsichere nominale Zahlungsverpflichtungen des in Rede stehenden Teilportfolios 1

$$\tilde{z}_{FK1,t}^{(nom)} = (1 + \tilde{\pi}_{0,t}) \cdot z_{FK1,t}^{(real)} \quad (15)$$

Zur Ermittlung des Kapitalwerts des Fremdkapitalteils 1 kann somit (aufgrund der vorliegenden Unsicherheit) nicht auf nominale Zahlungen abgestellt werden, so dass sich dieser Kapitalwert gemäß der Berechnungsvorschrift

$$V_{FK1} = \sum_{t=1}^T \frac{z_{FK1,t}^{(real)}}{(1 + r_{FK1}^{(real)})^t} \quad (16)$$

ergibt. Dabei steht  $r_{FK1}^{(real)}$  für die reale Effektivrendite, d.h. die Effektivrendite auf reale Zahlungsverpflichtungen, des Fremdkapitalteils 1. Weiterhin lässt sich der nominale Wert des Fremdkapitalteils 2 mittels

$$V_{FK2} = \sum_{t=1}^T \frac{z_{FK2,t}^{(nom)}}{(1 + r_{FK2}^{(nom)})^t} \quad (17)$$

ermitteln. In diesem Zusammenhang beschreibt  $r_{FK2}^{(nom)}$  die bereits im Abschnitt II.1. behandelte (nominale) Effektivrendite des Fremdkapitalteils 2.

Völlig analog zum Vorgehen bei nominalen Zahlungen könnte man für den Fremdkapitalteil 1 die reale modifizierte Duration und den Betafaktor bezogen auf die realen Zahlungen sowie

---

<sup>15</sup> Man denke beispielsweise an eine Gebäudeversicherung, aus der Verpflichtungen in Form von Dachreparaturen entstehen können, deren Höhe durchaus inflationsabhängig sind. Entsprechendes gilt bei Autohaftpflichtversicherungen, bei denen Reparaturen in erheblichem Maße Inflationsrisiken unterliegen.

<sup>16</sup> Unsichere Größen werden im Weiteren stets durch eine Tilde „~“ gekennzeichnet.

die reale Effektivrendite ermitteln und auf diese Weise das Änderungsrisiko dieses Teilportfoliomarktwerts bestimmen. Es zeigt sich allerdings empirisch, dass sich reale Renditen nur unzureichend durch eine lineare Regression bezogen auf eine nominale Rendite darstellen lassen<sup>17</sup>. Konkret liegt für reale Zinssätze eine erheblich geringere Volatilität als für nominale Zinssätze vor. So besagt eine „Praktikerregel“, dass eine Änderung des nominalen Zinssatzes von 100 Basispunkten eine Änderung des entsprechenden realen Zinssatzes von 35 Basispunkten impliziert<sup>18</sup>. Zur Bestätigung wird hier eine Regression der „Treasury Real Yield Curve Rates“ für eine Laufzeit von 10 Jahren ( $r_{10J,t}^{(real)}$ ) auf die „Treasury Yield Curve Rates“ für eine Laufzeit von 10 Jahren ( $r_{10J,t}$ ) für den Zeitraum 1. 1. 2003 – 31. 3. 2006 (812 Tage) durchgeführt<sup>19</sup>. Die lineare Regression

$$r_{10J,t}^{(real)} = \alpha_{real,nom} + \beta_{real,nom} \cdot r_{10J,t} + \varepsilon_{real,nom,t} \quad (18)$$

ergibt ein so genanntes „Inflation-beta“ von  $\beta_{real,nom} = 0,3215$ ,<sup>20</sup> wobei das Bestimmtheitsmaß  $R^2 = 0,2042$  (wie erwartet) recht gering ausfällt, so dass die Zugrundelegung des „Inflation-beta“ im Rahmen einer Yield-beta-Methode eher ungeeignet erscheint. Weitere Regressionsergebnisse können der nachfolgenden Tabelle 1 entnommen werden.

