ECONSTOR
Make Your Publications Visible.

A Service of

ZBW Leibniz-Informationszentrum Wirtschaft
Leibniz Information Centre for Economics

Just, Tobias; Stephan, Patrick

Working Paper

Die seltsam stabile Größenstruktur deutscher Städte: Das Zipfsche Gesetz und seine Implikationen für urbane Regionen

Research Notes, No. 31

Provided in Cooperation with:
Deutsche Bank Research, Frankfurt am Main

Suggested Citation: Just, Tobias; Stephan, Patrick (2009) : Die seltsam stabile Größenstruktur deutscher Städte: Das Zipfsche Gesetz und seine Implikationen für urbane Regionen, Research Notes, No. 31, Deutsche Bank Research, Frankfurt a. M.

This Version is available at:
https://hdl.handle.net/10419/40633

Standard-Nutzungsbedingungen:

Die Dokumente auf EconStor dürfen zu eigenen wissenschaftlichen Zwecken und zum Privatgebrauch gespeichert und kopiert werden.

Sie dürfen die Dokumente nicht für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, öffentlich zugänglich machen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Sofern die Verfasser die Dokumente unter Open-Content-Lizenzen (insbesondere CC-Lizenzen) zur Verfügung gestellt haben sollten, gelten abweichend von diesen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

Terms of use:

Documents in EconStor may be saved and copied for your personal and scholarly purposes.

You are not to copy documents for public or commercial purposes, to exhibit the documents publicly, to make them publicly available on the internet, or to distribute or otherwise use the documents in public.

If the documents have been made available under an Open Content Licence (especially Creative Commons Licences), you may exercise further usage rights as specified in the indicated licence.

WWW.ECONSTOR.EU

Mitglied der Leibniz-Gemeinschaft

Research Notes 31

Working Paper Series

Deutsche Bank Research

Die seltsam stabile Größenstruktur deutscher Städte

Das Zipfsche Gesetz und seine Implikationen für urbane Regionen

3. Juni 2009

Die Größenstruktur der deutschen Städte folgt so wie in vielen anderen Ländern einer strengen Gesetzmäßigkeit: dem Zipfschen Gesetz. Es lässt sich ein statistisch signifikanter Zusammenhang zwischen der (logarithmierten) Einwohnerzahl einer Stadt und ihrem Rangplatz in einer nach der Größe sortierten Liste nachweisen. Dieser Zusammenhang – inklusive des geschätzten Koeffizienten – erweist sich als sehr stabil in der Zeit. In diesem Artikel wird die Zeit von 1700 bis heute untersucht.

Der Zusammenhang ist für Agglomerationen enger als für Städte. Dies ist plausibel, da Agglomerationen anders als Städte weniger durch zufällige Gebietszuschnitte festgelegt werden.

Es gibt starke Hinweise, dass das Zipfsche Gesetz nicht nur auf nationaler Ebene gilt, sondern auch auf der Ebene von Bundesländern und teilweise sogar auf noch tieferer regionaler Gliederungsebene.

Für regionale Bevölkerungsprognosen könnte daraus die zusätzliche Forderung nach Zipf-Konformität abgeleitet werden, denn die Prozesse, die zur Gültigkeit des Zipfschen Gesetzes führen, bleiben auch in schrumpfenden Regionen gültig.

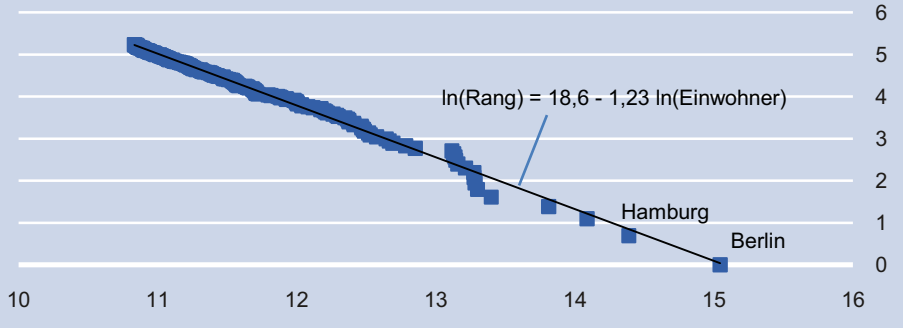
Für Immobilieninvestoren folgt zudem daraus, dass mittelgroße Standorte auch in Zukunft attraktiv bleiben können – trotz des insgesamt ungünstigen demografischen Ausblicks für Deutschland insgesamt. Innerhalb der oberen Abschneidegrenzen (z.B. für Städte größer 100.000 Einwohner) gilt das Zipfsche Gesetz nämlich dann, wenn es keine größenabhängigen Wachstumsunterschiede zwischen den Städten gibt. Das Gebot zur regionalen Streuung der Investition bliebe natürlich erhalten.

Dr. Tobias Just, Deutsche Bank Research, Frankfurt a.M. (tobias.just@db.com)

Patrick Stephan, Westfälische Wilhelms-Universität Münster (pat-stephan@t-online.de)

Schätzung des Zipf-Parameters für deutsche Städte, 2008

x-Achse: ln(Einwohner)
y-Achse: ln(Rang)



Quelle: Statistisches Bundesamt 2008, eigene Darstellung

www.dbresearch.de

Editor
Prof. Guido Spars
Universität Wuppertal
Prof. Wolfgang Maennig
Universität Hamburg

Advisory Committee
Peter Cornelius
AlpInvest Partners

Prof. Soumitra Dutta
INSEAD

Prof. Michael Frenkel
WHU - Otto Beisheim School of Management

Prof. Helmut Reisen
OECD Development Centre

Prof. Norbert Walter
Deutsche Bank Research

Deutsche Bank Research
Frankfurt am Main
Deutschland
Internet:www.dbresearch.de
E-Mail marketing.dbr@db.com
Fax: +49 69 910-31877

DB Research Management
Norbert Walter

Die merkwürdig stabile Größenstruktur der deutschen Städte

Das Zipfsche Gesetz und seine Implikationen für urbane Regionen

Tobias Just und Patrick Stephan

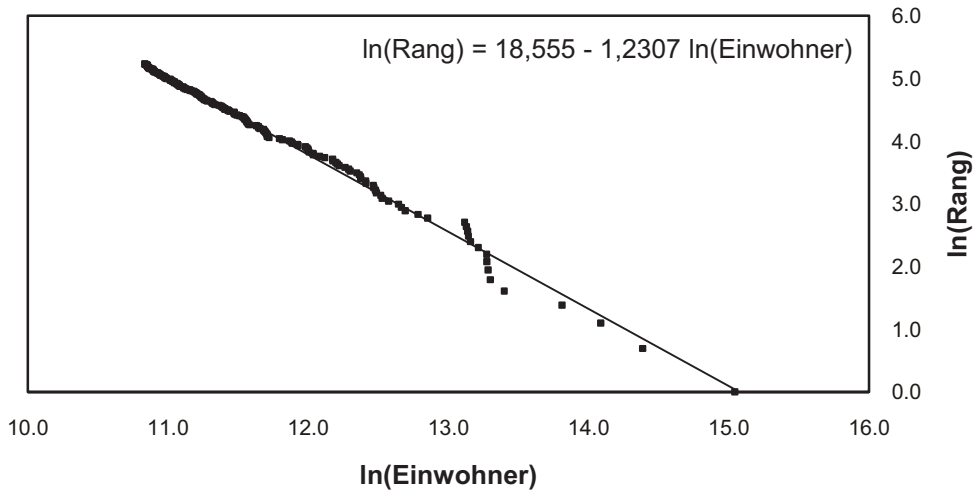
1 Einleitung

„Zipf's law for cities is one of the most conspicuous empirical facts in economics, or in the social sciences generally" (Gabaix, 1999a, S. 739). Eine solch kraftvolle Behauptung verlangt regelrecht danach, sich als Ökonom mit ihrem Gegenstand näher zu beschäftigen. Was hat es mit diesem so genannten Zipfschen Gesetz auf sich? Das Zipfsche Gesetz charakterisiert unter anderem die Größenstruktur des Städtesystems einer entsprechend abzugrenzenden Region. Deutschlands größte Stadt, Berlin, ist fast doppelt so groß wie die Nummer zwei, Hamburg, und hat ungefähr drei Mal so viele Einwohner wie München auf Platz drei. Dies allein wäre vielleicht noch nicht der Rede wert, wenn nicht das gesamte deutsche Städtesystem – oder zumindest das System der größeren Städte – einer festen statistischen Regelmäßigkeit folgen würde. Und auch dies ließe sich noch als deutsche Eigenart abtun. Doch das gleiche Phänomen lässt sich für viele andere Staaten und beliebige Zeitpunkte in der Vergangenheit beobachten. Es stellen sich zwei Fragen: Erstens handelt es sich hierbei lediglich um ein statistisches Artefakt oder steckt eine echte Gesetzmäßigkeit dahinter? Und zweitens was sind die ökonomischen Treiber für diese Regelmäßigkeit?

Nach dem in den Natur- und Sozialwissenschaften populären Zipfschen Gesetz gilt, dass sich der Rang einer Größe umgekehrt proportional zum Wert dieser Größe verhält. Es stellt damit ein so genanntes „power law" dar. In Bezug auf Städtelandschaften impliziert das Zipfsche Gesetz, dass das Produkt aus der Einwohnerzahl einer Stadt und ihrem Rang in der Liste der größten Städte konstant ist. *Abbildung 1* zeigt die lineare Beziehung zwischen dem (logarithmierten) Rang und der (logarithmierten) Einwohnerzahl der 150 größten deutschen Städte im Jahr 2008. Den Punkt auf der Abszisse bildet natürlich Berlin mit seinen 3,4 Mio. Einwohnern ($\ln(3{,}4\text{ Mio.}) \approx 15{,}0$). Die Güte der Anpassung der Gerade an die Punktewolke ist geradezu beängstigend. Hinzu kommt, dass die Steigung der Regressionsgerade nicht statistisch signifikant vom Wert (-1) ab-

weicht. Diese Eigenschaft, ein Steigungskoeffizient von (-1), ist ein weiteres Merkmal des Zipfschen Gesetzes.

Abb. 1: Schätzung des Zipf-Parameters für deutsche Städte im Jahr 2008



Quelle: Eigene Darstellung, Datenquelle: Statistisches Bundesamt (2008).

Sortiert man die Städte einer Region absteigend nach ihrer Einwohnerzahl, ist es freilich trivial, dass eine große Stadt einen niedrigeren Rang einnimmt als eine kleine Stadt. Die Existenz eines inversen Zusammenhangs zwischen diesen beiden Größen ist also tautologisch. Die Begründung für das gute lineare Verhältnis der logarithmierten Werte ist indes keineswegs trivial, und schon gar nicht, dass der Wert für die Steigung regelmäßig in der Nähe von (-1) liegt. Diese Gesetzmäßigkeit wird zum einen bereits in *Abbildung 1* deutlich und zeigt sich zum anderen in zahlreichen weiteren Studien (z.B. Gabaix und Ioannides, 2004).

