

Barz, Till; Nastansky, Andreas

**Working Paper**

## Herausforderungen des finanziellen Risikomanagements: Eine empirische Untersuchung des Value at Risk-Ansatzes in Stresssituationen

Statistische Diskussionsbeiträge, No. 57

**Provided in Cooperation with:**

Wirtschafts- und Sozialwissenschaftliche Fakultät, Universität Potsdam

*Suggested Citation:* Barz, Till; Nastansky, Andreas (2024) : Herausforderungen des finanziellen Risikomanagements: Eine empirische Untersuchung des Value at Risk-Ansatzes in Stresssituationen, Statistische Diskussionsbeiträge, No. 57, Universität Potsdam, Potsdam, <https://doi.org/10.25932/publishup-66666>

This Version is available at:

<https://hdl.handle.net/10419/337365>

**Standard-Nutzungsbedingungen:**

Die Dokumente auf EconStor dürfen zu eigenen wissenschaftlichen Zwecken und zum Privatgebrauch gespeichert und kopiert werden.

Sie dürfen die Dokumente nicht für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, öffentlich zugänglich machen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Sofern die Verfasser die Dokumente unter Open-Content-Lizenzen (insbesondere CC-Lizenzen) zur Verfügung gestellt haben sollten, gelten abweichend von diesen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

**Terms of use:**

*Documents in EconStor may be saved and copied for your personal and scholarly purposes.*

*You are not to copy documents for public or commercial purposes, to exhibit the documents publicly, to make them publicly available on the internet, or to distribute or otherwise use the documents in public.*

*If the documents have been made available under an Open Content Licence (especially Creative Commons Licences), you may exercise further usage rights as specified in the indicated licence.*

UNIVERSITÄT POTSDAM

Andreas Nastansky (Hrsg.)

**STATISTISCHE DISKUSSIONSBEITRÄGE**

**Nr. 57**

Till Barz

Andreas Nastansky

**Herausforderungen des finanziellen  
Risikomanagements: Eine empirische Untersuchung  
des Value at Risk-Ansatzes in Stresssituationen**



Potsdam 2024

ISSN 0949-068X

# STATISTISCHE DISKUSSIONSBEITRÄGE

**Nr. 57**

Till Barz      Andreas Nastansky

## **Herausforderungen des finanziellen Risikomanagements: Eine empirische Untersuchung des Value at Risk-Ansatzes in Stresssituationen**

Autoren:      Till Barz, B.A., Email: [till.barz@t-online.de](mailto:till.barz@t-online.de)  
Prof. Dr. Andreas Nastansky, Hochschule für Wirtschaft und Recht  
(HWR) Berlin, Email: [andreas.nastansky@hwr-berlin.de](mailto:andreas.nastansky@hwr-berlin.de)

Herausgeber:      Prof. Dr. Andreas Nastansky, Hochschule für Wirtschaft und Recht  
(HWR) Berlin, Professur für Quantitative Methoden und Mathematik,  
Email: [andreas.nastansky@hwr-berlin.de](mailto:andreas.nastansky@hwr-berlin.de)  
2024, ISSN 0949-068X

## Kurzfassung

Die Quantifizierung und Begrenzung extremer Wertverluste sind von zentraler Bedeutung für das finanzielle Risikomanagement. Besonders während volatiler Marktphasen tendieren traditionelle Risikomaße dazu, Risiken fehlerhaft einzuschätzen. Die Arbeit untersucht die Risikomaße Value at Risk (VaR) und Expected Shortfall (ES) hinsichtlich ihrer Fähigkeit, Verlustpotenziale während Stresssituationen präzise abzubilden. Dazu wird die Prognosefähigkeit dieser Maße unter verschiedenen Verteilungsannahmen und Gewichtungsmethoden analysiert. Unter anderem erfolgt eine systematische Überprüfung mittels Backtesting für den Untersuchungszeitraum. Die Analyse zeigt, dass Modelle mit einer t-Verteilung und einer exponentiellen Gewichtung historischer Daten eine höhere Vorhersagegenauigkeit aufweisen. Modelle mit Normalverteilungsannahme sind in Krisenzeiten besonders anfällig für Fehlprognosen. Alle untersuchten Modelle passen sich verzögert an veränderte Marktsituationen an, was zu einer anfänglichen Unterschätzung und späteren Überschätzung der Risiken führt. Die Anpassungslatenz variiert dabei je nach gewählter Gewichtung der historischen Daten. Implikationen für das Risikomanagement beinhalten eine regelmäßige Modellüberprüfung und die Implementierung umfassender Stresstests, um systematische Risikounterbewertungen zu vermeiden. Die Ergebnisse verdeutlichen die Notwendigkeit dynamischer Risikomodelle, die sich an volatile Marktbedingungen anpassen, um die finanzielle Stabilität der Kreditinstitute langfristig zu sichern.

JEL-Klassifikation: C46, G17, G32

Schlagworte: Backtesting, Historische Simulation, Risikomanagement, Value at Risk, Varianz-Kovarianz-Methode

## Abstract

The quantification and limitation of extreme losses are of central importance in financial risk management. Traditional risk measures tend to inaccurately assess risks, particularly during volatile market phases. This study examines the risk measures Value at Risk (VaR) and Expected Shortfall (ES) in terms of their ability to accurately capture potential losses during times of market stress. The predictive accuracy of these measures is analyzed under various distributional assumptions and weighting methods. Among other methods, a systematic evaluation using backtesting is conducted for the observation period. The findings indicate that models based on a t-distribution and exponential weighting of historical data demonstrate higher predictive power. Models assuming a normal distribution are especially prone to forecasting errors during crisis periods. All models examined exhibit a delayed response to changing market conditions, leading to initial underestimation followed by later overestimation of risks. The lag in model adaptation varies depending on the chosen weighting of historical data. Implications for risk management include regular model reviews and the implementation of comprehensive stress tests to avoid systematic underestimation of risks. The results underscore the necessity of dynamic risk models that adapt to volatile market conditions to ensure the long-term financial stability of credit institutions.

JEL-Classification: C46, G17, G32

Keywords: Backtesting, Historical Simulation, Risk Management, Value at Risk, Variance-covariance Method

# Inhaltsverzeichnis

|                                                                                                     |           |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| Symbolverzeichnis .....                                                                             | II        |
| Abbildungsverzeichnis .....                                                                         | IV        |
| Tabellenverzeichnis .....                                                                           | VI        |
| <b>1 Einleitung .....</b>                                                                           | <b>1</b>  |
| <b>2 Grundlagen des Risikomanagements.....</b>                                                      | <b>3</b>  |
| 2.1 Erläuterung des Risikobegriffs .....                                                            | 4         |
| 2.2 Einführung des Value at Risk als Instrument zur Risikomessung .....                             | 6         |
| 2.2.1 Definition und Grundgedanken des Value at Risk .....                                          | 6         |
| 2.2.2 Varianz-Kovarianz-Methode und deren Annahmen.....                                             | 10        |
| 2.2.3 Defizite des Value at Risk als Risikoindikator .....                                          | 13        |
| 2.3 Einführung des Expected Shortfall als Ergänzung zum Value at Risk.....                          | 16        |
| <b>3 Methodik und Daten.....</b>                                                                    | <b>18</b> |
| 3.1 Datenbasis .....                                                                                | 18        |
| 3.2 Ermittlung des Value at Risk und Expected Shortfall mittels der Varianz-Kovarianz-Methode ..... | 21        |
| 3.2.1 Ermittlung der Varianz-Kovarianzmatrix.....                                                   | 22        |
| 3.2.2 Modellierung der Verteilungsfunktion.....                                                     | 26        |
| 3.3 Backtesting .....                                                                               | 28        |
| <b>4 Empirische Ergebnisse .....</b>                                                                | <b>33</b> |
| 4.1 Ergebnisse der Varianz-Kovarianz-Methode .....                                                  | 34        |
| 4.2 Implikationen für das Risikomanagement.....                                                     | 43        |
| <b>5 Fazit .....</b>                                                                                | <b>45</b> |
| Literaturverzeichnis .....                                                                          | 47        |
| Anhang .....                                                                                        | 50        |

## Symbolverzeichnis

|                           |                                                                                     |
|---------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
| $F_L(l)$                  | Verteilungsfunktion der Verluste/Verlustfunktion                                    |
| $f_L$                     | Wahrscheinlichkeitsverteilungsdichte-Funktion der Verluste                          |
| $I_{ES}^{(t+1)}(\alpha)$  | ES-Backtesting-Indikator für den Backtestingzeitpunkt t+1                           |
| $I_{ES}^T(\alpha)$        | ES-Backtesting-Indikator für den Backtestingzeitraum T                              |
| $I_{VaR}^{(t+1)}(\alpha)$ | VaR-Backtesting-Indikator für den Backtestingzeitpunkt t+1                          |
| $I_{VaR}^T(\alpha)$       | VaR-Backtesting-Indikator für den Backtestingzeitraum T                             |
| $K$                       | Anzahl der Risikofaktoren                                                           |
| $L_{t+1}$                 | Wertverlust des Portfolios zwischen Zeitpunkt t+1 und t                             |
| LR                        | Log-Likelihood-Ratio                                                                |
| $P_t$                     | Aktien-/Devisenkurs zum Zeitpunkt t                                                 |
| $P(L)$                    | Eintrittswahrscheinlichkeit eines Verlustes                                         |
| $q_\alpha(F_L)$           | $\alpha$ -Quantil der Verlustfunktion                                               |
| $r_t$                     | logarithmierte Rendite zwischen Zeitpunkt t und t-1                                 |
| $t$                       | Zeitpunkt                                                                           |
| $T$                       | Anzahl der Tage im Beobachtungs-/Backtestingzeitraum                                |
| $T_{\text{eff}}$          | effektive Anzahl der Tage im Beobachtungszeitraum                                   |
| $VaR_\alpha(L)$           | Value at Risk des Portfolios bei Konfidenzniveau $\alpha$ und Zeithorizont $\Delta$ |
| $V(t)$                    | Wert des Portfolios zum Zeitpunkt t                                                 |
| $\mathbf{X}_t$            | Vektor der Veränderungen der Risikofaktoren zwischen Zeitpunkt t und t-1            |
| $\mathbf{Z}_t$            | Vektor der Risikofaktoren zum Zeitpunkt t                                           |
| $\alpha$                  | Konfidenzniveau                                                                     |
| $\Delta$                  | Zeithorizont/Haltedauer                                                             |
| $\theta^{(t+1)}(\alpha)$  | Schwere der Überschreitung                                                          |
| $\lambda$                 | Zerfallsfaktor                                                                      |

|                        |                                                             |
|------------------------|-------------------------------------------------------------|
| $\mu_p$                | erwartete Wertveränderung des Portfolios                    |
| $\nu$                  | Anzahl der Freiheitsgrade                                   |
| $\rho_{ij}$            | Korrelation der Risikofaktoren i und j                      |
| $\sigma_{i,j}$         | Kovarianz zweier Risikofaktoren                             |
| $\sigma_p$             | Volatilität des Portfolios                                  |
| $\sigma_i^2$           | Varianz eines Risikofaktors                                 |
| $\sigma_p^2$           | Varianz des Portfolios                                      |
| $\Sigma$               | Varianz-Kovarianzmatrix                                     |
| $\bar{\Sigma}$         | exponentiell gewichtete Varianz-Kovarianzmatrix             |
| $\phi$                 | Dichte der Standardnormalverteilung                         |
| $\Phi$                 | Standardnormalverteilung                                    |
| $\Phi^{-1}(\alpha)$    | $\alpha$ -Quantil der Standardnormalverteilung              |
| $\chi_1^2$             | Chi-Quadrat-Verteilung mit einem Freiheitsgrad              |
| $\Psi_{ES}^{\alpha,T}$ | Test-Statistik des „Traffic Light Approach“                 |
| $\omega_{t,i}$         | Gewichtung eines Finanzinstruments im Portfolio             |
| $\omega$               | Vektor der Gewichtungen aller Finanzinstrument im Portfolio |
| $\mathbb{R}$           | Menge der reellen Zahlen                                    |

## Abbildungsverzeichnis

| Abb. Nr. | Titel                                                                                                                                                         | Seite |
|----------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| 1        | Value at Risk für ein exemplarisches Portfolio bei einem 95% Konfidenzniveau                                                                                  | 13    |
| 2        | Value at Risk unter besonderem Verhalten der Ränder der Verteilungsfunktion                                                                                   | 14    |
| 3        | Value at Risk und Expected Shortfall für ein exemplarisches Portfolio bei einem 95% Konfidenzniveau                                                           | 17    |
| 4        | Liniendiagramm der logarithmierten Renditen – DAX 40, 05.01.1999 – 30.04.2024                                                                                 | 19    |
| 5        | QQ-Plot der logarithmierten Renditen – DAX 40, 05.01.1999 – 30.04.2024                                                                                        | 20    |
| 6        | Histogramm der logarithmierten Renditen – DAX 40, 05.01.1999 – 30.04.2024                                                                                     | 20    |
| 7        | Vergleich der Standard-Normalverteilung und t-Verteilung mit zehn Freiheitsgraden, 0,95- und 0,99-Quantil                                                     | 26    |
| 8        | Gegenwert des Portfolios im Zeitverlauf, 04.01.1999 – 30.04.2024                                                                                              | 33    |
| 9        | Vergleich verschiedener Methoden zur Schätzung der Varianz-Kovarianzmatrix                                                                                    | 35    |
| 10       | Vergleich der Varianz-Kovarianz-Methode und Historischen Simulation anhand des VaR-0.95_T_EWMA_0.97 und VaR-0.95_HS, 01.07.2007 – 30.06.2010                  | 37    |
| 11       | Relative Häufigkeiten der Ablehnung und Nicht-Ablehnung der untersuchten VaR-Modelle mit Konfidenzniveau $\alpha = 0,95$                                      | 39    |
| 12       | Relative Häufigkeiten der Ablehnung und Nicht-Ablehnung der untersuchten VaR-Modelle mit Konfidenzniveau $\alpha = 0,99$                                      | 40    |
| 13       | Relative Häufigkeiten der Einordnung in die verschiedenen Zonen der untersuchten ES-Modelle mit Konfidenzniveau $\alpha = 0,95$                               | 41    |
| 14       | Relative Häufigkeiten der Einordnung in die verschiedenen Zonen der untersuchten ES-Modelle mit Konfidenzniveau $\alpha = 0,99$                               | 42    |
| 15       | Risikoreduktion durch Diversifikation – systematisches und unsystematisches Risiko                                                                            | 50    |
| 16       | Veränderung des Rendite-Risiko-Profiles für unterschiedliche Korrelationen                                                                                    | 50    |
| 17       | Gewichtung der Beobachtungstage und die effektive Anzahl der Tage für $\lambda_1 = 0,94$ und $\lambda_2 = 0,97$ bei einem Beobachtungszeitraum von 250 Tagen. | 54    |
| 18       | VaR der verschiedenen Modelle ( $\alpha = 0,99$ ), Ende der Dot-Com-Blase, 01.07.2000-30.06.2003                                                              | 55    |

|    |                                                                                                                                                                     |    |
|----|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 19 | VaR der verschiedenen Modelle ( $\alpha = 0,99$ ), Globale Finanzkrise, 01.04.2007-30.09.2009                                                                       | 55 |
| 20 | VaR der verschiedenen Modelle ( $\alpha = 0,99$ ), Eurokrise, 01.01.2011-30.03.2012                                                                                 | 56 |
| 21 | VaR der verschiedenen Modelle ( $\alpha = 0,99$ ), China-Crash und Griechenland-Krise, 01.10.2014-30.06.2016                                                        | 56 |
| 22 | VaR der verschiedenen Modelle ( $\alpha = 0,99$ ), Corona-Krise, 01.10.2019-31.12.2020                                                                              | 57 |
| 23 | VaR der verschiedenen Modelle ( $\alpha = 0,99$ ), Ukraine-Krieg und 01.10.2021-30.03.2023                                                                          | 57 |
| 24 | Histogramm der Werte für VaR-0.95_N, 09.08.2000 – 30.04.2024                                                                                                        | 58 |
| 25 | Histogramm der Werte für VaR-0.95_N_EWMA_0.94, 09.08.2000 – 30.04.2024                                                                                              | 58 |
| 26 | Relative Häufigkeit der Überschreitung für die untersuchten VaR-Modelle mit Konfidenzniveau $\alpha = 0,95$                                                         | 68 |
| 27 | Relative Häufigkeit der Überschreitung für die untersuchten VaR-Modelle mit Konfidenzniveau $\alpha = 0,99$                                                         | 68 |
| 28 | Durchschnitt der Indikatoren für die untersuchten ES-Modelle mit Konfidenzniveau $\alpha = 0,95$                                                                    | 69 |
| 29 | Durchschnitt der Indikatoren für die untersuchten ES-Modelle mit Konfidenzniveau $\alpha = 0,95$                                                                    | 69 |
| 30 | Anzahl der Überschreitungen des VaR mit $\alpha = 0,95$ im Vergleich zu den Grenzwerten des POF-Tests über den gesamten Beobachtungszeitraum                        | 82 |
| 31 | Anzahl der Überschreitungen des VaR mit $\alpha = 0,95$ im Vergleich zu den Grenzwerten des POF-Tests über den gesamten Beobachtungszeitraum                        | 82 |
| 32 | Summe aller Indikatoren des ES-Backtestings mit $\alpha = 0,95$ im Vergleich zu den Grenzwerten des „Traffic Light Approach“ über den gesamten Beobachtungszeitraum | 83 |
| 33 | Summe aller Indikatoren des ES-Backtestings mit $\alpha = 0,95$ im Vergleich zu den Grenzwerten des „Traffic Light Approach“ über den gesamten Beobachtungszeitraum | 83 |

## Tabellenverzeichnis

| Tabellen-Nr. | Titel                                                                                                                                                                   | Seite |
|--------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| 1            | Übersicht der zu untersuchenden Risikomodelle                                                                                                                           | 21    |
| 2            | POF-Test, Grenzwerte abhängig vom Backtesting-Zeitraum und Konfidenzniveau                                                                                              | 32    |
| 3            | „Traffic Light Approach“, Grenzwerte abhängig vom Backtesting-Zeitraum und Konfidenzniveau                                                                              | 32    |
| 4            | Deskriptive Statistiken - tägliche Schlusskurse, 04.01.1999 – 30.04.2024                                                                                                | 51    |
| 5            | Deskriptive Statistiken - tägliche logarithmierte Renditen, 05.01.1999 – 30.04.2024                                                                                     | 51    |
| 6            | Jarque-Bera Test, Breusch-Pagan Test, Augmented Dickey-Fuller Test<br>Mardia's Multivariate Normality Test für die logarithmierten Renditen,<br>05.01.1999 – 30.04.2024 | 52    |
| 7            | Korrelationsmatrix der logarithmierten Renditen, 05.01.1999 – 30.04.2024                                                                                                | 53    |
| 8            | VaR-Modell Backtesting, Regionen der Nicht-Ablehnung bei Test-<br>Signifikanzniveau $p^* = 0,05$                                                                        | 54    |
| 9            | Vergleich verschiedener VaR-Modelle mit Konfidenzniveau $\alpha = 0,95$ ,<br>09.08.2000-30.04.2024                                                                      | 59    |
| 10           | Vergleich verschiedener VaR-Modelle mit Konfidenzniveau $\alpha = 0,99$ ,<br>09.08.2000-30.04.2024                                                                      | 59    |
| 11           | Vergleich verschiedener ES-Modelle mit Konfidenzniveau $\alpha = 0,95$ ,<br>09.08.2000-30.04.2024                                                                       | 60    |
| 12           | Vergleich verschiedener ES-Modelle mit Konfidenzniveau $\alpha = 0,99$ ,<br>09.08.2000-30.04.2024                                                                       | 60    |
| 13           | Vergleich der Quantile der Standard-Normalverteilung und t-Verteilung                                                                                                   | 61    |
| 14           | absolute Häufigkeit der Überschreitungen des VaR bei<br>Konfidenzniveau $\alpha = 0,95$                                                                                 | 62    |
| 15           | relative Häufigkeit der Überschreitungen des VaR bei<br>Konfidenzniveau $\alpha = 0,99$                                                                                 | 63    |
| 16           | absolute Häufigkeit der Überschreitungen des VaR bei<br>Konfidenzniveau $\alpha = 0,95$                                                                                 | 64    |
| 17           | relative Häufigkeit der Überschreitungen des VaR bei<br>Konfidenzniveau $\alpha = 0,99$                                                                                 | 65    |
| 18           | Summe der Indikatoren des ES bei Konfidenzniveau $\alpha = 0,95$                                                                                                        | 66    |
| 19           | Summe der Indikatoren des ES bei Konfidenzniveau $\alpha = 0,99$                                                                                                        | 67    |
| 20           | absolute Häufigkeit der Überschreitungen des VaR bei<br>Konfidenzniveau $\alpha = 0,95$ während und nach Stresssituationen                                              | 70    |

|    |                                                                                                                                                                                                                                                      |    |
|----|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 21 | relative Häufigkeit der Überschreitungen des VaR bei<br>Konfidenzniveau $\alpha = 0,95$ während und nach Stresssituationen                                                                                                                           | 71 |
| 22 | absolute Häufigkeit der Überschreitungen des VaR bei<br>Konfidenzniveau $\alpha = 0,99$ während und nach Stresssituationen                                                                                                                           | 72 |
| 23 | relative Häufigkeit der Überschreitungen des VaR bei<br>Konfidenzniveau $\alpha = 0,99$ während und nach Stresssituationen                                                                                                                           | 73 |
| 24 | Summe der Indikatoren des ES bei Konfidenzniveau $\alpha = 0,95$<br>während und nach Stresssituationen                                                                                                                                               | 74 |
| 25 | Durschnitt der Indikatoren des ES bei Konfidenzniveau $\alpha = 0,95$<br>während und nach Stresssituationen                                                                                                                                          | 75 |
| 26 | Summe der Indikatoren des ES bei Konfidenzniveau $\alpha = 0,99$<br>während und nach Stresssituationen                                                                                                                                               | 76 |
| 27 | Durschnitt der Indikatoren des ES bei Konfidenzniveau $\alpha = 0,99$<br>während und nach Stresssituationen                                                                                                                                          | 77 |
| 28 | absolute und relative Häufigkeiten der Ablehnung und Nicht-<br>Ablehnung der untersuchten VaR-Modelle mit Konfidenzniveau<br>$\alpha = 0,95$ im Backtesting mittels POF-Test mit 500 Tagen<br>rollierendem Backtesting-Fenster                       | 78 |
| 29 | absolute und relative Häufigkeiten der Ablehnung und Nicht-<br>Ablehnung der untersuchten VaR-Modelle mit Konfidenzniveau<br>$\alpha = 0,99$ im Backtesting mittels POF-Test mit 500 Tagen<br>rollierendem Backtesting-Fenster                       | 78 |
| 30 | absolute und relative Häufigkeiten der Einordnung in die<br>Zonen der untersuchten ES-Modelle mit Konfidenzniveau $\alpha = 0,95$<br>im Backtesting mittels „Traffic Light Approach“ mit 500 Tagen<br>rollierendem Backtesting-Fenster               | 79 |
| 31 | absolute und relative Häufigkeiten der Einordnung in die<br>verschiedenen Zonen der untersuchten ES-Modelle mit<br>Konfidenzniveau $\alpha = 0,99$ im Backtesting mittels „Traffic Light<br>Approach“ mit 500 Tagen rollierendem Backtesting-Fenster | 79 |
| 32 | Backtesting-Resultate für die VaR-Modelle mit $\alpha = 0,95$ mittels<br>POF-Test für den gesamten Beobachtungszeitraum                                                                                                                              | 80 |
| 33 | Backtesting-Resultate für die VaR-Modelle mit $\alpha = 0,99$ mittels<br>POF-Test für den gesamten Beobachtungszeitraum                                                                                                                              | 80 |
| 34 | Backtesting-Resultate für die ES-Modelle mit $\alpha = 0,95$ mittels<br>„Traffic Light Approach“ für den gesamten Beobachtungszeitraum                                                                                                               | 81 |
| 35 | Backtesting-Resultate für die ES-Modelle mit $\alpha = 0,95$ mittels<br>„Traffic Light Approach“ für den gesamten Beobachtungszeitraum                                                                                                               | 81 |



# 1 Einleitung

Die Abwägung zwischen Risiken und potenziellen Erträgen aus der Risikoübernahme stellt die zentrale Herausforderung der wertorientierten Banksteuerung dar. Dieser Zielkonflikt gewinnt für die gesamte Kreditwirtschaft zunehmend an Bedeutung.<sup>1</sup> Auf Grund des Geschäftsmodells von Kreditinstituten ist das Management finanzieller Risiken inhärent ein kritischer Erfolgsfaktor.<sup>2</sup>

Der Erfolg des finanziellen Risikomanagements ist unmittelbar von der Qualität der Risikoquantifizierung abhängig.<sup>3</sup> Diese wird gegenwärtig von den meisten Kreditinstituten u.a. anhand des Value at Risk (VaR) vorgenommen.<sup>4</sup> Jedoch steht der VaR seit der Globalen Finanzkrise verstärkt in der Kritik: „A number of weaknesses have been identified with using VaR [...] including its inability to capture “tail risk”.”<sup>5</sup> Daher lässt sich im aktuellen regulatorischen Umfeld insbesondere im Zuge des Fundamental Review of the Trading Book (FRTB) eine Abkehr vom VaR hin zu dem Expected Shortfall (ES) beobachten.<sup>6</sup>

Das Verhalten verwendeter Risikomodelle ist insbesondere während Stresssituationen von zentraler Bedeutung für die adäquate Beurteilung von Risikopotenzialen sowie die Gewährleistung der Risikotragfähigkeit.<sup>7</sup> Ein wesentlicher Kritikpunkt des Value at Risk-Ansatzes, welcher ebenfalls den ES als Erweiterung zum VaR umfasst, ist die Unterstellung normaler Marktbedingungen.<sup>8</sup> Die Fragestellung ist, ob Risiken in Stresssituationen systematisch unterschätzt werden.

Diese Arbeit soll die Hypothese, dass der VaR-Ansatz Marktpreisrisiken in Stresssituationen unterschätzt, empirisch untersuchen. Hierzu werden der VaR und ES für ein global diversifiziertes Aktienportfolio unter Verwendung verschiedener Methoden für den Zeitraum von August 2000 bis April 2024 modelliert. Die Prognosegüte der beiden Risikomaße wird unter Verwendung verschiedener Schätzmethoden während normaler Marktsituationen und Stresssituationen verglichen und mittels der Methode des Backtestings systematisch überprüft.

---

<sup>1</sup> Vgl. Horsch / Kaltöfen (2020), S. 9.

<sup>2</sup> Vgl. Baule (2019), S. 29; Hull (2018), S. 17.

<sup>3</sup> Vgl. Hager / Romeike (2020), S. 88 f.

<sup>4</sup> Vgl. Hartmann-Wendels u.a. (2019), S. 655.

<sup>5</sup> BCBS (2014), S. 3.

<sup>6</sup> Vgl. BCBS (2014), S. 3; Hartmann-Wendels u.a. (2019), S. 284, 657 f.

<sup>7</sup> Vgl. BCBS (2014), S. 3.

<sup>8</sup> Vgl. Poncet / Portait (2022), S. 1142.

