

Braun, Daniel; Allgeier, Burkhard; Cremers, Heinz

**Working Paper**

## Ratingverfahren: Diskriminanzanalyse versus Logistische Regression

Frankfurt School - Working Paper Series, No. 179

**Provided in Cooperation with:**

Frankfurt School of Finance and Management

*Suggested Citation:* Braun, Daniel; Allgeier, Burkhard; Cremers, Heinz (2011) : Ratingverfahren: Diskriminanzanalyse versus Logistische Regression, Frankfurt School - Working Paper Series, No. 179, Frankfurt School of Finance & Management, Frankfurt a. M.

This Version is available at:

<https://hdl.handle.net/10419/54722>

**Standard-Nutzungsbedingungen:**

Die Dokumente auf EconStor dürfen zu eigenen wissenschaftlichen Zwecken und zum Privatgebrauch gespeichert und kopiert werden.

Sie dürfen die Dokumente nicht für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, öffentlich zugänglich machen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Sofern die Verfasser die Dokumente unter Open-Content-Lizenzen (insbesondere CC-Lizenzen) zur Verfügung gestellt haben sollten, gelten abweichend von diesen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

**Terms of use:**

*Documents in EconStor may be saved and copied for your personal and scholarly purposes.*

*You are not to copy documents for public or commercial purposes, to exhibit the documents publicly, to make them publicly available on the internet, or to distribute or otherwise use the documents in public.*

*If the documents have been made available under an Open Content Licence (especially Creative Commons Licences), you may exercise further usage rights as specified in the indicated licence.*

**Frankfurt School – Working Paper Series**

**No. 179**

**Ratingverfahren:  
Diskriminanzanalyse versus  
Logistische Regression**

by Daniel Braun, Burkhard Allgeier, Heinz Cremers

December 2011



**Frankfurt School of  
Finance & Management**  
Bankakademie | HfB

Sonnemannstr. 9–11 60314 Frankfurt an Main, Germany

Phone: +49 (0) 69 154 0080 Fax: +49 (0) 69 154 008728

Internet: [www.frankfurt-school.de](http://www.frankfurt-school.de)

## Abstract

The credit business is an essential part of each banks' activities. With regard to the increasing regulatory obligations, the risk management and the associated minimum capital requirements gain in importance. Banks have got the possibility to determine their credit risk by an internal rating system. It is current practice to make use of quantitative methods to develop the system. This paper will focus on rating systems calibrated using the discriminant analysis and the logistic regression. Both methods will be presented on a theoretical basis and will be applied in a practical testing. In the first step, the borrowers are divided into rating classes. In the second step, a default probability is determined for each of them. The paper will explore the two approaches and reveal the differences.

Key words: Discriminant Analysis, Logistic Regression, Logit, Rating, Bankinternes Rating, Probability of Default (PD), Basel II, IRB-Ansatz, Credit Risk

JEL classification: C02, C13, C15, C38, C53

ISSN: 14369753

### Contact:

Daniel Braun

Eschersheimer Landstr. 87  
60322 Frankfurt am Main  
Tel. +49 69 13025576

danielbraun@gmx.de

Prof. Dr. Heinz Cremers

Frankfurt School of Finance  
& Management  
Sonnemannstrasse 9-11  
D-60314 Frankfurt am  
Main, Germany  
Tel.: +49 69 154008 213  
Fax: +49 69 154008 4213

h.cremers@fs.de

## Content

|  |    |
|--|----|
| Symbolverzeichnis .....  | 4  |
| 1 Einleitung .....   | 5  |
| 2 Bonitätsbeurteilung durch Kreditrating .....                                     | 6  |
| 2.1 Definition und Grundlagen .....  | 6  |
| 2.2 Ratingverfahren .....  | 8  |
| 2.3 Festlegung der Merkmale .....  | 8  |
| Exkurs: Regulatorische Anforderungen (Basel II und III) .....                      | 10 |
| 3 Die Diskriminanzanalyse als Verfahren zur Ratingentwicklung .....                | 13 |
| 3.1 Problemstellung .....  | 13 |
| 3.2 Vorgehensweise .....   | 14 |
| 3.2.1 Vorangestellte Berechnungen .....  | 14 |
| 3.2.2 Rechenbeispiel .....   | 15 |
| 3.2.3 Formulierung der Diskriminanzfunktion .....                                  | 17 |
| 3.2.4 Fortsetzung des Rechenbeispiels .....  | 20 |
| 3.3 Anwendung auf ein bankinternes Rating .....                                    | 21 |
| 3.3.1 Einführung des Begriffes „Kreditscore“ .....                                 | 21 |
| 3.3.2 Einteilung in Ratingklassen und Ermittlung der Ausfallwahrscheinlichkeit ... | 22 |
| 3.3.3 Exponentialkalibrierung der Scorewerte .....                                 | 22 |
| 4 Die logistische Regression als Verfahren zur Ratingentwicklung .....             | 25 |
| 4.1 Ursprung .....   | 25 |
| 4.2 Vorgehensweise .....   | 26 |
| 4.2.1 Formulierung des logistischen Regressionsansatzes .....                      | 26 |
| 4.2.2 Bestimmung der Ausfallwahrscheinlichkeit .....                               | 27 |
| 4.2.3 Schätzung der logistischen Regressionsfunktion .....                         | 28 |
| 4.3 Anwendung auf ein bankinternes Rating: .....                                   | 30 |
| 4.3.1 Bildung des Kreditscores .....   | 30 |
| 4.3.2 Einteilung in Ratingklassen .....  | 30 |
| 5 Rechenbeispiel .....   | 31 |
| 5.1 Erläuterung der Fallstudie .....   | 31 |
| 5.2 Anwendung der Diskriminanzanalyse auf die Lernstichprobe .....                 | 31 |
| 5.3 Anwendung der logistischen Regression auf die Lernstichprobe .....             | 35 |
| 5.4 Überprüfung der Ergebnisse anhand der Teststichprobe .....                     | 38 |
| 5.5 Vergleich der beiden Verfahren .....   | 40 |
| 6 Fazit und Ausblick .....   | 42 |
| Anhang .....   | 44 |
| Literaturverzeichnis .....   | 60 |

## Symbolverzeichnis

|                               |  |
|-------------------------------|--|
| $a$ und $b$                   | Erwartungswertvektoren   |
| $\beta_k$                     | Parameter (Koeffizienten) der logistischen Regressionsfunktion |
| $d_k$                         | Parameter / Koeffizienten in der Diskriminanzfunktion          |
| $d(z)$                        | Diskriminanzwert von $z$                                       |
| $G$                           | Grundgesamtheit der betrachteten Gruppen                       |
| $K$                           | Gesamtanzahl der betrachteten Merkmale                         |
| $L$                           | Likelihood-Wert  |
| $LL$                          | Loglikelihood-Wert   |
| $\pi_i$                       | Ausfallwahrscheinlichkeit                                      |
| $\eta$                        | Verbindungsvariable (Logit)                                    |
| $O_i$                         | ein beliebiges Objekt  |
| $Q(d)$                        | Quotient der Diskriminanzwerte                                 |
| $\sigma_i^2$                  | Varianz  |
| $Cov(X_i, X_j) = \sigma_{ij}$ | Kovarianz  |
| $\Sigma$                      | Kovarianzmatrix  |
| $U_i$                         | ein beliebiges Unternehmen                                     |
| $X_i$                         | ein beliebiges Merkmal   |
| $X$                           | unabhängige Variable (bei der logistischen Regression)         |
| $Y$                           | abhängige Variable (bei der logistischen Regression)           |
| $x$ und $y$                   | Merkmalsvektoren   |
| $\bar{x}$ und $\bar{y}$       | Mittelwertvektoren   |
| $z$                           | ein neues Objekt   |

## 1 Einleitung

Jede Kreditanfrage zieht für eine Bank stets die notwendige Entscheidung nach sich: Wird der Kredit herausgegeben und damit das Risiko eines Kapitalverlustes eingegangen oder wird die Anfrage abgelehnt und so auf Zinsen sowie etwaige zusätzliche ertragsbringende Geschäfte verzichtet. Im Zuge der Finanzkrise gab es alleine im Jahr 2009 in Deutschland 32.687 Unternehmens-Insolvenzen, so viele wie seit 2003 nicht mehr (Statistisches Bundesamt, 2010). Das Problem, das sich für Banken dabei ergibt, ist die Entscheidungsfindung. Woran können sie erkennen, ob der Kreditnehmer in der Lage sein wird, den Kredit zurückzuzahlen oder nicht? Im einfachsten Fall betrachtet eine Bank nur zwei mögliche Ereignisse: Wird der Kreditnehmer während der Kreditlaufzeit sämtlichen Zahlungsverpflichtungen nachkommen oder wird es zu Zahlungsverzögerungen bis hin zu einem Ausfall des Kredites kommen. Dies lässt sich jedoch erst im Nachhinein feststellen. Aufschlussreicher ist daher die Auskunft, welche Bonität der Anfragende aktuell besitzt. Diese Bonität wird in Ratingklassen ausgedrückt, je besser das Rating, desto geringer die Ausfallwahrscheinlichkeit. Anhand dieser Ratingklassen kann die Bank den in Rechnung zu stellenden Zinssatz (je schlechter die Ratingklasse, desto höher der Zins), die Höhe der Sicherheiten (je schlechter die Ratingklasse, desto größer das Sicherungsbedürfnis) und die Notwendigkeit der Eigenkapitalhinterlegung als Puffer für einen eventuellen Ausfall bestimmen.

Nach den Regelungen von Basel II gibt es strenge Anforderungen an das Mindesteigenkapital sowie das Management von Risiken. Während bei Privatkunden die wirtschaftliche Situation hauptsächlich von der beruflichen Situation des Kreditnehmers abhängt, sind es bei Unternehmen verschiedene Faktoren, die Einfluss auf die finanzielle Lage und damit die Fähigkeit zur Bedienung der Zins- und Tilgungszahlungen nehmen. Banken müssen daher Unternehmen unter Berücksichtigung der Bilanz, der Gewinn- und Verlustrechnung, der Branche und der allgemeinen makroökonomischen Lage analysieren, um eine Einschätzung über die Ratingklasse treffen zu können. Da dies sehr umfassende und damit zeit- und arbeitsaufwendige Bewertungsverfahren voraussetzt, sind Banken bestrebt, ein praktisches, unkompliziertes Verfahren anzuwenden, welches dennoch zu möglichst genauen Ergebnissen kommt. Es existieren zahlreiche Studien und Analysen, die sich mit Ratingverfahren und deren Nutzen auseinandersetzen. Keine hat jedoch bisher dazu geführt, dass ein einheitlicher Ratingprozess angewandt wird. Banken greifen daher auf verschiedene Verfahren zurück, die unterschiedliche Ansätze haben und alle mit Vor- und Nachteilen versehen sind. Aufbauend auf dem Ergebnis des Ratings wird die Entscheidung für die Genehmigung, Prolongation oder Ablehnung von Kreditanträgen getroffen. Da sich die Bonität im Zeitverlauf ändern kann, ist eine regelmäßige Aktualisierung des Ratings wichtig.

Die Diskriminanzanalyse und die logistische Regression werden auf ihre Prognosekraft untersucht, Unternehmen in Ratingklassen einzuordnen und darauf basierend Kreditentscheidungen zu treffen. Dies soll unter Betrachtung und Anwendung quantitativer Kennzahlen geschehen und im Idealfall ermöglichen, anhand der Ergebnisse ein internes Ratingverfahren zu implementieren.

Zunächst werden die Begriffe „Rating“ und „Ratingverfahren“ definiert. Dabei soll verdeutlicht werden, welche Bedeutung dem Rating an sich und den unterschiedlichen Ratingklassen zukommen. Anschließend soll dargestellt werden, welche Unternehmenskennzahlen sich eignen, mit Hilfe der beiden quantitativen, statistischen Verfahren untersucht zu werden. Da die aufsichtsrechtlichen Voraussetzungen für bankinterne Ratings durch die Vorschriften des Baseler Komitees und die darauf aufbauenden Mindestanforderungen der Bafin (MaRisk) geregelt sind (Henking et al, 2006, S.2), wird in einem Exkurs darauf eingegangen. Daran anschließend werden die Diskriminanzanalyse und die logistische Regression theoretisch erläutert, um das Hintergrundwissen für die später erfolgende praktische Umsetzung aufzubauen. Anschließend werden anhand eines Rechenbeispiels die jeweiligen Vor- und Nachteile herausgearbeitet. Dazu werden die Verfahren zunächst auf eine Lernstichprobe angewandt und darauf aufbauend ihre Fähigkeit zur Prüfung der Kreditwürdigkeit von Unternehmen getestet.

## 2 Bonitätsbeurteilung durch Kreditrating

### 2.1 Definition und Grundlagen

„Ein Rating ist eine Meinung über die künftige Fähigkeit (...) eines Emittenten, Zahlungen von Zins und Tilgung einer (...) Schuldverschreibung termingerecht und vollständig zu erfüllen.“ Mit diesen Worten definierte Jürgen Berblinger von Moody's Deutschland 1996 den Begriff. Durch das Rating wird somit die Wahrscheinlichkeit von Zahlungsstörungen bei den Zinszahlungen oder der Rückzahlung einer Schuldverschreibung über die gesamte Laufzeit ausgedrückt. Eine Zahlungsstörung ist dabei nicht erst durch den kompletten Ausfall einer Position gegeben, sondern entsteht bereits bei ersten Zahlungsverzögerungen. Des Weiteren werden Ratings sowohl für einen kurzfristigen Zeitraum (kürzer als 360 Tage) als auch für einen langfristigen Zeitraum (länger als 360 Tage) vergeben. Dabei wird zwischen „Emissions-Rating“ und „Emittenten-Rating“ unterschieden. Erstgenanntes bezieht sich auf einzelne Finanztitel wie zum Beispiel Anleihen oder Obligationen. „Emittenten-Ratings“ betrachten keine bestimmte finanzielle Verpflichtung, sondern die allgemeine Finanzkraft des Schuldners hinsichtlich des Fortbestands des Unternehmens. Auch Privatpersonen können geratet werden, dabei stehen die aktuellen Vermögensverhältnisse und die laufenden Einnahmen und Ausgaben im Vordergrund.

Für den Beurteilten ist es das Ziel, ein möglichst gutes Rating zu erhalten, da damit meistens niedrigere Kosten, zum Beispiel in Bezug auf Kreditzinsen, verbunden sind. Dem gegenüber stehen die Nutzer des Ratings. Sie möchten, dass das Rating möglichst zutreffend ist; welche Stufe erreicht wird, ist zunächst zweitrangig. Nutzer können einerseits private oder institutionelle Anleger sein, die sich ein Urteil über einzelne Schuldverschreibungen machen möchten. Andererseits ist es für Banken von großer Relevanz, wie sich die finanzielle Lage eines Un-

ternehmens als Ganzes oder einer Privatperson darstellt, bevor eine Kreditentscheidung getroffen wird. Ein Rating hat somit zum Ziel, ein standardisiertes, objektives, nachvollziehbares und skaliertes Krediturteil über die wirtschaftliche Lage des zu beurteilenden Objekts zu geben. (Füser, 2001, S.27) Im Rahmen der Arbeit wird besonders der Begriff des „Kreditratings“ im Vordergrund stehen. Dieser „drückt eine Meinung darüber aus, ob und in welchem Maße das Unternehmen willens und in der Lage ist, seinen finanziellen Verpflichtungen nachzukommen“ (Eigermann, 2002, S.29). Mit einem Rating wird die Bonität des Kreditnehmers mit einer Note versehen und in skaliert Form eine Aussage über die Ausfallwahrscheinlichkeit getroffen (Berblinger, 1996, S.32; Henking et al, 2006, S.6). Die Skala besteht dabei – je nach Ratingagentur – aus acht bis zehn Stufen von AAA bis D, mit genaueren Quantifizierungen durch plus, minus oder einer Zahl von eins bis drei. Hinter jeder Ratingkategorie verbirgt sich eine relative Prozentangabe, wie viele Kunden auf historischer Basis im betreffenden Zeitraum ausgefallen sind. Nachfolgende Tabelle gibt die Ratingkategorien der drei wichtigsten Ratingagenturen wieder.

| <b>Moody's</b><br>long-term | <b>S&amp;P</b><br>long-term | <b>Fitch</b><br>long-term | <b>Risikokategorie</b>  |
|-----------------------------|-----------------------------|---------------------------|---|
| Aaa                         | AAA                         | AAA                       | höchste Bonität, Ausfallrisiko fast null  |
| Aa1<br>Aa2<br>Aa3           | AA+<br>AA<br>AA-            | AA+<br>AA<br>AA-          | hohe Bonität, leichtes Ausfallrisiko  |
| A1<br>A2<br>A3              | A+<br>A<br>A-               | A+<br>A<br>A-             | überdurchschnittliche Bonität, geringe Anfälligkeit bei unvorhergesehen gesamtwirtschaftlichen Ereignissen  |
| Baa1<br>Baa2<br>Baa3        | BBB+<br>BBB<br>BBB-         | BBB+<br>BBB<br>BBB-       | mittlere Bonität, stärkere Anfälligkeit bei unvorhergesehen Ereignissen                                     |
| Ba1<br>Ba2<br>Ba3           | BB+<br>BB<br>BB-            | BB+<br>BB<br>BB-          | spekulative Anlage, bei negativen wirtschaftlichen Entwicklungen Gefährdung der Zins- und Tilgungszahlungen |
| B1<br>B2<br>B3              | B+<br>B<br>B-               | B+<br>B<br>B-             | geringe Bonität, Ausfälle werden bei Verschlechterung der Lage wahrscheinlich                               |
| Caa<br>Ca<br>C              | CCC<br>CC<br>C              | CCC                       | geringste Bonität, nur bei günstiger Entwicklung wird es zu keinen Ausfällen kommen                         |
| -                           | D                           | DDD<br>DD<br>D            | Zahlungsausfall   |

Tabelle 1: Ratingskalen von Moody's, S&P und Fitch (In Anlehnung an Kassberger und Wentges, 1999, S.30)



## 2.2 Ratingverfahren

Durch das Ratingverfahren soll eine Fülle an verfügbaren Informationen in eine Form komprimiert werden, die den Fokus auf die wesentlichen Informationen legt, die am besten Aufschluss über die Bonität des zu beurteilenden Objekts geben. Weiterführend kann zwischen zwei Rating-Arten unterschieden werden, dem externen und dem internen Rating. Erstgenanntes wird von Ratingagenturen durchgeführt; die drei weltweit bekanntesten und anerkanntesten sind Moody's Investors Service (gegründet 1909, Unternehmenssitz New York), Standard&Poor's Corporation (S&P) (gegründet 1941, Unternehmenssitz New York) und Fitch Ratings (gegründet 1913, Unternehmenssitze New York und London). Sie dienen in den meisten Fällen dazu, die Bonität von Anleihe-Emittenten am Kapitalmarkt auszudrücken. Interne Ratings kommen hauptsächlich in Banken zum Einsatz, entweder wenn über ein Unternehmen - wie es bei deutschen Mittelständlern aus Kostengründen häufig der Fall ist - kein externes Rating vorliegt oder wenn die Bank durch ein internes Rating für sie relevantere Rückschlüsse ziehen kann. Dabei ist jedoch entscheidend, dass gewisse Anforderungen an das Verfahren erfüllt werden. Nach Blochwitz und Eigermann (2001, S.366) sind dies vier zu beachtende Punkte: Objektivität, Transparenz, Nachvollziehbarkeit und Einheitlichkeit. Objektivität ist dann sichergestellt, wenn auf subjektive (Experten)-Meinungen verzichtet wird und das Urteil ausschließlich anhand mathematisch-statistischer Berechnungen getroffen wird. Die Transparenz soll garantieren, dass sich Außenstehenden verständlich erschließt, welche Informationen auf welche Art verarbeitet wurden. Nachvollziehbarkeit ist gewährleistet, wenn die Auswirkungen der einzelnen Informationen auf die Ratingstufe deutlich werden und die Einheitlichkeit des Ratingprozesses „soll sicherstellen, dass gleiche Informationen auch immer zu einem gleichen Ratingurteil führen“. (Blochwitz und Eigermann, 2001, S.366) In Banken wird häufig ein sog. Scoring-Verfahren eingesetzt, um eine Bonitätsaussage über die Kreditnehmer zu treffen. Der Score setzt sich dabei aus verschiedenen Merkmalen zusammen, auf die im folgenden Unterpunkt näher eingegangen wird. Anhand des ermittelten Scores werden interne Ratingklassen gebildet, die die Wahrscheinlichkeit eines Kreditausfalls während der Laufzeit in alphabetischer Weise ausdrücken. Unter Verwendung historischer Ausfalldaten wird im Anschluss eine empirische Ausfallrate (Default Frequency) jeder einzelnen Ratingklasse ermittelt und als Annahme für die zukünftige Ausfallwahrscheinlichkeit (Probability of Default) festgelegt. (Behr und Güttler, 2004, S.10)

## 2.3 Festlegung der Merkmale

Es besteht grundsätzlich die Möglichkeit bei der Ratermittlung auf qualitative und quantitative Merkmale bzw. Informationen zurückzugreifen. Bei qualitativen Merkmalen sind die Ausprägungen verbal formuliert, d.h. die Art oder Eigenschaft eines Objekts wird beschrieben (Blochwitz und Eigermann, 2001, S.370). Dazu gehören die Managementqualität, das Bilanzierungsverhalten, die Wettbewerbsintensität oder das Branchenumfeld. Im Rahmen dieser Arbeit sollen jedoch ausschließlich quantitative Merkmale betrachtet werden, da sie aufgrund

ihrer metrischen Skalierung problemlos mit den quantitativen Verfahren Diskriminanzanalyse und logistische Regression verarbeitet werden können. Dabei rücken besonders Kennzahlen aus Jahresabschlüssen, die eine Bilanz und eine Gewinn- und Verlustrechnung beinhalten, in den Vordergrund, da sie regelmäßig verfügbar sind. Diese Kennzahlen lassen sich weiter in drei Gruppen einteilen: Absolute Zahlen (z.B. Cash-Flow oder Jahresüberschuss), statistische Messgrößen (z.B. Standardabweichungen) und Verhältniszahlen (das prozentuale Verhältnis zweier absoluter Größen) (Eigermann, 2002, S.56). Im Rechenbeispiel werden Verhältniszahlen verwendet, da diese sich am besten eignen, Unternehmen unterschiedlicher Größe und aus verschiedenen Branchen zu vergleichen. Schließlich sollen die quantitativen Verfahren hinsichtlich ihrer allgemeinen Verwendbarkeit untersucht werden.

Die betrachteten Kennzahlen sind nach ihrer Logik und ihrer Häufigkeit in der einschlägigen Literatur ausgewählt worden, sodass nicht detaillierter auf diesen Auswahlprozess eingegangen wird. Es hat sich die Frage gestellt, welche Bilanz- bzw. Gewinn- und Verlustrechnungskennzahlen sich am besten eignen, um eine zukünftige Solvenz oder Insolvenz eines Unternehmens prognostizieren zu können. Die Kennzahlen sollen dabei aus „bonitätsrelevanten Kategorien stammen“ (Weber et al., 1999, S.121). Dabei kristallisierten sich die Bereiche Rentabilität, Liquidität und Struktur des Kapitals als Kernkategorien heraus, da sie die wesentlichen Bilanzkennziffern bei der Beurteilung eines Unternehmens sind.

Die Kapitalstruktur wird durch die Berechnung des Verschuldungsgrades (VG) berücksichtigt (Baetge, 1996, S.233). Der Verschuldungsgrad gibt das Verhältnis von Fremdkapital zu Eigenkapital an. Das Eigenkapital ist dabei als die Differenz zwischen „dem Gesamtwert der auf der Aktivseite ausgewiesenen Vermögensgegenstände“ und „dem Gesamtbetrag des Fremdkapitals als Ausdruck zukünftiger Zahlungs- und Leistungsverpflichtungen“ definiert (Bitz et al., 1991, S.19). Je höher das Eigenkapital, desto höher ist das Reinvermögen des Unternehmens:

$$VG = \frac{\text{Fremdkapital}}{\text{Eigenkapital}}$$

Die Rentabilität wird durch den Return on Equity (RoE) gemessen. Als Gewinn wird hierbei der Jahresüberschuss zugrunde gelegt, und durch das zu Jahresbeginn zur Verfügung stehende Eigenkapital geteilt. (Crouhy et al, 2001, S.386-387)

$$RoE = \frac{\text{Gewinn} * 100}{\text{Eigenkapital}}$$

Die Liquiditätssicherung eines Unternehmens ist eine essentielle Aufgabe des Finanzmanagements auf Unternehmensebene. Weder kurz- noch mittel- oder langfristig darf es zu einem Ungleichgewicht zwischen der Aktiv- und der Passivseite der Bilanz eines Unternehmens kommen. Daher sollen sowohl die Current Ratio (CR) (auch bekannt unter „Liquidität 3. Grades“) als auch die Kapitalbindungsdauer (KBD) in die spätere Berechnung mit einfließen (Crouhy et al, 2001, S.386-387).

$$CR = \frac{\text{Umlaufvermögen}}{\text{kurzfristige Verbindlichkeiten}}$$

$$KBD = \frac{(\text{Akzeptverpflichtungen} + \text{Verbindlichkeiten aus Lieferungen und Leistungen}) * 360}{\text{Umsatz}}$$

Das Umlaufvermögen setzt sich aus den liquiden Mitteln, zu denen neben der Kassenhaltung auch Wertpapiere gehören, Rechnungsabgrenzungsposten, Forderungen, sonstigen Vermögensgegenständen und Vorräten zusammen. Die kurzfristigen Verbindlichkeiten werden auch als kurzfristiges Fremdkapital bezeichnet und bestehen aus Verbindlichkeiten mit einer Restlaufzeit unter einem Jahr, Steuerrückstellungen und Rechnungsabgrenzungsposten. (Bitz, 1991, S.337-338) Die Kapitalbindungsdauer gibt an, wie viele Tage das Unternehmen benötigt, um seine Verpflichtungen und Verbindlichkeiten durch seine Umsatzerlöse zu erwirtschaften. Es wird vermutet, dass insolvenzgefährdete Unternehmen durchschnittlich länger zur Tilgung brauchen als Unternehmen mit einer gesunden Bilanz. (Moody's, 2001, S.11)

Als fünfter Gradmesser soll die Debt Coverage Ratio (DCR) dienen. Dieser Kapitaldienstdeckungsgrad gibt das Verhältnis zwischen den laufenden Erträgen (EBIT) und den jährlich fälligen Zinszahlungen an. Je höher der Quotient ist, desto bereitwilliger sind Fremdkapitalgeber, Kredite zur Verfügung zu stellen. (Behr und Güttler, 2004, S.103).

$$DCR = \frac{EBIT}{\text{jährliche Zinszahlungen}}$$

Da diese Kennzahlen in der Regel für jedes Unternehmen zu ermitteln sind, bieten sie eine gute Arbeitsgrundlage. Je höher der Verschuldungsgrad und die Kapitalbindungsdauer sind, desto stärker ist das Unternehmen von Dritten abhängig. Hohe Werte beim Return on Equity, der Current Ratio und der Debt Coverage Ratio wirken sich hingegen positiv auf das Rating eines Unternehmens aus.

## Exkurs: Regulatorische Anforderungen (Basel II und III)

Vor dem Hintergrund, dass noch keine endgültige Version von Basel III verabschiedet wurde, wird im Folgenden die Bedeutung eines internen Ratingverfahrens für eine Bank auf Basis von Basel II dargestellt. Es kann jedoch bereits festgestellt werden, dass unter Basel III die bankinternen Ratingverfahren weiter an Bedeutung gewinnen.

Der Begriff Basel II bezeichnet Eigenkapitalregelungen, die in den letzten Jahren vom Basler Ausschuss für Bankenaufsicht entwickelt und in einem Konsultationspapier veröffentlicht wurden. Basel II ist in einem sog. Drei-Säulen-Modell strukturiert. Die erste Säule beinhaltet die Mindestanforderung an die Kapitalausstattung. Dabei werden sowohl das Kredit- und

Marktrisiko als auch das operationelle Risiko beachtet und hinterfragt. Um die Notwendigkeit zur Eigenkapitalhinterlegung zu bemessen, können sich Banken entweder auf externe Ratings berufen oder bankinterne Bonitätseinschätzungen vornehmen. Letzteres Verfahren ist zwar meistens wesentlich aufwendiger, hat in vielen Fällen aber zur Folge, dass eine geringere Eigenkapitalunterlegung (EK-Unterlegung) notwendig ist. Mit der zweiten Säule ist die Überprüfung der Banken durch die Aufsicht festgeschrieben. Die dritte Säule beinhaltet die Offenlegungspflicht, um eine Marktdisziplin bezüglich der eingegangenen Risiken zu erhalten. (Wilkins et al., 2001, S.37)

Im Konsultationspapier zu Basel II wird im Rahmen der ersten Säule „Mindestkapitalanforderungen“ unter Absatz 40 die wesentliche Aussage getroffen: „Das Verhältnis von anrechenbarem Eigenkapital zu gewichteten Risikoaktiva darf nicht geringer sein als 8%“ (Basler Ausschuss für Bankenaufsicht, 2004, S.12). Die Berechnung des Kreditrisikos kann auf zwei Wegen erfolgen: Dem Standardansatz und dem IRB-Ansatz (Internal Ratings-Based Approach). Auf den Standardansatz soll nur kurz eingegangen werden. Vereinfacht gesprochen wird dabei das Kreditrisiko unter Verwendung externer Bonitätsbeurteilungen gemessen. Forderungen werden in Abhängigkeit des Schuldners und der externen Ratingklasse mit standardisierten Risikogewichten (RW) multipliziert und aufsummiert. (Basler Ausschuss für Bankenaufsicht, 2004, S.15-44)

$$EK - Unterlegung = Risikogewicht * 8\% * EAD$$

Die 8% wurden als sog. Solvabilitätskennziffer festgelegt. Kredite mit einem Risikogewicht von 100% müssen mit 8% Eigenkapital unterlegt werden, um die Mindestkapitalanforderungen zu erfüllen. Ist das Risikogewicht niedriger, ist aufgrund der Solvabilitätskennziffer die Kapitalanforderung niedriger als 8% und umgekehrt.

Die andere Alternative zur Berechnung der Eigenkapitalunterlegung ist der sog. IRB-Ansatz. Damit wird Banken die Möglichkeit gegeben, eigene Rating-Modelle zur Einschätzung der Kreditwürdigkeit ihrer Kunden zu entwickeln (Henking, 2006, S.4-5). Die Aufsicht erlaubt Banken die Verwendung interner Risikoschätzmodelle, sofern sie gewisse Mindestbedingungen und Offenlegungsanforderungen erfüllen. Dabei haben sie die Ausfallwahrscheinlichkeit (PD), die Verlustausfallquote (LGD), die ausstehenden Forderungen bei Ausfall (EAD), die Restlaufzeit (M) für die jeweilige Forderung bzw. den jeweiligen Schuldner und die Korrelation unter den Schuldnern (R) mit einzubeziehen. Bei der Berechnung wird zwischen dem einfachen und dem fortgeschrittenen IRB-Ansatz unterschieden. Für diese Arbeit ist nur der einfache IRB-Ansatz von Bedeutung, da die Bank dabei lediglich die PD eines jeden Kreditnehmers schätzen muss. Diese Schätzung der Ausfallwahrscheinlichkeit kann beispielsweise über die Diskriminanzanalyse oder die logistische Regression erfolgen. Für die Verlustausfallquote und die Restlaufzeit werden fixe Zahlen durch Basel II vorgegeben, für die Korrelation errechnet das Basler Komitee Daten. Die ausstehenden Forderungen (EAD) sind der Betrag, der der Bank zum Zeitpunkt des Ausfalls rechtsgültig, d.h. unter Verrechnung der Einlagen des Kreditnehmers, geschuldet wird. (Behr und Güttler, 2004, S.26) Die genaue Berechnung der Eigenkapitalanforderung wird im Anhang 1 explizit erläutert, an dieser Stelle soll

nur die grobe Vorgehensweise dargestellt werden. Sie errechnet sich aus einer Funktion der oben genannten Komponenten:

$$EK - Anforderung = f(PD, LGD, EAD, M, R)$$

Der Betrag der Eigenkapitalunterlegung muss als Verlustpuffer verstanden werden. Kreditinstitute sind verpflichtet, diese Summe bereit zu halten, um gegen unerwartete Kreditausfälle gerüstet zu sein. Die Darstellung im Anhang zeigt, welche zentrale Bedeutung die Ausfallwahrscheinlichkeit hat. Dabei liegt der Fokus der Berechnung auf zwei Zahlen: Zum einen ist die durchschnittliche Ein-Jahres-Ausfallwahrscheinlichkeit unter Verwendung historischer Daten wichtig und zum anderen sollen die geschätzten Ausfallwahrscheinlichkeiten mögliche zukünftige Entwicklungen vorhersagen.

