

Maußner, Alfred

**Working Paper**

## Außengeld in berechenbaren Konjunkturmodellen: Modellstrukturen und numerische Eigenschaften

BERG Working Paper Series on Government and Growth, No. 25

**Provided in Cooperation with:**

Bamberg Economic Research Group, Bamberg University

Suggested Citation: Maußner, Alfred (1998) : Außengeld in berechenbaren Konjunkturmodellen: Modellstrukturen und numerische Eigenschaften, BERG Working Paper Series on Government and Growth, No. 25, ISBN 3931052079, Bamberg University, Bamberg Economic Research Group on Government and Growth (BERG), Bamberg

This Version is available at:

<http://hdl.handle.net/10419/39700>

**Standard-Nutzungsbedingungen:**

Die Dokumente auf EconStor dürfen zu eigenen wissenschaftlichen Zwecken und zum Privatgebrauch gespeichert und kopiert werden.

Sie dürfen die Dokumente nicht für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, öffentlich zugänglich machen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Sofern die Verfasser die Dokumente unter Open-Content-Lizenzen (insbesondere CC-Lizenzen) zur Verfügung gestellt haben sollten, gelten abweichend von diesen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

**Terms of use:**

*Documents in EconStor may be saved and copied for your personal and scholarly purposes.*

*You are not to copy documents for public or commercial purposes, to exhibit the documents publicly, to make them publicly available on the internet, or to distribute or otherwise use the documents in public.*

*If the documents have been made available under an Open Content Licence (especially Creative Commons Licences), you may exercise further usage rights as specified in the indicated licence.*

Alfred Maußner

# **Außengeld in berechenbaren Konjunkturmodellen**

Modellstrukturen und numerische Eigenschaften

Otto-Friedrich Universität Bamberg

Juni 1998

## Inhaltsverzeichnis

I. Einführung .....	3
II. Güterwirtschaftliche Modelle .....	5
1. Feste und flexible Arbeitszeit .....	5
2. Monopolistische Konkurrenz auf dem Gütermarkt .....	11
3. Learning by Doing und Humankapitalbildung .....	14
III. Drei Modelle mit Geld .....	21
1. Geld- und Kreditgüter .....	21
2. Eine andere Form der Vorauskassenbedingung .....	27
3. Geld in der Nutzenfunktion .....	31
IV. Gütermarktfriktionen .....	35
1. Geld in der Nutzenfunktion und Kosten der Preisanpassung .....	35
2. Kosten der Preisanpassung im Modell mit Geld- und Kreditgütern .....	43
V. Gütermarktfriktionen und endogene Wachstumsrate .....	48
1. Learning by Doing .....	48
2. Investitionen in Humankapital .....	51
Literaturverzeichnis .....	58

## I. Einführung

Die Real Business Cycle (RBC) Theorie erklärt Konjunkturschwankungen im Rahmen von einfachen, intertemporalen allgemeinen Gleichgewichtsmodellen. In diesen Modellen wählt ein repräsentativer Haushalt Zeitpfade für sein Arbeitsangebot und seinen Konsum, während gewinnmaximierende Unternehmen über die Faktornachfrage und das Güterangebot entscheiden. Alle Wirtschaftssubjekte haben rationale Erwartungen bezüglich der Zeitpfade jener Größen, die ihr Entscheidungsproblem beeinflussen. Ohne störende Einflüsse von außen erreicht die Wirtschaft asymptotisch ein Wachstumsgleichgewicht, in dem die Pro-Kopf-Größen mit einer exogen vorgegebenen oder vom Modell bestimmten Wachstumsrate zunehmen. Konjunkturschwankungen beruhen auf der permanenten Störung des Konvergenzprozesses durch exogene Schocks, die vornehmlich als stochastische Einflüsse auf die (totale) Faktorproduktivität modelliert werden.

Gegenstand dieses Beitrags ist die Integration von Außengeld und Gütermarktunvollkommenheiten in RBC-Modelle. Dazu existieren selbstverständlich bereits eine Reihe von Ansätzen in der Literatur. Ihre Unterschiede und Gemeinsamkeiten herauszuarbeiten ist ein Ziel dieses Beitrags. Daneben geht es mir darum, diese Modelle mit jenen der Theorie des endogenen Wachstums zu verknüpfen. Die Form eines Arbeitspapiers erlaubt es, die Modelle ausführlich zu entwickeln, darzustellen, anhand ihrer numerischen Eigenschaften zu vergleichen und denen des westdeutschen Konjunkturzyklus gegenüberzustellen. Dies geschieht im Rahmen einer einheitlichen Methode, die ich nun kurz beschreibe.

Die Variablen eines RBC-Modells können in vier Klassen eingeteilt werden: Kontrollen  $u_t$ , endogene Zustände mit bzw. ohne gegebener Anfangsbedingung,  $x_t$  bzw.  $y_t$  und exogene Zustände  $z_t$ . Die Optimalitätsbedingungen induzieren ein nichtlineares Differenzgleichungssystem in den Zuständen. Weil dieses System Variable ohne gegebene Anfangswerte enthält, kann es nicht durch einfache Iteration gelöst werden. Ein häufig benutztes Lösungsverfahren<sup>1</sup> besteht daher darin, die Bedingungen für eine optimale intertemporale Allokation durch logarithmisch-lineare Gleichungen zu approximieren. Durch einen Koordinatenwechsel kann dieses System entkoppelt werden. Die Zeitpfade der Zustände ohne Anfangsbedingung findet man dann aus der "Vorwärtslösung". Die linearisierten Gleichungen lassen sich in zwei Blöcke teilen:

$$\Gamma^{11} u_t = \Gamma^{12} \begin{bmatrix} x_t \\ y_t \end{bmatrix} + \Gamma^{13} z_t, \tag{I.1}$$
$$\Gamma^{21} E_t \begin{bmatrix} x_{t+1} \\ y_{t+1} \end{bmatrix} + \Gamma^{22} \begin{bmatrix} x_t \\ y_t \end{bmatrix} = \Gamma^{23} E_t u_{t+1} + \Gamma^{24} u_t + \Gamma^{25} E_t z_{t+1} + \Gamma^{26} z_t,$$

---

<sup>1</sup> Siehe hierzu KING, PLOSSER UND REBELO (1988) sowie BURNSIDE (1995).

mit  $\Gamma^{ij}$  als passenden Koeffizientenmatrizen. Die erste Block bestimmt die Kontrollen der Periode  $t$  als Funktionen der exogenen und endogenen Zustände der Periode. Der zweite beschreibt die Dynamik des Systems, wobei  $E_t$  den Erwartungsoperator auf Basis der den Wirtschaftssubjekten in der Periode  $t$  verfügbaren Informationen symbolisiert. Diese beiden Gleichungen lassen sich zusammenfassen in:

$$E_t \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{t+1} \\ \mathbf{y}_{t+1} \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} \mathbf{x}_t \\ \mathbf{y}_t \end{bmatrix} + BE_t \mathbf{z}_{t+1} + C\mathbf{z}_t,$$

$$A := [\Gamma^{21} - \Gamma^{23}(\Gamma^{11})^{-1}\Gamma^{12}]^{-1}[\Gamma^{24}(\Gamma^{11})^{-1}\Gamma^{12} - \Gamma^{22}],$$

$$B := [\Gamma^{21} - \Gamma^{23}(\Gamma^{11})^{-1}\Gamma^{12}]^{-1}[\Gamma^{25} + \Gamma^{23}(\Gamma^{11})^{-1}\Gamma^{13}],$$

$$C := [\Gamma^{21} + \Gamma^{23}(\Gamma^{11})^{-1}\Gamma^{12}]^{-1}[\Gamma^{26} + \Gamma^{24}(\Gamma^{11})^{-1}\Gamma^{13}].$$

Dieses System besitzt eine eindeutige Lösung, wenn die Matrix  $A$  so viele Eigenwerte innerhalb (außerhalb) des Einheitskreises hat wie der Vektor  $x$  ( $y$ ) Elemente umfaßt. Die Lösung besteht aus drei Gruppen von Feed-Back-Regeln: Die erste Gruppe bestimmt die endogenen Zustände mit gegebener Anfangsbedingung, die zweite die endogenen Zustände ohne Anfangsbedingung und die dritte die Kontrollen:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{t+1} &= \Phi^{11}\mathbf{x}_t + \Phi^{12}\mathbf{z}_t, \\ \mathbf{y}_t &= \Phi^{21}\mathbf{x}_t + \Phi^{22}\mathbf{z}_t, \\ \mathbf{u}_t &= \Phi^{31}\mathbf{x}_t + \Phi^{32}\mathbf{z}_t. \end{aligned} \tag{I.3}$$

Dieses System kann mit Hilfe gegebener Zeitpfade der exogenen Zustände und gegebener Anfangsbedingungen simuliert werden. Der Erklärungsgehalt eines RBC-Modells wird über den Vergleich der so erzeugten Zeitreihen mit den empirischen Reihen beurteilt. In der Regel geschieht dies qualitativ und nicht im Rahmen eines statistischen Kalküls, obwohl auch dafür Ansätze existieren.<sup>2</sup>

---

<sup>2</sup> Siehe hierzu BURNSIDE (1995), S. 55ff der das von CHRISTIANO und EICHENBAUM (1992) vorgeschlagene Verfahren beschreibt.

Tabelle I.1 enthält daher als Referenz Streuungs- und Korrelationsmaße für jene volkswirtschaftlichen Größen, die im Vordergrund der folgenden Modelle stehen. Sie beruhen auf Quartalsdaten westdeutscher Zeitreihen im Zeitraum 75.i bis 89.iv, die mit Ausnahme der

Tabelle I.1

Variable	$s_x$	$s_{xy}$	$r_x$	$r_{xy}$	$r_{xg}$
Produktion	1,22	1,00	0,85	1,00	-0,32
Konsum	0,76	0,63	0,62	0,58	-0,26
Investition	2,66	2,19	0,80	0,78	-0,24
Arbeitsstunden	0,74	0,61	0,26	0,47	-0,35
Reallohn	0,90	0,74	0,45	0,26	0,01
Inflationsrate	0,28	0,23	-0,04	0,06	0,03
Nominalzins	0,86	0,71	0,85	-0,13	-0,41
$g_y$	0,64	0,52	-0,05	0,24	-0,11
$g_m$	1,63	1,34	-0,04	-0,32	1,00

Preisvariablen als Pro-Kopf-Größen<sup>3</sup> berechnet sind. Die angegebenen Standardabweichungen  $s_x$  beziehen sich auf die prozentualen Abweichungen vom jeweiligen HP-Trend<sup>4</sup>. Die mit  $s_{xy}$  überschreibende Spalte mißt die zyklische Variabilität einer Reihe relativ zu jener der Produktion.<sup>5</sup> Die Spalte  $r_x$  gibt die Autokorrelation einer Reihe mit Lag 1 wieder, und die Spalten  $r_{xy}$  bzw.  $r_{xg}$  enthalten die Korrelation der Reihe  $x$  mit der Produktion  $y$  bzw. der Wachstumsrate der Geldmenge  $g_m$ . Die beiden letzten Zeilen der Tabelle enthalten die Wachstumsraten der Produktion  $g_y$  und der realen Pro-Kopf-Geldmenge  $g_m$  in der Definition des Aggregats M1.

## II. Güterwirtschaftliche Modelle

Dieser Abschnitt befaßt sich mit Modellen, die nur von Produktivitätsschocks getrieben werden. Seine Themen sind die Flexibilität der Arbeitszeit, der unvollkommene Wettbewerb auf dem Gütermarkt und die Endogenisierung der Wachstumsrate.

### 1. Feste und flexible Arbeitszeit

#### Modellstruktur

Als Referenz für die im folgenden betrachteten Modelle dienen zwei RBC-Modelle von HANSEN (1985). Im Modell mit fester Arbeitszeit ist ein Haushalt entweder beschäftigt und arbeitet  $h$  Stunden oder er ist arbeitslos. Jeder Haushalt kann sich an einer Lotterie beteiligen. Diese bestimmt den Anteil der Haushalte, die in einer Periode tatsächlich arbeiten. Wenn die Nutzenfunktion eines Haushalts logarithmisch linear in seiner Freizeit ist, dann läßt sich

<sup>3</sup> Bezogen auf die Zahl der Erwerbspersonen (abhängige Bechäftigte, Arbeitslose sowie Selbständige und mithelfende Familienangehörige).

<sup>4</sup> Nach dem von HODRICK und PRESCOTT (1997) vorgeschlagenen Trendbereinigungsverfahren.

<sup>5</sup> d.h.  $s_{xy} = s_x/s_y$ .

zeigen, daß die Nutzenfunktion des repräsentativen Haushalts linear in der Freizeit ist. Der repräsentative Haushalt im Modell mit fester Arbeitszeit maximiert:

$$\max \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [\ln C_t - \theta N_t], \quad \beta \in (0, 1),$$

unter den Nebenbedingungen (II.1)

$$K_{t+1} \leq W_t N_t + R_t K_t + D_t + (1-\delta)K_t - C_t,$$

$K_0$  gegeben,

wobei  $C_t$  der Konsum,  $N_t$  die Arbeitsstunden je Periode,  $K_t$  das Sachvermögen,  $D_t$  die Dividendeneinkünfte,  $W_t$  der Reallohnsatz,  $R_t$  die Mietrate für Kapitaldienste und  $\delta$  die Verschleißrate des Sachvermögens (=Kapitals) symbolisieren.

Die Optimumsbedingungen für dieses Problem sind (ohne die entsprechenden Transversalitätsbedingungen):

$$\Lambda_t = \frac{1}{C_t},$$

$$\theta = \Lambda_t W_t, \tag{II.2}$$

$$\Lambda_t = \beta E_t \Lambda_{t+1} (1 - \delta + R_{t+1}).$$

Die letzte dieser Formeln entspricht LUCAS' (1978) Regel für die Preisbildung von Wertpapieren, die in deterministischen Modellen der Keynes-Ramsey-Regel entspricht.

Die Produktionsseite dieses Modells besteht aus einer aggregierten Produktionstechnik in Form einer Cobb-Douglas-Funktion mit konstanten Skalenerträgen:

$$Y_t = Z_t (A_t N_t)^\alpha K_t^{1-\alpha}, \quad \alpha \in (0, 1). \tag{II.3}$$

Der arbeitserhöhende technische Fortschritt  $A_t$  folgt einem deterministischen Wachstumsgesetz mit dem Wachstumsfaktor  $a$ :

$$A_{t+1} = a A_t, \quad a \geq 1. \tag{II.4}$$

Der Produktivitätsschock  $Z_t$  ist ein Zufallsprozeß mit Erwartungswert  $Z$  und dem Entwicklungsgesetz

$$z_{t+1} = \rho_Z z_t + \epsilon_t, \quad \epsilon_t \sim n(0, \sigma_\epsilon), \quad (\text{II.5})$$

wobei  $z_t := \ln(Z_t/Z)$ .

Die Unternehmen maximieren ihre Periodengewinne

$$D_t := Y_t - W_t N_t - R_t K_t \quad (\text{II.6})$$

unter der Nebenbedingung der Produktionsfunktion (II.3). Die notwendigen Bedingungen dafür lauten:

$$\begin{aligned} W_t &= \alpha A_t Z_t (A_t N_t)^{\alpha-1} K_t^{1-\alpha}, \\ R_t &= (1-\alpha) Z_t (A_t N_t)^\alpha K_t^{-\alpha}. \end{aligned} \quad (\text{II.7})$$

Sie implizieren, daß keine Gewinne anfallen,  $D_t=0$  für alle  $t$ .

### Modelleigenschaften

Eine Variablentransformation überführt die Modellvariablen in stationäre Größen. Dazu definiert man:

$$c_t = C_t/A_t, \quad k_t = K_t/A_t, \quad y_t = Y_t/A_t, \quad \text{und} \quad \lambda_t = \Lambda_t A_t. \quad (\text{II.8})$$

Die Optimumsbedingungen (II.2) und (II.7) implizieren nun zusammen mit (II.8) und der Budgetrestriktion des Haushaltssektors das folgende System von Bedingungen, denen eine optimale intertemporale Allokation genügen muß:

$$\begin{aligned} \lambda_t &= \frac{1}{c_t}, \\ \theta N_t &= \lambda_t \alpha Z_t N_t^\alpha k_t^{1-\alpha}, \\ \lambda_t &= (\beta/a) E_t \lambda_{t+1} \left( 1 - \delta + (1-\alpha) Z_{t+1} N_{t+1}^\alpha k_{t+1}^{-\alpha} \right), \\ a k_{t+1} &= (1-\delta) k_t + Z_t N_t^\alpha k_t^{1-\alpha} - c_t. \end{aligned} \quad (\text{II.9})$$

Zum Studium der numerischen Eigenschaften dieses Systems werden diese Bedingungen in der Nähe eines Wachstumsgleichgewichts linear approximiert. Das Wachstumsgleichgewicht



erhält man, wenn man in (II.9) alle Zeitindizes und den Erwartungsoperator entfernt und  $Z_t$  durch  $Z$  ersetzt. Dann folgt:

$$\begin{aligned}\frac{y}{k} &= \frac{a - \beta(1 - \delta)}{\beta(1 - \alpha)}, \\ \frac{c}{k} &= \frac{y}{k} + (1 - a - \delta), \\ N &= \frac{\alpha y/k}{\theta c/k}.\end{aligned}\tag{II.10}$$

Definiert man nun

$$\hat{x}_t := (X_t - X)/X \approx \ln(X_t/X),$$

dann kann man aus (II.9) ein System linearer Differenzgleichungen ableiten, das die relative Abweichung aller Modellvariablen von ihrem jeweiligen langfristigen Gleichgewichtswert beschreibt. Es lautet:

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 - \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{c}_t \\ \hat{N}_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 - \alpha & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{k}_t \\ \hat{\lambda}_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \hat{Z}_t,\tag{II.11}$$

$$\begin{aligned}& \begin{bmatrix} \alpha\xi & -1 \\ a & 0 \end{bmatrix} E_t \begin{bmatrix} \hat{k}_{t+1} \\ \hat{\lambda}_{t+1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -[1 - \delta + (1 - \alpha)y/k] & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{k}_t \\ \hat{\lambda}_t \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 & \alpha\xi \\ 0 & 0 \end{bmatrix} E_t \begin{bmatrix} \hat{c}_{t+1} \\ \hat{N}_{t+1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{c}{k} & \frac{\alpha y}{k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{c}_t \\ \hat{N}_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \xi \\ 0 \end{bmatrix} E_t \hat{Z}_{t+1} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{y}{k} \end{bmatrix} \hat{Z}_t,\end{aligned}\tag{II.12}$$

$$\xi := 1 - (\beta/a)(1 - \delta).$$

Reduziert man dieses System auf die Struktur der Gleichung (I.2), so erkennt man, daß die Matrix  $A$  einen stabilen und einen instabilen Eigenwert besitzt und somit eindeutig gelöst werden kann. Aus den simulierten Zeitreihen können Momente zur Charakterisierung des Modells berechnet werden. Dabei interessieren neben den oben schon dargestellten Größen die Zeitreihen der Produktion  $\hat{y}_t$ , der Investitionen  $\hat{i}_t$  (wobei  $i_t := I_t/A_t$ ) und des Reallohnes  $\hat{w}_t$  (wobei  $w_t := W_t/A_t$ ). Für diese folgen aus der Produktionsfunktion (II.3), der Res-

sourcenrestriktion (d.i. die letzte Gleichung in (II.9)) und den Gewinnmaximierungsbedingungen (II.7) die folgenden Gleichungen:

$$\begin{aligned}\hat{y}_t &= \hat{Z}_t + \alpha \hat{N}_t + (1-\alpha) \hat{k}_t, \\ \hat{i}_t &= (y/i) \hat{y}_t - (c/i) \hat{c}_t, \quad \frac{y}{i} = \frac{y/k}{a+\delta-1}, \quad \frac{c}{i} = \frac{c/k}{a+\delta-1}. \\ \hat{w}_t &= \hat{Z}_t - (1-\alpha) \hat{N}_t + (1-\alpha) \hat{k}_t.\end{aligned}\tag{II.13}$$

Für die Modellsimulation lege ich Parameterwerte zugrunde, die sich aus westdeutschen Quartalsdaten im Zeitraum 75.i bis 89.iv ableiten lassen. Diese Kalibrierung des Modells folgt der Hierarchie der Bedingungen für ein Wachstumsgleichgewicht in (II.10). Der Wachstumsfaktor  $a$  ergibt sich aus dem geschätzten exponentiellen Trend der Pro-Kopf-Produktion, die im eben genannten Zeitraum rund 0,3% pro Quartal beträgt. Der Diskontfaktor  $\beta$  bestimmt zusammen mit  $a$  und der Abschreibungsrate  $\delta$  das Nettogrenzprodukt des Kapitals  $(1-\delta + (1-\alpha)y/k)$ . Die vierteljährliche Abschreibungsrate entspricht rund einem Prozent.<sup>6</sup> Ein ex post Realzins auf langfristige Anleihen von etwa 4% p.a. führt dann zusammen mit  $a=1,003$  auf  $\beta=0,993$  (gerundet). Die Produktionselastizität der Arbeit  $\alpha$  setze ich mit der Lohnquote gleich. Bei deren Berechnung habe ich den Selbständigen ein durchschnittliches Lohneinkommen in Höhe des mittleren Lohneinkommens abhängig Beschäftigter zugerechnet. Hieraus folgt  $\alpha=0,65$ . Wie die Modellgleichungen zeigen, hat der Parameter  $\theta$  keinen Einfluß auf das dynamische Verhalten des Modells. Er bestimmt lediglich den Wert von  $N$ . Ich wähle daher jenen Wert, der den empirischen Wert für  $N$  erzeugt. Dieser liegt bei rund 0,28. Die Eigenschaften des Produktivitätsschocks  $Z_t$  werden mit Hilfe der Produktionsfunktion bestimmt. Aus dieser folgt

$$\ln Z_t = \ln Y_t - \alpha [\ln A_0 + t \ln a + \ln N_t] - (1-\alpha) \ln K_t.$$

Setzt man in diese Gleichung die vorab ermittelten Werte für  $a$  und  $\alpha$  ein, kann mit Hilfe der Reihen für  $N$  und  $K$  das Solowresiduum  $Z$  bestimmt werden. Aus der Regression von  $\ln(Z)$  auf  $\ln(Z_{t-1})$  gewinnt man  $\rho_z$  und  $\sigma_z$ . Den langfristigen Durchschnitt  $Z$  normiere ich auf Eins. Zusammenfassend ergeben sich damit die Parameterwerte in Tabelle II.1.

---

<sup>6</sup> Sie ist damit wesentlich niedriger als in vielen Studien auf Basis von US-Daten, wo Werte größer als 2% üblich sind.

Tabelle II.1

Nutzenfunktion	Produktionstechnik	Produktivitätsschock	
$\beta=0,993$	$\alpha=0,65$	$a=1,003$	$\rho_z=0,97$
$\theta=3,00$	$\delta=0,01$	$\sigma_\epsilon=0,0065$	

Mit Hil-

fe dieser Parameter und normalverteilter Zufallsgrößen habe ich 500 Zeitreihen mit jeweils

120 Werten generiert. Die wichtigsten Zeitreihenmomente gibt die nachstehende Tabelle II.2 wieder. Dazu zählen die Standardabweichung  $s_x$  einer Zeitreihe  $x$ , die Relation zwischen der Standardabweichung von  $x$  und jener der Produktion,  $s_x/s_y$ , der Autokorrelationskoeffizient erster Ordnung,  $r_x$ , sowie der Korrelationskoeffizient zwischen der Reihe  $x$  und der Produktion als Indikator pro- bzw. antizyklischen Verhaltens. Das Modell überschätzt die Standardabweichungen von Produktion, Investitionen und Arbeits-

Tabelle II.2

Variable	$s_x$	$s_x/s_y$	$r_x$	$r_{xy}$
Produktion	1,63	1,00	0,69	1,00
Konsum	0,39	0,24	0,75	0,93
Investitionen	5,96	3,66	0,68	1,00
Arbeitsstunden	1,27	0,78	0,68	0,99
Reallohn	0,39	0,24	0,75	0,93

stunden und unterschätzt jene des Konsums und des Reallohns. Weit überzeichnet werden auch die Autokorrelationen aller Variablen mit der Produktion.

Etwas geringere Streuungen erhält man im Fall des Modells mit flexibler Arbeitszeit. Der einzige Unterschied zwischen beiden Modellen besteht in der Nutzenfunktion des repräsentativen Haushalts. Ersetzt man in dieser den Ausdruck  $-\theta N_t$  durch  $\theta \ln(1-N_t)$  lautet die Bedingung für die nutzenmaximale Wahl der Freizeit

$$\frac{\theta}{1-N_t} = \Lambda_t W_t = \alpha \lambda_t Z_t N_t^{\alpha-1} k^{1-\alpha}.$$

Ihre loglinearisierte Form

$$\left[ 1-\alpha + \frac{N}{1-N} \right] \hat{N}_t = (1-\alpha) \hat{k}_t + \hat{\lambda}_t + \hat{Z}_t.$$

ersetzt die zweite Gleichung in (II.11).  $\theta$  muß nun auf 2,16 gesetzt werden, um zusammen mit den anderen Parameter  $N=0,28$  zu implizieren. Die Simulation dieses Modells erzeugt die in Tabelle II.3 zusammengefaßten Zeitreihenmomente. Gemessen an der Streuung der Produktion und der Arbeitsstunden, kommt diese Variante den westdeutschen Daten näher. Sie überschätzt aber weiterhin die Streuung der Investitionen und unterschätzt jene des Kon-

sums. Unrealistisch hoch bleiben auch die Korrelationen aller Zeitreihen mit der Produktion.

Tabelle II.3

Variable	$s_x$	$s_x/s_y$	$r_x$	$r_{xy}$
Produktion	1,24	1,00	0,69	1,00
Konsum	0,33	0,26	0,74	0,95
Investitionen	4,44	3,57	0,69	1,00
Arbeitsstunden	0,68	0,54	0,69	0,99
Reallohn	0,58	0,46	0,70	0,99

## 2. Monopolistische Konkurrenz auf dem Gütermarkt

### Modellstruktur

Damit Güterpreise zu Entscheidungsvariablen werden, muß den Unternehmen ein Preissetzungsspielraum eingeräumt werden. Üblicherweise benutzt man dafür die Marktform der monopolistischen Konkurrenz. Um diese zu rechtfertigen, betrachte ich das Endprodukt  $Y_t$  als Aggregat von  $j \in [0, 1]$  Zwischengütern  $Y_j$  in Form eines CES-Indexes:

$$Y_t = \left[ \int_0^1 Y_{jt}^{(\epsilon-1)/\epsilon} dj \right]^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}}, \quad \epsilon > 1. \quad (\text{II.14})$$

Der Endgütersektor ist wettbewerblich organisiert und maximiert seinen Gewinn

$$P_t Y_t - \int_0^1 P_{jt} Y_{jt} dj$$

unter der Nebenbedingung der obigen Produktionsfunktion. Die Bedingung erster Ordnung hierfür liefert die Nachfragefunktion nach dem Zwischenprodukt  $j$ :

$$Y_{jt} = \left( \frac{P_{jt}}{P_t} \right)^{-\epsilon} Y_t. \quad (\text{II.15})$$

Die Unternehmen des Endgütersektors erwirtschaften keine Gewinne, wenn der Preisindex  $P_t$  durch

$$P_t = \left[ \int_0^1 P_{jt}^{1-\epsilon} dj \right]^{\frac{1}{1-\epsilon}} \quad (\text{II.16})$$

gegeben ist. In diesem Fall ist nämlich  $P_t Y_t = \int_0^1 P_{jt} Y_{jt} dj$ .

Ein Unternehmen  $j \in [0, 1]$  löst das Optimierungsproblem:

$$\max \sum_{t=0}^{\infty} \rho_t [P_{jt} Y_{jt} - P_t W_t N_{jt} - P_t R_t K_{jt}]$$

unter den Nebenbedingungen

$$Y_{jt} \leq \left( \frac{P_{jt}}{P_t} \right)^{-\epsilon} Y_t, \quad (\text{II.17})$$

$$Y_{jt} = Z_t (A_t N_{jt})^\alpha K_{jt}^{1-\alpha}.$$

mit dem Diskontfaktor  $\rho_t$ . Die notwendigen Bedingungen lauten:

$$W_t = \frac{P_{jt}}{P_t} A_t \frac{\epsilon-1}{\epsilon} \alpha Z_t (A_t N_{jt})^{\alpha-1} K_{jt}^{1-\alpha}, \quad (\text{II.18})$$

$$R_t = \frac{P_{jt}}{P_t} \frac{\epsilon-1}{\epsilon} (1-\alpha) Z_t (A_t N_{jt})^\alpha K_{jt}^{-\alpha}.$$

In der Budgetrestriktion des repräsentativen Haushalts sind nun die Dividendenzahlungen

$$D_t := \int_0^1 [Y_{jt} - W_t N_{jt} - R_t K_{jt}] dj$$

positiv. Ein symmetrisches Gleichgewicht erfüllt für alle Variablen  $X \in \{P, N, K, Y\}$  die Bedingung:

$$X_t = X_{jt} = X_{it} \quad \forall t \text{ und } i, j \in [0, 1],$$

Damit erhält man aus (II.18) und den Optimumsbedingungen des Haushalts für den Fall der flexiblen Arbeitszeit das folgende System zur Kennzeichnung einer optimalen intertemporalen Allokation:

$$\lambda_t = \frac{1}{c_t},$$

$$\frac{\theta}{1-N_t} = \lambda_t \frac{\epsilon-1}{\epsilon} \alpha Z_t N_t^{\alpha-1} k_t^{1-\alpha}, \quad (\text{II.19})$$

$$\lambda_t = (\beta/a) E_t \lambda_{t+1} \left( 1 - \delta + \frac{\epsilon-1}{\epsilon} (1-\alpha) Z_{t+1} N_{t+1}^\alpha k_{t+1}^{-\alpha} \right),$$

$$a k_{t+1} = (1-\delta) k_t + Z_t N_t^\alpha k_t^{1-\alpha} - c_t.$$

Der Unterschied zum Modell des vollkommenen Wettbewerbs besteht mithin nur in dem Keil  $(\epsilon-1)/\epsilon$  zwischen Grenzprodukt und Faktorentgelt. Davon ist das loglinearisierte System nur insofern betroffen, als die Koeffizientenmatrizen von den Steady-State-Lösungen für  $N/(1-N)$ ,  $y/k$  und  $c/k$  abhängen. Diese folgen nun aus dem Gleichungssystem:

$$\frac{y}{k} = \frac{a - \beta(1-\delta)}{\beta(1-\alpha)} \frac{\epsilon}{\epsilon-1},$$

$$\frac{c}{k} = \frac{y}{k} + 1 - a - \delta, \quad (\text{II.20})$$

$$\frac{N}{1-N} = \frac{\alpha}{\theta} \frac{y/k}{c/k} \frac{\epsilon-1}{\epsilon}.$$

Für die Wahl von  $\epsilon$  greife ich auf den Vorschlag von HAIRAUT und PORTIER (1993), S. 1549 zurück, die für US-Daten von einem Aufschlagsatz  $\mu = 1/(\epsilon-1) = 0,2$  ausgehen.<sup>7</sup> Aufgrund des Keils zwischen Reallohn und Grenzprodukt der Arbeit weicht die Lohnquote  $\omega = WN/Y$  von der Produktionselastizität der Arbeit ab. Für den Zusammenhang zwischen beiden Größen folgt aus (II.18) die Gleichung

$$\omega = \alpha \frac{\epsilon - 1}{\epsilon}.$$

---

<sup>7</sup> Genau genommen schlagen sie  $\mu = 0,197$  vor, während ROTEMBERG und WOODFORD (1995), S. 259  $\mu = 0,4$  vorschlagen. Allerdings berücksichtigen diese Vorleistungen in ihrem Modell, das damit in einigen Punkten von meinem Modell abweicht.

Bei einer Lohnquote von 0,65 und für  $\mu=0,2$  ( $\rightarrow \epsilon=6$ ) folgt demnach  $\alpha=0,78$ .  $\theta=1,9$  impliziert in diesem Fall  $N=0,28$ . Alle anderen Parameter entsprechen den Werten in Tabelle II.1. Das gilt auch für die Parameter, die den Produktivitätsschock beschreiben. Diese müßten eigentlich mit Hilfe der größeren Produktionselastizität der Arbeit neu berechnet werden.

Tabelle II.4

Variable	$s_x$	$s_x/s_y$	$r_x$	$r_{xy}$
Produktion	1,22	1,00	0,69	1,00
Konsum	0,46	0,38	0,73	0,97
Investitionen	6,99	5,74	0,68	0,99
Arbeitsstunden	0,53	0,44	0,68	0,99
Reallohn	0,70	0,57	0,70	0,99

Da es mir aber nicht um eine möglichst gute Anpassung der Modelle an die empirischen Momente geht, sondern um den Vergleich diverser Modellstrukturen, behalte ich die Schockfolge bei. Die Simulationsergebnisse enthält Tabelle II.4. Während sich die Streuung der Produktion nur geringfügig abnimmt, bewegt sich die Standardabweichung des Konsums in die Richtung des empirischen Werts. Dafür übersteigt die Variabilität der Investitionen nun den empirischen Wert noch weit mehr als im Modell des vollkommenen

Wettbewerbs. Keine Verbesserung in Richtung auf die tatsächlichen Werte gibt es bei den Korrelationen der Zeitreihen mit jener der Produktion.

### 3. Learning by Doing und Humankapitalbildung

Die Theorie des endogenen Wachstums kennt im wesentlichen zwei verschiedene Ansätze.<sup>8</sup> Im ersten beruht das Wachstum auf der Akkumulation von Sach- und Humankapital, wobei sichergestellt wird, daß eine der beiden Kapitalarten oder ein Index des Gesamtkapitals konstante Skalenerträge aufweist. Im zweiten Ansatz sorgen zunehmende Produktvielfalt oder Produktqualität für dauerhaftes Wachstum. Diese Modelle setzen einen monopolistischen Gütermarkt zwingend voraus. Es läge daher nahe, die Wachstumsrate  $a$  im Rahmen eines solchen Modells endogen zu bestimmen. Indes beruhen die analytischen Lösungen dieser Modelle auf einer linearen Produktionstechnik, die es erlaubt, den Gegenwartswert der Monopolgewinne in einer einfachen Formel auszudrücken. Die oben benutzte Modellstruktur schließt eine analytische Lösung für den Gegenwartswert der Monopolgewinne aus. Es ist daher schwierig, auch nur die Wachstumsrate im Steady State zu bestimmen. Es scheint mir daher ratsam, zunächst den einfacheren Weg der Humankapitalmodelle zu beschreiten.

Im Rahmen dieser Ansätze kann man wiederum zwei Typen unterscheiden. In den einfachsten davon entsteht zusätzliches Humankapital als Nebenprodukt des Produktionsprozesses und unterliegt daher nicht dem willentlichen Einfluß der Haushalte. In den Modellen vom Lucas-Uzawa-Typ entscheidet der repräsentative Haushalt über das Ausmaß seines Humankapitals.

<sup>8</sup> Siehe hierzu MAUSSNER und KLUMP (1996), Abschnitt D.

### Learning by Doing

Das einfachste Modell, greift auf ARROWS (1962) Konzept des Learning by Doing zurück. Dazu unterstelle ich, daß die Entwicklung des Effizienzfaktors  $A_t$  vom Ausmaß der Beschäftigung abhängt:

$$A_{t+1} = (1 + \psi N_t)A_t, \quad \psi \geq 0. \quad (\text{II.21})$$

Der repräsentative Haushalt berücksichtigt diesen Einfluß allerdings nicht in seiner intertemporalen Konsumplanung.<sup>9</sup> Zwei Interpretationen bieten sich zur Rechtfertigung an. Einerseits kann man Lerneffekte als unbeabsichtigtes Nebenprodukt der Arbeit begreifen. Andererseits kann man die Variable  $A_t$  als Indikator der durchschnittlichen Effizienz der gesamten Arbeiterschaft interpretieren, die vor allem auf sozialen Fähigkeiten wie Teamgeist beruht.