Mittlerweile gibt es nicht nur umfangreiche Hinweise für die empirische Tragfähigkeit des Zipfschen Gesetzes für die Städtelandschaft, sondern es liegen auch zahlreiche theoretische Erklärungsversuche von Ökonomen vor. Gleichwohl ist nach wie vor keine abschließende Antwort auf die obigen Fragen gefunden. Einerseits beklagen die Kritiker des Zipfschen Gesetzes: „In general and on average, the rank-size rule simply does not hold" (Henderson, 1995, S. 391). Wie wir später noch zeigen werden, gilt diese Aussage jedoch nur in einer sehr engen Auslegung des Zipfschen Gesetzes. Andererseits erfreuen sich die Verfechter: „We are unused to seeing regularities this exact in economics – it is so exact that I find it spooky" (Krugman, 1996, S. 40). Für eine Zusammenfassung der relevanten ökonometrischen Befunde sei auf die umfassende Meta-Analyse von Nitsch (2004) verwiesen.

Aber nicht nur die bemerkenswerten statistischen Eigenschaften machen das Zipfsche Gesetz zu einem interessanten Untersuchungsgegenstand. Für Städte gibt es, wenn es denn tatsächlich Gültigkeit besitzt, auch Aufschluss über ihre Wachstumsdynamiken und Wachstumsgrenzen. Wenn diese Prozesse mit Hilfe des Zipfschen Gesetzes gut abgebildet und auch ökonomisch fundiert erklärt werden können, ließen sich ferner sogar Aussagen über die künftige Entwicklung von Städten bewerten. Regionale Bevölkerungsprognosen sollten dann zusätzlich dem Zipfschen Gesetz genügen.

Mit diesem Beitrag möchten wir die Diskussion über das Zipfsche Gesetz um zwei Facetten bereichern. Erstens prüfen wir, ob auch die deutsche Städtelandschaft dem Zipfschen Gesetz folgt. Für Deutschland liegen bisher nur wenige Analysen vor; in der Meta-Analyse von Nitsch (2004) findet sich keine Studie, die explizit deutsche Städte untersucht. Die Arbeit von Giesen und Suedekum (2009) ist natürlich zu jung für die Meta-Analyse von Nitsch. Giesen und Suedekum zeigen u.a., dass das Zipfsche Gesetz nicht nur für Deutschland insgesamt, sondern auch für zahlreiche Teilregionen gilt. Zweitens möchten wir auf die Bedeutung des Zipfschen Gesetzes für Bevölkerungsprognosen insbesondere unter Einbezug schrumpfender Regionen hinweisen. Denn gerade für diesen Aspekt ist die deutsche Städtelandschaft angesichts der Bevölkerungsabnahme vor allem im Osten prädestiniert.

Im Weiteren werden zunächst kurz der Ursprung und Erklärungsversuche des Zipfschen Gesetzes skizziert (*Kapitel 2*). Danach bereiten wir das Modell, das aus dem Zipfschen Gesetz für die Städtelandschaft folgt, für die ökonometrische Auswertung auf und gehen auf ausgewählte statistische Details ein (*Kapitel 3*). Im Anschluss stellen wir die empirischen Ergebnisse für Deutschland ausführlich dar und interpretieren diese (*Kapitel 4*). Darauf aufbauend werden ein kurzer Vergleich mit anderen europäischen Staaten angestellt *(Kapitel 5)* und wichtige Implikationen des Zipfschen Gesetzes abgeleitet (*Kapitel 6*). Abschließend fassen wir die Ergebnisse kurz zusammen (*Kapitel 7*).

2 Ursprung und Erklärungsversuche des Zipfschen Gesetzes

Das Zipfsche Gesetz geht ursprünglich auf den deutschen Geograph Felix Auerbach zurück. Auerbach machte bereits im Jahr 1913 die Beobachtung, dass das Produkt aus Rang und Einwohnerzahl für die größten Städte einer passend abzugrenzenden Region in etwa konstant ist. George Zipf (1949) übertrug diese Regelmäßigkeit auf weitere Ordnungskriterien und wurde so zum Namensgeber des Zipfschen Gesetzes.

Formal lässt sich das Zipfsche Gesetz für die Städtelandschaft wie folgt formulieren:

$$R_i = A \cdot E_i^{(-\beta)}, \qquad (1)$$

wobei R_i den Rang und E_i die Einwohnerzahl der i-ten Stadt bezeichnen. A und β stellen zu schätzende Konstanten dar. Zur Spezifikation eines einfachen linearen Regressionsmodells wird (1) durch Logarithmieren linearisiert und anschließend um den Störterm ε_i ergänzt:

$$ln(R_i) = \alpha - \beta \cdot ln(E_i) + \varepsilon_i, \quad (2)$$

wobei $\alpha = ln(A)$ und der Kleinste-Quadrate-(KQ-)Schätzer für β, $\hat{\beta}$, gegen den wahren Wert konvergiert, d.h. konsistent ist.[1]

Das Zipfsche Gesetz wird in der Regel auf das Gesetz von Gibrat (1931) zurück geführt.[2] Das Gesetz von Gibrat geht davon aus, dass das relative Wachstum einer Größe (z.B. eines Unternehmens oder einer Stadt) unabhängig von der Niveaugröße selbst ist. In Bezug auf die fixe Anzahl von Städten einer entsprechend abzugrenzenden Region folgt daraus, dass diese Städte zwar stochastisch, im Mittel aber (ungefähr) gleich schnell wachsen bzw. schrumpfen.[3] Ferner ist nach dem Gesetz von Gibrat auch die Standardabweichung der periodischen Wachstumsraten für alle Städte (ungefähr) gleich. Wenn sich Städte also unabhängig von ihrer Größe mit derselben Wachstumsrate und derselben Standardabweichung der Wachstumsraten entwickeln, so konvergiert die Verteilung der Stadtgrößen gegen die Zipfsche Verteilung (Gabaix, 1999a, S. 744). Der Gibrat-Prozess liefert also sehr unterschiedlich große Städte, ebenso wie er zu sehr unterschiedlich hohen Einkommen oder Vermögen in einer Volkswirtschaft führt.

Dies hat jedoch einen unschönen empirischen Haken: Gerade für Schwellenländer lässt sich zeigen, dass die Grundannahme für den Gibrat-Prozess – nämlich dass die Wachstumsraten von Städten von deren Größen unabhängig sind – häufig verletzt wird (z.B. Just und Thater, 2008). Kleinere Städte wachsen in Schwellenländern oftmals schneller als die etablierten großen Städte. Für Industriestaaten scheint es stärkere Hinweise für Gibrat-Prozesse zu geben (Glaeser, Scheinkman und Shleifer, 1995). Wahrscheinlich braucht es einfach Zeit, bevor die Gibrat-Prozesse die Gültigkeit des Zipfschen Gesetzes zulassen. Zudem lässt sich zeigen, dass die Standardabweichung der

[1] Genau genommen lautet das Zipfsche Gesetz: Die Wahrscheinlichkeit, dass die Größe einer Stadt ($Size$) größer ist als eine beliebige Größe S, verhält sich proportional zu $1/S$: $P(Size > S) = \alpha/S^{\beta}$, wobei α eine positive Konstante darstellt und $\beta = 1$. Letztlich ist (1) bzw. (2) also nur eine Approximation des Zipfschen Gesetzes.

[2] Z.B. urteilt Córdoba (2008): „Gibrat's Law is not *an* explanation […] but it is *the* explanation [of Zipf's Law]."

[3] Das Zipfsche Gesetz gilt (theoretisch) auch für Regionen mit zunehmender (abnehmender) Anzahl an Städten, solange die Wachstumsrate (Schrumpfungsrate) der Anzahl (absolut) kleiner als die Wachstumsrate (Schrumpfungsrate) der Einwohnerzahl ist. Üblicherweise wird vermutet, dass diese Bedingung erfüllt ist (Gabaix, 1999a, S. 751f.).

Wachstumsraten für kleine Städte ebenfalls größer ist als die für große Städte. Zwar gibt es ein paar kleine Städte mit sehr hohen Wachstumsraten. Solche Städte tauchen dann nach einiger Zeit in Statistiken der mittleren Städte auf. Die sehr kleinen und kaum wachsenden Städte indes bleiben außerhalb solcher Statistiken.[4] Die Zahl der kleineren Städte (sowie die Zahl der Einwohner in diesen) wüchse demnach nicht deswegen schneller als die Zahl großer Städte, weil ihre mittlere Wachstumsrate so hoch ist, sondern weil ihre Standardabweichung so groß ist und es Einteilungsgrenzen in den Städtestatistiken gibt. Erfasst man z.B. nur die Ortschaften mit mehr als 20.000 Einwohnern, wird der Mittelwert der kleineren Städte dadurch verzerrt, dass die schrumpfenden Städte, die unter diese Grenze fallen, im Weiteren nicht mehr erfasst werden. Es würden nur die vergleichsweise erfolgreichen, wachsenden Städte berücksichtigt. Deren mittlere Wachstumsrate ist dann naturgemäß auf Grund der künstlichen Beschränkung der Grundgesamtheit auch überdurchschnittlich hoch.

Es lässt sich auch zeigen, dass für die Gültigkeit des Zipfschen Gesetzes nicht zwangsläufig auf einen Gibrat-Prozess rekurriert werden muss – zumindest nicht zu jedem Zeitpunkt. Es genügt, wenn die Wachstumsraten von Städten hinreichend schnell konvergieren (*mean-reversion*). Das bedeutet, dass die kleinen, besonders erfolgreichen Städte in der Tat überdurchschnittlich stark wachsen können, sich aber nach einer ersten Expansionsphase dem mittleren Wachstumsprozess annähern müssen (Gabaix und Ioannides, 2004). Der Unterschied zwischen den skeptischen Empirikern à la Henderson und den beeindruckten Empirikern à la Krugman wäre mithin nur eine Frage zwischen kurzer und langer Frist. Diese zeitliche Abfolge wäre dann auch besser mit der Literatur von Spillover-Effekten vereinbar. Demnach bilden sich Wachstumskerne heraus, weil Wissen und Fertigkeiten schneller innerhalb enger regionaler Grenzen diffundieren. Es gibt dann positive Externalitäten für die nähere Umgebung. Dies könnte dann zu nachhaltigen Produktivitäts- und Wachstumsunterschieden zwischen Regionen führen (vgl. für einen Literaturüberblick zu den Spillover-Effekten Döring und Schnellenbach, 2004). Im Widerspruch zu den Gibrat-Prozessen steht dies jedoch nicht, denn die Produktivitätsschocks und die damit verbundenen regional begrenzten positiven Externalitäten können zufällig verteilt sein solange weder die Schocks noch die Externalitäten über- oder unterproportional sind, könnten auch solche Spillover-Effekte zipfkonform sein.