Im Rahmen dieser Arbeit sollen die folgenden zwei Forschungsfragen beantwortet werden: Wie akkurat sagt der Value at Risk die Häufigkeit bzw. der Expected Shortfall die Höhe von Verlusten, die eine bestimmte Verlust-Schwelle überschreiten, voraus? Inwiefern lassen sich Unterschiede im Verhalten der Risikomodelle während Stresssituationen beobachten? In der Ausarbeitung wird ein verstärktes Augenmerk auf die Beantwortung der ersten Forschungsfrage gelegt. Beide Forschungsfragen werden schrittweise untersucht und durch die folgende Vorgehensweise konkretisiert.

Für die Beantwortung der beiden Forschungsfragen werden zunächst der verwendete Risikobegriff und die Rolle des finanziellen Risikomanagements mit besonderem Fokus auf Kreditinstitute spezifiziert. Anschließend werden die beiden Risikomaße vorgestellt sowie deren Berechnung unter Anwendung der Varianz-Kovarianz-Methode erläutert. Im nächsten Schritt werden die Datenbasis der Untersuchung und die Methoden zur Schätzung der verschiedenen Modelle sowie die Backtesting-Methoden zur Validierung der Modelle dargestellt. Darauf folgend werden die Ergebnisse der empirischen Untersuchung präsentiert und interpretiert. Zum Schluss werden die wichtigsten Schlussfolgerungen der empirischen Untersuchung zusammengefasst.

## 2 Grundlagen des Risikomanagements

„It is a world of change we live in, and a world of uncertainty. We live only knowing something about the future; while the problems of life, or of conduct at least, arise from the fact that we know so little.“<sup>9</sup>

Zukünftige Ereignisse sind unsicher und nicht mit Gewissheit bekannt.<sup>10</sup> Daher ist jede unternehmerische Tätigkeit risikobehaftet.<sup>11</sup> Im Gegensatz zum Kölschen Ethos „Et hätt noch immer jot jejang“<sup>12</sup> erfordert dies im Rahmen der Betriebswirtschaftslehre eine zielgerichtete Steuerung. Daher setzt sich das Risikomanagement als Bestandteil der strategischen Unternehmensführung insbesondere mit der Antizipation und Handhabung möglicher Abweichungen bei der Verfolgung unternehmerischer Ziele auseinander.<sup>13</sup>

Das Management finanzieller Risiken hat in Folge zunehmender Internationalisierung der Handelsbeziehungen, höherer Volatilitäten an den Finanzmärkten, Schaffung neuer Finanzinstrumente sowie der stärkeren Regulierung der Finanzmärkte im Laufe der letzten Jahrzehnte sowohl für Industrieunternehmen als auch für Kredit- und Finanzinstitute stetig an Bedeutung und Komplexität gewonnen.<sup>14</sup> Während Industrieunternehmen i.d.R. spezifische Geschäftsrisiken eingehen, die es ihnen erlauben, einen Wettbewerbsvorteil zu generieren und finanzielle Risiken möglichst vermeiden, stellt die aktive Verwaltung finanzieller Risiken eine Kerntätigkeit von Kredit- und Finanzinstituten dar.<sup>15</sup>

Das Risikomanagement ist ein kontinuierlicher Prozess, welcher sich in die folgenden Aufgaben bzw. Phasen unterteilen lässt: die Identifikation von Risiken, die Messung der Risikopotenziale, die Sicherstellung und Überwachung der Risikotragfähigkeit, die Steuerung oder Vermeidung von Risikopotenzialen und die Berichterstattung über die Risikoposition.<sup>16</sup> Auf Grund des Umfangs dieser Arbeit werden im Folgenden ausschließlich die Identifikation und die Messung von Risiken näher beleuchtet.

---

<sup>9</sup> Knight (1921), S. 199.

<sup>10</sup> Vgl. ebenda, S. 201f.

<sup>11</sup> Vgl. Hartmann-Wendels u.a. (2019), S. 253.

<sup>12</sup> Vgl. koeln.de (o.J.), Paragraph 3.

<sup>13</sup> Vgl. Hager / Romeike (2020), S. 58-60, 87.

<sup>14</sup> Vgl. Hull (2018), S. 1 f.; Deutsch / Beinker (2014), S. 3.

<sup>15</sup> Vgl. Horsch / Kaltoven (2020), S. 28; Hartmann-Wendels u.a. (2019), S. 272; Deutsch / Beinker (2014), S. 383.

<sup>16</sup> Vgl. Hager / Romeike (2020), S. 88; BCBS (2011), S. 3.

## 2.1 Erläuterung des Risikobegriffs

Die Messung von Risikopotenzialen setzt eine klare Definition des Risikobegriffs voraus. Risiko im weiteren Sinne beschreibt die Unsicherheit zukünftiger Ereignisse.<sup>17</sup> Jedoch ist zu berücksichtigen, dass nicht alle Einflussfaktoren auf zukünftige Ereignisse erkennbar und messbar sind.<sup>18</sup> Daher muss Unsicherheit in die Unterkategorien messbare Unsicherheit und Ungewissheit unterteilt werden. Die messbare Unsicherheit zukünftiger Ereignisse wird als Risiko im engeren Sinne bezeichnet.<sup>19</sup> Im Folgenden wird sich ausschließlich mit dem Risiko i.e.S. auseinandergesetzt, da nur dieses Risiko quantifizierbar und somit im Risiko-Management-Prozess berücksichtigt werden kann.

Im Gegensatz zur umgangssprachlichen Verwendung des Risikobegriffs umfasst Risiko i.e.S. sowohl positive als auch negative Abweichungen von einer erwarteten Zielgröße.<sup>20</sup> Dieses Verständnis des Risikobegriffs lässt sich u.a. auch in der Portfoliotheorie wiederfinden.<sup>21</sup> Den negativen Zielabweichungen, auch „Gefahren“<sup>22</sup> oder „downside risk“<sup>23</sup> genannt, wird in der Literatur und in der Praxis i.d.R. ein übergeordneter Stellenwert zugewiesen, da sich diese nachteilig auf das Unternehmensergebnis und die Unternehmensexistenz auswirken können.<sup>24</sup> Positive Zielabweichungen, auch „Chancen“<sup>25</sup> genannt, stellen keine Bedrohung für das Unternehmen dar. Dennoch sollten diese im Rahmen des Risikomanagements berücksichtigt werden, um unternehmerische Entscheidungen ganzheitlich zu beurteilen.<sup>26</sup> Jedoch messen sowohl der VaR als auch der ES ausschließlich „downside risks“. Aufgrund der Beschaffenheit der beiden Downside-Risikomaße und der höheren Relevanz in der Literatur und Praxis werden im weiteren Verlauf der Arbeit überwiegend negative Zielabweichungen thematisiert.<sup>27</sup>

Unternehmerische Tätigkeiten sind mit einer Vielzahl an Risiken verbunden. Diese Risiken lassen sich im Wesentlichen in die Unterkategorien der finanziellen und operationellen Risiken unterteilen.<sup>28</sup> Die finanziellen Risiken beschreiben mögliche Verluste, welche aus Veränderungen an den Finanzmärkten resultieren können.<sup>29</sup> Sowohl der Regulator als auch die Literatur

<sup>17</sup> Vgl. Winston (2024), S. 1; Bruns u.a. (2017), S. 55.

<sup>18</sup> Vgl. Knight (1921), S. 210f.

<sup>19</sup> Vgl. Bruns u.a. (2017), S. 55 f.; Knight (1921), S. 233.

<sup>20</sup> Vgl. Bruns u.a. (2017), S. 56; Hager / Romeike (2020), S. 77f.

<sup>21</sup> Vgl. Markowitz (1952), S. 89; Sharpe (1964), S. 428f.

<sup>22</sup> Hager / Romeike, (2020), S. 78.

<sup>23</sup> Poncet / Portait (2022), S. 1107.

<sup>24</sup> Vgl. ebenda, S. 1106.

<sup>25</sup> Hager / Romeike (2020), S. 78.

<sup>26</sup> Vgl. Hager / Romeike (2020), S. 78 f.; COSO (2017), S. 9.

<sup>27</sup> Vgl. Poncet / Portait (2022), S. 1103-1107; Hartmann-Wendels u.a. (2019), S. 282-286.

<sup>28</sup> Vgl. Baule (2019), S. 32f.

<sup>29</sup> Vgl. Baule (2019), S. 32f.; Jorion (2001), S. 4.

unterscheiden hierbei i.d.R. zwischen den folgenden drei Unterkategorien: Kreditrisiken, auch Ausfall- oder Adressenausfallrisiken genannt, Marktpreisrisiken und Liquiditätsrisiken.<sup>30</sup>

Das Marktpreisrisiko wird im Rahmen dieser Arbeit folgendermaßen definiert: „The risk of disadvantageous variations of one or more prices, interest rates, indices, exchange rates, volatilities, or other factors affecting the markets.“<sup>31</sup> Diese Grundrisiken, auch Risikofaktoren genannt, umfassen u.a. Aktien-, Devisen-, Rohstoffkurse oder Zinsen. Schwankungen dieser Risikofaktoren können sich direkt im Preis eines Vermögensgegenstandes wie z. B. dem Preis einer Aktie widerspiegeln oder den Wert eines anderen Finanzinstruments wie z. B. eines Derivats, beeinflussen.<sup>32</sup>

Das Marktpreisrisiko eines Finanzinstruments kann sowohl aus einer titelspezifischen bzw. einzelwirtschaftlichen Besonderheit des Finanzinstruments als auch aus marktinhärenten Unsicherheiten stammen.<sup>33</sup> Titelspezifische Risiken, welche in der Literatur als unsystematische oder idiosynkratische Risiken bezeichnet werden, können durch die Allokation des Portfolios in unterschiedlichen, idealerweise schwach korrelierten Finanzinstrumenten verringert bzw. eliminiert werden, ohne die Renditeerwartung des Portfolios zu senken (siehe Abb. 15 und 16 im Anhang).<sup>34</sup> Diese Eigenschaft wird als Diversifikation bezeichnet. Marktinhärente Risiken, die auch als systematische Risiken bezeichnet werden, lassen sich nicht mittels Diversifikation reduzieren, da diese die Gesamtheit einer Anlagekategorie beeinflussen.<sup>35</sup> Sowohl die Höhe des Gesamtrisikos als auch das Verhältnis zwischen systematischen und unsystematischen Risiken kann über die Zeit variieren.<sup>36</sup> Diese Überlegung ist Kernbestandteil der Portfolio-/Kapitalmarkttheorie. Diversifikation spielt ebenfalls eine zentrale Rolle in der Ermittlung des VaR und ES.<sup>37</sup>

Aufgrund der höheren Relevanz des Value at Risk-Ansatzes in Bezug auf Marktpreisrisiken werden im Folgenden der VaR und ES primär für die Quantifizierung von Marktpreisrisiken näher behandelt. Weiterentwicklungen des VaR ermöglichen ebenfalls die Messung weiterer finanzieller Risiken wie z. B. die Messung von Kreditrisiken mittels des Credit Value at Risk.<sup>38</sup>

---

<sup>30</sup> Vgl. BaFin (2023), AT 2.2 Risiken; Hartmann-Wendels u.a. (2019), S. 272f.; Baule (2019), S. 33.

<sup>31</sup> Poncet / Portait (2022), S. 1103.

<sup>32</sup> Vgl. Deutsch / Beinker (2014), S. 7.

<sup>33</sup> Vgl. Bruns u.a. (2017), S. 56f.

<sup>34</sup> Vgl. Poncet / Portait (2022), S. 891f.; Bruns u.a. (2017), S. 57.

<sup>35</sup> Vgl. Bruns u.a. (2017), S. 57.

<sup>36</sup> Vgl. Ding u.a. (2011), S. 398.

<sup>37</sup> Vgl. Jorion (2001), S.150-152.

<sup>38</sup> Vgl. Poncet / Portait (2022), S. 1103; Baule (2019), S. 128; RiskMetrics Group (2007), S. 5-8.

## 2.2 Einführung des Value at Risk als Instrument zur Risikomessung

Ein erfolgreiches Risikomanagement setzt eine systematische Quantifizierung von Risiken voraus.<sup>39</sup> Für die Quantifizierung von Marktpreisrisiken können verschiedene Risikoindikatoren benutzt werden. Die Wahl des Risikoindikators ist u.a. vom beabsichtigten Anwendungsbereich abhängig. Beispielsweise finden Sensitivitätskennzahlen wie die sogenannten „Greeks“ im Handel mit Derivaten häufig Anwendung, um verschiedene Risiken komplexer Finanzinstrumente isoliert zu bewerten.<sup>40</sup> Dennoch stellen sich diese Risikomaße als zu komplex und unzureichend heraus, um Risiken auf der Top-Management-Ebene zu beurteilen. Daher werden die Downside-Risikomaße VaR und ES i.d.R. für diese Anwendung eingesetzt.<sup>41</sup>

### 2.2.1 Definition und Grundgedanken des Value at Risk

In der Literatur existiert eine Vielzahl an Definitionen: So beschreibt der Value at Risk den maximalen erwarteten Wertverlust eines Portfolios bei einem gegebenen Konfidenzniveau über einen bestimmten Zeithorizont.<sup>42</sup> Mittels des VaR kann das globale Verlustrisiko eines Portfolios anhand einer Zahl in Geldeinheiten quantifiziert werden. Dies ermöglicht eine leicht verständliche Interpretation des Marktpreisrisikos.<sup>43</sup> Dieser Vorteil soll anhand des folgenden Beispiels verdeutlicht werden:

Angenommen der VaR aller Positionen des Handelsbuches eines Kreditinstituts läge bei einem Konfidenzniveau von 99% über einem Zeithorizont von einem Handelstag bei 10 Mio. €, so kann das Management folgende Aussage über das Risikopotenzial des Handelsgeschäfts tätigen: Mit einer Sicherheit von 99% wird der Verlust, welchen das Kreditinstitut am nächsten Handelstag erleiden könnte, nicht 10 Mio. € überschreiten bzw. mit einer Wahrscheinlichkeit von 1% wird der Verlust, welchen das Kreditinstitut am nächsten Handelstag erleiden könnte, 10 Mio. € überschreiten.<sup>44</sup> Auf Grundlage dieser Erkenntnis kann das Management Entscheidungen über die Steuerung des Risikos treffen.

Der VaR kann für ein Portfolio, welches sich aus einer Vielzahl an Einzelpositionen zusammensetzt, bestimmt werden. Diese Einzelpositionen können sowohl Long- als auch Short-Positionen verschiedener Finanzinstrumente wie z. B. Aktien, Anleihen, Devisen und Derivate umfassen.<sup>45</sup> Es ist notwendig, die Diversifikationseffekte zwischen den Finanzinstrumenten

<sup>39</sup> Vgl. Hager / Romeike (2020), S. 88f.

<sup>40</sup> Vgl. Hull (2022), S. 499.

<sup>41</sup> Vgl. Hull (2022), S. 608; Poncet / Portait (2022), S. 1105.

<sup>42</sup> Vgl. Poncet / Portait (2022), S. 1105; Jorion (2001), S. 22; J.P. Morgan / Reuters (1996), S. 6.

<sup>43</sup> Vgl. Hull (2022), S. 608; Bruns u.a. (2017), S. 80.

<sup>44</sup> Vgl. Hull (2022), S. 608f.

<sup>45</sup> Vgl. Poncet / Portait (2022), S. 1105.

und Risikofaktoren zu berücksichtigen, um das globale Verlustrisiko des Portfolios adäquat zu beurteilen. Für die Ermittlung des VaR wird die Diversifikation des Portfolios berücksichtigt. Daher ist der VaR i.d.R. in der Lage, die Risiken diverser Assetklassen übergreifend zusammenzufassen.<sup>46</sup>

Die soeben beschriebenen Eigenschaften des VaR ermöglichen es sowohl dem Management als auch dem Regulator, die Marktpreisrisiken eines Kreditinstituts bzw. dessen untergeordneter Abteilungen zu bewerten. Daher gestattet der Regulator, Kreditinstituten die Ermittlung der notwendigen Eigenmittel zur Deckung ihrer Marktpreisrisiken mittels sogenannter interner Modelle vorzunehmen. Eines der Risikomodelle, welche als internes Modell herangezogen werden darf, ist der VaR.<sup>47</sup> Generell gilt für die Ermittlung des VaR Modellfreiheit.<sup>48</sup> Dennoch sind für verschiedene Parameter der Modelle regulatorische Grenzwerte festgelegt.<sup>49</sup>

Die Quantifizierung des Risikos eines Portfolios ist mit verschiedenen Herausforderungen verbunden, da der zukünftige Wert des Portfolios nicht deterministisch bekannt ist. Für die Ermittlung des VaR sowie des ES wird daher im Rahmen des finanziellen Risikomanagements u.a. auf Methoden der Stochastik zurückgegriffen.<sup>50</sup> Dies erlaubt es dem Risikomanagement, den zukünftigen Wert eines Portfolios oder Finanzinstruments mittels einer Zufallsvariable zu beschreiben.<sup>51</sup> Trotz der weiten Verbreitung der beiden Risikomodelle, besteht kein einheitlicher Standard für die Notation und Berechnung des VaR und ES in der Literatur. Die vorliegende Arbeit orientiert sich im Folgenden primär an der Notation von Embrechts u.a. (2005).

Der Wert eines Portfolios zum Zeitpunkt  $t$  wird als  $V(t)$  bezeichnet. Dieser ist zum Zeitpunkt  $t$  beobachtbar. Der zukünftige Wert eines Portfolios zum Zeitpunkt  $t+\Delta$ ,  $V(t+\Delta)$ , ist eine Zufallsvariable. Die Wertveränderung des Portfolios über den Zeitraum  $\Delta$  ist daher ebenfalls eine stochastische Größe, welche anhand des Verlusts  $L_{t+1}$  gemessen wird:<sup>52</sup>

$$L_{t+1} := L_{[t\Delta, (t+1)\Delta]} = -(V_{t+\Delta} - V_t) \quad (1)$$

<sup>46</sup> Vgl. Poncet / Portait (2022), S. 1120; J.P. Morgan / Reuters (1996), S. 33.

<sup>47</sup> Vgl. Verordnung (EU) Nr. 575/2013, Artikel 365, Abs. 1.

<sup>48</sup> Vgl. EZB (2024), S. 180.

<sup>49</sup> Vgl. Verordnung (EU) Nr. 575/2013, Artikel 365, Abs. 1; Broll / Förster (2022), S. 82.

<sup>50</sup> Vgl. Embrechts u.a. (2005), S. 1 f.

<sup>51</sup> Vgl. Bruns u.a. (2017), S. 55; Delbean (2000), S. 22 f.

<sup>52</sup> Vgl. Embrechts u.a. (2005), S. 25 f.

Für die Ermittlung des VaR, wie auch für weitere moderne Risikokennzahlen, ist es notwendig, die Verteilungsfunktion der möglichen zukünftigen Verluste  $L_{t+1}$  zu schätzen. Die Verteilungsfunktion  $F_L(l)$  beschreibt die kumulative Wahrscheinlichkeitsverteilung der Verluste. Diese gibt sowohl Auskunft über die Größe der Abweichungen von der Zielgröße als auch deren erwartete Eintrittswahrscheinlichkeiten. Diese kann folgendermaßen beschrieben werden:<sup>53</sup>

$$F_L(l) = P(L \leq l), l \in \mathbb{R}. \quad (2)$$

Im Folgenden wird angenommen, dass  $F_L(l)$  stetig und monoton steigend ist und für  $l \rightarrow -\infty$  gegen 0 und für  $l \rightarrow \infty$  gegen 1 konvergiert. Die erste Ableitung von  $F_L$  ist die Dichtefunktion  $f_L$ :<sup>54</sup>

$$F_L(l) = \int_{-\infty}^l f_L(u) du \quad (3)$$

Der Value at Risk,  $VaR_\alpha(L)$ , über den Zeithorizont  $\Delta$  bei Konfidenzniveau  $\alpha$ , entspricht dem  $\alpha$ -Quantil,  $q_\alpha$ , der Verteilungsfunktion  $F_L$ , also dem kleinsten Wertverlust  $l$  für den die Wahrscheinlichkeit, dass der Verlust  $L$  diesen übersteigt, nicht größer ist als  $(1 - \alpha)$ .<sup>55</sup> Daher kann VaR folgendermaßen formal definiert werden:<sup>56</sup>

$$VaR_\alpha(L) = \inf\{l \in \mathbb{R}: P(L > l) \leq 1 - \alpha\} = \inf\{l \in \mathbb{R}: F_L(l) \geq \alpha\} \quad (4)$$

Mittels der Inversen von  $F_L$  lässt sich daher der  $VaR_\alpha(L)$  folgendermaßen berechnen:<sup>57</sup>

$$q_\alpha(F_L) := F^{-1}(\alpha) = \inf\{l \in \mathbb{R}: F_L(l) \geq \alpha\} \quad (5)$$

$$VaR_\alpha(L) = q_\alpha(F) \Leftrightarrow \int_{-\infty}^l f_l(u) du = \alpha \quad (6)$$

Sowohl das Konfidenzniveau  $\alpha$  als auch der Zeithorizont  $\Delta$  können frei gewählt werden. Der Zeithorizont  $\Delta$  wird auch als Haltedauer bezeichnet. Bei der Wahl der Parameter sollte berücksichtigt werden, dass diese es ermöglichen sollten, das Risiko des Portfolios möglichst effektiv einzuschätzen und zu steuern. Daher ist es zu empfehlen, den Zeithorizont des Modells an die

---

<sup>53</sup> Vgl. Embrechts u.a. (2005), S. 35-37.

<sup>54</sup> Vgl. Embrechts u.a. (2005), S. 37; Roccioletti (2016), S. 7.

<sup>55</sup> Vgl. ebenda.

<sup>56</sup> Vgl. Embrechts u.a. (2005), S. 38.

<sup>57</sup> Vgl. ebenda, S. 39.

Liquidität der Finanzinstrumente und der Hedgeinstrumente, welche zur Absicherung gegen die aus den Finanzinstrumenten resultierenden Risiken verwendet werden können, anzupassen.<sup>58</sup> Die gängigsten Parameter für die Berechnung des VaR für Marktpreisrisiken sind ein Konfidenzniveau von 95%, 99% oder 99,9% und eine Haltedauer von einem, zehn oder 30 Tag(en).<sup>59</sup> Der Regulierung erfordert ein Konfidenzniveau von 99% und einen Zeithorizont von 10 Tagen für interne Modelle zur Berechnung der Eigenkapitalanforderungen bezüglich Marktpreisrisiken.<sup>60</sup> Außerdem sollte bei der Wahl des Konfidenzniveaus berücksichtigt werden, dass insbesondere die Validierung von Modellen mit sehr hohen Konfidenzniveaus mit einer besonderen Schwierigkeit verbunden ist, wie in Kapitel 3.3 näher beschrieben wird.<sup>61</sup>

Für die Schätzung der Verteilungsfunktion und somit die Ermittlung des VaR werden drei gängige Methoden verwendet: Varianz-Kovarianz-Methode, Historische Simulation und Monte-Carlo-Simulation.<sup>62</sup> Die Varianz-Kovarianz-Methode ist die am weitesten verbreitete Methode zur Berechnung des VaR und Gegenstand dieses Beitrags.<sup>63</sup>

Für die Ermittlung des VaR mithilfe der Historischen Simulation werden die historischen oder theoretischen Wertveränderungen des Portfolios über den Zeithorizont  $\Delta$  für  $T$  Zeitpunkte in der Vergangenheit berechnet. Hierzu können die historischen Wertveränderungen des Portfolios herangezogen werden oder falls dies nicht vorhanden ist, die theoretischen Wertveränderungen des Portfolios berechnet werden, indem die historischen Veränderungen der Risikofaktoren zu Grunde gelegen werden. Der  $VaR_{\alpha}(L)$  entspricht dem  $(T \cdot (1 - \alpha))$ -größten historischen bzw. theoretischen Verlust.<sup>64</sup> Im Rahmen der empirischen Untersuchung wird die Historische Simulation als Benchmark für die Varianz-Kovarianz-Methode verwendet.

Die Monte-Carlo-Simulation beschreibt eine fortgeschrittene Methodik, welche insbesondere für Portfolios angewendet wird, deren Finanzinstrumente nur begrenzt bzw. nicht durch analytische Behandlung zugänglich sind. Hierbei wird eine sehr große Anzahl an zufälligen, zukünftigen Szenarien für die zugrundeliegenden Risikofaktoren simuliert, mit deren Hilfe die Verteilung der zukünftigen Wertveränderungen des Portfolios geschätzt werden kann.<sup>65</sup>

---

<sup>58</sup> Vgl. Poncet / Portait (2022), S. 1116.; Hull (2018), S. 279 f.

<sup>59</sup> Vgl. Poncet / Portait (2022), S. 1116; Baule (2019), S. 128.

<sup>60</sup> Vgl. Verordnung (EU) Nr. 575/2013, Artikel 365, Abs. 1; Broll / Förster (2022), S. 82.

<sup>61</sup> Vgl. Jorion (2001), S. 135 f.

<sup>62</sup> Vgl. Melnyk / Pavliuk (2022), S. 45; Jorion (2001), S.205 f.

<sup>63</sup> Vgl. Huang (2013), S. 228.

<sup>64</sup> Vgl. Poncet / Portait (2022), S. 1123; Hull (2022), S. 611-613; Baule (2019), S. 147-149; Jorion (2001), S.221f.

<sup>65</sup> Vgl. Poncet / Portait (2022), S. 1063f.; Baule (2019), S. 143f.; J.P. Morgan / Reuters (1996), S. 151.

### 2.2.2 Varianz-Kovarianz-Methode und deren Annahmen

Im Rahmen der Varianz-Kovarianz-Methode wird die Verteilung der Verluste analytisch mithilfe einer parametrischen Funktion modelliert.<sup>66</sup> Wie in Kapitel 2.1 beschrieben, ist der Wert eines Finanzinstruments bzw. Portfolios von einem oder mehreren Risikofaktoren abhängig. Daher kann der Wert des Portfolios als Funktion  $f$  der Risikofaktoren modelliert werden.<sup>67</sup> Die Risikofaktoren eines Portfolios werden mittels des  $d$ -dimensionalen Zufalls-Vektors  $\mathbf{Z}_t = (Z_{t,1}, \dots, Z_{t,d})$  beschrieben. Es wird angenommen, dass  $\mathbf{Z}_t$  zum Zeitpunkt  $t$  beobachtbar ist. Daraus folgt:<sup>68</sup>

$$V_t = f(t, \mathbf{Z}_t) \quad (7)$$

Für das Risikomanagement ist insbesondere die Wertveränderung des Portfolios und somit die Veränderung der Risikofaktoren von Relevanz. Die Reihe der Veränderungen der Risikofaktoren kann mithilfe des Vektors  $(\mathbf{X}_t)_{t \in \mathbb{N}}$  mit  $\mathbf{X}_t := \mathbf{Z}_t - \mathbf{Z}_{t-1}$  beschrieben werden.<sup>69</sup> Daher entspricht der Verlust der Portfolios:<sup>70</sup>

$$L_{t+1} = -(V_{t+1} - V_t) = -(f(t+1, \mathbf{Z}_t + \mathbf{X}_{t+1}) - f(t, \mathbf{Z}_t)) \quad (8)$$

Da die Risikofaktoren  $\mathbf{Z}_t$  zum Zeitpunkt  $t$  bekannt sind, wird die Verlustfunktion durch die Veränderungen der Risikofaktoren  $\mathbf{X}_{t+1}$  bestimmt. Der „loss operator“  $l_{[t]}$  beschreibt den Verlust für eine konkrete Veränderung der Risikofaktoren:<sup>71</sup>

$$l_{[t]}(\mathbf{x}) = -(f(t+1, \mathbf{Z}_t + \mathbf{x}) - f(t, \mathbf{Z}_t)) \quad (9)$$

Die Beziehung zwischen der Wertveränderung eines Finanzinstruments und der Veränderung eines zugrundeliegenden Risikofaktors ist je nach Finanzinstrument unterschiedlich.<sup>72</sup> Für Finanzinstrumente mit näherungsweise linearen Abhängigkeiten zwischen den Veränderungen der Risikofaktoren und den Wertveränderungen des Portfolios kann die Delta-Normal-Methode angewendet werden.<sup>73</sup> Wenn  $f$  differenzierbar ist, so kann mithilfe dieser Methode der

---

<sup>66</sup> Vgl. Jorion (2001), S. 110 f.