Aus den Nutzen- und Gewinnmaximierungsbedingungen erhält man daher das folgende System von Gleichungen zur Beschreibung einer optimalen intertemporalen Allokation:

$$\begin{aligned} c_t &= \frac{1}{\lambda_t}, \\ \frac{\theta}{1-N_t} &= \lambda_t \alpha Z_t N_t^{\alpha-1} k_t^{1-\alpha}, \\ \lambda_t &= (\beta/a_t) E_t \lambda_{t+1} (1-\delta + (1-\alpha) Z_{t+1} N_{t+1}^\alpha k_{t+1}^{-\alpha}), \\ a_t k_{t+1} &= Z_t N_t^\alpha k_t^{1-\alpha} + (1-\delta) k_t - c_t, \\ a_t &= 1 + \psi N_t. \end{aligned} \quad (\text{II.22})$$

Aus diesem System läßt sich eine Gleichung zur Bestimmung des Wachstumsfaktors  $a$  ableiten,

$$\frac{\alpha\psi}{\theta} = (a-1) \left( 1 + \frac{\alpha}{\theta} - \frac{\beta(1-\alpha)(a+\delta-1)}{a-\beta(1-\delta)} \right), \quad (\text{II.23})$$

die für die üblichen Wert von  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\delta$  und  $\theta$  genau eine Lösung mit  $a > 1$  besitzt.

Die loglineare Version des Modells lautet:

---

<sup>9</sup> Anders OZLU (1996).



$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1-\alpha+\frac{N}{1-N} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{c}_t \\ \hat{N}_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1-\alpha & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{k}_t \\ \hat{\lambda}_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \hat{Z}_t, \\
 & \begin{bmatrix} a & 0 \\ \alpha\xi & -1 \end{bmatrix} E_t \begin{bmatrix} \hat{k}_{t+1} \\ \hat{\lambda}_{t+1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -(a/\beta) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{k}_t \\ \hat{\lambda}_t \end{bmatrix} = \\
 & \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \alpha\xi \end{bmatrix} E_t \begin{bmatrix} \hat{c}_{t+1} \\ \hat{N}_{t+1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -(c/k) & 1-a+\alpha y/k \\ 0 & \frac{1-a}{a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{c}_t \\ \hat{N}_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \xi \end{bmatrix} E_t \hat{Z}_{t+1} + \begin{bmatrix} y/k \\ 0 \end{bmatrix} \hat{Z}_t, \\
 & \xi := 1 - (\beta/a)(1-\delta).
 \end{aligned} \tag{II.24}$$

Tabelle II.5

Variable	$s_x$	$s_x/s_y$	$r_x$	$r_{xy}$
Produktion	1,23	1,00	0,99	1,00
Konsum	0,33	0,27	0,73	0,95
Investitionen	4,38	3,55	0,69	1,00
Arbeitsstunden	0,66	0,54	0,69	0,99
Reallohn	0,58	0,47	0,70	0,99
$g_y$	0,00	0,00	0,69	0,99

Die Simulation des Modells beruht auf den Parameterwerten in Tabelle II.1. Lediglich  $\theta$  muß (infolge der Flexibilität der Arbeitszeit) auf 2,16 gesetzt werden, um auf den empirischen Wert von  $N=0,28$  zu führen. Der Wert für  $\psi$  folgt aus  $a=1+\psi N$  mit  $\psi=0,01071$ . Wie man erwarten kann, weichen die Zeitreihenmomente in Tabelle II.5 nur wenig von dem Modell mit exogener Wachstumsrate ab. Auffallend ist nur der Rückgang der Standardabweichung der Investitionen.

### Humankapitalinvestitionen

Größere Änderungen des Grundmodells erfordert die Endogenisierung der Wachstumsrate nach dem Muster von LUCAS (1988). Danach produziert der Haushalt Humankapital mit Hilfe von Arbeitsleistungen. Die Entwicklungsgleichung für den Effizienzfaktor muß nun als Produktionsfunktion geschrieben werden. Mit  $\delta_A$  als Symbol für die Abschreibungsrate des Humankapitals lautet sie:

$$A_{t+1} - (1 - \delta_A)A_t = \psi(1-u_t)A_t N_t. \tag{II.25}$$

Hierin ist  $u_t \in [0, 1]$  der in der Produktion von Marktgütern  $Y_t$  eingesetzte Teil der Arbeitsleistungen  $N_t$ . Im Unterschied zur bisherigen Notation bezeichne ich im folgenden mit  $W_t$

den Lohnsatz je Effizienzeinheit der Arbeit. Dann lautet das Entscheidungsproblem des repräsentativen Haushalts:

$$E_0 \left\{ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [\ln C_t + \theta \ln(1-N_t)] \right\}$$

unter den Nebenbedingungen

$$W_t u_t A_t N_t + R_t K_t + D_t + (1-\delta_K)K_t \geq C_t + K_{t+1}, \quad (\text{II.26})$$

$$A_{t+1} = A_t (1 - \delta_A + \psi(1-u_t)N_t),$$

$K_0$  und  $A_0$  gegeben.

In dieser Interpretation wird Humankapital privat, am Markt vorbei produziert und taucht daher in der Sozialproduktstatistik nicht auf. Es ist aber auch möglich, dieses Modell im Sinne eines Zwei-Sektoren-Modells darzustellen.<sup>10</sup> In diesem Fall erwirbt der Haushalt Ausbildungsleistungen am Markt und das Sozialprodukt muß als Aggregat aus Sachgüter- und Humankapitalproduktion gebildet werden.<sup>11</sup>

Mit  $\Lambda_{Kt}$  und  $\Lambda_{At}$  als Schattenpreisen des Sachvermögens bzw. des Humankapitals lauten die notwendigen Bedingungen für das Problem (II.26):

$$C_t = \frac{1}{\Lambda_{Kt}},$$

$$\frac{\theta}{1-N_t} = \Lambda_{Kt} W_t u_t A_t + \Lambda_{At} A_t \psi(1-u_t),$$

(II.27)

$$\Lambda_{Kt} W_t = \Lambda_{At} \psi,$$

$$\Lambda_{Kt} = \beta E_t (\Lambda_{Kt+1} [1 - \delta_K + R_{t+1}]),$$

$$\Lambda_{At} = \beta E_t (\Lambda_{Kt+1} u_{t+1} N_{t+1} W_{t+1} + \Lambda_{At+1} (1 - \delta_A + \psi(1-u_{t+1})N_{t+1})).$$

Die ersten beiden Bedingungen in (II.27) betreffen die optimale Wahl des Konsums und der gesamten Arbeitszeit  $N_t$ . Die dritte Gleichung betrifft die optimale Aufteilung der Arbeit zwischen marktlicher und privater Produktion. Nur wenn der Reallohn (je Effizienzeinheit) in beiden Produktionsrichtungen gleich ist, bietet der Haushalt gleichzeitig Arbeitsleistungen

<sup>10</sup> Hierzu bspw. MAUSSNER UND KLUMP (1996), Abschnitt D.I.3.

<sup>11</sup> Schließlich ließe sich auch ein Produktivitätsschock im Humankapitalsektor berücksichtigen. Siehe dazu OZLU (1996).

am Markt an und produziert in Eigenregie Humankapital. Die Gleichungen vier steuert das Ausmaß der Sachkapitalbildung. Die letzte Gleichung stellt sicher, daß der Haushalt sowohl Sach- wie auch Humankapital akkumuliert. Sie sichert nämlich die Gleichheit der Renditen. Mit Hilfe der dritten Gleichung kann man den Schattenpreis des Humankapitals aus dem Gleichungssystem eliminieren. Definiert man die stationären Variablen gemäß

$$\lambda_t = \Lambda_{Kt} A_t, \quad y_t := Y_t / A_t, \quad c_t := C_t / A_t, \quad k_t := K_t / A_t, \quad (\text{II.28})$$

so folgt aus (II.27) zusammen mit den Optimumsbedingungen der Unternehmen in (II.7) das folgende System zur Beschreibung einer optimalen intertemporalen Allokation:

$$\begin{aligned} c_t &= \frac{1}{\lambda_t}, \\ \frac{\theta}{1-N_t} &= \lambda_t \alpha Z_t (u_t N_t)^{\alpha-1} k_t^{1-\alpha}, \\ \lambda_t &= (\beta/a_t) E_t \lambda_{t+1} \left( 1 - \delta_K + (1-\alpha) Z_{t+1} (u_{t+1} N_{t+1})^\alpha k_{t+1}^{-\alpha} \right), \\ \lambda_t Z_t (u_t N_t)^{\alpha-1} k_t^{1-\alpha} &= (\beta/a_t) E_t \lambda_{t+1} Z_{t+1} (u_{t+1} N_{t+1})^{\alpha-1} k_{t+1}^{1-\alpha} \left( 1 - \delta_A + \psi N_{t+1} \right) \\ a_t k_{t+1} - (1-\delta_K) k_t &= Z_t (u_t N_t)^\alpha k_t^{1-\alpha} - c_t, \\ a_t &= 1 - \delta_A + \psi(1-u_t) N_t. \end{aligned} \quad (\text{II.29})$$

Hieraus folgen für das Wachstumsgleichgewicht die Gleichungen

$$\begin{aligned} (k/uN)^{-\alpha} &= \frac{a - \beta(1-\delta_K)}{\beta(1-\alpha)}, \\ N &= \frac{a - \beta(1-\delta_A)}{\beta\psi}, \\ (1-u)N &= \frac{a + \delta_A - 1}{\psi}, \\ (a+\delta_K-1)k &= uN(k/uN)^{1-\alpha} - c, \\ c &= \frac{\alpha}{\theta} (k/uN)^{1-\alpha} (1-N). \end{aligned} \quad (\text{II.30})$$

Aus ihnen läßt sich eine Gleichung im Wachstumsfaktor  $a$  ableiten:

$$\frac{\alpha\beta\psi}{\theta} = a(1-\beta) \left[ 1 - \frac{\beta(1-\alpha)(a+\delta_K-1)}{a-\beta(1-\delta_K)} \right] + \frac{\alpha}{\theta} (a-\beta(1-\delta_A)).$$

Auch diese Gleichung besitzt im Rahmen der üblichen Werte für  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\delta_K$  und  $\delta_A$  genau eine Lösung  $a > 1$ , wenn die Humankapitalproduktion hinreichend produktiv ist, d.h. wenn

$$\beta(1+\psi-\delta_A) > 1.$$

Das loglinearisierte Modell lautet:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1-\alpha+\frac{N}{1-N} & 1-\alpha \\ 0 & \frac{a+\delta_A-1}{a} & -\frac{\psi u N}{a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{c}_t \\ \hat{N}_t \\ \hat{u}_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1-\alpha & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{k}_t \\ \hat{\lambda}_t \\ \hat{a}_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \hat{Z}_t. \quad (\text{II.31})$$

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ \alpha\xi & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} E_t \begin{bmatrix} \hat{k}_{t+1} \\ \hat{\lambda}_{t+1} \\ \hat{a}_{t+1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -(1-\delta_K+(1-\alpha)\gamma/k) & 0 & a \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{k}_t \\ \hat{\lambda}_t \\ \hat{a}_t \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha\xi & \alpha\xi \\ 0 & \frac{(1-\delta_A+\psi)N}{(1-\delta_A+\psi N)(1-N)} & 0 \end{bmatrix} E_t \begin{bmatrix} \hat{c}_{t+1} \\ \hat{N}_{t+1} \\ \hat{u}_{t+1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -c/k & \alpha\gamma/k & \alpha\gamma/k \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{N}{1-N} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{c}_t \\ \hat{N}_t \\ \hat{u}_t \end{bmatrix} \quad (\text{II.32}) \\ &+ \begin{bmatrix} 0 \\ \xi \\ 0 \end{bmatrix} E_t \hat{Z}_{t+1} + \begin{bmatrix} \gamma/k \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \hat{Z}_t, \quad \xi := 1-(\beta/a)(1-\delta_K). \end{aligned}$$

Für die Simulation des Modells habe ich die Parameter wie folgt gewählt. Aus dem Ausgangsmodell habe ich die Werte für  $\alpha$ ,  $\beta$  und  $\delta = \delta_K$  übernommen. Für die Abschreibungsrate des Humankapitals bin ich von  $\delta_A = 0,005$  ausgegangen. Das entspricht einer jährlichen Abschreibungsrate von rund 2%. Dieser Wert beruht auf folgender Überlegung: Personengebundenes

Humankapital wird mit dem Ausscheiden aus dem Erwerbsprozeß wertlos, es muß also in etwa 50 Jahren abgeschrieben sein, wenn die Erwerbsphase mit 15 Jahren beginnt und mit 65 Jahren endet. Betrachtet man allerdings das Tempo, mit dem in manchen Bereichen neues Wissen entsteht, ließen sich sicher auch weit höhere Wert für die Abschreibungsrate des Humankapitals rechtfertigen. Das Gleichungssystem (II.30) zeigt, daß für gegebene Werte von  $\alpha$ ,  $\beta$  und  $\delta_A$  nun der Parameter  $\psi$  den gesamten Arbeitseinsatz bestimmt. Dieser stimmt aber nicht mit der gemessenen Erwerbsarbeit überein, sondern liegt darüber. Als Proxy für den gesamten Arbeitseinsatz erhöhe ich die Stundenzahl aus der volkswirtschaftlichen Gesamtrechnung um den Anteil der Personen im erwerbsfähigen Alter, die in der Sekundarstufe II sind. Für Westdeutschland findet sich hierfür bei MANKIW, ROMER, und WEIL (1992), S. 435 ein Wert von 8,4%. Auch damit unterschätzt man sicher das in der Humankapitalproduktion gebundene Arbeitsangebot. Schließlich wähle ich für  $\theta$  jenen Wert, der die empirische Wachstumsrate  $a=1,003$  impliziert. Tabelle II.6 gibt einen Überblick über die Simulationsparameter.

Tabelle II.6

Nutzenfunktion	Produktionstechnik		Produktivitätsschock
$\beta=0,993$	$\alpha=0,65$	$\psi=0,0497$	$\rho_z=0,97$
$\theta=4,12$	$\delta_K=0,01$	$\delta_A=0,005$	$\sigma_\epsilon=0,0065$

Die Ergebnisse der Simulation von 500 Zeitreihen mit einer Länge von jeweils 120 Quartalen zeigt Tabelle II.7. Im Vergleich zum Ausgangsmodell erhöht sich die Variabilität der Marktproduktion und der Sachinvestitionen merklich. Die in der Sachgüterproduktion geleisteten

Tabelle II.7

Variable	$s_x$	$s_x/s_y$	$r_x$	$r_{xy}$
Marktproduktion	1,57	1,00	0,69	1,00
Konsum	0,37	0,24	0,76	0,91
Sachinvestitionen	5,82	3,70	0,69	1,00
Arbeitsstunden (Markt)	1,19	0,76	0,68	0,99
Arbeitsstunden (insgesamt)	0,04	0,03	0,70	0,92
Reallohn	0,42	0,26	0,74	0,95
$g_y$	0,01	0,00	0,69	-1,00

Arbeitsstunden schwanken nun fast doppelt so stark wie im Ausgangsmodell. Wenig variabel ist hingegen die insgesamt geleistete Arbeit. Ihre Standardabweichung entspricht nur etwa einem Viertel der Standardabweichung der Arbeitsstunden im Modell mit exogener Wachstumsrate. Wie schon im Fall des Learning by Doing kann auch dieses Modell die empirische Variabilität der Wachstumsrate der Pro-Kopf-Produktion nicht annähernd erklären. Die perfekte negative Korrelation mit der Produktion zeigt zudem, daß jede

vorübergehende Änderung des Wachstumstempos zu Lasten der Marktproduktion erfolgt.

### III. Drei Modelle mit Geld

Die folgenden Abschnitte stellen drei Ansätze vor, die Geldhaltung im Rahmen der Modelle des Abschnitts II zu rechtfertigen. Sie bauen auf dem Modell mit fester Arbeitszeit auf, weil es dessen etwas einfachere Struktur erlaubt, die loglinearen Versionen in der Form (I.1) darzustellen. Damit können wesentliche Eigenschaften der Modelle bereits an der Koeffizientenmatrix  $A$  abgelesen werden.

#### 1. Geld- und Kreditgüter

##### Modellstruktur

Die erste Möglichkeit, die Geldhaltung zu rechtfertigen, besteht darin, in der Nutzenfunktion zwischen Geld- und Kreditgütern zu unterscheiden.<sup>12</sup> Erstere können nur gegen Bargeld gekauft werden, das der Haushalt in der Vorperiode erworben hat. Hingegen können Kreditgüter sofort erworben und am Periodenende bezahlt werden, wenn der Haushalt sein Einkommen aus Löhnen, Kapitaldiensten und Gewinnen erhalten hat. Für den repräsentativen Haushalt ergibt sich damit das folgende Optimierungsproblem:

$$E_0 \left\{ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[ \gamma \ln C_{1t} + (1-\gamma) \ln C_{2t} - \theta N_t \right] \right\}$$

unter den Nebenbedingungen (III.1)

$$W_t N_t + R_t K_t + D_t + (1-\delta)K_t + (M_t/P_t) + T_t \geq C_{1t} + C_{2t} + (M_{t+1}/P_t) + K_{t+1}$$

$$(M_t/P_t) + T_t \geq C_{1t},$$

$K_0, M_0$  gegeben.

Hierin symbolisieren  $M_t$  den nominellen Geldbestand aus der Vorperiode,  $P_t$  das Preisniveau,  $T_t$  die realen Transfers des Staates und  $C_{1t}$  bzw.  $C_{2t}$  die Geld- bzw. Kreditgüterkäufe.

