

Richter, Andreas

Working Paper

Moderne Finanzinstrumente im Rahmen des Katastrophen-Risk-Managements: Basisrisiko versus Ausfallrisiko

Working Papers on Risk and Insurance, No. 3

Provided in Cooperation with:

University of Hamburg, Institute for Risk and Insurance

Suggested Citation: Richter, Andreas (2001) : Moderne Finanzinstrumente im Rahmen des Katastrophen-Risk-Managements: Basisrisiko versus Ausfallrisiko, Working Papers on Risk and Insurance, No. 3, Hamburg University, Institute for Risk and Insurance, Hamburg

This Version is available at:

<https://hdl.handle.net/10419/54217>

Standard-Nutzungsbedingungen:

Die Dokumente auf EconStor dürfen zu eigenen wissenschaftlichen Zwecken und zum Privatgebrauch gespeichert und kopiert werden.

Sie dürfen die Dokumente nicht für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, öffentlich zugänglich machen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Sofern die Verfasser die Dokumente unter Open-Content-Lizenzen (insbesondere CC-Lizenzen) zur Verfügung gestellt haben sollten, gelten abweichend von diesen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

Terms of use:

Documents in EconStor may be saved and copied for your personal and scholarly purposes.

You are not to copy documents for public or commercial purposes, to exhibit the documents publicly, to make them publicly available on the internet, or to distribute or otherwise use the documents in public.

If the documents have been made available under an Open Content Licence (especially Creative Commons Licences), you may exercise further usage rights as specified in the indicated licence.

Andreas Richter

Moderne Finanzinstrumente im Rahmen des Katastrophen- Risk-Managements - Basisrisiko versus Ausfallrisiko

Working Papers on Risk and Insurance
Hamburg University

No 3
September 2001

UH



Andreas Richter¹

**Moderne Finanzinstrumente im Rahmen des Katastrophen-
Risk-Managements – Basisrisiko versus Ausfallrisiko**

No 03
September 2001

ISSN 1617-8653

¹ Dr. Andreas Richter, Universität Hamburg, Institut für Versicherungsbetriebslehre, Von-Melle-Park 5, 20146 Hamburg, Tel.: +49 40 428384016, Fax: +49 40 428385505, Email: richter@rrz.uni-hamburg.de.

Moderne Finanzinstrumente im Rahmen des Katastrophen-Risk- Managements – Basisrisiko versus Ausfallrisiko *

Abstract

A major problem for insuring catastrophic risk is that, as a disaster causes damages to many insureds at the same time, such insurance and in particular reinsurance contracts are often subject to considerable default risk. On the other hand, the securitization of insurance risk, for example via a catastrophe bond, can be designed to completely avoid default risk. Typically, however, the payout from an insurance-linked security is tied to some stochastic variable, an index, which is correlated, but not identical, with the insured's actual losses. Therefore, such an instrument will usually not provide a perfect hedge. There will be some mismatch, the so-called basis risk. This paper investigates how the trade off between default respectively credit risk and basis risk affects optimal risk management solutions, when (re)insurance and risk securitization are used simultaneously. In particular, the impact of credit risk and risk securitization on the optimal reinsurance contract is analysed.

Zusammenfassung

Ein wichtiges Problem bei der Versicherung und besonders der Rückversicherung von Katastrophenereignissen besteht in der Gefahr einer Kumulierung von Schäden beim einzelnen (Rück)Versicherer und dem damit verbundenen Ausfallrisiko. Als ein wirksames Instrument zur Bereitstellung von Katastrophendeckungen ohne Ausfallrisiko erweist sich bei entsprechender Ausgestaltung die Verbriefung von Versicherungsrisiken. Allerdings wird die Auszahlung der Deckung bei derartigen Transaktionen häufig an eine Zufallsgröße gebunden, die zwar mit den individuellen Schäden korreliert, aber nicht identisch ist. Sie wird dann im Allgemeinen kein perfektes Hedging-Instrument darstellen, sondern zu einem Basisrisiko führen. Dieser Beitrag untersucht, wie sich die Abwägung von Ausfall- beziehungsweise Kreditrisiko und Basisrisiko bei simultanem Einsatz von Versicherung und Risikoverbriefung auf optimale Risk-Management-Lösungen auswirkt. Es wird insbesondere der Einfluss des Kreditrisikos sowie der Möglichkeit zur Verbriefung von Versicherungsrisiken auf die Struktur idealer (Rück)Versicherungsarrangements untersucht.

* Für hilfreiche Kommentare danke ich Torsten Lesch, Martin Nell und Walter Karten.

1. Einleitung

Im Bereich des unternehmerischen Risk-Managements sind in den vergangenen Jahren zunehmend Transaktionen zu beobachten gewesen, die zum Transfer typischer Versicherungsrisiken direkt auf die Finanzmärkte zurückgreifen.¹ So nutzen unter anderem Erstversicherungsunternehmen derartige Instrumente, um sich gegen die Folgen von Naturkatastrophen, insbesondere Sturm- oder Erdbebenschäden, abzusichern. Die Verbriefung dieser Risiken kann also als Substitut für traditionellen Versicherungs- beziehungsweise Rückversicherungsschutz eingesetzt werden, so dass sich die Frage nach den entscheidenden ökonomischen Merkmalen stellt, durch die sich ein Markt für derartige Transaktionen erklären lässt.

Der Risikotransfer über die Finanzmärkte erfolgt beispielsweise durch die Ausgabe einer Katastrophen-Anleihe (*Catastrophe Bond* oder kurz *Cat Bond*), deren Zinszahlungen – je nach Ausgestaltung auch Teile des zur Verfügung gestellten Kapitals – nicht an die Investoren (zurück)gezahlt werden, wenn ein – ex ante zu definierendes – Katastrophenereignis eintritt. Ein Cat Bond ermöglicht es somit dem emittierenden Unternehmen, das Risiko direkt an die Investoren weiterzugeben.² Andere Beispiele für Risikoverbriefungen sind am Chicago Board of Trade gehandelte Katastrophenoptionen und verschiedene Formen der bedingten Kapitalaufnahme.

Erklärt wird die Nachfrage nach einer Verbriefung von Versicherungsrisiken üblicherweise durch einen vermeintlichen Engpass im Hinblick auf das Angebot klassischer Hedging-Instrumente. Es wird argumentiert, die Kapazitäten der Erst- und Rückversicherungsmärkte der Welt reichten für Katastrophenrisiken nicht aus.³ Naturkatastrophen haben seit Mitte der neunziger Jahre zu Schäden in bis dahin nicht gekanntem Ausmaß geführt. Es war zum einen eine wachsende Frequenz, zum anderen aber auch eine Zunahme der durchschnittlichen Schadenhöhe je Ereignis zu beobachten.⁴ Ferner lassen sich leicht Katastrophenrisiken mit

¹ Für einen Überblick über Möglichkeiten der Ausgestaltung von Instrumenten zur Risikofinanzierung sowie am Markt durchgeführte Transaktionen vgl. z.B. Durrer (1996); Wagner (1997); Albrecht/Schradin (1998); Belonsky/Laster/ Durbin (1999) und mit sehr aktuellen Marktdaten Laster/Raturi (2001).

² Abgewickelt wird eine solche Transaktion häufig durch ein eigens zu diesem Zweck gegründetes Unternehmen (Special Purpose Vehicle), das als Rückversicherer des risikoabgebenden Unternehmens fungiert und gleichzeitig den Bond emittiert.

³ Vgl. z.B. Durrer (1996); Cholnoky/Zief/Werner/Bradistilov (1998); Bantwal/Kunreuther (2000); Cummins/Lalonde/Phillips (2000); Wagner (1997).

⁴ Vor allem die Zunahme der Schadenhöhen ist im Wesentlichen auf die wachsende Bevölkerungsdichte und Wertekonzentration in gefährdeten Gebieten zurückzuführen (vgl. z.B. Zanetti/Enz/Schweizer (2001); Berz (1999)). Im Hinblick auf die offenbar zunehmende Zahl von Naturkatastrophen lassen sich einerseits die zu

noch wesentlich größerem Schadenpotential nennen. Als Beispiel werden in diesem Zusammenhang zumeist Szenarien angeführt, die die Auswirkungen von Erdbeben prognostizieren, welche direkt Metropolen wie Tokyo oder San Francisco treffen. Geschätzte Schadenhöhen infolge solcher Ereignisse zeigen scheinbar die Grenzen der traditionellen Versicherungsmärkte auf. So belaufen sich Schätzungen der versicherten Schäden nach einem starken Erdbeben in San Francisco auf ca. 100 Mrd. USD, das kumulierte Eigenkapital aller US-Schadenversicherer, das natürlich nicht allein die Kapazität für Katastrophenschäden repräsentiert, sondern auch und vor allem zur Absicherung anderer Risiken dient, wird demgegenüber mit ungefähr 300 Mrd. USD angegeben.⁵ Es wird ferner davon ausgegangen, dass in den USA ein Erdbeben oder ein Hurrikan in der Größenordnung des genannten Beispiels eine Vielzahl von Konkursen auf den amerikanischen Versicherungsmärkten nach sich ziehen würde, so dass ein größerer Teil der derzeit von den entsprechenden Anbietern durch Versicherungsverträge zur Verfügung gestellten Kapazität ausfiele.⁶

Die anscheinend festzustellenden „Kapazitätslücken“ im Bereich der Rückversicherung, in Verbindung mit den vor allem im Anschluss an den Hurrikan Andrew und das Northridge-Erdbeben zu beobachtenden Preissteigerungen für die Absicherung von Katastrophenrisiken,⁷ bildeten den Ausgangspunkt für eine Diskussion über alternative Möglichkeiten der Bereitstellung von Risikodeckungskapazitäten. Im Vordergrund standen dabei vor allem solche Instrumente, die einen Risikotransfer direkt über die Finanzmärkte ermöglichen. Lösungsbeiträge können von diesen Instrumenten dann erwartet werden, wenn es gelingt, Investoren zu gewinnen, die sich nicht in den Versicherungsmärkten engagieren.