<< **Tabelle 1 in etwa hier** >>

Insofern lässt sich der Durationsmatch unter Verwendung der Yield-beta-Methode nicht sinnvoll auf Effektivrenditen realer Zahlungsströme anwenden, die einem nominalen Zinsänderungsrisiko unterliegen. Insbesondere ist das Vorgehen für Versicherungen zweifelhaft, die (teilweise) sichere reale Zahlungsverpflichtungen aufweisen, jedoch nur über sichere nominale Zahlungsansprüche auf der Aktivseite verfügen.

Wenn die Möglichkeit bestünde, auf der Aktivseite Finanzierungstitel aufzunehmen, die zu sicheren realen Einzahlungen führen, könnte die Yield-beta-Methode einerseits für einen nominalen Durationsmatch und andererseits für einen realen Durationsmatch genutzt werden. Bevor dieses Vorgehen genauer dargelegt wird, soll zunächst die Klasse indexierter Anleihen vorgestellt werden, die – wie angesprochen – jüngst auch von der Bundesrepublik Deutschland emittiert wurde.

---

<sup>17</sup> Vgl. hierzu beispielsweise *Fabozzi*, The Handbook of Fixed Income Securities, 2001, S. 308. Fabozzi stellt fest, dass das Bestimmtheitsmaß einer solchen Regression recht gering ausfällt.

<sup>18</sup> Vgl. *Fabozzi*, a.a.O. (Fn 17), S. 309. Darüber hinaus schreiben *Rudolph-Shabinsky/Trainer*, Financial Analysts Journal 1999 S. 54, dass sich Schätzungen des Yield-beta zwischen 0,1 und 0,5 bewegen.

<sup>19</sup> „Real yields“ ergeben sich aus den „Treasury Inflation Protected Securities (TIPS)“. Da wie angesprochen inflationsindexierte Anleihen in Deutschland kürzlich erstmals emittiert wurden, wird an dieser Stelle ausschließlich auf den US-amerikanischen Markt zurückgegriffen.

<sup>20</sup> Die oben angesprochene Praktikerregel eines Inflation-beta von etwa 0,35 wird demnach durch die vorliegende Studie bestätigt.

### III. Typen inflationsindexierter Anleihen

Bezeichne im Weiteren  $N_0$  den Nennwert einer Anleihe. Mit dieser Bezeichnung kann zunächst die Zahlungsstruktur einer Standard-Anleihe, die einen nominalen Zinssatz  $r^{(\text{nom})}$  auf den Nennwert verspricht, konkretisiert werden:

$$\begin{aligned} z_t &= N_0 \cdot r^{(\text{nom})}, \text{ für } t = 1, \dots, T-1, \\ z_T &= N_0 \cdot (1 + r^{(\text{nom})}). \end{aligned} \quad (19)$$

Aus realer Sicht ergeben sich auf Basis der nominalen Zahlungen<sup>21</sup> (19) inflationsbereinigte unsichere Zahlungen der Standard-Anleihe

$$\begin{aligned} \tilde{z}_t^{(\text{real})} &= \frac{N_0 \cdot r^{(\text{nom})}}{1 + \tilde{\pi}_{0,t}} = \frac{N_0 \cdot r^{(\text{nom})}}{\prod_{\tau=1}^t (1 + \tilde{\pi}_{\tau-1,\tau})}, \text{ für } t = 1, \dots, T-1, \\ \tilde{z}_T^{(\text{real})} &= \frac{N_0 \cdot (1 + r^{(\text{nom})})}{1 + \tilde{\pi}_{0,T}} = \frac{N_0 \cdot (1 + r^{(\text{nom})})}{\prod_{\tau=1}^T (1 + \tilde{\pi}_{\tau-1,\tau})}. \end{aligned} \quad (20)$$