Der Staat finanziert seine Transfers an die Haushalte durch Geldschöpfung:

$$T_t = \frac{M_{t+1} - M_t}{P_t}, \quad \text{(III.2)}$$

wobei sich die Geldmenge nach folgender Gleichung entwickelt:

---

<sup>12</sup> Siehe hierzu COOLEY und HANSEN (1995).

$$\begin{aligned}
 M_{t+1} &= g_t M_t, \\
 \hat{g}_{t+1} &= \rho_g \hat{g}_t + \eta_t, \\
 \eta_t &\sim n(0, \sigma_\eta),
 \end{aligned}
 \tag{III.3}$$

in der  $\hat{g}_t := (g_t - g)/g \cong \ln(g_t/g)$  und  $\eta_t$  eine normalverteilte Zufallsvariable ist, die Unregelmäßigkeiten des Geldangebotsprozesses beschreibt.<sup>13</sup>

Mit  $\Lambda_t$  als Schattenpreis des Kapitals und  $\mu_t$  als Lagrangemultiplikator der Vorkassenbedingung erhält man folgende Bedingungen erster Ordnung (ohne die Transversalitätsbedingung und die Nebenbedingungen):

$$\begin{aligned}
 \frac{\gamma}{C_{1t}} &= \Lambda_t + \mu_t, \\
 \frac{1-\gamma}{C_{2t}} &= \Lambda_t, \\
 \theta &= \Lambda_t W_t, \\
 \Lambda_t &= \beta E_t \Lambda_{t+1} (1 - \delta + R_{t+1}), \\
 \Lambda_t &= \beta E_t \frac{\Lambda_{t+1}}{P_{t+1}/P_t} + \beta E_t \frac{\mu_{t+1}}{P_{t+1}/P_t}.
 \end{aligned}
 \tag{III.4}$$

Zusammen mit den Gewinnmaximierungsbedingungen der Unternehmen in (II.7), der staatlichen Budgetrestriktion (III.2) und der Entwicklungsgleichung für den technischen Fortschritt (II.4) erhält man daraus in den stationären Variablen

$$\begin{aligned}
 c_t := c_{1t} + c_{2t} := C_t/A_t, \quad k_t := K_t/A_t, \quad y_t := Y_t/A_t, \quad \lambda_t := \Lambda_t A_t, \\
 \pi_t := P_t/P_{t-1}, \quad \text{und} \quad m_t := M_t/(A_{t-1} P_{t-1}),
 \end{aligned}
 \tag{III.5}$$

das folgende System zur Charakterisierung einer intertemporalen Allokation:

---

<sup>13</sup>COOLEY und HANSEN (1995), S. 1978 unterstellen, daß  $\eta_t$  lognormal verteilt ist. Der Unterschied in den Momenten der simulierten Zeitreihen ist jedoch minimal.

$$\begin{aligned}
 c_t &= m_{t+1} + \frac{1-\gamma}{\lambda_t}, \\
 \lambda_t &= (\beta/a)E_t \frac{\lambda_{t+1}}{\pi_{t+1}} + (\beta/a)E_t \frac{\lambda_{t+1}(\lambda_{t+1}c_{t+1} - 1)}{(1-\gamma - \lambda_{t+1}c_{t+1})\pi_{t+1}}, \\
 \lambda_t &= \beta E_t \lambda_{t+1} \left(1 - \delta + (1-\alpha)Z_{t+1}N_{t+1}^\alpha k_{t+1}^{-\alpha}\right), \\
 \theta &= \lambda_t \alpha Z_t N_t^{\alpha-1} k_t^{1-\alpha}, \\
 ak_{t+1} &= (1-\delta)k_t + Z_t N_t^\alpha k_t^{1-\alpha} - c_t, \\
 m_{t+1} &= \frac{g_t m_t}{a \pi_t}.
 \end{aligned} \tag{III.6}$$

### Modelleigenschaften

Vernachlässigt man in (III.6) die Zeitindizes und den Erwartungsoperator und ersetzt die beiden Zufallsvariablen  $Z_t$  und  $g_t$  durch ihre jeweiligen Erwartungswerte,  $Z$  bzw.  $g$ , erhält man die folgenden Gleichungen in den stationären Größen:

$$\begin{aligned}
 \frac{y}{k} &= \frac{\frac{a}{\beta} - 1 + \delta}{1-\alpha}, \\
 \frac{c}{k} &= \frac{y}{k} + (1 - \delta - a), \\
 N &= \frac{\alpha}{\theta} \left(1 + \left(\frac{\beta}{g} - 1\right) \gamma\right) \frac{y/k}{c/k}, \\
 \frac{c}{M/AP} &= \frac{\beta \gamma g + (1-\gamma)g^2}{\beta \gamma}.
 \end{aligned} \tag{III.7}$$

Das dynamische System besteht aus der letzten Gleichung in (II.11), den beiden Gleichungen in (II.12) sowie drei weiteren Gleichungen, die aus den Gleichungen 1, 2 und 6 in (III.6) folgen:<sup>14</sup>

---

<sup>14</sup>Die Gleichungen 1, 2 und 6 in lauten in loglinearer Form:



$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1-\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{c}_t \\ \hat{N}_t \\ \hat{\pi}_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 1-\alpha & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{k}_t \\ \hat{m}_t \\ \hat{\lambda}_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\frac{\beta\gamma\rho_g}{g+\gamma(\beta-g)} \\ 1 & 0 \\ 0 & 1+\rho_g \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{Z}_t \\ \hat{g}_t \end{bmatrix}. \quad (\text{III.8})$$

---


$$\hat{c}_t = \frac{\beta\gamma}{g+\gamma(\beta-g)} \hat{m}_{t+1} - \frac{g(1-\gamma)}{g+\gamma(\beta-g)} \hat{\lambda}_t, \quad (\text{i})$$

$$\hat{\lambda}_t = -\frac{g(1-\gamma)}{\beta\gamma} E_t \hat{\lambda}_{t+1} - E_t \hat{\pi}_{t+1} - \frac{g\lambda c}{\beta\gamma} E_t \hat{c}_{t+1}, \quad (\text{ii})$$

$$\hat{\pi}_t = \hat{g}_t + \hat{m}_t - \hat{m}_{t+1}. \quad (\text{iii})$$

Aus den ersten beiden Gleichung kann man  $E_t \hat{c}_{t+1}$  eliminieren. Dazu schiebt man in (i) den Zeitindex um eine Periode nach vorne und wendet den Erwartungsoperator auf die neue Gleichung an. Einsetzen in (ii) führt auf

$$\hat{\lambda}_t = -E_t \hat{\pi}_{t+1} - E_t \hat{m}_{t+2}. \quad (\text{iv})$$

Nun folgt aus (iii)  $E_t \hat{\pi}_{t+1} = E_t \hat{g}_{t+1} + E_t \hat{m}_{t+1} - E_t \hat{m}_{t+2}$ , so daß aus (iv)  $\hat{\lambda}_t = -E_t \hat{g}_{t+1} - E_t \hat{m}_{t+1}$  wird. Wegen  $E_t \hat{m}_{t+1} = \hat{m}_{t+1}$  und  $E_t \hat{g}_{t+1} = \rho_g \hat{g}_t$  wird diese Gleichung mit Hilfe von (iii) zu Gleichung

$$\pi_t = \hat{\lambda}_t + \hat{m}_t + (1 + \rho_g) \hat{g}_t. \quad (\text{v})$$

Mit Hilfe von (v) kann über (iii) aus (i)  $\hat{m}_{t+1}$  eliminiert werden. Das Ergebnis lautet:

$$\hat{c}_t = \frac{-\beta\gamma\rho_g}{g+\gamma(\beta-g)} \hat{g}_t - \hat{\lambda}_t. \quad (\text{vi})$$

(vi) entspricht der ersten, (v) der dritten Gleichung in (III.8), und (iii) ist die zweite Gleichung in (III.9).

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ \alpha\xi & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} E_t \begin{bmatrix} \hat{k}_{t+1} \\ \hat{m}_{t+1} \\ \hat{\lambda}_{t+1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -a/\beta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{k}_t \\ \hat{m}_t \\ \hat{\lambda}_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha\xi & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} E_t \begin{bmatrix} \hat{c}_{t+1} \\ \hat{N}_{t+1} \\ \hat{\pi}_{t+1} \end{bmatrix} \\
 & + \begin{bmatrix} -c/k & \alpha y/k & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{c}_t \\ \hat{N}_t \\ \hat{\pi}_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \xi & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} E_t \begin{bmatrix} \hat{Z}_{t+1} \\ \hat{g}_{t+1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} y/k & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{Z}_t \\ \hat{g}_t \end{bmatrix}, \\
 & \xi := 1 - (\beta/a)(1-\delta).
 \end{aligned} \tag{III.9}$$

Definiert man den Nominalzinsfaktor als

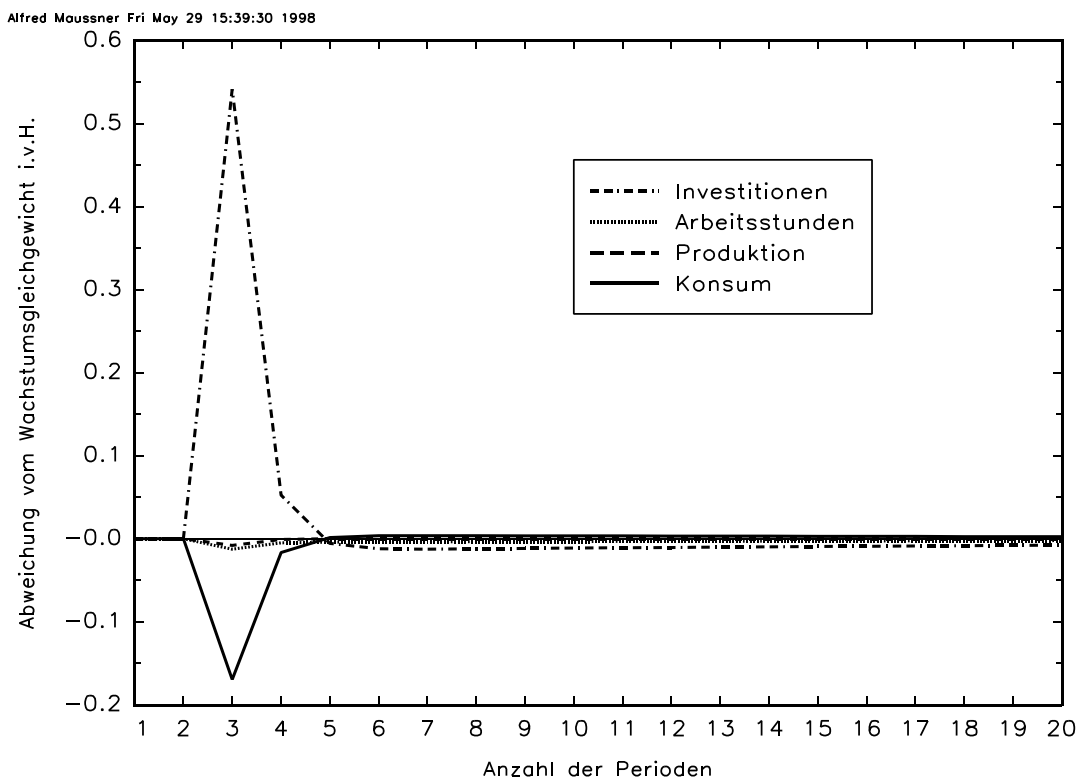
$$q_t := E_t \pi_{t+1} (1 - \delta + R_t) \tag{III.10}$$

mit  $R_t$  als dem Grenzprodukt des Kapitals gemäß (II.7), so erhält aus der dritten Gleichung in (III.8) und mit Hilfe der Lösung nach (I.3):

$$\begin{aligned}
 \hat{q}_t &= E_t \hat{\pi}_{t+1} + \xi \hat{R}_t, \\
 &= \hat{m}_{t+1} + (1+\rho_g)\rho_g \hat{g}_t + \Phi^{21} \begin{bmatrix} \hat{k}_{t+1} \\ \hat{m}_{t+1} \end{bmatrix} + \Phi^{22} \begin{bmatrix} \rho_Z & 0 \\ 0 & \rho_g \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{Z}_t \\ \hat{g}_t \end{bmatrix} \\
 &+ \xi \hat{Z}_t + \alpha \xi \hat{N}_t - \alpha \xi \hat{k}_t.
 \end{aligned} \tag{III.11}$$

Das Modell produziert auf einen Geldangebotschock in Höhe einer Standardabweichung des Fehlerterms der Entwicklungsgleichung für den Logarithmus der Wachstumsrate der Geldmenge die folgende Impulsantwort der realen Größen:

Abbildung III.1



Demnach senkt ein expansiver Geldangebotsschock die Produktion und den Konsum, während die Investitionen zunehmen. Der Grund für dieses Muster liegt in der Verteuerung des Konsums durch die vom Geldmengenwachstum ausgelöste Inflation. Der Haushalt substituiert Freizeit gegen Konsum, dadurch sinkt das Arbeitsangebot und in der Folge auch die Produktion. Das künftig wieder größere Arbeitsangebot impliziert einen künftig größeren Realzins, der die Ersparnis und damit die Investition erhöht.

Um das Modell zu simulieren, müssen noch die Parameter  $\theta$ ,  $\gamma$ ,  $\rho_g$ ,  $\sigma_g$  und  $g$  bestimmt werden. Für  $\gamma$  übernehme ich den Wert 0,84 aus COOLEY und HANSEN (1995), S. 201.  $\theta$  setze ich auf jenen Wert, der nach der vierten Gleichung in (III.7) den empirischen Wert von  $N$  erzeugt. Die Parameter für den Geldangebotsprozeß liefert eine Autoregression der Wachstumsrate der realen Pro-Kopf-Geldmenge in der Definition von M1. Die entsprechenden Werte stehen zusammen mit den anderen Parameterwerten in Tabelle III.1.

Tabelle III.1

Nutzen- funktion	Produktion s- technik	Produktivitäts- schock	Geldan- gebot
$\beta=0,993$	$\alpha=0,65$	$\rho_z=0,95$	$g=1,015$
$\theta=2,95$	$\delta=0,01$	$\sigma_\epsilon=0,007$	$\rho_g=0,12$
$\gamma=0,84$	$a=1,003$		$\sigma_\eta=0,0173$

Die wichtigsten Ergebnisse finden sich in Tabelle III.2, in der die mit  $r_{xg}$  überschriebene Spalte die Korrelationskoeffizienten der Zeitreihen der ersten Spalte mit der Wachstumsrate der Geldmenge enthält. Der Vergleich mit Tabelle II.2 zeigt, daß Produktion, Investitionen

Tabelle III.2

Variable	$s_x$	$s_{xy}$	$r_x$	$r_{xy}$	$r_{xg}$
Produktion	1,63	1,00	0,69	1,00	-0,00
Konsum	0,42	0,26	0,64	0,86	-0,38
Investition	5,98	3,68	0,68	0,99	0,09
Arbeitsstunden	1,27	0,78	0,68	0,99	-0,00
Reallohn	0,39	0,24	0,75	0,93	0,01
Inflationsrate	1,85	1,14	-0,07	-0,08	0,98
Nominalzins	0,02	0,02	0,04	0,10	0,99
$g_m$	1,63	1,00	0,03	-0,00	1,00

und Arbeitsstunden von der Entwicklung der Geldmenge praktisch nicht beeinflusst werden. Die Standardabweichung des Konsums wächst nur leicht. Wie aus der Graphik mit der Impulsantwort schon hervorgeht, korreliert der Konsum negativ mit der Wachstumsrate der Geldmenge. Die Standardabweichung der Inflationsrate ist rund sechsmal größer als tatsächlich. Auch ihre hohe Korrelation mit der Wachstumsrate der Geldmenge widerspricht dem empirischen Befund. Die Standardabweichung des Nominalzinses liegt weit unter dem empirischen Wert. Seine fast perfekte Korrelation mit der

Wachstumsrate der Geldmenge steht ebenfalls in ausgeprägtem Gegensatz zur Empirie. Hingegen bestätigt das Modell die geringe Korrelation mit der Produktion. Die Standardabweichung des Konsums und des Nominalzinses variieren deutlich mit dem Wert des Autokorrelationsparameters der Wachstumsrate der Geldmenge,  $\rho_g$ , der im Vergleich zu US-Daten sehr klein ist. Wählt man bspw. den von COOLEY und HANSEN (1995) verwendeten Wert von  $\rho_g=0,49$ , dann erhält man für Standardabweichungen von Konsum, Investitionen, Inflationsrate und Nominalzins die Werte 0,79, 6,33, 2,41 und 0,42.

## 2. Eine andere Form der Vorkassenbedingung

### Modellstruktur

Das folgende Modell unterscheidet nicht zwischen Geld- und Kreditgütern in der Nutzenfunktion, sondern unterstellt, daß der Bruchteil  $\gamma \in [0, 1]$  der realen Konsumausgaben  $C_t$  nur

gegen Bargeld erworben werden kann. Die Beschränkung der Vorkassenbedingung auf die Konsumausgaben stellt sicher, daß die Wachstumsrate des Geldangebotes keinen Einfluß auf die Kapitalproduktivität hat.<sup>15</sup> Das Optimierungsproblem des repräsentativen Haushalts lautet daher:

$$E_0 \left\{ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [\ln C_t - \theta N_t] \right\}$$

unter den Nebenbedingungen

$$W_t N_t + R_t K_t + D_t + (1-\delta)K_t + (M_t/P_t) + T_t \geq C_t + (M_{t+1}/P_t) + K_{t+1}, \quad (\text{III.12})$$

$$(M_t/P_t) + T_t \geq \gamma C_t, \quad \gamma \in [0, 1],$$

$K_0, M_0$  gegeben.