Transaktionen des so genannten *Alternativen Risikotransfers* in erster Linie als Instrumente zur Beseitigung eines Kapazitätsengpasses der Versicherungsbranche zu erklären, erweist sich allerdings bei genauerer Prüfung als nicht besonders überzeugend. Schließlich ließe sich zusätzliche Kapazität auch mit Hilfe einer Ausdehnung des von den Versicherungsunternehmen gehaltenen Kapitals durch Kapitalerhöhungen oder Markteintritte neuer

beobachtenden Klimaveränderungen anführen, zum anderen ist es aber gerade in der jüngsten Vergangenheit auch zu eher zufälligen Häufungen von Katastrophen gekommen. So ereigneten sich etwa in 1999 ungewöhnlich viele folgenschwere Erdbeben, obwohl das Ausmaß seismischer Aktivität in diesem Jahr nicht über dem Durchschnitt lag, wie sich auch allgemein für den Bereich der Erdbeben kein signifikanter Trend beobachten lässt. Die Häufung katastrophaler Beben war vor allem darauf zurückzuführen, dass besonders viele stark besiedelte Gebiete betroffen waren (vgl. Nell/Richter (2001), S. 237 f.).

⁵ Vgl. z.B. Cholnoky/Zief/Werner/Bradistilov (1998) oder Cummins/Doherty/Lo (1999).

⁶ Für einen Ansatz zur Messung der Kapazität der (Rück)Versicherungsmärkte zur Deckung von Katastrophenschäden vgl. Cummins/Doherty/Lo (1999).

⁷ Vgl. insbesondere Froot (2001), S. 540 f.

Anbieter generieren. Es stellt sich also die Frage, welche spezifischen Vorteile der direkte Risikotransfer über die Finanzmärkte gegenüber dem indirekten Transfer des Risikos an die Eigenkapitalgeber eines Versicherungsunternehmens aufweist.

Ein wichtiger Erklärungsansatz für die Verbriefung von Versicherungsrisiken ergibt sich daraus, dass bei entsprechender Ausgestaltung solcher Transaktionen im Gegensatz zur traditionellen Erst- beziehungsweise Rückversicherung die Gefahr eines Ausfalls der Deckung aufgrund eventueller Zahlungsunfähigkeit des Vertragspartners vermieden wird. So steht beispielsweise das von den Investoren in einen Cat Bond investierte Kapital bei Eintritt einer die Deckung auslösenden Katastrophe definitiv zur Verfügung, da es ex ante bereitgestellt wird. Diesem entscheidenden Vorteil des Einsatzes vieler Instrumente des Alternativen Risikotransfers wird in dieser Arbeit das Problem des Basisrisikos gegenüber gestellt. Letzteres ergibt sich, wenn, wie für die Risikoverbriefung typisch, die vereinbarten bedingten Zahlungen nicht vollständig mit dem abzusichernden Risiko korreliert sind, weil sie durch eine andere Zufallsgröße ausgelöst werden. Die Funktion des Auslösemechanismus (Trigger) übernehmen häufig zum Beispiel Indizes, die die Gesamtschadenentwicklung der Anbieter einer bestimmten Region repräsentieren, oder technische Parameter, die das Ausmaß einer Naturkatastrophe beschreiben.

In diesem Beitrag soll zunächst herausgearbeitet werden, wie sich die Berücksichtigung des Ausfallrisikos und vor allem die Abwägung von Ausfall- und Basisrisiko bei gemeinsamem Einsatz von Versicherung und Risikoverbriefung auf optimale Risk-Management-Lösungen auswirkt. Insbesondere ist dabei der Einfluss dieser Risikokomponenten auf die Struktur idealer (Rück)Versicherungsarrangements von Interesse. Zu diesem Zweck wird ein einfaches Modell vorgestellt, das für entsprechende Überlegungen auf einen Erwartungsnutzen-Ansatz zurückgreift, wie er für die Theorie der Versicherungsnachfrage typisch ist. Bevor wir uns jedoch genauer mit der Modellanalyse auseinandersetzen, befassen sich die Abschnitte 2 und 3 mit einer kurzen Einführung in Möglichkeiten der Ausgestaltung von Verbriefungslösungen sowie mit den wesentlichen Argumenten des ökonomischen Vergleichs von Risikoverbriefung und Versicherung. Anschließend wird das Modell eingeführt, Ergebnisse stellt Abschnitt 5 vor. Abgeschlossen wird der Beitrag durch eine kurze Schlussbemerkung.

2. Verbriefung von Versicherungsrisiken als Instrument des Risk-Managements

Am Ende des Jahres 1992 begann am Chicago Board of Trade (CBOT) der Handel mit Termingeschäften auf Katastrophenschaden-Indizes.⁸ Es handelt sich dabei um Kontrakte, deren Basisgrößen die Schadenentwicklung repräsentativer, regional abgegrenzter Versicherungsportefeuilles wiedergeben.⁹ Die Bildung dieser Indizes erfolgt auf der Grundlage der tatsächlichen Schäden ausgewählter Versicherer in der betreffenden Region. Adressaten für das Angebot dieser Versicherungsderivate sind Versicherungsunternehmen, denen durch die Kontrakte eine Möglichkeit des Hedging ihrer individuellen Katastrophenschäden zur Verfügung gestellt wird.

Das typische Geschäft beim Handel mit Versicherungsderivaten an der CBOT besteht darin, dass ein Erstversicherer so genannte „Call Spreads“ erwirbt, also gleichzeitig einen Typ von Kauf-Optionen kauft und in gleicher Menge andere Kauf-Optionen, nämlich solche mit einem höheren Ausübungspreis (aber auf der Basis desselben Index), verkauft. Eine Katastrophen-Call-Option sichert dem Käufer eine Zahlung zu für den Fall, dass der zugrunde liegende Index den Ausübungspreis übersteigt. Sofern Letzteres eintritt, erhält er die Differenz zwischen Index und Ausübungspreis. In gewisser Weise kann also ein Erstversicherer durch den Einsatz von „Call Spreads“ einen typischen nicht-proportionalen Rückversicherungsvertrag nachbilden:¹⁰ Bis der Schadenindex den ersten Ausübungspreis erreicht, erhält er keine Deckung, für jede darüber hinaus gehende Bezugsgrößeneinheit wird eine bestimmte Summe gezahlt, bis sich nach Erreichen des zweiten Ausübungspreises die Optionen im Ergebnis aufheben. Der charakteristische Unterschied zwischen den beiden Vertragstypen besteht aber offensichtlich darin, dass im Gegensatz zur Rückversicherung die CBOT-Optionen nicht an die tatsächlichen Schäden des risikoabgebenden Erstversicherers gebunden sind.

⁸ Vgl. hierzu Albrecht/König/Schradin (1994); Durrer (1996), S. 9 ff.; Wagner (1997), S. 514 ff.

⁹ Zur Verfügung standen Kontrakte auf der Basis der landesweiten Katastrophenschadenentwicklung in den USA oder solche, denen bestimmte Teilregionen zu Grunde lagen wie insbesondere die am stärksten durch Naturkatastrophen bedrohten Bundesstaaten wie Florida oder Kalifornien (vgl. Durrer (1996)).

¹⁰ Von nicht-proportionaler Rückversicherung wird gesprochen, wenn die Aufteilung eines Risikos dergestalt vorgenommen wird, dass bis zu einem bestimmten Betrag – dem Selbstbehalt – der Erstversicherer die Schäden übernimmt und die darüber hinausgehenden Schadenanteile vom Rückversicherer getragen werden, wobei dessen Haftung üblicherweise nach oben begrenzt wird.

Die CBOT-Optionen erwiesen sich am Markt als wenig erfolgreich.¹¹ Der Transfer von Versicherungsrisiken über die Finanzmärkte erfolgte in den vergangenen Jahren im Wesentlichen als direkte Verbriefung, zum Beispiel durch die Emission von Cat Bonds oder in der Form der bedingten Kapitalaufnahme, etwa durch die Ausgabe von Put-Optionen auf das eigene Eigenkapital. Eine solche Put-Option kann zum Beispiel derart gestaltet sein, dass sie durch den Eintritt einer Naturkatastrophe ausgelöst wird. Bei katastrophengebundenem Sinken des Aktienkurses – zum Beispiel eines Versicherungsunternehmens – wäre dann eine Refinanzierung zu ex ante spezifizierten Bedingungen möglich.

Katastrophen-Anleihen hatten zuletzt den größten Marktanteil unter den Instrumenten der Verbriefung von Versicherungsrisiken.¹² Eingesetzt werden auch diese Anleihen in erster Linie durch Erst- und Rückversicherungsunternehmen zur Ergänzung oder als Alternative zur traditionellen Rückversicherung beziehungsweise Retrozession.¹³ Aber auch für das Risk-Management der Unternehmen anderer Branchen kann die Emission eines Cat Bonds ein geeignetes Instrument darstellen. So sicherte sich 1999 die Betreibergesellschaft des Disneyland Tokio durch Ausgabe eines Bonds gegen die Ertragseinbußen infolge eines Erdbebens ab.¹⁴

Manche der bisher ausgegebenen Katastrophen-Anleihen binden, wie Versicherungsverträge, die bedingte Leistung an die individuelle Schadenhöhe des betreffenden Unternehmens aus den jeweils abgedeckten Naturkatastrophen. Ausgestaltet werden kann eine Anleihe zum Beispiel in der Weise, dass keine oder eine reduzierte Verzinsung erfolgt sowie gegebenenfalls Teile des investierten Kapitals nicht zurückgezahlt werden und somit die Beträge dem risikoabgebenden Unternehmen zufließen, sofern dessen Schadenhöhe einen vorgegebenen Wert erreicht. Selbstverständlich können mehrere solche Schwellenwerte definiert werden, an die dann Auszahlungen in unterschiedlicher Höhe gekoppelt sind. Als ein Beispiel für einen Cat Bond auf der Basis unternehmensindividueller Schäden sei die von USAA, einem Versicherer amerikanischer Militärangehöriger, ausgegebene Anleihe ange-

¹¹ Vgl. Müller (2000), S. 216 f.; Laster/Raturi (2001), S. 5. Dennoch lässt sich vermuten, dass derivative Instrumente mittelfristig durchaus eine wesentliche Rolle für den Transfer von Katastrophenrisiken spielen werden (vgl. Laster/Raturi (2001), S. 17). Momentan finden derartige Derivate in einem sehr ähnlichen Feld Beachtung, dem Hedging von Wetterrisiken. Zunehmend versuchen Unternehmen, deren Umsätze, wie z.B. im Fall eines Energieversorgers, stark von den Wetterbedingungen beeinflusst werden, sich gegen diese Risiken mit Hilfe von Wetterderivaten abzusichern (vgl. Müller (2000), S. 217 ff.).