Somit sind die Zahlungen einer (nicht ausfallbedrohten) Standard-Anleihe zwar aus nominaler Sicht sicher. Aus realer Sicht auf Basis von Konsumeinheiten ergeben sich aber offensichtlich unsichere Zahlungen aufgrund von Inflationsrisiken. Tendenziell umgekehrt verhält es sich mit inflationsindexierten Anleihen, die eine sichere reale Rendite verbrieften. Dies wird anhand von vier in der Praxis verfügbaren Anleihen demonstriert, deren Zahlungsstrukturen nachfolgend charakterisiert werden.

Die am weitesten verbreitete<sup>22</sup> inflationsindexierte Anleihe ist der so genannte **Capital Indexed Bond (CIB)**, der auch unter dem Synonym "kanadisches Modell" bekannt geworden ist. Für diese Anleihen ermitteln sich die nominalen Kuponzahlungen und die am Laufzeitende zu leistende Tilgung auf Basis des inflationsangepassten Nominalwerts und einem vorher festgelegten realen Zinssatz  $r^{(\text{real})}$ . Konkret lauten die (nominalen) Zahlungen wie folgt:

$$\begin{aligned} \tilde{z}_t &= N_0 \cdot r^{(\text{real})} \cdot (1 + \tilde{\pi}_{0,t}) = N_0 \cdot r^{(\text{real})} \cdot \prod_{\tau=1}^t (1 + \tilde{\pi}_{\tau-1,\tau}), \text{ für } t = 1, \dots, T-1, \\ \tilde{z}_T &= N_0 \cdot (1 + r^{(\text{real})}) \cdot (1 + \tilde{\pi}_{0,T}) = N_0 \cdot (1 + r^{(\text{real})}) \cdot \prod_{\tau=1}^T (1 + \tilde{\pi}_{\tau-1,\tau}). \end{aligned} \quad (21)$$

Es zeigt sich, dass die Inflationsrate in den nominalen Zahlungen berücksichtigt wird und insofern der Anleger dem Inflationsrisiko nicht auf realer Ebene ausgesetzt ist. Es lässt sich

<sup>21</sup> Aufgrund einer potentiell vorliegenden Ausfallgefahr müsste von Zahlungsverpflichtungen (statt Zahlungen) gesprochen werden. Der Übersicht halber wird in diesem Abschnitt von der Ausfallgefahr abstrahiert.

<sup>22</sup> Gehandelt wird diese Anleihe beispielsweise in Großbritannien (seit 1981), Australien (1985), Kanada (1991), USA (1997), Frankreich (1998), Italien (2003) sowie Japan (2004) und wie angesprochen neuerdings in Deutschland.

mithin feststellen, dass CIBs über unsichere nominale Zahlungen, aber über sichere reale Zahlungen verfügen<sup>23</sup>.

Im Gegensatz zu den CIBs, deren Zahlungsstruktur an eine konventionelle Standard-Anleihe angelehnt ist, orientiert sich die Zahlungsstruktur eines **Indexed Annuity Bonds (IAB)** an einer konventionellen Annuitätenanleihe. Zur genaueren Charakterisierung dieses Anleihetyps bezeichne  $z$  eine über die Laufzeit konstante (reale) Basiszahlung. Vor diesem Hintergrund lauten die nominalen Zahlungen des IAB:

$$\tilde{z}_t = z \cdot (1 + \tilde{\pi}_{0,t}) = z \cdot \prod_{\tau=1}^t (1 + \tilde{\pi}_{\tau-1,\tau}), \text{ für } t = 1, \dots, T. \quad (22)$$

Diese Anleihe wurde von mehreren öffentlichen Körperschaften in Australien emittiert<sup>24</sup>.