Für die Banken hat die Verwendung eines internen Rating-Ansatzes den Vorteil, dass sie durch ihr internes, verfeinertes Ratingverfahren in den meisten Fällen zu einer niedrigeren Eigenkapitalanforderung gelangen, als mit der Berechnung nach dem Standardansatz (Everling, 2004, S.246). Gleichzeitig beschäftigen sich die Banken intensiv mit ihren Risiken. Nachteile sind jedoch der finanzielle und zeitliche Aufwand für die Entwicklung eines funktionierenden Systems.

Vom Basler Ausschuss wird in Analogie zu den externen Ratingagenturen (vgl. Tabelle 1) die Bildung von mindestens acht Ratingklassen gefordert (Füser, 2001, S.50). Darunter muss sich mindestens eine Klasse befinden, die die Ausfallklasse darstellt, also Unternehmen beinhaltet, die ihren Kredit nicht zurückzahlen (können). In keiner Ratingklasse darf ein zu hoher prozentualer Anteil von Kreditnehmern an der Gesamtzahl sein und kein Unternehmen darf eine interne Ausfallwahrscheinlichkeit von weniger als 0,03% haben. (Behr und Fischer, 2005, S.52) Dieser Exkurs soll verdeutlichen, welche hohe Bedeutung ein internes Ratingverfahren für Banken in der Regel einnimmt und rechtfertigt so den Vergleich zwischen Diskriminanzanalyse und logistischer Regression, die die Grundlage bei der Entwicklung eines Ratingverfahrens bilden können.

Abschließend wird zu der Thematik der Eigenkapitalhinterlegung noch auf die aktuelle Diskussion der Regularien von Basel III hingewiesen. Die Kapitalanforderungen für Banken werden weiter verschärft, sodass einem funktionierenden Risikomanagementsystem der Banken eine immer größere Bedeutung zukommt. Dies hat auch Auswirkungen auf interne Ratingsysteme. Für Banken ergibt sich ein Anreiz zur möglichst genauen Bestimmung der Ausfallwahrscheinlichkeiten, da die standardmäßigen Berechnungsvorgaben des Basler Ausschusses in den meisten Fällen eine höhere Kapitalanforderung pro Kreditnehmer verlangen, als es das Ergebnis eines eigenen Systems hergibt. Ein wesentliches Ziel dieser Maßnahmen ist, dass systemrelevante Banken in der Lage sind, überraschende und hohe Verluste aufzufangen. (Bank für internationalen Zahlungsausgleich, 2010)

### 3 Die Diskriminanzanalyse als Verfahren zur Ratingentwicklung

Die Diskriminanzanalyse ist ein statistisches Verfahren zur Analyse von Gruppenunterschieden und zur Einordnung neuer Objekte in die bestehenden Gruppen, wobei selbige als bekannt vorausgesetzt werden. Anhand der Merkmalsausprägungen der Gruppenmitglieder (=Objekte) wird eine Zuordnungsvorschrift geschätzt, die sog. Diskriminanzfunktion. Diese soll ermöglichen, neu hinzukommende Objekte, deren Gruppenzugehörigkeit unbekannt ist, möglichst fehlerfrei zu klassifizieren. Die Objekte werden dabei durch ihre Merkmale vollständig charakterisiert, sodass das Resultat von den Messwerten der Merkmale abhängt. Eine Aufgabe der Diskriminanzanalyse ist es, genau diejenigen Merkmale zu bestimmen, die am besten diskriminieren, d.h. unterscheiden.

#### 3.1 Problemstellung

Die Diskriminanzanalyse findet auf verschiedenen Gebieten Anwendung. So wird sie zum Beispiel im Marketing verwendet, um herauszufinden, welche Eigenschaften eines Autos Käufer in ihrer Entscheidung für oder gegen eine bestimmte Marke beeinflussen. In der Medizin wird die Diskriminanzanalyse angewandt, um zu analysieren, welche Symptome welche Art von Erkrankung vermuten lassen. Im Rahmen dieser Arbeit soll der Einsatz in der Finanzwirtschaft untersucht werden. Es wird dabei der spezielle Fall der Untersuchung und Prognose der Kreditwürdigkeit von Unternehmen betrachtet.

Im ersten Schritt werden dazu zwei Gruppen gebildet. Eine Gruppe besteht aus solventen Unternehmen und eine Gruppe aus insolventen Unternehmen. Für jedes Unternehmen werden die in Kapitel 2.3 ausgewählten Bilanzkennzahlen (=Merkmale) betrachtet, anhand derer eine Prognose für die Gruppenzugehörigkeit neuer Unternehmen getroffen werden soll. Dazu wird aus den Kennzahlen eine gewichtete Linearkombination gebildet. Im zweiten Schritt soll das Verfahren in die Richtung erweitert werden, dass Ratingklassen abgeleitet werden, anhand derer die Ausfallwahrscheinlichkeit pro Unternehmen geschätzt werden kann.

Als Ausgangsinformation steht ein Datensatz der folgenden Form zur Verfügung:

| Datenmatrix | Gruppen                      |                              |
|-------------|------------------------------|------------------------------|
|             | A                            | B                            |
|             | Objekte<br>1 2 ... M         | Objekte<br>1 2 ... N         |
| Merkmale 1  | $x_{11} x_{12} \dots x_{1M}$ | $y_{11} y_{12} \dots y_{1N}$ |
| 2           | $x_{21} x_{22} \dots x_{2M}$ | $y_{21} y_{22} \dots y_{2N}$ |
| .           | .                            | .                            |
| .           | .                            | .                            |
| K           | $x_{K1} x_{K2} \dots x_{KM}$ | $y_{K1} y_{K2} \dots y_{KN}$ |

Tabelle 2: Datensatz in allgemeiner Form

Dabei sind einige Voraussetzungen von Bedeutung: An jedem Objekt  $O_i$  müssen die gleichen  $K$  Merkmale  $X_1, X_2, \dots, X_K$  gemessen werden. Welche Merkmale dies sind, wird unter fachspezifischen, logischen Gesichtspunkten ausgewählt mit der Bedingung, dass sie aussagekräftige Informationen über die Gruppenzugehörigkeit des Objekts geben. Die Merkmalsausprägungen müssen dabei metrisch skaliert sein, damit eine Addition oder Multiplikation im Rahmen der Ermittlung der Diskriminanzfunktion möglich ist. Die Gesamtzahl der Objekte bestimmt sich aus der Summe der  $m$  Objekte aus Gruppe  $A$  und der  $n$  Objekte aus Gruppe  $B$ . Eine zweite wichtige Voraussetzung ist die Bestimmung der Anzahl und Art der Gruppen. Die Grundgesamtheit  $G$  besteht dabei aus  $g \geq 2$  disjunkten Gruppen  $G_1, \dots, G_G$ . Disjunkt bedeutet, dass jedes Objekt nur genau einer Gruppe angehören darf (Fahrmeir et al., 1996, S.358). Die Art der Gruppen wird, analog zu den Merkmalen, fachspezifisch festgelegt. Die dritte Voraussetzung ist die Kenntnis über die Verteilung der Merkmale in den Gruppen. Für jedes Objekt liegen  $K$  Merkmalsausprägungen vor, anhand derer statistische Parameter wie beispielsweise der Mittelwert und die Streuung errechnet werden können. Bei einer Diskriminanzanalyse wird die Abhängigkeit der vorgegebenen Gruppen von den Merkmalsausprägungen der Gruppenmitglieder untersucht. Streng mathematisch verlangt eine lineare Diskriminanzanalyse eine Normalverteilung der untersuchten Kennzahlen.

Das Ziel der Diskriminanzanalyse ist es, eine Zuordnungsvorschrift zu bestimmen, die jedes neue Objekt  $z$  mit den Merkmalsausprägungen  $z_1, z_2, \dots, z_k$ , dessen Gruppenzugehörigkeit unbekannt ist, genau einer Gruppe zuordnet. Dabei soll die Wahrscheinlichkeit einer fehlerhaften Zuordnung minimiert werden. Für die Berechnung ist zwingende Voraussetzung, dass alle Merkmale normalverteilt sind und gleiche Streuungen sowie gleiche Kovarianzen haben. Ist dies gegeben, wird mittels multivariater linearer Diskriminanzanalyse die Zuordnungsvorschrift bestimmt. Multivariat bedeutet in dem Fall, dass mehr als ein Merkmal betrachtet wird.

## 3.2 Vorgehensweise

### 3.2.1 Vorangestellte Berechnungen

Wie in Tabelle 2 ersichtlich, wird jedes Objekt  $O_i$  in Gruppe  $A$  durch seine  $K$  Merkmalsausprägungen  $x_{1m}, x_{2m}, \dots, x_{Km}$  dargestellt. Diese sollen fortan als Vektor aufgefasst werden:

$$(1) \quad x_m = (x_{1m} \ x_{2m} \ \dots \ x_{Km})^T$$

Der Vektor beinhaltet die Werte aller Merkmalsausprägungen und wird pro Objekt gebildet. Die Merkmale  $X_1, X_2, \dots, X_K$  der Gruppe  $A$  sind normalverteilt  $N(a, \Sigma)$  mit dem Erwartungswert  $E(X_i) = a_i$ , der Streuung  $\sigma_i^2$  und den Kovarianzen  $\text{Cov}(X_i, X_j) = \sigma_{ij}$ . Dies führt zu dem Erwartungswertvektor  $a$ , der damit die Mittelwerte jeder Merkmalsausprägung in Gruppe  $A$  enthält:

$$(2) \quad a = (a_1 \ \dots \ a_K)^T = (E(X_1) \ \dots \ E(X_K))^T$$

Für die Schätzung der Kovarianzmatrix, die die Varianzen der einzelnen Merkmalsausprägungen und die Kovarianzen zwischen den Merkmalsausprägungen enthält, wird folgende Gleichung verwendet:

$$(3) \quad \sigma_{ki} = \frac{1}{M + N - 2} * \left( \sum_{m=1}^M (x_{km} - \bar{x}_k) * (x_{im} - \bar{x}_i) + \sum_{n=1}^N (y_{kn} - \bar{y}_k) * (y_{in} - \bar{y}_i) \right)$$

Daraus wird die Matrix  $\Sigma$  erstellt:

$$(4) \quad \Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1K} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ \sigma_{K1} & \sigma_{K2} & \dots & \sigma_K^2 \end{pmatrix} \text{ mit } \sigma_k^2 = V(X_k) \text{ als Varianz und } \sigma_{ki} = Cov(X_i, X_j) \text{ als Kovarianz}$$

Gleiches wird für die Gruppe  $B$  errechnet. Zum besseren Verständnis sollen auch der Merkmalsvektor der Objekte in Gruppe  $B$  und der Erwartungswertvektor  $b$  angegeben werden:

$$(5) \quad y_n = (y_{1n} \ y_{2n} \ \dots \ y_{Kn})^T$$

$$(6) \quad b = (b_1 \ \dots \ b_K)^T = (E(Y_1) \ \dots \ E(Y_K))^T$$

Da für eine Verwendung der linearen Diskriminanzanalyse gleiche Streuungen und gleiche Kovarianzen die Voraussetzung sind, ist die Kovarianzmatrix  $\Sigma$  für Gruppe  $B$  dieselbe wie für Gruppe  $A$ . Zur Darstellung der genauen Berechnung von Erwartungswert, Varianz und Kovarianz wird an dieser Stelle auf den Anhang 3 verwiesen.

### 3.2.2 Rechenbeispiel

Die allgemein dargestellten Formeln sollen nun an einem kurzen Rechenbeispiel angewendet werden. Gegeben ist folgender Datensatz:

| Objekte<br>Merkmale                   | Gruppe A: Solvente Kreditnehmer   |      |      |      |      |      |      |      |      |     |      |      |      |      |      |
|---------------------------------------|-----------------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|-----|------|------|------|------|------|
|                                       | 1                                 | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    | 10  | 11   | 12   | 13   | 14   | 15   |
| Merkmal X <sub>1</sub> (Rentabilität) | 9,2                               | 19,7 | 17,2 | 15,3 | 13,9 | 13   | 16,3 | 18,2 | 7,7  | 17  | 17,3 | 16,5 | 7,7  | 6,9  | 2,8  |
| Merkmal X <sub>2</sub> (Verschuldung) | 6,9                               | 12,1 | 15,1 | 10,3 | 12,8 | 3    | 12,1 | 8,1  | 2,4  | 2,6 | 5,1  | 13,2 | 6,6  | 3,1  | 2,5  |
| Objekte<br>Merkmale                   | Gruppe B: Insolvente Kreditnehmer |      |      |      |      |      |      |      |      |     |      |      |      |      |      |
|                                       | 16                                | 17   | 18   | 19   | 20   | 21   | 22   | 23   | 24   | 25  | 26   | 27   | 28   | 29   | 30   |
| Merkmal X <sub>1</sub> (Rentabilität) | 10,5                              | 6,1  | 14,5 | 5,8  | 3,4  | 1,3  | 13,4 | 2,9  | 4,4  | 1,4 | 14,7 | 9,8  | 3,3  | 3,6  | 2,8  |
| Merkmal X <sub>2</sub> (Verschuldung) | 15,4                              | 12,8 | 14,9 | 15,8 | 3,9  | 13,5 | 18,8 | 10,7 | 19,2 | 2,1 | 16,4 | 19,6 | 12,3 | 14,2 | 16,3 |

Tabelle 3: Datensatz solventer und nicht solventer Kreditnehmer



Abgetragen in einem Koordinatensystem ergibt sich folgendes Bild:

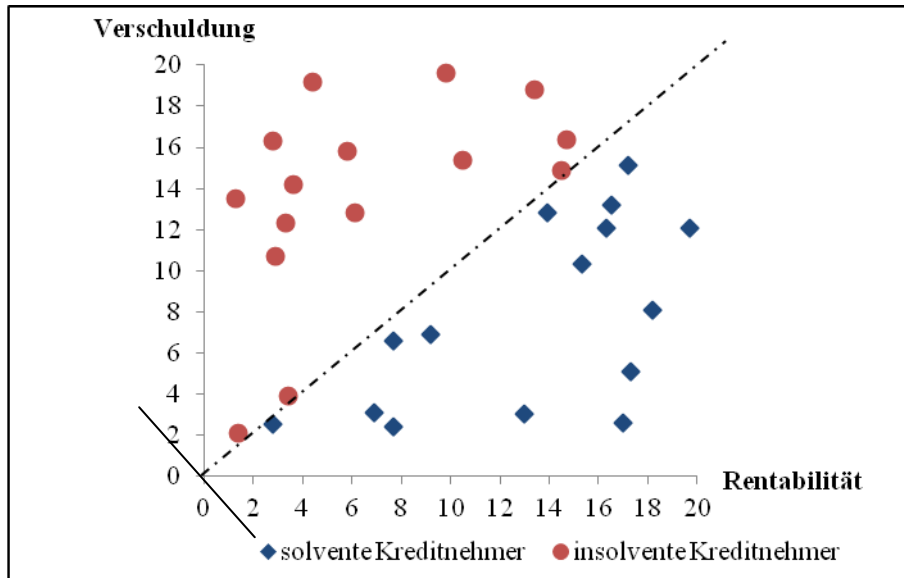


Abbildung 1: Darstellung der Merkmalsverteilung

Die gesuchte Zuordnungsvorschrift soll eine Funktion sein, die die beiden Gruppen optimal trennt. In Abbildung 1 ist skizzenhaft eine Trennlinie (gestrichelt) eingezeichnet. Die Orthogonale dazu ist die Diskriminanzachse, an der die jeweiligen Diskriminanzwerte abgelesen werden können. Werte links vom Schnittpunkt der beiden Geraden werden der Gruppe der insolventen Kreditnehmer zugeordnet und Werte rechts vom Schnittpunkt der Gruppe der solventen Kreditnehmer.

Der Erwartungswertvektor der Merkmalsausprägungen errechnet sich anhand der Mittelwerte pro Merkmal pro Gruppe. Es ergibt sich für die Gruppen A und B (vgl. Anhang 4):

$$a = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13,247 \\ 7,727 \end{pmatrix} \text{ sowie } b = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6,527 \\ 13,727 \end{pmatrix}$$

Die Kovarianzmatrix erschließt sich aus den gruppenübergreifenden Varianzen der Merkmale sowie der Kovarianz der Merkmale.

$$\Sigma = \begin{pmatrix} 24,393 & 13,167 \\ 13,167 & 23,077 \end{pmatrix}$$

### 3.2.3 Formulierung der Diskriminanzfunktion

Ziel der Diskriminanzanalyse ist es, neue Objekte mit unbekannter Gruppenzugehörigkeit in die richtige Gruppe einordnen zu können. Stellvertretend soll  $z$  für den jeweiligen Ausprägungsvektor eines neuen Objekts stehen.

$$(7) \quad z = (z_1, \dots, z_K)^T$$

Die Zuordnungsvorschrift wird linear angesetzt:

$$(8) \quad d(z) = d_1 z_1 + d_2 z_2 + \dots + d_K z_K$$

Die Parameter  $d_1, d_2, \dots, d_K$  sind reelle Zahlen und geben die Gewichtung der einzelnen Merkmalausprägungen an.  $d(z)$  ist somit die Summe der gewichteten Merkmalausprägungen und wird fortan als Diskriminanzwert bezeichnet, da er das Ergebnis der Diskriminanzfunktion ist. Anhand dieser Kennzahl  $d(z)$  wird bestimmt, welcher Gruppe das neue Objekt zugeordnet wird. Dies geschieht in Abhängigkeit davon, ob  $d(z)$  über oder unter dem Grenzwert  $GW$  liegt. Formal ausgedrückt bedeutet das:

$$(9) \quad d(z) > GW \rightarrow \text{Objekt gehört in Gruppe } A$$

$$(10) \quad d(z) < GW \rightarrow \text{Objekt gehört in Gruppe } B$$

Bei hinreichender Rechengenauigkeit trennt der Grenzwert die Gruppen so genau, dass eine Gleichheit eigentlich nie vorkommt (Krause und Metzler, 1988, S.405). Ziel ist es, den Grenzwert so zu wählen, dass eine optimale Trennung der Gruppen erreicht wird, d.h. eine möglichst geringe Fehlerrate bei der Zuordnung erfolgt. Um dies zu erreichen, muss ein Ausdruck gefunden werden, der die bestmögliche Trennung der beiden Gruppen ausdrückt. Dafür wird der Quotient  $Q(d)$  gewählt:

$$(11) \quad Q(d) = \frac{(d(\bar{x}) - d(\bar{y}))^2}{\frac{1}{M + N - 2} * \left[ \sum_{m=1}^M (d(x_{km}) - d(\bar{x}_k))^2 + \sum_{n=1}^N (d(y_{kn}) - d(\bar{y}_k))^2 \right]}$$

Dazu sollen auf der einen Seite die Gruppenmittel einen möglichst großen Abstand von einander haben. Auf der anderen Seite soll die Streuung innerhalb einer jeden Gruppe möglichst klein sein. Beides zusammen wird erreicht, wenn  $Q(d)$  maximiert wird. Je größer der Wert von  $Q$  ist, desto größer ist der Unterschied zwischen den Gruppen.

Der Quotient besteht daher aus mehreren Komponenten. Der Zähler gibt den quadratischen Abstand zwischen den Diskriminanzwerten der Gruppenmittel der beiden Gruppen an. Die Lage der Gruppenmittel wird dabei über die jeweiligen Mittelwertvektoren  $\bar{x} = (\bar{x}_1 \ \bar{x}_2 \ \dots \ \bar{x}_K)^T$  und  $\bar{y} = (\bar{y}_1 \ \bar{y}_2 \ \dots \ \bar{y}_K)^T$  ausgedrückt. Der Mittelwertvektor ergibt sich aus den Mittelwerten pro Merkmal pro Gruppe:

$$(12) \quad \bar{x}_k = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M x_{km} \quad \text{bzw.} \quad \bar{y}_k = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N y_{kn}$$

Sind alle Werte für  $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_K$  bzw.  $\bar{y}_1, \bar{y}_2, \dots, \bar{y}_K$  geschätzt, kann daraus eine Schätzung für den Diskriminanzwert des Zentrums (Gruppenmittel) der Gruppen A und B erfolgen.

$$(13) \quad d(\bar{x}) = d_1 \bar{x}_1 + \dots + d_K \bar{x}_K \quad \text{bzw.} \quad d(\bar{y}) = d_1 \bar{y}_1 + \dots + d_K \bar{y}_K$$

Mit den Ausdrücken  $(d(x_{km}) - d(\bar{x}))^2$  und  $(d(y_{kn}) - d(\bar{y}))^2$  wird der quadratische Abstand jedes Objektes von seinem Gruppenmittel errechnet. Der Nenner ist also ein Ausdruck für die Streuung der Objekte innerhalb ihrer Gruppen.

In nachfolgender Abbildung ist das Maximierungsproblem graphisch dargestellt. In beiden Fällen liegt der gleiche Abstand zwischen den Mittelwerten der Diskriminanzwerte vor. Im oberen Fall streuen die Diskriminanzwerte der Objekte jedoch deutlich geringer um den jeweiligen Mittelwert als im unteren Fall. Das hat zur Folge, dass der Überschneidungsbereich deutlich kleiner ist und die Gruppenzugehörigkeit somit besser bestimmt werden kann.

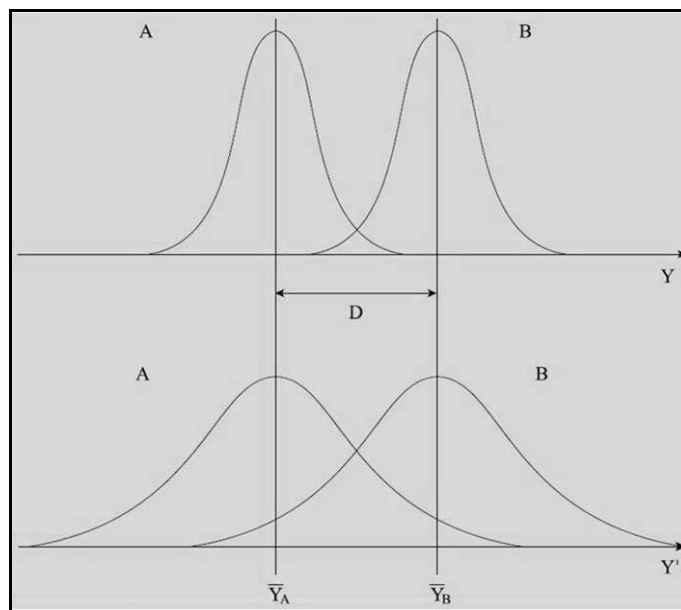


Abbildung 2: Das Maximierungsproblem

Die Diskriminanzfunktion  $d$  trennt die Gruppen bestmöglich, wenn  $Q(d)$  maximiert wird. Daher soll  $Q$  als Funktion von  $d = (d_1 \dots d_K)^T$  aufgefasst werden. Dies wird durch Nullsetzen der partiellen Ableitung von  $Q$  nach  $d_1, d_2, \dots, d_K$  erreicht:

$$(14) \quad \frac{\partial Q}{\partial d_i} = 0 \quad \text{für } i = 1, \dots, K$$

Für  $d_1, d_2, \dots, d_K$  sind also die Bedingungen bekannt. Da Ableitungen nach Konstanten immer null ergeben, sind die gesuchten Größen  $d_k$  aus der Bedingungsgleichung bis auf eine frei wählbare Konstante eindeutig. Durch Hinzufügen der Randbedingung ( $d'(\bar{x} - \bar{y}) = d'\Sigma d$ ) kommt man zu einer eindeutigen Lösung. Die Randbedingung beinhaltet sowohl den Abstand zwischen den Mittelwertvektoren  $\bar{x}$  und  $\bar{y}$  der Merkmale als auch die empirische Kovarianzmatrix  $\hat{\Sigma}$ , deren Berechnung bereits in Kapitel 3.3 vollzogen wurde. Die Lösung erhält man durch:

$$(15) \quad \hat{\Sigma} * d = \bar{x} - \bar{y} \text{ bzw. } d = \hat{\Sigma}^{-1} * (\bar{x} - \bar{y})$$

Dieser Ausdruck kann auch in Komponentenschreibweise mit folgendem linearen Gleichungssystem ausgedrückt werden:

$$\begin{aligned} \bar{x}_1 - \bar{y}_1 &= \sigma_{11} * d_1 + \sigma_{12} * d_2 + \dots + \sigma_{1i} * d_K \\ \bar{x}_2 - \bar{y}_2 &= \sigma_{21} * d_1 + \sigma_{22} * d_2 + \dots + \sigma_{2i} * d_K \\ &\vdots \\ \bar{x}_K - \bar{y}_K &= \sigma_{K1} * d_1 + \sigma_{K2} * d_2 + \dots + \sigma_{Ki} * d_K \end{aligned}$$

Wird dieses Gleichungssystem aufgelöst, ist es möglich, alle Parameter  $d_1, d_2, \dots, d_K$  der Diskriminanzfunktion zu berechnen, die die einzelnen Merkmalausprägungen der Objekte gewichten. Nun gilt es noch, den Grenzwert zu errechnen, um anhand des Diskriminanzwertes  $d(z)$  des neuen Objekts zu erkennen, in welche der beiden Gruppen es einzuordnen ist. Dazu werden die mittleren Diskriminanzwerte  $d(\bar{x}) = d_1 * \bar{x}_1 + d_2 * \bar{x}_2 + \dots + d_K * \bar{x}_K$  und analog dazu  $d(\bar{y})$  der beiden Gruppen berechnet. Ist  $d(\bar{x}) > d(\bar{y})$ , so wird  $z$  der Gruppe A zugeordnet, wenn

$$(16) \quad d(z) > \frac{d(\bar{x}) + d(\bar{y})}{2} \text{ gilt.}$$

Ansonsten ist die prognostizierte Zugehörigkeit für  $z$  Gruppe B.

Damit zeigt sich, dass angefangen bei einem Datensatz bestehend aus solventen und insolventen Kreditnehmern, über die Berechnung von Mittelwerten und Kovarianzen der Merkmalausprägungen eine lineare Funktion gefunden wurde, die es ermöglicht, unter Einsetzen der Merkmalswerte eines neuen Objekts die Gruppenzugehörigkeit zu bestimmen.

### 3.2.4 Fortsetzung des Rechenbeispiels

Anhand der in Kapitel 3.2.2 bestimmten Mittelwertvektoren sowie der Kovarianzmatrix soll nun für das kurze Rechenbeispiel die Diskriminanzfunktion ermittelt werden. Es gilt, folgende Gleichung zu lösen:

$$d = \hat{\Sigma}^{-1} * (a - b)$$

Die dazugehörigen Daten sind folgende:

$$a = \begin{pmatrix} 13,247 \\ 7,727 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 6,527 \\ 13,727 \end{pmatrix} \text{ und } \hat{\Sigma} = \begin{pmatrix} 24,393 & 13,167 \\ 13,167 & 23,077 \end{pmatrix}$$

$\hat{\Sigma}$  wird in Excel invertiert, sodass man  $\hat{\Sigma}^{-1} = \begin{pmatrix} 0,063 & -0,034 \\ -0,034 & 0,059 \end{pmatrix}$  erhält.

Den Vektor  $d$  erhält man damit nach Multiplikation:

$$\begin{pmatrix} 0,059 & -0,034 \\ -0,034 & 0,063 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 13,247 - 6,527 \\ 7,727 - 13,727 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,601 \\ -0,603 \end{pmatrix}$$

Somit lautet die Zuordnungsvorschrift:  $d(z) = 0,601z_1 - 0,603z_2$

Die Diskriminanzwerte der Gruppenmittelwerte lauten damit:

$$\begin{aligned} d(a) &= 0,601 * 13,247 - 0,603 * 7,727 = 3,30 \\ d(b) &= 0,601 * 6,527 - 0,603 * 13,727 = -4,35 \end{aligned}$$

Der Grenzwert, der die beiden Gruppen unterteilt, berechnet sich aus der halbierten Differenz zwischen den beiden Gruppenmittelwertvektoren:

$$GW = \frac{3,3 - 4,35}{2} = -0,525$$

Das bedeutet, dass für neue Objekte mit einem Diskriminanzwert größer als -0,525 eine Zugehörigkeit zu Gruppe A und entsprechend bei einem geringeren Diskriminanzwert als -0,525 eine Zugehörigkeit zu Gruppe B prognostiziert wird.

### 3.3 Anwendung auf ein bankinternes Rating

#### 3.3.1 Einführung des Begriffes „Kreditscore“

In den bisherigen Ausführungen wurde ausschließlich die Frage nach der Gruppeneinteilung in solvent und insolvent behandelt. Um die Diskriminanzanalyse jedoch noch nützlicher für Banken zu machen, gilt es, die Ergebnisse und Erkenntnisse zu verfeinern. Da nun die Möglichkeit besteht, für jedes Unternehmen auf Basis seiner Merkmalsausprägungen einen Diskriminanzwert zu ermitteln, soll dies genutzt werden, die Unternehmen noch genauer einzuteilen. Dafür wird der Diskriminanzwert fortan als ein Kreditscore aufgefasst, der die Zahlungsfähigkeit des Unternehmens widerspiegeln soll und durch diesen ersetzt wird. Es gilt, je höher der Score, desto besser die Bonität. Dieser Score hat, analog zur allgemeinen linearen Diskriminanzfunktion, folgende Formel:

$$(17) \quad Score_i = \sum_{j=1}^J d_j * X_{i,j}$$

Dieser Ansatz wurde erstmalig von Fisher im Jahr 1936 entwickelt und verwendet. Er basiert auf der Grundidee, eine Reihe von Merkmalsvariablen zu gewichten und linear zu kombinieren.  $d_j$  ist dabei ein Vektor, bestehend aus den zu bestimmenden Koeffizienten  $d_1, d_2, \dots, d_j$ . Die Berechnung erfolgt wie vorangehend in den Formeln (8) - (16) erläutert. Es bietet sich jedoch an, auch die Darstellung des Maximierungsproblems etwas verändert vorzunehmen, um es anschaulicher und leichter verständlich zu gestalten. Dazu werden die Diskriminanzwerte der Gruppenmittelwerte  $d(\bar{x})$  und  $d(\bar{y})$  durch die Mittelwerte der Scores  $\mu_{Score,M}$  und  $\mu_{Score,N}$  ersetzt, wobei weiterhin ein möglichst großer Abstand dieser Mittelwerte voneinander das Ziel ist. Außerdem wird die Streuung innerhalb der Gruppen durch die Summe der Varianzen der Scorewerte ausgedrückt, sodass man für ein spezifisches Unternehmen  $i$  folgende Formel erhält:

$$(18) \quad \frac{(\mu_{Score,M} - \mu_{Score,N})^2}{(M-1)\sigma_M^2 + (N-1)\sigma_N^2} \rightarrow \max!$$

Die beste Maximierung erhält man somit, je größer der Zähler, also der Abstand der Mittelwerte und je kleiner der Nenner, also je geringer die Varianzen und damit die Streuung innerhalb der Gruppen, ist. Daran anschließend können die Koeffizienten  $d_j$  ermittelt werden, die die Gewichtungen der einzelnen Merkmalsvariablen für die Diskriminanzfunktion angeben. Die Ergebnisse sind die Scorewerte pro Unternehmen, anhand derer sie nach ihrer Bonität geordnet werden. (Fritz et al., 2001, S.191) Die weitere Berechnung erfolgt analog zu der Vorgehensweise in den Kapiteln 3.1 und 3.2.