¹² Vgl. Laster/Raturi (2001), S. 19.

¹³ Als Retrozession bezeichnet man die Rückversicherung eines Rückversicherungsunternehmens.

¹⁴ Vgl. Müller (2000), S. 215 f.

führt.¹⁵ Es erscheint recht einleuchtend, warum sich in diesem Fall die Verwendung eines Marktschadenindex wohl als ungeeignet erwiesen hätte: Die Versicherungsnehmer von USAA sind geographisch auf die unmittelbare Umgebung von Militärstützpunkten konzentriert: Die individuelle Schadenentwicklung dieses Versicherers wäre also nicht repräsentativ für den Markt, das heißt die Korrelation zwischen Index und individuellen Schäden wäre gering und damit ein Bond auf der Basis eines Marktindex als Hedging-Instrument nur wenig hilfreich.

Marktschadenindizes sind als Grundlage eines Cat Bonds oder anderer Formen der Risikoverbriefung aus Sicht eines Versicherers offenbar dann geeignet, wenn das individuelle Portefeuille in seiner Struktur die Gesamtheit aller auf dem Markt versicherten Risiken nachbildet. Der entscheidende Vorteil eines Index als Bezugsgröße beziehungsweise Trigger besteht neben den Möglichkeiten der Standardisierung der Finanztitel vor allem darin, dass im Vergleich zu individuellen Größen die Möglichkeiten der Einflussnahme eingeschränkt werden.¹⁶

Völlig ausgeschlossen werden die Möglichkeiten der Manipulation, wenn als Auslösemechanismus bei der Verbriefung von Naturkatastrophen technische Parameter fungieren (parametrischer Trigger), die ein Naturereignis beschreiben. So kann bei der Absicherung von Erdbebenrisiken der Auslöser zum Beispiel in einer bestimmten Erdbebenstärke auf der Richterskala bestehen, festgestellt in einem vertraglich spezifizierten Gebiet und in einer bestimmten Beobachtungsperiode.¹⁷ Die Eignung solcher Parameter ergibt sich aus ihrer Korrelation mit den Ereignisfolgen. Im Vergleich zu einem Marktschadenindex haben parametrische Trigger den entscheidenden Vorteil, dass die realisierten Werte zumeist unmittelbar nach Eintritt des Ereignisses zur Verfügung stehen, während es bei der Ermittlung der Indizes vor allem wegen langer Abwicklungsdauern typischerweise zu deutlichen Verzögerungen kommt.¹⁸

¹⁵ Vgl. Doherty (1997), S. 197 f.

¹⁶ Vgl. hierzu genauer Kapitel 3.

¹⁷ Ein weiterer Ansatz besteht in der Verwendung so genannter modellierter Trigger. Dabei wird im Falle des Eintritts einer Naturkatastrophe auf der Basis beobachteter Parameter mit Hilfe einer Simulation eine Schätzung des individuellen Schadens des risikoabgebenden Unternehmens generiert. Sofern das Modell ex ante vollständig spezifiziert wird, ist diese Größe ebenfalls nicht manipulierbar.

¹⁸ Parametrische Trigger werden typischerweise auch bei der Verbriefung von Wetterrisiken (vgl. Fn. 11) eingesetzt. Hier eignen sich vor allem die Temperatur oder auch die Regenmenge als Bezugsgrößen. Als Beispiel sei eine Transaktion genannt, die kürzlich von einem deutschen Energieversorgungsunternehmen, dem Elektrizitätswerk Dahlenburg, durchgeführt wurde, das sich gegen übermäßigen Regenfall absicherte.

3. Aspekte einer ökonomischen Beurteilung der Verbriefung von Versicherungsrisiken

Eine Risikoverbriefung kann auf sehr unterschiedliche Art und Weise vorgenommen werden. Entsprechend hängt auch die ökonomische Beurteilung eines solchen Instruments selbstverständlich von der konkreten Ausgestaltung, insbesondere der institutionellen Umsetzung, ab. An dieser Stelle soll es nicht um die Details der Realisierung solcher Transaktionen gehen;¹⁹ vielmehr werden im Folgenden einige zentrale Merkmale angesprochen, die je nach Ausprägung mehr oder weniger deutliche Unterschiede zwischen dem Risikotransfer über die Finanzmärkte und traditionellem Versicherungsschutz definieren.²⁰

Ein Argument für die Verbriefung von Versicherungsrisiken ergibt sich aus der Tatsache, dass durch diese ein wirksames Instrument zur Bekämpfung des *moralischen Risikos* am Markt eingeführt worden ist.²¹ Ein typischer Versicherungsvertrag ist derart gestaltet, dass die bedingten Zahlungsverpflichtungen des Versicherers unmittelbar an den Umfang der zufallsbestimmten Höhe eines Schadens gekoppelt werden, so dass – zumindest, soweit in objektivierbarer Weise ein monetäres Äquivalent des zu versichernden Nachteils bestimmbar ist – die Versicherungsleistung vollständig mit dem Schaden korreliert werden kann. Dies führt aber auch dazu, dass moralisches Risiko eines der zentralen Probleme auf Versicherungsmärkten darstellt;²² denn versicherte Risiken können in den meisten Fällen durch die Versicherungsnehmer beeinflusst werden, wobei Letztere häufig größere nicht beobachtbare Verhaltensspielräume besitzen. Es kommt somit zu versicherungsinduzierten Verhaltensänderungen. Dies gilt für viele Bereiche der Erstversicherung, aber auch und besonders für die im Kontext von Katastrophenrisiken wichtigen Vertragsbeziehungen zwischen einem Erst- und einem Rückversicherer.²³

Viele Kunden dieses Unternehmens stammen aus dem landwirtschaftlichen Bereich und benötigen große Energiemengen für ihre Bewässerungssysteme, wenn die Regenmenge nicht ausreicht.

¹⁹ Hierfür sei auf die einschlägige Literatur, insbesondere auf die in Fußnote 1 genannten Quellen, verwiesen.

²⁰ Für eine Einführung in den Vergleich von Risikoverbriefung und Versicherung siehe vor allem auch Doherty (1997); Froot (1997); Albrecht/Schradin (1998); Croson/Kunreuther (2000).

²¹ Vgl. zu diesem Aspekt Doherty/Richter (2001).

²² Vgl. zum moralischen Risiko auf Versicherungsmärkten Holmström (1979); Shavell (1979) oder Nell (1993).

²³ Der Erstversicherer ist verantwortlich für die Selektion und das Monitoring seiner Versicherungsnehmer. Ferner übernimmt der Erstversicherer die Regulierung der Schäden. Da eine vollständige Überwachung dieser Tätigkeiten durch einen Rückversicherer unmöglich bzw. prohibitiv teuer wäre, ist auch dieses Vertragsverhältnis typischerweise durch Informationsasymmetrie gekennzeichnet, so dass in der Regel mit wachsendem Rückversicherungsschutz die Sorgfalt des Erstversicherers bei der Durchführung der genannten Tätigkeiten abnimmt.

Im Gegensatz zur Versicherung wird, wie im vorangegangenen Abschnitt erläutert, im Rahmen der Verbriefung von Risiken die bedingte Zahlung zu Gunsten des emittierenden Unternehmens oft nicht direkt an dessen Schadenhöhe gebunden, sondern durch eine andere Zufallsgröße ausgelöst, die mit dem individuellen Schaden aber korreliert ist.²⁴ Durch Verwendung eines parametrischen Triggers oder eines Marktschadenindex wird das Problem des moralischen Risikos ausgeschaltet beziehungsweise reduziert. Die Möglichkeiten der Einflussnahme des Versicherten darauf, ob und gegebenenfalls in welcher Höhe eine Zahlung fällig wird, entfallen oder beschränken sich auf den Anteil, mit dem der individuelle Schadenverlauf zum betreffenden Index beiträgt. Allerdings lässt sich die Eindämmung des moralischen Risikos nicht kostenlos erreichen; denn typischerweise nimmt mit abnehmender Beeinflussbarkeit der zugrunde liegenden Zufallsgröße auch deren Passgenauigkeit ab. Eine bedingte Zahlung, die nicht unmittelbar an das abzusichernde Risiko gebunden ist, wird in der Regel kein perfektes Hedging-Instrument sein. Die resultierende Gefahr des Auseinanderfallens von Schadenhöhe und Deckung wird üblicherweise als *Basisrisiko* bezeichnet. Letzteres kann sich zum Beispiel in der Weise realisieren, dass die bedingte Kompensationsleistung in unzureichender Höhe fällig wird, wenn etwa die Stärke eines Erdbebens nicht ausreicht, um eine indexgebundene Deckung auszulösen, aber trotzdem nennenswerte Schäden im versicherten Bestand eines Erstversicherers verursacht werden. Andererseits ist es natürlich ebenso möglich, dass zum Beispiel die Leistung aus einem Cat Bond dem emittierenden Unternehmen zur Verfügung gestellt wird, obwohl dieses durch das auslösende Ereignis kaum getroffen wurde.

Ein weiterer Aspekt, der beim Vergleich von Lösungen des Alternativen Risikotransfers mit Erst- beziehungsweise Rückversicherungsdeckungen zu beachten ist, ist die Höhe der mit dem jeweiligen Instrument verbundenen *Transaktionskosten*. So lassen sich durch die Bindung an einen exogenen Index die im Zusammenhang mit Versicherungsvertragsverhältnissen üblicherweise nennenswerten Kosten der Schadenregulierung und des Monitoring vermeiden beziehungsweise reduzieren. Insbesondere sei in diesem Zusammenhang noch einmal auf die besonders problemlose und zeitsparende Ermittlung fälliger Leistungen bei Verwendung eines parametrischen Triggers verwiesen. Aber auch Kosten des

²⁴ Offensichtlich ist es nicht zwingend notwendig, Risikoverbriefungstransaktionen vorzunehmen, um einen derartigen Trigger verwenden zu können. Auch ein konventioneller (Rück)Versicherungsvertrag könnte die Kompensationszahlungen (gegebenenfalls teilweise) an eine mehr oder weniger exogene Zufallsvariable binden. Es bleibt jedoch festzuhalten, dass diese Art der Auslösemechanismen für bedingte Zahlungen eben durch die entsprechenden Instrumente aus dem Bereich des Alternativen Risikotransfers am Markt etabliert worden sind.