Ferner sei der so genannte **Indexed Zero-Coupon Bond (IZCB)** betrachtet, dessen Zahlungsstruktur an eine konventionelle Nullkuponanleihe angelehnt ist. Konkret verbrieft ein IZCB genau eine (reale) Zahlung am Ende der Laufzeit, die inflationsangepasst ist. Dies führt zu nominalen Zahlungen der Form:

$$\begin{aligned} \tilde{z}_t &= z_t = 0, \text{ für } t = 1, \dots, T-1, \\ \tilde{z}_T &= N_0 \cdot (1 + r^{(\text{real})})^T \cdot (1 + \tilde{\pi}_{0,T}) = N_0 \cdot (1 + r^{(\text{real})})^T \cdot \prod_{\tau=1}^T (1 + \tilde{\pi}_{\tau-1,\tau}). \end{aligned} \quad (23)$$

Diese Anleihe wurde erstmalig in Island emittiert, was zu der Bezeichnung “isländischer Typ” geführt hat. Ähnliche Anleihetypen sind in Polen und in Schweden verfügbar.

Schließlich wird als weiterer Typ einer inflationsindexierten Anleihe der so genannte **Interest Indexed Bond (IIB)** vorgestellt, der einen nur unvollständigen Inflationsausgleich bietet. Für diesen lauten die Zahlungen:

$$\begin{aligned} \tilde{z}_t &= N_0 \cdot (r^{(\text{real})} + \tilde{\pi}_{t-1,t}), \text{ für } t = 1, \dots, T-1, \\ \tilde{z}_T &= N_0 \cdot (1 + r^{(\text{real})} + \tilde{\pi}_{T-1,T}). \end{aligned} \quad (24)$$

Insofern sind bei einem IIB sowohl reale als auch nominale Zahlungen unsicher, was möglicherweise einer der Gründe dafür ist, dass diese Form der Anleihe von dem australischen Staat wegen mangelnder Nachfrage nur von 1980 bis 1988 emittiert wurde.

Die Zahlungsstrukturen der genannten vier inflationsindexierten Anleihen sind in Tabelle 2 sowohl aus nominaler als auch aus realer Sicht dargestellt<sup>25</sup>.

<sup>23</sup> In der Regel sind CIBs mit einem so genannten „deflation floor“ ausgestattet, durch den die Tilgungszahlung  $z_T$  nach unten in Höhe des Nennwerts begrenzt wird.

<sup>24</sup> Vgl. *Deacon/Derry/Mirfendereski*, Inflation-indexed securities, 2. Aufl. 2004, S. 21.

<sup>25</sup> Vgl. zu verschiedenen Typen inflationsindexierter Anleihen auch *Deacon/Derry/Mirfendereski*, a.a.O. (Fn 23), S. 17 ff.

<< **Tabelle 2 in etwa hier** >>

Abstrahiert man von dem am Kapitalmarkt wenig erfolgreichen IIB, so zeigt sich im Gegensatz zu der Zahlungsstruktur einer Standard-Anleihe, dass die Zahlungsstruktur inflationsindexierter Anleihen aus realer Sicht keinen Inflationsrisiken ausgesetzt ist. Es muss allerdings konstatiert werden, dass dieses Ergebnis nur Gültigkeit besitzt, falls zum einen die Konsumgrößen der Zahlungsempfänger dieser Anleihe bzgl. der Preisentwicklung dem der Inflationsrate zugrunde liegenden Warenkorb entsprechen<sup>26</sup>. Zum anderen sind die von der Anleihe vorgesehenen Inflationsraten in der Regel nicht exakt auf die Zahlungszeitpunkte der Anleihe abgestimmt, so dass auch auf diese Weise Inflationsrisiken nicht völlig eliminiert werden.

Grundsätzlich wird aber deutlich, dass inflationsindexierte Anleihen durchaus geeignet sind, die auf der Passivseite eines Versicherers resultierenden Zinsrisiken sicherer realer Zahlungsverpflichtungen im Rahmen eines (realen) Durationsmatch erheblich zu reduzieren. Vor diesem Hintergrund wird im Weiteren für den CIB als typischen Repräsentanten einer inflationsindexierten Anleihe ein Asset-Liability-Management vorgestellt, das reale Zahlungsverpflichtungen auf der Passivseite des Versicherers berücksichtigt.