### 3.3.2 *Einteilung in Ratingklassen und Ermittlung der Ausfallwahrscheinlichkeit*

Nach Ermittlung der Scores (Diskriminanzwerte) gilt es, diese in Ratingklassen zu überführen. Die rechtlichen Vorgaben der Basel II-Regularien verlangen die Bildung von mindestens acht Ratingklassen. Da die Grobeinteilung der drei großen externen Ratingagenturen zehn Ratingstufen umfasst, soll dies auch für die in Kapitel 5 folgende Berechnung der Maßstab sein. Es ist zwar einleuchtend, dass eine größere Anzahl von Ratingklassen eine noch bessere Einteilung der Unternehmen ermöglichen würde. Grundannahme ist dabei, dass alle Kreditnehmer innerhalb einer Ratingklasse identisch sind und somit das gleiche Kreditrisiko aufweisen. Diese Gleichheitsannahme sollte aber eher als Approximation aufgefasst werden, da in der Realität eine stetige Verteilung der Kreditfähigkeit der Unternehmen und kein Sprung innerhalb der Ausfallwahrscheinlichkeit von Ratingklasse zu Ratingklasse angenommen werden kann. (Daldrup, 2006, S.72) Da das Ziel der Arbeit ein Vergleich der Verfahren Diskriminanzanalyse und logistischer Regression ist und zudem der später betrachtete Datensatz aus rechentechnischen Gründen eine geringe Größe aufweist, ist es in diesem Fall nicht sinnvoll und nicht notwendig, eine genauere Aufteilung vorzunehmen.

Anhand der Scores ist es möglich, eine Rangfolge innerhalb der untersuchten Unternehmen zu bilden und sie in Ratingklassen einzuteilen. Allerdings bleibt die Frage nach den Ausfallwahrscheinlichkeiten offen, da die Scorewerte alleine nicht als Ausfallwahrscheinlichkeiten aufgefasst werden können. Diese sind auf verschiedene, indirekte Weisen zu ermitteln. (Deutsche Bundesbank, 2003, S.65) Einerseits besteht die Möglichkeit, den Unternehmen anhand ihrer Scores direkt individuelle Ausfallwahrscheinlichkeiten zuzuordnen, wie später bei der logistischen Regression gezeigt werden wird. Andererseits kann den bestehenden Risikoklassen eine (durchschnittliche) Ausfallwahrscheinlichkeit (PD) zugeordnet werden, was bei der Diskriminanzanalyse notwendig ist. Dabei besteht die Möglichkeit, entweder historische interne Ausfalldaten zu ermitteln und weiterzuverwenden, sowie statistische Ausfallmodelle zu entwickeln oder die Ausfallraten von externen Ratingagenturen den internen Ratingklassen zuzuordnen. (Daldrup, 2006, S.71) In dieser Arbeit soll, um den durch die Diskriminanzanalyse ermittelten Risikoklassen eine Ausfallwahrscheinlichkeit zuzuordnen, auf die sog. Exponentialkalibrierung und damit auf das erstgenannte Verfahren zurückgegriffen werden.

### 3.3.3 *Exponentialkalibrierung der Scorewerte*

Unter Kalibrierung wird hier die Zuweisung von Ausfallwahrscheinlichkeiten zu bestehenden Ratingklassen verstanden. Da die beobachtete Ausfallhäufigkeit der Lernstichprobe, auf welche die Diskriminanzanalyse angewandt wird, nicht zwingend der Grundgesamtheit entspricht, ist eine Kalibrierung notwendig. Ein Ratingsystem ist desto besser kalibriert, je weniger die geschätzten Ausfallwahrscheinlichkeiten von den tatsächlichen abweichen (Deutsche Bundesbank, 2003, S.64).

Per Exponentialkalibrierung soll jedem Scorewert eine Ausfallwahrscheinlichkeit zugeordnet werden. Dabei ist die Kalibrierungsfunktion eine stetige Funktion, d.h. es existiert ein monotoner Zusammenhang zwischen dem Score und der entsprechenden Ausfallrate. Dazu müssen die Scorewerte Ratingklassen zugewiesen werden. In dieser Arbeit wurde sich dafür entschieden, für den Vergleich der Verfahren jeder Ratingklasse die gleiche Anzahl an Unternehmen zuzuweisen. Alternativ hätte auch die Möglichkeit bestanden, gleich große Score-Intervalle zu bilden und darauf aufbauend die Unternehmen der jeweiligen Ratingklasse zugeordnet. (Fritz et al., 2001, S.202)

Da in vielen empirischen Studien nachgewiesen wurde, dass die Ausfallrate pro Ratingklasse mit abnehmender Bonität des Kreditnehmers exponentiell steigt, wird eine exponentielle Kalibrierungskurve angenommen. Der Zusammenhang zwischen der Ausfallrate und den Ratingklassen könnte dabei wie folgt aussehen:

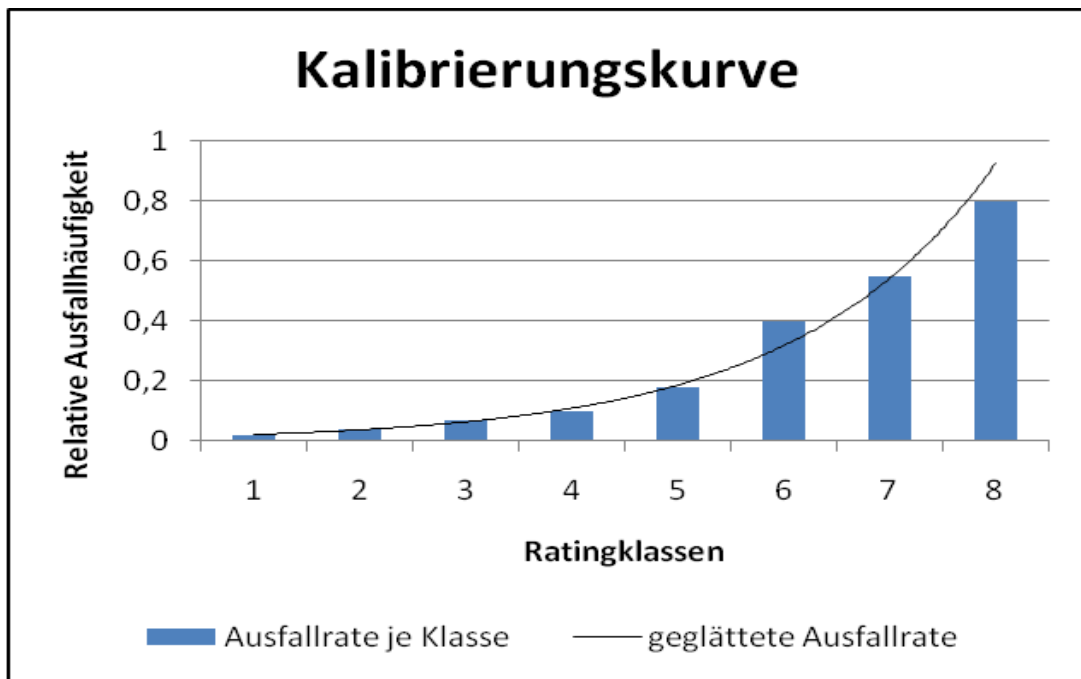


Abbildung 3: Kalibrierung der Ausfallwahrscheinlichkeit

Für jede Ratingklasse  $r_i$  lässt sich eine relative Ausfallhäufigkeit ( $RDF_{r_i}$ ) bestimmen:

$$(19) \quad RDF_{r_i} = \frac{DF_{r_i,t}}{N_{r_i,t}}$$

$DF_{r_i,t}$  beschreibt dabei die Anzahl der ausgefallenen Unternehmen in der jeweiligen Ratingklasse im Zeitraum  $t$ ,  $N_{r_i,t}$  die gesamte Anzahl an Unternehmen in dieser Klasse. Bei dieser Vorgehensweise ist es möglich, dass sich für die beste(n) Ratingklasse(n) eine empirische Ausfallwahrscheinlichkeit von 0% ergibt, wenn nur ein Jahr oder ein zu kleiner Datensatz betrachtet wird. Weiterhin ist nicht auszuschließen, dass keine Zunahme der Ausfallwahrscheinlichkeiten mit ansteigender Ratingklasse beobachtet wurde. Daher müssen die empirischen Ausfallraten geglättet werden. Dies geschieht über ein exponentielles Fitting. Die Ver-



wendung einer exponentiellen Funktion garantiert dabei, dass die Ausfallwahrscheinlichkeit mit jeder Ratingklasse zunimmt. (Bluhm et al, 2003, S.23f.)

Zunächst werden in einem Koordinatensystem auf der X-Achse die Ratingklassen und auf der Y-Achse die beobachteten Ausfallhäufigkeiten eingetragen. Dann wird in Excel eine exponentielle Regression durchgeführt, woraus sich eine Funktionsgleichung der folgenden Form ergibt:

$$(20) \quad y_{r_i} = v * e^{w*r_i}$$

$v$  und  $w$  sind dabei Parameter, die die Lage und Krümmung der Funktion beschreiben.  $y_{r_i}$  entspricht der geglätteten Ausfallwahrscheinlichkeit pro Ratingklasse, die man durch Einsetzen der jeweiligen Ratingklasse  $r_i$  in die Funktion erhält. Zusätzlich lassen sich noch Klassenobergrenzen und –untergrenzen ermitteln. Die Untergrenze der Ratingklasse 1 beträgt verständlicherweise 0%, die Obergrenze wird durch Einsetzen des Mittelwerts von Ratingklasse 1 und 2 in die Gleichung errechnet. Dies wird für alle Ratingklassen durchgeführt, wobei zu beachten ist, dass die Mindestausfallwahrscheinlichkeit aufgrund der Basel II-Regularien 0,03% betragen muss und die Höchstaufallwahrscheinlichkeit nicht größer als 100% sein kann. Gleichzeitig muss die Kalibrierung mindestens auf Einjahres-Ausfallwahrscheinlichkeiten geschehen. (Basler Ausschuss für Bankenaufsicht, 2004)

Somit ist es möglich, die Unternehmen anhand ihrer Score-Werte zunächst einer Ratingklasse zuzuordnen und darauf aufbauend eine Ausfallwahrscheinlichkeit zu ermitteln.

## 4 Die logistische Regression als Verfahren zur Ratingentwicklung

Eine andere Möglichkeit, den Zusammenhang einer abhängigen Variablen von mindestens einer unabhängigen Variablen zu untersuchen, besteht mit der logistischen Regression. Dabei wird der Zusammenhang zwischen einer nominalskalierten, dichotomen abhängigen Variablen, dem Regressanten und einer oder mehreren unabhängigen Variablen, den Regressoren, untersucht. (Eigermann, 2002, S. 136) „Dichotom“ bedeutet dabei, dass die abhängige Variable nur zwei Ausprägungen haben kann – in dem im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Beispiel, ob das jeweilige Unternehmen solvent oder insolvent ist. Diese Ausprägungen werden binär kodiert mit „nein“ oder „ja“ bzw. „0“ oder „1“, als Antwort auf die Frage, ob das Ereignis (Insolvenz) eintritt oder nicht. Im Rahmen der logistischen Regression soll der Einfluss der jeweiligen unabhängigen Variablen (Merkmalsausprägungen) auf die Eintrittswahrscheinlichkeit untersucht werden.

### 4.1 Ursprung

Die logistische Regression ist eine Weiterentwicklung des linearen Regressionsmodells. In letztgenanntem werden Kausalbeziehungen zwischen zwei Variablen, der abhängigen Variablen  $Y$  und der unabhängigen Variablen  $X$ , untersucht.  $Y$  errechnet sich als eine Funktion von  $X$ . Ein Beispiel wäre die Absatzmenge  $Y$  als eine Funktion vom Preis  $X$ , mit der Lösung, dass je niedriger der Preis desto höher die Absatzmenge. (Backhaus et al., 2003, S.46) Dieser Zusammenhang lässt sich anhand einer Regressionsgerade in einem Koordinatensystem darstellen. Der Preis steht dabei auf der x-Achse und die Absatzmenge auf der y-Achse. Es zeigt sich ein linearer Anstieg nach folgendem Ansatz:

$$(21) \quad Y = f(X) = a + b * X$$

Für das Beispiel der dichotom abhängigen Variablen (Gruppen-Zugehörigkeit) ist das Modell der linearen Regression jedoch ungeeignet, da es nur zwei Ausprägungen gibt und somit lediglich auf Höhe der Punkte „0“ und „1“ auf der y-Achse eine Belegung vorhanden ist:

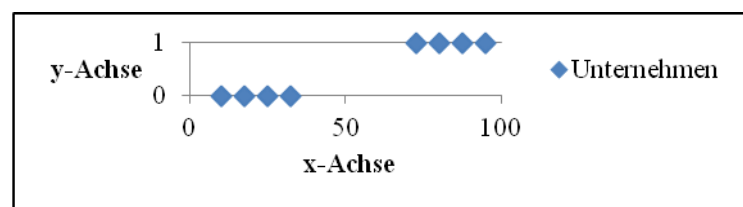


Abbildung 4: Zuordnung von  $X$  zu  $Y$

Würde nun eine Regressionsgerade  $f(X)$  hinzugefügt, wird deren Lage der abhängigen Variablen  $Y$  nicht gerecht. Hinzu kommt, dass im Fall der linearen Einfachregression eine Nor-

malverteilung die Voraussetzung ist. Dies ist bei einer zweiwertigen abhängigen Variablen  $(0,1)$  nicht gegeben, da die Eintrittswahrscheinlichkeit Bernoulli-verteilt ist (Höse und Huschens, 2008, S.8):

$$(22) \quad P(Y = 1) = \pi \text{ und } P(Y = 0) = 1 - \pi$$

Zudem existieren meistens mehrere unabhängige Variablen  $X$ . Daher muss auf ein Modell zurückgegriffen werden, das nicht-lineare Zusammenhänge verarbeiten kann und Eintrittswahrscheinlichkeiten als Ergebnisse hat.

## 4.2 Vorgehensweise

### 4.2.1 Formulierung des logistischen Regressionsansatzes

Mit der logistischen Regression soll keine direkte Schätzung für die Ausprägung der abhängigen Variablen  $Y$  vorgenommen werden, sondern die Eintrittswahrscheinlichkeit errechnet werden, dass das bestimmte Ereignis  $[P(Y = 1)]$  eintritt. Die Ausfallwahrscheinlichkeit soll dabei unter Verwendung der  $K$  unabhängigen Variablen, dargestellt als Merkmalsvektor  $X_i$  mit den Ausprägungen  $(x_{i1} \ x_{i2} \ \dots \ x_{iK})$ , prognostiziert werden (Kaiser und Szczyney, 2000, S.2). Von wesentlicher Bedeutung ist, dass die Gruppenzugehörigkeiten (solvent oder insolvent) für die betrachtete Lernstichprobe bereits bekannt sind. Daher kann zur vereinfachten Darstellung für jedes untersuchte Unternehmen  $U_i$  die Zufallsvariable  $Y_i$  definiert werden, die je nach Gruppenzugehörigkeit den Wert „0“ („non-default“) oder „1“ („default“) annimmt:

$$(23) \quad Y_i = \begin{cases} 0 & \text{falls } U_i \in ND \quad (\text{solvent}) \\ 1 & \text{falls } U_i \in D \quad (\text{insolvent}) \end{cases}$$

In Abhängigkeit des Wertes der Zufallsvariablen  $Y_i$  bestimmt sich also die bedingte Ausfallwahrscheinlichkeit  $\pi_i$ . Für ein insolventes Unternehmen  $U_i$  mit dem Merkmalsvektor  $X_i$  lautet diese demnach wie folgt:

$$(24) \quad \pi_i = p(Y_i = 1 | x_{i1}, \dots, x_{iK})$$

Ist das Unternehmen  $U_i$  dagegen solvent, bestimmt sich seine Ausfallwahrscheinlichkeit als Gegenwahrscheinlichkeit von  $\pi_i$ :

$$(25) \quad 1 - \pi_i = p(Y_i = 0 | x_{i1}, \dots, x_{iK})$$

Damit wird innerhalb der Lernstichprobe sowohl auf den bekannten Merkmalsvektor  $X_i$  als auch auf die bekannte Gruppenzugehörigkeit  $Y_i$  zurückgegriffen, sodass, wie später noch gezeigt werden wird, für neue Unternehmen mit unbekanntem  $Y_i$  gerade diese Gruppenzugehörigkeit geschätzt werden kann.

#### 4.2.2 Bestimmung der Ausfallwahrscheinlichkeit

Zur Bestimmung der Wahrscheinlichkeit  $\pi_i$  gelte „ein übliches lineares Regressionsmodell“ (Henking et al., 2006, S.293):

$$(26) \quad \pi_i = \beta_o + \beta_1 * x_{i1} + \dots + \beta_K * x_{iK}$$

Dabei stellt  $\beta = (\beta_o \beta_1 \dots \beta_K)^T$  den Vektor der gesuchten Regressionskoeffizienten dar. Die Wahrscheinlichkeit bestimmt sich als Linearkombination der unabhängigen Variablen  $x_k$ , gewichtet mit der jeweiligen Einflussstärke  $\beta_k$  sowie dem Parameter  $\beta_o$ . In Vektorschreibweise ausgedrückt ergibt sich:

$$(27) \quad \pi_i = \beta^T * x_i$$

Es gilt zu beachten, dass  $\pi_i$  eine Ausfallwahrscheinlichkeit angibt und damit einen Wert zwischen 0 und 1 annehmen muss. Da sich aus Gleichung (26) als Ergebnis auch größere Werte ergeben könnten, muss selbige transformiert werden. Statt des linearen Modells wird nun angenommen, dass

$$(28) \quad \pi_i \rightarrow F(\pi_i) = F(\beta^T * x_i)$$

Der Wertebereich für die Funktion  $F$  wird dabei auf das Intervall  $[0,1]$  begrenzt (Henking et al., 2006, S.293). Nun gilt es, diese Funktion zu bestimmen. Dafür bietet sich die binäre Logit-Analyse an, da die abhängige Variable  $Y_i$  nur zwei mögliche Ausprägungen hat (Urban, 1993, S.24). Dazu wird eine Verbindungsvariable  $\eta$  (häufig auch als Logit bezeichnet) eingeführt (Henking et al., 2006, S.293). Die allgemeine logistische Funktion lautet:

$$(29) \quad F(\eta) = \frac{e^\eta}{1 + e^\eta} = \frac{1}{e^{-\eta} + 1}$$

Durch die Struktur dieser Funktion ist das Ziel, eine Funktion anzugeben, die nur Werte zwischen 0 und 1 annehmen kann, erreicht. In Kombination mit Gleichung (26) ergibt sich daher folgendes:

$$(30) \quad F(\beta^T * x_i) = \frac{1}{1 + e^{-\beta^T * x_i}} \text{ und somit } \pi_i = \frac{1}{1 + e^{-\eta}}$$

Durch die logistische Funktion wird somit die geschätzte Ausfallwahrscheinlichkeit  $\pi_i$  in Abhängigkeit vom Wert der Verbindungsvariablen  $\eta$  ausgedrückt.

Für die Gruppenzugehörigkeit ergibt sich darauf aufbauend folgendes: Objekte (Unternehmen) mit einem  $\pi_i$  größer als 0,5 werden der Gruppe „insolvent“ ( $Y_i = 1$ ) zugeordnet, Objekte, deren  $\pi_i$  kleiner als 0,5 ist, gehören in die Gruppe „solvent“ ( $Y_i = 0$ ).

Graphisch dargestellt ergibt sich folgender Verlauf der logistischen Funktion in Abhängigkeit der Logits:

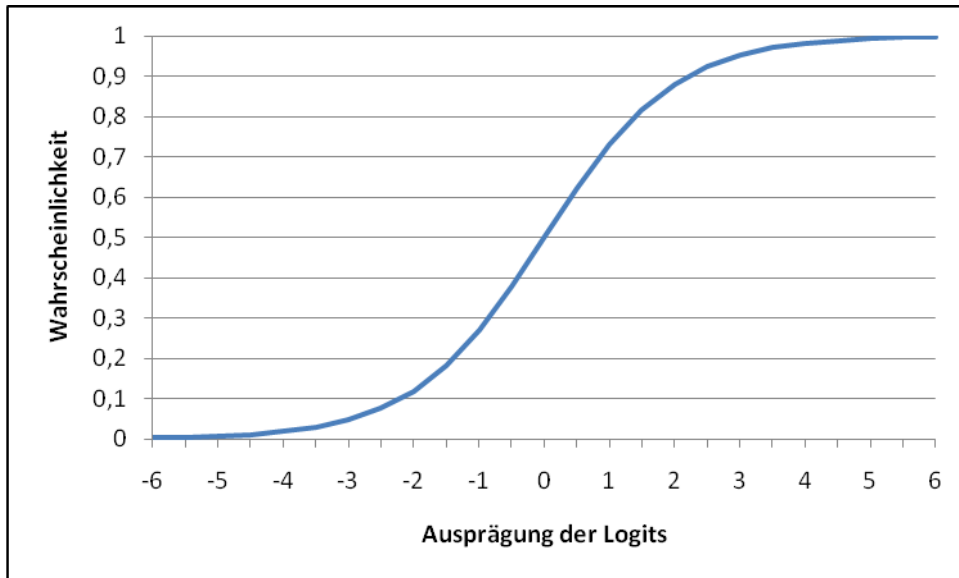


Abbildung 5: Darstellung der Logit-Funktion

Charakteristisch für die Funktion ist der s-förmige Verlauf und die Symmetrie um den Wendepunkt  $\pi_i = P(Y = 1) = F(\eta) = 0,5$ .  $\eta$  größer als Null haben somit eine Wahrscheinlichkeit von über 50%, dass das Ereignis  $Y_i = 1$  eintritt, negative  $\eta$  haben eine Wahrscheinlichkeit kleiner als 50%. Somit besteht ein linearer Zusammenhang bei der Variablen  $\eta$  bezüglich  $X_i$ , aber ein nicht-linearer Zusammenhang zwischen der Eintrittswahrscheinlichkeit und den abhängigen Variablen. (Backhaus et al., 2003, S.422-424) Diese logistische Funktion aus Abbildung 5 verdeutlicht damit, dass eine proportionale Veränderung der unabhängigen Variablen, die aufgrund der linearen Logit-Funktion auch gleichzeitig eine proportionale Veränderung der Logits zur Folge hat, keine proportionale Veränderung der abhängigen Variablen bewirkt. Anders ausgedrückt, haben Veränderungen im Bereich kleiner und großer Logit-Werte deutlich geringere Auswirkungen auf die abhängige Variable, als Veränderungen im mittleren Bereich.

#### 4.2.3 Schätzung der logistischen Regressionsfunktion

Damit ist ein wesentlicher Schritt auf dem Weg zur Berechnung der Ausfallwahrscheinlichkeit getan. Es zeigt sich, dass, anders als bei der Diskriminanzanalyse, direkt Wahrscheinlichkeiten als Ergebnis auftreten. Was noch fehlt, ist die Schätzung der Parameter der Logit-Funktion. Wie im vorherigen Kapitel gesehen, gehen die Regressionskoeffizienten  $\beta_k$  entscheidend in die Berechnung der Ausfallwahrscheinlichkeit mit ein, analog zu den Parametern  $d_k$  bei der Diskriminanzfunktion. Durch sie werden jeweils die Merkmalsausprägungen  $X_i$  gewichtet. Daher gibt es auch bei der logistischen Regression ein Schätzproblem. Für gewöhnlich werden die Parameter der logistischen Regressionsfunktion durch Anwendung der Maximum-Likelihood-Methode geschätzt.

Dazu wird der Vektor  $(Y_1, \dots, Y_I)$  der Ausfälle (Insolvenzen) der  $i$  Unternehmen mit Werten in  $\{(Y_1, \dots, Y_I) | Y_i \in \{0,1\}\}$  betrachtet. Es wird Unabhängigkeit der  $Y_1, \dots, Y_I$  vorausgesetzt, sodass die Gruppenzugehörigkeit eines Unternehmens keinen Einfluss auf die Gruppenzugehörigkeit eines anderen hat. Daher kann die Wahrscheinlichkeitsdichte durch die Likelihood-Funktion von  $(Y_1, \dots, Y_I)$  zur Lernstichprobe  $(y_1, \dots, y_I)$  berechnet werden, da die Likelihood-Funktion als Produkt einer Dichtefunktion definiert ist:

$$(31) \quad L(\pi_1, \dots, \pi_I; y_1, \dots, y_I) = \prod_{i=1}^I \pi_i^{y_i} * (1 - \pi_i)^{1-y_i} \quad \text{für } y = 0 \text{ bzw. } 1$$

Wie vorangehend gesehen, kann die Wahrscheinlichkeit  $\pi_i$  auch durch  $\pi_i = \frac{1}{1 + e^{-\beta^T * x_i}}$  ausgedrückt werden. Somit ergibt sich die Likelihood-Funktion:

$$(32) \quad L = \prod_{i=1}^I \left( \frac{1}{1 + e^{-\beta^T * x_i}} \right)^{y_i} * \left( 1 - \frac{1}{1 + e^{-\beta^T * x_i}} \right)^{1-y_i} \rightarrow \max!$$

Diese wird bezüglich dem Vektor  $\beta^T$  maximiert, um die Wahrscheinlichkeit so zu maximieren, dass genau die Gruppenzugehörigkeiten der Teststichprobe erzielt werden.

Um dies weiter zu vereinfachen, wird anstelle der Likelihood-Funktion fortan der natürliche Logarithmus der Funktion betrachtet und als LogLikelihood-Funktion ( $LL$ ) bezeichnet (Fritz et al., 2001, S.195):

$$(33) \quad LL = \sum_{i=1}^I \left[ y_i * \ln \left( \frac{1}{1 + e^{-\beta^T * x_i}} \right) + (1 - y_i) * \ln \left( \frac{1}{1 + e^{-\beta^T * x_i}} \right) \right]$$

Die Lösung der Funktion erfolgt durch Anwendung des sog. Newton-Raphson-Algorithmus, der sich in einem iterativen, d.h. schrittweise annähernden Prozess, der exakten Lösung nähert. Dieser ist bei der Solver-Funktion in Excel hinterlegt, sodass an dieser Stelle keine nähere Erläuterung zum mathematischen Hintergrund stattfindet. Die zu bestimmenden Größen sind die Logits, die Ausfall-, Gegen- und Ereigniswahrscheinlichkeiten, wobei zwischen allen eine Beziehung vorherrscht. Der Logit bestimmt sich als Multiplikation der  $\beta_k$  mit den jeweiligen Merkmalausprägungen (29). Die Ausfallwahrscheinlichkeit wurde in Gleichung (30) hergeleitet. Die Ereigniswahrscheinlichkeit ist die Wahrscheinlichkeit, dass genau das eine (Unternehmen insolvent) oder das andere Ereignis (Unternehmen solvent) eintritt. Ist das Unternehmen insolvent, entspricht die Ereigniswahrscheinlichkeit der Ausfallwahrscheinlichkeit. Bleibt das Unternehmen dagegen solvent, ist die Ereigniswahrscheinlichkeit die Gegenwahrscheinlichkeit der Ausfallwahrscheinlichkeit. Mit dem Excel-Solver wird der Loglikelihood-Wert maximiert, die  $\beta_k$  sind veränderbare Zellen.

Auf Basis dessen erhält man die finale Gleichung zur Bestimmung der Logits, anhand derer unter Verwendung der logistischen Funktion die Wahrscheinlichkeit für den Eintritt des Ereignisses  $y=1$  ermittelt werden kann. Für jedes Objekt kann dadurch eine individuelle Ausfallwahrscheinlichkeit ermittelt werden.

### 4.3 Anwendung auf ein bankinternes Rating:

#### 4.3.1 Bildung des Kreditscores

Wie im Fall der Diskriminanzanalyse muss auch bei der logistischen Regression eine Umformulierung vorgenommen werden, um die Anwendung auf ein bankinternes Rating zu ermöglichen. Dazu wird die Verbindungsvariable  $\eta$  fortan als ein Score aufgefasst, der sich analog Gleichung (27) errechnet:

$$(34) \quad \text{Score}_i = \beta^T * x_i$$

Für jedes Unternehmen  $U_i$  kann ein individueller Score errechnet werden, der sich aus den Merkmalsausprägungen des Unternehmens und den gewichteten Parametern  $\beta^T$  zusammensetzt. Die geschätzte Ausfallwahrscheinlichkeit pro Kreditnehmer  $U_i$  ist daher folgende (Behr und Güttler, 2004, S.126):

$$(35) \quad \pi_i = \frac{1}{1 + e^{-\text{Score}_i}}$$

Die Hinführung zur Berechnung von  $\beta^T$  erfolgt über die Maximierung einer LogLikelihood-Funktion wie vorangehend erläutert. Für jedes Unternehmen (=jeden Kreditnehmer) ist ein Scorewert zu ermitteln, anhand dessen seine Ausfallwahrscheinlichkeit geschätzt werden kann.

#### 4.3.2 Einteilung in Ratingklassen

Im nächsten Schritt werden von den geschätzten Ausfallwahrscheinlichkeiten bzw. den Scorewerten Ratingklassen abgeleitet. Hierbei das gleiche Verfahren wie bei der Diskriminanzanalyse angewandt, um einen späteren Vergleich möglich zu machen. Die Ratingklassen werden so belegt, dass sie die gleiche Anzahl an Mitgliedern haben. Im selben Zug werden ihnen Ausfallwahrscheinlichkeiten zugeteilt, indem die mittlere Ausfallrate pro Klasse bestimmt wird. Falls es zu große Abweichungen mit in der Realität existierenden Portfolios kommen sollte, müsste ähnlich wie bei der Diskriminanzanalyse eine Kalibrierung vorgenommen werden.

## 5 Rechenbeispiel

### 5.1 Erläuterung der Fallstudie

Nachdem die beiden Verfahren Diskriminanzanalyse und logistische Regression ausführlich erläutert worden sind, werden die gewonnenen Erkenntnisse in Kapitel 5 praktisch umgesetzt. Ausgangsüberlegung ist, dass eine Bank mit Hilfe eines quantitativen Ansatzes eine Entscheidungsgrundlage für die Annahme oder Ablehnung eines Kredites legen möchte, um darauf aufbauend ein internes Ratingverfahren einzuführen. Dazu wird ein bankinterner Datensatz, bestehend aus 300 Unternehmen, bei denen jeweils fünf Bilanzkennzahlen betrachtet wurden, untersucht (vgl. Anhang 5). 15% der Kreditnehmer mussten im Laufe des Beobachtungszeitraums Insolvenz anmelden (nachfolgend „insolvente Unternehmen“ genannt). Aus diesem Datensatz wurde per Zufallsverfahren eine Lernstichprobe von 180 Unternehmen entnommen, von denen 153 solvent und 27 insolvent waren. Die restlichen 120 Unternehmen stehen als Teststichprobe zur Überprüfung der Diskriminanzfunktion bzw. der logistischen Regressionsfunktion zur Verfügung.

Die einzelnen Kennzahlen können grundsätzlich sehr unterschiedliche Wertebereiche einnehmen und es kann zu Ausreißern nach oben oder unten kommen. Daher wurde davon ausgegangen, dass die bei der Berechnung verwendeten Kennzahlen derart transformiert und normalisiert wurden, dass sie nur einen Wert zwischen null und eins annehmen können. Bei den drei Positivmerkmalen Return on Equity (ROE), Current Ratio (CR) und Debt Coverage Ratio (DCR) gilt, je höher ihr Wert, desto besser die Bonität. Für die beiden Negativmerkmale Verschuldungsgrad (VG) und Kapitalbindungsdauer (KBD) gilt, je höher der Wert, desto schlechter die Bonität. Die Ausprägungen der Bilanzkennzahlen wurden künstlich generiert, wobei die möglichen Ausprägungen derart angepasst wurden, dass sie noch realistisch sind. Das bedeutet, dass die Positivmerkmale für solvente Unternehmen nur in einem Bereich zwischen 0,3 und 0,9 liegen können, die Negativmerkmale nur in einem Bereich zwischen 0,1 und 0,7 und vice versa für insolvente Unternehmen. Im Anschluss daran werden die Kreditnehmer anhand der ermittelten Scorewerte in neun verschiedene Ratingklassen eingeteilt. Damit besteht das gesamte interne Ratingsystem aus zehn Ratingklassen, da die schlechteste den ausgefallenen Unternehmen vorbehalten ist, die verständlicherweise erst im Nachhinein zugewiesen werden können.