Absatzes fallen eventuell geringer aus, wenn der Risikotransfer direkt über die Finanzmärkte erfolgt.²⁵ Ferner wird zumeist argumentiert, Versicherungsrisiken seien nicht oder nur schwach mit dem Marktrisiko korreliert, so dass bei einer Verbriefung solcher Risiken der erwartete Profit für die Investoren nur geringe Risikoprämien enthalten müsse und daher dieses Instrument vergleichsweise günstig sei.^{26, 27} Zwar wird bisweilen angeführt, die erwartete Rendite bisher am Markt beobachteter Transaktionen habe offenbar signifikant oberhalb des risikofreien Zinses gelegen. Allerdings lässt sich dieses Phänomen wohl recht einfach dadurch erklären, dass die Emittenten außergewöhnlich hohe Renditen zusagten, um Investoren für diese neue Anlagemöglichkeit interessieren zu können. Es ist jedoch zu erwarten, dass bei zunehmender Standardisierung und einem wachsenden Marktanteil der Preis dieser Produkte deutlich abnehmen wird.²⁸

Wie bereits eingangs erwähnt, wird als ein zentraler Vorteil vieler Formen des alternativen Risikotransfers zumeist die Tatsache gesehen, dass diese bei geeigneter Ausgestaltung nicht mit einem *Ausfall-* bzw. *Kreditrisiko* behaftet sind.²⁹ Gerade die Konsequenzen von Naturkatastrophen bringen für Erst- und vor allem Rückversicherer, die diese Gefahren absichern, ein erhebliches Konkursrisiko und damit für die Versicherten ein erhöhtes Ausfallrisiko mit sich. Dies ist darauf zurückzuführen, dass die einzelnen versicherten Risiken für solche Anbieter in der Regel sehr stark positiv korreliert sind, da Katastrophenereignisse typischerweise zu so genannten Kumulschäden führen, also eine Vielzahl von Versicherungsnehmern gleichzeitig treffen. Während durch solche Ereignisse insbesondere die Solvenz kleinerer Erst- und Rückversicherer bedroht wird, so dass aus Sicht der Versicherten eine

²⁵ Ein weiterer Grund für hohe Kosten ist vor allem im Zusammenhang mit Großrisiken in der Risikoaversion der Anbieter von Versicherungsschutz zu sehen. Für den Bereich der Katastrophenrückversicherung weisen empirische Untersuchungen ausgesprochen hohe Preiszuschläge nach, die offenbar um so größer ausfallen, je höher der Haftungsbereich (Layer) des Rückversicherers liegt (vgl. Froot (1997), S. 5; Froot (2001), S. 539).

²⁶ Vgl. z.B. Litzenberger/Beaglehole/Reynolds (1996) oder Lewis/Davis (1998). Allerdings findet sich in der Literatur, z.B. bei Hogan/Nickerson (2000), auch die gegenteilige Auffassung, der zufolge zumindest größere Naturkatastrophen durchaus nennenswerte Rückwirkungen auf die Märkte haben, so dass in diesem Bereich nicht von einer besonders niedrigen Korrelation mit dem Marktrisiko gesprochen werden könne.

²⁷ Dieses Argument ist im Zusammenhang mit einem weiteren Punkt zu sehen, der z.B. von Froot (1999) hervorgehoben wird. Durch den Erwerb der Aktien eines Versicherungsunternehmens beteiligt sich ein Investor an dessen gesamter Risikosituation, insbesondere partizipiert er an allen versicherten Risiken wie auch am Kapitalanlageergebnis. Im Gegensatz dazu ermöglicht es die Verbriefung von Versicherungsrisiken, ganz gezielt bestimmte Risiken in das Portfolio des Investors zu nehmen. Insofern wird durch die Entkopplung von Risiken der Alternativenraum des Investors ausgedehnt.

²⁸ Außerdem wurde bei vielen der frühen Transaktionen im Bereich der Risikoverbriefung die Deckung an den individuellen Schadenverlauf gebunden. Für diesen Typ von Produkten, der aber nicht Gegenstand der weiteren Ausführungen ist, ergeben sich umfangreiche Transaktionskosten wie im Zusammenhang mit Versicherungslösungen bereits aus der Notwendigkeit des Monitoring (vgl. Cummins/Lalonde/Phillips (2000), S. 38).

²⁹ Vgl. z.B. Croson/Kunreuther (2000), S. 30 f.; Albrecht/Schradin (1998), S. 601 f.; Laster/Raturi (2001), S. 14.

vertraglich vereinbarte Kompensationszahlung im Bedarfsfall eventuell nicht zur Verfügung steht, lässt sich diese Gefahr durch den Einsatz von Risikoverbriefungsinstrumenten, insbesondere in der Form einer Katastrophen-Anleihe, vermeiden: Die Emission eines Cat Bonds ermöglicht ein Hedging ohne Ausfallrisiko, da die erforderlichen Mittel ex ante bereitgestellt werden.³⁰

Modelltheoretische Arbeiten zur Nachfrage nach Deckung, die durch die Verbriefung von Risiken generiert wird, beziehungsweise über die Wechselwirkungen zwischen derartigen Transaktionen und der Nachfrage nach Versicherungsschutz stellen in der ökonomischen Literatur zum Thema bisher eher die Ausnahme dar: So untersuchen Doherty/Mahul (2001) und Doherty/Richter (2001) die Abwägung zwischen moralischem Risiko und Basisrisiko, wenn zusätzlich zu einer indexabhängigen Deckung ein Versicherungsprodukt angeboten wird, welches das Basisrisiko ganz oder teilweise abdeckt. Es stellt sich unter anderem heraus, dass sich durch die Kombination der beiden Produkte die Alternativenmenge ausdehnen lässt und Effizienzverbesserungen erzielt werden können.^{31, 32} Während in den gerade angesprochenen Arbeiten eine Versicherungsdeckung eingeführt wird, die auf der Basis eines indexgebundenen Produkts definiert ist, betrachten Nell/Richter (2000) eine Situation, in der die beiden Instrumente voneinander unabhängig sind. Es wird die Abwägung zwischen erhöhten Transaktionskosten der Rückversicherung einerseits und dem Basisrisiko einer Katastrophen-Anleihe andererseits analysiert.

Das in dieser Arbeit verwendete Modell modifiziert den Ansatz aus Nell/Richter (2000) durch Einbindung des Ausfallrisikos. Die Existenz von Ausfallrisiko beeinflusst die Nachfrage nach Versicherungsschutz beziehungsweise die Gestalt des idealen Versicherungsvertrages, wie Schlesinger/Schulenburg (1987) und Doherty/Schlesinger (1990) nachweisen. Sie untersuchen die Robustheit von Ergebnissen der Versicherungsnachfragetheorie bei Berücksichtigung dieser Risikokomponente und zeigen, dass eine Reihe grundlegender

³⁰ Auch der Einsatz von Katastrophen-Optionen ist weitestgehend frei von Ausfallrisiken. Letztere beschränken sich in diesem Fall im Prinzip auf das Delkreder-Risiko des jeweiligen Gegenüber. Außerdem werden Verbindlichkeiten üblicherweise durch die Börse garantiert (vgl. Laster/Raturi (2001), S. 18).

³¹ Würde das Risiko vollständig abgegeben, so wäre es, wenn keine Preisunterschiede vorliegen, für das Ergebnis natürlich irrelevant, ob der Risikotransfer über eine Kombination der beiden Produkte oder nur durch einen Versicherungsvertrag erfolgt. Man beachte jedoch, dass ideale Versicherungsverträge bei moralischem Risiko eine echte Risikoteilung zwischen Prinzipal und Agent vorsehen.

³² Da das kombinierte Produkt auch durch einen Versicherer nachgebildet werden könnte, der die Entschädigung neben den individuellen Schäden des Versicherungsnehmers an eine mit diesen korrelierte exogene Zufallsgröße bindet, lassen sich die skizzierten Ergebnisse auch als Empfehlungen für die Produktgestaltung eines Versicherers interpretieren.

Ergebnisse nicht gültig bleibt. Eine neuere Arbeit zum Thema stammt von Cummins/Mahul (2000), die ein Versicherungsprodukt betrachten, das neben dem Kreditrisiko auch einem Basisrisiko unterliegt, da die Zahlung des Versicherers an einen exogenen Index gebunden ist. In diesem Beitrag soll es zwar auch um Wechselwirkungen zwischen diesen beiden Faktoren gehen, im Gegensatz zu Cummins/Mahul (2000) wird aber eine Situation betrachtet, in der Versicherung und Risikoverbriefung als alternative beziehungsweise einander ergänzende Instrumente eingesetzt werden, wobei die Risikoverbriefung nicht mit Kreditrisiko verbunden und die Versicherung keinem Basisrisiko ausgesetzt ist.

4. Das Modell

Betrachtet werden die Entscheidungen eines Unternehmens, das sich durch die Gefahr eines Schadens X bedroht sieht. Die Verteilung der (nicht-negativen) Zufallsvariablen X besitze die Dichtefunktion $f(x)$. Es wird angenommen, dass die unternehmerischen Entscheidungen gemäß dem Bernoulli-Prinzip den erwarteten Nutzen maximieren und durch risikoscheues Verhalten geprägt sind. Die entsprechende Risikonutzenfunktion u sei zweifach stetig differenzierbar und streng konkav ($u' > 0$, $u'' < 0$). Zur Begründung der Risikoaversionsannahme sei an dieser Stelle lediglich darauf hingewiesen, dass, wie insbesondere die Versicherungs- und Rückversicherungsmärkte zeigen, auch Unternehmen in nicht vernachlässigbarem Umfang an Möglichkeiten des Risikotransfers interessiert sind, eine Tatsache, die sich am überzeugendsten durch Risikoaversion erklären lässt.^{33, 34}

Wir nehmen an, dass zwei unterschiedliche Instrumente des Risikotransfers zur Verfügung stehen: Zum einen besteht die Möglichkeit, konventionellen (Rück)Versicherungsschutz nachzufragen, zum anderen kann durch Risikoverbriefung indexgebundene Deckung generiert werden.