Zudem hilft der Verweis auf Gibrat ohnehin nur bedingt weiter, da er die Erklärungsnot lediglich auf ein anderes Gesetz verlagert. Die Frage wäre dann nicht, warum

[4] Daher ist der Zipfsche Zusammenhang auch stärker, wenn man sehr kleine Städte außen vor lässt. Häufig wird als Abschneidegrenze eine Einwohnerzahl von 100.000 Personen gewählt (Giesen und Suedekum, 2009). Wir zeigen im Folgenden, warum eine Abschneidegrenze für Deutschland sinnvoll ist, auch wenn es hierfür nur einfache Heuristiken gibt.

die Verteilung der Städte dem Zipfschen Gesetz folgt, sondern warum die Entwicklung in der Regel gemäß des Gesetzes von Gibrat abläuft. Eine einleuchtende und stabile Erklärung liefert Gabaix (1999a). Er beschreibt einen Prozess, in dem die Wachstumsraten unabhängigen und gleichverteilten Schocks unterworfen sind (*amenity-shocks*). Solche Schocks können von Politikmaßnahmen (z.B. Steuern, öffentliche Güter) oder von Naturereignissen rühren. Wichtig ist allein, dass die Schocks größenunabhängig und gleichverteilt erfolgen. Dann werden Menschen in jene Städte wandern, die gerade von solchen positiven Schocks begünstigt werden, bzw. von jenen fort ziehen, die belastet sind. Es kommt dann zu einem Ausgleich der mit den Annehmlichkeiten (*amenities*) bewerteten Löhne zwischen den Städten. Am Ende entsteht nicht nur ein Gibrat-Prozess, sondern auch eine Zipfsche Verteilung der Stadtgrößen. Eine besondere Form eines amenity-Schocks bildet sicherlich die Kür zur Hauptstadt eines Landes. Tatsächlich liegt die Hauptstadt in vielen Ländern auch in der größten Agglomeration. Es gibt jedoch auch Gegenbeispiele; wir kommen auf diesen Aspekt noch einmal zurück.

In unserem Beitrag geht es aber weniger um die theoretische Fundierung, sondern um die empirische Analyse des Zipfschen Gesetzes für die deutsche Städtelandschaft. Für weitere alternative Erklärungsansätze des Zipfschen Gesetzes sei auf Carroll (1982) sowie Suarez-Villa (1988) verwiesen. Eine ausführliche Behandlung der Bedeutung des Gesetzes von Gibrat für das Zipfsche Gesetz findet sich auch bei Gabaix und Ioannides (2004) und insbesondere auch Duranton (2007). Duranton verbindet in seinem Aufsatz drei zentrale Momente im Städtebildungsprozess: Erstens verändern Industrien innerhalb einer Stadt rasch ihre Standorte (the fast), zweitens ändern Städte in der Hierarchie der Städte nur sehr langsam ihre Position (the slow) und drittens als Folge von Punkt zwei ist die Größenstruktur der Städte sehr stabil (the still). Typische Agglomerationsvor- und nachteile stehen diesem Dreiklang nicht entgegen.

Zudem zeigen Gan et al. (2006, S. 262), dass unterschiedliche Entwicklungspfade dann zu ähnlichen Größenstrukturen führen, solange es stochastische Elemente in der Entwicklung gibt, sprich solange eine Zufallsverteilung von Schocks angenommen wird: „The Zipf law's good fit is a statistical phenomenon; it does not require an economic theory that determines city-size distributions. Therefore, urban economists no longer need to consider the regularity of the urban size distribution as a puzzle and an embarrassment." Letztlich geht es hierbei darum, das seine Vielzahl von Verteilungen von Schocks zu ähnlichen Größenstrukturen führen kann. Im Vordergrund könnte dann die Empirie stehen; auf diese möchten wir im Folgenden fokussieren.

3 Zipf-Modell für die Städtelandschaft und statistische Details

Im Standardmodell zur Überprüfung des Zipfschen Gesetzes ist $ln(R_i)$ linear von $ln(E_i)$ abhängig. Dabei ist zu beachten, dass die Daten der abhängigen Variable definitorisch mit jenen der unabhängigen verbunden sind, was automatisch zu einer hohen, aber nicht unbedingt nahezu perfekten Korrelation zwischen $ln(R_i)$ und $ln(E_i)$ führt. Folglich ist das Bestimmtheitsmaß R^2, das den linearen Zusammenhang zwischen $ln(R_i)$ und $ln(E_i)$ misst, nur eingeschränkt geeignet, die Güte von (2) zu beurteilen.

Stattdessen sind vielmehr die absolute Steigung β und (mit Abstrichen) der Achsenabschnitt α heranzuziehen. Das Zipfsche Gesetz für die Städtelandschaft impliziert, dass $\beta = 1$, bzw. die Steigung (-1) entspricht. Ferner müsste A bzw. $e^{(\alpha/\beta)}$ (im Idealfall) die Einwohnerzahl der größten Stadt wiedergeben. Beide Hypothesen können mit Hilfe eines einfachen t-Tests überprüft werden.[5] Um die Einflussfaktoren der empirischen Güte des Zipfschen Gesetzes für die Städtelandschaft zu identifizieren, bieten sich Vergleiche zwischen (Kern-)Städten und Agglomerationen, verschiedenen Zeitpunkten der Datenerhebung (t) sowie unterschiedlichen Stichprobenumfängen (n) an.

Zwei wichtige Nachteile von (2) bestehen darin, dass β und der Standardfehler von $\hat{\beta}$ im Durchschnitt statistisch signifikant unterschätzt werden. Dies kann mit Hilfe von Monte-Carlo-Simulationen nachgewiesen werden (z.B. Gabaix und Ioannides, 2004, S. 2347). Die Unterschätzung von β ist darauf zurück zu führen, dass die besonders großen Städte einer Region dem Zipfschen Gesetz in der Regel weniger gut folgen. Ökonomisch liegt dies natürlich in erster Linie daran, dass die größte Stadt eines Landes sehr häufig Hauptstadt ist oder lange Zeit war. Es ist durchaus plausibel, dass Hauptstädte auf Grund des großen Gestaltungsspielraums überdurchschnittlich häufig von *amenity-shocks* profitieren können. In föderalen Strukturen hätten nach dieser Logik auch die Hauptstädte der großen Bundesländer häufiger solche positiven Schocks. Dies findet sich freilich stärker für den Agglomerationsraum der Hauptstadt als für die eng gesteckten Stadtgrenzen. Der Agglomerationsraum der Hauptstadt ist relativ größer als jene Agglomerationsräume kleinerer Städte. Daher ist β für Agglomerationen in der Regel (absolut) kleiner als für Städte im engeren Sinne (dazu später mehr). Allerdings heißt dies nicht, dass solche amenity shocks, die eine Hauptstadt begründet, auch immer ausreichen, um eine Hauptstadt zur größten Stadt des Landes zu machen. Gegenbeispiele

[5] Allerdings sollte die Hauptaufgabe jeder empirischen Arbeit darin bestehen, zu überprüfen, wie gut sich eine Theorie anhand von Daten nachvollziehen lässt, und nicht, ob eine Hypothese über die Kernaussage dieser Theorie durch einen Test abgelehnt wird. Denn verliert das Zipfsche Gesetz seinen Charme und seine Bedeutung, wenn $\hat{\beta}$ statistisch signifikant vom Referenzwert (1) abweicht, es aber offensichtlich einen starken und dauerhaften Zusammenhang zwischen $ln(R_i)$ und $ln(E_i)$ gibt?

sind z.B. Washington DC, Bern, Brasilia, Bonn für die alte Bundesrepublik oder Wiesbaden für das Land Hessen.

Die Begründung dafür, dass der wahre Standardfehler von $\hat{\beta}$ größer ist als der durch die KQ-Methode geschätzte, liefert die positive Autokorrelation der Störterme, die durch das Ranking der Städte nach ihrer Einwohnerzahl verursacht wird. Die Verletzung der Annahme unabhängiger Störterme hat zwar keine Auswirkung auf die Konsistenz von $\hat{\beta}$. Sie führt aber dazu, dass die Gültigkeit des Zipfschen Gesetzes für die Städtelandschaft anhand des t-Tests häufiger abgelehnt wird, als dies korrekterweise geschehen sollte. Für große n lässt sich der Standardfehler von $\hat{\beta}$, der der Autokorrelation der Störterme Rechnung trägt, wie folgt approximieren:

$$se(\hat{\beta}) = \hat{\beta} \cdot \sqrt{(2/n)}\,. \tag{3}$$

Alternativ zu (2) lässt sich das Zipfsche Gesetz für die Städtelandschaft auch anhand der KQ-Schätzung des reziproken Modells

$$ln(E_i) = \alpha^* - \beta^* \cdot ln(R_i) + \varepsilon_i^* \tag{4}$$

überprüfen, wobei die Testhypothesen, $\beta^* = 1$ und $e^{(\alpha^*/\beta^*)} = A$, analog zu den oben abgeleiteten lauten. Ferner konvergiert der KQ-Schätzer für β^*, $\hat{\beta}^*$, für große n und unter der Annahme, dass ein „power law“ mit Exponent β existiert, gegen das wahre $\beta^* = 1/\beta$. Das heißt, $\hat{\beta}^*$ ist konsistent. Allerdings ist $\hat{\beta}^*$ (spiegelbildlich zu $\hat{\beta}$) nach oben verzerrt. Zusätzlich ist der wahre Standardfehler von $\hat{\beta}^*$, $se(\hat{\beta}^*)$, größer als $se(\hat{\beta})$. Beides kann neuerlich mit Monte-Carlo-Simulationen gezeigt werden (z.B. Gabaix und Ioannides, 2004, S. 2347ff). Daher wird üblicherweise (2) gegenüber (4) vorgezogen.

Eine weitere Möglichkeit zur Überprüfung des Zipfschen Gesetzes für die Städtelandschaft ist der so genannte Hill-Schätzer $\hat{\beta}'$ für β aus (2). Unter der Annahme eines gültigen „power law“ ist $\hat{\beta}'$ ein Maximum-Likelihood-Schätzer und berechnet sich zu:

$$\hat{\beta}' = \frac{n-1}{\sum_{i=1}^{n-1} ln(E_i) - ln(E_n)} \tag{5}$$

mit dem nominalen Standardfehler

$$se(\hat{\beta}') = \hat{\beta}'^2 \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n-1}\left(i \cdot \left(ln(E_i) - ln(E_{i+1})\right) - 1/\hat{\beta}'\right)^2}{(n-2)\cdot(n-1)}}\,. \tag{6}$$

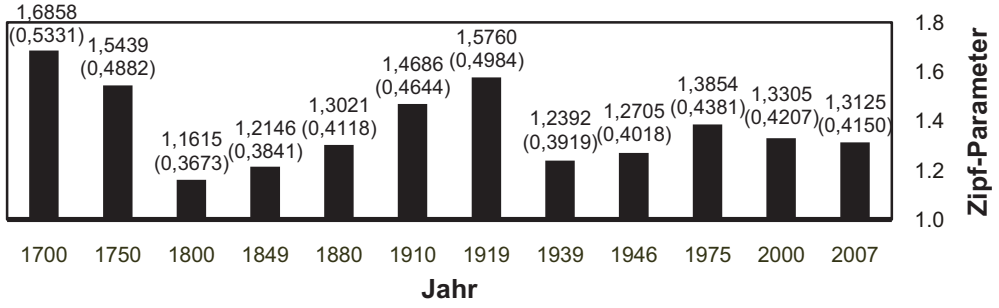
Allerdings können die Eigenschaften von $\hat{\beta}'$ bei endlichen Stichproben problematisch sein. Insbesondere ist $\hat{\beta}'$ weder erwartungstreu noch konsistent und $se(\hat{\beta}')$ kann den

wahren Standardfehler beträchtlich unterschätzen. Folglich ist (2) auch gegenüber (5) vorzuziehen und wird daher für unsere eigene empirische Auswertung verwendet.