### 5.2 Anwendung der Diskriminanzanalyse auf die Lernstichprobe

Der Datensatz enthält pro Objekt  $o_i$  (den Kreditnehmern) fünf Merkmalsausprägungen (die Bilanzkennzahlen)  $X_1, \dots, X_5$ . Die Objekte sind aufgeteilt in die Gruppen „solvent“ („0“) und „insolvent“ („1“). Die Merkmalsausprägungen sollen derart gewichtet werden, dass die Kreditnehmer anhand des daraus entstehenden Scorewertes klassifiziert werden können. Pro



Gruppe werden zunächst die Erwartungswertvektoren  $a$  und  $b$  gebildet und die Kovarianzmatrix  $\Sigma$  errechnet:

$$a = \begin{pmatrix} 0,415 \\ 0,606 \\ 0,609 \\ 0,412 \\ 0,595 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 0,564 \\ 0,405 \\ 0,478 \\ 0,553 \\ 0,397 \end{pmatrix} \text{ und } \Sigma = \begin{pmatrix} 0,0328 & 0,0017 & -0,0013 & 0,0003 & 0,0010 \\ 0,0017 & 0,0291 & -0,0015 & -0,0032 & -0,0021 \\ -0,0013 & -0,0015 & 0,0033 & -0,0019 & 0,0055 \\ 0,0003 & -0,0032 & -0,0019 & 0,0308 & -0,0046 \\ 0,0010 & -0,0021 & -0,0055 & -0,0046 & 0,0311 \end{pmatrix}$$

Die Kovarianzmatrix wird in Excel invertiert und es wird die Differenz der beiden Erwartungswertvektoren gebildet:

$$\Sigma^{-1} = \begin{pmatrix} 30,6996 & -1,9123 & 0,8774 & -0,5497 & -1,0062 \\ -1,9124 & 35,3035 & 2,3026 & 4,3742 & 3,5062 \\ 0,8774 & 2,3026 & 31,2941 & 3,1128 & 6,0715 \\ -0,5497 & 4,3742 & 3,1128 & 34,0018 & 5,8797 \\ -1,0062 & 3,5062 & 6,0715 & 5,8797 & 34,3183 \end{pmatrix} \text{ und } (a-b) = \begin{pmatrix} -0,149 \\ 0,200 \\ 0,131 \\ -0,142 \\ 0,198 \end{pmatrix}$$

Im letzten Schritt wird die invertierte Kovarianzmatrix  $\Sigma^{-1}$  mit dem Vektor  $(a-b)$  multipliziert. Das Ergebnis ist der Vektor der Diskriminanzkoeffizienten  $d_k$ , anhand derer die Merkmalsausprägungen pro Unternehmen gewichtet werden:

$$d = \begin{pmatrix} -4,974 \\ 7,74 \\ 5,193 \\ -2,285 \\ 7,62 \end{pmatrix}$$

Dieser Vektor bestätigt die am Ende des Kapitels 2.3 geäußerte Annahme: Die Ausprägungen der Merkmale  $X_2, X_3, X_5$  (Return on Equity, Current Ratio und Debt Coverage Ratio) bewirken eine Erhöhung des Unternehmensscores, weil ihre zugehörigen Koeffizienten  $d_2, d_3, d_5$  ein positives Vorzeichen haben. Analog dazu bewirken die als negativ für den Unternehmensscore eingeschätzten Merkmale  $X_1, X_4$  (Verschuldungsgrad, Kapitalbindungsdauer) tatsächlich eine Verringerung des Scores, da ihre Diskriminanzkoeffizienten  $d_1, d_4$  negativ sind.

Damit ist es nach nur fünf Rechenschritten möglich, für jedes Unternehmen einen individuellen Scorewert zu errechnen, indem die Merkmalsausprägungen mit dem jeweiligen Diskriminanzkoeffizienten multipliziert und anschließend addiert werden. Für das Unternehmen „1“ sieht die Rechnung beispielsweise wie folgt aus:

$$Score_1 = -4,974 * 0,362 + 7,74 * 0,478 + 5,193 * 0,825 - 2,285 * 0,6 + 7,62 * 0,572 = 9,18$$

Im nächsten Schritt werden die Kreditnehmer in neun verschiedene Ratingklassen eingeteilt. Die Anzahl der Unternehmen pro Ratingklasse wird auf zwanzig festgelegt. Demzufolge wer-

den die zwanzig Unternehmen mit den besten Scores der ersten Ratingklasse zugeordnet, die zwanzig nächstbesten der zweiten Ratingklasse, usw. Im Anschluss daran kann ein relativer Anteil der Ausfälle (Tabelle 4) pro Ratingklasse ermittelt werden, sodass die Grundlage für eine Exponentialkalibrierung gegeben ist. Dabei werden die beobachteten Ausfallraten in einem Koordinatensystem abgetragen (Abbildung 6). Auf der X-Achse stehen die neun Ratingklassen, auf der Y-Achse die Ausfallraten. Die dazugehörige exponentielle Regressionsfunktion wird in Excel bei Erstellung des Diagramms automatisch berechnet. Die Regressionsfunktion dient der Glättung der Daten und soll einen monotonen Anstieg garantieren. Durch Einsetzen der jeweiligen Ratingklasse in die Funktion erhält man die geglättete PD. Nach diesem Schema wird auch bei den weiteren Kalibrierungen vorgegangen werden.

| interne Rating-klasse | Mitglieder pro Rating-klasse | Anzahl der Ausfälle | relativer Anteil | geglättete PD | Untergrenze Score | Obergrenze Score |
|-----------------------|------------------------------|---------------------|------------------|---------------|-------------------|------------------|
| 1                     | 20                           | 0                   | 0,00%            | 0,05%         | 11,72             | 14,73            |
| 2                     | 20                           | 0                   | 0,00%            | 0,12%         | 10,75             | 11,71            |
| 3                     | 20                           | 0                   | 0,00%            | 0,31%         | 9,99              | 10,74            |
| 4                     | 20                           | 0                   | 0,00%            | 0,76%         | 9,28              | 9,98             |
| 5                     | 20                           | 0                   | 0,00%            | 1,90%         | 8,71              | 9,27             |
| 6                     | 20                           | 1                   | 5,00%            | 4,72%         | 7,72              | 8,70             |
| 7                     | 20                           | 3                   | 15,00%           | 11,72%        | 6,51              | 7,71             |
| 8                     | 20                           | 8                   | 40,00%           | 29,14%        | 5,29              | 6,50             |
| 9                     | 20                           | 15                  | 75,00%           | 72,42%        | -0,46             | 5,28             |

Tabelle 4: empirische und geglättete Ausfallwahrscheinlichkeiten

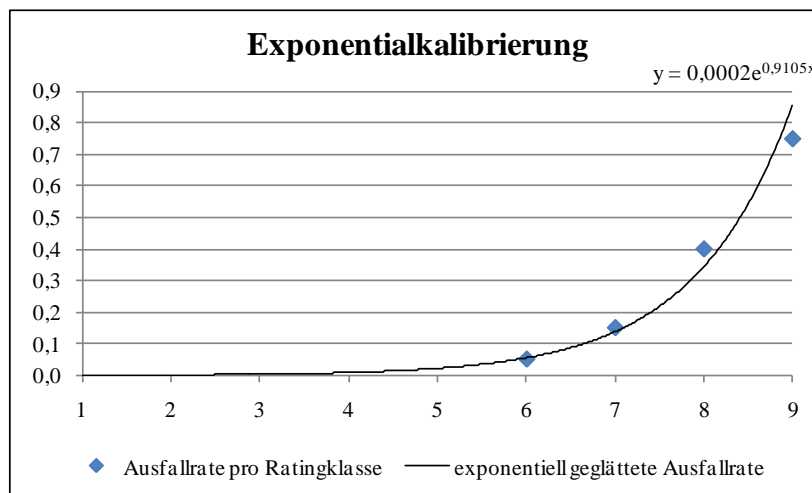


Abbildung 6: Exponentialkalibrierung der Ausfallrate

Die Beobachtungen weisen einige Besonderheiten auf. Für die besten fünf Ratingklassen wurde in der Lernstichprobe kein Ausfall eines Kreditnehmers festgestellt. Dies ist nicht weiter verwunderlich, da der dazugehörige Datensatz lediglich 180 Unternehmen umfasste, von

denen nur 27 im Laufe des Beobachtungszeitraums Insolvenz anmelden mussten. Nichtsdestotrotz konnten mit der Kalibrierung interessante Erkenntnisse gewonnen werden.

Obige Ergebnisse sollen nun mit realen Ausfallraten verglichen werden. In Kapitel 2.1 wurden die drei größten international anerkannten Ratingagenturen vorgestellt (Moody's, S&P und Fitch). Dabei zeigte sich, dass der Aufbau und die Definition der Ratingklassen nahezu deckungsgleich sind. Analog verhält es sich mit den empirischen Ausfallraten, die über Jahrzehnte beobachtet werden konnten. Daher wird im Folgenden nur ein Vergleich mit den Ausfallwahrscheinlichkeiten von S&P durchgeführt.

Als Vergleich dienen der gewichtete Langzeit-Durchschnitt der von S&P gerateten Unternehmen sowie die Ausfallraten für das Jahr 2009 (Henking et al., 2006, S.18; Standard&Poor's, 2010, S.9). Zugegebenermaßen ist 2009 im Zuge der Finanzkrise ein Ausnahmejahr gewesen. Mit dieser Vorgehensweise soll jedoch deutlich gemacht werden, wie stark Beobachtungen eines Jahres vom Langfristdurchschnitt abweichen können und wie wichtig daher die Betrachtung eines längeren Zeitraums ist.

| Zeitraum                        | AAA   | AA    | A     | BBB   | BB    | B      | CCC/C  |
|---------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|
| S&P: langfristiger Durchschnitt | 0,01% | 0,02% | 0,08% | 0,36% | 1,55% | 6,75%  | 29,35% |
| S&P 2009                        | 0,00% | 0,00% | 0,21% | 0,53% | 0,70% | 10,14% | 48,42% |

Tabelle 5: Ausfallraten nach Standard & Poor's

Analog zu den Bezeichnungen der externen Ratingagenturen, können die ermittelten internen Ratingklassen ebenfalls mit AAA bis C anstatt 1-9 bezeichnet werden. Vergleicht man die Zahlen von S&P nun mit den geschätzten Ausfallwahrscheinlichkeiten nach Durchführung einer Diskriminanzanalyse und darauf aufbauend einer Exponentialkalibrierung fällt auf, dass eine grobe Übereinstimmung der Ratingklasseneinteilung der Lernstichprobe mit den Daten von S&P existiert. Hierbei muss allerdings die Mindestanforderung an ein internes Ratingssystem bedacht werden, wonach auch die beste Ratingklasse eine Mindestausfallwahrscheinlichkeit von 0,03% haben muss. Dies ist bei den in dieser Arbeit angestellten Berechnungen berücksichtigt. Gleichzeitig gilt zu bedenken, dass eine Kalibrierungskurve eine Annäherung ist und nur in Ausnahmefällen genau empirische Ausfallraten bestätigt. Bei dem Vergleich muss zudem berücksichtigt werden, dass S&P eine gemeinsame Klasse von CCC, CC und C gebildet hat. Um das mit der Diskriminanzanalyse entwickelte Ratingverfahren zu vervollständigen, muss der Ratingskala noch eine zehnte Klasse hinzugefügt werden, der Klasse „D“ für ausgefallene Unternehmen. Diese Default-Klasse beinhaltet alle Unternehmen, die im entsprechenden Zeitraum (im hier verwendeten Beispiel beträgt er ein Jahr) Insolvenz anmelden mussten bzw. bei denen es zu Unregelmäßigkeiten bei der Rückzahlung kam. Dies kann verständlicherweise erst im Nachhinein festgestellt werden. Daher wurde das Ratingssystem für neun Klassen kalibriert, da eine Bank auch nur Unternehmen raten wird, die noch keine Insolvenz angemeldet haben. Die zehnte Ratingklasse hat damit konsequenterweise eine Ausfallwahrscheinlichkeit von 100% (Baseler Ausschuss für Bankenaufsicht, 2004, S.58). Falls bei der Klassifizierung größere oder kleinere Scorewerte auftreten sollten, als in Tabelle 3 als

Ober- oder Untergrenzen aufgeführt sind, ist dies ein eindeutiges Zeichen, eine Überprüfung des Ratingsystems vorzunehmen.

Damit soll an dieser Stelle die Beschreibung der Ergebnisse vorerst beendet sein. In Kapitel 5.5 wird auf die Entwicklung eines internen Ratingverfahrens anhand einer Diskriminanzanalyse im Vergleich mit der logistischen Regression detaillierter eingegangen werden.

### 5.3 Anwendung der logistischen Regression auf die Lernstichprobe

Bei der logistischen Regression wird mit demselben Datensatz (Anhang 5) gearbeitet wie bei der Diskriminanzanalyse, um einen späteren Vergleich zu ermöglichen. Es gilt, aufbauend auf 180 Unternehmen mit jeweils fünf Merkmalsausprägungen eine Funktion zu finden, die die Ausfallwahrscheinlichkeit jedes Unternehmens bestmöglich prognostiziert. Dazu wird die Loglikelihood-Funktion (Gleichung 33) maximiert. Dies wird mit dem Excel-Solver gelöst. Die zu ermittelnden Koeffizienten sind die Konstante  $\beta_0$  sowie die fünf Gewichtungsparemeter  $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \beta_5$ . Diese Koeffizienten werden unter der Prämisse bestimmt, dass das Produkt der Ereigniswahrscheinlichkeiten maximal wird. Im Anschluss werden  $\beta_1, \dots, \beta_5$  mit ihren zugehörigen Merkmalsausprägungen  $X_1, \dots, X_5$  multipliziert und unter Berücksichtigung von  $\beta_0$  addiert. Für den daraus entstehenden Unternehmensscore gilt, je niedriger er ist, desto höher ist die Bonität des Unternehmens. Im nächsten Schritt wird die Ausfallwahrscheinlichkeit für jeden Kreditnehmer unter Verwendung der Gleichung (35) ermittelt. Bei der logistischen Regression ist zu beachten, dass ein niedrigerer Score ein Zeichen höherer Bonität ist, dies bei der Diskriminanzanalyse jedoch genau umgekehrt ist.

Für die Koeffizienten ergeben sich unter Verwendung der Lernstichprobe folgende Werte:

$$\beta = \begin{pmatrix} 6,765 \\ 6,949 \\ -9,632 \\ -5,234 \\ 0,409 \\ -9,058 \end{pmatrix}$$

Die Berechnung des Scores für Unternehmen 1 sieht daher wie folgt aus:

$$Score_1 = 6,765 + 6,949 * 0,362 - 9,632 * 0,478 - 5,234 * 0,825 + 0,409 * 0,595 - 9,058 * 0,572 = -4,581$$

Die Konstante kann bei der Interpretation des Vektors  $\beta^T$  vernachlässigt werden. Bei den Koeffizienten  $\beta_1, \dots, \beta_5$  fällt auf, dass die beiden Negativmerkmale mit positiven Vorzeichen versehen sind und die drei Positivmerkmale mit negativen Vorzeichen. Dies ist aber auch

schlüssig, wenn man berücksichtigt, dass gilt: „Je niedriger der Score, desto besser“. Als erstes Fazit kann an dieser Stelle gezogen werden, dass sowohl die Diskriminanzanalyse als auch die logistische Regression den jeweils gleichen Bilanzkennzahlen einen positiven bzw. negativen Einfluss auf die Bonität einräumen. Es ist weiterhin beachtenswert, dass bei beiden Verfahren den Merkmalen 2 und 5 (Return on Equity und Debt Coverage Ratio) ein ähnlicher, großer Einfluss zugeschrieben wird und dass zudem dem Verschuldungsgrad (Merkmal 1) mehr Beachtung geschenkt werden sollte, als der Kapitalbindungsdauer (Merkmal 4).

An dieser Stelle soll ein kurzer Blick auf den Verlauf der logistischen Funktion geworfen werden. In Kapitel 4.2.2 wurde bereits der optimale Verlauf dargestellt, daher folgt nun eine kurze Überprüfung:

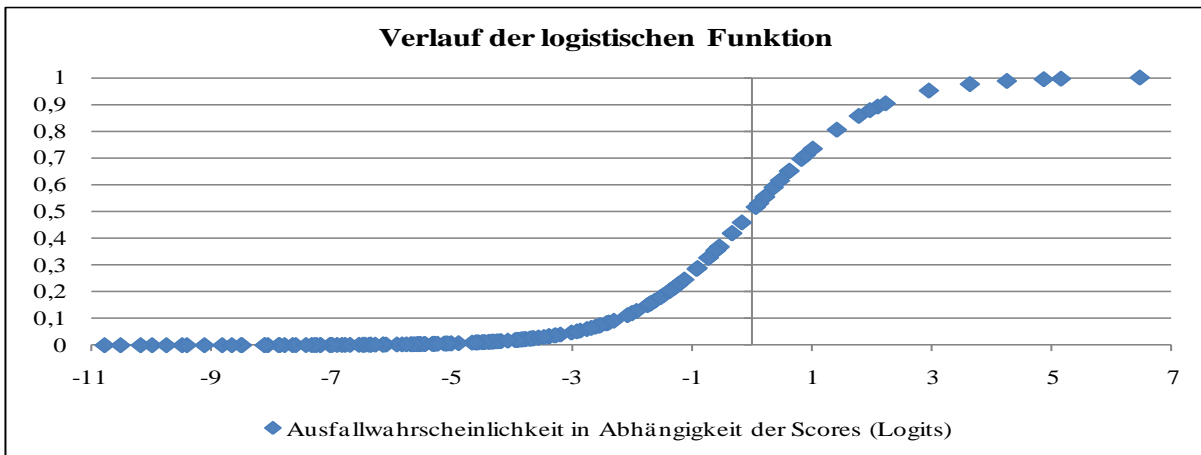


Abbildung 7: Verlauf der logistischen Funktion

Der typische s-förmige Verlauf ist sehr gut zu erkennen. Zwar sind im oberen Bereich recht wenige Unternehmen vertreten, dies liegt allerdings an der Struktur des Datensatzes und der Tatsache, dass nur 27 Unternehmen tatsächlich Insolvenz anmelden mussten. Veränderungen im Bereich kleiner und großer Logits wirken sich deutlich geringer auf die Ausfallwahrscheinlichkeit aus als Veränderungen im Bereich um den Wendepunkt der Funktion. Dies hat einen nahen Realitätsbezug. Jede Bilanzkennzahl hat einen gewissen Punkt, an dem Veränderungen nach oben oder unten nur noch geringe Auswirkungen auf die Bonität des Unternehmens haben. Dagegen gibt es aber auch Bereiche, in denen kleinste Veränderungen bewirken können, dass externe Betrachter statt von einem Unternehmen mit guter Bonität nun von einem Unternehmen mit schlechter Bonität sprechen. Der Mittelwert aller Ausfallwahrscheinlichkeiten beträgt 15%. Dies entspricht genau dem Anteil der in der Lernstichprobe enthaltenen insolventen Unternehmen. Daher müssen die Ausfallwahrscheinlichkeiten nicht kalibriert werden, da davon ausgegangen wird, dass die Stichprobe exakt dem Bankportfolio entspricht. (Oesterreichische Nationalbank und Finanzmarktaufsicht, 2004, S.89) Die geschätzten Ausfallwahrscheinlichkeiten pro Ratingklasse werden daher als Mittelwerte der Ausfallwahrscheinlichkeiten der in der Ratingklasse vertretenen Unternehmen ermittelt.

Analog zu der Vorgehensweise bei der Diskriminanzanalyse wird auch bei der logistischen Regression eine Einteilung in neun Ratingklassen á 20 Unternehmen vorgenommen. Die ein-

zelen Resultate befinden sich in Anhang 7. Nachstehende Tabelle gibt die Ergebnisse wieder:

| interne Ratingklasse | Mitglieder pro Ratingklasse | Mittelwert PD | Untergrenze PD | Obergrenze PD | Obergrenze Score |
|----------------------|-----------------------------|---------------|----------------|---------------|------------------|
| 1                    | 20                          | 0,021%        | 0,00%          | 0,055%        | -7,51            |
| 2                    | 20                          | 0,114%        | 0,056%         | 0,182%        | -6,31            |
| 3                    | 20                          | 0,334%        | 0,183%         | 0,493%        | -5,31            |
| 4                    | 20                          | 0,811%        | 0,494%         | 1,238%        | -4,38            |
| 5                    | 20                          | 1,851%        | 1,239%         | 2,465%        | -3,68            |
| 6                    | 20                          | 4,089%        | 2,466%         | 7,321%        | -2,54            |
| 7                    | 20                          | 13,654%       | 7,322%         | 21,330%       | -1,31            |
| 8                    | 20                          | 34,278%       | 21,331%        | 54,090%       | 0,16             |
| 9                    | 20                          | 79,848%       | 54,091%        | 99,999%       | 6,45             |

Tabelle 6: geschätzte PD's bei der logistischen Regression

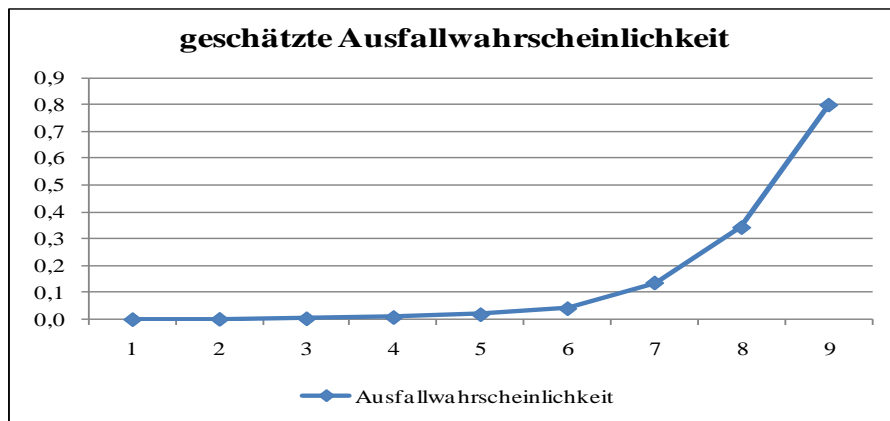


Abbildung 8: geschätzte Ausfallwahrscheinlichkeit pro Ratingklasse

Es zeigt sich ein bemerkenswertes Ergebnis: Die geschätzten Ausfallwahrscheinlichkeiten der logistischen Regression sind den geglätteten Ausfallwahrscheinlichkeiten der Diskriminanzanalyse sehr ähnlich. Damit kann bereits festgestellt werden: Die Herangehensweisen der beiden Verfahren könnten durchaus ihre Berechtigung haben, da ihre errechneten Resultate den Daten von externen Ratingagenturen ähnlich sind. Es zeigt sich bei der logistischen Regression unmittelbar ein streng monotoner Anstieg der Ausfallwahrscheinlichkeiten pro Ratingklasse. Im Bereich der besten Ratingklassen ist die Steigung sehr gering, ab Ratingklasse 6 nimmt sie stark zu, sodass sich auch hierbei Ähnlichkeiten zu den beobachteten Ausfallraten von Standard & Poor's finden lassen.

Zur Vervollständigung des kompletten internen Ratingsystems fehlt auch bei der logistischen Regression noch das Hinzufügen der zehnten (Ausfall-) Ratingklasse. Ihr wird eine Ausfallwahrscheinlichkeit von 100% zugeordnet, da sie nur Unternehmen beinhaltet, die bereits Zahlungsschwierigkeiten haben. Es gilt ebenfalls der Hinweis, dass bei Auftreten größerer oder

kleinerer Scorewerte eines Unternehmens als im ursprünglichen Ratingsystem berücksichtigt eine Überprüfung des Ratingsystems notwendig ist, falls dies nicht im Rahmen der regelmäßigen Überprüfung angepasst wurde.

#### 5.4 Überprüfung der Ergebnisse anhand der Teststichprobe

Im bisherigen Teil des Papers ist sowohl auf Basis der Diskriminanzanalyse als auch auf Basis der logistischen Regression ein internes Ratingsystem entwickelt worden. Bei den Resultaten haben sich erste Gemeinsamkeiten und Unterschiede gezeigt. Im folgenden Schritt soll nun anhand einer Teststichprobe, bestehend aus den restlichen 120 Unternehmen des Datensatzes, überprüft und verglichen werden, ob brauchbare Ergebnisse erzielt werden und eine realistische Aussage über die Bonität der neuen Unternehmen getroffen werden kann.

Für die Kreditnehmer der Teststichprobe werden daher die Scores sowohl mit den Koeffizienten  $d_k$  der Diskriminanzanalyse als auch mit den Koeffizienten  $\beta_k$  der logistischen Regression ermittelt. Diese Ergebnisse befinden sich in Anhang 8 und 9. Darauf aufbauend erfolgt die Einteilung in eine der neun Ratingklassen anhand der Score-Intervalle bei der Diskriminanzanalyse (Tabelle 7) und den PD-Intervallen bei der logistischen Regression (Tabelle 8). Erwähnenswert ist, dass genau der Fall einer notwendigen Neu-Kalibrierung des Ratingsystems eingetreten ist, da aus der Teststichprobe mit der Diskriminanzanalyse für ein Unternehmen (Nr. 206) ein höherer Scorewert errechnet worden ist, als in dem ursprünglichen Score-Intervall vorgesehen war. Bei der logistischen Regression gibt es sogar für zwei Unternehmen (Nr. 206 + 271) einen niedrigeren Scorewert als vorgesehen. Die Unternehmen werden der Einfachheit halber dennoch der Ratingklasse 1 zugeordnet, da sie einen besseren Score haben als die in der Lernstichprobe vertretenen Unternehmen.

| interne Ratingklasse | Score-Intervall |            | geschätzte PD | Mitglieder pro Ratingklasse | Anzahl Ausfälle | relativer Anteil |
|----------------------|-----------------|------------|---------------|-----------------------------|-----------------|------------------|
|                      | Untergrenze     | Obergrenze |               |                             |                 |                  |
| 1                    | 11,72           | 14,73      | 0,05%         | 17                          | 0               | 0,00%            |
| 2                    | 10,75           | 11,71      | 0,12%         | 15                          | 0               | 0,00%            |
| 3                    | 9,99            | 10,74      | 0,31%         | 15                          | 0               | 0,00%            |
| 4                    | 9,28            | 9,98       | 0,76%         | 8                           | 0               | 0,00%            |
| 5                    | 8,71            | 9,27       | 1,90%         | 5                           | 0               | 0,00%            |
| 6                    | 7,72            | 8,70       | 4,72%         | 19                          | 0               | 0,00%            |
| 7                    | 6,51            | 7,71       | 11,72%        | 10                          | 1               | 10,00%           |
| 8                    | 5,29            | 6,50       | 29,14%        | 7                           | 0               | 0,00%            |
| 9                    | -0,46           | 5,28       | 72,42%        | 24                          | 17              | 70,83%           |

Tabelle 7: Zuordnung der Teststichprobe bei der Diskriminanzanalyse

| interne Ra-<br>tingklasse | PD-Intervall |            | geschätzte<br>PD | Mitglieder<br>pro Rating-<br>klasse | Anzahl<br>Ausfälle | relativer<br>Anteil |
|---------------------------|--------------|------------|------------------|-------------------------------------|--------------------|---------------------|
|                           | Untergrenze  | Obergrenze |                  |                                     |                    |                     |
| 1                         | 0,000%       | 0,055%     | 0,03%            | 17                                  | 0                  | 0,00%               |
| 2                         | 0,056%       | 0,182%     | 0,11%            | 13                                  | 0                  | 0,00%               |
| 3                         | 0,183%       | 0,493%     | 0,33%            | 14                                  | 0                  | 0,00%               |
| 4                         | 0,494%       | 1,238%     | 0,81%            | 11                                  | 0                  | 0,00%               |
| 5                         | 1,239%       | 2,465%     | 1,85%            | 7                                   | 0                  | 0,00%               |
| 6                         | 2,466%       | 7,321%     | 4,09%            | 18                                  | 0                  | 0,00%               |
| 7                         | 7,322%       | 21,330%    | 13,65%           | 9                                   | 1                  | 11,11%              |
| 8                         | 21,331%      | 54,090%    | 34,28%           | 8                                   | 0                  | 0,00%               |
| 9                         | 54,091%      | 99,999%    | 79,85%           | 23                                  | 17                 | 73,91%              |

Tabelle 8: Zuordnung der Teststichprobe bei der logistischen Regression

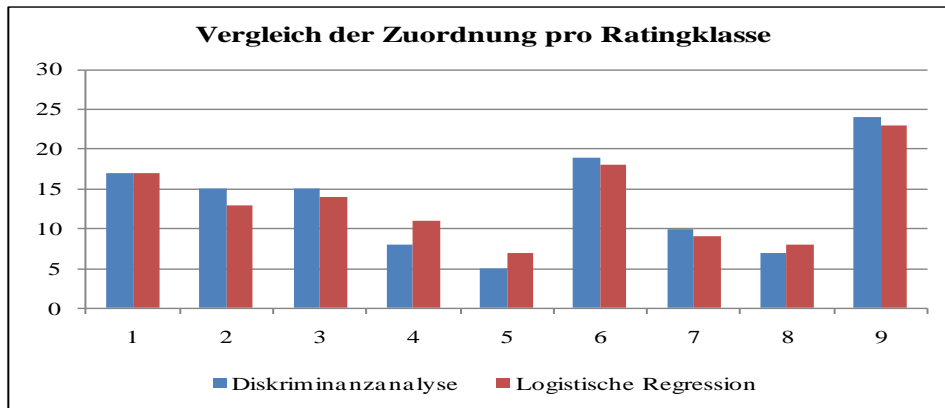


Abbildung 9: Vergleich der Zuordnungen pro Ratingklasse

Die beiden Tabellen und die Abbildung zeigen ein erstaunliches Bild. Die im Laufe des Beobachtungszeitraums insolvent gegangenen Unternehmen werden bei beiden Verfahren den gleichen Ratingklassen zugeordnet. Ein Unternehmen in Ratingklasse 7, die anderen siebzehn in Ratingklasse 9. Überraschend ist, dass in beiden Fällen keines der in Ratingklasse 8 klassifizierten Unternehmen ein insolventes ist, obwohl in dieser Klasse mit einer Ausfallwahrscheinlichkeit von ca. 30% gerechnet worden ist. Dies lässt sich aber auf die geringe Größe des Datensatzes und vor allem auch auf die Struktur der Verteilung zurückführen. So befinden sich in Klasse 9 erstaunlich viele Unternehmen, dagegen finden sich in den Klassen 7 und 8 relativ wenige. Bemerkenswert ist dennoch, dass der relative Ausfallanteil pro Ratingklasse – bis auf Kategorie 8 – den geschätzten Ausfallwahrscheinlichkeiten sehr nah kommt. Dabei muss beachtet werden, dass die geschätzten PD's der besten Ratingklassen nahe 0% liegen und dass bei einer kleinen Datensatzgröße von 120 schon ein in diese Kategorien klassifiziertes insolventes Unternehmen die beobachtete PD deutlich erhöht hätte und die Ergebnisse anders beurteilt werden müssten. Daher ist es grundsätzlich ratsam, sowohl für die Lern- als



auch für die Teststichprobe Datensätze zu verwenden, die eine deutlich größere Zahl an Unternehmen aufweisen.