³³ Für eine differenzierte Erörterung der Frage nach der Angemessenheit von Annahmen über die Risikoeinstellung im Zusammenhang mit unternehmerischen Entscheidungen siehe Nell/Richter (1996) oder Richter (1999), S. 53 ff. Während die Annahme der Risikoaversion im Hinblick auf das Entscheidungsverhalten von Individuen eine weithin akzeptierte Prämisse darstellt, wird in der Literatur bezüglich der Risikoeinstellung von Unternehmen häufig Risikoneutralität unterstellt. Zur Begründung wird typischerweise auf die Diversifikationsmöglichkeiten der Eigenkapitalgeber verwiesen (vgl. z.B. Doherty (1985), S. 465). Allerdings erweist sich dieses Argument als wenig überzeugend: So kann u.a. angeführt werden, dass sich ja bekanntermaßen selbst unter der Voraussetzung vollkommener Kapitalmärkte das Risiko eines Wertpapiers nur dann durch Diversifikation vollständig beseitigen lässt, wenn es keine systematische Komponente aufweist.

³⁴ Andere denkbare Motive sind z.B. die Verringerung der zu erwartenden Transaktionskosten eines möglichen Bankrotts oder steuerliche Anreize (vgl. Mayers/Smith (1982)).

Der Versicherungsvertrag wird charakterisiert durch die Entschädigungsfunktion $I(x)$, die den Ausprägungen x der Zufallsvariablen X die jeweilige Leistung des Versicherers zuordnet, durch die Versicherungsprämie Π_V sowie durch das mit den bedingten Zahlungen verbundene Ausfall- oder Kreditrisiko. Letzteres, also die Gefahr, dass im Falle eines Schadens die Deckung nicht zur Verfügung steht, weil der (Rück)Versicherer zahlungsunfähig ist, wird abgebildet durch die bedingten Wahrscheinlichkeiten des Zahlungsausfalls, gegeben die jeweilige Schadenhöhe x . Wir bezeichnen diese Wahrscheinlichkeit mit $1 - p_V(x)$. Entsprechend ist dann also $p_V(x)$ die Wahrscheinlichkeit, dass die Zahlung erfolgt, gegeben x . Es wird angenommen, dass die Funktion $p_V(x)$ stetig differenzierbar ist und monoton fällt ($p'_V(x) \leq 0$).

Diese Annahme bringt zum Ausdruck, dass typischerweise die Gefahr des Ruins des Versicherers in den für unsere Überlegungen relevanten Fällen mit dem individuellen Risiko des Versicherten korreliert ist.³⁵ Man betrachte etwa das Beispiel eines in erster Linie regional tätigen kalifornischen Erstversicherungsunternehmens, das sich vor allem gegen die katastrophalen Konsequenzen eines größeren Erdbebens absichern möchte. Ein solcher Erstversicherer muss davon ausgehen, dass die Wahrscheinlichkeit, mit der ein Rückversicherer die vertraglich vereinbarte Deckung tatsächlich auch zur Verfügung stellt, in seiner Schadenhöhe zumindest nicht wächst. Dies ist auf die Kumulgefahr im versicherten Bestand des Rückversicherers zurückzuführen: Die individuellen Schäden des betrachteten Erstversicherers werden stark mit den individuellen Schäden anderer Erstversicherer korrelieren. Die Kapazität des Rückversicherers wird also typischerweise gleichzeitig durch viele seiner Kunden in Anspruch genommen.

Entscheidend bestimmt wird das Ausmaß des Kreditrisikos, und vor allem auch die Gestalt der Funktion $p_V(x)$, nach diesen Überlegungen natürlich durch die regionale Diversifizierung im Bestand des Rückversicherers.³⁶ Im Grenzfall ist die Ausfallwahrscheinlichkeit konstant in x , also $p'_V(x) = 0 \forall x$.

³⁵ Schlesinger/Schulenburg (1987) und Doherty/Schlesinger (1990) modellieren den Schaden als zweipunktverteilt, so dass es in ihren Modellen für die Analyse der Versicherungsnachfrage bei Kreditrisiko keine entsprechende Annahme gibt. Die vereinfachende Prämisse eines zweipunktverteilten Schadens muss jedoch aufgegeben werden, wenn der optimale Versicherungsvertrag genauer charakterisiert werden soll.

³⁶ Selbstverständlich hängt die Gefahr des Ruins eines (Rück)Versicherungsunternehmens auch von anderen Faktoren als der Zusammensetzung des versicherten Bestandes ab. Von Bedeutung sind vor allem die Ausstattung des Unternehmens mit haftendem Kapital oder die eigene Rückversicherungs- bzw. Retrozessions-

Alle Marktteilnehmer seien über die einzelnen Risikokomponenten vollständig informiert, so dass insbesondere keine Probleme des moralischen Risikos auftreten. Außerdem wird angenommen, dass mit der Bereitstellung des Versicherungsschutzes wie auch der indexgebundenen Deckung keine Transaktionskosten verbunden sind. Insbesondere seien die Anbieter der entsprechenden Produkte risikoneutral. Diese Annahme stellt hier im wesentlichen eine Modellvereinfachung dar, die ermöglichen soll, dass sich die folgenden Überlegungen auf den Aspekt des Kreditrisikos konzentrieren können.³⁷ Ferner ist die Annahme eines risikoscheuen Nachfragers in Kombination mit einem risikoneutralen Anbieter eine in der Theorie der Versicherungsnachfrage nicht unübliche Modellkonstellation.³⁸

Die Versicherungsprämie entspricht unter den genannten Voraussetzungen auf einem Wettbewerbsmarkt dem Erwartungswert der Versicherungsleistungen:

$$(1) \quad \Pi_V = \int_0^{\infty} p_V(x) I(x) f(x) dx.$$

Der Preis für den Versicherungsvertrag ergibt sich also als der Erwartungswert der Zufallsgröße $I(X)$, korrigiert um einen Abschlag, der dem Ausfallrisiko Rechnung trägt.

Die indexgebundene Deckung, die alternativ oder ergänzend zum Versicherungsprodukt nachgefragt werden kann, sei wie folgt definiert: Es erfolgt eine Zahlung in Höhe von $C > 0$, wenn ein exogener Index Y , der mit X korreliert ist, ein Mindestniveau \bar{y} erreicht. Wir beschränken uns also auf den Fall einer Zufallsvariablen mit den zwei möglichen Ausprägungen 0 und C . Eine solche Vereinfachung scheint allerdings angesichts der Struktur typischer Produktlösungen in diesem Bereich unproblematisch. Eine Berücksichtigung der Möglichkeit mehrerer Trigger würde sicher die Analyse verkomplizieren, es kann aber davon ausgegangen werden, dass sich keine gravierenden Änderungen der Resultatstruktur ergeben würden.

politik. Diese Aspekte schlagen sich im hier betrachteten Modell gegebenenfalls in einer von X unabhängigen Komponente des Kreditrisikos, $(1 - p_V(0))$, nieder.

³⁷ Der Einfluss von Risikoaversion auf Seiten des (Rück)Versicherers wird ausführlich bei Nell/Richter (2000) untersucht. Sie betrachten, welchen Effekt unter dieser Voraussetzung die Verfügbarkeit indexgebundener Deckung auf die Struktur des optimalen Rückversicherungsvertrages hat, wenn das indexgebundene Produkt wiederum nicht mit Transaktionskosten verbunden ist. Das in der vorliegenden Arbeit vorgestellte Modell modifiziert den in Nell/Richter (2000) verwendeten Ansatz, indem einerseits ein transaktionskostenfreier (Rück)Versicherungsmarkt unterstellt und andererseits das Kreditrisiko einbezogen wird.

³⁸ Vgl. z.B. Rothschild/Stiglitz (1976).

Die Korrelation zwischen X und Y wird ausgedrückt durch die bedingten Wahrscheinlichkeiten

$$(2) \quad p_C(x) := P\{Y \geq \bar{y} | X = x\}.$$

$$\text{Es sei } \bar{p}_C =: E[p_C(X)] = \int_0^{\infty} p_C(x) f(x) dx.$$

Mit diesen Bezeichnungen beträgt der Preis für die indexgebundene Deckung auf einem Wettbewerbsmarkt ohne Transaktionskosten

$$(3) \quad \Pi_C = \bar{p}_C C.$$

Die weiteren Annahmen über die Funktion $p_C(x)$ sollen zunächst durch einige Vorüberlegungen zu Extremfällen motiviert werden: Betrachtet wird zunächst der Fall, dass $p_C(x)$ nicht von x abhängt ($p_C(x) \equiv \bar{p}$). Unter dieser Voraussetzung ist die indexgebundene Deckung unter Risikoallokationsgesichtspunkten sinnlos, denn ein solches Produkt würde lediglich durch zusätzliches Risiko die Situation des nachfragenden Unternehmens verschlechtern.

Wenn im Gegensatz hierzu ohne weitere Restriktionen diejenige indexabhängige Deckung mit zwei möglichen Ausprägungen bestimmt werden soll, die unter Risikoallokationsaspekten optimal wäre, würde sich diese wie folgt gestalten: Wegen des abnehmenden Grenznutzens, der die Risikonutzenfunktion eines risikoscheuen Entscheidungsträgers kennzeichnet, würde die Zahlung C bis zu einer bestimmten Schadenhöhe x mit Wahrscheinlichkeit $p_C(x) = 0$ ausgelöst, sie würde aber mit Sicherheit für alle darüber liegenden Schadenniveaus fällig werden.