4 Empirische Ergebnisse und Interpretation für Deutschland

Die Überprüfung des Zipfschen Gesetzes anhand der Einwohnerzahlen der (jeweils) 20 größten deutschen Städte zu ausgewählten Zeitpunkten zwischen 1700 und 2007 zeigt, dass alle $\hat{\beta}$-Werte nicht statistisch signifikant vom Referenzwert (1) abweichen.[6] Zwar liegen die geschätzten Zipf-Parameter immer (und zum Teil deutlich) darüber; auf Grund der vergleichsweise kleinen Stichprobe mit nur 20 Städten bleiben diese aber im Toleranzbereich. Das Zipfsche Gesetz wäre demnach für deutsche Städte seit mindestens 300 Jahren im Großen und Ganzen gültig und erweist sich auch gegen einschneidende Ereignisse wie die Reichsgründung, die zwei Weltkriege und die deutsche Wiedervereinigung als robust. *Abbildung 2* zeigt die Schätzergebnisse des (absoluten) Zipf-Parameters β im Detail. Die mit Hilfe von (3) geschätzten Standardfehler sind (hier und im Folgenden) in Klammern angegeben.

Abb. 2: Schätzungen des (absoluten) Zipf-Parameters für deutsche Städte, 1700-2007



Quelle: Eigene Darstellung, Datenquelle: Statistisches Bundesamt (div. Jg.).

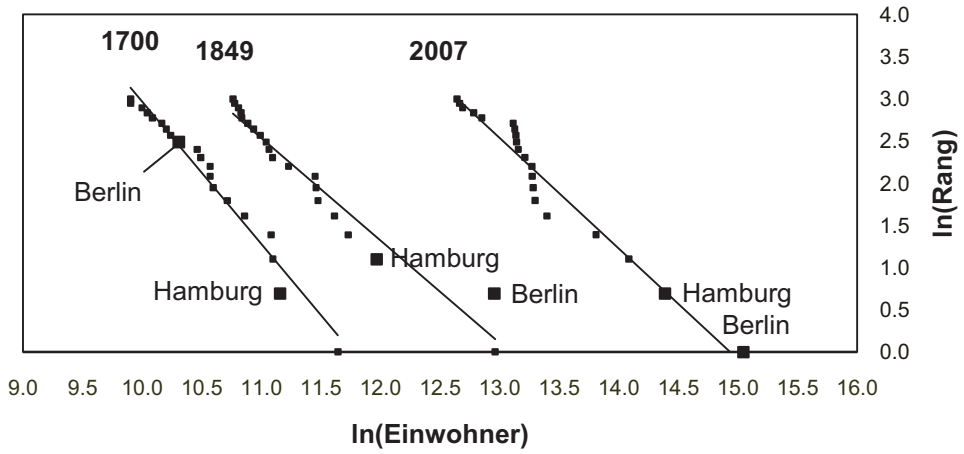
Ferner zeigt *Abbildung 3* exemplarisch die Regressionsgeraden für die Jahre 1700, 1849 und 2007, die auf Grund des in der Regel positiven Wachstums der Einwohnerzahl der einzelnen Städte im Zeitablauf nach rechts wandern. Diese Bewegung nach rechts wird zwischenzeitlich nur durch die Bevölkerungsverluste der zwei Weltkriege unter-

[6] Hypothesentests werden in diesem Beitrag grundsätzlich zum 5%-Signifikanzniveau durchgeführt. Wird in begründeten Ausnahmefällen eine andere (herkömmliche) Fehlerwahrscheinlichkeit verwendet, weisen wir gesondert darauf hin. Anhand der nominalen, d.h. nicht mit Hilfe von (3) approximierten Standardfehlern hätten hier jedoch alle Hypothesentests abgelehnt werden müssen.

brochen. Bemerkenswert ist, dass der Zusammenhang nicht nur angesichts der Skalenverschiebung in Folge des allgemeinen Bevölkerungswachstums, sondern auch trotz der erheblichen Änderungen an den Gebietsgrenzen erhalten bleibt.[7]

Zu diesen Ergebnissen passen auch die Analysen von Brakman et al. (2004) sowie von Davis und Weinstein (2002). Sie zeigen, dass selbst Flächenbombardements im Zweiten Weltkrieg die Wachstumsverläufe der Städte nicht (immer) dauerhaft stören konnten. Nach ein paar Jahren waren die temporären Schocks verarbeitet und die alten Größenmuster und sogar Wachstumsmuster hatten sich wieder gebildet. Freilich hängt dies auch am institutionellen Rahmen und den Finanzierungsmöglichkeiten ab wie Brakman et al. aus der Entwicklung ostdeutscher Städte schließen können, bei denen die Rückkehr an frühere Wachstumsverläufe deutlich langsamer gelang.

Abb. 3: Zipf-Regressionsgeraden für deutsche Städte zu drei Zeitpunkten



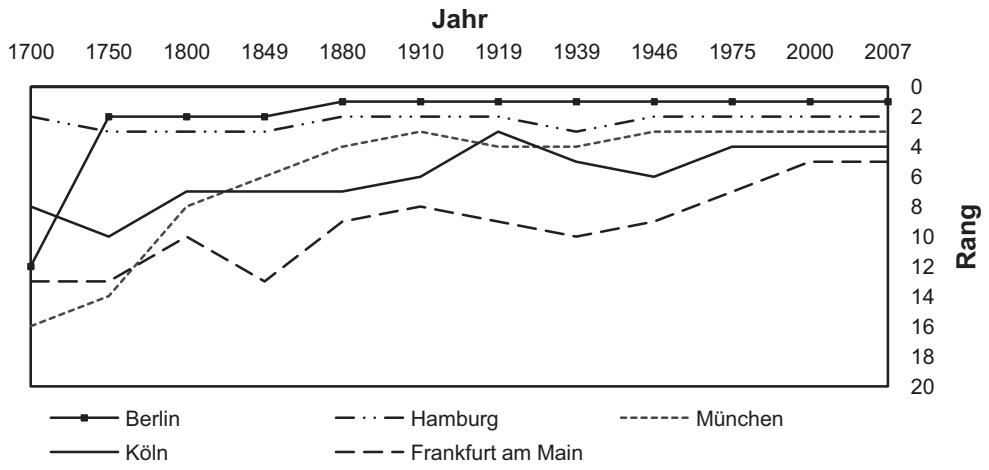
Quelle: Eigene Darstellung, Datenquelle: Statistisches Bundesamt (div. Jg.).

Abbildung 4 illustriert schließlich die historische Rangentwicklung der fünf größten deutschen Städte des Jahres 2007. Daraus ist ersichtlich, dass Berlin schon seit mehr als 250 Jahren die meisten Einwohner dieser fünf Städte hat. Hamburg liegt seit Gründung der Bundesrepublik wieder auf Platz zwei. Im Jahr 1939 war nach der Annektierung Österreichs Wien die zweitgrößte „deutsche“ Stadt. Hingegen haben München, Köln und Frankfurt am Main erst im Laufe der letzten Jahre bzw. Jahrzehnte ihren heutigen Rang erreicht. Ferner gibt es offensichtlich starken politischen Gestaltungsspielraum. So ist Berlin natürlich im Zuge des Aufstiegs Preußens in seine neue Rolle eher gedrängt worden – offenbar ein ganz einzigartiger *amenity-shock*. Der Aufschwung von Frankfurt am

[7] Dabei ist zu beachten, dass einige der in den Schätzungen verwendeten Städte heute nicht mehr zum Gebiet Deutschlands zählen. Z.B. gehörten Breslau in Schlesien und die Exklave Königsberg nur bis zum Zweiten Weltkrieg zum Deutschen Reich.

Main indes wäre nach dem Ende des Zweiten Weltkriegs wohl kaum so zügig verlaufen, hätte die Teilung Deutschlands nicht zur Schwächung des Finanzplatzes Berlin und damit zur Stärkung des Finanzplatzes Frankfurt geführt. Bemerkenswert ist jedoch, dass weder der politische Spielraum noch die nennenswerten Verschiebungen in den Rängen statistisch signifikante Abweichungen vom Zipf-Parameter verursachen. Immerhin sollte nicht vergessen werden, dass die weichere Forderung, dass das Gesetz von Gibrat nicht zu jedem Zeitpunkt, sondern nur über einen längeren Zeitraum (von ein paar Jahrzehnten) gelten muss, auch zulässt, dass politische Schocks zwar zu einem Strukturbruch führen können. Nach einer Anpassungsphase würde sich aber wieder die Struktur nach Zipf herausbilden.

Abb. 4: Historische Rangentwicklung der fünf größten deutschen Städte in 2007



Quelle: Eigene Darstellung, Datenquelle: Statistisches Bundesamt (div. Jg.).

Mit Fokus auf ausgewählte Zeitpunkte zwischen 1987 und 2008 wird als nächstes die Anzahl der betrachteten Städte deutlich erhöht (auf 174 im Jahr 1987 bzw. 188 in den Jahren danach). $\hat{\beta}$ bleibt trotz der deutlich kleineren Standardfehler in allen Fällen statistisch insignifikant vom Referenzwert (1) verschieden. Dies steht in Einklang mit der oben gemachten Aussage, dass gerade große Städte tendenziell zu Abweichungen in der Zipf-Schätzung führen können. Je mehr kleine Städte also in die Rechnungen einfließen, desto günstiger ist dies tendenziell für die Schätzung.[8] Dass dies jedoch nicht immer gilt, wird in *Kapitel 6* kurz diskutiert. *Tabelle 1* fasst die wichtigsten Ergebnisse zusammen.

[8] Allerdings wurde bereits oben darauf hingewiesen, dass eine untere Abschneidegrenze, also eine Mindestgröße der in der Analyse berücksichtigten Städte sinnvoll ist – das Zipfsche Gesetz gilt vor allem für den oberen Teil der Städteverteilung.

Tab. 1: Schätzungen des Zipf-Parameters (inkl. Steigungsvorzeichen) für deutsche Städte, 1987-2008

Jahr	1987	1996	2002	2008
Zipf-Parameter $\widehat{\beta}$	-1,1918	-1,2238	-1,2399	-1,2307
(Standardfehler se($\widehat{\beta}$))	(0,1278)	(0,1262)	(0,1279)	(0,1269)

Quelle: Eigene Darstellung, Datenquelle: Statistisches Bundesamt (div. Jg.).

Die Gründung von Städten lässt sich zwar sehr gut durch ökonomische Gesetzmäßigkeiten erklären (z.B. Glaeser, 1998). Im Wesentlichen geht es hierbei um die Realisierung von Größenvorteilen in der Produktion sowie im Konsum (Economies-of-Scale-Theorie). Allerdings führen diese ökonomischen Gesetze nicht zwangsläufig zu den faktischen Stadtgrenzen. Diese richten sich – wie bereits erwähnt – nach politischen Entscheidungen. In den meisten Fällen spiegeln sie eher die ökonomischen Gesetze vergangener Jahrzehnte oder sogar Jahrhunderte wider als die heutigen. Die faktisch als ökonomisch relevante Cluster wirkenden Agglomerationen wuchern in den meisten Fällen weit über die gesetzten Stadtgrenzen hinaus. Folglich macht es mehr Sinn, nicht Kernstädte, sondern Agglomerationen zu untersuchen. Dies ist zwar verständlich, aber keineswegs trivial, da Agglomerationen sehr unterschiedlich abgegrenzt werden können. Auf diese Problematik kommen wir in *Kapitel 6* noch einmal zurück. Letztlich geht es um die (willkürliche) Entscheidung, ab welcher Bevölkerungsdichte ein Raum als städtische Ballung gelten soll. Unabhängig von der konkreten Definition einer Agglomeration wäre aber zu erwarten, dass die Schätzgüte für das Zipfsche Gesetz durch den Übergang von Kernstädten zu Agglomerationen zunimmt.