## 5.5 Vergleich der beiden Verfahren

Ratings haben für Banken eine wesentliche Bedeutung: Sie sollen die Bonität der Kreditnehmer abbilden und durch die Ratingklasse eine Schätzung für die Ausfallwahrscheinlichkeit treffen. Daher liegt das Ziel des Vergleichs in der Beurteilung von Diskriminanzanalyse und logistischer Regression, als Basis für ein internes Ratingsystem zu dienen. Die Erkenntnisse der vorangegangenen Untersuchungen sind dabei die Grundlage.

Zunächst sollen die theoretischen Ansätze der beiden Verfahren im Vordergrund stehen. Die Diskriminanzanalyse hat in ihrer in dieser Arbeit verwendeten Form das originäre Ziel, eine Funktion zu finden, die zwei betrachtete Gruppen optimal trennt. Unter optimaler Trennung werden dabei ein größtmöglicher Abstand der Gruppenmittelwerte und eine möglichst geringe Streuung verstanden. Dies wird über einen Quotienten dargestellt, dessen Maximierungsproblem sich in fünf Schritten lösen lässt: Bestimmung der Erwartungswertvektoren pro Gruppe, Berechnung der Kovarianzmatrix, deren Größe sich nach der Anzahl der betrachteten Merkmale richtet, Invertieren dieser Kovarianzmatrix, Bildung der Differenz zwischen den beiden Erwartungswertvektoren, sowie abschließender Multiplikation von invertierter Kovarianzmatrix und der Differenz der Erwartungswertvektoren. Im Anschluss besteht die Möglichkeit, einen Grenzwert zu ermitteln, mit dem die Diskriminanzwerte verglichen werden und damit die Zuordnung zu einer der beiden Gruppen ermöglichen.

Für ein bankinternes Ratingverfahren wird noch einen Schritt weiter gegangen. Durch Multiplikation der Merkmalausprägungen eines Unternehmens mit den Diskriminanzkoeffizienten kann ein Scorewert ermittelt werden. Aufbauend auf diesen Resultaten wurden die Unternehmen der Lernstichprobe in neun gleich große Ratingklassen eingeteilt. Im Anschluss wurden empirische Ausfallhäufigkeiten ermittelt und per Exponentialkalibrierung zukünftige Ausfallwahrscheinlichkeiten geschätzt. Neue Unternehmen können demnach durch Betrachtung ihres Scores in eine Ratingklasse eingeteilt werden und über diesen Weg auch eine geschätzte Ausfallwahrscheinlichkeit erhalten.

Bei der logistischen Regression liegt der Fokus zunächst ebenfalls auf der Zugehörigkeit zu einer von zwei Gruppen. Die gesuchte Regressionsfunktion soll die Ermittlung der Eintrittswahrscheinlichkeit ermöglichen, dass ein Unternehmen zu genau einer Gruppe gehört. Das Maximierungsproblem ist in diesem Fall eine Likelihood-Funktion, die durch das Produkt der Dichtefunktion der Lernstichprobe definiert ist. Gelöst wird das Problem durch die Betrachtung des natürlichen Logarithmus der Funktion und Lösung in Excel. Dabei sind Scorewerte, Ausfall-, Gegen- und Ereigniswahrscheinlichkeiten die zu bestimmenden Größen. Die gesuchte Funktion besteht aus einem konstanten Koeffizienten sowie so vielen weiteren Koeffizienten wie Merkmale betrachtet werden. Wenn nur die Gruppenzugehörigkeit interessieren würde, würde die Zuteilung nach Betrachtung der Ausfallwahrscheinlichkeit erfolgen, d.h. ob

diese über oder unter 50% liegt. Diese Zwei-Gruppen-Klassifizierung stand im Vordergrund einer Arbeit von Mählmann (2004). Eines der wesentlichen Resultate war, dass keine gravierenden Unterschiede zwischen den beiden Verfahren bestehen, um eines zu bevorzugen. Allerdings sind die Diskriminanzkoeffizienten nicht widerspruchsfrei, wenn die Merkmalsausprägungen nicht normal verteilt sind. Dies führt zu einer Verzerrung in den Scorewerten (Mählmann, 2004, S.21). Daher wurde auch in einem Beitrag von Hartmann-Wendels et al. (2005) die logistische Regression der Diskriminanzanalyse vorgezogen, da sie sich hinsichtlich einer Verletzung der Normalverteilung als robust erweist, was insbesondere bei einer ordinalen Klassifikation wie einer Ratingskala eine große Bedeutung hat im Vergleich zu einem Modell, das lediglich zwischen zwei Gruppen unterscheidet.

Bei der Entwicklung eines bankinternen Ratingverfahrens rückt diese Betrachtung jedoch in den Hintergrund, da die Zugehörigkeit zu einer Ratingklasse und darauf aufbauend die Zuordnung einer Ausfallwahrscheinlichkeit von Interesse ist. Bei beiden Verfahren sind die Rechnungen in Excel problemlos zu lösen. Die Diskriminanzanalyse besteht dabei aus einer größeren Anzahl von Schritten und ist bei der Erstellung schwieriger zu handhaben. Die logistische Regression hat als großen Vorteil, dass unmittelbar Ausfallwahrscheinlichkeiten für jeden Kreditnehmer ermittelt werden können. Dies kann sich gerade dann als Vorteil erweisen, wenn eine Ratingklasse ein größeres PD-Intervall abdeckt. Dann kann es für die Bank durchaus von Wichtigkeit sein, ob sich die Ausfallwahrscheinlichkeit am oberen oder am unteren Ende befindet. Für beide Verfahren ergeben sich letztlich zehnstufige Ratingskalen. Sie bestehen aus den neun bekannten Ratingklassen plus einer zusätzlichen Ratingklasse 10 („Zahlungsausfall“), der Kreditnehmer der Bank nach Feststellung einer Insolvenz angehören:

| interne Ratingklasse | vergleichbare Ratingklasse S&P | historische Ein-Jahres-Ausfallraten S&P | per Diskriminanzanalyse geschätzte PD | per Logistischer Regression geschätzte PD |
|----------------------|--------------------------------|---|---------------------------------------|---|
| 1                    | AAA                            | 0,01%                                   | 0,05%                                 | 0,02%                                     |
| 2                    | AA                             | 0,02%                                   | 0,12%                                 | 0,11%                                     |
| 3                    | A                              | 0,08%                                   | 0,31%                                 | 0,33%                                     |
| 4                    | BBB                            | 0,36%                                   | 0,76%                                 | 0,81%                                     |
| 5                    | BB                             | 1,55%                                   | 1,90%                                 | 1,85%                                     |
| 6                    | B                              | 6,75%                                   | 4,72%                                 | 4,09%                                     |
| 7                    | CCC                            | 29,35%                                  | 11,72%                                | 13,65%                                    |
| 8                    | CC                             |   | 29,14%                                | 34,28%                                    |
| 9                    | C                              |   | 72,42%                                | 79,85%                                    |
| 10                   | D                              | 100%                                    | 100,00%                               | 100%                                      |

Tabelle 9: Vergleich der Ausfallwahrscheinlichkeiten

## 6 Fazit und Ausblick

Bevor ein abschließendes Fazit gezogen werden kann, sollten einige Aspekte beachtet werden. In der vorliegenden Arbeit wurde die grundlegende Systematik bei der Entwicklung eines internen Ratingsystems vorgestellt. Dabei wurde die Errechnung von Creditscores für Unternehmen mit der Diskriminanzanalyse und der logistischen Regression theoretisch hergeleitet. In Anschluss wurden die Vorgehensweise bei der Einteilung in Ratingklassen und die Kalibrierung bzw. Zuteilung von Ausfallwahrscheinlichkeiten erläutert. Dies alles geschah mit Hinsicht auf den IRB-Ansatz, der Banken vom Basler Ausschuss als Alternative zur Verwendung externer Ratings ermöglicht wird. Zur Vervollständigung wurde eine praktische Anwendung durchgeführt, um die Resultate der Verfahren vergleichen und bewerten zu können. Daher mussten an einigen Stellen Annahmen vorausgesetzt und Vereinfachungen vorgenommen werden, um den gesamten Prozess verschlankt darzustellen. So wurden unter anderem die betrachteten Bilanzkennzahlen festgelegt, ohne zu prüfen, ob es ggf. weitere Kennzahlen gibt, die eine noch bessere Unterscheidung der Unternehmen ermöglichen. Des Weiteren bedarf es bis zu einem endgültigen Ratingsystem Daten und Erkenntnissen mehrerer Jahre. Nichtsdestotrotz wurden interessante Erkenntnisse gewonnen, welche Möglichkeiten es für interne Ratingverfahren gibt und welche Schwierigkeiten gleichzeitig auftreten.

Sowohl die Diskriminanzanalyse als auch die logistische Regression berücksichtigen bei ihrer Berechnung historische Daten. Ihnen liegt die Annahme zugrunde, dass sich auf Basis von vergangenheitsorientierten Daten zukünftige Ausfälle prognostizieren lassen. Dies wurde bei der Entwicklung der Lern- und Teststichprobe zugrunde gelegt. Die Daten der Stichprobe haben transformierte Bilanzkennzahlen repräsentiert. Dass dies zulässig ist, zeigt die Verwendung der Diskriminanzanalyse und der logistischen Regression in der Realität. So hat zum Beispiel Moody's standardisierte Ratingverfahren für nicht börsennotierte Unternehmen in den USA, Australien und Deutschland entwickelt, die auf einem logistischen Regressionsmodell basieren. Zur Beurteilung wurden Kennzahlen aus öffentlich zugänglichen Jahresabschlüssen verwendet. Moody's verwendet das logistische Modell, da es, im Gegensatz zu einem linearen Modell, aufgrund seiner schon zuvor erwähnten S-Form den Einfluss der einzelnen Kennzahlen ab einem bestimmten Punkt begrenzt. (Moody's 2001; Moody's, 2003) Ein weiterer wesentlicher Vorteil der logistischen Regression ist das direkte Errechnen von individuellen Ausfallwahrscheinlichkeiten. Dadurch ist im Normalfall, d.h. wenn die Stichprobe eine entsprechende Größe hat, keine Kalibrierung notwendig. Ausnahme wäre ein gravierendes Abweichen der mittleren Ausfallrate der Stichprobe von in der Realität nachgewiesenen Ausfallraten (Oesterreichische Nationalbank und Finanzmarktaufsicht, 2004, S.56).

Allerdings muss berücksichtigt werden, dass es extreme Szenarien geben kann, in denen einige Gesetze des Marktes außer Kraft gesetzt werden und unvorhergesehen Ereignisse geschehen. Dies wurde zum Beispiel im Zuge der aktuellen Finanzmarktkrise ersichtlich. Zwar treffen die Ausfallwahrscheinlichkeiten der großen Ratingagenturen auf lange Sicht zu. Gerade in den Jahren 2007 und 2008 wurden jedoch einige Unternehmen, Länder oder auch Finanzprodukte falsch geratet. Daher ist einerseits eine regelmäßige Überprüfung des Verfahrens wichtig. Andererseits zeigt es, dass allein auf Basis mathematischer Daten manchmal nicht die richtige Entscheidung getroffen werden kann, sondern dass es „menschliches Gespür“ ver-

langt, wenn es um die Beurteilung kritischer Situationen geht. Der Basler Ausschuss hat daher in den „Mindestkapitalanforderungen“ zahlreiche Kriterien und Bedingungen festgelegt, die bei der Entwicklung des Ratingsystems eine Rolle spielen. So ist unter Absatz 417 die Verwendung von statistischen Modellen ausdrücklich zulässig, allerdings zunächst als Grundlage für die Zuordnung. Die „menschliche Überwachung“ und ein „menschliches Urteilsvermögen“ sind unerlässlich. Zudem müssen die Daten der Modellentwicklung die aktuelle Schuldnerstruktur der Bank repräsentieren und auch das Modell muss regelmäßig validiert werden. So müssen unter anderem die realen Ausfallhäufigkeiten mit den geschätzten verglichen und bei Bedarf angepasst werden. (Basler Ausschuss für Bankenaufsicht, 2004, S.80-96) Demnach sind die Erkenntnisse der vorliegenden Arbeit für die ersten Schritte der Entwicklung eines internen Ratingverfahrens von großer Relevanz. Es lässt sich vermuten, dass tendenziell Banken mit risikoärmeren Kreditportfolien den einfachen IRB-Ansatz anwenden, da sie für Kreditnehmer aus dem Investment-Grade-Bereich (bis inklusive BBB) in der Regel einer geringeren Kapitalanforderung nachkommen müssen als beim Standardansatz (Europäische Zentralbank, 2001, S.79). Dies beruht auf der genaueren Einschätzung der Ausfallwahrscheinlichkeit der Kreditnehmer, die den Faktor  $PD$  aus der Funktion zur Berechnung der Eigenkapital-Anforderung (vgl. Exkurs) ausmacht. Bis zur endgültigen Implementierung und Abnahme eines auf Basis der Diskriminanzanalyse oder logistischen Regression entwickelten Ratingsystems durch die Aufsicht sind allerdings noch weitere Schritte notwendig.

Letzten Endes ist es eine Entscheidung der Bank, ein internes Kreditratingverfahren zu verwenden oder nicht. Es bedarf einer genauen Abwägung der Kosten und Nutzen des Systems. Einerseits geschieht dies im Hinblick auf die zeitliche Inanspruchnahme der Entwicklung und regelmäßigen Überprüfung des Ratingsystems sowie seiner Entwicklungskosten. Andererseits müssen die möglichen Einsparpotentiale durch geringere Eigenkapitalhinterlegungen und die verbesserte, risikoorientierte Kreditpolitik der Bank beachtet werden. Es gäbe in diesem Zusammenhang die Möglichkeit, die Anzahl der Ratingklassen zu erhöhen, um eine noch genauere Trennung zu erreichen. Bei insgesamt zehn Ratingklassen kommt es durchaus vor, dass in einigen Ratingklassen die Abstände zwischen der resultierenden Ober- und Untergrenze der geschätzten Ausfallwahrscheinlichkeit recht hoch ist.

Alles in allem hat der Vergleich von Diskriminanzanalyse und logistischer Regression im Rahmen einer Stichprobe eines gezeigt: Die Endergebnisse, also die den verschiedenen Ratingklassen zugeordneten Ausfallwahrscheinlichkeiten, sind nicht nur untereinander, sondern auch verglichen mit externen Ratingagenturen in ihrer Grundtendenz ähnlich. Allerdings besteht auch dabei für ein abschließendes Urteil die Notwendigkeit, die Verfahren mehrfach durchzuführen, bis sich mit an Sicherheit grenzender Wahrscheinlichkeit sagen lässt, dass dies auf jeden Datensatz zutrifft. Nichtsdestotrotz wurde auch deutlich, dass die logistische Regression einige Vorteile gegenüber der Diskriminanzanalyse hat, die verschiedentlich aufgezeigt wurden. Dazu zählt beispielsweise die Tatsache, dass ein logistisches Modell den Einfluss einzelner Kennzahlen ab einer bestimmten Größe begrenzt. Zudem werden die Ausfallwahrscheinlichkeiten direkt berechnet und verringern somit das Risiko von Kalibrierungsfehlern. Daher ist mit den im Rahmen der vorliegenden Arbeit gewonnenen Erkenntnissen die logistische Regression der Diskriminanzanalyse vorzuziehen, wenn es um die Entwicklung eines internen Ratingverfahrens geht.

## Anhang

### Anhang 1: Berechnung der Eigenkapitalanforderung nach Basel II

Im Exkurs zu Basel II wurde der einfache IRB-Ansatz in Kürze eingeführt. An dieser Stelle soll nun eine ausführliche Erläuterung vorgenommen werden. Ausgangspunkt ist die Funktion der Eigenkapitalanforderung:

$$(A1) \quad EK - Anforderung = f(PD, LGD, EAD, M, R)$$

Die Ausfallwahrscheinlichkeit  $PD$ , die Verlustquote  $LGD$ , die Laufzeit  $M$  und die Korrelation  $R$  stellen ihrerseits die Komponenten für eine Funktion zur Bestimmung des Risikogewichts  $RW$  dar und können damit ausgeklammert werden. Zusätzlich wird der Wert von 12,5 in die Formel mit aufgenommen, da er dem Kehrwert der Mindestkapitalanforderung von 8% entspricht:

$$(A2) \quad EK - Anforderung = RW * EAD * 12,5$$

Zur Bestimmung von  $RW$  hat der Basler Ausschuss für Bankenaufsicht folgende Formel festgesetzt:

$$(A3) \quad RW(PD, LGD, M) = \left[ LGD * N \left( \frac{G(PD) + \sqrt{R(PD) * G(0,999)}}{\sqrt{1 - R(PD)}} \right) - PD * LGD \right] * \frac{1 + (M - 2,5) * b(PD)}{1 - 1,5 * b(PD)}$$

$$\text{mit} \quad R = 0,12 * \frac{1 - \exp(-50 * PD)}{1 - \exp(-50)} + 0,24 * \left[ 1 - \frac{1 - \exp(-50 * PD)}{1 - \exp(-50)} \right]$$

$$\text{und} \quad b = [0,11852 - 0,05478 * \ln(PD)]^2$$

$N$  bezeichnet dabei die Normalverteilung und  $G$  die Inverse der Normalverteilung. Der letzte Term von (A3) beschreibt dabei die Restlaufzeitanpassung  $b$ , die in Deutschland bei Forderungen an Unternehmen mit einer Bilanzsumme und einem Jahresumsatz bis 500 Mio. Euro auf zweieinhalb Jahre festgelegt ist. (Deutsche Bundesbank, 2004, S.96)

Im nächsten Schritt werden die risikogewichteten Aktiva bestimmt:

$$(A4) \quad RWA = RW * EAD * 12,5$$

$EAD$  bezeichnet dabei das Exposure at Default, also die an Krediten ausgegebene Summe, die theoretisch ausfallen könnte. Dieses wird mit dem errechneten Risikogewicht und dem Kehrwert der 8% Mindestanforderung multipliziert. Die Formel (A4) ist damit im Vergleich zu (A2) nur eine Umformulierung der linken Seite der Gleichung. Der Betrag der Eigenkapital-

hinterlegung wird also als Produkt der risikogewichteten Aktiva und der Mindestanforderung von 8% bestimmt:

$$(A5) \quad EK - \text{Unterlegung} = RWA * 8\%$$

Dieses finale Ergebnis ist für das Kreditinstitut der entscheidende Betrag, um die Mindesteigenkapitalanforderungen nach Basel II zu erfüllen. (Behr und Güttler, 2004, S.25-29)

Zu (A3) kann noch ergänzt werden, dass die erwarteten Verluste im ersten Term durch Subtraktion herausgerechnet werden. Dies erfolgt, um nicht für denselben Kredit zweifach Eigenkapital zu hinterlegen. In einer weiteren Rechnung wird die Summe der erwarteten Verluste, bei deren Berechnung erneut die Ausfallwahrscheinlichkeit eine entscheidende Rolle spielt, mit den bilanziellen Rückstellungen verglichen, sodass bei einer etwaigen Unterdeckung die Rückstellungen aufgestockt werden.

**Anhang 2: geplante Zusammensetzung der Kapitalanforderungen nach Basel**

| <b>Calibration of the Capital Framework</b>               |   |                       |                      |
|---|---|-----------------------|----------------------|
| Capital requirements and buffers (all numbers in percent) |   |                       |                      |
|   | <b>Common Equity<br/>(after<br/>deductions)</b> | <b>Tier 1 Capital</b> | <b>Total Capital</b> |
| Minimum   | 4.5   | 6.0                   | 8.0                  |
| Conservation buffer                                       | 2.5   |                       |                      |
| Minimum plus<br>conservation buffer                       | 7.0   | 8.5                   | 10.5                 |
| Countercyclical buffer<br>range*                          | 0 – 2.5   |                       |                      |

\* Common equity or other fully loss absorbing capital

(Bank for International Settlements, 2010(b))

**Anhang 3: Allgemeine Berechnungen zur Diskriminanzanalyse**

Der Erwartungswert  $E(X)$  wird über den empirischen Mittelwert berechnet. Die allgemeine Formel lautet:

$$(A6) \quad \bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N x_n$$

Die allgemeine Formel zur Berechnung der empirischen Varianz lautet:

$$(A7) \quad \hat{\sigma}_n^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{n=1}^N (x_n - \bar{x})^2$$

Die allgemeine Formel zur Berechnung der Kovarianz von Zufallsvariablen lautet:

$$(A8) \quad \text{Cov}(X_1, X_2) = \frac{1}{N-1} \sum (x_i - \bar{x}) * (y_i - \bar{y})$$

**Anhang 4: Rechnungen zum Rechenbeispiel der Diskriminanzanalyse**

|                             | Merkmal X <sub>1</sub><br>Gruppe A    | Merkmal X <sub>2</sub><br>Gruppe A | $((X_{1iA})-E(X_{1A}))$ | $((X_{1iA})-E(X_{1A}))^2$ | $((X_{2iA})-E(X_{2A}))$ | $((X_{2iA})-E(X_{2A}))^2$ | $((X_{1iA})-E(X_{1A})) * ((X_{2iA})-E(X_{2A}))$ |
|-----------------------------|---------------------------------------|------------------------------------|-------------------------|---------------------------|-------------------------|---------------------------|---|
|                             | 9,2                                   | 6,9                                | -4,047                  | 16,376                    | -0,827                  | 0,683                     | 3,345   |
|                             | 19,7                                  | 12,1                               | 6,453                   | 41,646                    | 4,373                   | 19,126                    | 28,223  |
|                             | 17,2                                  | 15,1                               | 3,953                   | 15,629                    | 7,373                   | 54,366                    | 29,149  |
|                             | 15,3                                  | 10,3                               | 2,053                   | 4,216                     | 2,573                   | 6,622                     | 5,284   |
|                             | 13,9                                  | 12,8                               | 0,653                   | 0,427                     | 5,073                   | 25,739                    | 3,315   |
|                             | 13                                    | 3                                  | -0,247                  | 0,061                     | -4,727                  | 22,341                    | 1,166   |
|                             | 16,3                                  | 12,1                               | 3,053                   | 9,323                     | 4,373                   | 19,126                    | 13,353  |
|                             | 18,2                                  | 8,1                                | 4,953                   | 24,536                    | 0,373                   | 0,139                     | 1,849   |
|                             | 7,7                                   | 2,4                                | -5,547                  | 30,766                    | -5,327                  | 28,373                    | 29,545  |
|                             | 17                                    | 2,6                                | 3,753                   | 14,088                    | -5,127                  | 26,283                    | -19,242   |
|                             | 17,3                                  | 5,1                                | 4,053                   | 16,430                    | -2,627                  | 6,899                     | -10,647   |
|                             | 16,5                                  | 13,2                               | 3,253                   | 10,584                    | 5,473                   | 29,957                    | 17,807  |
|                             | 7,7                                   | 6,6                                | -5,547                  | 30,766                    | -1,127                  | 1,269                     | 6,249   |
|                             | 6,9                                   | 3,1                                | -6,347                  | 40,280                    | -4,627                  | 21,406                    | 29,364  |
|                             | 2,8                                   | 2,5                                | -10,447                 | 109,133                   | -5,227                  | 27,318                    | 54,601  |
| Summe<br>E(X <sub>k</sub> ) | <b>13,247</b>                         | <b>7,727</b>                       |                         | <b>364,257</b>            |                         | <b>289,649</b>            | <b>193,361</b>                                  |
|                             | Merkmal X <sub>1</sub><br>Gruppe B    | Merkmal X <sub>2</sub><br>Gruppe B | $((X_{1iB})-E(X_{1B}))$ | $((X_{1iB})-E(X_{1B}))^2$ | $((X_{2iB})-E(X_{2B}))$ | $((X_{2iB})-E(X_{2B}))^2$ | $((X_{1iB})-E(X_{1B})) * ((X_{2iB})-E(X_{2B}))$ |
|                             | 10,5                                  | 15,4                               | 3,973                   | 15,787                    | 1,673                   | 2,800                     | 6,649   |
|                             | 6,1                                   | 12,8                               | -0,427                  | 0,182                     | -0,927                  | 0,859                     | 0,395   |
|                             | 14,5                                  | 14,9                               | 7,973                   | 63,574                    | 1,173                   | 1,377                     | 9,355   |
|                             | 5,8                                   | 15,8                               | -0,727                  | 0,528                     | 2,073                   | 4,299                     | -1,507  |
|                             | 3,4                                   | 3,9                                | -3,127                  | 9,776                     | -9,827                  | 96,563                    | 30,725  |
|                             | 1,3                                   | 13,5                               | -5,227                  | 27,318                    | -0,227                  | 0,051                     | 1,185   |
|                             | 13,4                                  | 18,8                               | 6,873                   | 47,243                    | 5,073                   | 25,739                    | 34,871  |
|                             | 2,9                                   | 10,7                               | -3,627                  | 13,153                    | -3,027                  | 9,161                     | 10,977  |
|                             | 4,4                                   | 19,2                               | -2,127                  | 4,523                     | 5,473                   | 29,957                    | -11,640   |
|                             | 1,4                                   | 2,1                                | -5,127                  | 26,283                    | -11,627                 | 135,179                   | 59,606  |
|                             | 14,7                                  | 16,4                               | 8,173                   | 66,803                    | 2,673                   | 7,147                     | 21,850  |
|                             | 9,8                                   | 19,6                               | 3,273                   | 10,715                    | 5,873                   | 34,496                    | 19,225  |
|                             | 3,3                                   | 12,3                               | -3,227                  | 10,411                    | -1,427                  | 2,035                     | 4,603   |
|                             | 3,6                                   | 14,2                               | -2,927                  | 8,565                     | 0,473                   | 0,224                     | -1,385  |
|                             | 2,8                                   | 16,3                               | -3,727                  | 13,888                    | 2,573                   | 6,622                     | -9,590  |
| Summe<br>E(X <sub>k</sub> ) | <b>6,527</b>                          | <b>13,727</b>                      |                         | <b>318,749</b>            |                         | <b>356,509</b>            | <b>175,319</b>                                  |
| $\sigma_{11}$               | = (364,257 + 318,749) / (15 + 15 - 2) |                                    | <b>= 24,393</b>         |                           |                         |                           |   |
| $\sigma_{12}$               | = (175,319 + 193,361) / (15 + 15 - 2) |                                    | <b>= 13,167</b>         |                           |                         |                           |   |
| $\sigma_{21}$               | = (175,319 + 193,361) / (15 + 15 - 2) |                                    | <b>= 13,167</b>         |                           |                         |                           |   |
| $\sigma_{22}$               | = (289,649 + 356,509) / (15 + 15 - 2) |                                    | <b>= 23,077</b>         |                           |                         |                           |   |









Zweiter Teil der Teststichprobe:

| U_Nr. | Gruppe | VG (X <sub>1</sub> ) | RoE (X <sub>2</sub> ) | CR (X <sub>3</sub> ) | KBD (X <sub>4</sub> ) | DCR (X <sub>5</sub> ) | U_Nr. | Gruppe | VG (X <sub>1</sub> ) | RoE (X <sub>2</sub> ) | CR (X <sub>3</sub> ) | KBD (X <sub>4</sub> ) | DCR (X <sub>5</sub> ) |
|-------|--------|----------------------|-----------------------|----------------------|-----------------------|-----------------------|-------|--------|----------------------|-----------------------|----------------------|-----------------------|-----------------------|
| 271   | 0      | 0,12826              | 0,82861               | 0,84647              | 0,50659               | 0,74841               | 286   | 1      | 0,78382              | 0,69272               | 0,46709              | 0,66707               | 0,24738               |
| 272   | 0      | 0,44337              | 0,54826               | 0,79561              | 0,54409               | 0,48072               | 287   | 1      | 0,87599              | 0,66688               | 0,14962              | 0,42010               | 0,34235               |
| 273   | 0      | 0,22097              | 0,36090               | 0,61444              | 0,43644               | 0,36112               | 288   | 1      | 0,54742              | 0,29868               | 0,34617              | 0,59480               | 0,38356               |
| 274   | 0      | 0,37809              | 0,52840               | 0,33691              | 0,22129               | 0,57349               | 289   | 1      | 0,54976              | 0,12204               | 0,28095              | 0,74394               | 0,52858               |
| 275   | 0      | 0,11332              | 0,49911               | 0,39594              | 0,31322               | 0,52840               | 290   | 1      | 0,58774              | 0,31867               | 0,26215              | 0,82505               | 0,36102               |
| 276   | 0      | 0,61601              | 0,78733               | 0,44916              | 0,22989               | 0,68768               | 291   | 1      | 0,73306              | 0,47081               | 0,24392              | 0,39273               | 0,52862               |
| 277   | 0      | 0,30193              | 0,60976               | 0,33499              | 0,67705               | 0,35979               | 292   | 1      | 0,78635              | 0,23695               | 0,46051              | 0,78117               | 0,16170               |
| 278   | 0      | 0,27561              | 0,65177               | 0,45751              | 0,35974               | 0,61039               | 293   | 1      | 0,64258              | 0,17418               | 0,34222              | 0,37444               | 0,19931               |
| 279   | 0      | 0,53158              | 0,49669               | 0,67566              | 0,25539               | 0,62996               | 294   | 1      | 0,53692              | 0,26484               | 0,43021              | 0,84438               | 0,31663               |
| 280   | 0      | 0,61549              | 0,37237               | 0,51377              | 0,61762               | 0,40167               | 295   | 1      | 0,54999              | 0,11655               | 0,64799              | 0,81619               | 0,24095               |
| 281   | 0      | 0,49866              | 0,85016               | 0,48170              | 0,41979               | 0,62614               | 296   | 1      | 0,56780              | 0,32285               | 0,33741              | 0,69213               | 0,47316               |
| 282   | 0      | 0,43620              | 0,89534               | 0,52787              | 0,24845               | 0,70533               | 297   | 1      | 0,82553              | 0,58258               | 0,25267              | 0,51360               | 0,23229               |
| 283   | 1      | 0,75198              | 0,56875               | 0,63130              | 0,41725               | 0,28349               | 298   | 1      | 0,39229              | 0,60968               | 0,15157              | 0,41986               | 0,13588               |
| 284   | 1      | 0,78698              | 0,35102               | 0,15337              | 0,38167               | 0,61977               | 299   | 1      | 0,56364              | 0,57538               | 0,55608              | 0,47011               | 0,50074               |
| 285   | 1      | 0,55856              | 0,52751               | 0,53254              | 0,46351               | 0,26301               | 300   | 1      | 0,78412              | 0,19052               | 0,34697              | 0,72640               | 0,48569               |