Diese Eigenschaften allerdings wären nur dann zu erreichen, wenn sich die indexgebundene Deckung unmittelbar an die Schadenhöhe X koppeln ließe. Ein entsprechendes Produkt wäre jedoch wiederum eine klassische Versicherungslösung und würde insbesondere den gleichen Problemen moralischen Risikos unterliegen. Gerade in der Vermeidung dieser Schwierigkeiten liegt aber, wie eingangs erörtert wurde, einer der wesentlichen ökonomischen Gründe für eine Verbriefung von Versicherungsrisiken. Wir werden also auch diesen Extremfall im Folgenden nicht betrachten, sondern annehmen, dass die Funktion $p_C(x)$ stetig differenzierbar und monoton wachsend ist. Diese Eigenschaft wird weiter konkretisiert durch die Annahme, dass einerseits $p_C(x)$ für hinreichend kleine x verschwindet und dass andererseits $p_C(x) = 1$ gilt für hinreichend große x . Es existieren x_1 und x_2 ($x_1 < x_2$), so dass

$$\begin{aligned}
& p_C(x) = 0 & x \leq x_1 \\
(4) \quad & 0 < p_C(x) < 1 & x_1 < x < x_2 \\
& p_C(x) = 1 & x \geq x_2.
\end{aligned}$$

Wenn sich also individuelle tatsächliche Schäden in sehr geringer Höhe realisieren, ist es sehr unwahrscheinlich, dass ein Ereignis aufgetreten ist, das die indexabhängige Deckung auslöst. Werden Schäden unterhalb des Niveaus x_1 beobachtet, so ist die bedingte Wahrscheinlichkeit dieses Ereignisses sogar null. Mit zunehmender Schadenhöhe wächst jedoch die bedingte Auslösewahrscheinlichkeit. Werden schließlich extrem hohe Schäden ($x > x_2$) beobachtet, so kann mit Sicherheit davon ausgegangen werden, dass auch aus der Risiko-verbrieferung kompensierende Leistungen zur Verfügung stehen.

5. Ergebnisse

Unter den Bedingungen des im vorangegangenen Kapitel vorgestellten Modells kann das Optimierungsproblem des betrachteten Unternehmens wie folgt formuliert werden (dabei bezeichne W_1 das Anfangsvermögen):

$$\begin{aligned}
(5) \quad \max_{I(\cdot), C, \Pi_V} U := & \int_0^{\infty} [p_V(x)\{p_C(x)u(W_1 - \bar{p}_C C - \Pi_V - x + C + I(x)) \\
& + (1 - p_C(x))u(W_1 - \bar{p}_C C - \Pi_V - x + I(x))\} \\
& + (1 - p_V(x))\{p_C(x)u(W_1 - \bar{p}_C C - \Pi_V - x + C) \\
& + (1 - p_C(x))u(W_1 - \bar{p}_C C - \Pi_V - x)\}] f(x) dx
\end{aligned}$$

unter Beachtung von

$$(6) \quad \Pi_V = \int_0^{\infty} p_V(x) I(x) f(x) dx,$$

$$(7) \quad C \geq 0$$

und

$$(8) \quad I(x) \geq 0 \quad \forall x.$$

Sei Ω der Lagrange-Parameter für die Nebenbedingung (6). Um die Terme übersichtlich zu halten, wird außerdem folgende verkürzende Schreibweise verwendet:

$$\begin{aligned}
(9) \quad & W_2^{C,V}(x) := W_1 - \bar{p}_C C - \Pi_V - x + C + I(x) \\
& W_2^{nC,V}(x) := W_1 - \bar{p}_C C - \Pi_V - x + I(x) \\
& W_2^{C,nV}(x) := W_1 - \bar{p}_C C - \Pi_V - x + C \\
& W_2^{nC,nV}(x) := W_1 - \bar{p}_C C - \Pi_V - x.
\end{aligned}$$

Im Folgenden werden Eigenschaften optimaler Versicherungsverträge abgeleitet. Offenbar ist für Schadenhöhen mit $p_V(x) = 0$ eine optimale Höhe der Entschädigung nicht eindeutig definiert, sondern kann beliebig festgelegt werden, da annahmegemäß in diesen Bereichen der Schadenverteilung die Versicherung nicht zum Zuge kommt und somit die vereinbarte Deckung nicht entscheidungsrelevant ist. Wir betrachten daher die Funktion $I(x)$ für alle x mit $p_V(x) > 0$. Gemäß Kuhn/Tucker³⁹ ist

$$(10) \quad p_C(x)u'(W_2^{C,V}(x)) + (1 - p_C(x))u'(W_2^{nC,V}(x)) = \Omega$$

für x mit $I(x) > 0$ beziehungsweise

$$(11) \quad \begin{aligned} & p_C(x)u'(W_2^{C,V}(x)) + (1 - p_C(x))u'(W_2^{nC,V}(x)) \\ & = p_C(x)u'(W_2^{C,nV}(x)) + (1 - p_C(x))u'(W_2^{nC,nV}(x)) \leq \Omega, \end{aligned}$$

falls $I(x) = 0$ ist.

Von Interesse ist zunächst, wie die Existenz von Kreditrisiko die Versicherungsnachfrage beeinflusst, wenn keine indexgebundene Deckung angeboten wird beziehungsweise wenn es sich als optimal erweist, diese Deckung nicht nachzufragen. Es sei also in einem ersten Schritt $C = 0$. Unter dieser Voraussetzung vereinfachen sich (10) und (11) zu

$$(10') \quad u'(W_1 - \Pi_V - x + I(x)) = \Omega$$

und

$$(11') \quad u'(W_1 - \Pi_V - x) \leq \Omega.$$

Aus (10') folgt, dass der Grenznutzen für jedes x mit $I(x) > 0$ konstant ist, also

$$(12) \quad \frac{dI}{dx} = 1 \quad \text{wenn } I(x) > 0.$$

Da die zweite Ableitung der Nutzenfunktion negativ ist, nimmt der Ausdruck auf der linken Seite in (11') in x zu. Die optimale Entschädigungsfunktion ist somit von der Form

$$(13) \quad I(x) = \max(0, x - \hat{x})$$

mit $\hat{x} \geq 0$. Bis zum Betrag \hat{x} , das heißt im Bereich der so genannten Abzugsfranchise, wird keine Entschädigung gezahlt, für alle Schäden mit $x \geq \hat{x}$ haftet der (Rück)Versicherer unter Abzug von \hat{x} .

³⁹ Vgl. z.B. Chiang (1984), S. 722 ff.

Es ist nun zu untersuchen, ob sich die Lösung zu $\hat{x} = 0$ vereinfacht. Diese Frage stellt sich, weil ein zentrales Ergebnis aus den Modellen der Versicherungsnachfragetheorie gerade darin besteht, dass bei aktuarisch „fairer“ Prämie, wenn also die Prämie dem Erwartungswert der Schäden entspricht, und unter der Voraussetzung vollständiger Information Vollversicherung gewählt wird.⁴⁰ Wie der folgende Satz zeigt, bleibt dieses Resultat nicht erhalten, wenn Kreditrisiko eingeführt wird:⁴¹

Satz 1:

Ist $C = 0$, so gilt für den optimalen Versicherungsvertrag $I(x) = \max(0, x - \hat{x})$. Dabei ist

$$(14) \quad \hat{x} > 0 \Leftrightarrow \int_0^{\infty} p_v(x) f(x) dx < 1.$$

Beweis: Siehe Anhang.

Die Franchise ist somit genau dann positiv, wenn tatsächlich ein Kreditrisiko vorliegt. Vollständiger Versicherungsschutz wird nur dann nachgefragt, wenn die bedingte Wahrscheinlichkeit, dass Versicherungsschutz bei Eintritt des Schadens auch wirklich zur Verfügung steht, im Erwartungswert gleich eins ist, also allenfalls auf einer Nullmenge von eins abweicht.

Komplizierter gestaltet sich das Problem, wenn indexgebundene Deckung nachgefragt wird. Da sich über das Vorzeichen der ersten Ableitung des Ausdrucks auf der linken Seite in (11) nur unter zusätzlichen Bedingungen eine allgemeine Aussage machen lässt, kann hier nicht gefolgert werden, dass die Deckung für Schäden oberhalb einer Abzugsfranchise stets positiv ausfällt. Eine solche Aussage ist jedoch möglich für den Bereich der kleinen Schadenhöhen mit $p_C(x) = 0$.

Weitere Eigenschaften der Entschädigungsfunktion erhält man durch Differenzieren der durch (10) implizit definierten Funktion:

$$(15) \quad \frac{dI}{dx} = 1 - \frac{p'_C(x) \{u'(W_2^{C,V}(x)) - u'(W_2^{nC,V}(x))\}}{p_C(x)u''(W_2^{C,V}(x)) + (1 - p_C(x))u''(W_2^{nC,V}(x))} \leq 1.$$

⁴⁰ Vgl. vor allem Raviv (1979) und unter vielen anderen Borch (1960); Arrow (1963); Borch (1976).

⁴¹ Ein ähnliches Ergebnis findet sich für den dort verwendeten Modellrahmen auch bei Cummins/Mahul (2000). Sie machen jedoch keine Aussage darüber, ob sich die Lösung zu $\hat{x} = 0$ vereinfacht, wenn die Prämie „fair“ ist. Doherty/Schlesinger (1990) zeigen für den von ihnen betrachteten Fall eines zweipunktverteilten Schadens, dass bei „fairer“ Prämie kein vollständiger Versicherungsschutz gewählt wird, wenn – wie in dieser Arbeit unterstellt – die gesamte Deckung ausfällt. Sie betrachten außerdem den Fall, in dem die Deckung bei

Insbesondere ist also die Nettodeckung

$$(16) \quad N(x) := I(x) - x$$

somit monoton nicht wachsend.

Es ist festzuhalten, dass die Steigung der Entschädigungsfunktion auch negativ werden kann. Dies bestätigt die obige Feststellung, dass im idealen Risk-Management-Mix unter Umständen ein Versicherungsvertrag gewählt wird, bei dem sich Schadenhöhenbereiche mit positiver Deckung mit solchen ohne Deckung abwechseln.

Die Ergebnisse für den Fall $C > 0$ fasst der folgende Satz zusammen:

Satz 2:

Ist $C > 0$, so hat der optimale Versicherungsvertrag folgende Eigenschaften:

- a) *Ist $I(x) > 0$, dann gilt: $\frac{dI}{dx} < 1 \Leftrightarrow p'_C(x) > 0$*
- b) *$p_C(x) = 0 \Rightarrow I(x) = \max(0, x - \hat{x}), \hat{x} \geq 0$*

Diese Charakteristika sind intuitiv recht einleuchtend. Offensichtlich wird indexabhängige Deckung den Versicherungsschutz vor allem in den höheren Schadenbereichen ersetzen beziehungsweise ergänzen.⁴² Je nachdem, wie gut sich in den jeweiligen Bereichen der Schadenverteilung die indexabhängige Deckung als Substitut für den Versicherungsschutz eignet, verhält sich die Steigung der Entschädigungsfunktion. In den Bereichen, in denen der Grenznutzen des indexgebundenen Produkts null ist, wird eine marginale Erhöhung des Schadens vollständig durch die Versicherung kompensiert. Letzteres ist zumindest für sehr kleine und für sehr große Schadenhöhen der Fall. Immer jedoch, wenn $p'_C(x) > 0$ ist, wird im Gegensatz zum Fall ohne indexgebundene Deckung eine marginale Schadenerhöhung nicht vollständig gedeckt. Wie sich anhand von (15) erkennen lässt, fällt die Steigung der optimalen Entschädigungsfunktion um so geringer aus, je stärker sich ceteris paribus die Passgenauigkeit der indexgebundenen Deckung bei marginaler Änderung der Schadenhöhe verändert.