<sup>67</sup> Vgl. Embrechts u.a. (2005), S. 20.

<sup>68</sup> Vgl. ebenda, S. 20.

<sup>69</sup> Vgl. ebenda.

<sup>70</sup> Vgl. ebenda, S. 21.

<sup>71</sup> Vgl. ebenda, S. 27.

<sup>72</sup> Vgl. ebenda, S. 26.

<sup>73</sup> Vgl. Poncet / Portait (2022), S. 1130.

Verlust in Abhängigkeit von der Veränderung der Risikofaktoren mittels der ersten Ableitung  $L_{t+1}$  bzw.  $l_{[t]}$  approximiert werden:<sup>74</sup>

$$L_{t+1}^{\Delta} = - \left( f(t, \mathbf{Z}_t) - \sum_{i=1}^d f_{zi}(t, \mathbf{Z}_t) X_{t+1,i} \right) \quad (10)$$

$$l_{[t]}^{\Delta} = - \left( f(t, \mathbf{Z}_t) - \sum_{i=1}^d f_{zi}(t, \mathbf{Z}_t) x_i \right) \quad (11)$$

Die Delta-Normal-Methode ist nicht anzuwenden für Finanzinstrumente, wie z. B. Optionen, deren Wertveränderung in einer nicht-linearen Beziehungen zu ihren Risikofaktoren stehen. Insbesondere für starke Veränderungen der Risikofaktoren sowie lange Zeithorizonte können große Abweichungen zwischen den geschätzten und tatsächlichen Wertveränderungen auftreten.<sup>75</sup> Für die Untersuchung dieser Finanzinstrumente sind Weiterführungen dieser Methode, wie z.B. die Delta-Gamma-Methode oder die Monte-Carlo-Simulation, zu empfehlen.<sup>76</sup> Da im Rahmen dieser Arbeit ausschließlich Aktienindizes sowie deren Fremdwährungsrisiken untersucht werden, wird lediglich die Delta-Normal-Methode näher erläutert.

Für Aktien(-indizes) und Devisen können die logarithmierten Preise als Risikofaktoren ( $\mathbf{Z}_t$ ) bzw. die logarithmierten Renditen als Veränderungen der Risikofaktoren ( $\mathbf{X}_t$ ) betrachtet werden. Eine Veränderung des Risikofaktors hat hierbei einen direkten linearen Einfluss auf den Wert des Finanzinstruments. Das Delta des Finanzinstruments entspricht Eins. Daher lässt sich der Verlust  $L_{t+1}$  für Portfolios, welche sich aus den beschriebenen Finanzinstrumenten zusammensetzen, folgendermaßen ermitteln:<sup>77</sup>

$$L_{t+1} = -(V_{t+1} - V_t) = -V_t \sum_{i=1}^d \omega_{t,i} (e^{X_{t+1,i}} - 1) \quad (12)$$

bzw. für dessen erste Ableitung nach  $\Delta$ <sup>78</sup>

$$L_{t+1}^{\Delta} = -V_t \sum_{i=1}^d \omega_{t,i} X_{t+1,i} \quad (13)$$

<sup>74</sup> Vgl. Embrechts u.a. (2005), S. 27; Duffie / Pan (1997), S. 4.

<sup>75</sup> Vgl. Duffie / Pan (1997), S. 41.

<sup>76</sup> Vgl. Poncet / Portait (2022), S. 1145; Duffie / Pan (1997), S. 44-46.

<sup>77</sup> Vgl. Embrechts u.a. (2005), S. 29.

<sup>78</sup> Vgl. ebenda, S. 29.

wobei  $\omega_{t,i}$  die Gewichtung der jeweiligen Finanzinstrumente im Portfolio beschreibt. Für die ersten beiden Momente der linearisierten Verluste ergibt sich daher:<sup>79</sup>

$$E\left(l_{[t]}^{\Delta}(\mathbf{X})\right) = -V_t \boldsymbol{\omega}' \boldsymbol{\mu} = -V_t \mu_p \quad (14a)$$

$$Var\left(l_{[t]}^{\Delta}(\mathbf{X})\right) = V_t^2 \boldsymbol{\omega}' \boldsymbol{\Sigma} \boldsymbol{\omega} = V_t^2 \sigma_p^2 \quad (14b)$$

Für die Spezifikation der Verteilungsfunktion sowie die Schätzung der Parameter können verschiedene ökonometrische Verfahren herangezogen werden.<sup>80</sup> Im Rahmen der Varianz-Kovarianz-Methode wird häufig unterstellt, dass die Veränderungen der Risikofaktoren multivariat normalverteilt sind:  $\mathbf{X}_{t+1} \sim N_d(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$ .<sup>81</sup> Die Normalverteilungsannahme für die logarithmierten Renditen von Aktien- und Devisenkursen ist eine über das finanzielle Risikomanagements hinaus übliche Annahme.<sup>82</sup> Wenn  $\mathbf{X}_t$  multivariat normalverteilt ist, so ist die lineare Funktion von  $\mathbf{X}_t$ ,  $l_{[t]}^{\Delta}$ , univariat normalverteilt. Daher lässt sich die Verteilung von  $l_{[t]}^{\Delta}$  folgendermaßen beschreiben:<sup>83</sup>

$$L_{t+1}^{\Delta} = l_{[t]}^{\Delta}(\mathbf{X}_t) \sim N(-V_t \boldsymbol{\omega}' \boldsymbol{\mu}, V_t^2 \boldsymbol{\omega}' \boldsymbol{\Sigma} \boldsymbol{\omega}) = l_{[t]}^{\Delta}(\mathbf{X}_t) \sim N(\mu_p, \sigma_p^2) \quad (15)$$

Ein entscheidender Grund für die Normalverteilungsannahme ist die Vereinfachung der Berechnung des  $Var_{\alpha}(L)$ .<sup>84</sup> Für die Ermittlung des  $Var_{\alpha}(L)$  werden neben dem Konfidenzniveau  $\alpha$  und der Haltedauer  $\Delta$  ausschließlich die erwartete Wertveränderung  $\mu_p$  und die erwartete Volatilität  $\sigma_p$  des Portfolios über den Zeitraum  $\Delta$  benötigt:<sup>85</sup>

$$Var_{\alpha}(L) = V_t \cdot (\mu_p + \sigma_p \Phi^{-1}(\alpha)) \quad (16)$$

$\Phi^{-1}(\alpha)$  beschreibt das  $\alpha$ -Quantil der Standardnormalverteilung, welches auch als z-Wert des einseitigen Konfidenzintervalls bezeichnet wird. Die z-Werte, welche mit den am häufigsten angewandten Konfidenzniveaus assoziiert werden, lauten folgendermaßen:<sup>86</sup>

$$\Phi^{-1}(0,95) \approx 1,64; \Phi^{-1}(0,99) \approx 2,33; \Phi^{-1}(0,999) \approx 3,09 \quad (17)$$

<sup>79</sup> Vgl. Embrechts u.a. (2005), S. 49.

<sup>80</sup> Vgl. Duffie / Pan (1997), S. 6.

<sup>81</sup> Vgl. Embrechts u.a. (2005), S. 66; J.P. Morgan / Reuters (1996), S. 72.

<sup>82</sup> Vgl. Hull (2022), S. 403, 417; Bruns u.a. (2017), S. 54 f.

<sup>83</sup> Vgl. Embrechts u.a. (2005), S. 49.

<sup>84</sup> Vgl. Jorion (2001), S. 91.

<sup>85</sup> Vgl. J.P. Morgan / Reuters (1996), S. 65 f.

<sup>86</sup> Vgl. ebenda, S. 69.

Eine weitere gängige Annahme, welche im Rahmen der Berechnung des VaR getroffen wird, ist, dass für kurze Zeithorizonte wie z. B. einen Handelstag ( $\Delta = 1$ ) die erwartete Wertveränderung Null entspricht ( $\mu_p = 0$ ).<sup>87</sup>

Abschließend wird anhand eines Beispiels die Ermittlung des VaR unter den oben beschriebenen Annahmen mithilfe (16) veranschaulicht. Unterstellt der  $VaR_\alpha(L)$  soll bei einem Konfidenzniveau von  $\alpha = 95\%$  und einem Zeithorizont von einem Handelstag  $\Delta = 1$  für ein Portfolio ermittelt werden, welches einen gegenwärtigen Marktwert von  $V_t = 100$  Mio. € und eine erwartete tägliche Volatilität der Renditen in Höhe von  $\sigma_p = 1\%$  hat. So kann mittels (16) der  $VaR_{0,95}$  wie folgt berechnet werden:

$$VaR_{0,95} = 100 \text{ Mio. €} \cdot 1,64 \cdot 0,01 = 1,64 \text{ Mio. €} \quad (18)$$

Mit einer Sicherheit von 95% wird der Verlust des Portfolios am nächsten Handelstag nicht 1,64 Mio. € überschreiten.

Der VaR dieses Portfolios lässt sich folgendermaßen grafisch darstellen:

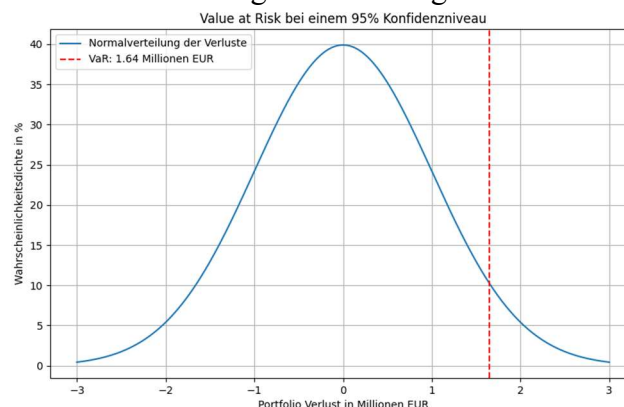


Abbildung 1: Value at Risk für ein exemplarisches Portfolio bei einem 95% Konfidenzniveau

Quelle: Eigene Darstellung.

### 2.2.3 Defizite des Value at Risk als Risikoindikator

Nicht erst seit der globalen Finanzkrise steht der VaR insbesondere in Bezug auf die Annahmen, welche in den RiskMetrics enthalten sind, in der Kritik.<sup>88</sup> Der VaR besitzt sowohl methodische Schwächen als auch technische Herausforderungen in der Umsetzung. Die zentrale methodische Schwäche des VaR ist die fehlende Subadditivität. Wenn ein Risikomaß subadditiv ist, dann ist die Summe der Risiken zweier individuell betrachteter Portfolios immer

<sup>87</sup> Vgl. Poncet / Portait (2022), S. 1112 f.; J.P. Morgan / Reuters (1996), S. 51.

<sup>88</sup> Vgl. Poncet / Portait (2022), S. 1142f.; BCBS (2014), S. 3.

gleich groß oder größer als das kombinierte Risiko dieser beiden Portfolios. Der VaR ist nicht subadditiv, weshalb dieser nicht die Kriterien eines kohärenten Risikomaßes<sup>89</sup> erfüllt.<sup>90</sup>

Außerdem trifft der VaR als Risikoindikator keine Aussage über die Verteilung der möglichen Verluste jenseits des VaR.<sup>91</sup> Der VaR misst das Verlustrisiko ausschließlich anhand des maximal erwarteten Verlusts eines Portfolios innerhalb eines Konfidenzniveaus mittels des  $\alpha$ -Quantils. Der VaR kann für zwei Portfolios identisch sein. Jedoch können die Verluste, die den VaR überschreiten, stark voneinander abweichen, da die Portfolios unterschiedliches Verhalten an den Rändern der Verteilungsfunktionen aufweisen (siehe Abb. 2). Werden die Risiken der beiden Portfolios ausschließlich anhand des VaR verglichen, so lässt sich kein Unterschied zwischen diesen feststellen. Allerdings sind Kenntnisse über die Höhe der Verluste jenseits des VaR sowie deren Verteilung von besonderer Wichtigkeit für das finanzielle Risikomanagement, um u.a. die Risikotragfähigkeit des Unternehmens oder Kreditinstituts sicherzustellen.<sup>92</sup>

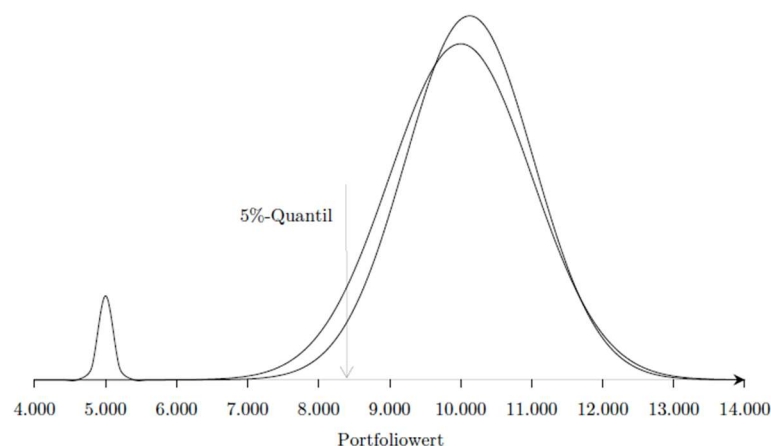


Abbildung 2: Value at Risk unter besonderem Verhalten der Ränder der Verteilungsfunktion

Quelle: Baule (2019), S. 154.

Neben den konzeptionellen Schwächen des VaR präsentiert ebenfalls die praktische Implementierung des VaR in das Risikomanagementsystem eines Finanzinstituts oder Unternehmens verschiedene Herausforderungen. Für die Kalkulation des VaR mittels der Varianz-Kovarianz-Methode werden, wie in Abschnitt 2.2.2 beschrieben, diverse Annahmen über das Verhalten der Finanzinstrumente und Risikofaktoren getroffen.

<sup>89</sup> Sind die Eigenschaften Monotonie, Translationsinvarianz, positive Homogenität und Subadditivität erfüllt, so wird ein Risikomaß als kohärent bezeichnet.

<sup>90</sup> Vgl. Poncet / Portait (2022), S. 1143; Fredriksson / Johansson (2020), S. 5f.; Artzner u.a. (1998), S. 15.

<sup>91</sup> Vgl. Hull (2018), S. 273f.

<sup>92</sup> Vgl. Poncet / Portait (2022), S. 1145; Hull (2018), S. 17.

Finanzzeitreihen weisen verschiedene Charakteristika auf, die eine Modellierung erschweren. Zu diesen zählen u.a. Asymmetrien, hohe Autokorreliertheit, kontemporäre Korrelationen, schwere Flanken und Spitzigkeit sowie Volatilitätscluster.<sup>93</sup> Üblicherweise ist die empirische Verteilung der Renditen von Finanzanlagen nicht völlig symmetrisch, sondern zeigt eine schwache Asymmetrie. Stark negative Renditen treten etwas häufiger auf als stark Positive. Damit einher geht eine der häufigsten Kritikpunkte am VaR-Konzept einher: die Annahme der Normalverteilung der Renditen. Einerseits sind extreme Wertveränderungen empirisch häufiger zu beobachten als unter der Normalverteilung angenommen wird (schwere Verteilungsenden). Andererseits treten sehr kleine Renditen häufiger auf (Spitzigkeit). Die Verteilung der beobachtbaren Renditen ist dann leptokurtisch. Wenn für das Verhalten der Risikofaktoren eine Normalverteilung unterstellt wird, ist daher davon auszugehen, dass extreme Verlust mittels des VaR unterschätzt werden.<sup>94</sup>

Bei der Untersuchung der zeitlichen Struktur von Finanzrenditen können Volatilitätscluster auftreten. Dabei wechseln sich bei der Beobachtung der Tagesrenditen Phasen hoher und geringer Volatilität unregelmäßig ab – auch als bedingte Heteroskedastizität bekannt. Auf einen Tag mit hohen Ausschlägen folgen weitere Tage hoher Kursschwankungen. Dasselbe gilt umgekehrt. Das nicht-konstante Verhalten der Risikofaktoren erschwert die Schätzung der Schwankungsintensität.<sup>95</sup> Mit den im Zeitablauf wechselnden Volatilitäten geht eine hohe Autokorrelation der absoluten und quadrierten Tagesrenditen einher. Neben der Veränderung der Volatilität, lässt sich teilweise eine Veränderung der Abhängigkeitsstruktur zwischen den Renditen in Stresssituationen beobachtet. Teilweise lassen sich insbesondere für Aktienindizes in Stresssituationen höhere Korrelation beobachten.<sup>96</sup> Jedoch ist dieser Zusammenhang nicht eindeutig.<sup>97</sup>

Auf Grund der konzeptionellen Schwächen des VaR hat sich u.a. der ES in den vergangenen Jahren als Ergänzung zum VaR etabliert. Dieser wird im folgenden Kapitel näher erklärt. Die präsentierten technischen Herausforderungen bestehen für alle Risikomaße des VaR-Ansatz, welche mit der Varianz-Kovarianz-Methode berechnet werden. Diese können mithilfe abweichender Modellannahmen berücksichtigt werden. Eine Auswahl möglicher Methoden zur Approximation des Verhaltens der Risikofaktoren werden in 3.2 vorgestellt und im Rahmen der empirischen Untersuchung mit den in 2.2.2 präsentierten Annahmen verglichen.

---

<sup>93</sup> Vgl. Schmid / Trede (2006, S. 12f.

<sup>94</sup> Vgl. Poncet / Portait (2022), S. 1142; Hull (2018), 218-220.

<sup>95</sup> Vgl. Enow (2023), S. 81f.

<sup>96</sup> Vgl. Taamouti / Tsafack (2009), S. 18 f.; Longin / Solnik (2001), S. 671.

<sup>97</sup> Vgl. Attig / Sy (2021), S. 22f.

### 2.3 Einführung des Expected Shortfall als Ergänzung zum Value at Risk

Für die Messung der Verluste jenseits des VaR können verschiedene Rand-Risikomaße wie der Expected Shortfall (ES) herangezogen werden. Dieser misst den erwarteten Verlust, wenn der VaR überschritten wird.<sup>98</sup> Daher stellt der ES per Definition eine Ergänzung zum VaR dar. Der ES kann folgendermaßen für jegliche Verteilungsfunktionen  $F_L$  formal definiert werden:<sup>99</sup>

$$ES_\alpha(L) = \frac{1}{1-\alpha} * (E(L; L \geq q_\alpha) + q_\alpha * ((1-\alpha) - P(L \geq q_\alpha))) \quad (19)$$

Alternative Risikomaße wie der Conditional Value at Risk (CVaR) als Spezialfall des Tail-Conditional-Expectation (TCE) können unter Annahme einer stetigen Verteilungsfunktion der Verluste synonym zum ES verwendet werden.<sup>100</sup>

Unter Annahme einer stetigen Verteilungsfunktion  $F_L$ , welche auch für den VaR im Rahmen der Varianz-Kovarianz-Methode angenommen wird, kann der ES folgendermaßen vereinfacht definiert werden:<sup>101</sup>

$$ES_\alpha(L) = E(L|L \geq VaR_\alpha) = \frac{E(L; L \geq q_\alpha(L))}{1-\alpha} \quad (20)$$

Der ES ist äquivalent zum arithmetischen Mittel der erwarteten Wertverluste oberhalb des VaR.<sup>102</sup> Daher lässt sich der ES folgendermaßen berechnen:<sup>103</sup>

$$ES_\alpha(L) = \frac{1}{1-\alpha} \int_\alpha^1 q_u(F_L) du = \frac{1}{1-\alpha} \int_\alpha^1 VaR_u(L) du \quad (21)$$

Unter der in 2.3.2 erwähnten Annahme der Normalverteilung lässt sich die Berechnung des ES folgendermaßen vereinfachen, wobei  $\phi$  die Dichte der Standardnormalverteilung beschreibt:

$$ES_\alpha(L) = V_t * \left( \mu_p + \sigma_p \frac{\phi(\Phi^{-1}(\alpha))}{1-\alpha} \right) \quad (22)$$

<sup>98</sup> Vgl. Bruns u.a. (2017), S. 80 f.

<sup>99</sup> Vgl. Embrechts u.a. (2005), S. 1 f.

<sup>100</sup> Vgl. Acerbi / Tasche (2002), S. 3 ff.

<sup>101</sup> Vgl. Poncet / Portait (2022), S. 1145; Acerbi / Tasche (2001), S. 383.

<sup>102</sup> Vgl. Poncet / Portait (2022), S. 1145.

<sup>103</sup> Vgl. Embrechts u.a. (2005), S. 44 f.; Acerbi / Tasche (2002), S. 7.

<sup>104</sup> Vgl. Poncet / Portait (2022), S. 1146; Embrechts u.a. (2005), S. 45.

Der ES lässt sich wie folgt veranschaulichen:

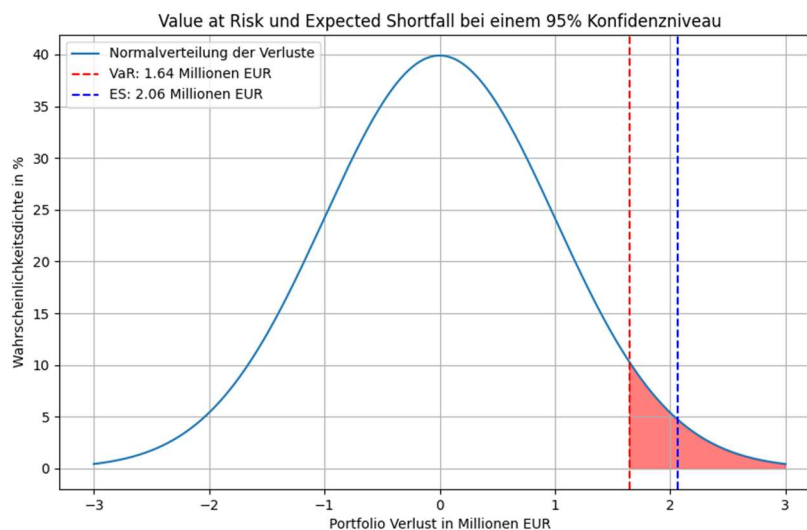


Abbildung 3: Value at Risk und Expected Shortfall für ein exemplarisches Portfolio bei einem 95% Konfidenzniveau

Quelle: Eigene Darstellung.

Ein signifikanter Vorteil des ES gegenüber dem VaR, ist die Beschaffenheit die Risiken hoher Verluste, welche sich in den Rändern der Verteilungsfunktion befinden, zu berücksichtigen.<sup>105</sup> Während der VaR unter Annahme zweier verschiedener Verteilungsfunktionen identisch sein kann, kann der ES der beiden Modelle dennoch stark voneinander abweichen, wenn die Ränder der Verteilungsfunktionen unterschiedliche Charakteristika aufweisen (siehe Abb. 2).<sup>106</sup> Insbesondere für leptokurtische Verteilungen, wie sie häufig bei Finanzmarktrenditen zu beobachten sind, kann der ES daher eine sinnvolle Ergänzung zum VaR sein, um das veränderte Verhalten an den Rändern der Verteilungsfunktion zu berücksichtigen.<sup>107</sup> Außerdem kann im Zuge des Fundamental Review of Trading Book eine Verschiebung des Fokus der Regulierung vom VaR hin zu ES beobachtet werden.<sup>108</sup> Daher gewinnt dieser zunehmend an Bedeutung für die Gesamtbanksteuerung. Dennoch stellt die Validierung des ES eine Herausforderung dar, weil diese vom Backtesting des VaR abweicht. Jedoch können diese Backtests ebenfalls leicht implementiert werden, wie in 3.3 näher beschrieben wird.<sup>109</sup>

<sup>105</sup> Vgl. Poncet / Portait (2022), S. 1145.

<sup>106</sup> Vgl. Poncet / Portait (2022), S. 1147; Baule (2019), S. 154; Hull (2018), S. 273f.

<sup>107</sup> Vgl. Poncet / Portait (2022), S. 1147.

<sup>108</sup> Vgl. BCBS (2014), S. 3; Hartmann-Wendels u.a. (2019), S. 284, 657 f.; Fredriksson / Johansson (2020), S. 6.

<sup>109</sup> Vgl. Poncet / Portait (2022), S. 1147f.; Du / Escanciano (2015), S. 4f.

### 3 Methodik und Daten

#### 3.1 Datenbasis

Alle verwendeten Daten entstammen dem Finanzportal onvista.de und sind frei zugänglich. Im Rahmen dieser Arbeit wird ein Portfolio untersucht, welches exemplarisch eine global diversifizierte Investition in Aktien im Large- und Mid-Cap-Segment widerspiegelt. Die Referenzwährung dieses Portfolios ist EUR. Als Finanzanlagen werden die täglichen Schlusskurse der folgenden neun Aktienindizes und fünf Wechselkurse bestimmt: CAC 40, DAX 40, FTSE MIB, FTSE 100, Hang Seng Index, IBEX 35, Nikkei 225, SMI, S&P 500, CHF/EUR, GBP/EUR, HKD/EUR, JPY/EUR, USD/EUR. Alle der oben aufgezählten Aktienindizes werden im Untersuchungsportfolio gleich gewichtet. Die Gewichtung wird über den gesamten Untersuchungszeitraum konstant gehalten. Zur Berücksichtigung des Fremdwährungsrisikos, welches für einen Anleger mit Referenzwährung EUR entsteht, werden zusätzlich die oben aufgezählten Wechselkurse als Risikofaktoren einbezogen.<sup>110</sup>

Sowohl für die Berechnung der Risikomaße als auch die Durchführung des Backtestings werden die angepassten täglichen Schlusskurse bzw. logarithmierten Renditen im Zeitraum vom 04.01.1999 bzw. 05.01.1999 bis zum 30.04.2024 verwendet. Aufgrund der unterschiedlichen Handelstage der Aktienindizes und Wechselkurse werden ausschließlich die Tage beobachtet, an den jeder der Risikofaktoren gehandelt wurde.<sup>111</sup> Somit ergeben sich für alle 14 Risikofaktoren jeweils 5350 tägliche Schlusskurse und 5349 tägliche logarithmierte Renditen (siehe Tab. 4 und 5 im Anhang). Die täglichen logarithmierten Renditen werden folgendermaßen ermittelt:<sup>112</sup>

$$r_t = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) \quad (23)$$

Da die Schlusskurse der Aktienindizes und Wechselkurse täglich zu verschiedenen Uhrzeiten ermittelt werden, besteht eine Asynchronität der Daten. Diese wird jedoch auf Grund des großen Beobachtungszeitraums im Rahmen dieser Arbeit vernachlässigt.<sup>113</sup>

---

<sup>110</sup> Vgl. Deutsch / Beinker (2014), S. 556.