Die notwendigen Bedingungen für ein Nutzenmaximum sind nun:

$$\frac{1}{C_t} = \Lambda_t + \gamma \mu_t,$$

$$\theta = \Lambda_t W_t,$$

$$\Lambda_t = \beta E_t \Lambda_{t+1} [1 - \delta + R_{t+1}], \quad (\text{III.13})$$

$$\Lambda_t = \beta E_t \left[ \frac{\Lambda_{t+1}}{P_{t+1}/P_t} + \frac{\mu_{t+1}}{P_{t+1}/P_t} \right].$$

Hierin steht  $\mu_t$  für den Multiplikator der Vorkassenbedingung. Aus diesem System kann man  $\mu_t$  eliminieren. Berücksichtigt man zudem die Optimalitätsbedingungen der Unternehmen (II.7), die staatliche Budgetrestriktion (III.2) und die Gleichungen für die Entwicklung des technischen Fortschritts und der Geldmenge, (II.4) bzw. (III.3), erhält man in den wie oben unter (III.5) definierten stationären Variablen das folgende System:

---

<sup>15</sup> Siehe hierzu MAUSSNER und KLUMP (1996), S. 192-194.

$$\begin{aligned}
 \gamma c_t &= m_{t+1}, \\
 \theta &= \alpha \lambda_t Z_t N_t^{\alpha-1} k_t^{1-\alpha}, \\
 \lambda_t &= \frac{\beta}{a} E_t \lambda_{t+1} \left[ 1 - \delta + (1-\alpha) Z_{t+1} N_{t+1}^\alpha k_{t+1}^{-\alpha} \right], \\
 \lambda_t &= \frac{\beta(\gamma-1)}{\gamma a} E_t \frac{\lambda_{t+1}}{\pi_{t+1}} + \frac{\beta}{\gamma a} E_t \frac{1}{c_{t+1} \pi_{t+1}}, \\
 a k_{t+1} &= (1-\delta) k_t + Z_t N_t^\alpha k_t^{1-\alpha} - c_t, \\
 m_{t+1} &= \frac{g_t}{a \pi_t} m_t.
 \end{aligned} \tag{III.14}$$

### Modelleigenschaften

Außer den schon aus (II.10) und (III.7) bekannten Lösungen für  $\gamma/k$  und  $c/\gamma$  erhält aus (III.14) die folgenden stationären Größen:

$$\begin{aligned}
 \frac{c}{M/AP} &= \frac{g}{\gamma}, \\
 \lambda c &= \left[ 1 - \gamma + \frac{\gamma g}{\beta} \right]^{-1}, \\
 N &= \frac{\alpha}{\theta} \frac{\gamma}{c} [\lambda c].
 \end{aligned} \tag{III.15}$$

Das loglinearisierte System lautet mit der Hilfsvariablen  $\hat{x}_t := \hat{m}_{t+1}$ :

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1-\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{c}_t \\ \hat{N}_t \\ \hat{\pi}_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1-\alpha & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{k}_t \\ \hat{m}_t \\ \hat{x}_t \\ \hat{\lambda}_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{Z}_t \\ \hat{g}_t \end{bmatrix}. \tag{III.16}$$

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} a & 0 & 0 & 0 \\ \alpha\xi & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\beta(1-\gamma)}{g\gamma} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} E_t \begin{bmatrix} \hat{k}_{t+1} \\ \hat{m}_{t+1} \\ \hat{x}_{t+1} \\ \hat{\lambda}_{t+1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -a/\beta & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{k}_t \\ \hat{m}_t \\ \hat{x}_t \\ \hat{\lambda}_t \end{bmatrix} = \\
 & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha\xi & 0 \\ -1 & -\frac{\beta(1-\gamma)}{g\gamma} & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} E_t \begin{bmatrix} \hat{c}_{t+1} \\ \hat{N}_{t+1} \\ \hat{\pi}_{t+1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -c/k & \alpha y/k & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{c}_t \\ \hat{N}_t \\ \hat{\pi}_t \end{bmatrix} + \\
 & \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \xi & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} E_t \begin{bmatrix} \hat{Z}_{t+1} \\ \hat{g}_{t+1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} y/k & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{Z}_t \\ \hat{g}_t \end{bmatrix}, \quad \xi := 1 - (\beta/a)(1-\delta).
 \end{aligned} \tag{III.17}$$

Dieses System lässt sich leicht in die Form (I.1) bringen. Die Koeffizientenmatrix  $A$  hat die Wurzeln

$$\lambda_1 = 0, \quad \lambda_2 = \frac{1}{\beta} + \frac{\alpha}{a} \frac{y}{k} > 1, \quad \lambda_3 = \frac{1-\alpha}{1-\alpha+\alpha\xi} < 1, \quad \lambda_4 = -\frac{\gamma g}{\beta(1-\gamma)}.$$

Die Größe der vierten Wurzel hängt von  $\gamma$  ab. Sie ist betragslich kleiner als Eins, wenn  $\gamma < 1/(1+g/\beta)$ . In diesem Fall sind Sunspot-Gleichgewichte möglich. Andernfalls existiert eine Lösung gemäß (I.3). Hieraus folgt zusammen mit den entsprechenden Gleichungen für den wie oben unter (III.10) definierten Nominalzins die Lösung

$$\begin{aligned}
 \hat{q}_t &= \rho_g \hat{g}_t + \hat{x}_t - \begin{bmatrix} \Phi_{11}^{21} & \Phi_{12}^{21} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{k}_{t+1} \\ \hat{m}_{t+1} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Phi_{11}^{22} & \Phi_{12}^{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \rho_z & 0 \\ 0 & \rho_g \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{Z}_t \\ \hat{g}_t \end{bmatrix} \\
 &+ \xi \hat{Z}_t + \alpha \xi \hat{N}_t - \alpha \xi \hat{k}_t.
 \end{aligned} \tag{III.18}$$

Für die Simulation muß der Wert von  $\gamma$  bestimmt werden. Nach COOLEY und HANSEN (1995), S. 200 ist der Anteil der Konsumausgaben der privaten Haushalte in den USA, die gegen Bargeld getätigt werden, 0,84 und entspricht daher dem Wert des Parameters  $\gamma$  im Modell mit Geld- und Kreditgütern. Dieser Wert sichert eine Lösung gemäß (I.3). Für  $\theta=2,95$  ist  $N=0,28$  im Wachstumsgleichgewicht. Bis auf diesen Wert für  $\theta$  beruht die Simulation des

Modells damit auf den in Tabelle III.1 angegebenen Parameterwerten. Zudem lege ich dieselbe Folge normalverteilter Schocks für  $\epsilon_t$  und  $\eta_t$  zugrunde wie im Modell mit Geld- und Kreditgütern.

Tabelle III.3

Variable	$s_x$	$s_{xy}$	$r_x$	$r_{xy}$	$r_{xg}$
Produktion	1,63	1,00	0,69	1,00	-0,00
Konsum	0,43	0,27	0,61	0,84	-0,44
Investition	5,99	3,68	0,68	0,99	0,11
Arbeitsstunden	1,27	0,78	0,68	0,99	-0,01
Reallohn	0,39	0,24	0,75	0,93	0,01
Inflationsrate	1,84	1,13	-0,06	-0,08	0,98
Nominalzins	0,77	0,48	0,70	-0,88	0,28
$g_m$	1,63	1,00	0,03	-0,00	1,00

Die Ergebnisse faßt Tabelle III.3 zusammen. Der Vergleich mit Tabelle III.2 zeigt nur einen augenfälligen Unterschied: Der Nominalzins besitzt nun eine Standardabweichung, die in etwa dem empirischen Wert entspricht. Er ist außerdem ausgeprägt antizyklisch; eine Eigenschaft, die sich in den Daten nicht zeigt.

### 3. Geld in der Nutzenfunktion

#### Modellstruktur

Auf SIDRAUSKI (1967) beruht eine dritte Möglichkeit, die Geldhaltung zu rechtfertigen, indem man die Realkasse als direkt nutzenstiftend betrachtet. Im Fall der loglinearen Periodennutzenfunktion  $u$  (d.h. bei einer intertemporalen Substitutionselastizität von Eins<sup>16</sup>) erhält man

$$u := \gamma \ln C_t + (1-\gamma) \ln(M_t/P_t) - \theta N_t.$$

Auf den ersten Blick unterscheidet sich diese Variante nicht vom Modell mit Geld- und Kreditgütern, wenn dort die Vorkassensbedingung bindet. Allerdings ist dort der Konsum als Summe von Geld- und Kreditgütern definiert, während man hier die beiden ersten Argumente der Nutzenfunktion als getrennte Variable zu betrachten hat.

<sup>16</sup> Siehe hierzu MAUSSNER und KLUMP (1996), S. 176.



Der repräsentative Haushalt löst nun folgendes Problem:

$$E_0 \left\{ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[ \gamma \ln C_t + (1-\gamma) \ln(M_t/P_t) - \theta N_t \right] \right\}$$

unter den Nebenbedingungen (III.19)

$$W_t N_t + R_t K_t + D_t + (1-\delta)K_t + (M_t/P_t) + T_t \geq C_t + K_{t+1} + (M_{t+1}/P_t),$$

$K_0$  und  $M_0$  gegeben.

Es hat die notwendigen Bedingungen:

$$C_t = \frac{\gamma}{\Lambda_t},$$

$$\theta = \Lambda_t W_t,$$

$$\Lambda_t = \beta E_t(\Lambda_{t+1}[1-\delta + R_{t+1}]),$$
(III.20)

$$\Lambda_t = \beta E_t \left( \frac{1-\gamma}{M_{t+1}/P_t} + \frac{\Lambda_{t+1}}{P_{t+1}/P_t} \right).$$

Diese implizieren zusammen mit den unverändert geltenden Optimumsbedingungen der Unternehmen (II.7), der staatlichen Budgetrestriktion (III.2), dem Geldangebotsprozeß (III.3) und den Variablendefinitionen (III.5) das folgende Gleichungssystem zur Beschreibung einer optimalen intertemporalen Allokation:

$$\begin{aligned}
 c_t &= \frac{\gamma}{\lambda_t}, \\
 \lambda_t &= \beta(1-\gamma)E_t \frac{1}{m_{t+1}} + (\beta/a)E_t \frac{\lambda_{t+1}}{\pi_{t+1}}, \\
 \theta &= \lambda_t \alpha Z_t N_t^{\alpha-1} k_t^{1-\alpha}, \\
 \lambda_t &= (\beta/a)E_t \lambda_{t+1} \left(1-\delta + (1-\alpha)Z_{t+1} N_{t+1}^\alpha k_{t+1}^{-\alpha}\right), \\
 ak_{t+1} &= Z_t N_t^\alpha k_t^{1-\alpha} + (1-\delta)k_t - c_t, \\
 m_{t+1} &= \frac{g_t m_t}{a \pi_t}.
 \end{aligned} \tag{III.21}$$

### Modelleigenschaften

Das stationäre Gleichgewicht des Modells (III.21) beschreiben die folgenden Gleichungen:

$$\begin{aligned}
 \frac{y}{k} &= \frac{\frac{a}{\beta} + \delta - 1}{1-\alpha}, \\
 \frac{c}{y} &= 1 + \frac{1-\delta-a}{y/k}, \\
 N &= \frac{\alpha \gamma y}{\theta c}, \\
 \frac{c}{M/PA} &= \frac{\gamma(g-\beta)}{\beta(1-\gamma)}.
 \end{aligned} \tag{III.22}$$

Voraussetzung für eine Wertschätzung des Geldes ist damit, daß die Wachstumsrate des Geldangebots  $g$  nicht kleiner als der Diskontfaktor  $\beta$  ist.

Die loglinearisierte Version der Gleichungen in (III.21) besteht aus den Gleichungen des Grundmodells, (II.11) und (II.12), sowie

$$\begin{aligned}
 \hat{\pi}_t &= \hat{g}_t + \hat{m}_t - \hat{x}_t, \\
 E_t \hat{\lambda}_{t+1} &= \frac{g}{\beta} \hat{\lambda}_t - \frac{\beta-g}{\beta} \hat{x}_t + E_t \hat{\pi}_{t+1},
 \end{aligned}$$

wobei wieder  $\hat{x}_t := \hat{m}_{t+1}$  gilt. Dieses System läßt sich leicht in der Form von Gleichung (I.2) darstellen:

$$\begin{aligned}
 E_t \begin{bmatrix} \hat{k}_{t+1} \\ \hat{\lambda}_{t+1} \\ \hat{x}_{t+1} \\ \hat{m}_{t+1} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \left( \frac{1}{\beta} + \frac{\alpha y}{ak} \right) & \left( \frac{c}{ak} + \frac{\alpha}{1-\alpha} \frac{y}{ak} \right) & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1-\alpha}{1-\alpha+\alpha\xi} & 0 & 0 \\ 0 & \left( \frac{g}{\beta} - \frac{1-\alpha}{1-\alpha+\alpha\xi} \right) & \frac{g}{\beta} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{k}_t \\ \hat{\lambda}_t \\ \hat{x}_t \\ \hat{m}_t \end{bmatrix} \\
 &+ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{\xi}{1-\alpha+\alpha\xi} & 0 \\ \frac{\xi}{1-\alpha+\alpha\xi} & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} E_t \begin{bmatrix} \hat{Z}_{t+1} \\ \hat{g}_{t+1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{y/k}{a(1-\alpha)} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{Z}_t \\ \hat{g}_t \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{III.23}$$

Hieran erkennt man zum einen, daß die Dynamik des Kapitals und seines Schattenpreises  $\hat{\lambda}_t$  unabhängig ist von der Dynamik der Realkasse  $\hat{m}_t$ . Zum anderen besitzt die Matrix für  $g > \beta$  zwei Wurzeln größer als Eins, so daß der Zeitpfad der Inflationsrate eindeutig bestimmt ist. Die erste der genannten Eigenschaften überträgt sich offenbar aus dem Sidrauski-Modell mit intertemporaler Substitutionselastizität von Eins und fixiertem Arbeitsangebot auf dieses Modell.<sup>17</sup> Um eine Interdependenz zwischen Geld und realen Größen zu erhalten, muß man von den logarithmischen Präferenzen abweichen, d.h. eine intertemporale Substitutionselastizität unterstellen, die von Eins abweicht. Die sehr klaren Eigenschaften dieses Modells prädestinieren es indes für eine Weiterentwicklung um träge Güterpreise, da jeder Einfluß des Geldes auf die Realgrößen, den man in einem solchen Modell findet, nur der Preisträgheit zugeschrieben werden muß.

Bei der Simulation des Modells bin ich wiederum von den in Tabelle III.1 genannten Parameterwerten ausgegangen.<sup>18</sup> Allerdings muß  $\gamma$  an die neue Modellstruktur angepaßt werden. Sei  $\tilde{\gamma}$  der Wert im Modell dieses Abschnitts. Da  $\gamma$  im Modell aus Abschnitt III.2 den Anteil der bar bezahlten Konsumausgaben mißt,  $\gamma c = gm$ , folgt aus der letzten Gleichung in (III.22) für das neue  $\tilde{\gamma}$

<sup>17</sup> Siehe MAUSSNER und KLUMP (1996), S. 179.

<sup>18</sup> Die Gleichung für die Entwicklung des Nominalzinsfaktors in der Definition von Gleichung (III.10) entspricht in diesem Modell der Gleichung (III.18).

$$\hat{\gamma} = \frac{\beta g}{\beta g + \gamma(g-\beta)}$$

Legt man den Wert aus Tabelle III.1 zugrunde, erhält man  $\hat{\gamma}=0,98$ . Für  $\theta=2,94$  liegt der Gleichgewichtswert von  $N$  wieder bei 0,28. Mit Hilfe dieser Werte habe ich wiederum 500

Zeitreihen mit jeweils 120 Elementen berechnet. Deren Momente gibt Tabelle III.4 wieder. Wie nicht anders zu erwarten war, entsprechen die Momente der realen Größen denen des Vergleichsmodells in Tabelle II.2 und sind mit der Wachstumsrate der Geldmenge unkorreliert. Beim Vergleich mit Tabelle III.2 fällt nur die größere Korrelation des Nominalzinses mit der Produktion auf. Gemessen am tatsächlichen Verhalten der Inflationsrate und des Nominalzinses liefert daher keines der drei Modelle befriedigende Ergebnisse.

Tabelle III.4

Variable	$s_x$	$s_{xy}$	$r_x$	$r_{xy}$	$r_{xg}$
Produktion	1,63	1,00	0,69	1,00	0,00
Konsum	0,39	0,24	0,75	0,93	0,00
Investition	5,96	3,66	0,68	1,00	0,00
Arbeitsstunden	1,27	0,78	0,68	0,99	0,00
Reallohn	0,39	0,24	0,75	0,93	0,00
Inflationsrate	1,88	1,15	-0,07	-0,07	0,98
Nominalzins	0,01	0,00	0,17	0,46	0,89
$g_m$	1,63	1,00	0,03	0,00	1,00

## IV. Gütermarktfriktionen

In den beiden folgenden Abschnitten erweitere ich die Modelle aus Abschnitte III.1 und III.3 um monopolistische Konkurrenz und Kosten der Preisanpassung. Da sie später in Richtung der Wachstumsmodelle des Abschnitts II.3 erweitert werden, gehe ich nun wieder davon aus, daß die Arbeitszeit flexibel gewählt werden kann. Ich beginne mit dem Modell, das ohne Gütermarktfriktionen die Neutralität des Geldes impliziert.

### 1. Geld in der Nutzenfunktion und Kosten der Preisanpassung

#### Modellstruktur

Können Friktionen am Gütermarkt das Neutralitätsergebnis des Modells aus Abschnitt III.3 aufheben? Dieser Frage wird nun im Rahmen eines Modells nachgegangen, das Kosten der Preisanpassung berücksichtigt und auf HIRAULT und PORTIER (1993) zurückgeht. Dieses Modell setzt auf dem Modell des Abschnitts II.2 auf. Ein Unternehmen  $j \in [0, 1]$  löst nun das Problem

$$\max \sum_{t=0}^{\infty} \rho_t \left[ P_{jt} Y_{jt} - P_t W_t N_{jt} - P_t R_t K_{jt} - P_t A_t (\phi/2) \left( \frac{P_{jt}}{P_{jt-1}} - \frac{g}{a} \right)^2 \right]$$

unter den Nebenbedingungen

$$Y_{jt} \leq \left( \frac{P_{jt}}{P_t} \right)^{-\epsilon} Y_t, \quad (\text{IV.1})$$

$$Y_{jt} = Z_t (A_t N_{jt})^\alpha K_{jt}^{1-\alpha},$$

$P_{j-1}$  gegeben.