**Anhang 6: Einteilung der Unternehmen in Ratingklassen anhand der Scores  
(Diskriminanzanalyse)**

| U_Nr | Score | Gruppe | Ratingklasse | U_Nr | Score | Gruppe | Ratingklasse |
|------|-------|--------|--------------|------|-------|--------|--------------|
| 13   | 14,73 | 0      | 1            | 17   | 10,61 | 0      | 3            |
| 75   | 14,47 | 0      | 1            | 137  | 10,61 | 0      | 3            |
| 36   | 14,30 | 0      | 1            | 104  | 10,58 | 0      | 3            |
| 107  | 13,33 | 0      | 1            | 98   | 10,47 | 0      | 3            |
| 68   | 13,24 | 0      | 1            | 122  | 10,45 | 0      | 3            |
| 86   | 13,22 | 0      | 1            | 29   | 10,41 | 0      | 3            |
| 30   | 13,21 | 0      | 1            | 130  | 10,39 | 0      | 3            |
| 149  | 13,20 | 0      | 1            | 120  | 10,36 | 0      | 3            |
| 46   | 13,16 | 0      | 1            | 14   | 10,33 | 0      | 3            |
| 3    | 12,92 | 0      | 1            | 40   | 10,26 | 0      | 3            |
| 52   | 12,80 | 0      | 1            | 115  | 10,23 | 0      | 3            |
| 151  | 12,46 | 0      | 1            | 116  | 10,22 | 0      | 3            |
| 132  | 12,37 | 0      | 1            | 77   | 10,18 | 0      | 3            |
| 43   | 12,34 | 0      | 1            | 93   | 10,08 | 0      | 3            |
| 37   | 12,16 | 0      | 1            | 106  | 10,02 | 0      | 3            |
| 83   | 12,07 | 0      | 1            | 88   | 9,97  | 0      | 4            |
| 103  | 12,05 | 0      | 1            | 16   | 9,96  | 0      | 4            |
| 134  | 12,02 | 0      | 1            | 146  | 9,95  | 0      | 4            |
| 41   | 11,88 | 0      | 1            | 152  | 9,87  | 0      | 4            |
| 81   | 11,73 | 0      | 1            | 85   | 9,64  | 0      | 4            |
| 119  | 11,71 | 0      | 2            | 109  | 9,61  | 0      | 4            |
| 53   | 11,71 | 0      | 2            | 22   | 9,60  | 0      | 4            |
| 96   | 11,68 | 0      | 2            | 51   | 9,59  | 0      | 4            |
| 129  | 11,65 | 0      | 2            | 8    | 9,58  | 0      | 4            |
| 54   | 11,64 | 0      | 2            | 74   | 9,53  | 0      | 4            |
| 73   | 11,55 | 0      | 2            | 110  | 9,48  | 0      | 4            |
| 32   | 11,54 | 0      | 2            | 89   | 9,48  | 0      | 4            |
| 31   | 11,49 | 0      | 2            | 56   | 9,43  | 0      | 4            |
| 28   | 11,31 | 0      | 2            | 61   | 9,43  | 0      | 4            |
| 62   | 11,26 | 0      | 2            | 69   | 9,41  | 0      | 4            |
| 9    | 11,24 | 0      | 2            | 145  | 9,39  | 0      | 4            |
| 27   | 11,17 | 0      | 2            | 84   | 9,33  | 0      | 4            |
| 2    | 11,08 | 0      | 2            | 67   | 9,31  | 0      | 4            |
| 25   | 11,06 | 0      | 2            | 136  | 9,29  | 0      | 4            |
| 128  | 11,04 | 0      | 2            | 101  | 9,28  | 0      | 4            |
| 63   | 10,91 | 0      | 2            | 144  | 9,27  | 0      | 5            |
| 95   | 10,89 | 0      | 2            | 45   | 9,26  | 0      | 5            |
| 48   | 10,79 | 0      | 2            | 108  | 9,21  | 0      | 5            |
| 131  | 10,79 | 0      | 2            | 1    | 9,18  | 0      | 5            |
| 50   | 10,76 | 0      | 2            | 7    | 9,12  | 0      | 5            |
| 90   | 10,73 | 0      | 3            | 26   | 9,02  | 0      | 5            |
| 80   | 10,69 | 0      | 3            | 111  | 9,02  | 0      | 5            |
| 19   | 10,69 | 0      | 3            | 39   | 8,94  | 0      | 5            |
| 23   | 10,67 | 0      | 3            | 15   | 8,93  | 0      | 5            |
| 102  | 10,67 | 0      | 3            | 114  | 8,87  | 0      | 5            |

Zweiter Teil der Ratingklassen-Einteilung (Diskriminanzanalyse):

| U_Nr | Score | Gruppe | Ratingklasse | U_Nr | Score | Gruppe | Ratingklasse |
|------|-------|--------|--------------|------|-------|--------|--------------|
| 121  | 8,87  | 0      | 5            | 44   | 6,78  | 0      | 7            |
| 140  | 8,84  | 0      | 5            | 87   | 6,77  | 0      | 7            |
| 147  | 8,82  | 0      | 5            | 49   | 6,73  | 0      | 7            |
| 123  | 8,81  | 0      | 5            | 161  | 6,57  | 1      | 7            |
| 150  | 8,80  | 0      | 5            | 65   | 6,56  | 0      | 7            |
| 66   | 8,79  | 0      | 5            | 167  | 6,46  | 1      | 8            |
| 47   | 8,78  | 0      | 5            | 64   | 6,37  | 0      | 8            |
| 33   | 8,77  | 0      | 5            | 112  | 6,37  | 0      | 8            |
| 38   | 8,72  | 0      | 5            | 180  | 6,33  | 1      | 8            |
| 124  | 8,71  | 0      | 5            | 179  | 6,30  | 1      | 8            |
| 91   | 8,71  | 0      | 6            | 12   | 6,15  | 0      | 8            |
| 97   | 8,68  | 0      | 6            | 35   | 6,07  | 0      | 8            |
| 6    | 8,68  | 0      | 6            | 154  | 6,06  | 1      | 8            |
| 113  | 8,64  | 0      | 6            | 42   | 6,05  | 0      | 8            |
| 159  | 8,57  | 1      | 6            | 139  | 6,01  | 0      | 8            |
| 71   | 8,55  | 0      | 6            | 21   | 6,00  | 0      | 8            |
| 5    | 8,52  | 0      | 6            | 157  | 5,92  | 1      | 8            |
| 24   | 8,52  | 0      | 6            | 58   | 5,89  | 0      | 8            |
| 92   | 8,35  | 0      | 6            | 70   | 5,88  | 0      | 8            |
| 10   | 8,33  | 0      | 6            | 55   | 5,84  | 0      | 8            |
| 20   | 8,32  | 0      | 6            | 135  | 5,81  | 0      | 8            |
| 141  | 8,23  | 0      | 6            | 173  | 5,69  | 1      | 8            |
| 60   | 8,19  | 0      | 6            | 11   | 5,67  | 0      | 8            |
| 79   | 8,16  | 0      | 6            | 171  | 5,51  | 1      | 8            |
| 72   | 7,98  | 0      | 6            | 158  | 5,48  | 1      | 8            |
| 117  | 7,88  | 0      | 6            | 18   | 5,11  | 0      | 9            |
| 82   | 7,83  | 0      | 6            | 175  | 4,85  | 1      | 9            |
| 142  | 7,83  | 0      | 6            | 176  | 4,77  | 1      | 9            |
| 105  | 7,77  | 0      | 6            | 170  | 4,77  | 1      | 9            |
| 100  | 7,72  | 0      | 6            | 143  | 4,69  | 0      | 9            |
| 148  | 7,72  | 0      | 7            | 133  | 4,62  | 0      | 9            |
| 118  | 7,72  | 0      | 7            | 78   | 4,38  | 0      | 9            |
| 177  | 7,69  | 1      | 7            | 172  | 4,35  | 1      | 9            |
| 59   | 7,65  | 0      | 7            | 155  | 4,33  | 1      | 9            |
| 34   | 7,53  | 0      | 7            | 166  | 4,21  | 1      | 9            |
| 57   | 7,48  | 0      | 7            | 156  | 4,08  | 1      | 9            |
| 4    | 7,48  | 0      | 7            | 160  | 3,92  | 1      | 9            |
| 99   | 7,48  | 0      | 7            | 178  | 3,74  | 1      | 9            |
| 76   | 7,47  | 0      | 7            | 94   | 3,63  | 0      | 9            |
| 127  | 7,24  | 0      | 7            | 163  | 2,68  | 1      | 9            |
| 125  | 7,08  | 0      | 7            | 164  | 1,57  | 1      | 9            |
| 126  | 7,08  | 0      | 7            | 174  | 1,47  | 1      | 9            |
| 138  | 7,07  | 0      | 7            | 169  | 1,11  | 1      | 9            |
| 162  | 6,85  | 1      | 7            | 165  | 0,64  | 1      | 9            |
| 153  | 6,84  | 0      | 7            | 168  | -0,46 | 1      | 9            |

**Anhang 7: Einteilung der Unternehmen in Ratingklassen anhand der Scores  
(Logistische Regression)**

| U_Nr | Score  | PD       | Gruppe | Ratingklasse | U_Nr | Score | PD       | Gruppe | Ratingklasse |
|------|--------|----------|--------|--------------|------|-------|----------|--------|--------------|
| 13   | -10,77 | 0,000021 | 0      | 1            | 106  | -5,91 | 0,002709 | 0      | 3            |
| 75   | -10,51 | 0,000027 | 0      | 1            | 27   | -5,82 | 0,002956 | 0      | 3            |
| 149  | -10,17 | 0,000038 | 0      | 1            | 152  | -5,75 | 0,003173 | 0      | 3            |
| 36   | -9,98  | 0,000046 | 0      | 1            | 104  | -5,68 | 0,003409 | 0      | 3            |
| 107  | -9,74  | 0,000059 | 0      | 1            | 40   | -5,66 | 0,003470 | 0      | 3            |
| 3    | -9,48  | 0,000076 | 0      | 1            | 110  | -5,62 | 0,003617 | 0      | 3            |
| 86   | -9,40  | 0,000083 | 0      | 1            | 50   | -5,58 | 0,003758 | 0      | 3            |
| 46   | -9,11  | 0,000111 | 0      | 1            | 14   | -5,56 | 0,003840 | 0      | 3            |
| 30   | -8,81  | 0,000149 | 0      | 1            | 16   | -5,54 | 0,003896 | 0      | 3            |
| 68   | -8,65  | 0,000174 | 0      | 1            | 88   | -5,54 | 0,003919 | 0      | 3            |
| 52   | -8,50  | 0,000203 | 0      | 1            | 23   | -5,52 | 0,003977 | 0      | 3            |
| 41   | -8,48  | 0,000207 | 0      | 1            | 80   | -5,51 | 0,004029 | 0      | 3            |
| 43   | -8,11  | 0,000300 | 0      | 1            | 89   | -5,46 | 0,004240 | 0      | 3            |
| 134  | -8,10  | 0,000303 | 0      | 1            | 17   | -5,44 | 0,004327 | 0      | 3            |
| 132  | -8,05  | 0,000318 | 0      | 1            | 122  | -5,32 | 0,004875 | 0      | 3            |
| 119  | -7,88  | 0,000379 | 0      | 1            | 29   | -5,30 | 0,004982 | 0      | 4            |
| 81   | -7,86  | 0,000387 | 0      | 1            | 93   | -5,29 | 0,005009 | 0      | 4            |
| 96   | -7,78  | 0,000419 | 0      | 1            | 108  | -5,27 | 0,005095 | 0      | 4            |
| 53   | -7,64  | 0,000479 | 0      | 1            | 146  | -5,23 | 0,005316 | 0      | 4            |
| 103  | -7,59  | 0,000505 | 0      | 1            | 98   | -5,12 | 0,005930 | 0      | 4            |
| 151  | -7,42  | 0,000599 | 0      | 2            | 56   | -5,09 | 0,006113 | 0      | 4            |
| 28   | -7,33  | 0,000657 | 0      | 2            | 77   | -5,09 | 0,006141 | 0      | 4            |
| 129  | -7,28  | 0,000688 | 0      | 2            | 120  | -5,06 | 0,006295 | 0      | 4            |
| 95   | -7,25  | 0,000713 | 0      | 2            | 8    | -5,01 | 0,006612 | 0      | 4            |
| 32   | -7,18  | 0,000761 | 0      | 2            | 85   | -5,00 | 0,006681 | 0      | 4            |
| 83   | -7,18  | 0,000761 | 0      | 2            | 61   | -4,88 | 0,007521 | 0      | 4            |
| 37   | -7,02  | 0,000889 | 0      | 2            | 51   | -4,66 | 0,009414 | 0      | 4            |
| 54   | -7,01  | 0,000902 | 0      | 2            | 144  | -4,60 | 0,009956 | 0      | 4            |
| 73   | -6,98  | 0,000925 | 0      | 2            | 1    | -4,58 | 0,010141 | 0      | 4            |
| 31   | -6,90  | 0,001004 | 0      | 2            | 136  | -4,58 | 0,010178 | 0      | 4            |
| 19   | -6,82  | 0,001086 | 0      | 2            | 66   | -4,55 | 0,010466 | 0      | 4            |
| 48   | -6,77  | 0,001146 | 0      | 2            | 7    | -4,49 | 0,011090 | 0      | 4            |
| 63   | -6,69  | 0,001243 | 0      | 2            | 22   | -4,48 | 0,011234 | 0      | 4            |
| 102  | -6,54  | 0,001444 | 0      | 2            | 123  | -4,44 | 0,011629 | 0      | 4            |
| 9    | -6,48  | 0,001538 | 0      | 2            | 15   | -4,38 | 0,012366 | 0      | 4            |
| 90   | -6,47  | 0,001548 | 0      | 2            | 109  | -4,38 | 0,012393 | 0      | 5            |
| 116  | -6,44  | 0,001601 | 0      | 2            | 111  | -4,34 | 0,012902 | 0      | 5            |
| 2    | -6,37  | 0,001707 | 0      | 2            | 38   | -4,31 | 0,013201 | 0      | 5            |
| 62   | -6,34  | 0,001755 | 0      | 2            | 26   | -4,30 | 0,013368 | 0      | 5            |
| 128  | -6,34  | 0,001756 | 0      | 2            | 69   | -4,25 | 0,014058 | 0      | 5            |
| 137  | -6,27  | 0,001893 | 0      | 3            | 39   | -4,21 | 0,014588 | 0      | 5            |
| 131  | -6,14  | 0,002146 | 0      | 3            | 24   | -4,18 | 0,015132 | 0      | 5            |
| 115  | -6,13  | 0,002165 | 0      | 3            | 159  | -4,06 | 0,016901 | 1      | 5            |
| 130  | -6,13  | 0,002167 | 0      | 3            | 71   | -3,94 | 0,019070 | 0      | 5            |
| 25   | -6,09  | 0,002264 | 0      | 3            | 147  | -3,91 | 0,019646 | 0      | 5            |

Zweiter Teil der Ratingklassen-Einteilung (Logistische Regression)

| U_Nr | Score | PD       | Gruppe | Ratingklasse | U_Nr | Score | PD       | Gruppe | Ratingklasse |
|------|-------|----------|--------|--------------|------|-------|----------|--------|--------------|
| 67   | -3,90 | 0,019825 | 0      | 5            | 126  | -1,52 | 0,178859 | 0      | 7            |
| 74   | -3,89 | 0,020009 | 0      | 5            | 44   | -1,48 | 0,185750 | 0      | 7            |
| 45   | -3,85 | 0,020829 | 0      | 5            | 153  | -1,37 | 0,201872 | 0      | 7            |
| 33   | -3,83 | 0,021154 | 0      | 5            | 180  | -1,36 | 0,203950 | 1      | 7            |
| 92   | -3,81 | 0,021741 | 0      | 5            | 42   | -1,31 | 0,212541 | 0      | 7            |
| 10   | -3,80 | 0,021782 | 0      | 5            | 55   | -1,30 | 0,214058 | 0      | 8            |
| 79   | -3,77 | 0,022426 | 0      | 5            | 179  | -1,28 | 0,217185 | 1      | 8            |
| 5    | -3,76 | 0,022747 | 0      | 5            | 65   | -1,23 | 0,225763 | 0      | 8            |
| 121  | -3,70 | 0,024162 | 0      | 5            | 21   | -1,23 | 0,226763 | 0      | 8            |
| 47   | -3,69 | 0,024326 | 0      | 5            | 161  | -1,13 | 0,244868 | 1      | 8            |
| 140  | -3,66 | 0,024968 | 0      | 6            | 167  | -0,92 | 0,284568 | 1      | 8            |
| 101  | -3,65 | 0,025241 | 0      | 6            | 35   | -0,91 | 0,287865 | 0      | 8            |
| 84   | -3,64 | 0,025518 | 0      | 6            | 139  | -0,73 | 0,325833 | 0      | 8            |
| 97   | -3,63 | 0,025800 | 0      | 6            | 135  | -0,72 | 0,327598 | 0      | 8            |
| 91   | -3,56 | 0,027678 | 0      | 6            | 112  | -0,61 | 0,352613 | 0      | 8            |
| 145  | -3,55 | 0,028020 | 0      | 6            | 154  | -0,61 | 0,353142 | 1      | 8            |
| 150  | -3,46 | 0,030383 | 0      | 6            | 58   | -0,59 | 0,357668 | 0      | 8            |
| 20   | -3,39 | 0,032722 | 0      | 6            | 49   | -0,55 | 0,364775 | 0      | 8            |
| 6    | -3,38 | 0,032840 | 0      | 6            | 70   | -0,55 | 0,366911 | 0      | 8            |
| 124  | -3,37 | 0,033209 | 0      | 6            | 12   | -0,54 | 0,367752 | 0      | 8            |
| 148  | -3,29 | 0,036022 | 0      | 6            | 11   | -0,33 | 0,417361 | 0      | 8            |
| 114  | -3,26 | 0,036798 | 0      | 6            | 18   | -0,33 | 0,418081 | 0      | 8            |
| 113  | -3,19 | 0,039621 | 0      | 6            | 171  | -0,17 | 0,457948 | 1      | 8            |
| 34   | -3,00 | 0,047235 | 0      | 6            | 157  | 0,06  | 0,515527 | 1      | 8            |
| 117  | -2,91 | 0,051483 | 0      | 6            | 173  | 0,12  | 0,529275 | 1      | 8            |
| 76   | -2,86 | 0,054257 | 0      | 6            | 143  | 0,21  | 0,552528 | 0      | 9            |
| 118  | -2,75 | 0,060213 | 0      | 6            | 175  | 0,22  | 0,554258 | 1      | 9            |
| 142  | -2,68 | 0,064417 | 0      | 6            | 158  | 0,36  | 0,588895 | 1      | 9            |
| 60   | -2,61 | 0,068714 | 0      | 6            | 172  | 0,47  | 0,614215 | 1      | 9            |
| 57   | -2,55 | 0,072566 | 0      | 6            | 156  | 0,62  | 0,649143 | 1      | 9            |
| 100  | -2,53 | 0,073846 | 0      | 7            | 170  | 0,62  | 0,650962 | 1      | 9            |
| 141  | -2,52 | 0,074335 | 0      | 7            | 78   | 0,82  | 0,694670 | 0      | 9            |
| 72   | -2,43 | 0,081050 | 0      | 7            | 133  | 0,89  | 0,709204 | 0      | 9            |
| 99   | -2,41 | 0,082613 | 0      | 7            | 155  | 1,01  | 0,733074 | 1      | 9            |
| 82   | -2,38 | 0,084491 | 0      | 7            | 176  | 1,41  | 0,803902 | 1      | 9            |
| 177  | -2,30 | 0,091181 | 1      | 7            | 160  | 1,78  | 0,855222 | 1      | 9            |
| 138  | -2,07 | 0,111894 | 0      | 7            | 166  | 1,96  | 0,876787 | 1      | 9            |
| 59   | -2,01 | 0,118353 | 0      | 7            | 94   | 2,09  | 0,889961 | 0      | 9            |
| 4    | -1,99 | 0,119800 | 0      | 7            | 178  | 2,22  | 0,902242 | 1      | 9            |
| 127  | -1,92 | 0,127570 | 0      | 7            | 163  | 2,94  | 0,949892 | 1      | 9            |
| 125  | -1,74 | 0,149371 | 0      | 7            | 174  | 3,62  | 0,974042 | 1      | 9            |
| 162  | -1,71 | 0,153497 | 1      | 7            | 164  | 4,24  | 0,985798 | 1      | 9            |
| 87   | -1,69 | 0,156354 | 0      | 7            | 169  | 4,85  | 0,992263 | 1      | 9            |
| 105  | -1,67 | 0,157871 | 0      | 7            | 165  | 5,14  | 0,994180 | 1      | 9            |
| 64   | -1,62 | 0,165588 | 0      | 7            | 168  | 6,45  | 0,998425 | 1      | 9            |



**Anhang 8: Berechnung der Scores zur Teststichprobe und Einteilung in die Ratingklassen (Diskriminanzanalyse)**

| U_Nr. | Gruppe | VG ( $X_1$ ) | RoE ( $X_2$ ) | CR ( $X_3$ ) | KBD ( $X_4$ ) | DCR ( $X_5$ ) | Score | Ratingklasse | Diskriminanzkoeffizienten   |                      |
|-------|--------|--------------|---------------|--------------|---------------|---------------|-------|--------------|---|----------------------|
| 206   | 0      | 0,10617      | 0,79710       | 0,85478      | 0,17575       | 0,75753       | 15,45 | 1            | $d_1 = -4,974$<br>$d_2 = 7,741$<br>$d_3 = 5,193$<br>$d_4 = -2,285$<br>$d_5 = 7,621$ |                      |
| 271   | 0      | 0,12826      | 0,82861       | 0,84647      | 0,50659       | 0,74841       | 14,72 | 1            |   |                      |
| 222   | 0      | 0,27457      | 0,80557       | 0,82724      | 0,65997       | 0,76331       | 13,47 | 1            |   |                      |
| 219   | 0      | 0,16200      | 0,77176       | 0,74506      | 0,20967       | 0,63644       | 13,41 | 1            |   |                      |
| 207   | 0      | 0,30143      | 0,85705       | 0,77919      | 0,37436       | 0,65791       | 13,34 | 1            |   |                      |
| 253   | 0      | 0,41030      | 0,62872       | 0,88335      | 0,17104       | 0,82217       | 13,29 | 1            | interne<br>Ratingklasse   | Score<br>Untergrenze |
| 268   | 0      | 0,43499      | 0,81558       | 0,88557      | 0,51216       | 0,74438       | 13,25 | 1            |   |                      |
| 265   | 0      | 0,23166      | 0,83085       | 0,72802      | 0,54120       | 0,71159       | 13,25 | 1            | 1   | 11,723               |
| 233   | 0      | 0,28387      | 0,72871       | 0,71718      | 0,20801       | 0,71071       | 12,89 | 1            | 2   | 10,747               |
| 187   | 0      | 0,14105      | 0,66272       | 0,83912      | 0,61537       | 0,72097       | 12,87 | 1            | 3   | 9,993                |
| 200   | 0      | 0,53296      | 0,77488       | 0,63561      | 0,20240       | 0,85258       | 12,68 | 1            | 4   | 9,278                |
| 282   | 0      | 0,43620      | 0,89534       | 0,52787      | 0,24845       | 0,70533       | 12,31 | 1            | 5   | 8,713                |
| 208   | 0      | 0,62744      | 0,87847       | 0,45888      | 0,31868       | 0,89733       | 12,17 | 1            | 6   | 7,722                |
| 269   | 0      | 0,22668      | 0,80233       | 0,34546      | 0,54463       | 0,84132       | 12,04 | 1            | 7   | 6,507                |
| 252   | 0      | 0,18226      | 0,62789       | 0,61275      | 0,45293       | 0,77738       | 12,02 | 1            | 8   | 5,295                |
| 267   | 0      | 0,28641      | 0,48216       | 0,64421      | 0,23862       | 0,89626       | 11,94 | 1            | 9   | -0,460               |
| 225   | 0      | 0,35502      | 0,68156       | 0,85688      | 0,66039       | 0,70907       | 11,85 | 1            |   |                      |
| 198   | 0      | 0,62446      | 0,87853       | 0,66870      | 0,56351       | 0,76626       | 11,72 | 2            |   |                      |
| 226   | 0      | 0,37079      | 0,87089       | 0,70891      | 0,39729       | 0,51476       | 11,59 | 2            |   |                      |
| 228   | 0      | 0,55279      | 0,72346       | 0,82700      | 0,48763       | 0,72805       | 11,58 | 2            |   |                      |
| 230   | 0      | 0,59329      | 0,86271       | 0,44101      | 0,37851       | 0,83782       | 11,54 | 2            |   |                      |
| 185   | 0      | 0,38729      | 0,51169       | 0,63656      | 0,11487       | 0,83355       | 11,43 | 2            |   |                      |
| 266   | 0      | 0,45922      | 0,64992       | 0,88800      | 0,38747       | 0,63411       | 11,31 | 2            |   |                      |
| 234   | 0      | 0,41906      | 0,62535       | 0,66184      | 0,50800       | 0,81924       | 11,28 | 2            |   |                      |
| 256   | 0      | 0,65234      | 0,62142       | 0,59872      | 0,11733       | 0,89874       | 11,26 | 2            |   |                      |
| 224   | 0      | 0,43639      | 0,62477       | 0,88383      | 0,63316       | 0,70342       | 11,17 | 2            |   |                      |
| 205   | 0      | 0,26067      | 0,53977       | 0,52305      | 0,35620       | 0,82648       | 11,08 | 2            |   |                      |
| 204   | 0      | 0,10803      | 0,39651       | 0,83301      | 0,13684       | 0,59224       | 11,06 | 2            |   |                      |
| 247   | 0      | 0,41404      | 0,81280       | 0,88931      | 0,32743       | 0,38614       | 11,05 | 2            |   |                      |
| 260   | 0      | 0,59573      | 0,78426       | 0,72354      | 0,46418       | 0,68752       | 11,04 | 2            |   |                      |
| 259   | 0      | 0,48961      | 0,67917       | 0,72020      | 0,33012       | 0,67562       | 10,96 | 2            |   |                      |
| 240   | 0      | 0,12924      | 0,39011       | 0,85477      | 0,21534       | 0,60735       | 10,95 | 2            |   |                      |
| 217   | 0      | 0,37803      | 0,88606       | 0,49802      | 0,41592       | 0,53284       | 10,67 | 3            |   |                      |
| 235   | 0      | 0,22619      | 0,61547       | 0,63211      | 0,61240       | 0,65962       | 10,55 | 3            |   |                      |
| 257   | 0      | 0,52091      | 0,69177       | 0,84058      | 0,23315       | 0,50936       | 10,48 | 3            |   |                      |
| 181   | 0      | 0,20134      | 0,66218       | 0,62667      | 0,13944       | 0,44218       | 10,43 | 3            |   |                      |
| 281   | 0      | 0,49866      | 0,85016       | 0,48170      | 0,41979       | 0,62614       | 10,41 | 3            |   |                      |
| 218   | 0      | 0,61129      | 0,81030       | 0,53018      | 0,12572       | 0,61383       | 10,38 | 3            |   |                      |
| 189   | 0      | 0,32444      | 0,55030       | 0,46064      | 0,66383       | 0,89741       | 10,36 | 3            |   |                      |
| 192   | 0      | 0,55255      | 0,81153       | 0,75227      | 0,53830       | 0,53770       | 10,31 | 3            |   |                      |
| 214   | 0      | 0,32153      | 0,53224       | 0,44246      | 0,30916       | 0,81269       | 10,31 | 3            |   |                      |
| 220   | 0      | 0,41684      | 0,69733       | 0,68298      | 0,39961       | 0,56893       | 10,29 | 3            |   |                      |
| 223   | 0      | 0,51023      | 0,74990       | 0,87949      | 0,35515       | 0,42496       | 10,26 | 3            |   |                      |
| 250   | 0      | 0,30980      | 0,42303       | 0,86715      | 0,57451       | 0,69457       | 10,22 | 3            |   |                      |
| 201   | 0      | 0,50335      | 0,47898       | 0,81583      | 0,26117       | 0,69706       | 10,16 | 3            |   |                      |
| 237   | 0      | 0,49298      | 0,38774       | 0,89846      | 0,38177       | 0,75760       | 10,12 | 3            |   |                      |
| 276   | 0      | 0,61601      | 0,78733       | 0,44916      | 0,22989       | 0,68768       | 10,08 | 3            |   |                      |
| 246   | 0      | 0,50738      | 0,57815       | 0,46593      | 0,14270       | 0,77975       | 9,99  | 4            |   |                      |
| 188   | 0      | 0,43472      | 0,53139       | 0,84902      | 0,21527       | 0,53376       | 9,94  | 4            |   |                      |
| 278   | 0      | 0,27561      | 0,65177       | 0,45751      | 0,35974       | 0,61039       | 9,88  | 4            |   |                      |
| 196   | 0      | 0,39234      | 0,83699       | 0,48658      | 0,47873       | 0,51202       | 9,86  | 4            |   |                      |
| 194   | 0      | 0,58320      | 0,81270       | 0,62961      | 0,66360       | 0,59573       | 9,68  | 4            |   |                      |
| 202   | 0      | 0,61427      | 0,71045       | 0,41643      | 0,28353       | 0,74568       | 9,64  | 4            |   |                      |
| 255   | 0      | 0,30614      | 0,79290       | 0,51233      | 0,38082       | 0,39358       | 9,40  | 4            |   |                      |
| 184   | 0      | 0,40986      | 0,42936       | 0,38617      | 0,30156       | 0,88231       | 9,33  | 4            |   |                      |
| 216   | 0      | 0,12923      | 0,45305       | 0,54654      | 0,26416       | 0,54150       | 9,23  | 5            |   |                      |
| 262   | 0      | 0,59332      | 0,56414       | 0,76436      | 0,48713       | 0,62873       | 9,06  | 5            |   |                      |
| 279   | 0      | 0,53158      | 0,49669       | 0,67566      | 0,25539       | 0,62996       | 8,93  | 5            |   |                      |
| 190   | 0      | 0,35505      | 0,44542       | 0,82288      | 0,10890       | 0,40185       | 8,77  | 5            |   |                      |
| 254   | 0      | 0,44543      | 0,72618       | 0,46372      | 0,32036       | 0,47681       | 8,72  | 5            |   |                      |