#### **IV. Asset-Liability-Management unter Berücksichtigung inflationsindexierter Anleihen und teilweise realer Verpflichtungen**

Betrachtet wird weiterhin ein Versicherungsunternehmen, das sowohl sichere Fremdkapitalverpflichtungen auf realer (FK-Teilportfolio 1) als auch nominaler (FK-Teilportfolio 2) Basis besitzt. Darüber hinaus setze das Unternehmen auf der Aktivseite nominale Anleihen (nomA) und CIBs ein. Völlig analog zu (7) können Änderungen im Eigenkapitalwert aufgrund von (nominalen) Marktzinsänderungen ausgeschlossen werden, falls die folgende Identität erzielt werden kann:

$$\text{BPV}_{\text{CIB}}^{(\text{real})} \cdot \frac{\partial r_{\text{CIB}}^{(\text{real})}}{\partial r_{\text{M}}} + \text{BPV}_{\text{nomA}}^{(\text{nom})} \cdot \frac{\partial r_{\text{nomA}}^{(\text{nom})}}{\partial r_{\text{M}}} = \text{BPV}_{\text{FK1}}^{(\text{real})} \cdot \frac{\partial r_{\text{FK1}}^{(\text{real})}}{\partial r_{\text{M}}} + \text{BPV}_{\text{FK2}}^{(\text{nom})} \cdot \frac{\partial r_{\text{FK2}}^{(\text{nom})}}{\partial r_{\text{M}}}. \quad (25)$$

Hinreichend zur Erfüllung von (25) ist die Erzielung eines realen und eines nominalen BPV- bzw. Durationsmatch der folgenden Art:

---

<sup>26</sup> Beispielsweise müssen auch die in Rede stehenden Versicherungsleistungen nicht einem identischen Inflationsrisiko unterliegen, wie dies durch den der Inflationsrate zugrunde liegenden Warenkorb ausgedrückt wird.

$$\begin{aligned}
& \text{BPV}_{\text{CIB}}^{(\text{real})} \cdot \frac{\partial r_{\text{CIB}}^{(\text{real})}}{\partial r_{\text{M}}^{(\text{real})}} \cdot \frac{\partial r_{\text{M}}^{(\text{real})}}{\partial r_{\text{M}}^{(\text{real})}} = \text{BPV}_{\text{FK1}}^{(\text{real})} \cdot \frac{\partial r_{\text{FK1}}^{(\text{real})}}{\partial r_{\text{M}}^{(\text{real})}} \cdot \frac{\partial r_{\text{M}}^{(\text{real})}}{\partial r_{\text{M}}^{(\text{real})}} \quad \text{und} \\
& \text{BPV}_{\text{nomA}}^{(\text{nom})} \cdot \frac{\partial r_{\text{nomA}}^{(\text{nom})}}{\partial r_{\text{M}}^{(\text{nom})}} = \text{BPV}_{\text{FK2}}^{(\text{nom})} \cdot \frac{\partial r_{\text{FK2}}^{(\text{nom})}}{\partial r_{\text{M}}^{(\text{nom})}} \\
& \Leftrightarrow D_{\text{CIB}}^{(\text{real,m})} \cdot V_{\text{CIB}} \cdot \frac{\partial r_{\text{CIB}}^{(\text{real})}}{\partial r_{\text{M}}^{(\text{real})}} = D_{\text{FK1}}^{(\text{real,m})} \cdot V_{\text{FK1}} \cdot \frac{\partial r_{\text{FK1}}^{(\text{real})}}{\partial r_{\text{M}}^{(\text{real})}} \quad \text{und} \\
& D_{\text{nomA}}^{(\text{nom,m})} \cdot V_{\text{nomA}} \cdot \frac{\partial r_{\text{nomA}}^{(\text{nom})}}{\partial r_{\text{M}}^{(\text{nom})}} = D_{\text{FK2}}^{(\text{nom,m})} \cdot V_{\text{FK2}} \cdot \frac{\partial r_{\text{FK2}}^{(\text{nom})}}{\partial r_{\text{M}}^{(\text{nom})}}.
\end{aligned} \tag{26}$$