Tatsächlich können zahlreiche Studien zeigen, dass sich die Abweichung des geschätzten Zipf-Parameters zu seinem Referenzwert (1) verkleinern lässt, wenn man Agglomerationsdaten anstelle von Daten zu den jeweiligen Kernstädten verwendet.[9] Auch für Deutschland ergibt sich dieser Zusammenhang. Im Vergleich zu den Schätzungen für Städte ist die Überprüfung des Zipfschen Gesetzes anhand der Einwohnerzahlen von Agglomerationen noch erfolgreicher, d.h. die Hypothesen können noch schwieriger abgelehnt werden. Dabei besteht eine Agglomeration aus mehreren Städten und ihren Vorstadtgemeinden. In Deutschland bilden das Ruhrgebiet (mit mehr als 5,5 Millionen Einwohnern) und die Region Berlin und Umland (mit über 4 Millionen Menschen) die zwei größten Ballungsräume. Im Unterschied zu *Abbildung 2* und *Tabelle 1* liefern alle drei Schätzungen für die Jahre 1996, 2002 und 2006 bei $n = 149$: $\left|\hat{\beta}\right| < 1$. Die Abweichung vom Referenzwert ist – wie oben – statistisch insignifikant.

[9] Wie Rosen und Resnick (1980) zeigen, lässt sich die Güte des Zipfschen Gesetzes für die Städtelandschaft deutlich erhöhen, je genauer Agglomerationen abgegrenzt werden.

Um die Bedeutung des Umfangs und der Zusammensetzung der Stichprobe zu untersuchen, wird als nächstes nach jenem n gesucht, das die beste Zipf-Schätzung ergibt. Für diese „Best fit"-Schätzungen des im Zeitverlauf eng um den Referenzwert schwankenden Zipf-Parameters, $\hat{\beta}_{best}$, wird für die Agglomerationen jeweils immerhin ungefähr das erste Drittel der Beobachtungen benötigt. Grundsätzlich kommen bei dieser Art von „Best fit"-Schätzung $(n_{max} - 1)$ Kandidaten für $\hat{\beta}_{best}$ in Betracht. Dabei bezieht sich die Bezeichnung „Best fit" auf die Güte von $\hat{\beta}$ (d.h. dessen Nähe zum Referenzwert (1)) und nicht etwa auf die der Regression insgesamt (weil R^2 – wie erwähnt – auf Grund des definitorischen Zusammenhangs zwischen dem Rang einer Stadt und ihrer Einwohnerzahl wenig Aussagekraft besitzt). *Tabelle 2* zeigt die Ergebnisse im Detail.

Tab. 2: Schätzungen des Zipf-Parameters (inkl. Steigungsvorzeichen) für Agglomerationen, 1996-2006

Jahr	1996	n	2002	n	2006	n
Zipf-Parameter $\widehat{\beta}$	-0,8886	149	-0,8813	149	-0,8747	149
(Standardfehler se($\widehat{\beta}$))	(0,1030)		(0,1021)		(0,1013)	
Bester Zipf-Parameter $\widehat{\beta}_{best}$	-1,0013	49	-0,9989	48	-1,0017	47
(Standardfehler se($\widehat{\beta}_{best}$))	(0,2023)		(0,2039)		(0,2066)	

Quelle: Eigene Darstellung, Datenquelle: Statistisches Bundesamt (div. Jg.).

Anstatt darauf zu bestehen, dass die „Best fit"-Schätzung immer die größten Städte bzw. Agglomerationen umfassen muss, kann man alternativ auch nach der höchsten Anpassungsgüte suchen, indem man zulässt, dass nicht nur die am geringsten, sondern auch die am stärksten besiedelten Gebiete ausgeschlossen werden können. Bei 149 Agglomerationen existieren dann grundsätzlich $149! \approx e^{600}$ Kandidaten für $\hat{\beta}_{best}$. Zum einen kann dadurch zwar der Abstand des Zipf-Parameters zum Referenzwert für alle drei betrachteten Jahre noch weiter gesenkt werden. Zum anderen werden ausnahmslos weniger Beobachtungen benötigt als bei den „Best fit"-Schätzungen unter Einbezug der größten Agglomerationen. Auf eine Darstellung der Ergebnisse wird an dieser Stelle verzichtet.

Es wurde bereits darauf hingewiesen, dass die Abgrenzung der Agglomerationen offensichtlich die Güte der Schätzung beeinflusst. Allerdings ergibt bereits eine einfache Approximation von Agglomerationen über Regierungsbezirke gute Resultate, obwohl die Grenzen dieser Regierungsbezirke natürlich auch politischen und damit ökonomisch willkürlich erscheinenden Prozessen folgen. Da sie aber größer sind als Städte, wächst die Wahrscheinlichkeit, dass ein großer Teil einer Agglomeration auch in einem Regierungsbezirk liegt. Ähnlich wie für Agglomerationen erhalten wir daher auch für Regierungsbezirke zipfkonforme Ergebnisse. Das Überprüfen des Zipfschen Gesetzes anhand aller deutschen Regierungsbezirke für ausgewählte Zeitpunkte zwischen 1987 und 2008

zeigt, dass die $\hat{\beta}$- und $\hat{\beta}_{best}$-Werte (erfreulicherweise) erstmals übereinstimmen.[10] *Tabelle 3* fasst die Ergebnisse zusammen.

Tab. 3: Schätzungen des Zipf-Parameters (inkl. Steigungsvorzeichen) für Regierungsbezirke, 1987-2008

Jahr	1987	1996	2002	2008
(Bester) Zipf-Parameter $\widehat{\beta}$ bzw. $\widehat{\beta}_{best}$	-1,3513	-1,4312	-1,4151	-1,3998
(Standardfehler se($\widehat{\beta}$) bzw. se($\widehat{\beta}_{best}$))	(0,3985)	(0,3969)	(0,3925)	(0,3882)

Quelle: Eigene Darstellung, Datenquelle: Statistisches Bundesamt (div. Jg.).

In einem nächsten Schritt prüfen wir, ob das Zipfsche Gesetz skaliert werden kann. Die Städtelandschaft wäre dann mit einem Fraktal verwandt. Das Zipfsche Gesetz würde in jeder geographischen Gliederungsebene gelten, wobei natürlich der Prozess der Selbstähnlichkeit anders als beim klassischen Fraktal spätestens auf der Kreisebene nicht mehr sinnvoll ist. Führt man nun die Schätzungen getrennt nach Bundesländern durch, liegen lediglich für Baden-Württemberg und Niedersachsen für alle Jahre die $\hat{\beta}$-Werte statistisch signifikant über dem Referenzwert. Folglich lässt sich das Zipfsche Gesetz nicht nur für (noch) wachsende Bundesländer (Bayern, Hessen, Nordrhein-Westfalen, Rheinland-Pfalz und Schleswig-Holstein), sondern auch für schrumpfende (Brandenburg, Mecklenburg-Vorpommern, Saarland, Sachsen, Sachsen-Anhalt und Thüringen) nachweisen. Dabei werden alle Städte und Gemeinden ab 15.000 Einwohnern berücksichtigt. Im Großen und Ganzen lässt sich die Hypothese der Selbstähnlichkeit folglich bis auf die Bundesländerebene in den meisten Fällen nicht widerlegen. Für die Stadtstaaten Berlin, Bremen und Hamburg sind natürlich keine Schätzungen sinnvoll. *Tabelle 4* zeigt die Ergebnisse im Detail. Zu sehr ähnlichen Resultaten kommen Giesen und Suedekum (2009) mit einem interessanten Ansatz zufällig und nicht zufällig zusammengestellter Regionen in Deutschland.

Der Vollständigkeit halber soll abschließend kurz geprüft werden, ob A in (1) bzw. $e^{(\alpha/\beta)}$ in (2) die Einwohnerzahl der größten Stadt bzw. Agglomeration wiedergibt. Dies lässt sich zwar in *Abbildung 1* gut erkennen; die Regressionsgerade schneidet die Abszisse nahe des Punkts für Berlin. In vielen anderen Stichproben ist dies jedoch nicht der Fall. Allerdings konzentriert sich die Literatur ausschließlich auf die Überprüfung von $\beta = (1)$, um eine Aussage über die empirische Güte des Zipfschen Gesetzes zu treffen.

[10] In Deutschland sind sechs Bundesländer in Regierungsbezirke eingeteilt: Baden-Württemberg, Bayern, Hessen, Nordrhein-Westfalen und Sachsen. Ferner werden die Stadtstaaten Berlin, Bremen und Hamburg sowie das kleine Bundesland Saarland in die Schätzungen mit einbezogen. Niedersachsen, Rheinland-Pfalz und Sachsen-Anhalt haben ihre Regierungsbezirke inzwischen abgeschafft. In Brandenburg, Mecklenburg-Vorpommern, Schleswig-Holstein und Thüringen gab es noch nie Regierungsbezirke.

Dass A ausnahmslos (und teils stark) überschätzt wird, wiegt vor diesem Hintergrund weniger schwer. Es ist jedoch eine interessante Beobachtung, denn sie impliziert, dass der Hauptstadteffekt möglicherweise geringer ausfällt, als vermutet werden könnte.

Tab. 4: Schätzungen des Zipf-Parameters (inkl. Steigungsvorzeichen) für Städte in Bundesländern, 1987-2008

Bundesland	$\widehat{\beta}_{1987}$ $se(\widehat{\beta}_{1987})$	$\widehat{\beta}_{1996}$ $se(\widehat{\beta}_{1996})$	$\widehat{\beta}_{2002}$ $se(\widehat{\beta}_{2002})$	$\widehat{\beta}_{2008}$ $se(\widehat{\beta}_{2008})$
Baden-Württemberg	-1,3525* (0,1640)	-1,3897* (0,1685)	-1,4120* (0,1712)	-1,4087* (0,1708)
Bayern	-1,2295 (0,1621)	-1,2601 (0,1662)	-1,2752 (0,1682)	-1,2638 (0,1667)
Brandenburg	-	-1,3647 (0,2978)	-1,6570 (0,3616)	-1,7065 (0,3724)
Hessen	-1,3319 (0,1964)	-1,3639 (0,2011)	-1,3798 (0,2034)	-1,3666 (0,2015)
Mecklenburg-Vorpommern	-	-0,9110 (0,3573)	-0,9423 (0,3696)	-0,9188 (0,3604)
Niedersachsen	-1,4346* (0,1837)	-1,4684* (0,1880)	-1,5078* (0,1931)	-1,5110* (0,1935)
Nordrhein-Westfalen	-1,1261 (0,0962)	-1,1641 (0,0995)	-1,1896 (0,1016)	-1,1924 (0,1019)
Rheinland-Pfalz	-1,1164 (0,2748)	-1,1481 (0,2826)	-1,1713 (0,2884)	-1,1635 (0,2864)
Saarland	-1,4587 (0,3970)	-1,4888 (0,4052)	-1,4969 (0,4074)	-1,5073 (0,4102)
Sachsen	-	-1,0504 (0,2190)	-1,0689 (0,2205)	-1,0399 (0,2145)
Sachsen-Anhalt	-	-1,1785 (0,3150)	-1,2057 (0,3222)	-1,1723 (0,3133)
Schleswig-Holstein	-1,1381 (0,2802)	-1,1662 (0,2871)	-1,1937 (0,2939)	-1,1995 (0,2953)
Thüringen	-	-1,3525 (0,3751)	-1,3406 (0,3718)	-1,3073 (0,3626)

*Statistisch signifikant vom Wert Eins verschieden zum 5%-Niveau.