<sup>111</sup> Vgl. J.P. Morgan / Reuters (1996), S. 170.

<sup>112</sup> Vgl. ebenda, S. 46.

<sup>113</sup> Vgl. ebenda, S. 185.

Für die Untersuchung der Daten werden die logarithmierten Renditen der Risikofaktoren SMI und CHF/EUR für den 15. Januar 2015 wegen des sogenannten „Franken-Schocks“ gleich Null gesetzt. Ausschlaggebend dafür ist die Einschätzung, dass die kurzfristige Entscheidung der Schweizerischen Nationalbank die Untergrenze des Frankenkurses aufzuheben, ein einmaliges Ereignis ist, das nicht repräsentativ für die Eigenschaften dieser beiden Risikofaktoren ist.<sup>114</sup>

Alle Risikofaktoren weisen durchschnittliche logarithmierte Renditen von nahe 0 auf. Die logarithmierten Renditen der untersuchten Aktienindizes besitzen eine höhere tägliche Volatilität, zwischen 1,22% und 1,63%, als die untersuchten Wechselkurse, zwischen 0,41% bis 0,81%. Außerdem lässt sich für die Risikofaktoren i.d.R. schiefe und leptokurtische Verteilungen der Renditen beobachten (siehe Tab. 5 im Anhang).

Die untersuchten Renditen weisen u.a. schwere Verteilungsenden und Volatilitätscluster auf, wie an den Tests zur Untersuchung der univariaten und multivariaten Normalverteilung und univariaten Heteroskedastizität zu erkennen ist (siehe Tab. 6 im Anhang). Diese Beobachtungen stimmen mit den erwarteten Eigenschaften von Finanzzeitreihen überein. Dennoch lässt sich für das Verhalten der Renditen davon ausgehen, dass diese stationär sind (siehe Tab. 6 im Anhang). Dies deutet daraufhin, dass sich die Renditen trotz variierender Volatilität über den Zeitverlauf hinweg sich um einen stabilen Mittelwert bewegen. Anhand des Beispiels des DAX 40 werden diese Charakteristika mittels der Abbildungen 4 bis 6 grafisch verdeutlicht.

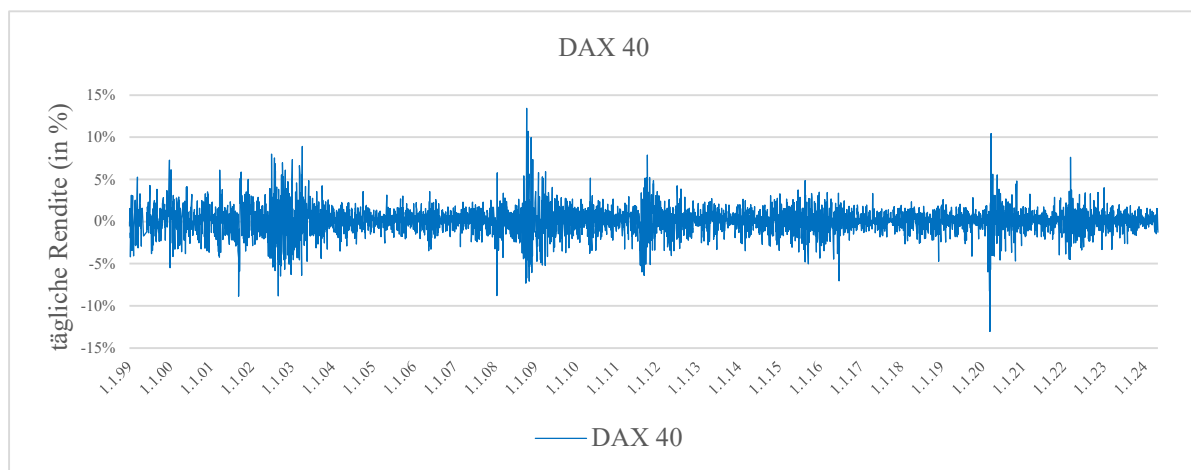


Abbildung 4: Liniendiagramm der logarithmierten Renditen – DAX 40, 05.01.1999 - 30.04.2024

Quelle: Eigene Darstellung.

<sup>114</sup> Vgl. Baltensperger u.a. (2015), S. 8.

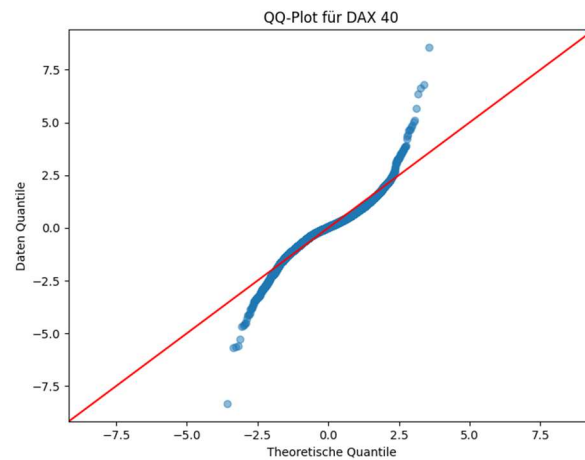


Abbildung 5: QQ-Plot der logarithmierten Renditen – DAX 40, 05.01.1999 - 30.04.2024

Quelle: Eigene Darstellung.

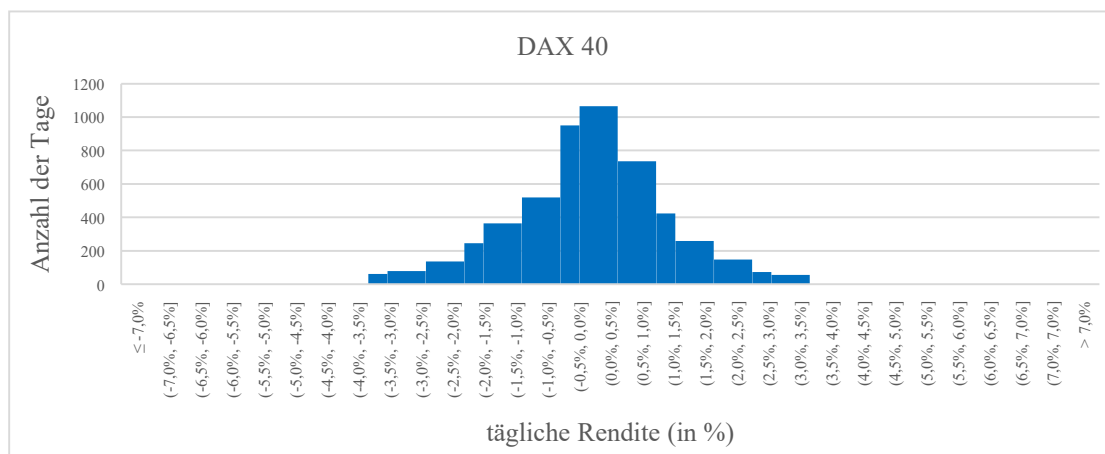


Abbildung 6: Histogramm der logarithmierten Renditen – DAX 40, 05.01.1999 - 30.04.2024

Quelle: Eigene Darstellung.

Anhand der Korrelationsmatrix der Renditen lassen sich verschiedene Muster erkennen (siehe Tab. 7 im Anhang). Es bestehen unterschiedlich stark ausgeprägte Diversifikationseffekte zwischen den stationären Renditen der Finanzindizes. Unter anderem stehen die folgenden Beobachtungen heraus: Es lassen sich i.d.R. höhere Korrelationen jeweils unter den Renditen einer Assetklasse beobachten als Assetklassen übergreifend. Aktienmärkte, die in geografischer Nähe zueinander liegen, sind i.d.R. höher korreliert als geografisch distanzierte Märkte. Diese beiden Beobachtungen stimmen mit den Erwartungen überein.

### 3.2 Ermittlung des Value at Risk und Expected Shortfall mittels der Varianz-Kovarianz-Methode

Auf der Grundlage der Renditen werden die Verlustfunktionen des Portfolios mittels sieben verschiedener Modelle geschätzt. Hierbei wird ein rollierendes Fenster der letzten 250 Tage betrachtet. Das Zeitfenster von 250 Handelstagen entspricht ungefähr einem Jahr.<sup>115</sup> Für alle Modelle wird jeweils mit einem Konfidenzniveau von 95% und 99% gerechnet und infolge der hohen Liquidität der Portfolio-Komponenten ein Zeithorizont von einem Handelstag angesetzt. Damit werden sowohl der VaR als auch der ES mittels jeder der sieben Modelle jeweils für zwei Konfidenzniveaus für 5099 Tage geschätzt. Die untersuchten Risikomodelle besitzen die folgenden Bezeichnungen und Charakteristika:

Tabelle 1: Übersicht der zu untersuchenden Risikomodelle

| Bezeichnung des Modells      | Methode                | Methode zur Schätzung der Volatilitäten und Korrelationen | Verteilungsannahme       |
|------------------------------|------------------------|-----------------------------------------------------------|--------------------------|
| VaR/ES- $\alpha_N$           | Varianz-Kovarianz      | gleich gewichtet                                          | Normalverteilung         |
| VaR/ES- $\alpha_T$           | Varianz-Kovarianz      | gleich gewichtet                                          | Studentsche t-Verteilung |
| VaR/ES- $\alpha_N$ EWMA_0.97 | Varianz-Kovarianz      | exponentiell gewichtet mit $\lambda = 0,97$               | Normalverteilung         |
| VaR/ES- $\alpha_N$ EWMA_0.94 | Varianz-Kovarianz      | exponentiell gewichtet mit $\lambda = 0,94$               | Normalverteilung         |
| VaR/ES- $\alpha_T$ EWMA_0.97 | Varianz-Kovarianz      | exponentiell gewichtet mit $\lambda = 0,97$               | Studentsche t-Verteilung |
| VaR/ES- $\alpha_T$ EWMA_0.94 | Varianz-Kovarianz      | exponentiell gewichtet mit $\lambda = 0,94$               | Studentsche t-Verteilung |
| VaR/ES- $\alpha_{HS}$        | Historische Simulation | -                                                         | -                        |

Quelle: Eigene Darstellung.

<sup>115</sup> Vgl. Embrechts u.a. (2005), S. 26.

Die Modelle VaR- $\alpha$ \_HS und ES- $\alpha$ \_HS dienen als Benchmark, um einen Vergleich der Varianz-Kovarianz-Methode zur Historischen Simulation zu ermöglichen. Die Historische Simulation wird ebenfalls mit einem rollierenden Fenster von 250 Tagen durchgeführt. Die Methoden für die Ermittlung der Risikomaße mittels der Varianz-Kovarianz Methode werden in den folgenden Abschnitten erläutert. Hierbei wird insbesondere die Ermittlung der Varianz-Kovarianzmatrix und die Eigenschaften der parametrischen Verteilungsfunktionen näher beleuchtet.

### 3.2.1 Ermittlung der Varianz-Kovarianzmatrix

Die Matrix  $\mathbf{X}$  mit den Dimensionen  $(T \times K)$  beschreibt die täglichen Renditen der Indizes für jeden Tag des Beobachtungszeitraums. Für die Schätzung der Risikomodelle werden die letzten 250 Tage ( $T = 250$ ) aller 14 Risikofaktoren ( $K = 14$ ) betrachtet.<sup>116</sup>

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} r_{1,1} & \dots & r_{1,K} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{T,1} & \dots & r_{T,K} \end{bmatrix} \quad (24)$$

Die erwartete tägliche Rendite lässt sich mittels des Durchschnitts in der Stichprobe für jeden Index schätzen:<sup>117</sup>

$$\hat{\mu}_i = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T r_{t,i} \quad (25)$$

Im Folgenden wird die Methodik zur Schätzung gleich gewichteter Volatilitäten und Kovarianzen näher erläutert. Die tägliche Volatilität eines Index entspricht der Quadratwurzel der Varianz der Renditen über die Zeit:

$$\hat{\sigma}_i = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (r_{t,i} - \hat{\mu}_i)^2} \quad (26)$$

Die Abhängigkeitsstruktur zweier Variablen  $X_i$  und  $X_j$  wird durch ihre Kovarianz beschrieben, welche sich folgendermaßen ermitteln lässt:

$$\sigma_{ij} = Cov(X_i, X_j) = E[(X_i - E[X_i])(X_j - E[X_j])] \quad (26)$$

<sup>116</sup> Vgl. J.P. Morgan / Reuters (1996), S. 177.

<sup>117</sup> Vgl. Franke u.a. (2019), S. 40ff.

Die Varianz-Kovarianzmatrix beschreibt somit die Schwankungsintensität und Abhängigkeitsstruktur aller Risikofaktoren. Für gleich gewichtete Varianzen und Kovarianzen kann diese folgendermaßen berechnet werden:<sup>118</sup>

$$\begin{aligned} \Sigma &= \frac{X^T X}{T} = \begin{bmatrix} \hat{\sigma}_1^2 & \hat{\sigma}_{12} & \dots & \hat{\sigma}_{1K} \\ \hat{\sigma}_{21} & \hat{\sigma}_2^2 & \dots & \hat{\sigma}_{2K} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{\sigma}_{K1} & \hat{\sigma}_{K2} & \dots & \hat{\sigma}_K^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Var(X_1) & Cov(X_1, X_2) & \dots & Cov(X_1, X_K) \\ Cov(X_2, X_1) & Var(X_2) & \dots & Cov(X_2, X_K) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Cov(X_K, X_1) & Cov(X_K, X_2) & \dots & Var(X_K) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (r_{t,1} - \hat{\mu}_1)^2 & \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (r_{t,1} - \hat{\mu}_1)(r_{t,2} - \hat{\mu}_2) & \dots & \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (r_{t,1} - \hat{\mu}_1)(r_{t,K} - \hat{\mu}_K) \\ \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (r_{t,2} - \hat{\mu}_2)(r_{t,1} - \hat{\mu}_1) & \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (r_{t,2} - \hat{\mu}_2)^2 & \dots & \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (r_{t,2} - \hat{\mu}_2)(r_{t,K} - \hat{\mu}_K) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (r_{t,K} - \hat{\mu}_K)(r_{t,1} - \hat{\mu}_1) & \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (r_{t,K} - \hat{\mu}_K)(r_{t,2} - \hat{\mu}_2) & \dots & \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (r_{t,K} - \hat{\mu}_K)^2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (27)$$

Alternativ kann die Varianz-Kovarianzmatrix mit exponentiell gewichteten Varianzen und Kovarianzen berechnet werden. Unter der Annahme, dass die unmittelbar vorhergehenden Marktgegebenheiten eine höhere Aussagekraft über die aktuelle Risikoposition des Portfolios besitzen, kann es sinnvoll sein eine exponentielle Gewichtung vorzunehmen. Beispielsweise können dadurch Phänomene wie z. B. Volatilitätscluster besser berücksichtigt werden, da die volatileren Märkte, welche aktuell zu beobachten sind, stärker ins Gewicht fallen. Rapide Anstiege der Volatilität können intensiver eingehen, was eine schnellere Anpassung der Risiko- maße an die aktuellen Marktgegebenheiten ermöglicht. Demgegenüber werden volatile Marktphasen auch wieder schneller vergessen, was eine unverhältnismäßig hohe Risikoein- schätzung vermeidet, sobald eine ruhigere Marktsituation vorherrscht.

Die exponentiell gewichtete Volatilität eines einzelnen Risikofaktors lässt sich folgenderma- ßen berechnen:<sup>119</sup>

$$\hat{\sigma}_i = \sqrt{(1 - \lambda) \sum_{t=1}^T \lambda^{t-1} (r_{t,i} - \hat{\mu}_i)^2} \quad (28)$$

Hierbei beschreibt  $\lambda$  den sogenannten Zerfallsfaktor. Dieser bestimmt das Maß der Gewich- tung. Für den Zerfallsfaktor kann ein Wert zwischen 0 und 1 gewählt werden.<sup>120</sup> Wenn  $\lambda = 1$

<sup>118</sup> Vgl. Chan / Chariag (2024), S. 101; Franke u.a. (2019), S. 368.

<sup>119</sup> Vgl. J.P. Morgan / Reuters (1996), S. 78.

<sup>120</sup> Vgl. J.P. Morgan / Reuters (1996), S. 78.

ist, dann entspricht die Varianz-Kovarianzmatrix der gleich gewichteten Varianz-Kovarianz-Matrix. Je kleiner der Zerfallsfaktor ist, desto stärker werden jüngere Ereignisse gewichtet (siehe Abb. 17 im Anhang).<sup>121</sup> Häufig verwendete Werte für  $\lambda$ , welche ebenfalls im Rahmen der RiskMetrics empfohlen werden, sind 0,94 für tägliche Werte und 0,97 für monatliche Werte.<sup>122</sup>

Für die Berechnung der exponentiell gewichteten Varianz-Kovarianzmatrix ist es zu empfehlen, zunächst die Renditen der Matrix  $\mathbf{X}$  mittels des Zerfallsfaktors anzupassen.<sup>123</sup>

$$\bar{X} = \begin{bmatrix} r_{1,1} & \dots & r_{1,K} \\ \sqrt{\lambda} r_{2,1} & \dots & \sqrt{\lambda} r_{2,K} \\ \vdots & \dots & \vdots \\ \sqrt{\lambda^{J-1}} r_{J,1} & \dots & \sqrt{\lambda^{J-1}} r_{J,K} \\ \vdots & \dots & \vdots \\ \sqrt{\lambda^{T-1}} r_{T,1} & \dots & r_{T,K} \end{bmatrix} \quad (29)$$

Anschließend kann mittels der neuen Matrix  $\bar{\mathbf{X}}$  folgendermaßen die Varianz-Kovarianzmatrix berechnet werden:<sup>124</sup>

$$\begin{aligned} \bar{\Sigma} &= \left( \sum_{t=1}^T \lambda^{t-1} \right)^{-1} \bar{X}^T \bar{X} = \begin{bmatrix} \hat{\sigma}_1^2 & \hat{\sigma}_{12} & \dots & \hat{\sigma}_{1K} \\ \hat{\sigma}_{21} & \hat{\sigma}_2^2 & \dots & \hat{\sigma}_{2K} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{\sigma}_{K1} & \hat{\sigma}_{K2} & \dots & \hat{\sigma}_K^2 \end{bmatrix} \\ &= \left( \sum_{t=1}^T \lambda^{t-1} \right)^{-1} \begin{bmatrix} \sum_{t=1}^T \lambda^{t-1} (r_{t,1} - \hat{\mu}_1)^2 & \sum_{t=1}^T \lambda^{t-1} (r_{t,1} - \hat{\mu}_1)(r_{t,2} - \hat{\mu}_2) & \dots & \sum_{t=1}^T \lambda^{t-1} (r_{t,1} - \hat{\mu}_1)(r_{t,K} - \hat{\mu}_K) \\ \sum_{t=1}^T \lambda^{t-1} (r_{t,2} - \hat{\mu}_2)(r_{t,1} - \hat{\mu}_1) & \sum_{t=1}^T \lambda^{t-1} (r_{t,2} - \hat{\mu}_2)^2 & \dots & \sum_{t=1}^T \lambda^{t-1} (r_{t,2} - \hat{\mu}_2)(r_{t,1} - \hat{\mu}_1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{t=1}^T \lambda^{t-1} (r_{t,K} - \hat{\mu}_K)(r_{t,1} - \hat{\mu}_1) & \sum_{t=1}^T \lambda^{t-1} (r_{t,K} - \hat{\mu}_K)(r_{t,2} - \hat{\mu}_2) & \dots & \sum_{t=1}^T \lambda^{t-1} (r_{t,K} - \hat{\mu}_K)^2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (30)$$

Die Ermittlung des Risikos unter exponentieller Gewichtung bringt verschiedene Herausforderungen mit sich. Da kurzfristige Anstiege des Risikopotenzials in extremerer Größenordnung und Geschwindigkeit auftreten können, kann dies die Eigenkapitalplanung eines Kreditinstituts erheblich erschweren. Darüber hinaus stellt die Wahl eines geeigneten Zerfallsfaktors  $\lambda$  eine Herausforderung in der praktischen Implementierung dar. Ein besonders geringer Wert

<sup>121</sup> Vgl. Hohegger (2010), S. 58.

<sup>122</sup> Vgl. J.P. Morgan / Reuters (1996), S. 97.

<sup>123</sup> Vgl. Franke u.a. (2019), S. 368; J.P. Morgan / Reuters (1996), S. 179.

<sup>124</sup> Vgl. ebenda.

für  $\lambda$  kann dazu führen, dass kurzfristige Marktschwankungen übergewichtet werden. Hieraus können verzerrte Aussagen über das Risikopotenzial des Portfolios resultieren. Die Stabilität des Risikomaßes kann beeinträchtigt werden. Dagegen dämpft ein höherer Wert nahe 1 für  $\lambda$  den Effekt der exponentiellen Gewichtung, wodurch der Unterschied zur gleichen Gewichtung an Bedeutung verliert. Daher werden im Rahmen dieser Arbeit die Risikomodelle, welche die Volatilität des Portfolios mittels exponentieller Gewichtung schätzen, sowohl mit  $\lambda_1 = 0,94$  und  $\lambda_2 = 0,97$  berechnet. Die effektive Anzahl an berücksichtigten Beobachtungsdaten  $T_{eff}$  kann folgendermaßen ermittelt werden:<sup>125</sup>

$$T_{eff} = \frac{\ln \left( (1 - \lambda) \sum_{t=T_{eff}}^{\infty} \lambda^t \right)}{\ln \lambda} \quad (31)$$

Hieraus folgt für  $\lambda_1 = 0,94$  und  $\lambda_2 = 0,97$  eine effektive Anzahl von Beobachtungsdaten von  $T_{eff,1} = 11,21$  und  $T_{eff,2} = 22,75$  (siehe Abb. 17 im Anhang). Die Regulierung fordert eine minimale Anzahl effektiver Beobachtungstage von 125 Tagen.<sup>126</sup>

Nachdem die Varianz-Kovarianzmatrix geschätzt wurde, kann die Volatilität des Portfolios berechnet werden. Im Rahmen dieser Untersuchung verfügt jeder Aktienindex über dasselbe Gewicht im Portfolio. Daher ergibt sich für das Gewicht jeden Index  $\omega_i = \frac{1}{N_{Aktienindizes}} = \frac{1}{9}$ . Wird die Gewichtung auf Grundlage der Anzahl der Aktienindizes ermittelt, so werden sowohl das Aktienkursrisikos als auch das Wechselkursrisiko gleichermaßen berücksichtigt. Somit ergibt sich für die Schätzung der Volatilität des Portfolios:<sup>127</sup>

$$\hat{\sigma}_p = \sqrt{\boldsymbol{\omega}' \boldsymbol{\Sigma} \boldsymbol{\omega}} \text{ bzw. } \hat{\sigma}_p = \sqrt{\boldsymbol{\omega}' \bar{\boldsymbol{\Sigma}} \boldsymbol{\omega}} \quad (32)$$

Für die Untersuchung der beiden Risikomaße werden ausschließlich Methoden zur Ermittlung der historischen Volatilität verwendet. Alternativ können auch implizierte Volatilitäten, welche sich mittels der Optionspreise der am Markt gehandelten Optionen auf das jeweilige Underlying ermitteln lassen, zur Berechnung der Risikomaße verwendet werden. Die Ermittlung dieser ist rechenintensiver und erfordert eine größere Menge an Marktdaten.<sup>128</sup>

<sup>125</sup> Vgl. Broll / Förster (2022), S. 82; J.P. Morgan / Reuters (1996), S. 93.

<sup>126</sup> Vgl. Verordnung (EU) Nr. 575/2013, Artikel 365, Abs. 1; Broll / Förster (2022), S. 82.

<sup>127</sup> Vgl. Embrechts u.a. (2005), S. 29.

<sup>128</sup> Vgl. Hull (2022), S. 423.

### 3.2.2 Modellierung der Verteilungsfunktion

Nachdem die Schwankungsintensität der Renditen des Portfolios geschätzt wurde, muss im Rahmen der Varianz-Kovarianz-Methode eine Verteilungsfunktion der Verluste angenommen werden, damit ein Quantil und somit der VaR bzw. der ES berechnet werden kann.<sup>129</sup> Wie bereits in 2.2.2 beschrieben, ist im Rahmen des Risikomanagements die Normalverteilungsannahme die am weitesten verbreitete Annahme für die Verteilung der Renditen. Dennoch birgt diese Schwächen bei der Approximation extremer Ereignisse, wie in 2.2.3 dargelegt und anhand der Untersuchung der Indizes in 3.1 zu erkennen ist.<sup>130</sup> Da insbesondere die Ereignisse an den Rändern der Verteilungsfunktion von großer Relevanz für die Ermittlung des VaR und ES sind, werden daher im Rahmen der empirischen Untersuchung sowohl Modelle unter Annahme der Normalverteilung als auch der unter der Studentschen t-Verteilung betrachtet.

Beide parametrischen Verteilungen sind symmetrisch. Dennoch unterscheidet sich die Kurtosis der Verteilungen. Die Studentsche t-Verteilung ist leptokurtisch, d. h. dass u.a. den Ereignissen an den Rändern der Verteilung bei gleichem Mittelwert und Standardabweichung eine höhere Wahrscheinlichkeitsdichte zugewiesen wird. Dies ermöglicht die Berücksichtigung der Fat-Tails im Risiko-Modell. Die Kurtosis der Verteilung ist abhängig von der Anzahl der Freiheitsgrade der t-Verteilung. Um so größer die Anzahl der Freiheitsgrade ist, desto stärker nähert sich die t-Verteilung der Normalverteilung. Zur Veranschaulichung der Unterschiede der beiden Verteilungen sind in Abbildung 7 die standardisierte Normalverteilung und t-Verteilung mit zehn Freiheitsgraden sowie deren 0,95- und 0,99-Quantil dargestellt.

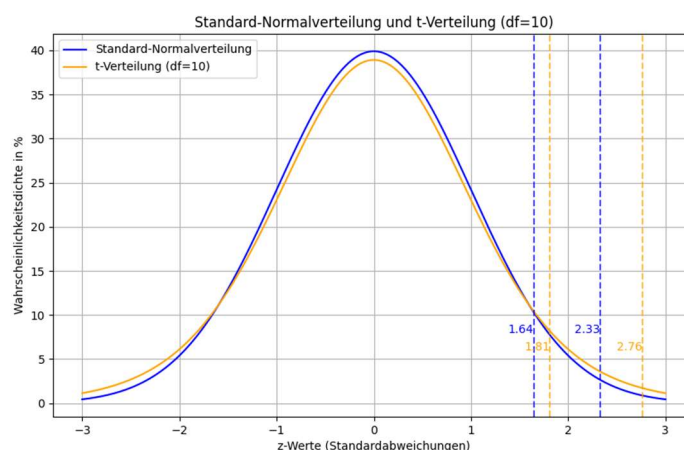


Abbildung 7: Standard-Normalverteilung und t-Verteilung mit zehn Freiheitsgraden, 0,95- und 0,99-Quantil

<sup>129</sup> Vgl. Poncet / Portait (2022), S. 1110.

<sup>130</sup> Vgl. Poncet / Portait (2022), S. 1142; Hull (2018), 218-220.