Wie schon im Abschnitt II.1. dargelegt, kann für sichere nominale Zahlungsverpflichtungen eine Regression der (nominalen) Effektivrendite auf einen nominalen Marktzinssatz als sinnvoll angesehen werden, so dass die Anwendung der Yield-beta-Methode auf die letzte in (26) enthaltene Gleichung sachgerecht erscheint. Somit können die Einflussparameter  $\partial r_{\text{nomA}}^{(\text{nom})} / \partial r_{\text{M}}^{(\text{nom})}$  und  $\partial r_{\text{FK2}}^{(\text{nom})} / \partial r_{\text{M}}^{(\text{nom})}$  durchaus durch die entsprechenden Beta-Faktoren  $\beta_{\text{nomA,M}}^{(\text{nom})}$  und  $\beta_{\text{FK2,M}}^{(\text{nom})}$  ersetzt werden.

Zu prüfen bleibt, ob ein derartiges Vorgehen auch für die Effektivrenditen der CIBs und einen realen Marktzinssatz sinnvoll ist. Zur Untersuchung dieses Sachverhalts wird eine lineare Regression der Effektivrendite für 5-jährige Laufzeit bzw. 7-jährige Laufzeit auf die Effektivrendite für 10-jährige Laufzeit der „Treasury Yield Curve“ durchgeführt (vgl. wiederum Tabelle 1). Da mit  $R^2 = 0,4154$  bzw.  $R^2 = 0,8063$  ein recht hohes Bestimmtheitsmaß vorliegt, stützt diese Studie die These, dass die Yield-beta-Methode für Finanzierungstitel mit sicheren realen Zahlungen bei realen Marktzinsänderungen ein sinnvolles Verfahren darstellt.

Unter Berücksichtigung von (26) liegt demnach eine Absicherung gegen (marginale) nominale Marktzinsänderungen vor, falls die beiden folgenden Bedingungen erfüllt sind:

$$\begin{aligned}
& D_{\text{CIB}}^{(\text{real,m})} \cdot V_{\text{CIB}} \cdot \beta_{\text{CIB,M}}^{(\text{real})} = D_{\text{FK1}}^{(\text{real,m})} \cdot V_{\text{FK1}} \cdot \beta_{\text{FK1,M}}^{(\text{real})} \quad \text{und} \\
& D_{\text{nomA}}^{(\text{nom,m})} \cdot V_{\text{nomA}} \cdot \beta_{\text{nomA,M}}^{(\text{nom})} = D_{\text{FK2}}^{(\text{nom,m})} \cdot V_{\text{FK2}} \cdot \beta_{\text{FK2,M}}^{(\text{nom})}.
\end{aligned} \tag{27}$$

Völlig analog stellt (27) auch eine hinreichende Bedingung für eine Absicherung des Eigenkapitals gegen (marginale) reale Marktzinsänderungen dar.

Das Vorgehen soll an der Erweiterung des im Abschnitt II.1. präsentierten Fallbeispiels nochmals erläutert werden. Das dort vorgegebene Fremdkapitalvolumen in Höhe von  $V_{\text{FK2}} = 500$  Mio. € bezieht sich nur auf die nominal sicheren Zahlungsverpflichtungen. Somit gilt mit den obigen Vorgaben  $D_{\text{FK2}}^{(\text{nom,m})} = 10$  und  $\beta_{\text{FK2,M}}^{(\text{nom})} = 0,8$ . Für einen Durationsmatch sind die beiden nominalen Anleihen A und B zur Erfüllung der zweiten Zeile aus (27) im Umfang von  $x_{\text{A}} \approx 3\,809\,524$  und  $x_{\text{B}} \approx 1\,680\,672$  einzusetzen.