Der letzte Term in der Zielfunktion erfaßt die quadratischen Kosten der Preisanpassung. Sie entstehen, wenn der Preisfad des Unternehmens von seinem langfristigen Gleichgewichtswert abweicht. Dieser entspricht der Inflationsrate im Wachstumsgleichgewicht,  $\pi = g/a$ . Das Maximum erfüllt folgende Bedingungen erster Ordnung in denen  $\phi$  der Momentanwert des Multiplikators der Nebenbedingung ist:<sup>19</sup>

$$\begin{aligned} P_t W_t &= A_t (P_{jt} - \phi_{jt}) \alpha Z_t (A_t N_{jt})^{\alpha-1} K_{jt}^{1-\alpha}, \\ P_t R_t &= (P_{jt} - \phi_{jt}) (1-\alpha) Z_t (A_t N_{jt})^\alpha K_{jt}^{-\alpha}, \end{aligned} \quad (\text{IV.2})$$

$$Y_{jt} (1 - \epsilon \phi_{jt} / P_{jt}) = A_t \phi \frac{P_t}{P_{jt-1}} \left( \frac{P_{jt}}{P_{jt-1}} - \frac{g}{a} \right) - A_{t+1} E_t \frac{\rho_{t+1}}{\rho_t} \frac{P_{t+1} P_{jt+1}}{P_{jt}^2} \phi \left( \frac{P_{jt+1}}{P_{jt}} - \frac{g}{a} \right)$$

Setzt man wiederum  $X_{jt} = X_{it} = X_t \forall i, j \in [0, 1]$ ,  $X \in \{P, N, \phi\}$  folgen hieraus die Bedingungen für ein symmetrisches Gleichgewicht. Um den Diskontfaktor  $\rho_t$  zu bestimmen, dient folgende Überlegung: Für den repräsentativen Haushalt ist  $\beta^t \Lambda_t$  der Gegenwartswert seines Vermögens. Ein Unternehmen, das in der Gegenwart einen Zerobond ausgibt, der in der Periode  $t$  mit dem Nominalwert 1 fällig wird, muß diesen zum Gegenwartswert von  $\rho_t = \beta^t \Lambda_t / P_t$  ausgeben.<sup>20</sup>

<sup>19</sup> Die Nebenbedingung bindet im Optimum immer, denn der Monopolist setzt Grenzkosten < Preis, so daß es für ihr immer lukrativ ist, die Nachfrage zu bedienen.

<sup>20</sup> Siehe dazu ROTEMBERG und WOODFORD (1992), S. 1168.

Der repräsentative Haushalt löst das Problem

$$E_0 \left\{ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[ \gamma \ln C_t + (1-\gamma) \ln(M_t/P_t) - \theta \ln(1-N_t) \right] \right\}$$

unter den Nebenbedingungen (IV.3)

$$W_t N_t + R_t K_t + D_t + (1-\delta)K_t + (M_t/P_t) + T_t \geq C_t + K_{t+1} + (M_{t+1}/P_t),$$

$K_0$  und  $M_0$  gegeben,

das sich von jenem in (III.19) nur durch den letzten Term in der Nutzenfunktion unterscheidet und dessen notwendige Bedingungen sich daher nur in der Gleichung für den Arbeitseinsatz von denen in (III.20) unterscheiden, die nun

$$\frac{\theta}{1-N_t} = \Lambda_t W_t \tag{IV.4}$$

lautet. In einem temporären, symmetrischen Gleichgewicht (siehe dazu Abschnitt II.2) müssen daher folgende Bedingungen gleichzeitig erfüllt sein:

$$\begin{aligned}
 c_t &= \frac{\gamma}{\lambda_t}, \\
 \lambda_t &= \beta E_t \frac{1-\gamma}{m_{t+1}} + (\beta/a) E_t \frac{\lambda_{t+1}}{\pi_{t+1}}, \\
 \frac{\theta}{1-N_t} &= \lambda_t \alpha Z_t N_t^{\alpha-1} k_t^{1-\alpha} \left( 1 - \frac{v_t}{\pi_t} \right), \\
 \lambda_t &= (\beta/a) E_t \lambda_{t+1} \left( 1-\delta + (1-\alpha) Z_{t+1} N_{t+1}^\alpha k_{t+1}^{-\alpha} \left( 1 - \frac{v_{t+1}}{\pi_{t+1}} \right) \right) \\
 Z_t N_t^\alpha k_t^{1-\alpha} \left( 1 - \epsilon \frac{v_t}{\pi_t} \right) &= \phi \pi_t \left( \pi_t - \frac{g}{a} \right) - \beta E_t \left( \frac{\lambda_{t+1}}{\lambda_t} \phi \pi_{t+1} \left( \pi_{t+1} - \frac{g}{a} \right) \right), \\
 a k_{t+1} - (1-\delta) k_t &= Z_t N_t^\alpha k_t^{1-\alpha} - c_t - (\phi/2) \left( \pi_t - \frac{g}{a} \right)^2, \\
 m_{t+1} &= \frac{g_t}{a \pi_t} m_t,
 \end{aligned} \tag{IV.5}$$

wobei alle Variablen gemäß (III.5) definiert sind.

### Modelleigenschaften

Die Stationarität von  $k$ ,  $\lambda$ ,  $v$  und  $m = g(M/AP)$  führt auf die folgenden Lösungen, die sich nur durch den Term  $\epsilon/(\epsilon-1)$  von jenen des Modells ohne Kosten der Preisanpassung unterscheiden:

$$\begin{aligned}
 \frac{v}{\pi} &= \frac{1}{\epsilon}, \\
 \frac{y}{k} &= \frac{\frac{a}{\beta} - 1 + \delta}{1 - \alpha} \frac{\epsilon}{\epsilon - 1}, \\
 \frac{c}{y} &= 1 + \frac{1 - \delta - a}{y/k}, \\
 \frac{N}{1-N} &= \frac{\alpha\gamma}{\theta} \frac{y}{c} \frac{\epsilon - 1}{\epsilon}, \\
 \frac{c}{M/AP} &= \frac{\gamma(g - \beta)}{\beta(1-\gamma)}. \\
 \pi &= \frac{g}{a}.
 \end{aligned}
 \tag{IV.6}$$

Die beiden Blöcke des loglinearisierten Systems lauten:

$$\begin{aligned}
 \hat{c}_t &= -\hat{\lambda}_t, \\
 \left(1 - \alpha + \frac{N}{1-N}\right) \hat{N}_t - \frac{1}{(\epsilon-1)} \hat{\pi}_t &= (1-\alpha) \hat{k}_t + \hat{\lambda}_t - \frac{1}{(\epsilon-1)} \hat{v}_t + \hat{Z}_t, \\
 \hat{\pi}_t &= \hat{m}_t - \hat{x}_t + \hat{g}_t.
 \end{aligned}
 \tag{IV.7}$$



$$\begin{aligned}
 aE_t\hat{k}_{t+1} &= (1-\delta + (1-\alpha)(y/k))\hat{k}_t + (\alpha y/k)\hat{N}_t - (c/k)\hat{c}_t + (y/k)\hat{Z}_t, \\
 \alpha\xi E_t\hat{k}_{t+1} &= E_t\hat{\lambda}_{t+1} - \hat{\lambda}_t + \alpha\xi E_t\hat{N}_{t+1} - \frac{\xi}{\epsilon-1}E_t\hat{v}_{t+1} + \frac{\xi}{\epsilon-1}\hat{\pi}_{t+1} + \xi E_t\hat{Z}_{t+1}, \\
 y\hat{v}_t &= (y-\phi(g/a)^2)\hat{\pi}_t + \beta\phi(g/a)^2 E_t\hat{\pi}_{t+1}, \\
 \frac{\beta}{g}E_t\hat{\lambda}_{t+1} &= \frac{\beta}{g}E_t\hat{\pi}_{t+1} - \frac{\beta-g}{g}\hat{x}_t + \hat{\lambda}_t, \\
 E_t\hat{m}_{t+1} &= \hat{x}_t.
 \end{aligned} \tag{IV.8}$$

Die relevante Jacobimatrix besitzt zwei stabile und drei instabile Eigenwerte. Damit werden  $\hat{\lambda}_t$ ,  $\hat{x}_t$  und  $\hat{v}_t$  über die Vorwärtslösung bestimmt. Aus der Lösungen nach (I.3) folgen über (IV.7) die Lösungen für  $\hat{c}_t$ ,  $\hat{N}_t$  und  $\hat{\pi}_t$ . Für die Produktion und die Investitionen gelten (trotz der veränderten Ressourcenrestriktion) die ersten beiden Gleichungen aus (II.13), während die Entwicklung des Reallohnes nun von der Entwicklung des Aufschlagssatzes  $\mu_t$  abhängt. Für diesen folgt aus der Definition

$$\mu_t := \frac{P_{jt} - GK_{jt}}{GK_{jt}}$$

(mit  $GK_{jt}$  als Grenzkosten des Unternehmens  $j$  im Zeitpunkt  $t$ ) aufgrund der Beziehung

$$GK_{jt} \equiv \frac{P_t W_t}{\alpha Y_{jt}/N_{jt}} = P_{jt} - \varphi_{jt}$$

im symmetrischen Gleichgewicht die Gleichung

$$\mu_t = \frac{v_t}{\pi_t - v_t}.$$

Hieraus und aus der ersten Gleichung in (IV.2) erhält man schließlich die folgenden Gleichungen für  $\hat{w}_t$  und  $\hat{\mu}_t$ :

$$\begin{aligned}
 \hat{w}_t &= \hat{Z}_t + (\alpha-1)\hat{N}_t + (1-\alpha)\hat{k}_t + \frac{1}{\epsilon-1}(\hat{\pi}_t - \hat{v}_t), \\
 \hat{\mu}_t &= \frac{\epsilon}{\epsilon-1}(\hat{v}_t - \hat{\pi}_t).
 \end{aligned} \tag{IV.9}$$

Aus der letzten Gleichung in (IV.9) und der Gleichung für den Inflationsfaktor in (IV.7) erkennt man, daß ein Geldangebotsschock in der Periode  $t$  (in der  $\hat{v}_t$ ,  $\hat{m}_t$  und  $\hat{x}_t$  vorgegeben

sind) über den Inflationsfaktor den Aufschlagssatz senkt. Über steigende Reallöhne kann ein nichtantizipiertes zusätzliches Geldangebot somit eine Expansion auslösen.

Die Gleichung für den Nominalzinsfaktor aus (III.10) muß gegenüber der Gleichung (III.18) um den Einfluß des Aufschlagssatzes auf den Realzins ergänzt werden. Sie lautet nun:

$$\hat{q}_t = \rho_g \hat{g}_t + \hat{x}_t - \begin{bmatrix} \Phi_{11}^{21} & \Phi_{12}^{21} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{k}_{t+1} \\ \hat{m}_{t+1} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Phi_{11}^{22} & \Phi_{12}^{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \rho_z & 0 \\ 0 & \rho_g \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{Z}_t \\ \hat{g}_t \end{bmatrix} \quad (\text{IV.10})$$

$$+ \xi \hat{Z}_t + \alpha \xi \hat{N}_t - \alpha \xi \hat{k}_t + \frac{\xi}{\epsilon - 1} (\hat{\pi}_t - \hat{v}_t),$$

wobei auch  $\hat{\pi}_t$  und  $\hat{v}_t$  aus der Lösung gemäß (I.3) folgen.

Bei der Kalibrierung des Produktivitätsschocks muß man nun berücksichtigen, daß die Lohnquote  $\omega_t$  zyklisch schwankt und vom Geldangebotsprozeß abhängt. Für sie gilt nun:

$$\omega_t = \alpha \left( 1 - \frac{v_t}{\pi_t} \right)$$

Das Solowresiduum kann daher nicht auf die übliche Weise konstruiert werden. HAIRAULT und PORTIER (1993) bereinigen daher das Solowresiduum vom Einfluß von Geldschocks. Ich verzichte auf diese Verfahren, das zwar der besseren Anpassung des Modells an die empirischen Zeitreihen dient, aber den Vergleich mit den Modellen des Abschnitts III erschwert. Der Wert für  $\phi$  hat erheblichen Einfluß auf das Ausmaß der Preisanpassung und damit die realen Effekte des Geldes. Ich wähle den Wert dieses Parameters modellabhängig so, daß er bei einer einprozentigen Abweichung des tatsächlichen Inflationsfaktors von seinem Gleichgewichtswert Anpassungskosten in Höhe von 0,01% der Wertschöpfung des Unternehmens induziert. Die anderen, in Tabelle IV.1 zusammengefaßten Simulationsparameter sind eine Kombination der Werte aus Abschnitt II.2 und Abschnitt III.3.

Tabelle IV.1

Nutzenfunktion	Produktionstechnik	Marktmacht	Produktivitätsschock	Geldangebot	
$\beta=0,993$	$\alpha=0,78$	$\phi=0,523$	$\mu=0,2$	$Z=1$	$g=1,015$
$\theta=1,86$	$\delta=0,01$			$\rho_z=0,97$	$\rho_g=0,12$
$\gamma=0,98$	$a=1,003$			$\sigma_\epsilon=0,0065$	$\sigma_\eta=0,0173$

Die beiden folgenden Abbildungen zeigen die Impulsantworten wichtiger Größen auf einen Geldangebotsschock in Höhe einer Standardabweichung. Sie bestätigen den oben erwähnten

Mechanismus: Die Kosten der Preisanpassung führen zu einem Sinken des Aufschlagssatzes. Dadurch steigt der Reallohn und das Arbeitsangebot nimmt zu. Das Geldmengenwachstum und der Output korrelieren nunmehr positiv. Ein Teil des Einkommens wird gespart, um in Zukunft weniger arbeiten zu können. Deshalb nehmen auch die Investitionen zu. Durch die relativ kräftige und kurzfristige Substitution von Arbeit und den damit verbundenen Investitionsanstieg verdeckt die Graphik, daß der Konsum ansteigt und langsam auf sein stationäres Niveau sinkt.

Abbildung III.2

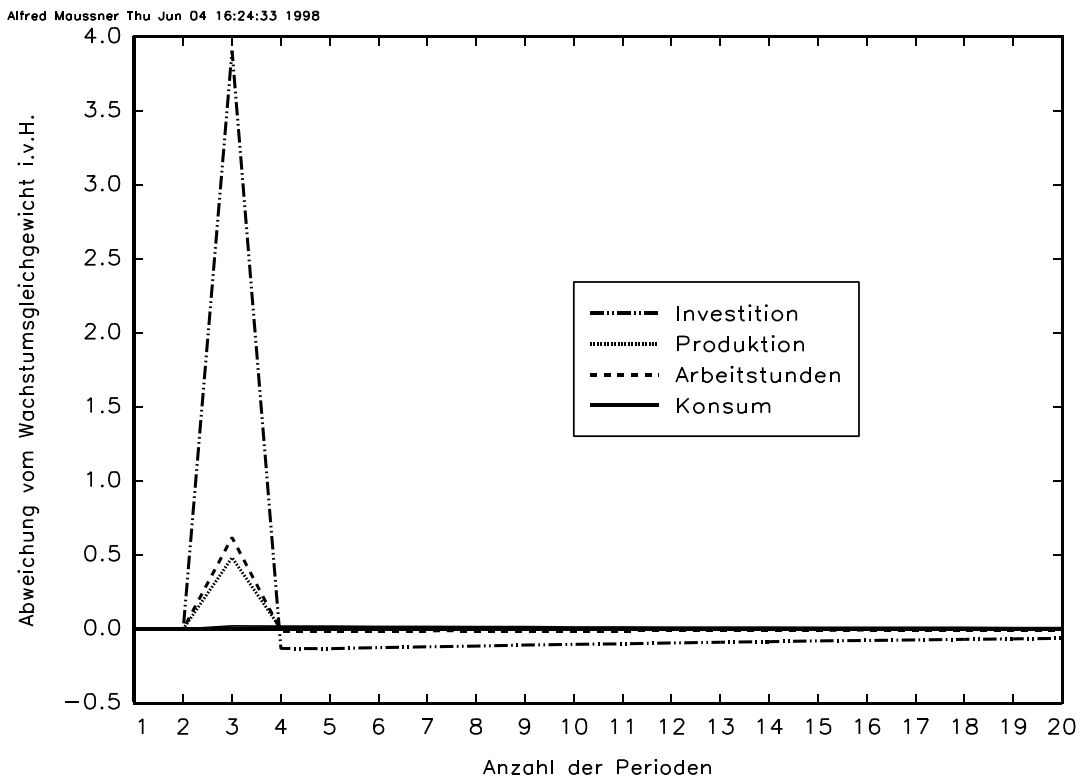
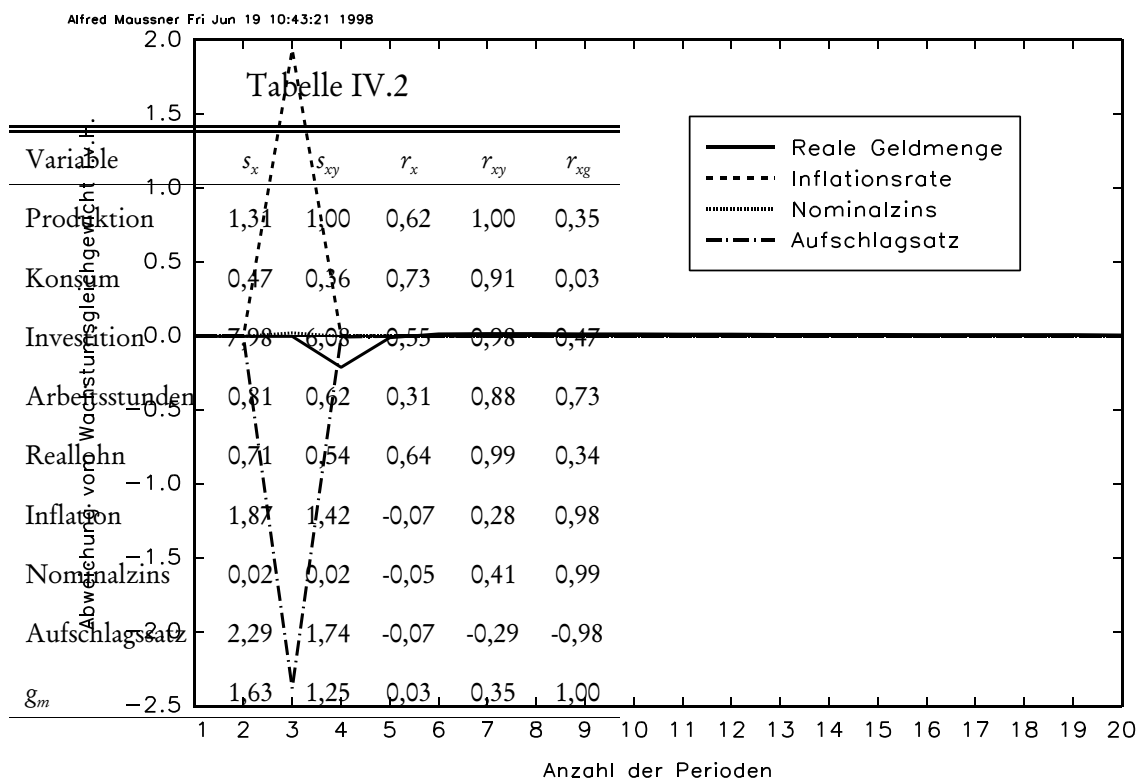


Abbildung III.3



Genaueren Aufschluß über die Modelleigenschaften geben die in Tabelle IV.2 zusammen gestellten Zeitreihenmomente. Die Zahlen beruhen wiederum auf 500 Reihen mit jeweils 120 Elementen. Der Vergleich mit Tabelle II.4 zeigt, daß die Geldpolitik die realen Größen nun beeinflusst. Die Standardabweichungen aller realen Größen nehmen zu. Augenfällig ist dies bei den Investitionen und den Arbeitsstunden. Dagegen verändern sich die Streuungen und Korrelationen der monetären Größen praktisch nicht. Der Aufschlagsatz ist erwartungsgemäß leicht antizyklisch, eine Eigenschaft, die im Einklang mit empirischen Untersuchungen ist.<sup>21</sup> Die realen Effekte der monetären Schocks sind umso ausgeprägter, je mehr die Kosten der Preisanpassung ins Gewicht fallen. Wenn diese (für eine einprozentige Abweichung des Preispfades von seinem Gleichgewichtswert) auf 0,015 Prozent der Wertschöpfung steigen, wächst die Streuung der Produktion auf 1,4, die der Investitionen auf fast 9,0, die der Arbeitsstunden auf 1,03 und die des Aufschlagsatzes auf 3,4.