Konkurs des Versicherers nicht vollständig ausfallen würde, und zeigen, dass unter dieser Voraussetzung andere Ergebnisse und sogar eine Überdeckung möglich sind.

⁴² Dieses Ergebnis ist für ein Instrument, das zur Minderung des Ausfallrisikos eingesetzt wird, wenig überraschend; es sei hier aber auch deshalb festgehalten, weil es ein zentrales Resultat der Überlegungen von Nell/Richter (2000) für den vorliegenden Modellzusammenhang bestätigt.

Nach diesen Überlegungen bleibt zu klären, unter welchen Voraussetzungen überhaupt indexgebundene Deckung nachgefragt wird. Entsprechende Aussagen liefert der folgende Satz.

Satz 3:

Sei $P\{p_c(X) \neq \bar{p}_c\} > 0$. Dann gilt im optimalen Risk-Management-Mix:

$$(17) \quad C = 0 \Leftrightarrow \int_0^{\infty} p_V(x) f(x) dx = 1.$$

Beweis: Siehe Anhang.

Existiert kein Kreditrisiko, ist also etwa für jede Schadenhöhe $p_V(x) = 1$, so gibt es unter den Bedingungen dieser Arbeit keinen Grund für die Nachfrage nach indexgebundener Deckung, da die Möglichkeit besteht, sich durch Versicherung kostenlos des Risikos vollständig zu entledigen. Es wird vollständiger Versicherungsschutz ($I(x) = x$) gewählt und $C = 0$.

Sofern aber Versicherungsnahme mit einem Ausfallrisiko verbunden ist und sofern die indexgebundene Deckung überhaupt als Hedging-Instrument in Frage kommt ($P\{p_c(X) \neq \bar{p}_c\} > 0$), wird in jedem Fall $C > 0$ nachgefragt, das heißt die Verbriefung des Risikos verbessert den Risk-Management-Mix.

6. Schlussbemerkung

Gegenstand dieses Beitrags war die Funktion eines unmittelbaren Risikotransfers über die Finanzmärkte im Rahmen des Risk-Managements von Katastrophenrisiken. Offensichtlich kann die Nachfrage nach indexgebundener Deckung nur dann erklärt werden, wenn die entsprechenden Versicherungsmärkte Unvollkommenheiten aufweisen; denn sonst wäre es für ein risikoabgebendes Unternehmen nicht sinnvoll, ein Instrument einzusetzen, das stets mit einem Basisrisiko verbunden ist, sich also zum Hedging weniger gut eignet als Versicherungsschutz, der vollkommen auf die individuelle Risikosituation abgestimmt werden kann. Wird (Rück)Versicherungsschutz auf einem transaktionskostenfreien Wettbewerbsmarkt ohne Informationsasymmetrien und ohne Ausfallrisiko angeboten, so gibt es keinen Grund für eine indexabhängige Verbriefung der Risiken.

Insbesondere das Ausfallrisiko, also die Gefahr, dass eine vereinbarte Deckung im Schadenfall wegen Zahlungsunfähigkeit des Versicherers nicht zur Verfügung steht, ist wegen

der Gefahr der Schadenkumulierung bei Eintritt einer Naturkatastrophe jedoch ein charakteristisches Problem der Versicherung von Katastrophenrisiken. Der Risikotransfer über die Finanzmärkte hingegen kann in einer Weise vorgenommen werden, dass kein Ausfallrisiko besteht.

Die hier vorgestellten Überlegungen konzentrierten sich auf den Einfluss von Ausfall- und Basisrisiko auf optimale Risk-Management-Entscheidungen. Es wurde zum einen gezeigt, dass die Existenz von Ausfallrisiko die Struktur eines optimalen Versicherungsvertrages verändert. Ferner hat sich bei der Analyse des Trade-Offs zwischen Ausfall- und Basisrisiko herausgestellt, dass deutliche Wechselwirkungen zwischen der Nachfrage nach indexgebundener Deckung und dem optimalen Versicherungsarrangement bestehen. Wie unmittelbar einleuchtet, wird im Rahmen des idealen Risk-Management-Mix üblicherweise eine Risikoverbriefung die Versicherung vor allem im Bereich größerer Schäden ersetzen. In der Regel beeinflusst der Einsatz indexgebundener Deckung die Steigung der Entschädigungsfunktion des Versicherungsvertrages. Marginale Volldeckung ist lediglich dort möglich, wo die indexabhängige Deckung entweder mit Wahrscheinlichkeit null oder mit Sicherheit ausgelöst wird. Diese Resultate sind schon deshalb von besonderer Bedeutung, weil auch gezeigt wurde, dass bei Kreditrisiko indexgebundene Deckung in jedem Fall eingesetzt wird, wenn sie nicht völlig unabhängig vom abzusichernden Risiko ist.

Literatur

- Albrecht, Peter / König, Alexander / Schradin, Heinrich R. (1994), Katastrophenversicherungs-Terminkontrakte: Eine Finanzinnovation und ihre Bedeutung für die (Rück-)Versicherung, in: *Zeitschrift für die gesamte Versicherungswissenschaft*, 83. Jg., S. 633-682.
- Albrecht, Peter / Schradin, Heinrich R. (1998), Alternativer Risikotransfer: Verbriefung von Versicherungsrisiken, in: *Zeitschrift für die gesamte Versicherungswissenschaft*, 87. Jg., S. 573-610.
- Arrow, Kenneth J. (1963), Uncertainty and the Welfare Economics of Medical Care, in: *American Economic Review*, Vol. 53, S. 941-973.
- Bantwal, Vivek J. / Kunreuther, Howard C. (2000), A Cat Bond Premium Puzzle?, in: *Journal of Psychology and Financial Markets*, Vol. 1, S. 76-91.
- Belonsky, Gail / Laster, David S. / Durbin, David (1999), *Insurance-Linked Securities*, Zürich: Swiss Re.
- Berz, Gerhard (1999), Naturkatastrophen an der Wende zum nächsten Jahrhundert – Trends, Schadenpotentiale und Handlungsoptionen der Versicherungswirtschaft, in: *Zeitschrift für die gesamte Versicherungswissenschaft*, 88. Jg., S. 427-442.
- Borch, Karl (1960), The Safety Loading of Reinsurance Premiums, in: *Skandinavisk Aktuarietidskrift*, Vol. 43, S. 163-184.
- Borch, Karl (1976), Optimal Insurance Arrangements, in: *Astin Bulletin*, Vol. 8, S. 284-290.
- Chiang, Alpha C. (1984), *Fundamental Methods of Mathematical Economics*, 3. Aufl., Singapore.
- Cholnoky, Thomas V. / Zief, Joan H. / Werner, Elizabeth A. / Bradistilov, Rado S. (1998), *Securitization of Insurance Risk – A New Frontier*, Goldman Sachs Investment Research.
- Croson, David C. / Kunreuther, Howard C. (2000), Customizing Indemnity Contracts and Indexed Cat Bonds for Natural Hazard Risks, in: *Journal of Risk Finance*, Vol. 1, S. 24-41.
- Cummins, J. David / Doherty, Neil A. / Lo, Anita (1999), Can insurers pay for the ‘big one’? Measuring the capacity of an insurance market to respond to catastrophic losses, Working Paper 98-11-B, Financial Institutions Center, The Wharton School, University of Pennsylvania, Philadelphia.
- Cummins, J. David / Lalonde, David / Phillips, Richard D. (2000), The Basis Risk of Catastrophic-Loss Index Securities, Working Paper 00-22-B-B, Financial Institutions Center, The Wharton School, University of Pennsylvania, Philadelphia.
- Cummins, J. David / Mahul, Olivier (2000), Managing Catastrophic Risk with Insurance Contracts Subject to Default Risk, Working Paper.
- Doherty, Neil A. (1985), *Corporate Risk Management: A Financial Exposition*, New York u. a.
- Doherty, Neil A. (1997), Financial Innovation for Financing and Hedging Catastrophe Risk, in: Britton, Neil R. / Oliver, John (Hrsg.), *Financial Risk Management for Natural Catastrophes*, Proceedings of a Conference sponsored by Aon Group Australia Limited, Brisbane, S. 191-209.
- Doherty, Neil A. / Mahul, Olivier (2001), Mickey Mouse and Moral Hazard: Uninformative but Correlated Triggers, Working Paper, The Wharton School, University of Pennsylvania, Philadelphia.