Darüber hinaus sei angenommen, dass die Versicherung über Fremdkapital mit sicheren realen Zahlungsverpflichtungen mit einem Marktwert von  $V_{\text{FK1}} = 200$  Mio. € verfügt. Eine Regression der Effektivrendite  $r_{\text{FK1}}^{(\text{real})}$  auf den realen Marktzinssatz  $r_{\text{M}}^{(\text{real})}$  ergibt ein Yield-beta von

$\beta_{FK1,M}^{(real)} = 0,7$ . Die (reale) Duration dieser Fremdkapitalposition laute  $D_{FK1}^{(real,m)} = 5$ . Ferner sei vorausgesetzt, dass ein Teil des Aktivvolumens, das einen Gesamtumfang von 1 Mrd. € besitzt, für zwei CIBs C und D verwendet werden kann, die die folgenden Marktwerte, modifizierten (realen) Durationen sowie (realen) Betafaktoren besitzen:

$$\begin{aligned} V_C &= 100 \text{ €} \quad D_C^{(real,m)} = 3, \quad \beta_{C,M}^{(real)} = 0,4; \\ V_D &= 90 \text{ €} \quad D_D^{(real,m)} = 20, \quad \beta_{D,M}^{(real)} = 0,9. \end{aligned} \quad (28)$$

Um zusätzlich einen realen Durationsmatch zu erzielen, sind die Stückzahlen  $x_C$  und  $x_D$  derart zu ermitteln, dass die erste Gleichung aus (27) erfüllt wird und damit die gesamte Eigenkapitalposition gegen kleine (sowohl nominale als auch reale) Marktzinsänderungsrisiken abgesichert ist. Dies führt zur folgenden Bestimmungsgleichung:

$$\begin{aligned} x_C \cdot D_C^{(real,m)} \cdot V_C \cdot \beta_{C,M}^{(real)} + x_D \cdot D_D^{(real,m)} \cdot V_D \cdot \beta_{D,M}^{(real)} &= D_{FK1}^{(real,m)} \cdot V_{FK1} \cdot \beta_{FK1,M}^{(real)} \\ \Leftrightarrow x_C \cdot 3 \cdot 100 \cdot 0,4 + x_D \cdot 20 \cdot 90 \cdot 0,9 &= 5 \cdot 200 \text{ Mio.} \cdot 0,7 \\ \Leftrightarrow x_C \cdot 120 + x_D \cdot 1620 &= 700 \text{ 000 000}. \end{aligned} \quad (29)$$

Mit der Budgetbedingung

$$400 \text{ 000 000} = x_C \cdot V_C + x_D \cdot V_D = x_C \cdot 100 + x_D \cdot 90 \quad (30)$$

des für indexierte Anleihen zur Verfügung stehenden Aktivvolumens ergibt sich schließlich als Lösung:

$$x_C \approx 3 \text{ 869 048} \quad \text{und} \quad x_D \approx 145 \text{ 503}. \quad (31)$$

Insofern lässt sich ein Durationsmatch auf die Berücksichtigung realer Zahlungsstrukturen erweitern, ohne dass das zugrunde liegende Modell größere Komplexität besitzt als das traditionelle Verfahren.