## 2. Kosten der Preisanpassung im Modell mit Geld- und Kreditgütern

### Modellstruktur

<sup>21</sup>DAVID ROMER (1996), S. 219 schreibt zum Stand der empirischen Forschung über das konjunkturelle Verhalten des Aufschlagsatzes: "The evidence to date seems inconsistent with the view that the markup is strongly procyclical; whether it is significantly countercyclical or approximately acyclical, however, is an open question."

Berücksichtigt man Kosten der Preisanpassung im Modell mit Geld- und Kreditgütern, dann darf man erwarten, daß auch dort der antizyklische Aufschlagssatz die inverse Beziehung zwischen Geldmengenwachstum und Produktion umkehrt. Die Bedingungen für eine optimale intertemporale Allokation erhält man, wenn man in (IV.5) die ersten beiden Gleichungen durch die entsprechenden Gleichungen in (III.6) ersetzt. Sie lauten:

$$\begin{aligned}
 c_t &= m_{t+1} + \frac{1-\gamma}{\lambda_t}, \\
 \lambda_t &= (\beta/a)E_t \frac{\lambda_{t+1}}{\pi_{t+1}} + (\beta/a)E_t \frac{\lambda_{t+1}(\lambda_{t+1}c_{t+1}-1)}{\pi_{t+1}(1-\gamma-\lambda_{t+1}c_{t+1})}, \\
 \frac{\theta}{1-N_t} &= \lambda_t \alpha Z_t N_t^{\alpha-1} k_t^{1-\alpha} \left( 1 - \frac{v_t}{\pi_t} \right), \tag{IV.11} \\
 \lambda_t &= (\beta/a)E_t \lambda_{t+1} \left( 1-\delta + (1-\alpha)Z_{t+1}N_{t+1}^\alpha k_{t+1}^{-\alpha} \left( 1 - \frac{v_{t+1}}{\pi_{t+1}} \right) \right), \\
 Z_t N_t^\alpha k_t^{1-\alpha} \left( 1 - \epsilon \frac{v_t}{\pi_t} \right) &= \phi \pi_t \left( \pi_t - \frac{g}{a} \right) - \beta E_t \left( \frac{\lambda_{t+1}}{\lambda_t} \phi \pi_{t+1} \left( \pi_{t+1} - \frac{g}{a} \right) \right), \\
 a k_{t+1} - (1-\delta)k_t &= Z_t N_t^\alpha k_t^{1-\alpha} - c_t - (\phi/2) \left( \pi_t - \frac{g}{a} \right)^2, \\
 m_{t+1} &= \frac{g_t}{a \pi_t} m_t.
 \end{aligned}$$

### Modelleigenschaften

Das Wachstumsgleichgewicht kennzeichnen die folgenden Gleichungen:

$$\begin{aligned}
 \frac{v}{\pi} &= \frac{1}{\epsilon}, \\
 \frac{y}{k} &= \frac{\frac{a}{\beta} - 1 + \delta}{1 - \alpha} \frac{\epsilon}{\epsilon - 1}, \\
 \frac{c}{y} &= 1 + \frac{1 - \delta - a}{y/k}, \\
 \frac{N}{1-N} &= \frac{\alpha}{\theta} (1 - \gamma + \beta\gamma/g) \frac{y}{c} \frac{\epsilon - 1}{\epsilon}, \\
 \frac{c}{M/AP} &= g \left( 1 + \frac{(1 - \gamma)g}{\beta\gamma} \right), \\
 \pi &= \frac{g}{a}.
 \end{aligned} \tag{IV.12}$$

Die loglinearisierten beiden ersten Gleichungen in (IV.11) lauten

$$\begin{aligned}
 \hat{c}_t &= -\frac{1-\gamma-\lambda c}{\lambda c} \hat{m}_{t+1} - \frac{1-\gamma}{\lambda c} \hat{\lambda}_t, \\
 \hat{\lambda}_t + \frac{(1-\gamma)g}{\beta\gamma} E_t \hat{\lambda}_{t+1} &= -\frac{\lambda c g}{\beta\gamma} E_t \hat{c}_{t+1} - E_t \hat{\pi}_{t+1}.
 \end{aligned} \tag{IV.13}$$

(IV.13) impliziert zusammen mit

$$\hat{\pi}_t = \hat{m}_t - \hat{m}_{t+1} + \hat{g}_t$$

die beiden folgenden Gleichungen:

$$\begin{aligned}
 \hat{c}_t &= \frac{1-\gamma-\lambda c}{\lambda c} E_t \hat{g}_{t+1} - \hat{\lambda}_t, \\
 \hat{\pi}_t &= \hat{\lambda}_t + E_t \hat{g}_{t+1} + \hat{m}_t + \hat{g}_t.
 \end{aligned}$$

Hieran zeigt sich, daß man in dieser Modellvariante auf die Variable  $\hat{x}_t$  verzichten kann. Ersetzt man nun  $E_t \hat{g}_{t+1}$  durch den Erwartungswert  $\rho_g \hat{g}_t$ , dann führen die beiden oben stehenden Gleichungen zusammen mit der zweiten Gleichung aus (IV.7) auf:

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & (1-\alpha) + \frac{N}{1-N} & \frac{-1}{(\epsilon-1)} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{c}_t \\ \hat{N}_t \\ \hat{\pi}_t \end{bmatrix} \\
 & = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ (1-\alpha) & 0 & \frac{-1}{(\epsilon-1)} & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{k}_t \\ \hat{m}_t \\ \hat{v}_t \\ \hat{\lambda}_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \rho_g \frac{1-\gamma-\lambda c}{\lambda c} \\ 1 & 0 \\ 0 & 1+\rho_g \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{Z}_t \\ \hat{g}_t \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{IV.14}$$

wobei (aus (IV.12))  $\lambda c = 1 - \gamma + \beta\gamma/g$ . Die Dynamik des Modells bestimmen nun die Gleichungen 1, 2, 3 und 5 (in der  $\hat{x}_t$  durch  $\hat{m}_t + \hat{g}_t - \hat{\pi}_t$  ersetzt wird) aus (IV.8):

$$\begin{bmatrix} a & 0 & 0 & 0 \\ -\alpha\xi & 0 & \frac{-\xi}{(\epsilon-1)} & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} E_t \begin{bmatrix} \hat{k}_{t+1} \\ \hat{m}_{t+1} \\ \hat{v}_{t+1} \\ \hat{\lambda}_{t+1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -(1-\delta + (1-\alpha)(\gamma/k)) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & \gamma & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{k}_t \\ \hat{m}_t \\ \hat{v}_t \\ \hat{\lambda}_t \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\alpha\xi & \frac{-\xi}{(\epsilon-1)} \\ 0 & 0 & \beta\Phi(g/a)^2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} E_t \begin{bmatrix} \hat{c}_{t+1} \\ \hat{N}_{t+1} \\ \hat{\pi}_{t+1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -(c/k) & \alpha\gamma/k & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma - \Phi(g/a)^2 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{c}_t \\ \hat{N}_t \\ \hat{\pi}_t \end{bmatrix} \tag{IV.15}$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\xi & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} E_t \begin{bmatrix} \hat{Z}_{t+1} \\ \hat{g}_{t+1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \gamma/k & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{Z}_t \\ \hat{g}_t \end{bmatrix}, \quad \xi := 1 - (\beta/a)(1-\delta).$$

Unverändert gelten die Gleichungen für die Produktion und die Investitionen (Gleichung 1 und 2 in (II.13)), für den Reallohn und den Aufschlagssatz in (IV.9). Die Gleichung für den

Nominalzins muß um den Einfluß des Aufschlagsatzes auf den Realzins ergänzt werden. Da zudem die Zahl der endogenen Variablen ohne Anfangsbedingung größer ist, verändert sich die Formel aus Gleichung (III.11). Sie lautet nun:

$$\hat{q}_t = \hat{m}_{t+1} + (1 + \rho_g) \rho_g \hat{g}_t + \begin{bmatrix} \phi_{21}^{21} & \phi_{22}^{21} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{k}_{t+1} \\ \hat{m}_{t+1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \phi_{21}^{22} & \phi_{22}^{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \rho_Z & 0 \\ 0 & \rho_g \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{Z}_t \\ \hat{g}_t \end{bmatrix} \quad (IV.16)$$

$$+ \xi \hat{Z}_t + \alpha \xi \hat{N}_t - \alpha \xi \hat{k}_t + \frac{\xi}{\epsilon - 1} (\hat{\pi}_t - \hat{v}_t).$$

Der Simulation dieses Modells liegen die Parameterwerten in Tabelle IV.3 zugrunde.

Tabelle IV.3

Nutzenfunktion	Produktionstechnik	Marktmacht	Produktivitätsschock	Geldangebot
$\beta = 0,993$	$\alpha = 0,78$	$\phi = 0,523$	$\mu = 0,2$	$Z = 1$
$\theta = 1,86$	$\delta = 0,01$		$\rho_Z = 0,97$	$\rho_g = 0,12$
$\gamma = 0,84$	$a = 1,003$		$\sigma_\epsilon = 0,0065$	$\sigma_\eta = 0,0173$

Abbildung III.4 zeigt, daß die Kosten der Preisanpassung in der Lage sind, die antizyklische Reaktion von Beschäftigung und Produktion auf einen Geldangebotschock umzukehren. Für

Tabelle IV.4

Variable	$s_x$	$s_{xy}$	$r_x$	$r_{xy}$	$r_{xg}$
Produktion	1,30	1,00	0,63	1,00	0,34
Konsum	0,49	0,38	0,67	0,76	-0,30
Investition	8,51	6,52	0,48	0,96	0,56
Arbeitsstunden	0,79	0,60	0,33	0,89	0,72
Reallohn	0,71	0,55	0,65	0,99	0,34
Inflationsrate	1,84	1,41	-0,06	0,26	0,98
Nominalzins	0,04	0,03	-0,01	0,37	1,00
Aufschlagsatz	2,23	1,71	-0,07	-0,27	-0,98
$g_m$	1,63	1,25	0,03	0,34	1,00

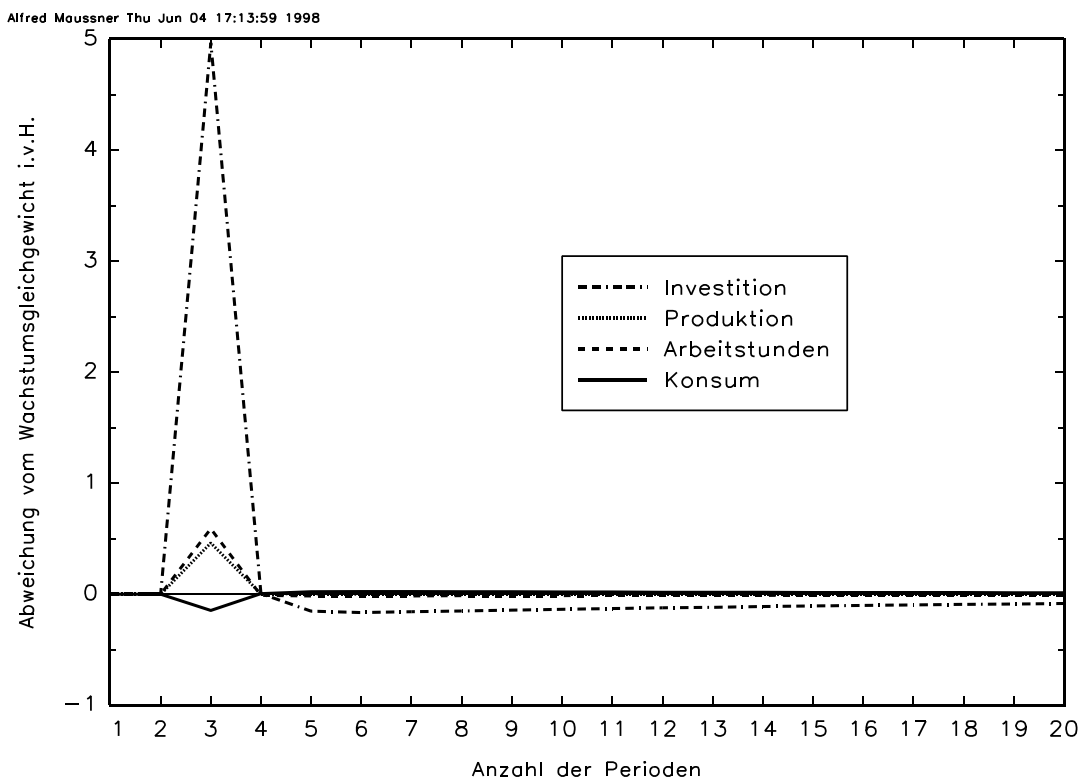
die Reaktion des Konsum gelingt dies (zumindest für die Parameterwerte aus Tabelle IV.3) nicht. Weiteren Aufschluß über die Modelleigenschaften geben die Zeitreihenmomente in Tabelle IV.4. Im Vergleich mit Tabelle IV.2 kann man erkennen, daß es keine großen Unterschiede zwischen den beiden Modellen gibt. Lediglich die Investitionsnachfrage ist jetzt etwas volatiler und der Konsum zeigt die schon aus der Impulsantwort bekannte negative Korrelation mit der Wachstumsrate des Geldes.

Da sich die Unterschiede zwischen den beiden Modelltypen in engen Grenzen bewegen, beschränken sich die fol-



genden Modellerweiterungen auf das Modell mit Geld in der Nutzenfunktion.

Abbildung III.4



## V. Gütermarktfriktionen und endogene Wachstumsrate

Dieser Abschnitt führt die aus II.3 bekannten Modelle mit dem Modell aus III.2 zusammen. Zwei Fragen stehen dabei im Vordergrund. Die erste betrifft die spikeartige Reaktion der realen Größen auf Geldangebotsschocks, die sich in Abbildung III.1 bis Abbildung III.3 zeigt. Sind die realen Folgen nichtantizipierter Änderungen der Wachstumsrate der Geldmenge persistenter, wenn das Wachstum der Wirtschaft von der jeweiligen konjunkturellen Situation abhängt? Die zweite Frage betrifft das Ausmaß der konjunkturellen Schwankungen selbst. Nehmen diese durch die Wechselwirkung zwischen Wachstum und Konjunktur zu?

### 1. Learning by Doing

Ersetzt man im Gleichungssystem (IV.5)  $a$  durch Gleichung (II.21), so erhält man daraus die Bedingungen für eine optimale intertemporale Allokation, wenn der Wachstumsfaktor vom Ausmaß des jeweiligen Arbeitseinsatzes abhängt. Die Steady-State-Bedingungen für realen Größen unterscheiden sich nur durch den Keil zwischen Grenzprodukten und Faktorentgelten von jenen in (II.22). Deshalb existiert auch hier für gegebene Parameterwerte ein Wachstumsgleichgewicht. Das loglinearisierte System für die Modellsimulation besteht wieder aus

zwei Blöcken. Der erste davon bestimmt Konsum, Beschäftigung und Inflationsrate als Funktionen der Zustandsvariablen:

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1-\alpha + \frac{N}{1-N} & -\frac{1}{(\epsilon-1)} \\ 0 & \frac{a-1}{a} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{c}_t \\ \hat{N}_t \\ \hat{\pi}_t \end{bmatrix} \\
 & = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1-\alpha & 0 & 0 & -\frac{1}{(\epsilon-1)} & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{k}_t \\ \hat{m}_t \\ \hat{x}_t \\ \hat{\phi}_t \\ \hat{\lambda}_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{Z}_t \\ \hat{g}_t \end{bmatrix}. \tag{V.1}
 \end{aligned}$$

Der zweite Block beinhaltet die eigentliche Systemdynamik und lautet:

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} a & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \alpha\xi & 0 & 0 & \frac{\xi}{\epsilon-1} & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \beta/g \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} E_t \begin{bmatrix} \hat{k}_{t+1} \\ \hat{m}_{t+1} \\ \hat{x}_{t+1} \\ \hat{v}_{t+1} \\ \hat{\lambda}_{t+1} \end{bmatrix} \\
 & + \begin{bmatrix} -[(1-\delta) + (1-\alpha)y/k] & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & y & 0 \\ 0 & 0 & (\beta/g)-1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{k}_t \\ \hat{m}_t \\ \hat{x}_t \\ \hat{v}_t \\ \hat{\lambda}_t \end{bmatrix} \\
 & = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha\xi & \frac{\xi}{\epsilon-1} \\ 0 & 0 & \beta(g/a)^2 \\ 0 & 0 & \beta/g \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} E_t \begin{bmatrix} \hat{c}_{t+1} \\ \hat{N}_{t+1} \\ \hat{\pi}_{t+1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{c}{k} & \left(\frac{\alpha y}{k} + 1 - a\right) & 0 \\ 0 & \frac{1-a}{a} & 0 \\ 0 & 0 & y - \phi(g/a)^2 \\ 0 & \frac{\beta(a-1)}{ag} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{c}_t \\ \hat{N}_t \\ \hat{\pi}_t \end{bmatrix} \\
 & + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \xi & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} E_t \begin{bmatrix} \hat{Z}_{t+1} \\ \hat{g}_{t+1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} y/k & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{Z}_t \\ \hat{g}_t \end{bmatrix}.
 \end{aligned} \tag{V.2}$$

Für den Reallohn, den Aufschlagssatz und den Nominalzinsfaktor gelten unverändert die Gleichungen (IV.9) bzw. (IV.10). Der Wert von  $\psi = 0,01072$  impliziert  $a = 1,003$ . Alle anderen Parameter entsprechen den Werten in Tabelle IV.1.