Quelle: Eigene Darstellung, Datenquelle: Statistisches Bundesamt (div. Jg.).

5 Vergleich mit anderen europäischen Staaten

Angesichts der Tatsache, dass die Schätzungen für Agglomerationen auch in Deutschland erfolgreicher sind als jene für Städte, vergleichen wir als nächstes die empirischen Ergebnisse für Ballungsräume auf europäischer Ebene.

Tab. 5: Schätzungen für europäische Agglomerationen, 1991-2008

Staat	$\widehat{\beta}_{1991}$ se($\widehat{\beta}_{1991}$)	$\widehat{\beta}_{2001}$ se($\widehat{\beta}_{2001}$)	$\widehat{\beta}_{2008}$ se($\widehat{\beta}_{2008}$)	Hauptstadt	Größte Agglomeration
Belgien	-0,8975 (0,2992)	-0,8664 (0,2888)	-0,8666 (0,2889)	Brüssel	Brüssel
Finnland	-0,8831	-0,8973 (0,1715)	-0,8965 (0,1743)	Helsinki	Helsinki
Frankreich	-	-0,9801 (0,0914)	-0,9651 (0,0927)	Paris	Paris
Griechenland	-0,8882 (0,1709)	-0,9043 (0,1740)	-	Athen	Athen
Großbritannien	-1,0387 (0,1756)	-1,0682 (0,1768)	-	London	London
Niederlande	-	-1,3520 (0,4076)	-1,2948 (0,3904)	Amsterdam	Amsterdam
Norwegen	-0,8905 (0,1899)	-0,8856 (0,1867)	-0,8874 (0,1871)	Oslo	Oslo
Österreich	-	-0,8079 (0,1569)	-0,8034 (0,1561)	Wien	Wien
Portugal	-1,2928 (0,1819)	-1,3379 (0,1883)	-	Lissabon	Lissabon
Schweden	-1,1456 (0,1531)	-1,1132 (0,1481)	-1,1145 (0,1483)	Stockholm	Stockholm
Schweiz	-0,8649 (0,1649)	-0,8752 (0,1669)	-0,8748 (0,1668)	Bern	Zürich
Slowenien	-0,9916 (0,2139)	-1,0197 (0,2199)	-1,0245 (0,2209)	Ljubljana	Ljubljana

Quelle: Eigene Darstellung, Datenquelle: Stat. Ämter der einzelnen Staaten (div. Jg.).

Dabei wird ersichtlich, dass der $\hat{\beta}$-Wert bei keiner Schätzung statistisch signifikant vom Referenzwert abweicht. Das Zipfsche Gesetz gilt europaweit. Ferner fällt auf, dass in

allen betrachteten Staaten (außer in der Schweiz) die Hauptstadt die jeweils größte Agglomeration darstellt. Es wurde bereits auf die politischen Gestaltungsmöglichkeiten zur Stärkung der Hauptstadt verwiesen. Grundsätzlich ist es aber auch möglich, dass der Selektionsprozess umgekehrt verläuft. Nicht die Hauptstadt wird zur wichtigsten und dadurch größten Stadt, sondern die wichtigste und größte Stadt erhält den Hauptstadtstatus. Vermutlich verstärken sich beide Prozesse gegenseitig. *Tabelle 5* fasst die Ergebnisse zusammen.

6 Weitere Implikationen des Zipfschen Gesetzes für Deutschland

Wie bereits erwähnt, verändern sich die Einwohnerzahlen der deutschen Bundesländer uneinheitlich. Gleiches gilt auch für deren Städte. Dies könnte bedeuten, dass das Gesetz von Gibrat verletzt wird, wenn die Annahme größenunabhängiger Wachstumsraten nicht mehr gegeben ist. Dann wäre auch das Zipfsche Gesetz möglicherweise mittelfristig gefährdet. Zumal die Veränderungsraten sowohl von Städten als auch von Agglomeration keine einheitliche Standardabweichungen aufweisen müssen.

Um zu klären, ob das Zipfsche Gesetz trotz dieser Abweichungen vom Gesetz von Gibrat für die deutschen Agglomerationen gelten kann, wird Deutschland zunächst in vier zusammenhängende Regionen mit typischen Merkmalen hinsichtlich ihrer Bevölkerungsentwicklung aufgeteilt: Nord, West, Ost und Süd. Dabei besteht die Region Nord aus den Bundesländern Bremen, Hamburg, Niedersachsen und Schleswig-Holstein, die Region West aus Hessen, Nordrhein-Westfalen, Rheinland-Pfalz und dem Saarland, die Region Ost aus Berlin, Brandenburg, Mecklenburg-Vorpommern, Sachsen, Sachsen-Anhalt und Thüringen und die Region Süd aus Baden-Württemberg und Bayern. Abbildung 5 zeigt die Aufteilung der Bundesländer in Regionen grafisch. In dieser Abbildung werden auch die Einwohnerzahlen im Jahr 2006 und deren mittlere Veränderungsraten zwischen 1996 und 2006 für die drei größten Agglomerationen der jeweiligen Region angegeben.

Die Region Ost wird allerdings im Weiteren ohne Berlin untersucht; angesichts der Tatsache, dass in den neuen Bundesländern außer Berlin nahezu alle Agglomerationen schrumpfen, hätte der wachsende Ballungsraum der Hauptstadt auf Grund seiner hohen Einwohnerzahl die Schätzungen in der Region Ost stark verzerrt. Die jahrzehntelange Teilung Deutschlands und die damit verhinderte Größenanpassung des Ballungsraums Berlin führten zu dieser Sonderentwicklung. Zwar gibt es auch in den insgesamt (wenn auch zum Teil nur sehr schwach) wachsenden Regionen Nord, West und Süd einige Agglomerationen, die sich dem Trend widersetzen und schrumpfen. Z.B. leidet insbesondere die größte deutsche Agglomeration, das Ruhrgebiet, unter Abwanderung. Allerdings hat dies keine grundlegende Verfälschung der Schätzergebnisse zur Folge.

Abb. 5: Aufteilung der Bundesländer nach Regionen

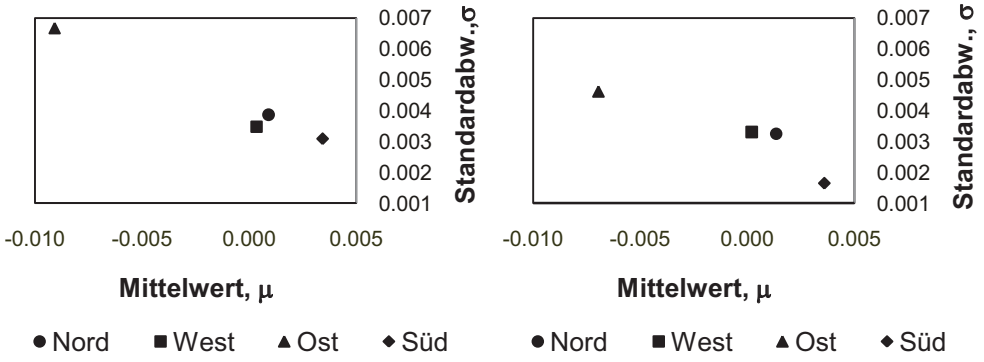
Größte Agglomerationen in der …

Region Nord	Einwohner	Veränderung
Hamburg	2.549.000	+0,37%
Hannover	1.001.000	+0,12%
Bremen	858.000	+0,11%
Region West	Einwohner	Veränderung
Ruhrgebiet	5.746.000	-0,32%
Rhein-Main	1.915.000	+0,21%
Köln	1.846.000	+0,26%
Region Ost	Einwohner	Veränderung
Berlin	4.200.000	+0,33%
Dresden	695.000	-0,02%
Leipzig	580.000	-0,60%
Region Süd	Einwohner	Veränderung
Stuttgart	2.625.000	+0,37%
München	1.940.000	+0,42%
Mannheim	1.579.000	+0,16%

Quelle: Eigene Darstellung; Datenquelle: Statistisches Bundesamt (div. Jg.).

Gemäß dem Diktum von Gabaix (1999a, S. 751) könnte das Zipfsche Gesetz für Deutschland als Ganzes auch dann noch gültig sein, wenn zumindest die Agglomerationen in den einzelnen Regionen Gibrat-Prozessen folgen. D.h. die Agglomerationen innerhalb einer Region müssen (mit ähnlicher Standardabweichung) ungefähr gleich schnell wachsen bzw. schrumpfen, aber nicht über alle Regionen hinweg. *Abbildung 6* zeigt die durchschnittlichen Veränderungsraten (μ) und die mittleren Standardabweichungen der Veränderungsraten (σ) der 150 (linkes Schaubild) und der 50 größten deutschen Agglomerationen (rechtes Schaubild) nach Regionen zwischen 1996 und 2006. Beide Schaubilder besitzen im Wesentlichen dieselben Strukturen: Während die Region Ost im Mittel schrumpft und die Region Süd wächst, befinden sich die Regionen Nord und West nur geringfügig oberhalb der Grenze zur Stagnation. Letztlich führt diese inter-regional zwar unterschiedliche, aber intra-regional recht ähnliche Entwicklung der deutschen Agglomerationen zu den zipfkonformen Ergebnissen in *Tabelle 2*. Allerdings fällt bei genauer Betrachtung der *Abbildung 6* auf, dass die mittlere Standardabweichung in allen Regionen bei der Beschränkung auf die 50 größten Agglomerationen jeweils geringer ist als unter Einbezug aller Ballungsräume. Hierauf gehen wir im Folgenden genauer ein.

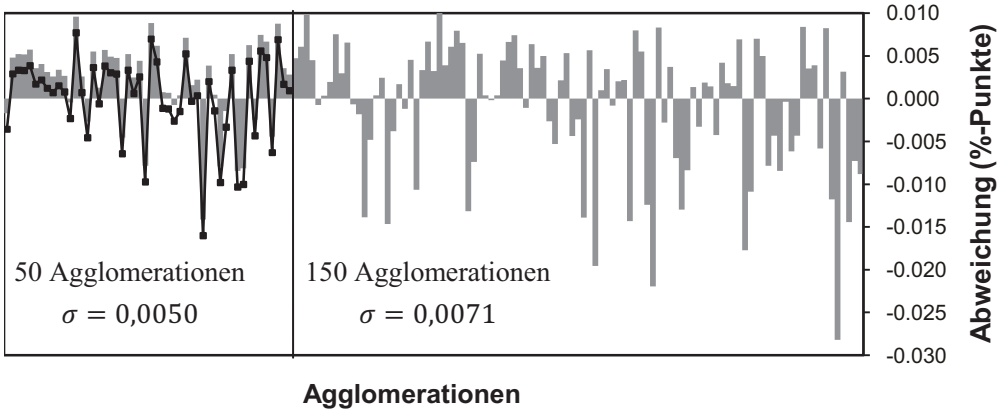
Abb. 6: μ-σ-Diagramme für das Durchschnittswachstum der 150 (links) und der 50 größten deutschen Agglomerationen (rechts) nach Regionen, 1996-2006



Quelle: Eigene Darstellung, Datenquelle: Statistisches Bundesamt (div. Jg.).