- Doherty, Neil A. / Richter, A. (2001), Moral Hazard, Basis Risk and Gap Insurance, erscheint im Journal of Risk and Insurance.
- Doherty, Neil A. / Schlesinger, Harris (1990), Rational Insurance Purchasing: Consideration of Contract Nonperformance, in: Quarterly Journal of Economics, Vol. 105, S. 243-253.
- Durrer, Alex (Hrsg.) (1996), Insurance derivatives and securitization: New hedging perspectives for the US catastrophe insurance market, *sigma* no. 5/1996, Zürich: Swiss Re.
- Froot, Kenneth A. (1997), The Limited Financing of Catastrophe Risk: An Overview, Working Paper 6025, National Bureau of Economic Research (NBER) Working Paper Series, Cambridge.
- Froot, Kenneth A. (1999), The Evolving Market for Catastrophic Event Risk, in: Risk Management and Insurance Review, Vol. 3, S.1-28.
- Froot, Kenneth A. (2001), The market for catastrophe risk: a clinical examination, in: Journal of Financial Economics, Vol. 60, S. 529-571.
- Holmström, Bengt (1979), Moral Hazard and Observability, in: Bell Journal of Economics, Vol. 10, S. 74-90.
- Hogan, Arthur, Nickerson, David (2000), Does Zero-beta Accurately Measure Catastrophic Bond Risk?, Working Paper.
- Laster, David / Raturi, Mayank (2001), Capital market innovation in the insurance industry, *sigma* no. 3/2001, Zürich: Swiss Re.
- Lewis, Christopher M. / Davis, Peter O. (1998), Capital Market Instruments for Financing Catastrophe Risk: New Directions?, Working Paper.
- Litzenberger, Robert H. / Beaglehole, David R. / Reynolds, Craig E. (1996), Assessing Catastrophe Reinsurance-Linked Securities as a New Asset Class, in: Journal of Portfolio Management, Vol. 23, Special Issue: 76-86.
- Mayers, David / Smith, Clifford W. (1982), On the Corporate Demand for Insurance, in: Journal of Business, Vol. 55, S. 281-296.
- Müller, Eberhard (2000), Pluralität der Risikoabsicherungsinnovation, in: Zeitschrift für die gesamte Versicherungswissenschaft, Vol. 89, S. 193-223.
- Nell, Martin (1993), Versicherungsinduzierte Verhaltensänderungen von Versicherungsnehmern: Eine Analyse der Substitutions-, Moral Hazard- und Markteffekte unter besonderer Berücksichtigung der Krankenversicherung, Karlsruhe.
- Nell, Martin / Richter, Andreas (1996), Optimal Liability: The Effects of Risk Aversion, Loaded Insurance Premiums, and the Number of Victims, in: The Geneva Papers on Risk and Insurance, Vol. 21, S. 240-257.
- Nell, Martin / Richter, Andreas (2000), Catastrophe Index-Linked Securities and Reinsurance as Substitutes, Working Paper No. 56, Working Paper Series: Finance & Accounting, Johann Wolfgang Goethe-Universität, Frankfurt.
- Nell, Martin / Richter, Andreas (2001), Alternative Risk Transfer Mechanisms for Seismic Risks, in: Kleindorfer, Paul R. / Sertel, Murat R. (Hrsg.), Mitigation and Financing of Seismic Risks in Turkey: Turkish and International Perspectives, Dordrecht 2001, S. 237-253.
- Raviv, Artur (1979), The Design of an Optimal Insurance Policy, in: American Economic Review, Vol. 69, S. 84-96.

- Richter, A. (1999), Zu Funktion und Ausgestaltung von Haftungsregeln bei Risikoaversion – Eine ökonomische Analyse unter besonderer Berücksichtigung von Kumulrisiken und unvollkommenen Versicherungsmöglichkeiten, Karlsruhe.
- Rothschild, Michael D. / Stiglitz, Joseph E. (1976), Equilibrium in Competitive Insurance Markets: An Essay on the Economics of Imperfect Information, in: Quarterly Journal of Economics, Vol. 90, S. 629-649.
- Schlesinger, Harris / Schulenburg, J.-Matthias Graf v. d. (1987), Risk Aversion and the Purchase of Risky Insurance, in: Zeitschrift für Nationalökonomie, Vol. 47, S. 309-314.
- Shavell, S. (1979), On moral hazard and insurance, in: Quarterly Journal of Economics, Vol. 93, S. 541-562.
- Wagner, Fred (1997), Risk Securitization als alternatives Mittel des Risikotransfers von Versicherungsunternehmen, in: Zeitschrift für die gesamte Versicherungswissenschaft, 86. Jg., S. 511-552.
- Zanetti, Aurelia / Enz, Rudolf / Schweizer, Ulrich (2001), Natural catastrophes and man-made disasters in 2000: fewer insured losses despite huge floods, *sigma* no. 2/2001, Zürich: Swiss Re.

Anhang

Satz 1:

Ist $C = 0$, so gilt für den optimalen Versicherungsvertrag $I(x) = \max(0, x - \hat{x})$. Dabei ist

$$(18) \quad \hat{x} > 0 \Leftrightarrow \int_0^{\infty} p_V(x) f(x) dx < 1.$$

Beweis:

$I(x) = \max(0, x - \hat{x})$ wurde bereits bewiesen. Unter den Bedingungen des Satzes kann also das zu betrachtende Optimierungsproblem wie folgt formuliert werden:

$$(19) \quad \begin{aligned} \max U(\hat{x}) &= \int_0^{\hat{x}} u(W_1 - \Pi_V(\hat{x}) - x) f(x) dx \\ &+ \int_{\hat{x}}^{\infty} [p_V(x) u(W_1 - \Pi_V(\hat{x}) - \hat{x}) + (1 - p_V(x)) u(W_1 - \Pi_V(\hat{x}) - x)] f(x) dx \end{aligned}$$

mit

$$(20) \quad \Pi_V(\hat{x}) = \int_{\hat{x}}^{\infty} p_V(x) (x - \hat{x}) f(x) dx,$$

Es gilt

$$(21) \quad \Pi'_V(\hat{x}) = - \int_{\hat{x}}^{\infty} p_V(x) f(x) dx,$$

und

$$(22) \quad \begin{aligned} U'(\hat{x}) &= -\Pi'_V(\hat{x}) \int_0^{\hat{x}} u'(W_1 - \Pi_V(\hat{x}) - x) f(x) dx \\ &- (\Pi'_V(\hat{x}) + 1) \int_{\hat{x}}^{\infty} p_V(x) u'(W_1 - \Pi_V(\hat{x}) - \hat{x}) f(x) dx \\ &- \Pi'_V(\hat{x}) \int_{\hat{x}}^{\infty} (1 - p_V(x)) u'(W_1 - \Pi_V(\hat{x}) - x) f(x) dx \end{aligned}$$

Ist $\int_0^{\infty} (1 - p_V(x)) f(x) dx > 0$, so ergibt sich

$$(23) \quad \begin{aligned} U'(0) &> -\Pi'_V(\hat{x}) \int_0^{\infty} u'(W_1 - \Pi_V(0)) f(x) dx - \int_{\hat{x}}^{\infty} p_V(x) u'(W_1 - \Pi_V(0)) f(x) dx \\ &= -u'(W_1 - \Pi_V(0)) \int_{\hat{x}}^{\infty} \left(p_V(x) - \int_{\hat{x}}^{\infty} p_V(x) f(x) dx \right) f(x) dx = 0, \end{aligned}$$

so dass „ \Leftarrow “ bewiesen ist. Umgekehrt folgt $U'(0) = 0$, wenn $\int_0^{\infty} (1 - p_V(x)) f(x) dx = 0$.

QED

Satz 3:

Sei $P\{p_C(X) \neq \bar{p}_C\} > 0$. Dann gilt im optimalen Risk-Management-Mix:

$$(24) \quad C = 0 \Leftrightarrow \int_0^{\infty} p_V(x) f(x) dx = 1.$$

Beweis:

Es gilt

$$(25) \quad \frac{\partial U}{\partial C} = \int_0^{\infty} [p_V(x) \{p_C(x)(1 - \bar{p}_C)u'(W_2^{C,V}(x)) - (1 - p_C(x))\bar{p}_C u'(W_2^{nC,V}(x))\} \\ + (1 - p_V(x)) \{p_C(x)(1 - \bar{p}_C)u'(W_2^{C,nV}(x)) - (1 - p_C(x))\bar{p}_C u'(W_2^{nC,nV}(x))\}] f(x) dx$$

Wir betrachten

$$(26) \quad \left. \frac{\partial U}{\partial C} \right|_{C=0} = \int_0^{\infty} [p_V(x) \{p_C(x)(1 - \bar{p}_C) - (1 - p_C(x))\bar{p}_C\} u'(W_2^{C,V}(x)) \\ + (1 - p_V(x)) \{p_C(x)(1 - \bar{p}_C) - (1 - p_C(x))\bar{p}_C\} u'(W_2^{C,nV}(x))] f(x) dx \\ = \int_0^{\infty} (p_C(x) - \bar{p}_C) \{p_V(x) u'(W_2^{C,V}(x)) + (1 - p_V(x)) u'(W_2^{C,nV}(x))\} f(x) dx$$

Dieser Ausdruck ist offensichtlich gleich null, wenn $p_V(x)$ nur auf einer Nullmenge von eins verschieden ist; denn in diesem Fall ist gemäß Satz 1 $u'(W_2^{C,V}(x))$ für $C = 0$ konstant. Dies beweist „ \Leftarrow “.

Zu zeigen bleibt, dass (26) positiv wird, wenn $\int_0^{\infty} p_V(x) f(x) dx < 1$. Zu diesem Zweck wird gezeigt, dass der Inhalt der geschweiften Klammern im letzten Term in (26) in x streng wächst (wenn dies der Fall ist, werden in (26) die größeren Werte von $p_C(x)$ stärker gewichtet, so dass der Erwartungswert insgesamt positiv wird).

Sei also

$$(27) \quad h(x) := p_V(x) u'(W_2^{C,V}(x)) + (1 - p_V(x)) u'(W_2^{C,nV}(x))$$

Wegen $u'(W_2^{C,V}(x)) \leq u'(W_2^{C,nV}(x))$ und $N'(x) = I'(x) - 1 < 0$ ist

$$(28) \quad h'(x) := p'_V(x) u'(W_2^{C,V}(x)) + p_V(x) u''(W_2^{C,V}(x)) (I'(x) - 1) \\ - p'_V(x) u'(W_2^{C,nV}(x)) - (1 - p_V(x)) u''(W_2^{C,nV}(x)) > 0.$$

QED

Working Papers on Risk and Insurance

- No 3: **Andreas Richter**, Moderne Finanzinstrumente im Rahmen des Katastrophen-Risk-Managements – Basisrisiko versus Ausfallrisiko, September 2001
- No 2: **Martin Nell**, Managed Claims: Zur Notwendigkeit einer vertikalen Integration von Versicherungs- und Reparaturleistungen, August 2001
- No 1: **Martin Nell, Andreas Richter**, The Design of Liability Rules for Highly Risky Activities – Is Strict Liability the Better Solution?, June 2001

For orders please contact / Kontaktadresse für Bestellungen:

Prof. Dr. Martin Nell
Geschäftsführender Direktor des
Instituts für Versicherungsbetriebslehre
Von-Melle-Park 5
D-20146 Hamburg

Tel.: +49-(0)40-42838-4014

Fax: +49-(0)40-42838-5505

E-mail: martin.nell@rrz.uni-hamburg.de

<http://www.rrz.uni-hamburg.de/IfVBL/nell.htm>

Mit freundlicher Unterstützung des
Vereins zur Förderung der Versicherungswissenschaft in Hamburg e.V.