#### IV. Zusammenfassung

Es zeigt sich, dass die traditionelle Yield-beta-Methode im Rahmen des Asset-Liability-Managements nur dann sinnvoll ist, wenn das betrachtete Unternehmen keinen sicheren realen und damit der Inflationsunsicherheit unterliegenden nominalen Zahlungen gegenübersteht. Vor diesem Hintergrund wurde die Yield-beta-Methode auf die Berücksichtigung realer Zahlungsverpflichtungen erweitert, wobei für dieses Vorgehen die Verfügbarkeit inflationsindexierter Anleihen notwendig ist. Insofern ist die kürzlich vorgenommene Erst-Emission von inflationsindexierten Bundesanleihen als sinnvolle Marktvervollständigung für ein sachgerechtes Asset-Liability-Management zu begrüßen.

	Regression nominaler Effektivrenditen auf nominale Effektivrenditen		Regression realer Effektivrenditen auf nominale Effektivrenditen		Regression realer Effektivrenditen auf reale Effektivrenditen	
	Regression von $r_{5J,t}$ auf $r_{10J,t}$	Regression von $r_{7J,t}$ auf $r_{10J,t}$	Regression von $r_{7J,t}^{(real)}$ auf $r_{7J,t}$	Regression von $r_{10J,t}^{(real)}$ auf $r_{10J,t}$	Regression von $r_{5J,t}^{(real)}$ auf $r_{10J,t}^{(real)}$	Regression von $r_{7J,t}^{(real)}$ auf $r_{10J,t}^{(real)}$
$\alpha$	-0,0094	-0,0042	0,0032	0,0056	-0,0075	-0,0057
$\beta$	1,0896	1,0456	0,3391	0,3215	1,0814	1,1539
$R^2$	0,9511	0,9828	0,2531	0,2042	0,4154	0,8063

**Tabelle 1: Regressionen ausgewählter Effektivrenditen**

( $r_{xJ,t} / r_{xJ,t}^{(real)}$  = Effektivrendite für x-jährige Laufzeiten der „Daily Treasury Yield Curve“/„Daily Treasury Real Yield Curve“)

Typ	Nominale Zahlungen (t = 1, ..., T-1)	Nominale Zahlungen (t = T)	Reale Zahlungen (t = 1, ..., T-1)	Reale Zahlungen (t = T)
CIB	$\tilde{z}_t = N_0 \cdot r^{(\text{real})} \cdot (1 + \tilde{\pi}_{0,t})$	$\tilde{z}_T = N_0 \cdot (1 + r^{(\text{real})}) \cdot (1 + \tilde{\pi}_{0,T})$	$z_t^{(\text{real})} = N_0 \cdot r^{(\text{real})}$	$z_T^{(\text{real})} = N_0 \cdot (1 + r^{(\text{real})})$
IAB	$\tilde{z}_t = z \cdot (1 + \tilde{\pi}_{0,t})$	$\tilde{z}_T = z \cdot (1 + \tilde{\pi}_{0,T})$	$z_t^{(\text{real})} = z$	$z_T^{(\text{real})} = z$
IZCB	$z_t = 0$	$\tilde{z}_T = N_0 \cdot (1 + r^{(\text{real})})^T \cdot (1 + \tilde{\pi}_{0,T})$	$z_t^{(\text{real})} = 0$	$z_T^{(\text{real})} = N_0 \cdot (1 + r^{(\text{real})})^T$
IIB	$\tilde{z}_t = N_0 \cdot (r^{(\text{real})} + \tilde{\pi}_{t-1,t})$	$\tilde{z}_T = N_0 \cdot (1 + r^{(\text{real})} + \tilde{\pi}_{T-1,T})$	$\tilde{z}_t^{(\text{real})} = \frac{N_0 \cdot (r^{(\text{real})} + \tilde{\pi}_{t-1,t})}{(1 + \tilde{\pi}_{0,t})}$	$\tilde{z}_T^{(\text{real})} = \frac{N_0 \cdot (1 + r^{(\text{real})} + \tilde{\pi}_{T-1,T})}{(1 + \tilde{\pi}_{0,T})}$

**Tabelle 2: Nominale und reale Zahlungsstrukturen indexierter Anleihen**