Die Tatsache, dass bei den 50 größten deutschen Agglomerationen die Standardabweichung der Veränderungsraten erheblich geringer ist als bei allen 150 Ballungsräumen, impliziert, dass erstere gleichmäßiger wachsen. *Abbildung 7* zeigt die Abweichungen des jeweiligen Durchschnittswachstums der 50 (Liniendiagramm) bzw. der 150 größten Agglomerationen (Säulendiagramm) vom (für beide n unterschiedlichen) mittleren Durchschnittswachstum zwischen 1996 und 2006. Letztlich kann diese Differenz zwischen den Standardabweichungen als Begründung dafür dienen, dass die $\hat{\beta}$-Werte bei Schätzungen unter Beschränkung auf die 50 größten Agglomerationen näher am Referenzwert liegen, als wenn alle Ballungsräume mit einbezogen werden (siehe erneut *Tabelle 2*).

Abb. 7: Abweichungen des jeweiligen Durchschnittswachstums vom mittleren Durchschnittswachstum der 50 bzw. der 150 größten Agglomerationen, 1996-2006

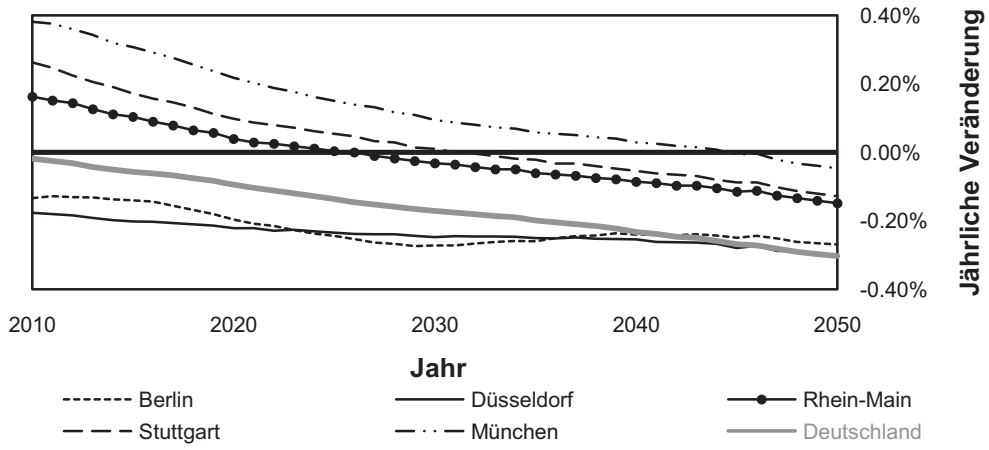


Quelle: Eigene Darstellung, Datenquelle: Statistisches Bundesamt (div. Jg.).

Ferner enthält sie die wichtige Implikation, dass die Wachstumsraten der größeren Städte stabiler und damit gegebenenfalls auch verlässlicher zu prognostizieren wären als für kleinere Städte. Dies ist wieder derselbe Grund, eine Abschneidegrenze für die Analyse des Zipfschen Gesetzes zu wählen.

Für Immobilieninvestoren hätte dies z.B. die wichtige Botschaft, dass Renditeaufschläge für kleinere Städte höher ausfallen müssten. Wenn wir nun wissen, dass die deutschen Städte in der Vergangenheit und bis zum heutigen Tag dem Zipfschen Gesetz gefolgt sind, dann ließe sich die Vermutung aufstellen, dass dies auch in Zukunft so sein wird. Dann hätte man mit dem Zipfschen Gesetz einen zusätzlichen Indikator, der hilft, regionale Bevölkerungsprognosen auf ihre Güte zu testen. Daher untersuchen wir aufbauend auf der retrospektiven Analyse abschließend die Implikationen des Zipfschen Gesetzes für regionale Bevölkerungsprognosen in Deutschland. Hierfür ziehen wir die Raumordnungsprognose des Bundesamts für Bauwesen und Raumordnung für die Zeit bis zum Jahr 2050 heran, die unter anderem eine Vorausberechnung der Einwohnerzahlen aller deutschen Agglomerationen enthält.[11]

Abb. 8: Prognostizierte Veränderungsraten für Agglomerationen, 2010-2050



Quelle: Eig. Darstellung, Datenquelle: Bundesamt f. Bauwesen u. Raumordnung (2006).

Es fällt auf, dass die Veränderungsraten für die Agglomerationen nicht um einen einheitlichen Mittelwert schwanken. Während einige Agglomerationen zwar unterschiedliche, aber im Zeitablauf relativ konstante Veränderungsraten aufweisen, verringert sich die Wachstumsrate bei vielen Ballungsräumen über die Jahre hinweg. Obwohl das Gesetz

[11] Dabei ist allerdings darauf zu achten, dass diese Agglomerationen etwas anders abgegrenzt werden als diejenigen, die für die Schätzungen in *Tabelle 2* verwendet wurden.

von Gibrat in seiner engen Auslegung damit eindeutig verletzt sein könnte, lassen sich also zumindest zwei unterschiedliche qualitative Trendverläufe identifizieren. Abbildung 8 veranschaulicht die prognostizierten Veränderungsraten für Agglomerationen mit mindestens 2,5 Millionen Einwohnern sowie für Deutschland insgesamt. Dabei zeigt sich, dass die Ballungsräume Berlin und Düsseldorf mit jeweils relativ gleich bleibender Geschwindigkeit schrumpfen. Hingegen befinden sich die Agglomerationen München, Rhein-Main und Stuttgart anfangs noch im Wachstum, bevor auch sie später an Einwohnern verlieren. Letzteres gilt über den gesamten Prognosezeitraum auch für die Bundesrepublik insgesamt. Die deutsche Schrumpfungsrate steigt (absolut gesehen) von -0,02% im Jahr 2010 auf -0,30% im Jahr 2050.

Wie *Tabelle 6* zeigt, werden die Zipf-Parameter für deutsche Ballungsräume ($n = 97$) – trotz der abweichenden Abgrenzung der Agglomerationen durch das Bundesamt für Bauwesen und Raumordnung – auch in Zukunft zwar nicht mit 5%, aber immerhin mit 1% Fehlerwahrscheinlichkeit statistisch insignifikant vom Referenzwert verschieden sein. Ferner bewegen sich die $\hat{\beta}$-Werte zusätzlich in dessen Richtung, d.h. im Zeitverlauf kann die Fehlertoleranz beim t-Test immer weiter erhöht werden, ohne dass die Hypothese des Zipfschen Gesetzes abgelehnt werden könnte. Es gibt also keine systematische Verzerrung gegen das Zipfsche Gesetz – zumindest keine, die nicht schon heute in der Abgrenzung der Agglomerationen angelegt wäre. Bei einer anderen Einteilung der Agglomerationen wären die Ergebnisse wahrscheinlich noch besser gewesen. Z.B. ist es merkwürdig, dass das Ruhrgebiet auseinander gerissen und statt dessen nur die Kernregion Duisburg/Essen als zusammen hängender Ballungsraum betrachtet wird. Dieser umfasst lediglich die Hälfte aller im Ruhrgebiet lebenden Menschen und belegt daher nur Platz sechs hinter Berlin, Düsseldorf, Rhein-Main, Stuttgart und München.

Tab. 6: Schätzungen des Zipf-Parameters (inkl. Steigungsvorzeichen) für Agglomerationen, 2010-2050

Jahr	2010	2020	2030	2040	2050
Zipf-Parameter $\widehat{\beta}$	-1,5812	-1,5615	-1,5334	-1,4994	-1,4632
(Standardfehler se($\widehat{\beta}$))	(0,2270)	(0,2242)	(0,2202)	(0,2153)	(0,2101)

Quelle: Eig. Darstellung, Datenquelle: Bundesamt f. Bauwesen u. Raumordnung (2006).

Neben den Ballungsräumen prognostiziert das Bundesamt für Bauwesen und Raumordnung auch die Einwohnerzahlen der 111 kreisfreien Städte in Deutschland (allerdings nur bis zum Jahr 2020).[12] Erwartungsgemäß ergeben sich für die prognostizierten Ver-

[12] Unter einer kreisfreien Stadt versteht man eine kommunale Gebietskörperschaft, die neben dem eigenen und übertragenen Wirkungskreis einer Gemeinde und eines Land-

änderungsraten der Einwohnerzahlen der kreisfreien Städte dieselben zwei qualitativen Trends wie für die Agglomerationen. Im Unterschied zu den Schätzungen für die Agglomerationen weichen sowohl die für die Vergangenheit geschätzten als auch die für die Zukunft prognostizierten $\hat{\beta}$-Werte für die kreisfreien Städte selbst schon bei einer Fehlerwahrscheinlichkeit von 5% nicht signifikant vom Referenzwert ab. Vielmehr treffen sie diesen nahezu perfekt, d.h. die prognostizierten Einwohnerzahlen liefern zipfkonforme Verteilungen der Stadtkreisgrößen. *Tabelle 7* zeigt die Ergebnisse im Detail.

Dass dies so stark gilt, könnte auch daran liegen, dass viele Teilprognosen des BBR durch Trendfortschriften erfolgen. Dieses Vorgehen birgt zwar zahlreiche Probleme, doch bleibt dadurch die Zufälligkeit der Entwicklung erhalten. Häufig wird argumentiert, die großen Ballungsräume würden in den kommenden Jahrzehnten überproportional profitieren. Gemäß dem Zipfschen Gesetz müsste man dies aber qualifizieren: Es gilt nicht, dass eine größere Stadt immer stärker im demografischen Wandel gewinnen würde als eine kleinere Stadt, sondern dass sich innerhalb der oberen Abschneidegrenzen wahrscheinlich keine signifikanten Unterschiede zeigen werden, wohl aber dass ländliche Räume durchaus verlieren könnten. Städte gewinnen dann in Zukunft tendenziell hinzu, nicht jedoch unbedingt nur die möglichst großen

Tab. 7: Schätzungen des Zipf-Parameters (inkl. Steigungsvorzeichen) für kreisfreie Städte, 1990-2020

Jahr	1990	2000	2010	2020
Zipf-Parameter $\widehat{\beta}$	-1,0025	-1,0040	-0,9957	-0,9902
(Standardfehler se($\widehat{\beta}$))	(0,1346)	(0,1348)	(0,1337)	(0,1329)

Quelle: Eig. Darstellung, Datenquelle: Bundesamt f. Bauwesen u. Raumordnung (2006).