Tabelle V.1

Variable	$s_x$	$s_{xy}$	$r_x$	$r_{xy}$	$r_{xg}$
Produktion	1,30	1,00	0,62	1,00	0,35
Konsum	0,47	0,36	0,73	0,92	0,03
Investition	7,87	6,04	0,54	0,98	0,48
Arbeitsstunden	0,80	0,61	0,30	0,88	0,74
Reallohn	0,71	0,55	0,64	0,99	0,34
Inflationsrate	1,87	1,43	-0,07	0,28	0,98
Nominalzins	0,02	0,02	-0,00	0,54	0,97
Aufschlagssatz	2,29	1,75	-0,07	-0,29	-0,98
$g_y$	0,00	0,00	0,30	0,88	0,74
$g_m$	1,63	1,25	0,03	0,35	1,00

Die Simulationsergebnisse faßt Tabelle V.1 zusammen. Der Vergleich mit Tabelle IV.2 zeigt, daß es keine nennenswerten Unterschiede zum Modell mit exogener Wachstumsrate gibt. Formal betrachtet ist dieses Ergebnis nicht erstaunlich. Die Eigenwerte der Koeffizientenmatrizen in (V.1) und (V.2) sind stetige Funktionen der Matrizenelemente. Diese ändern sich im Vergleich der beiden Modelle allerdings nur wenig, denn die zusätzlichen Elemente haben alle den sehr kleinen Wert  $(a-1)/a$ . Insofern wundert es auch nicht, daß die Impulsantworten weiterhin spikeartig verlaufen. Die Korrelationen der Wachstumsrate der Produktion stimmen mit jenen der Arbeitsstunden überein, da  $\hat{a}_t$  direkt proportional zu  $\hat{N}_t$  ist.

## 2. Investitionen in Humankapital

Der repräsentative Haushalt löst nun das Entscheidungsproblem:

$$E_0 \left\{ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[ \gamma \ln C_t + (1-\gamma) \ln(M_t/P_t) + \theta \ln(1-N_t) \right] \right\}$$

unter den Nebenbedingungen

$$W_t u_t A_t N_t + R_t K_t + D_t + (1-\delta_K)K_t + (M_t/P_t) + T_t \geq C_t + K_{t+1} + (M_{t+1}/P_t), \quad (V.3)$$

$$A_{t+1} = A_t (1 - \delta_A + \psi(1-u_t)N_t),$$

$K_0$ ,  $A_0$  und  $M_0$  gegeben.

Die notwendigen Bedingung für eine Lösung dieses Problems sind eine Kombination der Bedingungen (II.27) und (III.20). Mit  $\Lambda_{K_t}$  als Schattenpreises können sie im folgenden System zusammengefaßt werden:

$$\begin{aligned}
 C_t &= \frac{\gamma}{\Lambda_{Kt}}, \\
 \frac{\theta}{1-N_t} &= \Lambda_{Kt} A_t W_t, \\
 \Lambda_{Kt} &= \beta E_t(\Lambda_{Kt+1} [1-\delta_K + R_{t+1}]), \\
 \Lambda_{Kt} W_t &= \beta E_t \Lambda_{Kt+1} W_{t+1} (1 - \delta_A + \psi N_{t+1}), \\
 \Lambda_{Kt} &= \beta E_t \left( \frac{1-\gamma}{M_{t+1}/P_t} + \frac{\Lambda_{Kt+1}}{P_{t+1}/P_t} \right).
 \end{aligned} \tag{V.4}$$

Definiert man die stationären Variablen wieder gemäß

$$\begin{aligned}
 \lambda_t &= \Lambda_{Yt} A_t, \quad y_t := Y_t/A_t, \quad c_t := C_t/A_t, \quad k_t := K_t/A_t, \\
 m_t &:= M_t/(A_{t-1} P_{t-1}), \quad \pi_t := P_t/P_{t-1}, \quad x_t = m_{t+1}, \quad v_t := \varphi_t/P_{t-1}
 \end{aligned} \tag{V.5}$$

so folgt aus (V.4) zusammen mit den Optimumsbedingungen der Unternehmen (IV.2) in einem symmetrischen Gleichgewicht das folgende System zur Beschreibung einer optimalen intertemporalen Allokation:

$$\begin{aligned}
 c_t &= \frac{\gamma}{\lambda_t}, \\
 \lambda_t &= \beta E_t \frac{1-\gamma}{m_{t+1}} + (\beta/a_t) E_t \frac{\lambda_{t+1}}{\pi_{t+1}}, \\
 \frac{\theta}{1-N_t} &= \lambda_t \alpha Z_t (u_t N_t)^{\alpha-1} k_t^{1-\alpha} (1 - v_t/\pi_t), \\
 \lambda_t &= (\beta/a_t) \times \\
 &\quad E_t \lambda_{t+1} \left( 1 - \delta_K + (1-\alpha) Z_{t+1} (u_{t+1} N_{t+1})^\alpha k_{t+1}^{-\alpha} (1 - v_{t+1}/\pi_{t+1}) \right), \\
 \lambda_t (1-v_t/\pi_t) Z_t (u_t N_t)^{\alpha-1} k_t^{1-\alpha} &= \left( (\beta/a_t) E_t \lambda_{t+1} \alpha Z_{t+1} (u_{t+1} N_{t+1})^{\alpha-1} k_{t+1}^{1-\alpha} \right) \times \\
 &\quad \left( (1-v_{t+1}/\pi_{t+1}) (1-\delta_A + \psi N_{t+1}) \right), \\
 Z_t (u_t N_t)^\alpha k_t^{1-\alpha} (1 - v_t/\pi_t) &= \phi \pi_t \left( \pi_t - \frac{g}{a} \right) - \beta E_t \left( \frac{\lambda_{t+1}}{\lambda_t} \phi \pi_{t+1} \left( \pi_{t+1} - \frac{g}{a} \right) \right), \tag{V.6} \\
 a_t k_{t+1} - (1-\delta_K) k_t &= Z_t (u_t N_t)^\alpha k_t^{1-\alpha} - c_t - (\phi/2) \left( \pi_t - \frac{g}{a} \right)^2, \\
 m_{t+1} &= \frac{g_t}{a_t \pi_t} m_t, \\
 a_t &= 1 - \delta_A + \psi(1-u_t) N_t.
 \end{aligned}$$

Für die realen Größen im Wachstumsgleichgewicht erwächst hieraus ein Gleichungssystem, das sich nur durch den Keil zwischen Grenzprodukten und Faktorentgelten von jenem in (II.30) unterscheidet. Es besitzt im Rahmen der hier benutzen Parameterwerte genau eine Lösung mit  $a > 1$ . Die Loglinearisierung der Gleichungen in (II.29), (V.6) führt wieder auf ein aus zwei Blöcken bestehendes dynamisches System, das die prozentuale Abweichung aller Größen von ihren jeweiligen langfristigen Gleichgewichtswerten beschreibt. Der erste Block lautet:

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1-\alpha+\frac{N}{1-N} & 1-\alpha & -\frac{1}{\epsilon-1} \\ 0 & \frac{a+\delta_A-1}{a} & \frac{\beta-1}{\beta} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{c}_t \\ \hat{N}_t \\ \hat{u}_t \\ \hat{\pi}_t \end{bmatrix} \\
 & = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1-\alpha & 0 & 0 & \frac{-1}{\epsilon-1} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{k}_t \\ \hat{m}_t \\ \hat{x}_t \\ \hat{\vartheta}_t \\ \hat{\lambda}_t \\ \hat{a}_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{Z}_t \\ \hat{g}_t \end{bmatrix}. \tag{V.7}
 \end{aligned}$$

Der zweite ist:





$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \alpha\xi & 0 & 0 & \frac{\xi}{\epsilon-1} & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \beta/g & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} E_t \begin{bmatrix} \hat{k}_{t+1} \\ \hat{m}_{t+1} \\ \hat{x}_{t+1} \\ \hat{v}_{t+1} \\ \hat{\lambda}_{t+1} \\ \hat{a}_{t+1} \end{bmatrix} \\
 & + \begin{bmatrix} -((1-\delta_K) + (1-\alpha)y/k) & 0 & 0 & 0 & 0 & a \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (\beta/g)-1 & 0 & -1 & -\beta/g \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{k}_t \\ \hat{m}_t \\ \hat{x}_t \\ \hat{v}_t \\ \hat{\lambda}_t \\ \hat{a}_t \end{bmatrix} \\
 & = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha\xi & \alpha\xi & \frac{\xi}{\epsilon-1} \\ 0 & \frac{N}{1-N} + \frac{\beta\Psi N}{a} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \beta\phi(g/a)^2 \\ 0 & 0 & 0 & \beta/g \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} E_t \begin{bmatrix} \hat{c}_{t+1} \\ \hat{N}_{t+1} \\ \hat{u}_{t+1} \\ \hat{\pi}_{t+1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -(c/k) & \alpha y/k & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{N}{1-N} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & y-\phi(g/a)^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{c}_t \\ \hat{N}_t \\ \hat{u}_t \\ \hat{\pi}_t \end{bmatrix} \\
 & + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \xi & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} E_t \begin{bmatrix} \hat{Z}_{t+1} \\ \hat{g}_{t+1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} y/k & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{Z}_t \\ \hat{g}_t \end{bmatrix}, \quad \xi := 1 - (\beta/a)(1 - \delta_K).
 \end{aligned}$$

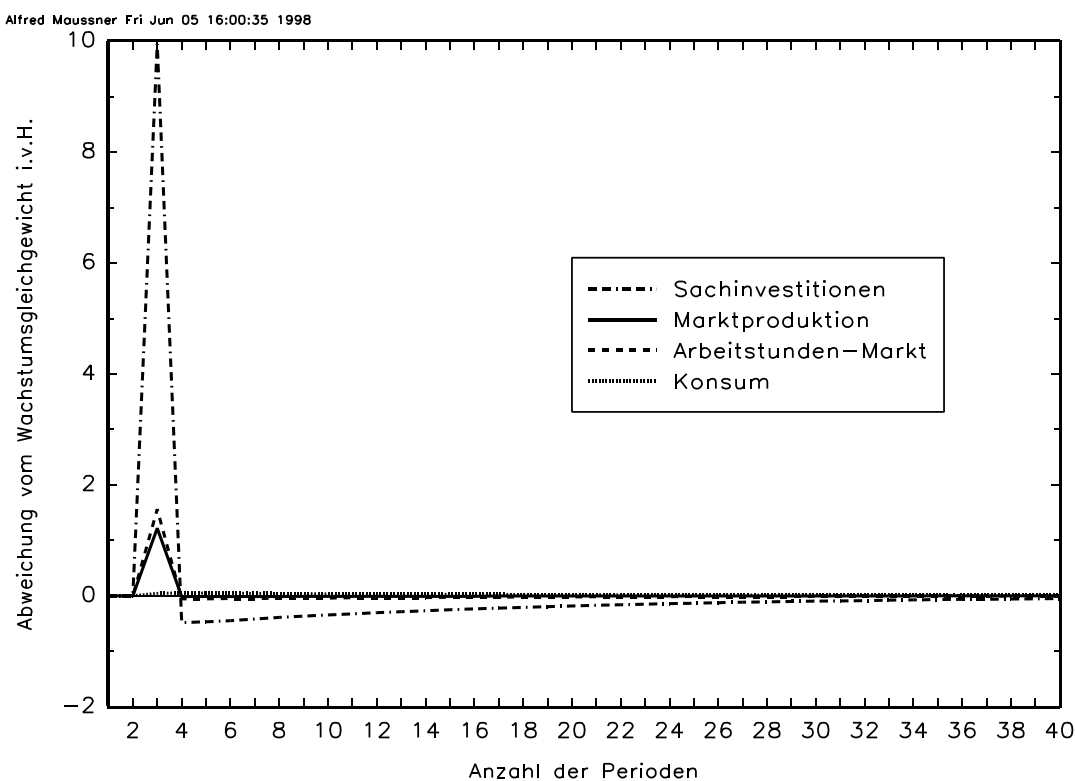
Die nachstehende Tabelle enthält die Simulationsparameter für dieses Modell.

Tabelle V.2

Nutzenfunktion	Produktionstechnik		Marktmacht	Produktivitätsschock	Geldangebot
$\beta=0,993$	$\alpha=0,78$	$\phi=0,265$	$\mu=0,2$	$Z=1$	$g=1,015$
$\theta=3,54$	$\delta=0,01$			$\rho_z=0,97$	$\rho_g=0,12$
$\gamma=0,98$	$\psi=0,0497$			$\sigma_\epsilon=0,0065$	$\sigma_\eta=0,0173$

Abbildung V.1 zeigt allerdings, daß auch in diesem Modell monetäre Schocks keine persistente Wirkung auf die realen Größen ausüben. Nach wie vor verläuft deren Impulsantwortfunktion spikeartig.

Abbildung V.1



Nichtdestoweniger ist der Einfluß der Geldpolitik auf den Konjunkturzyklus erheblich wie Tabelle V.3 zeigt. Die Standardabweichung der Marktproduktion nimmt um etwa ein Viertel gegenüber dem realwirtschaftlichen Modell in Abschnitt II.3 zu (siehe Tabelle II.7). Die der Sachinvestitionen verdoppelt sich und ist damit unrealistisch groß. Dafür nähern sich die Korrelationen des Konsums und des Reallohnes den empirischen Werten an. Schließlich nehmen auch die Korrelationen der Inflationsrate und des Nominalzines mit der Produktion zu. Andererseits erreicht auch in diesem Modell die Standardabweichung der Wachstumsrate

der Produktion bei weitem nicht den empirischen Wert. Die deutlich negative Korrelation mit der Wachstumsrate der Geldmenge spiegelt den Wirkungszusammenhang, der dem Modell unterliegt: Ein monetärer Schock senkt infolge der unvollkommenen Preisanpassung den Aufschlagsatz, so daß der Reallohn in der Marktproduktion steigt. Infolgedessen geht der Arbeitseinsatz in der Produktion neuen Humankapitals zurück und die Wachstumsrate sinkt temporär unter ihren Gleichgewichtswert.

Tabelle V.3

Variable	$s_x$	$s_{xy}$	$r_x$	$r_{xy}$	$r_{xg}$
Produktion	2,01	1,00	0,47	1,00	0,58
Konsum	0,55	0,27	0,75	0,78	0,05
Investition	13,93	6,94	0,35	0,98	0,69
Arbeitsstunden (Markt)	1,85	0,92	0,21	0,94	0,81
Arbeitsstunden (insgesamt)	0,10	0,05	0,71	0,75	0,14
Reallohn	0,57	0,29	0,74	0,80	0,06
Inflationsrate	1,85	0,92	-0,07	0,51	0,97
Nominalzins	0,04	0,02	-0,06	0,48	0,97
Aufschlagsatz	2,26	1,13	-0,07	-0,52	-0,97
$g_y$	0,01	0,01	0,16	-0,91	-0,85
$g_m$	1,63	0,81	0,03	0,58	1,00

## Literaturverzeichnis

- Arrow, Kenneth J., The Economic Implications of Learning by Doing, *Review of Economic Studies*, 29, 1962, 155-173
- Burnside, Craig, Notes on the Linearisation and GMM Estimation of Real Business Cycle Models, Manuskript 1995
- Christiano, Lawrence J. und Martin Eichenbaum, Current Real-Business-Cycle Theories and Aggregate Labor-Market Fluctuations, *American Economic Review*, 82, 1992, 430-450
- Cooley, Thomas F. und Gary D. Hansen, Money and the Business Cycle, in: Thomas F. Cooley (Hrsg.), *Frontiers of Business Cycle Research*, Princeton University Press: Princeton, NJ 1995, 175-216
- Hansen, Gary D., Indivisible Labor and the Business Cycle, *Journal of Monetary Economics*, 16, 1985, 309-327
- Hodrick, Robert J. und Edward C. Prescott, Postwar U.S. Business Cycles: An Empirical Investigation, *Journal of Money, Credit, and Banking*, 29, 1997, 1-16
- King, Robert G., Plosser, Charles I. und Sergio Rebelo, Production, Growth and Business Cycles I, The Basic Neoclassical Model, *Journal of Monetary Economics*, 21, 1988, 195-232
- Lucas, Robert E., On the Mechanics of Economic Development, *Journal of Monetary Economics*, 22, 1988, 3-42
- Lucas, Robert E., Asset Prices in an Exchange Economy, *Econometrica*, 46, 1978, 1426-1445
- Mankiw, N. Gregory, Romer, David und David N. Weil, A Contribution to the Empirics of Economic Growth, *Quarterly Journal of Economics*, 57, 1992, 407-437
- Maußner, Alfred und Rainer Klump, *Wachstumstheorie*, Springer: Berlin 1996
- Romer, David, *Advanced Macroeconomics*, McGraw-Hill: New York 1996
- Ozlu, Elvan, Aggregate Economic Fluctuations in Endogenous Growth Models, *Journal of Macroeconomics*, 18, 1996, 27-47
- Rotemberg, Julio J. und Michael Woodford, Dynamic General Equilibrium Models with Imperfectly Competitive Product Markets, in: Thomas F. Cooley (Ed.), *Frontiers of Business Cycle Research*, Princeton University Press: Princeton, NJ 1995, 243-293

Rotemberg, Julio J. und Michael Woodford, Oligopolistic Pricing and the Effects of Aggregate Demand on Economic Activity, *Journal of Political Economy*, 100, 1992, 1153-1207

Sidrauski, Miguel, Rational Choice and Patterns of Growth in a Monetary Economy, *American Economic Review, Papers & Proceedings*, 57, 1967, 534-544