Zweiter Teil der Ratingklassen-Zuordnung zur Teststichprobe (Diskriminanzanalyse)

| U_Nr. | Gruppe | VG (X <sub>1</sub> ) | RoE (X <sub>2</sub> ) | CR (X <sub>3</sub> ) | KBD (X <sub>4</sub> ) | DCR (X <sub>5</sub> ) | Score | Ratingklasse |
|-------|--------|----------------------|-----------------------|----------------------|-----------------------|-----------------------|-------|--------------|
| 209   | 0      | 0,16698              | 0,40149               | 0,62018              | 0,28861               | 0,50787               | 8,71  | 6            |
| 275   | 0      | 0,11332              | 0,49911               | 0,39594              | 0,31322               | 0,52840               | 8,67  | 6            |
| 272   | 0      | 0,44337              | 0,54826               | 0,79561              | 0,54409               | 0,48072               | 8,59  | 6            |
| 238   | 0      | 0,54562              | 0,88205               | 0,32574              | 0,17926               | 0,39833               | 8,43  | 6            |
| 227   | 0      | 0,45291              | 0,86100               | 0,41088              | 0,68046               | 0,44899               | 8,41  | 6            |
| 263   | 0      | 0,56544              | 0,59865               | 0,33658              | 0,24020               | 0,70079               | 8,36  | 6            |
| 270   | 0      | 0,55727              | 0,46538               | 0,82999              | 0,53793               | 0,58278               | 8,35  | 6            |
| 213   | 0      | 0,34856              | 0,87998               | 0,32541              | 0,55194               | 0,37109               | 8,33  | 6            |
| 244   | 0      | 0,38778              | 0,36304               | 0,70640              | 0,26412               | 0,57301               | 8,31  | 6            |
| 186   | 0      | 0,44858              | 0,60891               | 0,72908              | 0,57941               | 0,43855               | 8,29  | 6            |
| 215   | 0      | 0,52778              | 0,72306               | 0,56186              | 0,65239               | 0,49265               | 8,15  | 6            |
| 236   | 0      | 0,51359              | 0,32332               | 0,83188              | 0,47962               | 0,64100               | 8,06  | 6            |
| 229   | 0      | 0,15118              | 0,51661               | 0,55841              | 0,48380               | 0,38677               | 7,99  | 6            |
| 191   | 0      | 0,58844              | 0,70093               | 0,43599              | 0,48063               | 0,56535               | 7,97  | 6            |
| 261   | 0      | 0,21084              | 0,36715               | 0,45931              | 0,45142               | 0,62527               | 7,91  | 6            |
| 210   | 0      | 0,48910              | 0,74203               | 0,44817              | 0,45444               | 0,43024               | 7,88  | 6            |
| 241   | 0      | 0,20313              | 0,43643               | 0,60697              | 0,36739               | 0,41459               | 7,84  | 6            |
| 274   | 0      | 0,37809              | 0,52840               | 0,33691              | 0,22129               | 0,57349               | 7,82  | 6            |
| 203   | 0      | 0,60083              | 0,39871               | 0,56503              | 0,46377               | 0,75957               | 7,76  | 6            |
| 232   | 0      | 0,51216              | 0,37937               | 0,72374              | 0,40686               | 0,58348               | 7,66  | 7            |
| 248   | 0      | 0,48722              | 0,46422               | 0,80091              | 0,67448               | 0,50387               | 7,63  | 7            |
| 258   | 0      | 0,56023              | 0,65606               | 0,66319              | 0,28304               | 0,31675               | 7,50  | 7            |
| 242   | 0      | 0,52776              | 0,53419               | 0,65085              | 0,30782               | 0,43311               | 7,49  | 7            |
| 197   | 0      | 0,59570              | 0,33887               | 0,56702              | 0,46891               | 0,75765               | 7,31  | 7            |
| 299   | 1      | 0,56364              | 0,57538               | 0,55608              | 0,47011               | 0,50074               | 7,28  | 7            |
| 193   | 0      | 0,54421              | 0,41093               | 0,69224              | 0,29143               | 0,48380               | 7,09  | 7            |
| 221   | 0      | 0,59551              | 0,30507               | 0,49607              | 0,53790               | 0,80942               | 6,91  | 7            |
| 183   | 0      | 0,43546              | 0,34235               | 0,62612              | 0,44483               | 0,53889               | 6,83  | 7            |
| 273   | 0      | 0,22097              | 0,36090               | 0,61444              | 0,43644               | 0,36112               | 6,64  | 7            |
| 264   | 0      | 0,59351              | 0,41076               | 0,82981              | 0,49020               | 0,39399               | 6,42  | 8            |
| 212   | 0      | 0,51465              | 0,42067               | 0,55652              | 0,54293               | 0,51085               | 6,24  | 8            |
| 195   | 0      | 0,46865              | 0,53250               | 0,58476              | 0,49813               | 0,33064               | 6,21  | 8            |
| 277   | 0      | 0,30193              | 0,60976               | 0,33499              | 0,67705               | 0,35979               | 6,15  | 8            |
| 182   | 0      | 0,63188              | 0,68457               | 0,48596              | 0,55321               | 0,35235               | 6,10  | 8            |
| 251   | 0      | 0,69068              | 0,56278               | 0,67700              | 0,47029               | 0,33254               | 5,90  | 8            |
| 211   | 0      | 0,54988              | 0,32921               | 0,51751              | 0,67695               | 0,62681               | 5,73  | 8            |
| 283   | 1      | 0,75198              | 0,56875               | 0,63130              | 0,41725               | 0,28349               | 5,15  | 9            |
| 249   | 0      | 0,55288              | 0,46066               | 0,53299              | 0,62734               | 0,38772               | 5,10  | 9            |
| 285   | 1      | 0,55856              | 0,52751               | 0,53254              | 0,46351               | 0,26301               | 5,02  | 9            |
| 245   | 0      | 0,65050              | 0,35619               | 0,45221              | 0,31359               | 0,46038               | 4,66  | 9            |
| 291   | 1      | 0,73306              | 0,47081               | 0,24392              | 0,39273               | 0,52862               | 4,40  | 9            |
| 286   | 1      | 0,78382              | 0,69272               | 0,46709              | 0,66707               | 0,24738               | 4,25  | 9            |
| 231   | 0      | 0,47250              | 0,50925               | 0,33881              | 0,66062               | 0,30594               | 4,17  | 9            |
| 280   | 0      | 0,61549              | 0,37237               | 0,51377              | 0,61762               | 0,40167               | 4,14  | 9            |
| 239   | 0      | 0,67134              | 0,35400               | 0,56551              | 0,62828               | 0,36874               | 3,71  | 9            |
| 298   | 1      | 0,39229              | 0,60968               | 0,15157              | 0,41986               | 0,13588               | 3,63  | 9            |
| 296   | 1      | 0,56780              | 0,32285               | 0,33741              | 0,69213               | 0,47316               | 3,45  | 9            |
| 284   | 1      | 0,78698              | 0,35102               | 0,15337              | 0,38167               | 0,61977               | 3,45  | 9            |
| 287   | 1      | 0,87599              | 0,66688               | 0,14962              | 0,42010               | 0,34235               | 3,23  | 9            |
| 243   | 0      | 0,59026              | 0,37659               | 0,39328              | 0,66984               | 0,33814               | 3,07  | 9            |
| 288   | 1      | 0,54742              | 0,29868               | 0,34617              | 0,59480               | 0,38356               | 2,95  | 9            |
| 199   | 0      | 0,60830              | 0,33339               | 0,31397              | 0,47053               | 0,33441               | 2,66  | 9            |
| 297   | 1      | 0,82553              | 0,58258               | 0,25267              | 0,51360               | 0,23229               | 2,31  | 9            |
| 294   | 1      | 0,53692              | 0,26484               | 0,43021              | 0,84438               | 0,31663               | 2,10  | 9            |
| 289   | 1      | 0,54976              | 0,12204               | 0,28095              | 0,74394               | 0,52858               | 2,00  | 9            |
| 290   | 1      | 0,58774              | 0,31867               | 0,26215              | 0,82505               | 0,36102               | 1,77  | 9            |
| 295   | 1      | 0,54999              | 0,11655               | 0,64799              | 0,81619               | 0,24095               | 1,50  | 9            |
| 300   | 1      | 0,78412              | 0,19052               | 0,34697              | 0,72640               | 0,48569               | 1,42  | 9            |
| 293   | 1      | 0,64258              | 0,17418               | 0,34222              | 0,37444               | 0,19931               | 0,59  | 9            |
| 292   | 1      | 0,78635              | 0,23695               | 0,46051              | 0,78117               | 0,16170               | -0,24 | 9            |



Zweiter Teil der Ratingklassen-Zuordnung zur Teststichprobe (Logistische Regression)

| U. Nr. | Gruppe | VG (X <sub>1</sub> ) | RoE (X <sub>2</sub> ) | CR (X <sub>3</sub> ) | KBD (X <sub>4</sub> ) | DCR (X <sub>5</sub> ) | Score | PD      | Ratingklasse |
|--------|--------|----------------------|-----------------------|----------------------|-----------------------|-----------------------|-------|---------|--------------|
| 254    | 0      | 0,44543              | 0,72618               | 0,46372              | 0,32036               | 0,47681               | -3,75 | 2,294%  | 5            |
| 272    | 0      | 0,44337              | 0,54826               | 0,79561              | 0,54409               | 0,48072               | -3,73 | 2,334%  | 5            |
| 209    | 0      | 0,16698              | 0,40149               | 0,62018              | 0,28861               | 0,50787               | -3,67 | 2,478%  | 6            |
| 215    | 0      | 0,52778              | 0,72306               | 0,56186              | 0,65239               | 0,49265               | -3,67 | 2,482%  | 6            |
| 186    | 0      | 0,44858              | 0,60891               | 0,72908              | 0,57941               | 0,43855               | -3,54 | 2,827%  | 6            |
| 279    | 0      | 0,53158              | 0,49669               | 0,67566              | 0,25539               | 0,62996               | -3,47 | 3,029%  | 6            |
| 229    | 0      | 0,15118              | 0,51661               | 0,55841              | 0,48380               | 0,38677               | -3,39 | 3,258%  | 6            |
| 270    | 0      | 0,55727              | 0,46538               | 0,82999              | 0,53793               | 0,58278               | -3,25 | 3,728%  | 6            |
| 261    | 0      | 0,21084              | 0,36715               | 0,45931              | 0,45142               | 0,62527               | -3,19 | 3,948%  | 6            |
| 238    | 0      | 0,54562              | 0,88205               | 0,32574              | 0,17926               | 0,39833               | -3,18 | 3,988%  | 6            |
| 191    | 0      | 0,58844              | 0,70093               | 0,43599              | 0,48063               | 0,56535               | -3,11 | 4,286%  | 6            |
| 263    | 0      | 0,56544              | 0,59865               | 0,33658              | 0,24020               | 0,70079               | -3,09 | 4,372%  | 6            |
| 210    | 0      | 0,48910              | 0,74203               | 0,44817              | 0,45444               | 0,43024               | -3,04 | 4,553%  | 6            |
| 190    | 0      | 0,35505              | 0,44542               | 0,82288              | 0,10890               | 0,40185               | -2,96 | 4,910%  | 6            |
| 244    | 0      | 0,38778              | 0,36304               | 0,70640              | 0,26412               | 0,57301               | -2,82 | 5,628%  | 6            |
| 241    | 0      | 0,20313              | 0,43643               | 0,60697              | 0,36739               | 0,41459               | -2,81 | 5,669%  | 6            |
| 248    | 0      | 0,48722              | 0,46422               | 0,80091              | 0,67448               | 0,50387               | -2,80 | 5,711%  | 6            |
| 236    | 0      | 0,51359              | 0,32332               | 0,83188              | 0,47962               | 0,64100               | -2,75 | 6,022%  | 6            |
| 274    | 0      | 0,37809              | 0,52840               | 0,33691              | 0,22129               | 0,57349               | -2,57 | 7,131%  | 6            |
| 203    | 0      | 0,60083              | 0,39871               | 0,56503              | 0,46377               | 0,75957               | -2,55 | 7,239%  | 6            |
| 232    | 0      | 0,51216              | 0,37937               | 0,72374              | 0,40686               | 0,58348               | -2,24 | 9,624%  | 7            |
| 299    | 1      | 0,56364              | 0,57538               | 0,55608              | 0,47011               | 0,50074               | -2,12 | 10,748% | 7            |
| 197    | 0      | 0,59570              | 0,33887               | 0,56702              | 0,46891               | 0,75765               | -2,00 | 11,912% | 7            |
| 242    | 0      | 0,52776              | 0,53419               | 0,65085              | 0,30782               | 0,43311               | -1,92 | 12,792% | 7            |
| 258    | 0      | 0,56023              | 0,65606               | 0,66319              | 0,28304               | 0,31675               | -1,89 | 13,141% | 7            |
| 277    | 0      | 0,30193              | 0,60976               | 0,33499              | 0,67705               | 0,35979               | -1,75 | 14,838% | 7            |
| 221    | 0      | 0,59551              | 0,30507               | 0,49607              | 0,53790               | 0,80942               | -1,75 | 14,859% | 7            |
| 273    | 0      | 0,22097              | 0,36090               | 0,61444              | 0,43644               | 0,36112               | -1,49 | 18,443% | 7            |
| 183    | 0      | 0,43546              | 0,34235               | 0,62612              | 0,44483               | 0,53889               | -1,49 | 18,459% | 7            |
| 193    | 0      | 0,54421              | 0,41093               | 0,69224              | 0,29143               | 0,48380               | -1,30 | 21,410% | 8            |
| 212    | 0      | 0,51465              | 0,42067               | 0,55652              | 0,54293               | 0,51085               | -1,03 | 26,289% | 8            |
| 195    | 0      | 0,46865              | 0,53250               | 0,58476              | 0,49813               | 0,33064               | -0,96 | 27,654% | 8            |
| 182    | 0      | 0,63188              | 0,68457               | 0,48596              | 0,55321               | 0,35235               | -0,95 | 27,910% | 8            |
| 264    | 0      | 0,59351              | 0,41076               | 0,82981              | 0,49020               | 0,39399               | -0,78 | 31,393% | 8            |
| 211    | 0      | 0,54988              | 0,32921               | 0,51751              | 0,67695               | 0,62681               | -0,70 | 33,258% | 8            |
| 251    | 0      | 0,69068              | 0,56278               | 0,67700              | 0,47029               | 0,33254               | -0,22 | 44,468% | 8            |
| 249    | 0      | 0,55288              | 0,46066               | 0,53299              | 0,62734               | 0,38772               | 0,12  | 53,058% | 8            |
| 285    | 1      | 0,55856              | 0,52751               | 0,53254              | 0,46351               | 0,26301               | 0,58  | 64,176% | 9            |
| 283    | 1      | 0,75198              | 0,56875               | 0,63130              | 0,41725               | 0,28349               | 0,81  | 69,174% | 9            |
| 231    | 0      | 0,47250              | 0,50925               | 0,33881              | 0,66062               | 0,30594               | 0,87  | 70,414% | 9            |
| 286    | 1      | 0,78382              | 0,69272               | 0,46709              | 0,66707               | 0,24738               | 1,12  | 75,484% | 9            |
| 280    | 0      | 0,61549              | 0,37237               | 0,51377              | 0,61762               | 0,40167               | 1,38  | 79,873% | 9            |
| 291    | 1      | 0,73306              | 0,47081               | 0,24392              | 0,39273               | 0,52862               | 1,42  | 80,509% | 9            |
| 245    | 0      | 0,65050              | 0,35619               | 0,45221              | 0,31359               | 0,46038               | 1,44  | 80,904% | 9            |
| 298    | 1      | 0,39229              | 0,60968               | 0,15157              | 0,41986               | 0,13588               | 1,76  | 85,383% | 9            |
| 296    | 1      | 0,56780              | 0,32285               | 0,33741              | 0,69213               | 0,47316               | 1,83  | 86,181% | 9            |
| 239    | 0      | 0,67134              | 0,35400               | 0,56551              | 0,62828               | 0,36874               | 1,98  | 87,815% | 9            |
| 243    | 0      | 0,59026              | 0,37659               | 0,39328              | 0,66984               | 0,33814               | 2,39  | 91,607% | 9            |
| 284    | 1      | 0,78698              | 0,35102               | 0,15337              | 0,38167               | 0,61977               | 2,59  | 93,028% | 9            |
| 288    | 1      | 0,54742              | 0,29868               | 0,34617              | 0,59480               | 0,38356               | 2,65  | 93,386% | 9            |
| 287    | 1      | 0,87599              | 0,66688               | 0,14962              | 0,42010               | 0,34235               | 2,72  | 93,792% | 9            |
| 294    | 1      | 0,53692              | 0,26484               | 0,43021              | 0,84438               | 0,31663               | 3,17  | 95,964% | 9            |
| 199    | 0      | 0,60830              | 0,33339               | 0,31397              | 0,47053               | 0,33441               | 3,30  | 96,440% | 9            |
| 289    | 1      | 0,54976              | 0,12204               | 0,28095              | 0,74394               | 0,52858               | 3,45  | 96,936% | 9            |
| 290    | 1      | 0,58774              | 0,31867               | 0,26215              | 0,82505               | 0,36102               | 3,47  | 96,993% | 9            |
| 297    | 1      | 0,82553              | 0,58258               | 0,25267              | 0,51360               | 0,23229               | 3,67  | 97,521% | 9            |
| 295    | 1      | 0,54999              | 0,11655               | 0,64799              | 0,81619               | 0,24095               | 4,22  | 98,554% | 9            |
| 300    | 1      | 0,78412              | 0,19052               | 0,34697              | 0,72640               | 0,48569               | 4,46  | 98,856% | 9            |
| 293    | 1      | 0,64258              | 0,17418               | 0,34222              | 0,37444               | 0,19931               | 6,11  | 99,778% | 9            |
| 292    | 1      | 0,78635              | 0,23695               | 0,46051              | 0,78117               | 0,16170               | 6,39  | 99,832% | 9            |

## Literaturverzeichnis

- Altman, Edward I. 2001. Revisiting Credit Scoring Models in a Basel II Environment. In: Ong, Michael K. Credit Ratings. London: Risk Waters Group Ltd. S.151-167.
- Backhaus, Klaus und Erichson, Bernd und Plinke, Wulff und Weiber, Rolf. 2003. Multivariate Analysemethoden. Berlin; Heidelberg: Springer Verlag.
- Basler Ausschuss für Bankenaufsicht. 2006. Internationale Konvergenz der Eigenkapitalmessung und der Eigenkapitalanforderungen. Basel: Bank für internationalen Zahlungsausgleich.
- Basler Ausschuss für Bankenaufsicht. 2004. Teil 2: Säule 1 – Mindestkapitalanforderungen. In: Basler Ausschuss für Bankenaufsicht. Internationale Konvergenz der Eigenkapitalmessung und der Eigenkapitalanforderungen. Basel: Bank für internationalen Zahlungsausgleich. S.12-145.
- Baetge, Jörg und Sieringhaus, Isabel. 1996. Bilanzbonitäts-Rating von Unternehmen. In: Büschgen, Prof. Dr. Hans E. und Everling, Dr. Oliver. Handbuch Rating. Wiesbaden: Verlag Dr. Th. Gabler GmbH. S.221-248.
- Bank for International Settlements (a): About the Basel Committee. [<http://www.bis.org/bcb/index.htm>, Zugriff: 12.09.2010].
- Bank for International Settlements (b): Annex 1: Calibration of the Capital Framework. [<http://www.bis.org/press/p100912a.pdf>, Zugriff: 11.11.2010].
- Bank für Internationalen Zahlungsausgleich (BIZ): Pressemitteilung vom 12.09.2010: Gruppe der Zentralbankpräsidenten und Leiter der Bankenaufsichtsinstanzen gibt höhere globale Mindestkapitalanforderungen bekannt. [[http://www.bis.org/press/p100912\\_de.pdf](http://www.bis.org/press/p100912_de.pdf), Zugriff: 05.10.2010].
- Behr, Patrick und Güttler André. 2004. Interne und externe Ratings. Bedeutung, Entwicklung, Testverfahren. Frankfurt: Bankakademie-Verlag GmbH.
- Behr, Patrick und Fischer, Jörg. 2005. Basel II und Controlling. Wiesbaden: Betriebswirtschaftlicher Verlag Dr. Th. Gabler GmbH.
- Berblinger, Jürgen. 1996. Marktakzeptanz des Ratings durch Qualität. In: Büschgen, Prof. Dr. Hans E. und Everling, Dr. Oliver. Handbuch Rating. Wiesbaden: Verlag Dr. Th. Gabler GmbH. S.21-110.
- Bitz, Michael und Schneeloch, Dieter und Wittstock, Wilfried. 1991. Der Jahresabschluss. München: Verlag Franz Vahlen GmbH.
- Blochwitz, Stefan und Eigermann, Judith. 1999. Grundlagen der Bonitätsbeurteilung: Diskriminanzanalyse und Schätzung von Ausfallwahrscheinlichkeiten. In: Eller, Roland et al. Handbuch Kreditrisikomodelle und Kreditderivate. Stuttgart: Schäffer-Poeschel.
- Blochwitz, Stefan und Eigermann, Judith. 2001. Interne Credit-Ratingverfahren – ein wichtiger Baustein in der Gesamtbanksteuerung. In: Eller, Roland et al. Handbuch Gesamtbanksteuerung. Stuttgart: Schäffer-Poeschel. S.363-386.

- Bluhm, Christian und Overbeck, Ludgar und Wagner, Christoph. 2003. An introduction to credit risk modeling. Boca Raton; London; New York; Washington D.C.: Chapman&Hall/CRC.
- Breinlinger, Luise und Glogova, Evgenia und Höger, Andreas. 2009. Kalibrierung von Ratingsystemen – eine erste Analyse. [[http://www.oenb.at/de/img/fmsb5\\_kalibrierung\\_tcm14-9319.pdf](http://www.oenb.at/de/img/fmsb5_kalibrierung_tcm14-9319.pdf), Zugriff: 24.09.2010].
- Crouhy, Michael und Galai, Dan und Mark, Robert. 2001. Internal Risk Rating Systems. In: Ong, Michael K. Credit Ratings, Methodologies, Rationale and Default Risk. London: Risk Waters Group Ltd. S.369-389.
- Daldrup, Andre. 2006. Rating, Ratingsysteme und ratingbasierte Kreditrisikoquantifizierung. Arbeitsbericht Nr. 17/2006. Herausgeber: Matthias Schumann. Göttingen.
- Deutsche Bundesbank. 2004. Neue Eigenkapitalanforderungen für Kreditinstitute. In: Deutsche Bundesbank. Monatsbericht September. S.75-100.
- Deutsche Bundesbank. 2003. Validierungsansätze für interne Ratingsysteme. In: Deutsche Bundesbank. Monatsbericht September. S.61-74.
- Eigermann, Judith. 2002. Quantitatives Credit-Rating unter Einbeziehung qualitativer Merkmale. Sternenfels: Verlag Wissenschaft & Praxis Dr. Brauner GmbH.
- Eller, Roland und Gruber, Walter und Reif, Markus. 1999. Handbuch Kreditrisikomodelle und Kreditderivate. Stuttgart: Schäffer-Poeschel.
- Eller, Roland und Gruber, Walter und Reif, Markus. 2001. Handbuch Gesamtbanksteuerung. Stuttgart: Schäffer-Poeschel.
- Europäische Zentralbank (Hrsg.). 2001. Monatsbericht Mai. Frankfurt: Ohne Verlag.
- Everling, Dr. Oliver. 2004. Rating als internationaler Standard. In: Suyter, Alexander. Risikomanagement. Aktuelle Entwicklungen und Auswirkungen auf Banken und Unternehmen. Frankfurt am Main: Fritz Knapp GmbH.
- Fahrmeir, Ludwig und Brachinger, Wolfgang. 1996. Multivariate statistische Verfahren. Berlin; New York: de Gruyter.
- Fritz, Sebastian G. und Popken, Lars und Wagner, Christian. 2001. Scoring Validating Techniques for Credit Risk Rating Systems. In: Ong, Michael K. Credit Ratings. London: Risk Waters Group Ltd. S.189-212.
- Füser, Karsten. 2001. Intelligentes Scoring und Rating – Moderne Verfahren zur Kreditwürdigkeitsprüfung. Wiesbaden: Betriebswirtschaftlicher Verlag Dr. Th. Gabler GmbH.
- Hartmann-Wendels, Prof. Dr. Thomas und Lieberoth-Leden, Dr. Axel und Mählmann, Thomas und Zunder, Ingo. 2004(a). Externes Rating für Mittelständische Unternehmen. Der Betrieb. 4. S.145-150.
- Hartmann-Wendels, Prof. Dr. Thomas und Lieberoth-Leden, Dr. Axel und Mählmann, Thomas und Zunder, Ingo. 2005. Entwicklung eines Ratingsystems für mittelständische Unternehmen und dessen Einsatz in der Praxis. In: Neupel, Joachim und Rudolph, Bernd und

- Hahnenstein, Lutz. Aktuelle Entwicklungen im Bankcontrolling: Rating, Gesamtbanksteuerung und Basel II. Düsseldorf: Verlagsgruppe Handelsblatt GmbH.
- Hartung, o. Prof. Dr. Joachim und Elpelt, Dr. Bärbel. 1992. Multivariate Statistik. München: R.Oldenbourg Verlag GmbH.
- Henking, Andreas und Bluhm, Christian und Fahrmeir, Ludwig. 2006. Kreditrisikomessung. Statistische Grundlagen, Methoden und Modellierung. Berlin; Heidelberg: Springer-Verlag.
- Höse, Steffi und Huschens, Stefan. 2008. Ausfallrisiko. Dresdner Beiträge zu Quantitativen Verfahren. 48/08.
- Kaiser, Ulrich und Szczesny, Andrea. 2003. Ökonometrische Verfahren zur Modellierung von Kreditausfallwahrscheinlichkeiten: Logit- und Probit-Modelle. Schmalenbachs Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung. Dezember. Seite 790-822.
- Kassberger, Stefan und Wentges, Paul. 1999. Die Schätzung der Ausfallwahrscheinlichkeiten von Unternehmen. In: Eller, Roland et al. Handbuch Kreditrisikomodelle und Kreditderivate. Stuttgart: Schäffer-Poeschel.
- Kniese, Wolfgang. 1996. Die Bedeutung der Rating-Analyse für deutsche Unternehmen. Wiesbaden: Gabler Verlag, Deutscher Universitäts-Verlag.
- Krause, Bodo und Metzler, Peter. 1988. Angewandte Statistik. Berlin: VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften.
- Mählmann, Thomas. 2004. Classification and Rating of Firms using Financial and Non-Financial Information. Köln: Ohne Verlag.
- Merkl, Michael und Stäblein, Frank. 2004. Konzeption und Umsetzung des internen Ratingansatzes aus Sicht einer Landesbank. In: Hofmann, Gerhard. Basel II und MaK. Regulatorische Vorgaben, bankinterne Verfahren, Bewertungen. Frankfurt am Main: Bankakademie-Verlag GmbH. S.163-196.
- Moody's KMV Company (Hrsg.). 2001. RiskCalc for Private Companies: The German Model. Ohne Ort: Ohne Verlag.
- Moody's KMV Company (Hrsg.). 2003. RiskCalc for Private Companies: The Austrian Model. Ohne Ort: Ohne Verlag.
- Oesterreichische Nationalbank und Finanzmarktaufsicht (Hrsg.). 2004. Leitfadenreihe zum Kreditrisiko. Ratingmodelle und -validierung. Wien: Ohne Verlag. [[http://www.oenb.at/de/img/leitfadenreihe\\_ratingmodelle\\_tcm14-11172.pdf](http://www.oenb.at/de/img/leitfadenreihe_ratingmodelle_tcm14-11172.pdf), Zugriff: 24.11.2010]
- Schmidt, Andreas. 2004. Interner Rating-Ansatz aus Sicht einer Geschäftsbank. In: Hofmann, Gerhard. Basel II und MaK. Regulatorische Vorgaben, bankinterne Verfahren, Bewertungen. Frankfurt am Main: Bankakademie-Verlag GmbH. S.93-110.

- Schulte-Mattler, Hermann und Daun, Ulrich und Manns, Thorsten. 2004. Basel II: Trennschärfemaße zur Validierung von internen Rating-Systemen. RATINGaktuell. 6. S. 46-52.
- Serfling, Klaus und Badack, Elke und Jeiter, Vera. 1996. Möglichkeiten und Grenzen des Credit Rating. In: Büschgen, Prof. Dr. Hans E. und Everling, Dr. Oliver. Handbuch Rating. Wiesbaden: Verlag Dr. Th. Gabler GmbH. S.629-655.
- Standard & Poor's. 2010. Default, Transition, and Recovery: 2009 Annual Global Corporate Default Study And Rating Transitions. Ohne Ort: Ohne Verlag. [[http://www.standardandpoors.com/servlet/BlobServer?blobheadername3=MDT-Ty-pe&blobcol=urldata&blobtable=MungoBlobs&blobheadervalue2=inline%3B+filename%3D2009\\_Corp\\_Default\\_Study.pdf&blobheadername2=Content-Disposition&blobheadervalue1=application%2Fpdf&blobkey=id&blobheadername1=content-type&blobwhere=1243673827535&blobheadervalue3=UTF-8](http://www.standardandpoors.com/servlet/BlobServer?blobheadername3=MDT-Ty-pe&blobcol=urldata&blobtable=MungoBlobs&blobheadervalue2=inline%3B+filename%3D2009_Corp_Default_Study.pdf&blobheadername2=Content-Disposition&blobheadervalue1=application%2Fpdf&blobkey=id&blobheadername1=content-type&blobwhere=1243673827535&blobheadervalue3=UTF-8), Zugriff: 12.11.2010]
- Standard & Poor's. 1998. Standard & Poor's Corporate Rating Criteria. [<http://www.standardandpoors.com/ratings/articles/en/us/?assetID=1245199692885>, Zugriff: 12.10.2010]
- Statistisches Bundesamt. 2010. Insolvenzen in Deutschland. [<http://www.destatis.de/jetspeed/portal/cms/Sites/destatis/Internet/DE/Content/Statistiken/Zeitreihen/LangeReihen/Insolvenzen/Content100/lrins01a,templateId=renderPrint.psml>, Zugriff: 11.10.2010]
- Suyter, Alexander. 2004. Risikomanagement. Aktuelle Entwicklungen und Auswirkungen auf Banken und Unternehmen. Frankfurt am Main: Fritz Knapp Verlag.
- Urban, Dieter. 1993. Logit-Analyse: statistische Verfahren zur Analyse von Modellen mit qualitativen Response-Variablen. Stuttgart; Jena; New York: G.Fischer.
- Weber, Prof. Dr. Martin und Krahen, Jan Pieter und Voßmann, Frank. 1999. Risikomessung im Kreditgeschäft: Eine empirische Analyse bankinterner Ratingverfahren. Rechnungswesen und Kapitalmarkt. Sonderheft 41. Düsseldorf: Verlagsgruppe Handelsblatt GmbH. S.117-141.
- Wilkens, Marco und Baule, Rainer und Entrop, Oliver. 2001. Strukturen und Methoden von Basel II – Grundlegende Veränderungen der Bankenaufsicht. Zeitschrift für das gesamte Kreditwesen, 4. S.187-193.
- Wilkens, Marco und Baule, Rainer und Entrop, Oliver. 2002. Basel II – Die neuen Eigenmitelanforderungen im IRB-Ansatz nach QIS3. Zeitschrift für das gesamte Kreditwesen. 22. S.1198-1201.
- Wilkens, Marco und Baule, Rainer und Entrop, Oliver. 2004. IRB-Ansatz in Basel II - die Behandlung erwarteter Verluste. Zeitschrift für das gesamte Kreditwesen, 14. S. 734-737.