Wie aus (16) und (22) hervorgeht, kann unter der Annahme der Normalverteilung mittels des  $\alpha$ -Quantils der Standard-Normalverteilung des VaR und mittels der Dichtefunktion der Standard-Normalverteilung des ES berechnet werden:<sup>131</sup>

$$VaR_\alpha(L) = V_t \cdot (\mu_p + \sigma_p \Phi^{-1}(\alpha)) \quad (16)$$

$$ES_\alpha(L) = V_t \cdot \left( \mu_p + \sigma_p \frac{\phi(\Phi^{-1}(\alpha))}{1 - \alpha} \right) \quad (22)$$

Unter Annahme der t-Verteilung kann die Verlustfunktion folgendermaßen modelliert werden:<sup>132</sup>

$$\tilde{L}_{t+1} \sim (\mu_p, \sigma_p^2, \nu) \quad (33)$$

wobei  $\nu$  die Anzahl der Freiheitsgrade beschreibt. Der VaR und der ES lassen sich mittels des  $\alpha$ -Quantils der standardisierten t-Verteilung,  $t_\nu$ , und der Dichtefunktion der standardisierten t-Verteilung,  $g_\nu$ , berechnen.<sup>133</sup>

$$VaR_\alpha(\tilde{L}) = V_t \cdot (\mu_p + \sigma_p t_\nu^{-1}(\alpha)) \quad (34)$$

$$ES_\alpha(\tilde{L}) = V_t \cdot \left( \frac{g_\nu(t_\nu^{-1}(\alpha))}{1 - \alpha} \left( \frac{\nu + (t_\nu^{-1}(\alpha))^2}{\nu - 1} \right) \right) \quad (35)$$

Die Anzahl der Freiheitsgrade kann individuell frei festgelegt werden. Diese sollte jedoch eine möglichst gute Approximation für das Verhalten der Risikofaktoren bieten. Im Rahmen dieser Arbeit werden alle Modelle, für die eine t-Verteilung angenommen wird, mit zehn Freiheitsgraden berechnet.

Die Volatilität  $\sigma_p$  wird, wie in Abschnitt 3.2.1 beschrieben, ermittelt. Jedoch wird nach Vorbild der RiskMetrics für alle Modelle eine erwartete Rendite  $\mu_p$  von Null angenommen.<sup>134</sup> Diese Annahme spiegelt das Verhalten der Indizes über lange Beobachtungszeiträume wider (siehe Tab. 5 im Anhang) und soll dazu dienen, eine positive bzw. negative Verzerrung in aufwärtsgerichteten bzw. abwärtsgerichteten Marktphasen zu verhindern.

<sup>131</sup> Vgl. Embrechts u.a. (2005), S. 39, 45.

<sup>132</sup> Vgl. ebenda, S. 40.

<sup>133</sup> Vgl. ebenda, S. 40, 46.

<sup>134</sup> Vgl. Poncet / Portait (2022), S. 1112 f.; J.P. Morgan / Reuters (1996), S. 51.

### 3.3 Backtesting

Die Qualität des finanziellen Risikomanagements ist von der Vorhersagegenauigkeit der Risikomodelle, welche zur Risikomessung verwendet werden, abhängig.<sup>135</sup> Die Risikomessung anhand des VaR bzw. ES mittels der Varianz-Kovarianz-Methode basiert u.a. auf Annahmen bezüglich der Verteilung der Verluste sowie der Schätzung verschiedener Parameter wie z. B. der Varianzen und Kovarianzen.<sup>136</sup> Für die Validierung der Risikomodelle ist es unzureichend, die zugrundeliegenden Annahmen und Parameter mithilfe von statistischen/ökonometrischen Tests individuell zu überprüfen. Es ist notwendig die Güte des Risikomodells als Ganzes zu bewerten.<sup>137</sup> Die am weitesten genutzte Methode, welche ebenfalls von der Regulierung zur Überprüfung interner Modelle gefordert wird, ist das sogenannte Backtesting.<sup>138</sup>

Backtesting beschreibt einen formalen statistischen Rahmen, bei dem überprüft wird, inwiefern die Verluste, welche ex post beobachtet werden können, mit den vom Risikomodell vorhergesagten Verlusten übereinstimmen.<sup>139</sup> Hierbei werden die Vorhersagen des VaR- bzw. ES-Modells mit den jeweils assoziierten Wertveränderungen des Portfolios verglichen.

Die am weitesten verbreitete Methode für das Backtesting des VaR, welche ebenfalls von der Regulierung zur Validierung des VaR gefordert wird, ist der Proportion of Failure-Test (POF-Test).<sup>140</sup> Hierbei werden zunächst die tatsächlichen Verluste mit den vorhergesagten VaR auf Grundlage der Daten des jeweiligen Vortages verglichen. Die Anzahl der Überschreitungen des VaR durch die tatsächlichen Verluste innerhalb des Backtesting-Zeitraums  $T$  wird anhand des Indikators  $I_{VaR}^T(\alpha)$  ermittelt.<sup>141</sup>

$$I_{VaR}^T(\alpha) = \sum_{t=1}^T I_{VaR}^{(t+1)}(\alpha), \quad (36)$$

$$I_{VaR}^{(t+1)}(\alpha) := \mathbb{1}_{\{L(t+1) \geq VaR_\alpha(L(t+1))\}} = \begin{cases} 0 & \text{wenn } L(t+1) < VaR_\alpha(L(t+1)) \\ 1 & \text{wenn } L(t+1) \geq VaR_\alpha(L(t+1)) \end{cases}$$

Darauffolgend kann die relative Häufigkeit tatsächlicher Überschreitungen,  $(1 - \hat{\alpha})$ , mit der erwarteten relativen Häufigkeit,  $(1 - \alpha)$ , verglichen werden. Anhand dessen, lässt sich

<sup>135</sup> Vgl. Hager / Romeike (2020), S. 88f.

<sup>136</sup> Vgl. Poncet / Portait (2022), S. 1130.

<sup>137</sup> Vgl. Best (1998), S. 85.

<sup>138</sup> Vgl. EZB (2024), S. 164 f.; Hull (2018), S. 285 f.; Verordnung (EU) Nr. 575/2013, Artikel 366.

<sup>139</sup> Vgl. Fredriksson / Johansson (2020), S. 9; Jorion (2001), S. 129.

<sup>140</sup> Vgl. EZB (2024), S. 174; Fredriksson / Johansson (2020), S. 10; Roccioletti (2016), S. 49.

<sup>141</sup> Vgl. Costanzino / Curran (2017), S. 2; Roccioletti (2016), S. 46.

beobachten, ob hohe Verluste häufiger oder seltener aufgetreten sind als das Risiko-Modell erwartet.<sup>142</sup> Dennoch muss für die Beurteilung der Genauigkeit des VaR-Modells überprüft werden, ob die Abweichung in der Häufigkeit der vorhergesagten und realisierten Überschreitungen statistisch signifikant ist. Dies kann mittels des POF-Test durchgeführt werden.<sup>143</sup> Die Nullhypothese des POF-Tests lautet:<sup>144</sup>

$$H_0: (1 - \hat{\alpha}) = (1 - \alpha) = \frac{I_{VaR}^T(\alpha)}{T} \quad (37)$$

Die Test-Statistik für die Testentscheidung, die log-likelihood ratio (LR), wird folgendermaßen ermittelt:<sup>145</sup>

$$LR = -2 \log \left[ (\alpha)^{T - I_{VaR}^T(\alpha)} (\alpha)^{I_{VaR}^T(\alpha)} \right] + 2 \log \left[ (\hat{\alpha})^{T - I_{VaR}^T(\hat{\alpha})} (\hat{\alpha})^{I_{VaR}^T(\hat{\alpha})} \right] \quad (38)$$

Unter der Nullhypothese ist LR asymptotisch Chi-Quadrat-verteilt mit einem Freiheitsgrad,  $LR \sim \chi_1^2$ .<sup>146</sup> Die Nullhypothese wird abgelehnt, wenn  $LR > \chi^{-1}(1 - p)$ . Das Signifikanzniveau des Tests, p, kann unabhängig vom Konfidenzniveau des VaR-Modells gewählt werden.<sup>147</sup>

Die Aussagekraft des POF-Tests ist stark von der Länge des Backtesting-Zeitraums abhängig. Insbesondere können VaR-Modelle mit hohen Konfidenzniveaus bei kurzen Backtesting-Zeiträumen schwierig oder gar nicht aufgrund einer systematischen Unterschätzung des Risikos abgelehnt werden (siehe Tab. 8 im Anhang).<sup>148</sup> Daher sollte bei der Durchführung des POF-Tests auf einen ausreichend großen Backtesting-Zeitraum geachtet werden.

Außerdem muss für die Festlegung des Signifikanzniveaus p eine Abwägung zwischen dem Fehler erster Art und zweiter Art getroffen werden. Ein zu hohes Signifikanzniveau kann dazu führen, dass eine größere Anzahl an Modellen abgelehnt wird, welche korrekte Ergebnisse liefern (Fehler erster Art). Während ein zu geringes Signifikanzniveau wiederum dazu führen kann, dass mehr Modelle, welche fehlerhaft sind, nicht abgelehnt werden (Fehler zweiter Art). Im Rahmen dieser Arbeit wird für den POF-Test  $p = 0,05$  festgelegt, da dies eine angemessene Balance zwischen den Fehlern erster und zweiter Art schafft.<sup>149</sup>

<sup>142</sup> Vgl. Fredriksson / Johansson (2020), S. 10.

<sup>143</sup> Vgl. ebenda, S. 10.

<sup>144</sup> Vgl. Kupiec (1995), S. 79.

<sup>145</sup> Vgl. ebenda, S. 79.

<sup>146</sup> Vgl. ebenda, S. 79.

<sup>147</sup> Vgl. Jorion (2001), S. 134.

<sup>148</sup> Vgl. ebenda, S. 135 f.

<sup>149</sup> Vgl. Jorion (2001), S. 135 f.; Kupiec (1995), S. 80.

Das Backtesting für den ES kann auf verschiedene Arten durchgeführt werden.<sup>150</sup> Im Rahmen dieser Arbeit wird ausschließlich der sogenannte Traffic Light Approach nach Costanzino/Curran (2017) näher behandelt. Diese Backtesting-Methode weist eine hohe Stabilität über verschiedene Schätzverfahren hinweg auf und ermöglicht differenzierte Aussagen über die Qualität des Risiko-Modells.<sup>151</sup> Das Backtesting mittels des Traffic Light Approach zur Validierung des ES unterscheidet sich vom Backtesting des VaR mittels des POF-Tests insbesondere dadurch, dass im Rahmen dieses Backtestings nicht nur die Anzahl der Überschreitungen, sondern auch die Höhe der Überschreitungen ausschlaggebend für die Testentscheidung sind.

Im Rahmen des Traffic Light Approach wird analog zum POF-Test für jeden Tag des Beobachtungszeitraums gemessen, ob der VaR überschritten wird. Ergänzend wird die Schwere der jeweiligen Überschreitung mittels  $\theta^{(t+1)}(\alpha)$  gemessen.<sup>152</sup> Das Produkt dieser beiden Komponenten wird anhand des ES-Überschreitungs-Indikators  $I_{ES}^{(t+1)}(\alpha)$  ausgedrückt.<sup>153</sup> Die Summe aller Indikatoren  $I_{ES}^T(\alpha)$  im Backtesting-Zeitraum kann folgendermaßen ermittelt werden:<sup>154</sup>

$$\begin{aligned}
 I_{ES}^T(\alpha) &:= \sum_{t=1}^T \frac{1}{1-\alpha} \int_{\alpha}^1 \mathbb{1}_{\{L(t+1) \geq \text{VaR}_{\alpha}(L(t+1))\}} dl \\
 &= \sum_{t=1}^T \left(1 - \frac{F_L(L_{t+1})}{1-\alpha}\right) \int_{\alpha}^1 \mathbb{1}_{\{L(t+1) \geq (L(t+1))\}} = \sum_{t=1}^T \theta^{(t+1)}(\alpha) I_{VaR}^{(t+1)}(\alpha)
 \end{aligned} \tag{39}$$

Falls der tatsächliche Verlust des Portfolios den VaR leicht übersteigt, so nimmt  $\theta^{(t+1)}(\alpha)$  einen Wert nahe 0 an. Für besonders große Verluste konvergiert  $\theta^{(t+1)}(\alpha)$  gegen 1. Das Ampelsystem ordnet die Vorhersagegenauigkeit des Risiko-Modells in die drei Kategorien „Grün“, „Gelb“ und „Rot“ ein. Die Einordnung des Risiko-Modells findet abhängig vom assoziierten Quantil der Verteilung  $\Psi_{ES}^{\alpha,T}(x)$  für den Wert des Indikators  $I_{ES}^T(\alpha)$  statt.  $\Psi_{ES}^{\alpha,T}(x)$  beschreibt die kumulative Wahrscheinlichkeit des Indikatoren-Wertes für den Backtesting-Zeitraum  $T$  bei Konfidenzniveau  $\alpha$ .<sup>155</sup>

$$\Psi_{ES}^{\alpha,T}(x) := P[I_{ES}^T(\alpha) \leq x] \tag{40}$$

<sup>150</sup> Vgl. Fredriksson / Johansson (2020), S. 11f.

<sup>151</sup> Vgl. Fredriksson / Johansson (2020), S. 48f.; Costanzino / Curran (2017), S. 3ff.

<sup>152</sup> Vgl. Costanzino / Curran (2017), S. 3.

<sup>153</sup> Vgl. ebenda, S. 4.

<sup>154</sup> Vgl. ebenda, S. 4.

<sup>155</sup> Vgl. ebenda, S. 4.

Mittels der Inversen kann das Quantil  $q$  für den Wert  $x$  bestimmt werden.<sup>156</sup>

$$\sup_{x \in \{0, \infty\}} \Psi_{ES}^{\alpha, T}(x) < q \quad (41)$$

Die Grenzwerte für die Unterscheidung der Zonen „Grün“, „Gelb“ und „Rot“ werden anhand der Quantile der Funktion  $\Psi_{ES}^{\alpha, T}(x)$  ermittelt. Im Rahmen dieser Arbeit wird in Orientierung an Costanzino/Curran (2017) das Signifikanzniveau der Grenzen zwischen „Grün“ und „Gelb“ bzw. „Gelb“ und „Rot“ mit  $p_{grge} = 0,05$  bzw.  $p_{gero} = 0,0001$  definiert. Daraus folgt:<sup>157</sup>

$$Grenze_{GrGe} := \sup_{x \in \{0, \infty\}} \Psi_{ES}^{\alpha, T}(x) < 0,95 \quad (42a)$$

$$Grenze_{GeRo} := \sup_{x \in \{0, \infty\}} \Psi_{ES}^{\alpha, T}(x) < 0,9999 \quad (42b)$$

Die Grenzen können unter der folgenden Nullhypothese berechnet werden durch:<sup>158</sup>

$$H_0: \{I_{ES}^{(t+1)}\}_{t=1}^T \text{ iid } \forall i \neq j \text{ und } P[L_{t+1} \leq VaR_{\alpha}(L)] = \alpha \quad (43)$$

Unter der Nullhypothese kann angenommen werden, dass  $I_{ES}^T(\alpha)$  für große Backtesting-Zeiträume normalverteilt ist mit:<sup>159</sup>

$$\lim_{T \rightarrow \infty} I_{ES}^T(\alpha) \sim N(\mu_{ES}, \sigma_{ES}^2) \quad (44a)$$

$$\mu_{ES} = \frac{1}{2}(1 - \alpha)T \quad (44b)$$

$$\sigma_{ES}^2 = (1 - \alpha) \left( \frac{4 - 3(1 - \alpha)}{12} \right) T \quad (44c)$$

Im Rahmen dieser Arbeit wird das Backtesting der VaR-Modelle mittels des POF-Tests und der ES-Modelle mittels des Traffic Light Approach täglich mit einem rollierenden Backtesting-Fenster von 500 Tagen durchgeführt. Im Gegensatz zu den von der Regulierung geforderten und ebenfalls in der Literatur häufig vertretenen 250 Tagen ermöglicht ein längerer Backtesting-Zeitraum eine Ablehnung des VaR-Modells mit einem Konfidenzniveau von 0,99 sowohl

<sup>156</sup> Vgl. Costanzino / Curran (2017), S. 4.

<sup>157</sup> Vgl. ebenda, S. 4.

<sup>158</sup> Vgl. ebenda, S. 4.

<sup>159</sup> Vgl. ebenda, S. 4f.

bei Unter- als auch Überschätzung des Risikos.<sup>160</sup> Dennoch ermöglicht dieser Zeitraum eine Vergleichbarkeit der Risikomodelle in verschiedenen Marktphasen. Somit ergeben sich je Modell 4600 Testentscheidungen für das Backtesting. Ergänzend wird außerdem das Backtesting für alle Modelle über den gesamten Beobachtungszeitraum durchgeführt. Daher ergeben sich die folgenden Grenzwerte für den POF-Test und den Traffic Light Approach:

Tabelle 2: POF-Test, Grenzwerte abhängig vom Backtesting-Zeitraum und Konfidenzniveau

| Backtesting-Zeitfenster         | 500 Tage                      |                              | 5099 Tage                       |                               |
|---------------------------------|-------------------------------|------------------------------|---------------------------------|-------------------------------|
| $\alpha$ des VaR-Modells        | 0,95                          | 0,99                         | 0,95                            | 0,99                          |
| Region der Nicht-Ab-<br>lehnung | $16 < I_{VaR}^T(\alpha) < 36$ | $1 < I_{VaR}^T(\alpha) < 10$ | $225 < I_{VaR}^T(\alpha) < 287$ | $37 < I_{VaR}^T(\alpha) < 66$ |

Quelle: Eigene Darstellung.

Tabelle 3: „Traffic Light Approach“, Grenzwerte abhängig vom Backtesting-Zeitraum und Konfidenzniveau

| Backtesting-Zeitfenster | 500 Tage                             |                                    | 5099 Tage                              |                                      |
|-------------------------|--------------------------------------|------------------------------------|----------------------------------------|--------------------------------------|
| $\alpha$ des ES-Modells | 0,95                                 | 0,99                               | 0,95                                   | 0,99                                 |
| Grüner Bereich          | $I_{ES}^T(\alpha) < 17,158$          | $I_{ES}^T(\alpha) < 4,616$         | $I_{ES}^T(\alpha) < 142,351$           | $I_{ES}^T(\alpha) < 32,251$          |
| Gelber Bereich          | $17,158 < I_{ES}^T(\alpha) < 23,033$ | $4,616 < I_{ES}^T(\alpha) < 7,283$ | $142,351 < I_{ES}^T(\alpha) < 161,110$ | $32,251 < I_{ES}^T(\alpha) < 40,770$ |
| Roter Bereich           | $I_{ES}^T(\alpha) > 23,033$          | $I_{ES}^T(\alpha) > 7,283$         | $I_{ES}^T(\alpha) > 161,110$           | $I_{ES}^T(\alpha) > 40,770$          |

Quelle: Eigene Darstellung.

<sup>160</sup> Vgl. Kupiec (1995), S. 80.

## 4 Empirische Ergebnisse

In diesem Kapitel werden zunächst die Ergebnisse der Untersuchung der verschiedenen VaR- und ES-Modelle ausgewertet und miteinander verglichen. Anschließend werden die Ergebnisse der Backtests dargestellt, um die Validität der verschiedenen Modelle zu bewerten. Zum Schluss folgen die Interpretation dieser Ergebnisse und die Implikationen für das finanzielle Risikomanagement.

Über den betrachteten Zeitverlauf vom 04.01.1999 bis zum 30.04.2024 lassen sich verschiedene Krisen und Stresssituationen beobachten, die adverse Auswirkungen auf den Wert der im Portfolio enthaltenen Vermögensgegenstände haben. Im Rahmen dieser Arbeit werden die folgenden Zeiträume als Stresssituationen klassifiziert: Ende der Dot-Com-Blase (01.07.2000-30.06.2003), globale Finanzkrise (01.07.2007-30.06.2009), Europäische Staatsschuldenkrise (01.04.2011-31.12.2011), China-Crash und Griechenland-Krise (01.01.2015-30.03.2016), Corona-Pandemie (01.01.2020-30.09.2020), Ukraine-Krieg und Zinswende (01.01.2022-30.12.2022) (siehe Abb. 18-23 im Anhang). In Abbildung 8 ist der Gegenwart des Portfolios über den Zeitverlauf dargestellt sowie die oben aufgezählten Stresssituationen gekennzeichnet. Es ist erneut zu bemerken, dass bei der Berechnung des dargestellten Gegenwart des Portfolios die Annahme der konstanten Gewichtung der Einzelwerte über den gesamten Zeitraum getroffen wird und Dividendenzahlungen vernachlässigt werden, da es sich bei den Einzelwerten des Portfolios mit Ausnahme des DAX40 um Kursindizes handelt.

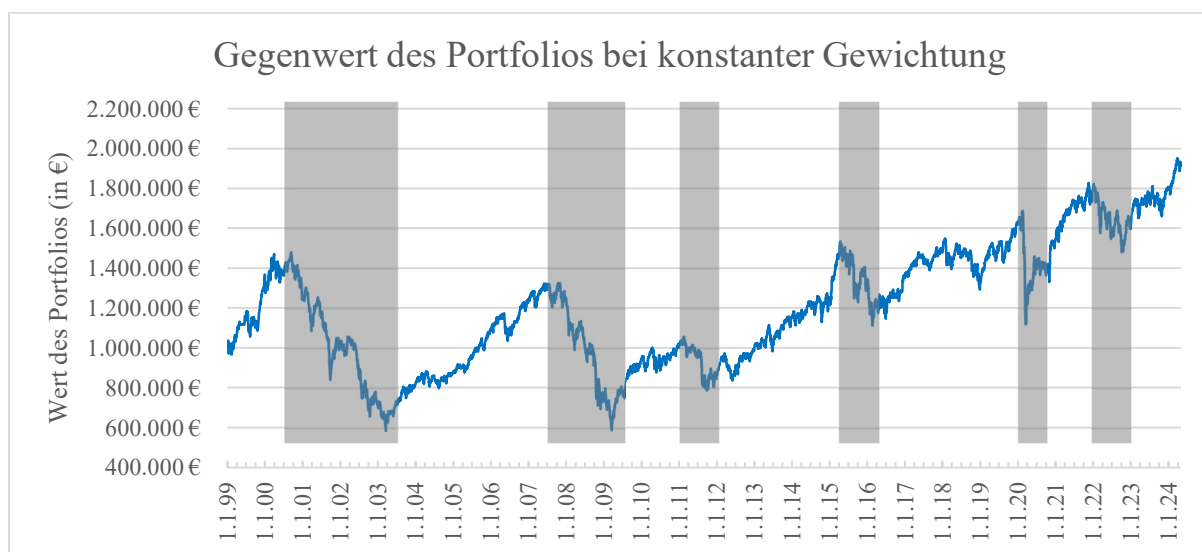


Abbildung 8: Gegenwart des Portfolios im Zeitverlauf, 04.01.1999 – 30.04.2024

Quelle: Eigene Darstellung.

## 4.1 Ergebnisse der Varianz-Kovarianz-Methode

Die Werte des VaR und ES sind nicht konstant, sondern variieren über die Zeit. Daraus lässt sich schließen, dass das Risiko des Portfolios im Zeitverlauf nicht konstant ist. Alle Modelle weisen eine rechtsschiefe Verteilung der Risiko-Werte auf (siehe Tab. 9-12 und Abb. 24, 25 im Anhang). Unter anderem lässt sich beobachten, dass das arithmetische Mittel der Risiko-Werte für alle Modelle eindeutig oberhalb des Medians liegt (siehe Tab. 9-12 im Anhang). Dies deutet daraufhin, dass für einen großen Anteil der Beobachtungen ein relativ geringes Risiko gegeben ist, während ein kleiner Anteil der Beobachtungen ein sehr hohes Risiko aufweist. Dies stimmt mit den stilisierten Fakten von Finanzmarkttrenditen überein.

Die Wahl der Verteilungsannahme bezüglich der Renditen hat einen eindeutigen Einfluss auf die Höhe der Risikoeinschätzung. Modelle, für die eine Studentsche-t-Verteilung mit 10 Freiheitsgraden angenommen wird, schätzen c.p. das Risiko des Portfolios im Durchschnitt höher ein als Modelle, welche eine Normalverteilung zugrundelegen (siehe Tab. 9-12 im Anhang). Ausschlaggebend hierfür sind die Werte des 0,95- bzw. 0,99-Quantils der Standard-Normalverteilung und der standardisierten t-Verteilung mit 10 Freiheitsgraden (siehe Tab. 13 im Anhang). Die Werte der beiden  $\alpha$ -Quantile sind höher für die t-Verteilung, woraus sich ein höherer VaR für diese Modelle ergibt. Neben dem höheren Wert des  $\alpha$ -Quantils ist das Verhältnis zwischen ES und VaR aufgrund der Leptokurtosis der Verteilung ebenfalls größer für die t-Verteilung. Dies trägt zu einer zusätzlichen Erhöhung der Risikoeinschätzung mittels des ES bei (siehe Tab. 13 im Anhang).

Neben der Wahl der Verteilungsannahme lässt sich außerdem ein Zusammenhang zwischen der Methode zur Ermittlung der Varianz-Kovarianz-Matrix und der durchschnittlichen Höhe des VaR und ES beobachten. Je stärker das Modell die Vergangenheitswerte exponentiell gewichtet, desto niedriger ist der durchschnittliche Wert des VaR und ES unter sonst gleichen Bedingungen. Identisches gilt für den Median. Dies lässt sich u.a. darauf zurückführen, dass die ruhigen Marktphasen einen größeren Zeitraum einnehmen als volatile Marktphasen. Während gleich gewichtete Varianzen und Kovarianzen träge auf die Beruhigung der Märkte reagieren, berücksichtigen exponentiell gewichtete Varianzen und Kovarianzen die Normalisierung der Märkte schneller und passen dementsprechend ihre Einschätzung an. Daher lassen sich trotz der stärkeren Ausschläge in Stresssituationen niedrigere Durchschnittswerte für diese Modelle beobachten (siehe Tab. 9-12 im Anhang).

Die Wahl der Methode zur Ermittlung der Varianz-Kovarianz-Matrix hat einen starken Einfluss auf die Schwankungsintensität der Indizes. Generell lässt sich feststellen, dass c.p. die Schwankungsintensität für Modelle mit exponentieller Gewichtung mit dem Zerfallsfaktor  $\lambda = 0,94$  am höchsten; bei exponentieller Gewichtung mit  $\lambda = 0,97$  am zweithöchsten und bei gleicher Gewichtung am niedrigsten sind. Identisches lässt sich für die Schwankungsbreite, die Differenz zwischen dem jeweiligen maximalen und minimalen Werten des VaR bzw. ES beobachten. Unter Verwendung der exponentiellen Gewichtung unterscheidet sich die Risikoeinschätzung zwischen Phasen mit niedriger und hoher Volatilität sehr stark. Die besonders große Berücksichtigung der kurzfristig beobachtbaren Marktsituation ist hierfür ausschlaggebend. Modelle mit einem geringeren Zerfallsfaktor reagieren intensiver auf Veränderungen der Volatilitäten und Korrelationen der Aktienindizes (siehe Tab. 9-12 im Anhang).

Die Unterschiede in der Schwankungsintensität und -breite sind in Abbildung 9 beispielhaft anhand des Zeitraums 01.01.2001 bis 31.12.2003 für die Modelle VaR-0.95\_N, VaR-0.95\_N\_EWMA\_0.97 und VaR-0.95\_N\_EWMA\_0.94 dargestellt.