7 Zusammenfassung

Genauso wie in vielen anderen Staaten folgt auch das deutsche Städte- bzw. Agglomerationssystem einer festen statistischen Regelmäßigkeit, die als Zipfsches Gesetz bezeichnet wird. In Bezug auf Städtelandschaften impliziert das Zipfsche Gesetz, dass das Produkt aus der Einwohnerzahl einer Stadt und ihrem Rang in der Liste der größten Städte konstant ist. Bei der Regression des logarithmierten Rangs auf die logarithmierte Einwohnerzahl müsste demnach eine Gerade entstehen, deren Steigung (-1) beträgt. Das Zipfsche Gesetz wird in der Regel auf das Gesetz von Gibrat zurück geführt, wonach sowohl das relative Wachstum einer Größe – d.h. hier der Städte einer entsprechend ab-

kreises auch die Aufgaben der unteren staatlichen Verwaltungsbehörde im Namen des Staates in eigener Zuständigkeit erledigt.

zugrenzenden Region – als auch die Standardabweichung dieser Veränderungsraten jeweils (ungefähr) gleich groß sind. Die Verteilung der Stadtgrößen heißt dann zipfkonform.

Insbesondere zeigt unsere empirische Auswertung, dass sich das Zipfsche Gesetz in Deutschland für Städte (sogar schon seit Beginn des 18. Jahrhunderts), Agglomerationen und Regierungsbezirke nachweisen bzw. dass sich seine Gültigkeit nicht ablehnen lässt. Dabei sind die Schätzungen für Agglomerationen (wie dies für andere Staaten auch gezeigt wurde) am besten. Ferner gilt das Zipfsche Gesetz für die Städtelandschaft aller Bundesländer mit Ausnahme von Baden-Württemberg und Niedersachsen (Stadtstaaten bleiben unberücksichtigt). Das Zipfsche Gesetz lässt sich also (begrenzt) größenskalieren. Allerdings gehört Deutschland wie z.B. die Schweiz zu den wenigen europäischen Staaten, in denen die größte Agglomeration nicht gleichzeitig auch Hauptstadt ist. Zumindest ist Berlin aber die größte deutsche Stadt.

Interessanterweise ist das Zipfsche Gesetz selbst gegen die inter-regionalen Differenzen der spezifischen Bevölkerungsdynamik in Deutschland robust. Während der Osten im Mittel schrumpft und der Süden (noch) wächst, befinden sich der Norden und der Westen nur geringfügig oberhalb der Grenze zur Stagnation. Allerdings sind die Ähnlichkeiten innerhalb der Regionen zum Teil groß. D.h. intra-regionale Gemeinsamkeiten reichen für zipfkonforme Ergebnisse grundsätzlich aus. Den Erwartungen entsprechend ist auch unser Ergebnis, dass das Zipfsche Gesetz eher signifikant nachweisbar ist, je besser die Anforderungen des Gesetzes von Gibrat erfüllt sind. Die nachgewiesene höhere Standardabweichung bei den Wachstumsraten kleinerer Städte bzw. Agglomerationen hat eine wichtige Implikation für Investoren: Das demografische Risiko in Form größerer Unsicherheit wäre in kleineren Städten höher als in größeren. Es müsste dann z.B. einen höheren Risikoaufschlag für Investitionen in kleinen Städten geben. Allerdings gilt dies wohl nur für die Städte unterhalb der Abschneidegrenze, also in unserer Analyse jenseits der 50 größten Städte (bis zur Grenze der 150 größten Städte sind die Unterschiede zwar klein aber nachweisbar) oder in der Abgrenzung von Giesen und Suedekum (2009) unterhalb von 100.000 Personen, denn innerhalb des Samples erfordert die Gültigkeit des Gibrat-Gesetzes gerade die größenunabhängige Entwicklung. Typische B-Städte könnten dann für Investoren auch weiterhin interessant bleiben, zumal die Forderung, dass der demografische Wandel v.a. eine Konzentration auf die wenigen A-Standorte erzwingt, bei Immobilieninvestoren verbreitet zu sein scheint.

Schließlich gilt für die Bevölkerungsprognosen des Bundesamts für Bauwesen und Raumordnung, dass diese sowohl (und zwar ganz besonders) für kreisfreie Städte als auch (bei großzügigem Umgang mit der Fehlerwahrscheinlichkeit) für Agglomerationen dem Zipfschen Gesetz genügen. Eine günstigere Abgrenzung der Ballungsräume würde die Zipf-Konformität der Ergebnisse wahrscheinlich noch weiter erhöhen. Künftige re-

gionale Bevölkerungsprognosen könnten mit einem zusätzlichen Test auf das Zipfsche Gesetz eine Plausibilitätsprüfung vornehmen, um ihre Projektion abzusichern.

Literaturverzeichnis

Auerbach, F. (1913): Das Gesetz der Bevölkerungskonzentration. Petermanns Geographische Mitteilungen, 59. Jg., S. 74-76.

Brakman, S., H. Garretsen und M. Schramm (2004). The strategic bombing of German-cities during World War II and ist impact on city growth, in: Journal of Economic Geography 4, S. 201-218.

Bundesamt für Bauwesen und Raumordnung (2006): Raumordnungsprognose - 2020/2050, Bonn.

Carroll, G. (1982): National city-size distribution: What do we know after 67 years of research?, in: Progress in Human Geography, 6. Jg., S. 1-43.

Córdoba, J.-C. (2008): On the distribution of city sizes, in: Journal of Urban Economics, 63. Jg., Nr. 1, S. 177-197.

Davis, D.R. und D.E. Weinstein (2002). Bones, bombs and break points: The geography of economic activity. In: The American Economic Review 92 (5). S. 1269-1289.

Döring, T. und J. Schnellenbach (2004): What do we know about geographical knowledge spillovers and regional growth? – A Survey of the literature. Research Note 14, Deutsche Bank Research, Frankfurt a.M.

Duranton, G. (2007): Urban evolutions: The fast, the slow, and the still, in: The American Economic Review 97 (1). S. 197-221.

Gabaix, X. (1999a): Zipf's law for cities: An explanation, in: Quarterly Journal of Economics, 114. Jg., Nr. 3, S. 739-767.

Gabaix, X. (1999b): Zipf's Law and the growth of cities, in: American Economic Review, 89. Jg., Nr. 2, S. 129-132.

Gabaix, X. und Y. Ioannides (2004): The evolution of city size distributions, in: J. Henderson und J.-F. Thisse (Hrsg.), Handbook of Regional and Urban Economics, Nr. 4, North Holland, 1. Auflage, S. 2341-2378.

Gan, L., D. Li und S. Song (2006): Is the Zipf law spurious in explaining city-size distributions?, in: Economics Letters, 92. Jg., Nr. 2, S. 256-262.

Giesen, K., und J. Suedekum (2009): Zipf's law for cities in the regions and the country. IZA Discussion Paper Nr. 3928. Bonn.

Glaeser, E. L. (1998): Are cities dying?, in: Journal of Economic Perspectives, 12. Jg., Nr. 2, S. 139-160.

Glaeser, E. L., J. Scheinkman und A. Shleifer (1995): Economic growth in a cross-section of cities, in: Journal of Monetary Economics, 36. Jg., Nr. 1, S. 117-143.

Henderson, J. (1995): Innovation and agglomeration: Two parables suggested by city-size distributions: Comment, in: Japan and the World Economy, 7. Jg., Nr.4, S. 391-393.

Just, T. und C. Thater (2008): Megacities: Wachstum ohne Grenzen?, in: Deutsche Bank Research, Aktuelle Themen, Nr. 412, Frankfurt am Main.

Krugman, P. (1996): The self-organizing economy, Blackwell Science, Oxford.

Nitsch, V. (2004): Zipf zipped, in: Journal of Urban Economics, 57. Jg., Nr. 1, S. 86-100.

Rosen, K. und M. Resnick (1980): The size distribution of cities: An examination of the Pareto law and primacy, in: Journal of Urban Economics, 8. Jg., Nr. 2, S. 165-186.

Statistische Ämter der einzelnen Staaten (div. Jg.): Statistics Belgium, Statistics Finland, Institut National de la Statistique et des Études Économiques, General Secretariat of National Statistical Service of Greece, UK National Statistics, Statistics Netherlands, Statistics Norway, Statistik Austria, Instituto Nacional de Estatística Portugal, Statistiska Centralbyrån, Swiss Federal Statistical Office, Statistical Office of the Republic of Slovenia.

Statistisches Bundesamt (div. Jg.): Gemeindeverzeichnis, Wiesbaden.

Statistisches Bundesamt (div. Jg.): Statistisches Jahrbuch, Wiesbaden.

Suarez-Villa, L. (1988): „Metropolitan Evolution, Sectoral Economic Change, and the City Size Distribution“, in: Urban Studies, 25. Jg., Nr. 1, S. 1-20.

Zipf, G. (1949): Human behavior and the principle of least effort“, Addison Wesley, Cambridge, MA.

© Copyright 2009. Deutsche Bank AG, DB Research, D-60262 Frankfurt am Main, Deutschland. Alle Rechte vorbehalten. Bei Zitaten wird um Quellenangabe „Deutsche Bank Research“ gebeten.
Die vorstehenden Angaben stellen keine Anlage-, Rechts- oder Steuerberatung dar. Alle Meinungsaussagen geben die aktuelle Einschätzung des Verfassers wieder, die nicht notwendigerweise der Meinung der Deutsche Bank AG oder ihrer assoziierten Unternehmen entspricht. Alle Meinungen können ohne vorherige Ankündigung geändert werden. Die Meinungen können von Einschätzungen abweichen, die in anderen von der Deutsche Bank veröffentlichten Dokumenten, einschließlich Research-Veröffentlichungen, vertreten werden. Die vorstehenden Angaben werden nur zu Informationszwecken und ohne vertragliche oder sonstige Verpflichtung zur Verfügung gestellt. Für die Richtigkeit, Vollständigkeit oder Angemessenheit der vorstehenden Angaben oder Einschätzungen wird keine Gewähr übernommen.
In Deutschland wird dieser Bericht von Deutsche Bank AG Frankfurt genehmigt und/oder verbreitet, die über eine Erlaubnis der Bundesanstalt für Finanzdienstleistungsaufsicht verfügt. Im Vereinigten Königreich wird dieser Bericht durch Deutsche Bank AG London, Mitglied der London Stock Exchange, genehmigt und/oder verbreitet, die in Bezug auf Anlagegeschäfte im Vereinigten Königreich der Aufsicht der Financial Services Authority unterliegt. In Hongkong wird dieser Bericht durch Deutsche Bank AG, Hong Kong Branch, in Korea durch Deutsche Securities Korea Co. und in Singapur durch Deutsche Bank AG, Singapore Branch, verbreitet. In Japan wird dieser Bericht durch Deutsche Securities Limited, Tokyo Branch, genehmigt und/oder verbreitet. In Australien sollten Privatkunden eine Kopie der betreffenden Produktinformation (Product Disclosure Statement oder PDS) zu jeglichem in diesem Bericht erwähnten Finanzinstrument beziehen und dieses PDS berücksichtigen, bevor sie eine Anlageentscheidung treffen.
Druck: HST Offsetdruck Schadt & Tetzlaff GbR, Dieburg

Print: ISSN 1610-1502 / Internet: ISSN 1610-1499 / E-Mail: ISSN 1610-1480