**FRANKFURT SCHOOL / HFB – WORKING PAPER SERIES**

| No.  | Author/Title  | Year |
|------|---|------|
| 181  | Herrmann-Pillath, Carsten<br>Making Sense of Institutional Change in China: The Cultural Dimension of Economic Growth and Modernization   | 2011 |
| 180  | Herrmann-Pillath, Carsten<br>Hayek 2.0: Grundlinien einer naturalistischen Theorie wirtschaftlicher Ordnungen   | 2011 |
| 179  | Braun, Daniel / Allgeier, Burkhard / Cremers, Heinz<br>Ratingverfahren: Diskriminanzanalyse versus Logistische Regression   | 2011 |
| 178  | Kostka, Genia / Moslener, Ulf / Andreas, Jan G.<br>Barriers to Energy Efficiency Improvement: Empirical Evidence from Small- and-Medium-Sized Enterprises in China  | 2011 |
| 177. | Löchel, Horst / Xiang Li, Helena<br>Understanding the High Profitability of Chinese Banks   | 2011 |
| 176. | Herrmann-Pillath, Carsten<br>Neuroökonomik, Institutionen und verteilte Kognition: Empirische Grundlagen eines nicht-reduktionistischen naturalistischen Forschungsprogramms in den Wirtschaftswissenschaften | 2011 |
| 175. | Libman, Alexander/ Mendelski, Martin<br>History Matters, but How? An Example of Ottoman and Habsburg Legacies and Judicial Performance in Romania   | 2011 |
| 174. | Kostka, Genia<br>Environmental Protection Bureau Leadership at the Provincial Level in China: Examining Diverging Career Backgrounds and Appointment Patterns   | 2011 |
| 173. | Durst, Susanne / Leyer, Michael<br>Bedürfnisse von Existenzgründern in der Gründungsphase   | 2011 |
| 172. | Klein, Michael<br>Enrichment with Growth  | 2011 |
| 171. | Yu, Xiaofan<br>A Spatial Interpretation of the Persistency of China's Provincial Inequality   | 2011 |
| 170. | Leyer, Michael<br>Stand der Literatur zur operativen Steuerung von Dienstleistungsprozessen   | 2011 |
| 169. | Libman, Alexander / Schultz, André<br>Tax Return as a Political Statement   | 2011 |
| 168. | Kostka, Genia / Shin, Kyoung<br>Energy Service Companies in China: The Role of Social Networks and Trust  | 2011 |
| 167. | Andriani, Pierpaolo / Herrmann-Pillath, Carsten<br>Performing Comparative Advantage: The Case of the Global Coffee Business   | 2011 |
| 166. | Klein, Michael / Mayer, Colin<br>Mobile Banking and Financial Inclusion: The Regulatory Lessons   | 2011 |
| 165. | Cremers, Heinz / Hewicker, Harald<br>Modellierung von Zinsstrukturkurven  | 2011 |
| 164. | Roßbach, Peter / Karlow, Denis<br>The Stability of Traditional Measures of Index Tracking Quality   | 2011 |
| 163. | Libman, Alexander / Herrmann-Pillath, Carsten / Yarav, Gaudav<br>Are Human Rights and Economic Well-Being Substitutes? Evidence from Migration Patterns across the Indian States                              | 2011 |
| 162. | Herrmann-Pillath, Carsten / Andriani, Pierpaolo<br>Transactional Innovation and the De-commoditization of the Brazilian Coffee Trade  | 2011 |
| 161. | Christian Büchler, Marius Buxkaemper, Christoph Schalast, Gregor Wedell<br>Incentivierung des Managements bei Unternehmenskäufen/Buy-Outs mit Private Equity Investoren – eine empirische Untersuchung –      | 2011 |
| 160. | Herrmann-Pillath, Carsten<br>Revisiting the Gaia Hypothesis: Maximum Entropy, Kauffman's "Fourth Law" and Physiosemeiosis   | 2011 |
| 159. | Herrmann-Pillath, Carsten<br>A 'Third Culture' in Economics? An Essay on Smith, Confucius and the Rise of China   | 2011 |
| 158. | Boeing, Philipp / Sandner, Philipp<br>The Innovative Performance of China's National Innovation System  | 2011 |

|      |  |      |
|------|--|------|
| 157. | Herrmann-Pillath, Carsten<br>Institutions, Distributed Cognition and Agency: Rule-following as Performative Action   | 2011 |
| 156. | Wagner, Charlotte<br>From Boom to Bust: How different has microfinance been from traditional banking?  | 2010 |
| 155. | Libman Alexander / Vinokurov, Evgeny<br>Is it really different? Patterns of Regionalisation in the Post-Soviet Central Asia  | 2010 |
| 154. | Libman, Alexander<br>Subnational Resource Curse: Do Economic or Political Institutions Matter?   | 2010 |
| 153. | Herrmann-Pillath, Carsten<br>Meaning and Function in the Theory of Consumer Choice: Dual Selves in Evolving Networks   | 2010 |
| 152. | Kostka, Genia / Hobbs, William<br>Embedded Interests and the Managerial Local State: Methanol Fuel-Switching in China  | 2010 |
| 151. | Kostka, Genia / Hobbs, William<br>Energy Efficiency in China: The Local Bundling of Interests and Policies   | 2010 |
| 150. | Umber, Marc P. / Grote, Michael H. / Frey, Rainer<br>Europe Integrates Less Than You Think. Evidence from the Market for Corporate Control in Europe and the US                  | 2010 |
| 149. | Vogel, Ursula / Winkler, Adalbert<br>Foreign banks and financial stability in emerging markets: evidence from the global financial crisis  | 2010 |
| 148. | Libman, Alexander<br>Words or Deeds – What Matters? Experience of Decentralization in Russian Security Agencies  | 2010 |
| 147. | Kostka, Genia / Zhou, Jianghua<br>Chinese firms entering China's low-income market: Gaining competitive advantage by partnering governments                                      | 2010 |
| 146. | Herrmann-Pillath, Carsten<br>Rethinking Evolution, Entropy and Economics: A triadic conceptual framework for the Maximum Entropy Principle as applied to the growth of knowledge | 2010 |
| 145. | Heidorn, Thomas / Kahlert, Dennis<br>Implied Correlations of iTraxx Tranches during the Financial Crisis   | 2010 |
| 144. | Fritz-Morgenthal, Sebastian G. / Hach, Sebastian T. / Schalast, Christoph<br>M&A im Bereich Erneuerbarer Energien  | 2010 |
| 143. | Birkmeyer, Jörg / Heidorn, Thomas / Rogalski, André<br>Determinanten von Banken-Spreads während der Finanzmarktkrise   | 2010 |
| 142. | Bannier, Christina E. / Metz, Sabrina<br>Are SMEs large firms en miniature? Evidence from a growth analysis  | 2010 |
| 141. | Heidorn, Thomas / Kaiser, Dieter G. / Voinea, André<br>The Value-Added of Investable Hedge Fund Indices  | 2010 |
| 140. | Herrmann-Pillath, Carsten<br>The Evolutionary Approach to Entropy: Reconciling Georgescu-Roegen's Natural Philosophy with the Maximum Entropy Framework                          | 2010 |
| 139. | Heidorn, Thomas / Löw, Christian / Winker, Michael<br>Funktionsweise und Replikationstil europäischer Exchange Traded Funds auf Aktienindices                                    | 2010 |
| 138. | Libman, Alexander<br>Constitutions, Regulations, and Taxes: Contradictions of Different Aspects of Decentralization  | 2010 |
| 137. | Herrmann-Pillath, Carsten / Libman, Alexander / Yu, Xiaofan<br>State and market integration in China: A spatial econometrics approach to 'local protectionism'                   | 2010 |
| 136. | Lang, Michael / Cremers, Heinz / Hentze, Rainald<br>Ratingmodell zur Quantifizierung des Ausfallrisikos von LBO-Finanzierungen   | 2010 |
| 135. | Bannier, Christina / Feess, Eberhard<br>When high-powered incentive contracts reduce performance: Choking under pressure as a screening device                                   | 2010 |
| 134. | Herrmann-Pillath, Carsten<br>Entropy, Function and Evolution: Naturalizing Peircian Semiosis   | 2010 |
| 133. | Bannier, Christina E. / Behr, Patrick / Güttler, Andre<br>Rating opaque borrowers: why are unsolicited ratings lower?  | 2009 |
| 132. | Herrmann-Pillath, Carsten<br>Social Capital, Chinese Style: Individualism, Relational Collectivism and the Cultural Embeddedness of the Institutions-Performance Link            | 2009 |
| 131. | Schäffler, Christian / Schmaltz, Christian<br>Market Liquidity: An Introduction for Practitioners  | 2009 |

|      |  |      |
|------|--|------|
| 130. | Herrmann-Pillath, Carsten<br>Dimensionen des Wissens: Ein kognitiv-evolutionärer Ansatz auf der Grundlage von F.A. von Hayeks Theorie der „Sensory Order“  | 2009 |
| 129. | Hankir, Yassin / Rauch, Christian / Ueber, Marc<br>It's the Market Power, Stupid! – Stock Return Patterns in International Bank M&A  | 2009 |
| 128. | Herrmann-Pillath, Carsten<br>Outline of a Darwinian Theory of Money  | 2009 |
| 127. | Cremers, Heinz / Walzner, Jens<br>Modellierung des Kreditrisikos im Portfoliofall  | 2009 |
| 126. | Cremers, Heinz / Walzner, Jens<br>Modellierung des Kreditrisikos im Einwertpapierfall  | 2009 |
| 125. | Heidorn, Thomas / Schmaltz, Christian<br>Interne Transferpreise für Liquidität   | 2009 |
| 124. | Bannier, Christina E. / Hirsch, Christian<br>The economic function of credit rating agencies - What does the watchlist tell us?  | 2009 |
| 123. | Herrmann-Pillath, Carsten<br>A Neurolinguistic Approach to Performativity in Economics   | 2009 |
| 122. | Winkler, Adalbert / Vogel, Ursula<br>Finanzierungsstrukturen und makroökonomische Stabilität in den Ländern Südosteuropas, der Türkei und in den GUS-Staaten   | 2009 |
| 121. | Heidorn, Thomas / Rupprecht, Stephan<br>Einführung in das Kapitalstrukturmanagement bei Banken   | 2009 |
| 120. | Roszbach, Peter<br>Die Rolle des Internets als Informationsbeschaffungsmedium in Banken  | 2009 |
| 119. | Herrmann-Pillath, Carsten<br>Diversity Management und diversitätsbasiertes Controlling: Von der „Diversity Scorecard“ zur „Open Balanced Scorecard“  | 2009 |
| 118. | Hölscher, Luise / Clasen, Sven<br>Erfolgsfaktoren von Private Equity Fonds   | 2009 |
| 117. | Bannier, Christina E.<br>Is there a hold-up benefit in heterogeneous multiple bank financing?  | 2009 |
| 116. | Roßbach, Peter / Gießamer, Dirk<br>Ein eLearning-System zur Unterstützung der Wissensvermittlung von Web-Entwicklern in Sicherheitsthemen  | 2009 |
| 115. | Herrmann-Pillath, Carsten<br>Kulturelle Hybridisierung und Wirtschaftstransformation in China  | 2009 |
| 114. | Schalast, Christoph:<br>Staatsfonds – „neue“ Akteure an den Finanzmärkten?   | 2009 |
| 113. | Schalast, Christoph / Alram, Johannes<br>Konstruktion einer Anleihe mit hypothekarischer Besicherung   | 2009 |
| 112. | Schalast, Christoph / Bolder, Markus / Radünz, Claus / Siepmann, Stephanie / Weber, Thorsten<br>Transaktionen und Servicing in der Finanzkrise: Berichte und Referate des Frankfurt School NPL Forums 2008 | 2009 |
| 111. | Werner, Karl / Moormann, Jürgen<br>Efficiency and Profitability of European Banks – How Important Is Operational Efficiency?   | 2009 |
| 110. | Herrmann-Pillath, Carsten<br>Moralische Gefühle als Grundlage einer wohlstandschaffenden Wettbewerbsordnung:<br>Ein neuer Ansatz zur erforschung von Sozialkapital und seine Anwendung auf China           | 2009 |
| 109. | Heidorn, Thomas / Kaiser, Dieter G. / Roder, Christoph<br>Empirische Analyse der Drawdowns von Dach-Hedgefonds   | 2009 |
| 108. | Herrmann-Pillath, Carsten<br>Neuroeconomics, Naturalism and Language   | 2008 |
| 107. | Schalast, Christoph / Benita, Barten<br>Private Equity und Familienunternehmen – eine Untersuchung unter besonderer Berücksichtigung deutscher Maschinen- und Anlagenbauunternehmen                        | 2008 |
| 106. | Bannier, Christina E. / Grote, Michael H.<br>Equity Gap? – Which Equity Gap? On the Financing Structure of Germany's Mittelstand   | 2008 |

|      |  |      |
|------|--|------|
| 105. | Herrmann-Pillath, Carsten<br>The Naturalistic Turn in Economics: Implications for the Theory of Finance  | 2008 |
| 104. | Schalast, Christoph (Hrsg.) / Schanz, Kay-Michael / Scholl, Wolfgang<br>Aktionärrschutz in der AG falsch verstanden? Die Leica-Entscheidung des LG Frankfurt am Main   | 2008 |
| 103. | Bannier, Christina E./ Müsch, Stefan<br>Die Auswirkungen der Subprime-Krise auf den deutschen LBO-Markt für Small- und MidCaps   | 2008 |
| 102. | Cremers, Heinz / Vetter, Michael<br>Das IRB-Modell des Kreditrisikos im Vergleich zum Modell einer logarithmisch normalverteilten Verlustfunktion  | 2008 |
| 101. | Heidorn, Thomas / Pleißner, Mathias<br>Determinanten Europäischer CMBS Spreads. Ein empirisches Modell zur Bestimmung der Risikoaufschläge von Commercial Mortgage-Backed Securities (CMBS)  | 2008 |
| 100. | Schalast, Christoph (Hrsg.) / Schanz, Kay-Michael<br>Schaeffler KG/Continental AG im Lichte der CSX Corp.-Entscheidung des US District Court for the Southern District of New York   | 2008 |
| 99.  | Hölscher, Luise / Haug, Michael / Schweinberger, Andreas<br>Analyse von Steueramnestiedaten  | 2008 |
| 98.  | Heimer, Thomas / Arend, Sebastian<br>The Genesis of the Black-Scholes Option Pricing Formula   | 2008 |
| 97.  | Heimer, Thomas / Hölscher, Luise / Werner, Matthias Ralf<br>Access to Finance and Venture Capital for Industrial SMEs  | 2008 |
| 96.  | Böttger, Marc / Guthoff, Anja / Heidorn, Thomas<br>Loss Given Default Modelle zur Schätzung von Recovery Rates   | 2008 |
| 95.  | Almer, Thomas / Heidorn, Thomas / Schmaltz, Christian<br>The Dynamics of Short- and Long-Term CDS-spreads of Banks   | 2008 |
| 94.  | Barthel, Erich / Wollersheim, Jutta<br>Kulturunterschiede bei Mergers & Acquisitions: Entwicklung eines Konzeptes zur Durchführung einer Cultural Due Diligence  | 2008 |
| 93.  | Heidorn, Thomas / Kunze, Wolfgang / Schmaltz, Christian<br>Liquiditätsmodellierung von Kreditzusagen (Term Facilities and Revolver)  | 2008 |
| 92.  | Burger, Andreas<br>Produktivität und Effizienz in Banken – Terminologie, Methoden und Status quo   | 2008 |
| 91.  | Löchel, Horst / Pecher, Florian<br>The Strategic Value of Investments in Chinese Banks by Foreign Financial Insitutions  | 2008 |
| 90.  | Schalast, Christoph / Morgenschweis, Bernd / Sprengeter, Hans Otto / Ockens, Klaas / Stachuletz, Rainer / Safran, Robert<br>Der deutsche NPL Markt 2007: Aktuelle Entwicklungen, Verkauf und Bewertung – Berichte und Referate des NPL Forums 2007 | 2008 |
| 89.  | Schalast, Christoph / Stralkowski, Ingo<br>10 Jahre deutsche Buyouts   | 2008 |
| 88.  | Bannier, Christina E./ Hirsch, Christian<br>The Economics of Rating Watchlists: Evidence from Rating Changes   | 2007 |
| 87.  | Demidova-Menzel, Nadeshda / Heidorn, Thomas<br>Gold in the Investment Portfolio  | 2007 |
| 86.  | Hölscher, Luise / Rosenthal, Johannes<br>Leistungsmessung der Internen Revision  | 2007 |
| 85.  | Bannier, Christina / Hänsel, Dennis<br>Determinants of banks' engagement in loan securitization  | 2007 |
| 84.  | Bannier, Christina<br>"Smoothing" versus "Timeliness" - Wann sind stabile Ratings optimal und welche Anforderungen sind an optimale Berichtsregeln zu stellen?   | 2007 |
| 83.  | Bannier, Christina E.<br>Heterogeneous Multiple Bank Financing: Does it Reduce Inefficient Credit-Renegotiation Incidences?  | 2007 |
| 82.  | Cremers, Heinz / Löhr, Andreas<br>Deskription und Bewertung strukturierter Produkte unter besonderer Berücksichtigung verschiedener Marktszenarien   | 2007 |
| 81.  | Demidova-Menzel, Nadeshda / Heidorn, Thomas<br>Commodities in Asset Management   | 2007 |
| 80.  | Cremers, Heinz / Walzner, Jens<br>Risikosteuerung mit Kreditderivaten unter besonderer Berücksichtigung von Credit Default Swaps   | 2007 |

|     |  |      |
|-----|--|------|
| 79. | Cremers, Heinz / Traughber, Patrick<br>Handlungsalternativen einer Genossenschaftsbank im Investmentprozess unter Berücksichtigung der Risikotragfähigkeit   | 2007 |
| 78. | Gerdemeier, Dieter / Roffia, Barbara<br>Monetary Analysis: A VAR Perspective   | 2007 |
| 77. | Heidorn, Thomas / Kaiser, Dieter G. / Muschiol, Andrea<br>Portfoliooptimierung mit Hedgefonds unter Berücksichtigung höherer Momente der Verteilung  | 2007 |
| 76. | Jobe, Clemens J. / Ockens, Klaas / Safran, Robert / Schalast, Christoph<br>Work-Out und Servicing von notleidenden Krediten – Berichte und Referate des HfB-NPL Servicing Forums 2006  | 2006 |
| 75. | Abrar, Kamyar / Schalast, Christoph<br>Fusionskontrolle in dynamischen Netzsektoren am Beispiel des Breitbandkabelsektors  | 2006 |
| 74. | Schalast, Christoph / Schanz, Kay-Michael<br>Wertpapierprospekte: Markteinführungspublizität nach EU-Prospektverordnung und Wertpapierprospektgesetz 2005  | 2006 |
| 73. | Dickler, Robert A. / Schalast, Christoph<br>Distressed Debt in Germany: What's Next? Possible Innovative Exit Strategies   | 2006 |
| 72. | Belke, Ansgar / Polleit, Thorsten<br>How the ECB and the US Fed set interest rates   | 2006 |
| 71. | Heidorn, Thomas / Hoppe, Christian / Kaiser, Dieter G.<br>Heterogenität von Hedgefondsindizes  | 2006 |
| 70. | Baumann, Stefan / Löchel, Horst<br>The Endogeneity Approach of the Theory of Optimum Currency Areas - What does it mean for ASEAN + 3?   | 2006 |
| 69. | Heidorn, Thomas / Trautmann, Alexandra<br>Niederschlagsderivate  | 2005 |
| 68. | Heidorn, Thomas / Hoppe, Christian / Kaiser, Dieter G.<br>Möglichkeiten der Strukturierung von Hedgefondsportfolios  | 2005 |
| 67. | Belke, Ansgar / Polleit, Thorsten<br>(How) Do Stock Market Returns React to Monetary Policy ? An ARDL Cointegration Analysis for Germany   | 2005 |
| 66. | Daynes, Christian / Schalast, Christoph<br>Aktuelle Rechtsfragen des Bank- und Kapitalmarktrechts II: Distressed Debt - Investing in Deutschland   | 2005 |
| 65. | Gerdemeier, Dieter / Polleit, Thorsten<br>Measures of excess liquidity   | 2005 |
| 64. | Becker, Gernot M. / Harding, Perham / Hölscher, Luise<br>Financing the Embedded Value of Life Insurance Portfolios   | 2005 |
| 63. | Schalast, Christoph<br>Modernisierung der Wasserwirtschaft im Spannungsfeld von Umweltschutz und Wettbewerb – Braucht Deutschland eine Rechtsgrundlage für die Vergabe von Wasserversorgungskonzessionen? –                                      | 2005 |
| 62. | Bayer, Marcus / Cremers, Heinz / Kluß, Norbert<br>Wertsicherungsstrategien für das Asset Management  | 2005 |
| 61. | Löchel, Horst / Polleit, Thorsten<br>A case for money in the ECB monetary policy strategy  | 2005 |
| 60. | Richard, Jörg / Schalast, Christoph / Schanz, Kay-Michael<br>Unternehmen im Prime Standard - „Staying Public“ oder „Going Private“? - Nutzenanalyse der Börsennotiz -  | 2004 |
| 59. | Heun, Michael / Schlink, Torsten<br>Early Warning Systems of Financial Crises - Implementation of a currency crisis model for Uganda   | 2004 |
| 58. | Heimer, Thomas / Köhler, Thomas<br>Auswirkungen des Basel II Akkords auf österreichische KMU   | 2004 |
| 57. | Heidorn, Thomas / Meyer, Bernd / Pietrowiak, Alexander<br>Performanceeffekte nach Directors' Dealings in Deutschland, Italien und den Niederlanden   | 2004 |
| 56. | Gerdemeier, Dieter / Roffia, Barbara<br>The Relevance of real-time data in estimating reaction functions for the euro area   | 2004 |
| 55. | Barthel, Erich / Gierig, Rauno / Kühn, Ilmhart-Wolfram<br>Unterschiedliche Ansätze zur Messung des Humankapitals   | 2004 |
| 54. | Anders, Dietmar / Binder, Andreas / Hesdahl, Ralf / Schalast, Christoph / Thöne, Thomas<br>Aktuelle Rechtsfragen des Bank- und Kapitalmarktrechts I :<br>Non-Performing-Loans / Faule Kredite - Handel, Work-Out, Outsourcing und Securitisation | 2004 |

|     |   |      |
|-----|---|------|
| 53. | Polleit, Thorsten<br>The Slowdown in German Bank Lending – Revisited  | 2004 |
| 52. | Heidorn, Thomas / Siragusano, Tindaro<br>Die Anwendbarkeit der Behavioral Finance im Devisenmarkt   | 2004 |
| 51. | Schütze, Daniel / Schalast, Christoph (Hrsg.)<br>Wider die Verschleuderung von Unternehmen durch Pfandversteigerung   | 2004 |
| 50. | Gerhold, Mirko / Heidorn, Thomas<br>Investitionen und Emissionen von Convertible Bonds (Wandelanleihen)   | 2004 |
| 49. | Chevalier, Pierre / Heidorn, Thomas / Krieger, Christian<br>Temperaturderivate zur strategischen Absicherung von Beschaffungs- und Absatzrisiken  | 2003 |
| 48. | Becker, Gernot M. / Seeger, Norbert<br>Internationale Cash Flow-Rechnungen aus Eigner- und Gläubigersicht   | 2003 |
| 47. | Boenkost, Wolfram / Schmidt, Wolfgang M.<br>Notes on convexity and quanto adjustments for interest rates and related options  | 2003 |
| 46. | Hess, Dieter<br>Determinants of the relative price impact of unanticipated Information in<br>U.S. macroeconomic releases  | 2003 |
| 45. | Cremers, Heinz / Kluß, Norbert / König, Markus<br>Incentive Fees. Erfolgsabhängige Vergütungsmodelle deutscher Publikumsfonds   | 2003 |
| 44. | Heidorn, Thomas / König, Lars<br>Investitionen in Collateralized Debt Obligations   | 2003 |
| 43. | Kahlert, Holger / Seeger, Norbert<br>Bilanzierung von Unternehmenszusammenschlüssen nach US-GAAP  | 2003 |
| 42. | Beiträge von Studierenden des Studiengangs BBA 012 unter Begleitung von Prof. Dr. Norbert Seeger<br>Rechnungslegung im Umbruch - HGB-Bilanzierung im Wettbewerb mit den internationalen<br>Standards nach IAS und US-GAAP | 2003 |
| 41. | Overbeck, Ludger / Schmidt, Wolfgang<br>Modeling Default Dependence with Threshold Models   | 2003 |
| 40. | Balthasar, Daniel / Cremers, Heinz / Schmidt, Michael<br>Portfoliooptimierung mit Hedge Fonds unter besonderer Berücksichtigung der Risikokomponente  | 2002 |
| 39. | Heidorn, Thomas / Kantwill, Jens<br>Eine empirische Analyse der Spreadunterschiede von Festsatzanleihen zu Floatern im Euroraum<br>und deren Zusammenhang zum Preis eines Credit Default Swaps                            | 2002 |
| 38. | Böttcher, Henner / Seeger, Norbert<br>Bilanzierung von Finanzderivaten nach HGB, EstG, IAS und US-GAAP  | 2003 |
| 37. | Moormann, Jürgen<br>Terminologie und Glossar der Bankinformatik   | 2002 |
| 36. | Heidorn, Thomas<br>Bewertung von Kreditprodukten und Credit Default Swaps   | 2001 |
| 35. | Heidorn, Thomas / Weier, Sven<br>Einführung in die fundamentale Aktienanalyse   | 2001 |
| 34. | Seeger, Norbert<br>International Accounting Standards (IAS)   | 2001 |
| 33. | Moormann, Jürgen / Stehling, Frank<br>Strategic Positioning of E-Commerce Business Models in the Portfolio of Corporate Banking   | 2001 |
| 32. | Sokolovsky, Zbynek / Strohhecker, Jürgen<br>Fit für den Euro, Simulationsbasierte Euro-Maßnahmenplanung für Dresdner-Bank-Geschäftsstellen  | 2001 |
| 31. | Roßbach, Peter<br>Behavioral Finance - Eine Alternative zur vorherrschenden Kapitalmarkttheorie?  | 2001 |
| 30. | Heidorn, Thomas / Jaster, Oliver / Willeitner, Ulrich<br>Event Risk Covenants   | 2001 |
| 29. | Biswas, Rita / Löchel, Horst<br>Recent Trends in U.S. and German Banking: Convergence or Divergence?  | 2001 |
| 28. | Eberle, Günter Georg / Löchel, Horst<br>Die Auswirkungen des Übergangs zum Kapitaldeckungsverfahren in der Rentenversicherung auf die Kapitalmärkte   | 2001 |
| 27. | Heidorn, Thomas / Klein, Hans-Dieter / Siebrecht, Frank<br>Economic Value Added zur Prognose der Performance europäischer Aktien  | 2000 |
| 26. | Cremers, Heinz<br>Konvergenz der binomialen Optionspreismodelle gegen das Modell von Black/Scholes/Merton   | 2000 |

|     |   |      |
|-----|---|------|
| 25. | Löchel, Horst<br>Die ökonomischen Dimensionen der ‚New Economy‘   | 2000 |
| 24. | Frank, Axel / Moormann, Jürgen<br>Grenzen des Outsourcing: Eine Exploration am Beispiel von Direktbanken            | 2000 |
| 23. | Heidorn, Thomas / Schmidt, Peter / Seiler, Stefan<br>Neue Möglichkeiten durch die Namensaktie                       | 2000 |
| 22. | Böger, Andreas / Heidorn, Thomas / Graf Waldstein, Philipp<br>Hybrides Kernkapital für Kreditinstitute              | 2000 |
| 21. | Heidorn, Thomas<br>Entscheidungsorientierte Mindestmargenkalkulation  | 2000 |
| 20. | Wolf, Birgit<br>Die Eigenmittelkonzeption des § 10 KWG  | 2000 |
| 19. | Cremers, Heinz / Robé, Sophie / Thiele, Dirk<br>Beta als Risikomaß - Eine Untersuchung am europäischen Aktienmarkt  | 2000 |
| 18. | Cremers, Heinz<br>Optionspreisbestimmung  | 1999 |
| 17. | Cremers, Heinz<br>Value at Risk-Konzepte für Marktrisiken   | 1999 |
| 16. | Chevalier, Pierre / Heidorn, Thomas / Rütze, Merle<br>Gründung einer deutschen Strombörse für Elektrizitätsderivate | 1999 |
| 15. | Deister, Daniel / Ehrlicher, Sven / Heidorn, Thomas<br>CatBonds   | 1999 |
| 14. | Jochum, Eduard<br>Hoshin Kanri / Management by Policy (MbP)   | 1999 |
| 13. | Heidorn, Thomas<br>Kreditderivate   | 1999 |
| 12. | Heidorn, Thomas<br>Kreditrisiko (CreditMetrics)   | 1999 |
| 11. | Moormann, Jürgen<br>Terminologie und Glossar der Bankinformatik   | 1999 |
| 10. | Löchel, Horst<br>The EMU and the Theory of Optimum Currency Areas   | 1998 |
| 09. | Löchel, Horst<br>Die Geldpolitik im Währungsraum des Euro   | 1998 |
| 08. | Heidorn, Thomas / Hund, Jürgen<br>Die Umstellung auf die Stückaktie für deutsche Aktiengesellschaften               | 1998 |
| 07. | Moormann, Jürgen<br>Stand und Perspektiven der Informationsverarbeitung in Banken                                   | 1998 |
| 06. | Heidorn, Thomas / Schmidt, Wolfgang<br>LIBOR in Arrears   | 1998 |
| 05. | Jahresbericht 1997  | 1998 |
| 04. | Ecker, Thomas / Moormann, Jürgen<br>Die Bank als Betreiberin einer elektronischen Shopping-Mall                     | 1997 |
| 03. | Jahresbericht 1996  | 1997 |
| 02. | Cremers, Heinz / Schwarz, Willi<br>Interpolation of Discount Factors  | 1996 |
| 01. | Moormann, Jürgen<br>Lean Reporting und Führungsinformationssysteme bei deutschen Finanzdienstleistern               | 1995 |

| No. | Author/Title  | Year |
|-----|---|------|
| 29. | Scholz, Peter / Walther, Ursula<br>The Trend is not Your Friend! Why Empirical Timing Success is Determined by the Underlying's Price Characteristics and Market Efficiency is Irrelevant | 2011 |
| 28. | Beyna, Ingo / Wystup, Uwe<br>Characteristic Functions in the Cheyette Interest Rate Model   | 2011 |
| 27. | Detering, Nils / Weber, Andreas / Wystup, Uwe<br>Return distributions of equity-linked retirement plans   | 2010 |
| 26. | Veiga, Carlos / Wystup, Uwe<br>Ratings of Structured Products and Issuers' Commitments  | 2010 |
| 25. | Beyna, Ingo / Wystup, Uwe<br>On the Calibration of the Cheyette. Interest Rate Model  | 2010 |
| 24. | Scholz, Peter / Walther, Ursula<br>Investment Certificates under German Taxation. Benefit or Burden for Structured Products' Performance  | 2010 |
| 23. | Esquivel, Manuel L. / Veiga, Carlos / Wystup, Uwe<br>Unifying Exotic Option Closed Formulas   | 2010 |
| 22. | Packham, Natalie / Schlögl, Lutz / Schmidt, Wolfgang M.<br>Credit gap risk in a first passage time model with jumps   | 2009 |
| 21. | Packham, Natalie / Schlögl, Lutz / Schmidt, Wolfgang M.<br>Credit dynamics in a first passage time model with jumps   | 2009 |
| 20. | Reiswich, Dimitri / Wystup, Uwe<br>FX Volatility Smile Construction   | 2009 |
| 19. | Reiswich, Dimitri / Tompkins, Robert<br>Potential PCA Interpretation Problems for Volatility Smile Dynamics   | 2009 |
| 18. | Keller-Ressel, Martin / Kilin, Fiodar<br>Forward-Start Options in the Barndorff-Nielsen-Shephard Model  | 2008 |
| 17. | Gribsch, Susanne / Wystup, Uwe<br>On the Valuation of Fader and Discrete Barrier Options in Heston's Stochastic Volatility Model  | 2008 |
| 16. | Veiga, Carlos / Wystup, Uwe<br>Closed Formula for Options with Discrete Dividends and its Derivatives   | 2008 |
| 15. | Packham, Natalie / Schmidt, Wolfgang<br>Latin hypercube sampling with dependence and applications in finance  | 2008 |
| 14. | Hakala, Jürgen / Wystup, Uwe<br>FX Basket Options   | 2008 |
| 13. | Weber, Andreas / Wystup, Uwe<br>Vergleich von Anlagestrategien bei Riesterrenten ohne Berücksichtigung von Gebühren. Eine Simulationsstudie zur Verteilung der Renditen                   | 2008 |
| 12. | Weber, Andreas / Wystup, Uwe<br>Riesterrente im Vergleich. Eine Simulationsstudie zur Verteilung der Renditen   | 2008 |
| 11. | Wystup, Uwe<br>Vanna-Volga Pricing  | 2008 |
| 10. | Wystup, Uwe<br>Foreign Exchange Quanto Options  | 2008 |
| 09. | Wystup, Uwe<br>Foreign Exchange Symmetries  | 2008 |
| 08. | Becker, Christoph / Wystup, Uwe<br>Was kostet eine Garantie? Ein statistischer Vergleich der Rendite von langfristigen Anlagen  | 2008 |
| 07. | Schmidt, Wolfgang<br>Default Swaps and Hedging Credit Baskets   | 2007 |
| 06. | Kilin, Fiodar<br>Accelerating the Calibration of Stochastic Volatility Models   | 2007 |
| 05. | Gribsch, Susanne/ Kühn, Christoph / Wystup, Uwe<br>Instalment Options: A Closed-Form Solution and the Limiting Case   | 2007 |
| 04. | Boenkost, Wolfram / Schmidt, Wolfgang M.<br>Interest Rate Convexity and the Volatility Smile  | 2006 |
| 03. | Becker, Christoph/ Wystup, Uwe<br>On the Cost of Delayed Currency Fixing Announcements  | 2005 |
| 02. | Boenkost, Wolfram / Schmidt, Wolfgang M.<br>Cross currency swap valuation   | 2004 |



01. Wallner, Christian / Wystup, Uwe  
Efficient Computation of Option Price Sensitivities for Options of American Style 2004

**HfB – SONDERARBEITSBERICHTE DER HfB - BUSINESS SCHOOL OF FINANCE & MANAGEMENT**

- | No. | Author/Title   | Year |
|-----|--|------|
| 01. | Nicole Kahmer / Jürgen Moormann<br>Studie zur Ausrichtung von Banken an Kundenprozessen am Beispiel des Internet<br>(Preis: € 120,-) | 2003 |

Printed edition: € 25.00 + € 2.50 shipping

Download:

Working Paper: [http://www.frankfurt-school.de/content/de/research/publications/list\\_of\\_publication/list\\_of\\_publication](http://www.frankfurt-school.de/content/de/research/publications/list_of_publication/list_of_publication)  
CPQF: [http://www.frankfurt-school.de/content/de/cpqf/research\\_publications.html](http://www.frankfurt-school.de/content/de/cpqf/research_publications.html)

**Order address / contact**

Frankfurt School of Finance & Management  
Sonnemannstr. 9–11 ▪ D–60314 Frankfurt/M. ▪ Germany  
Phone: +49(0)69 154 008–734 ▪ Fax: +49(0)69 154 008–728  
eMail: [e.lahdensuu@fs.de](mailto:e.lahdensuu@fs.de)

Further information about Frankfurt School of Finance & Management  
may be obtained at: <http://www.fs.de>