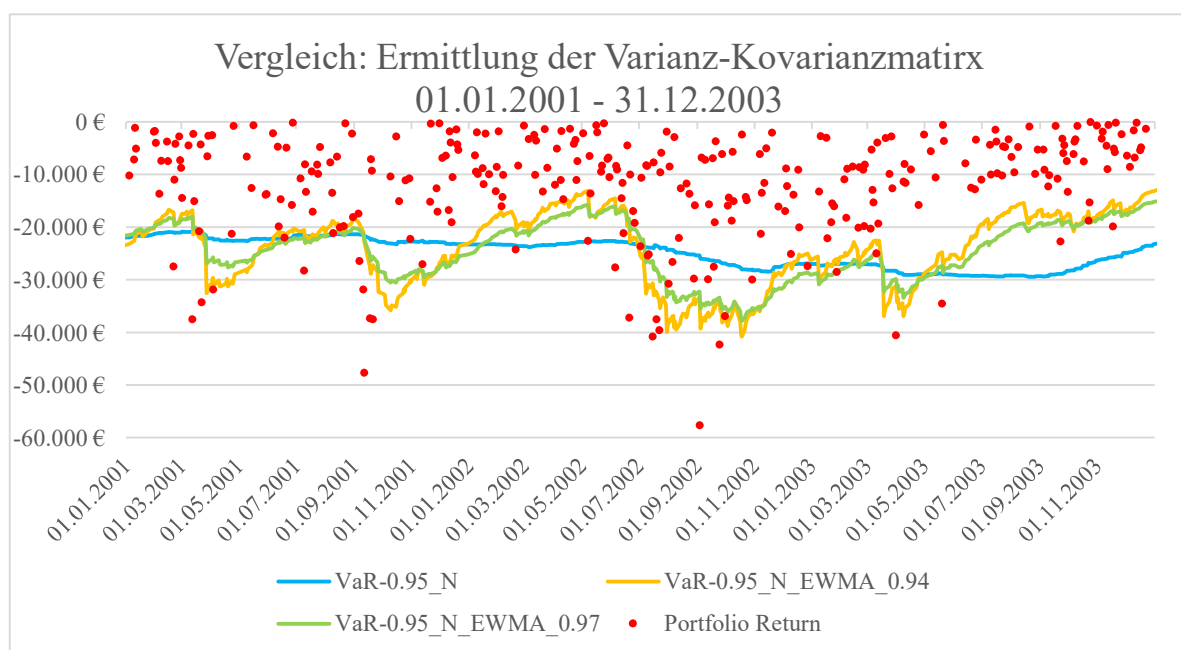


Abbildung 9: Vergleich verschiedener Methoden zur Schätzung der Varianz-Kovarianzmatrix, 01.01.2001 – 31.12.2003

Quelle: Eigene Darstellung.

Die Varianz-Kovarianz-Methode und die Historische Simulation schätzen die durchschnittliche Höhe des VaR bzw. ES und die Schwankungsintensität über den Gesamtzeitraum in ähnlicher Größenordnung ein. Dennoch lässt sich beobachten, dass die Historische Simulation das durchschnittliche Risiko für den VaR und ES mit Konfidenzniveau  $\alpha = 0,99$  jeweils am höchsten und für den ES mit Konfidenzniveau  $\alpha = 0,95$  am zweithöchsten einschätzt. Währenddessen liegt der VaR-0.95\_HS nur im Mittelfeld im Vergleich zu den Berechnungen mittels der Varianz-Kovarianz-Methode. Hierfür können zwei mögliche Erklärungen herangezogen werden:

Zum einen kann es der Fall sein, dass die untersuchten Modelle der Varianz-Kovarianz-Methode das Risiko insbesondere an den Rändern der Verteilungsfunktionen niedriger einschätzen als dies historisch zu beobachten ist. Im Gegensatz zur Varianz-Kovarianz-Methode berücksichtigt die Historische Simulation extreme Preisbewegungen, sobald sie eine gewisse Schwelle überschreiten, direkt im VaR bzw. ES. Daher ist diese Methode nicht abhängig von der Annahme einer parametrischen Verteilung, sondern basiert direkt auf den beobachtbaren historischen Ereignissen. Inwiefern diese Beschaffenheit der Historischen Simulation einen Vorteil gegenüber der Varianz-Kovarianz-Methode in der Berücksichtigung der Fat-Tails darstellt, wird im späteren Verlauf der Arbeit mittels des Backtestings näher beleuchtet.

Zum anderen reagiert die Historische Simulation träge auf Veränderungen der Märkte. Extreme Verluste bleiben für einen Zeitraum von 250 Tagen im Gedächtnis. Angenommen es lassen sich während einer Stresssituation mehrere sehr große Verluste innerhalb eines kurzen Zeitraums beobachten, so kann dies dazu führen, dass der VaR und ES für die folgenden ca. 250 Tage weiterhin ein sehr großes Risiko für das Portfolio ausweisen, obwohl dies nicht mehr zwingend in dieser Größenordnung gegeben ist. Dies verdeutlicht eine Schwäche der Historischen Simulation bzw. eine Stärke der Varianz-Kovarianz-Methode – insbesondere unter Verwendung exponentieller Gewichtung für die Berechnung der Varianz-Kovarianzmatrix. Diese Beobachtung wird in Abbildung 10 anhand der globalen Finanzkrise für den Zeitraum 01.07.2007. bis 30.06.2010 verdeutlicht.

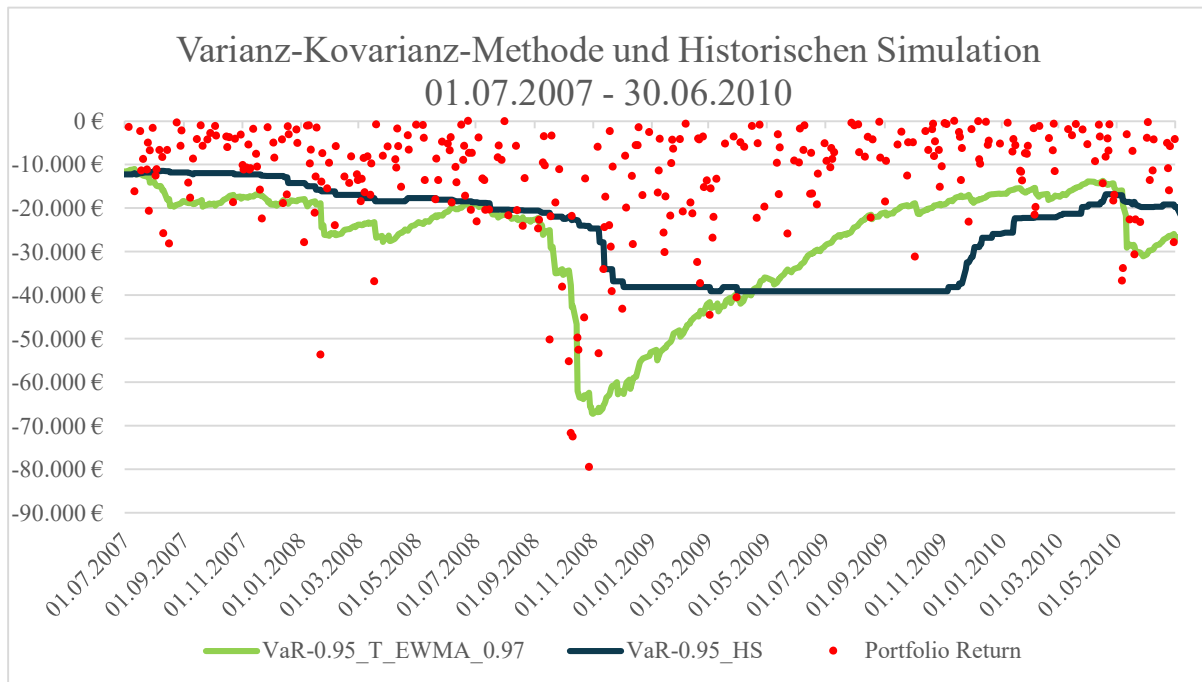


Abbildung 10: Vergleich der Varianz-Kovarianz-Methode und Historischen Simulation anhand des VaR-0.95\_T\_EWMA\_0.97 und VaR-0.95\_HS, 01.07.2007 – 30.06.2010.

Quelle: Eigene Darstellung.

Sowohl der VaR-0.95\_T\_EWMA\_0.97 als auch der VaR-0.95\_HS reagieren im Zeitraum September bis Dezember 2008 auf die großen Verluste bzw. die erhöhte Volatilität, welche sich an den Aktien- und Devisenmärkten beobachten lässt. Der VaR-0.95\_T\_EWMA\_0.97 steigt während dieses Zeitraums von 22 531€ auf ein lokales Maximum von 67 230€. Der VaR-0.95\_HS steigt ebenfalls von einem Niveau von etwa 20 504€ auf 38 085€ an. Es lässt sich jedoch eine Zeitversetzung im Anstieg der beiden Risikoindikatoren beobachten. Während der VaR-0.95\_T\_EWMA\_0.97 bereits am 31. Oktober 2008 seinen lokalen Höhepunkt erreicht, liegt der VaR-0.95\_HS zu diesem Zeitpunkt nur leicht über seinem Vorkrisenniveau mit etwa 24 689€. Ungefähr einen Monat später, am 02.12.2008, erreicht der VaR-0.95\_HS sein vorübergehendes Maximum von 38 085€. In den folgenden Monaten reduziert sich die Höhe des VaR-0.95\_T\_EWMA\_0.97 infolge der Abnahme der Volatilität kontinuierlich auf das Vorkrisenniveau von unter 20 000€; während der VaR-0.95\_HS bis Ende 2009 auf einem fast unveränderten Niveau von ungefähr 39 000€ verbleibt und sich erst reduziert, nachdem die Verluste der globalen Finanzkrise aus dem Beobachtungsfenster fallen.

Für den VaR-0.95\_T\_EWMA\_0.97 lassen sich in den Jahren 2008 und 2009 jeweils für 7,83% und 2,26% der Beobachtungstage Überschreitungen des VaR durch die beobachtbaren historischen Verluste feststellen; während der VaR-0.95\_HS für dieselben Zeiträume an 14,29% und 0,90% der Beobachtungstage Überschreitungen ausweist (siehe Tab. 14 im Anhang). Die Häufigkeiten der Überschreitungen liegen für den VaR-0.95\_T\_EWMA\_0.97 somit sowohl während der volatilen Marktphase der globalen Finanzkrise als auch nachdem sich diese beruhigt hat, näher an der erwarteten Häufigkeit von 5%.

Vergleichbare Muster lassen sich neben der globalen Finanzkrise ebenfalls für weitere Stresssituationen beobachten (siehe Tab. 20-27 im Anhang). Im Folgenden wird das Verhalten der verschiedenen Risikomodelle während Stresssituationen sowie im darauffolgenden 12-Monats-Zeitraum näher betrachtet. Für die Beurteilung der verschiedenen Modelle während und nach Stresssituationen werden die in (36) und (39) beschriebenen Indikatoren bzw. aufgrund der unterschiedlichen Länge der Perioden diese Indikatoren im Verhältnis zur Anzahl der Beobachtungstage in der jeweiligen Periode betrachtet (siehe Tab. 20-27 im Anhang). In Abhängigkeit vom Konfidenzniveau werden für den VaR an 5% bzw. 1% der Beobachtungstage Überschreitungen erwartet und für den ES ein relativer Anteil des Indikators  $I_{ES}^T(\alpha)$  von 2,5% bzw. 0,5%.

Generell lässt sich anhand der ausgewählten Stresssituationen für alle Modelle festhalten, dass Überschreitungen des VaR während Stresssituationen häufiger und intensiver auftreten als in den darauffolgenden Zeiträumen. Es lassen sich wenige Ausnahmen beobachten, welche hiervon abweichen. Diese Beobachtung deutet daraufhin, dass alle der untersuchten Modelle einen gewissen Timelag in der Anpassung an veränderte Marktgegebenheiten aufweisen. Dennoch lassen sich zwischen den verschiedenen Modellen Unterschiede in der Häufigkeit bzw. Intensität der Überschreitungen beobachten (siehe Tab. 20-27 im Anhang).

Sowohl für den VaR als auch ES weisen die Modelle, welche eine gleiche Gewichtung der Vergangenheitsdaten für die Berechnung der Varianzen und Kovarianzen verwenden, c.p. größere Unterschiede in der Häufigkeit der Überschreitungen zwischen Stresssituationen und den darauffolgenden Perioden auf. Dies lässt sich insbesondere auf die Trägheit der Varianz-Kovarianz-Matrix zurückführen. Wenn für die Ermittlung der Varianz-Kovarianz-Matrix auf die exponentielle Gewichtung zurückgegriffen wird, lässt sich feststellen, dass die Unterschiede zwischen der Häufigkeit der Überschreitungen in Stresssituationen und Nicht-Stresssituationen umso geringer sind, je niedriger der Zerfallsfaktor gewählt wird.

Obwohl der Unterschied zwischen den verschiedenen Marktphasen für die Modelle mit exponentieller Gewichtung geringer ausfällt, lässt sich dennoch in Stresssituationen eine Tendenz der Unterschätzung des Risikos erkennen. Diese ist insbesondere für Modelle, die die Normalverteilung annehmen, verzeichnen. Außerdem kann festgestellt werden, dass diese Tendenz umso stärker ausgeprägt ist, desto höher das Konfidenzniveau  $\alpha$  gewählt wird. Mittels des Backtestings wird überprüft, ob diese Unterschätzung des Risikos systematisch ist.

Das Backtesting für den VaR wird mittels des POF-Tests sowohl mit einem rollierenden Fenster als auch für den gesamten Beobachtungszeitraum durchgeführt. Hierbei lassen sich eindeutige Unterschiede in der Vorhersagegenauigkeit der verschiedenen Modelle erkennen. Für das Konfidenzniveau  $\alpha = 0,95$  erzielt das Modell VaR-0.95\_T\_EWMA\_0.94 die besten Backtesting-Ergebnisse. Dieses Modell wird für über 99% der Backtesting-Fenster nicht abgelehnt. Darauf folgen die weiteren Modelle, welche die exponentielle Gewichtung zugrundelegen mit Nicht-Ablehnung des Modells in 92,22% bis 91,02% der Fälle. Die übrigen Modelle, welche entweder eine gleiche Gewichtung für die Berechnung der Varianz-Kovarianz-Matrix bzw. die Historische Simulation herangezogen haben, wurden nur für 74,22% bis 69,30% der Backtesting-Zeiträume nicht abgelehnt. Die Annahme der Verteilungsfunktion hat keinen eindeutigen Einfluss auf das Ergebnis des Backtestings für den VaR mit Konfidenzniveau  $\alpha = 0,95$  (siehe Tab. 28 im Anhang).

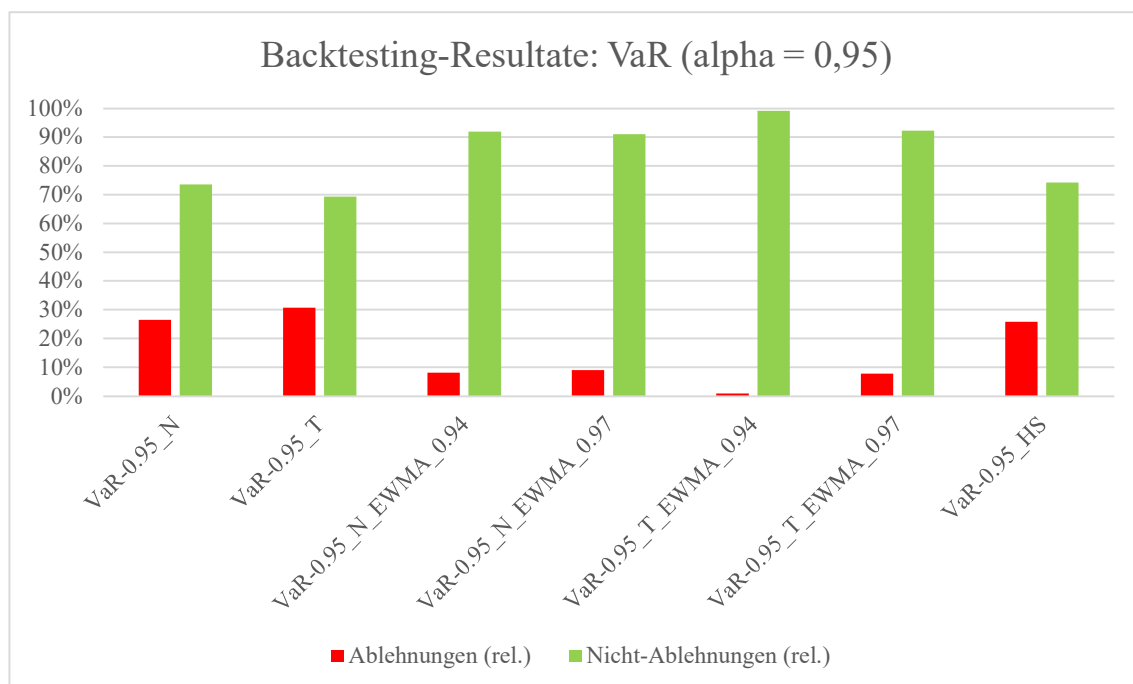


Abbildung 11: Relative Häufigkeiten der Ablehnung und Nicht-Ablehnung der untersuchten VaR-Modelle mit Konfidenzniveau  $\alpha = 0,95$

Für das höhere Konfidenzniveau von  $\alpha = 0,99$  wird ebenfalls das Modell, welches eine t-Verteilung der Verluste unterstellt und eine exponentielle Gewichtung mit  $\lambda = 0,94$  vornimmt, am seltensten abgelehnt. Eine Ablehnung des Modells findet ausschließlich in 1,70% der Fälle statt. Im Vergleich zum Konfidenzniveau von  $\alpha = 0,95$  lässt sich jedoch für die übrigen Modelle eine teilweise starke Verschlechterung der Vorhersagegenauigkeit beobachten. Außerdem werden die Unterschiede zwischen den Verteilungsannahmen eindeutig erkennbar. Während das Modell VaR-0.99\_T\_EWMA\_0.97 in 85,70% der Fälle nicht abgelehnt wird, liegen die Modelle VaR-0.99\_N\_EWMA\_0.94 und VaR-0.99\_N\_EWMA\_0.97 deutlich niedriger mit Nicht-Ablehnung in jeweils 27,96% und 41,15% der Fälle. VaR-0.99\_T und VaR-0.99\_HS werden ebenfalls häufiger abgelehnt als für das niedrigere Konfidenzniveau, jedoch ist diese Verschlechterung schwächer als für die Modelle, die eine Normalverteilung folgen (siehe Tab. 29 im Anhang).

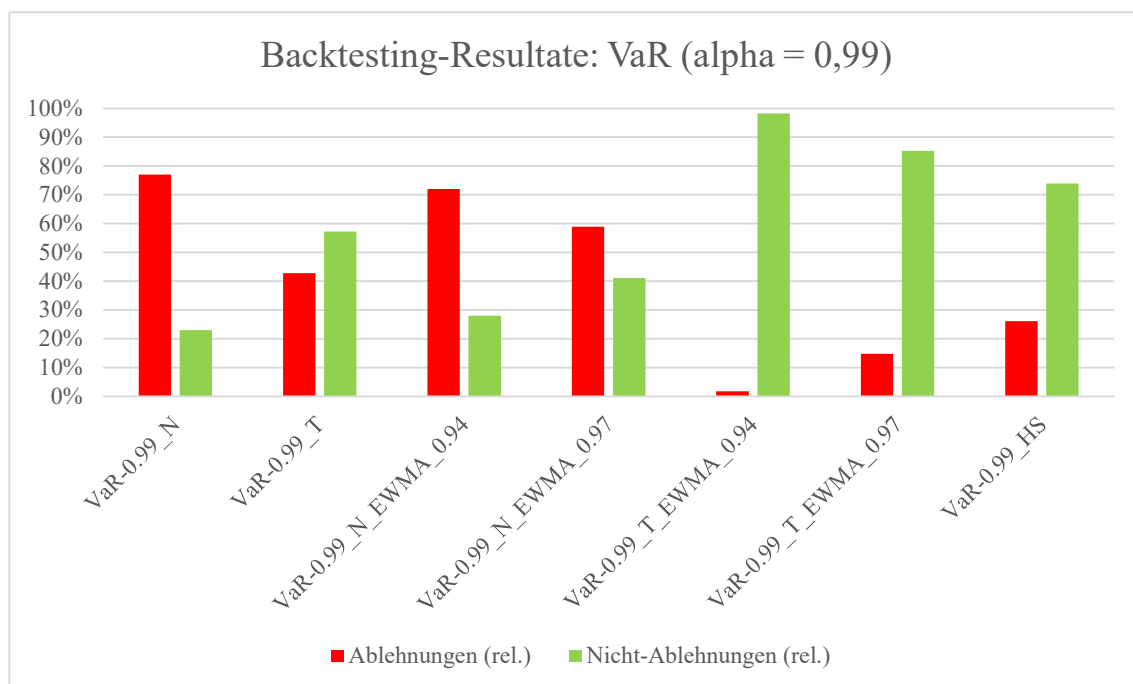


Abbildung 12: Relative Häufigkeiten der Ablehnung und Nicht-Ablehnung der untersuchten VaR-Modelle mit Konfidenzniveau  $\alpha = 0,99$

Quelle: Eigene Darstellung.

Bei der Durchführung des Backtestings über den Gesamtzeitraum lassen sich für den VaR ähnliche Muster wie zuvor erkennen. Während die Modelle, die eine Normalverteilung annehmen, das Risiko für das Konfidenzniveau  $\alpha = 0,95$  adäquat einschätzen oder leicht unterschätzen, lässt sich für das Konfidenzniveau  $\alpha = 0,99$  eine stark erhöhte Anzahl der Überschreitungen beobachten (siehe Tab. 32, 33 und Abb. 30, 31 im Anhang). Ausschließlich das Modell

VaR-0.99\_T\_EWMA\_0.94 wird für  $\alpha = 0,99$  nicht abgelehnt. Das sonst identische Modell mit Zerfallsfaktor  $\lambda = 0,97$  wird nur knapp abgelehnt.

Das Backtesting des ES differenziert bei der Einordnung der Modelle zwischen den Bereichen „Grün“, „Gelb“ und „Rot“. Es lässt sich sowohl für das Konfidenzniveau  $\alpha = 0,95$  als auch  $\alpha = 0,99$  beobachten, dass die Modelle, die eine t-Verteilung zugrundelegen oder die Historische Simulation verwenden, das Risiko innerhalb der Ränder am adäquatesten einschätzen. Erneut stechen insbesondere die Modelle ES-0.95\_T\_EWMA\_0.94 und ES-0.95\_T\_EWMA\_0.97 positiv hervor. Diese werden für 96,20% bzw. 98,89% der Backtesting-Zeiträume in die Kategorie „Grün“ und für keinen der Backtesting-Zeiträume in die Kategorie „Rot“ eingeordnet. Das Modell ES-0.95\_N wird mit 18,61% der Fälle am häufigsten in den Bereich „Rot“ zugeordnet. Obwohl die Modelle ES-0.95\_N\_EWMA\_0.94 und ES-0.95\_N\_EWMA\_0.97 nur zu einem relativ geringen Anteil von jeweils 5,72% und 1,35% in die Kategorie „Rot“ klassifiziert werden, lässt sich dennoch von einer systematischen Unterschätzung der Randrisiken ausgehen, da diese zum überwiegenden Teil in die Kategorie „Gelb“ eingeordnet werden (siehe Tab. 30 im Anhang).

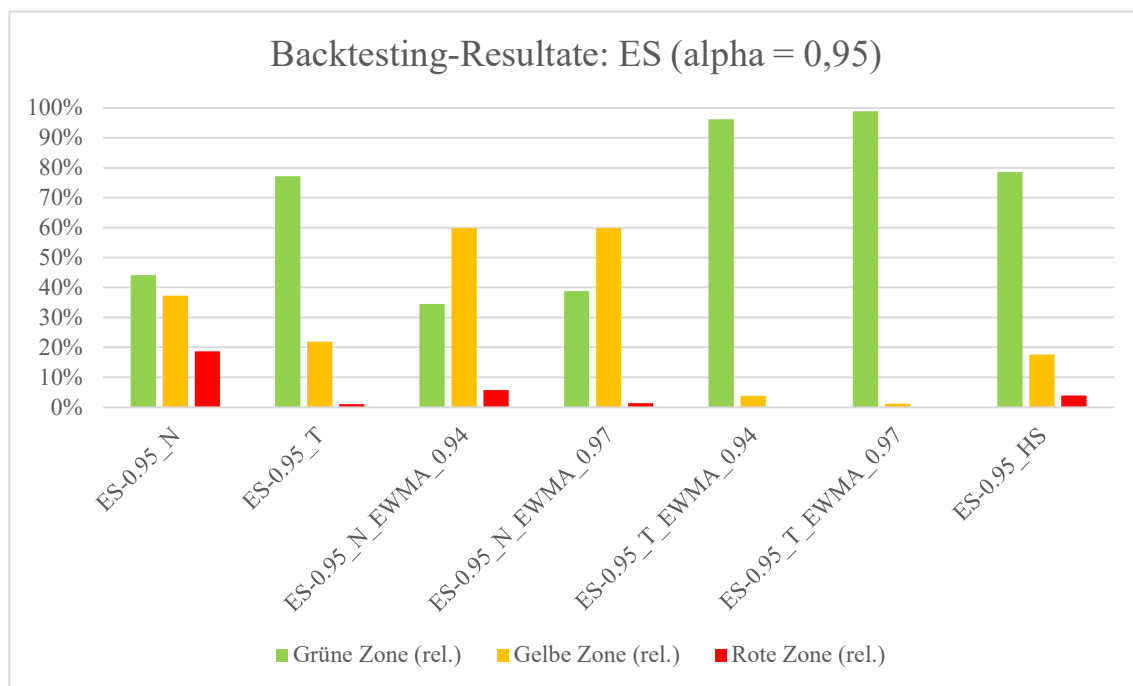


Abbildung 13: Relative Häufigkeiten der Einordnung in die verschiedenen Zonen der untersuchten ES-Modelle mit Konfidenzniveau  $\alpha = 0,95$

Quelle: Eigene Darstellung.

Ähnlich wie beim VaR schneiden alle ES-Modelle für das höhere Konfidenzniveau schlechter ab. Analog zum VaR verschlechtern sich die Modelle, welche eine Normalverteilung annehmen, besonders stark. Mit über 50% der Fälle im Bereich „Rot“ geben diese Modelle überwiegend fehlerhafte Einschätzungen über das Risiko des Portfolios. Die Risiko-Modelle ES-0.99\_T\_EWMA\_0.94 und ES-0.99\_T\_EWMA\_0.97 liefern weiterhin die besten Backtesting-Resultate mit jeweils über 75% im „Grünen“ Bereich und unter 5% im „Roten“ Bereich (siehe Tab. 31 im Anhang).

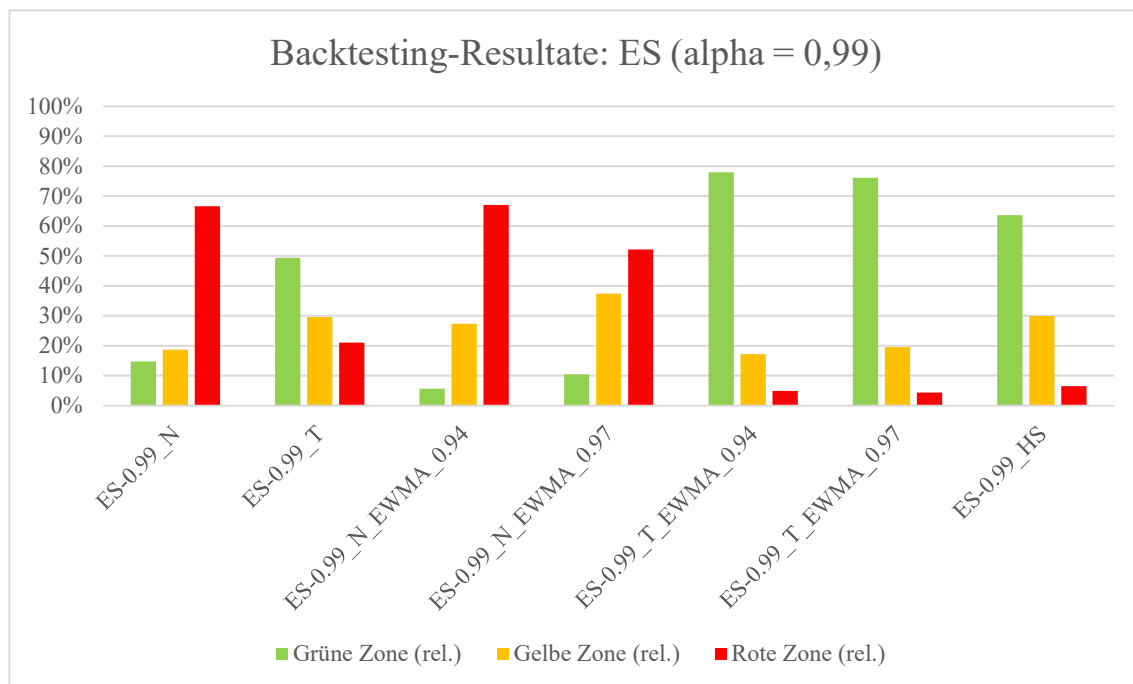


Abbildung 14: Relative Häufigkeiten der Einordnung in die verschiedenen Zonen der untersuchten ES-Modelle mit Konfidenzniveau  $\alpha = 0,99$

Quelle: Eigene Darstellung.

Für das ES-Backtesting über den Gesamtzeitraum auf dem Konfidenzniveau  $\alpha = 0,95$  werden alle Normalverteilungs-Modelle in den „Roten“ Bereich eingeordnet, während die restlichen Modelle „Grün“ sind. Für das höhere Konfidenzniveau von  $\alpha = 0,99$  werden ausschließlich die Modelle ES-0.99\_T\_EWMA\_0.94, ES-0.99\_T\_EWMA\_0.97 und ES-0.99\_HS der „Gelben-Zone“ und alle restlichen Modelle der „Roten-Zone“ zugeordnet. Die Historische Simulation liefert insbesondere im Backtesting für den ES gute Ergebnisse, welche vergleichbar sind zu den vorhersagegenauesten Modellen der Varianz-Kovarianz-Methode (siehe Tab. 34, 35 und Abb. 32, 33 im Anhang).

## 4.2 Implikationen für das Risikomanagement

Aus den empirischen Ergebnissen der Risiko-Modelle lassen sich die folgenden Schlussfolgerungen für das finanzielle Risikomanagement in Stresssituationen auf Basis des Value-at-Risk-Ansatzes ableiten.

Die Vorhersagegenauigkeit der Risiko-Modelle ist von den Parametern des Modells abhängig. Generell lässt sich beobachten, dass die VaR- und ES-Modelle für geringere Konfidenzniveaus bessere Ergebnisse im Backtesting erzielen. Außerdem werden unter Verwendung der Varianz-Kovarianz-Methode unter sonst gleichen Bedingungen und Annahmen die ES-Modelle häufiger abgelehnt als die VaR-Modelle. Die Backtestingergebnisse der Historische Simulation unterscheiden sich nur geringfügig zwischen dem VaR und ES. Hieraus lässt sich schlussfolgern, dass die Risikoeinschätzungen aller untersuchten Modelle der Varianz-Kovarianz-Methode umso unzuverlässiger sind, desto weiter sich die Verluste an den Rändern der Verteilungsfunktion befinden.

Neben der Wahl des Risikoindikators sowie deren Parameter haben insbesondere die zu Grunde liegenden Annahmen über die Verteilung der zukünftigen Verluste einen großen Einfluss auf die Vorhersagegenauigkeit des Modells. Risikoindikatoren, welche eine Normalverteilung annehmen, unterschätzen die zukünftigen Verluste umso stärker, je weiter sich diese an den Rändern der Verteilungsfunktion befinden. Dies ist insbesondere auf das leptokurtische Verhalten der logarithmierten Renditen der Aktien- und Devisenkurse zurückzuführen. Die Annahme der Studentschen-t-Verteilung mit 10 Freiheitsgraden berücksichtigt die schweren Verteilungsenden der Finanzzeitreihen besser als die Normalverteilung. Daher ist es zu empfehlen von der weit verbreiteten Normalverteilungsannahme Abstand zu nehmen.

Neben der Verteilungsfunktion ist ebenfalls die Methode zur Berechnung der Varianz-Kovarianz-Matrix von großer Bedeutung für die Qualität der Risikoeinschätzung. Die Ermittlung der Varianz-Kovarianz-Matrix unter gleicher Gewichtung der historischen Daten führt zu einer geringeren Schwankungsintensität und -breite der Risikoeinschätzung. Jedoch sind diese Risikomodelle träge, weshalb eine Anpassung an die veränderten Marktgegebenheiten nur langsam vorgenommen wird. Die veränderte Risikosituation wird mit erheblicher Zeitverzögerung berücksichtigt. Dieses Charakteristikum der Risikomodelle führt insbesondere während und nach Stresssituationen zu stark abweichenden Ergebnissen. Alle Risikoindikatoren weisen bei der Berücksichtigung des Anstiegs und des Abfalls des Risikos einen Timelag auf. Das Risiko des Portfolios wird zu Beginn der Stresssituationen unterschätzt und in den darauffolgenden

Perioden überschätzt. Dieser Timelag ist jedoch umso kleiner, desto stärker die Vergangenheitsdaten exponentiell gewichtet werden.

Die Modelle, welche eine t-Verteilung mit 10 Freiheitsgraden annehmen und eine exponentielle Gewichtung der historischen Werte vornehmen, liefern die besten Ergebnisse gerade während und nach Stresssituationen für den VaR und ES mit den Konfidenzniveaus  $\alpha = 0,95$  und  $\alpha = 0,99$ . Darüber hinaus weisen diese Modelle über den gesamten Beobachtungszeitraum den geringsten Anteil an Ablehnungen im Backtesting auf. Der Zerfallsfaktor von  $\lambda = 0,94$  schneidet für den VaR besser ab als das vergleichbare Modell mit Zerfallsfaktor  $\lambda = 0,97$ . Für den Expected Shortfall sind die Unterschiede zwischen diesen Modellen geringfügig.

Obwohl diese beiden Modelle das Risiko des untersuchten Portfolios in normalen Marktphasen und Stresssituationen am akkuratesten einschätzen, sind diese nicht ideal für die Verwendung im finanziellen Risikomanagement eines Kreditinstituts. Zum einen erfüllt weder ein Zerfallsfaktor von  $\lambda = 0,94$  noch von  $\lambda = 0,97$  die regulatorischen Anforderungen<sup>161</sup>; zum anderen erschweren die extremen Schwankungen in der Höhe der Risikoeinschätzungen die Risikovorsorge und führen dazu, dass die Planung und Umsetzung der risikoadäquaten Kapitalhinterlegung praktisch nicht vorgenommen werden kann. Dennoch können diese Risikomodelle sinnvolle Ergänzungen des internen Risikomonitorings darstellen, um die Risiken verschiedener Investitionen zu beurteilen.

Unabhängig von der Wahl der Methode, der Parameter oder der Annahmen des Modells sollten regelmäßig Stresstests durchgeführt werden, um das mögliche Risiko eines Portfolios in diversen Szenarien im Vorhinein beurteilen zu können. Diese Stressszenarien sind ebenfalls von der Regulierung vorgesehen.<sup>162</sup>

<sup>161</sup> Vgl. EZB (2024), S.183; Verordnung (EU) Nr. 575/2013, Artikel 365, Abs. 2.

<sup>162</sup> Vgl. Broll / Förster (2022), S. 82.

## 5 Fazit

Sowohl der Value at Risk als auch der Expected Shortfall bieten die Möglichkeit, das Verlustrisiko eines Portfolios zu messen und auf deren Grundlage eine adäquate Beurteilung des Risiko-Rendite-Profils einer Finanzanlage oder eines Finanzportfolios vorzunehmen. Der Expected Shortfall stellt als kohärentes Risikomaß eine sinnvolle Ergänzung zum Value at Risk dar, da dieser das Auftreten aller extremer Wertverluste in seine Berechnung einbezieht und somit insbesondere die Charakteristika am Rand der Verteilungsfunktion besser berücksichtigt.

Das Verhalten von Aktienindizes oder Wechselkursen divergiert während Stresssituationen vom Verhalten, welches sich binnen normaler Marktsituationen beobachten lässt. Die untersuchten Renditen der Finanzzeitreihen sind üblicherweise weder normalverteilt noch homoskedastisch. Damit das Risiko extremer Verluste akkurat beurteilt werden kann, sollten sich deren Eigenschaften in den Annahmen der verwendeten Risikomodelle widerspiegeln.

Die Fähigkeit des VaR die Häufigkeit bzw. des ES die Höhe extremer Verluste akkurat vorherzusagen, ist primär von den zugrundeliegenden Annahmen des jeweiligen Modells abhängig. Die höchste Prognosegüte weisen für beide Risikomaße Modelle auf, die die Studentscheit-Verteilung annehmen und kurzfristige Veränderungen der Finanzaktiva stärker gewichten. Modelle, welche eine multivariate Normalverteilung und/oder Homoskedastizität unterstellen, erweisen sich als ungeeignet, wie sich anhand des Backtestings beobachten lässt. Je höher das Konfidenzniveau gewählt wird, desto stärker unterscheidet sich die Prognosegüte zwischen den verschiedenen Modellen.

Generell lässt sich während Stresssituationen beobachten, dass alle Risikomodelle das Verlustrisiko zunächst unterschätzen und sich mit Zeitverzögerung an die veränderten Marktgegebenheiten anpassen. Ebenso lässt sich im Nachgang an die Stresssituationen eine verzögerte Anpassung an die ruhigeren Märkte beobachten, was zu einer Überschätzung des Risikos führt. Das Ausmaß dieser Timelags ist insbesondere von der Wahl der Methode zur Berechnung der Varianz-Kovarianz-Matrix abhängig. Daher gelingt es den oben positiv hervorgehobenen Modellen während und nach Stresssituationen den VaR nur mit leichten Abweichungen von der erwarteten Häufigkeit vorherzusagen. Dennoch lässt sich für den ES, insbesondere für hohe Konfidenzniveaus, unabhängig von den getroffenen Annahmen eine starke Unterschätzung des Risikos in unsicheren Marktphasen feststellen. Daher sollten die Risikoeinschätzungen des ES unter besonderer Vorsicht verwendet werden.

Die untersuchten Modelle stellen zum Teil geeignete Herangehensweisen für die Quantifizierung von Verlustrisiken dar. Dennoch sollte die Prognosegüte weiterer VaR- und ES-Modelle mit besonderem Augenmerk auf Stresssituationen untersucht werden. Beispielsweise können weitere alternative Methoden zur Ermittlung der Schwankungsintensität wie die implizite Volatilität herangezogen werden. Außerdem sollten speziell für den ES Methoden der Extremwertstatistik näher untersucht werden.

Trotz der hohen Prognosegüte der positiv hervorgehobenen Modelle ist die praktische Integration dieser Modelle aufgrund ihrer hohen Schwankungsintensität und -breite nur mit besonderer Vorsicht für die Planung der Risikovorsorge von Kreditinstituten geeignet. Nichtsdestotrotz ermöglicht der Value at Risk-Ansatz eine geeignete Quantifizierung von Risiken und somit ein erfolgreiches finanzielles Risikomanagement.

## Literaturverzeichnis

Acerbi, Carlo / Tasche, Dirk (2001): Expected Shortfall: a natural coherent alternative to Value at Risk, arXiv, <https://arxiv.org/pdf/cond-mat/0105191>.

Acerbi, Carlo / Tasche, Dirk (2002): On the coherence of Expected Shortfall, arXiv, <https://arxiv.org/pdf/cond-mat/0104295>.

Arztner, Phillipe / Delbaen, Freddy / Eber, Jean-Marc / Heath, David (1998): Coherent Measures of Risk, ETH Zurich Department of Mathematics, <https://people.math.ethz.ch/~delbaen/ftp/preprints/CoherentMF.pdf>.

Attig, Najah / Sy, Oumar (2023): Diversification during Hard Times, Financial Analysts Journal, SSRN, <https://ssrn.com/abstract=3848814>.

Baltensperger, Ernst / Bernholz, Peter / Iselin, David / Landmann, Oliver / Minsch, Rudolf (2015): Der „Franken-Schock“: Die Freigabe des Schweizer Franken -wer gewinnt und wer verliert?, ifo Schnelldienst, Jg. 68, Nr. 5, S. 3-19.

Basel Committee on Banking Supervision (BCBS) (2011): Principles for the Sound Management of Operational Risk, <https://www.bis.org/publ/bcbs195.htm>.

Basel Committee on Banking Supervision (BCBS) (2014): Consultative Document Fundamental review of the trading book: A revised market risk framework, <https://www.bis.org/publ/bcbs195.htm>.

Baule, Rainer (2019): Finanzwirtschaftliches Bankmanagement. Bankkalkulation, Risikomanagement und Regulierung, 1. Auflage, Schäffer Poeschel.

Best, Philip (1998): Implementing Value at Risk, Wiley.

Broll, Udo / Förster, Andreas (2022): Market risk, value-at-risk and exponential weighting, Economics and Business Review, Jg. 8, Nr. 2, S. 80-91.

Bruns, Christopher / Steiner, Manfred / Stöckl, Stefan (2017): Wertpapiermanagement; Professionelle Wertpapieranalyse und Portfoliostrukturierung, 11., überarbeitete Auflage, Schäffer-Poeschel Verlag.

Bundesanstalt für Finanzdienstleistungsaufsicht (BaFin) (2023): Rundschreiben 05/2023 (BA), Mindestanforderungen an das Risikomanagement – MaRisk; An alle Kreditinstitute und Finanzdienstleistungsinstitute in der Bundesrepublik Deutschland, 29.06.2023.

Chan, Felix / Chariag, Ramzi (2024): Estimation of Sparse Variance-Covariance Matrix; in: Matyas, L. (2024): The Econometrics of Multi-dimensional Panels. Advanced Studies in Theoretical and Applied Econometrics, 2. Auflage, Springer.

Committee of Sponsoring Organizations of the Treadway Commission (COSO) (2017): Enterprise Risk Management; Integrating with Strategy and Performance, AAA, [https://aaahq.org/portals/0/documents/coso/coso\\_erm\\_2017\\_main\\_v1\\_20230815.pdf](https://aaahq.org/portals/0/documents/coso/coso_erm_2017_main_v1_20230815.pdf).

Costanzino, Nick / Curran, Mike (2017): A Simple Traffic Light Approach to Backtesting Expected Shortfall, SSRN, <https://ssrn.com/abstract=2603976>.

Delbaen, Freddy (2000): Coherent risk measures on general probability spaces, ETH Zurich Department of Mathematics, <https://people.math.ethz.ch/~delbaen/ftp/preprints/Risk-MeasuresGeneralSpaces.pdf>.

Deutsch, Hans-Peter / Beinkner, Mark (2014): Derivate und Interne Modelle: Modernes Risikomanagement, 5. überarbeitete und erweiterte Auflage, Schäffer-Poeschel.

Ding, Liang / Miyake, Hiroyuki / Zou, Hao (2011): Asymmetric correlations in equity returns: a fundamental-based explanation, Journal of Applied Financial Economics, Jg. 21, Nr. 6, 2011, S. 389-399.

Du, Zaichao / Escanciano, Juan Carlos (2015): Backtesting Expected Shortfall: Accounting for Tail Risk, SSRN, <https://ssrn.com/abstract=2548544>.

Duffie, Darrel / Pan, Jun (1997): An Overview of Value at Risk, MIT, <https://web.mit.edu/people/junpan/ddjp.pdf>.

Embrechts, Paul / Frey, Rüdiger / McNeil, Alexander J. (2005): Quantitative risk management: concepts, techniques and tools, Princeton University Press.

Enow, Samuel Tabot (2023): Exploring Volatility Clustering Financial Markets and Its Implication, Journal of Economic & Social Development, Jg. 10, Nr. 2, S. 81-85.

Europäische Zentralbank (2024): ECB guide to internal models; February, [https://www.bankingsupervision.europa.eu/ecb/pub/pdf/ssm.supervisory\\_guides202402\\_internalmodels.en.pdf](https://www.bankingsupervision.europa.eu/ecb/pub/pdf/ssm.supervisory_guides202402_internalmodels.en.pdf).

Franke, Jürgen / Härdle, Wolfgang Karl / Hafner, Christian Matthias (2019): Statistics of Financial Markets; An Introduction, 5. Auflage, Springer.

Fredriksson, Viktor / Johansson, Jesper (2020): Backtesting Expected Shortfall; A comparative empirical evaluation of different backtests, <https://lup.lub.lu.se/luur/download?func=downloadFile&recordId=9024227&fileId=9024228>.

Hager, Peter / Romeike, Frank (2020): Erfolgsfaktor Risiko-Management 4.0; Methoden, Beispiele, Checklisten; Praxishandbuch für Industrie und Handel, 4., vollständig überarbeitete Auflage, SpringerGabler,

Hartmann-Wendels, Thomas / Pfingsten, Andreas / Weber, Martin (2019): Bankbetriebslehre. 7. Auflage, Springer.

Hochegger, Georg Alois (2010): Value at Risk zum Risikomanagement von linearen und nicht linearen Finanzinstrumenten, <https://unipub.uni-graz.at/obvugrhs/content/tit-leinfo/246281/full.pdf>.

Horsch, Andreas / Kaltofen, Daniel (2020): Wertorientierte Banksteuerung I, Renditemanagement, 3. Auflage, Springer.

Huang, Alex YiHou (2013): Value at risk estimation by quantile regression and kernel estimator, Review of Quantitative Finance & Accounting, Jg. 41, Nr. 2, S. 225-251.

Hull, John C. (2018): Risk management and financial institutions, 5. Auflage, Wiley.

Hull, John C. (2022): Optionen, Futures und andere Derivate, 11., aktualisierte Auflage, Pearson.

Jorion, Philippe (2001): Value at risk: the new benchmark for managing financial risk., 2. Auflage, Wiley.

J.P. Morgan / Reuters (1996): RiskMetricsTM, Technical Document, 4. Auflage, <https://www.msci.com/documents/10199/5915b101-4206-4ba0-ae2-3449d5c7e95a>.

koeln.de (o.J.): Das Kölsche Grundgesetz: Die 11 Regeln der Domstadt, koeln.de, [https://www.koeln.de/koeln/das-koelsche-grundgesetz-die-11-regeln-der-domstadt\\_paragraph-3\\_L1121331\\_1121322.html](https://www.koeln.de/koeln/das-koelsche-grundgesetz-die-11-regeln-der-domstadt_paragraph-3_L1121331_1121322.html).

Kill, Roland (2020): Portfolio Theorie, statistische Methoden, Gabler Banklexikon, <https://www.gabler-banklexikon.de/definition/portfolio-theorie-statistische-methoden-60570/version-376991>.

Knight, Frank (1921): Risk, Uncertainty and Profit, Fraser St. Louis Fed, <https://fraser.stlouisfed.org/files/docs/publications/books/risk/riskuncertaintyprofit.pdf>.

Kupiec, Paul (1995): Techniques for Verifying the Accuracy of Risk Measurement Models, Journal of Derivatives, Jg. 3, Nr. 2, 1995, S. 73-84.

Longin, Francois / Solnik, Bruno (2001): Extreme Correlation of International Equity Markets, Journal of Finance, Jg. 56, Nr. 2, S. 649-676.

Markowitz, Harry (1952): Portfolio Selection, Journal of Finance, Jg. 7 (1), S. 77-91.

Melnyk, T. / Pavliuk, O. (2022): Analysis of the Most Common Calculation Methodas „Value at Risk, VaR“, Financial & Credit Acitivity: Problems of Theory & Practice, Jg. 3(44), S. 43-49.

Poncet, Patrice / Portait, Roland (2022): Capital Market Finance; An Introduction to Primitive Assests, Derivatives, Portfolio Management and Risk; Volume 2, Springer.

RiskMetrics Group (2007): CreditMetricsTM, Technical Document, MSCI Documents <https://www.msci.com/documents/10199/93396227-d449-4229-9143-24a94dab122f>.

Roccioletti, Simona (2016): Backtesting Value at Risk and Expected Shortfall, SpringerGabler.

Schmid, Friedrich / Trede, Mark (2006): Finanzmarktstatistik, 1. Auflage, Springer.

Sharpe, William (1964): Capital Asset Prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk, Journal of Finance, Jg. 1, Nr. 3, S. 425-442.

Taamouti, Abderrahim / Tsafack, Georges (2009): Asymmetric Effects of Return and Volatility on Correlation between International Equity Markets, SSRN, <https://ssrn.com/abstract=1344416>.

von Auer, Ludwig (2023): Ökonometrie; Eine Einführung, 8. Auflage, Springer.

Winston, Kenneth (2024): Quantitative risk and portfolio management: theory and practice, Cambridge University Press.

## Anhang

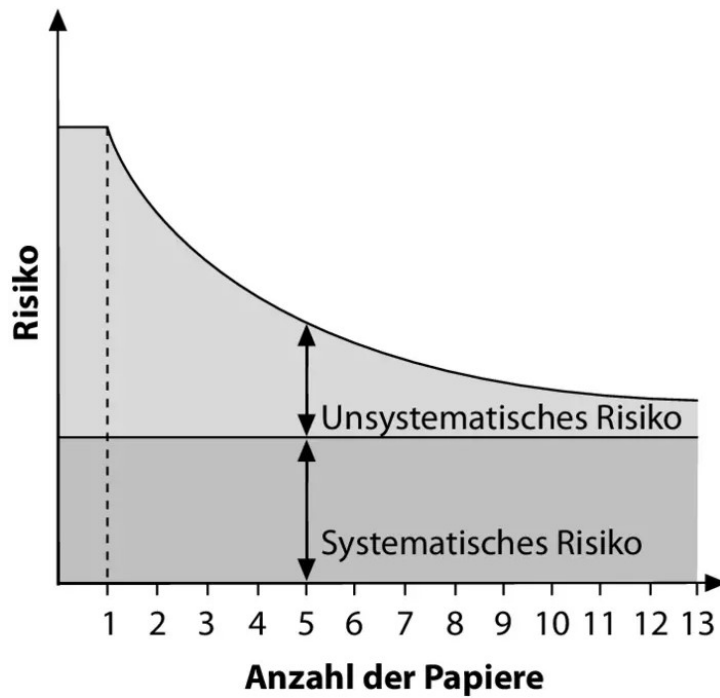


Abbildung 15: Risikoreduktion durch Diversifikation – systematisches und unsystematisches Risiko

Quelle: Kill, Roland (2020), Absatz 4.

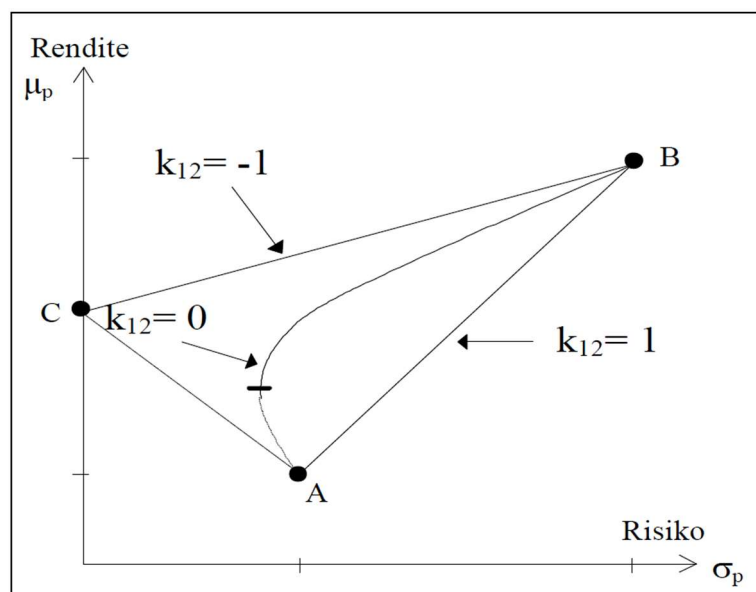


Abbildung 16: Veränderung des Rendite-Risiko-Profiles für unterschiedliche Korrelationen

Quelle: Bruns, Christopher u.a. (2017), S. 12.

Tabelle 4: Deskriptive Statistiken - tägliche Schlusskurse, 04.01.1999 – 30.04.2024

|                          | S&P 500 | Hang Seng Index | DAX 40  | SMI     | Nikkei 225 | IBEX 35 | CAC 40  | FTSE 100 | FTSE MIB | GBP/ EUR | CHF/ EUR | HKD/ EUR | JPY/ EUR | USD/ EUR |
|--------------------------|---------|-----------------|---------|---------|------------|---------|---------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Anzahl der Beobachtungen | 5350    | 5350            | 5350    | 5350    | 5350       | 5350    | 5350    | 5350     | 5350     | 5350     | 5350     | 5350     | 5350     | 5350     |
| Mittelwerte              | 2012,10 | 20100,8         | 8672,85 | 8002,43 | 16785,5    | 9596,52 | 4773,66 | 6114,52  | 25770,2  | 1,29509  | 0,78921  | 0,10946  | 0,00784  | 0,85222  |
| Median                   | 1458,07 | 20844,8         | 7436,15 | 7953,81 | 15749,9    | 9386,10 | 4594,45 | 6203,19  | 23182,0  | 1,20926  | 0,81215  | 0,10859  | 0,00771  | 0,84459  |
| Standardabweichung       | 1108,83 | 5602,18         | 3833,91 | 1958,58 | 6876,88    | 1896,81 | 1179,38 | 1053,72  | 8002,97  | 0,17122  | 0,13698  | 0,01457  | 0,00099  | 0,11450  |
| Maximum                  | 5254,35 | 33154,1         | 18492,5 | 12926,6 | 40888,4    | 15945,7 | 8205,81 | 8144,13  | 50108,5  | 1,74125  | 1,07689  | 0,15489  | 0,01116  | 1,20788  |
| Minimum                  | 676,53  | 8435,00         | 2202,96 | 3675,40 | 7054,98    | 5364,50 | 2403,04 | 3287,00  | 12362,5  | 1,02291  | 0,59545  | 0,08032  | 0,00590  | 0,62606  |
| Schiefte                 | 1,1487  | -0,1755         | 0,4705  | 0,3098  | 0,8589     | 0,8205  | 0,5214  | -0,3960  | 0,8535   | 0,6363   | 0,1979   | 0,6567   | 0,4709   | 0,6571   |
| Kurtosis                 | 0,1684  | -0,8373         | -0,9121 | -0,6746 | 0,1780     | 1,0877  | -0,2992 | -0,6473  | -0,0551  | -1,0194  | -1,3634  | 0,2956   | 0,1379   | 0,2660   |

Quelle: Eigene Darstellung.

Tabelle 5: Deskriptive Statistiken - tägliche logarithmierte Renditen, 05.01.1999 – 30.04.2024

|                          | S&P 500 | Hang Seng Index | DAX 40  | SMI     | Nikkei 225 | IBEX 35 | CAC 40  | FTSE 100 | FTSE MIB | GBP/ EUR | CHF/ EUR | HKD/ EUR | JPY/ EUR | USD/ EUR |
|--------------------------|---------|-----------------|---------|---------|------------|---------|---------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Anzahl der Beobachtungen | 5349    | 5349            | 5349    | 5349    | 5349       | 5349    | 5349    | 5349     | 5349     | 5349     | 5349     | 5349     | 5349     | 5349     |
| Mittelwerte              | 0,0003  | 0,0001          | 0,0002  | 0,0001  | 0,0002     | 0,0000  | 0,0001  | 0,0001   | 0,0000   | 0,0000   | 0,0001   | 0,0000   | 0,0000   | 0,0000   |
| Median                   | 0,0007  | 0,0003          | 0,0008  | 0,0006  | 0,0006     | 0,0007  | 0,0005  | 0,0005   | 0,0008   | 0,0001   | 0,0001   | -0,0001  | -0,0002  | -0,0001  |
| Standardabweichung       | 0,0133  | 0,0162          | 0,0157  | 0,0122  | 0,0157     | 0,0157  | 0,0153  | 0,0126   | 0,0163   | 0,0056   | 0,0041   | 0,0065   | 0,0081   | 0,0065   |
| Maximum                  | 0,1042  | 0,1341          | 0,1346  | 0,1576  | 0,1323     | 0,1348  | 0,1330  | 0,1111   | 0,1447   | 0,0535   | 0,0396   | 0,0481   | 0,0802   | 0,0492   |
| Minimum                  | -0,1277 | -0,2225         | -0,1305 | -0,1013 | -0,1666    | -0,1515 | -0,1310 | -0,1151  | -0,1854  | -0,0434  | -0,0748  | -0,0346  | -0,0790  | -0,0342  |
| Schiefte                 | -0,4675 | -0,2250         | -0,0652 | 0,0385  | -0,5649    | -0,3548 | -0,1022 | -0,1997  | -0,5550  | -0,1168  | -1,2729  | 0,1660   | 0,4836   | 0,1832   |
| Kurtosis                 | 9,0579  | 12,2619         | 6,1872  | 11,3590 | 8,2845     | 8,1096  | 6,8342  | 8,2331   | 8,8378   | 5,2362   | 35,9323  | 2,7416   | 9,4528   | 2,7870   |

Quelle: Eigene Darstellung.

Tabelle 6: Jarque-Bera Test, Breusch-Pagan Test, Augmented Dickey-Fuller Test, Mardia's Multivariate Normality Test für die logarithmierten Renditen, 05.01.1999 – 30.04.2024

| Asset           | Jarque-Bera p-Wert | Jarque-Bera Test Statistik | JB: 1% Kritischer Wert | Breusch-Pagan p-Wert | Breusch-Pagan Test Statistik | BP: 1% Kritischer Wert | ADF Statistik | Augmented Dickey-Fuller p-Wert | ADF: 1% Kritischer Wert | Mardia's Multivariate Normality Test p-Wert |
|-----------------|--------------------|----------------------------|------------------------|----------------------|------------------------------|------------------------|---------------|--------------------------------|-------------------------|---------------------------------------------|
| S&P 500         | 0,000              | 18441,802                  | 9,210                  | 0,000                | 125,846                      | 29,141                 | -22,940       | 0,000                          | -3,432                  | 0,000                                       |
| Hang Seng Index | 0,000              | 33486,467                  | 9,210                  | 0,000                | 152,799                      | 29,141                 | -26,408       | 0,000                          | -3,432                  | 0,000                                       |
| DAX 40          | 0,000              | 8516,802                   | 9,210                  | 0,000                | 92,864                       | 29,141                 | -43,717       | 0,000                          | -3,432                  | 0,000                                       |
| SMI             | 0,000              | 28698,709                  | 9,210                  | 0,000                | 50,224                       | 29,141                 | -19,308       | 0,000                          | -3,432                  | 0,000                                       |
| Nikkei 225      | 0,000              | 15548,167                  | 9,210                  | 0,000                | 158,676                      | 29,141                 | -44,295       | 0,000                          | -3,432                  | 0,000                                       |
| IBEX 35         | 0,000              | 14738,398                  | 9,210                  | 0,000                | 196,239                      | 29,141                 | -44,067       | 0,000                          | -3,432                  | 0,000                                       |
| CAC 40          | 0,000              | 10396,051                  | 9,210                  | 0,000                | 79,093                       | 29,141                 | -44,254       | 0,000                          | -3,432                  | 0,000                                       |
| FTSE 100        | 0,000              | 15110,591                  | 9,210                  | 0,000                | 77,914                       | 29,141                 | -46,057       | 0,000                          | -3,432                  | 0,000                                       |
| FTSE MIB        | 0,000              | 17645,703                  | 9,210                  | 0,000                | 155,099                      | 29,141                 | -75,471       | 0,000                          | -3,432                  | 0,000                                       |
| GBP/EUR         | 0,000              | 6108,791                   | 9,210                  | 0,000                | 86,493                       | 29,141                 | -35,843       | 0,000                          | -3,432                  | 0,000                                       |
| CHF/EUR         | 0,000              | 288649,117                 | 9,210                  | 0,000                | 109,898                      | 29,141                 | -17,566       | 0,000                          | -3,432                  | 0,000                                       |
| HKD/EUR         | 0,000              | 1695,307                   | 9,210                  | 0,000                | 115,655                      | 29,141                 | -24,495       | 0,000                          | -3,432                  | 0,000                                       |
| JPY/EUR         | 0,000              | 20081,390                  | 9,210                  | 0,000                | 318,107                      | 29,141                 | -77,715       | 0,000                          | -3,432                  | 0,000                                       |
| USD/EUR         | 0,000              | 1756,424                   | 9,210                  | 0,000                | 124,729                      | 29,141                 | -24,513       | 0,000                          | -3,432                  | 0,000                                       |

Quelle: Eigene Darstellung.

Tabelle 7: Korrelationsmatrix der logarithmierten Renditen, 05.01.1999 – 30.04.2024

|                 | S&P 500 | Hang Seng Index | DAX 40 | SMI    | Nikkei 225 | IBEX 35 | CAC 40 | FTSE 100 | FTSE MIB | GBP/ EUR | CHF/ EUR | HKD/ EUR | JPY/ EUR | USD/ EUR |
|-----------------|---------|-----------------|--------|--------|------------|---------|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| S&P 500         | 1,000   | 0,284           | 0,621  | 0,547  | 0,234      | 0,545   | 0,602  | 0,575    | 0,569    | 0,105    | -0,246   | -0,136   | -0,340   | -0,142   |
| Hang Seng Index | 0,284   | 1,000           | 0,392  | 0,370  | 0,585      | 0,377   | 0,410  | 0,432    | 0,371    | 0,082    | -0,102   | -0,072   | -0,166   | -0,080   |
| DAX 40          | 0,621   | 0,392           | 1,000  | 0,784  | 0,352      | 0,792   | 0,903  | 0,812    | 0,827    | 0,125    | -0,166   | -0,034   | -0,223   | -0,042   |
| SMI             | 0,547   | 0,370           | 0,784  | 1,000  | 0,364      | 0,726   | 0,821  | 0,807    | 0,734    | 0,119    | -0,252   | 0,007    | -0,196   | 0,001    |
| Nikkei 225      | 0,234   | 0,585           | 0,352  | 0,364  | 1,000      | 0,348   | 0,377  | 0,372    | 0,339    | 0,074    | -0,062   | -0,033   | -0,179   | -0,039   |
| IBEX 35         | 0,545   | 0,377           | 0,792  | 0,726  | 0,348      | 1,000   | 0,862  | 0,775    | 0,860    | 0,091    | -0,188   | -0,099   | -0,283   | -0,104   |
| CAC 40          | 0,602   | 0,410           | 0,903  | 0,821  | 0,377      | 0,862   | 1,000  | 0,880    | 0,885    | 0,119    | -0,168   | -0,049   | -0,248   | -0,056   |
| FTSE 100        | 0,575   | 0,432           | 0,812  | 0,807  | 0,372      | 0,775   | 0,880  | 1,000    | 0,787    | 0,026    | -0,161   | -0,055   | -0,248   | -0,060   |
| FTSE MIB        | 0,569   | 0,371           | 0,827  | 0,734  | 0,339      | 0,860   | 0,885  | 0,787    | 1,000    | 0,111    | -0,175   | -0,084   | -0,278   | -0,090   |
| GBP/EUR         | 0,105   | 0,082           | 0,125  | 0,119  | 0,074      | 0,091   | 0,119  | 0,026    | 0,111    | 1,000    | 0,085    | 0,442    | 0,228    | 0,437    |
| CHF/EUR         | -0,246  | -0,102          | -0,166 | -0,252 | -0,062     | -0,188  | -0,168 | -0,161   | -0,175   | 0,085    | 1,000    | 0,208    | 0,335    | 0,210    |
| HKD/EUR         | -0,136  | -0,072          | -0,034 | 0,007  | -0,033     | -0,099  | -0,049 | -0,055   | -0,084   | 0,442    | 0,208    | 1,000    | 0,578    | 0,990    |
| JPY/EUR         | -0,340  | -0,166          | -0,223 | -0,196 | -0,179     | -0,283  | -0,248 | -0,248   | -0,278   | 0,228    | 0,335    | 0,578    | 1,000    | 0,579    |
| USD/EUR         | -0,142  | -0,080          | -0,042 | 0,001  | -0,039     | -0,104  | -0,056 | -0,060   | -0,090   | 0,437    | 0,210    | 0,990    | 0,579    | 1,000    |

Quelle: Eigene Darstellung.

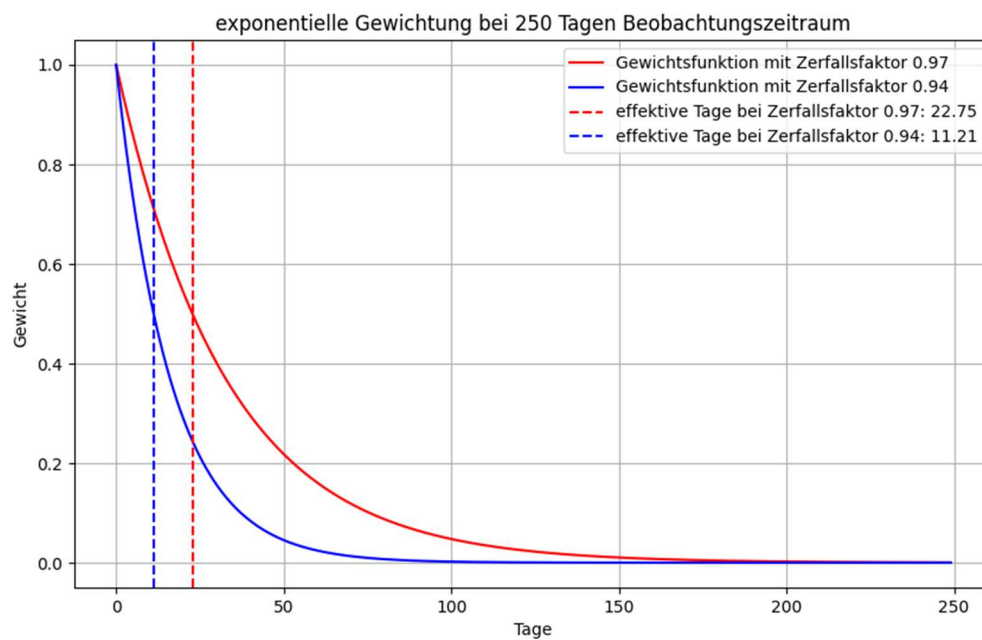


Abbildung 17: Gewichtung der Beobachtungstage und die effektive Anzahl der Tage für  $\lambda_1 = 0,94$  und  $\lambda_2 = 0,97$  bei einem Beobachtungszeitraum von 250 Tagen.

Eigene Darstellung.

Tabelle 8: VaR-Modell Backtesting, Regionen der Nicht-Ablehnung bei Test-Signifikanzniveau  $p^* = 0,05$

| Konfidenzniveau $\alpha$<br>des VaR-Modells | Regionen der Nicht-Ablehnung |                       |                        |
|---------------------------------------------|------------------------------|-----------------------|------------------------|
|                                             | T = 255                      | T = 510               | T = 1000               |
| 0,99                                        | $I(\alpha) < 7$              | $1 < I(\alpha) < 11$  | $4 < I(\alpha) < 17$   |
| 0,975                                       | $2 < I(\alpha) < 12$         | $6 < I(\alpha) < 21$  | $15 < I(\alpha) < 36$  |
| 0,95                                        | $6 < I(\alpha) < 21$         | $16 < I(\alpha) < 36$ | $37 < I(\alpha) < 65$  |
| 0,925                                       | $11 < I(\alpha) < 28$        | $27 < I(\alpha) < 51$ | $59 < I(\alpha) < 92$  |
| 0,90                                        | $16 < I(\alpha) < 36$        | $38 < I(\alpha) < 65$ | $81 < I(\alpha) < 120$ |

Quelle: In Anlehnung an Kupiec, Paul H. (1995), S. 80.

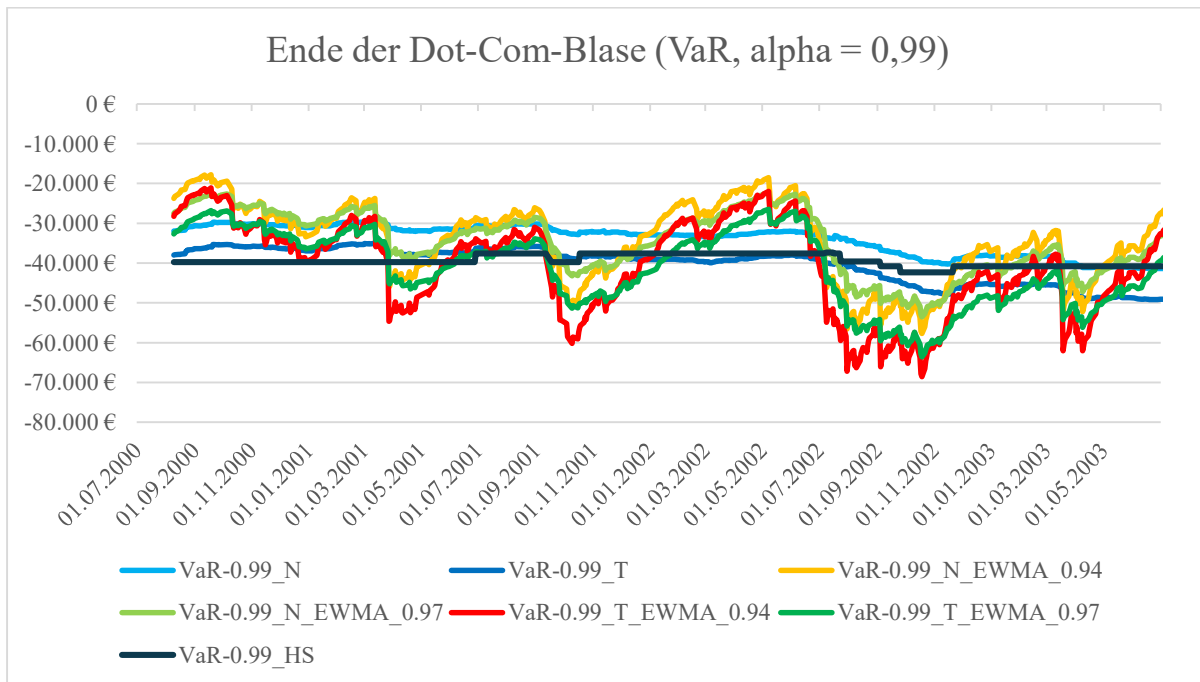


Abbildung 18: VaR der verschiedenen Modelle ( $\alpha = 0,99$ ), Ende der Dot-Com-Blase, 01.07.2000-30.06.2003

Quelle: Eigene Darstellung.

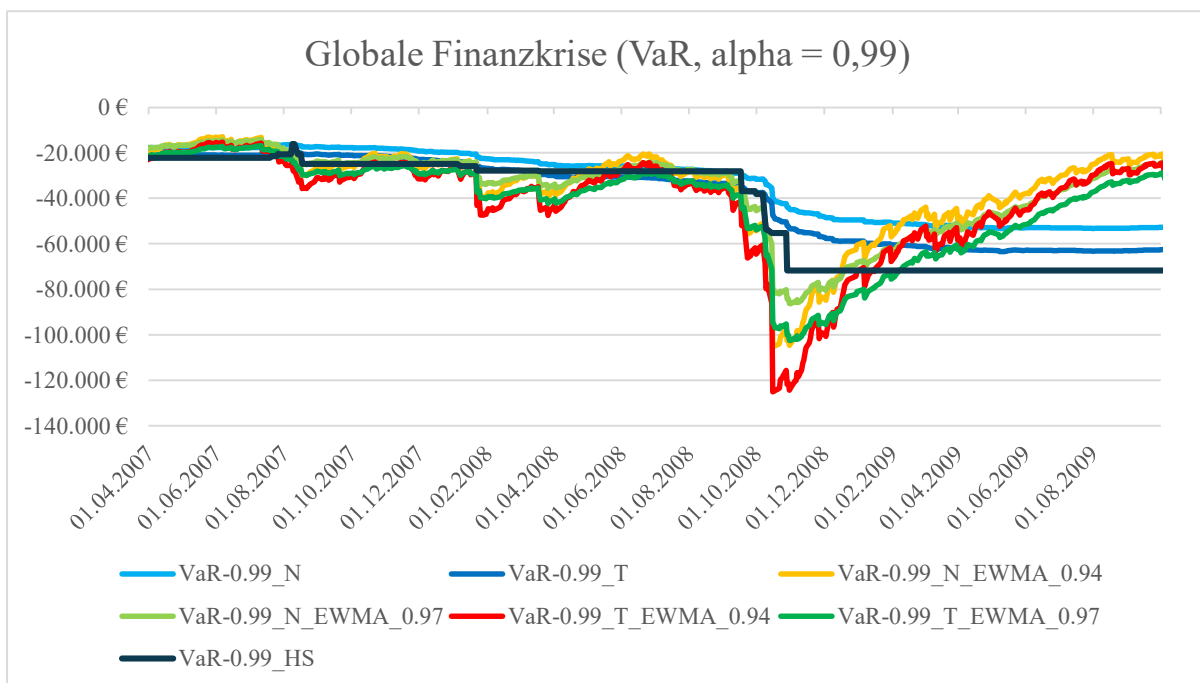


Abbildung 19: VaR der verschiedenen Modelle ( $\alpha = 0,99$ ), Globale Finanzkrise, 01.04.2007-30.09.2009

Quelle: Eigene Darstellung.

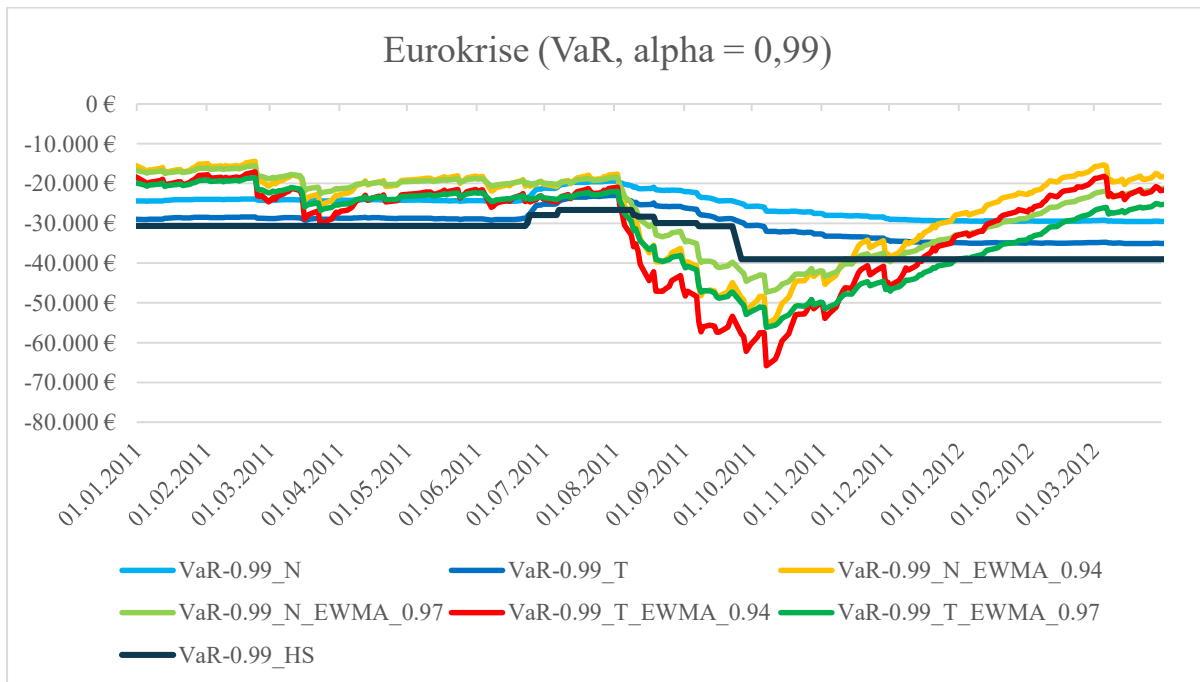


Abbildung 20: VaR der verschiedenen Modelle ( $\alpha = 0,99$ ), Eurokrise, 01.01.2011-30.03.2012

Quelle: Eigene Darstellung.

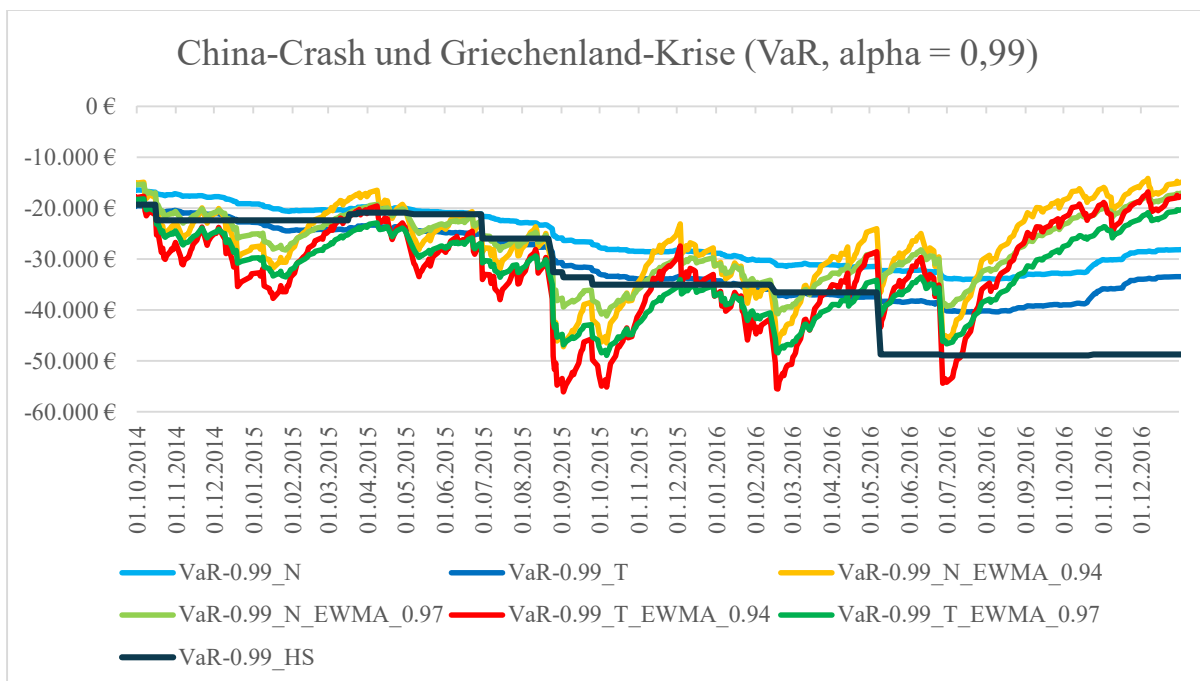


Abbildung 21: VaR der verschiedenen Modelle ( $\alpha = 0,99$ ), China-Crash und Griechenland-Krise, 01.10.2014-30.06.2016

Quelle: Eigene Darstellung.

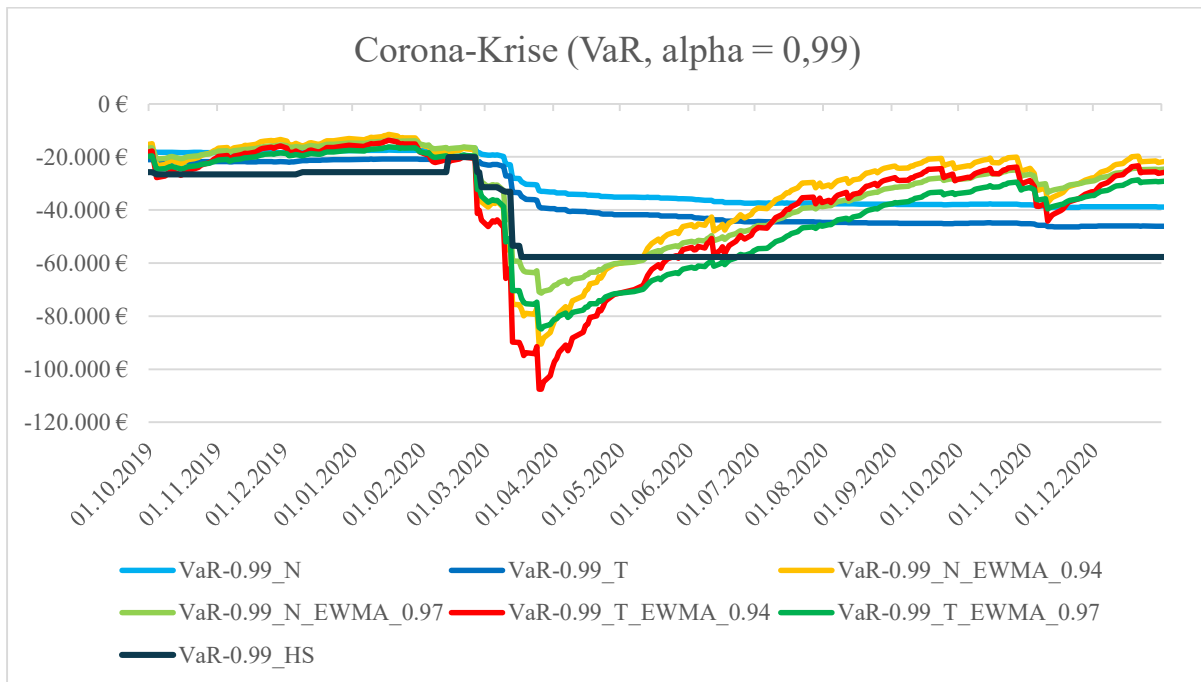


Abbildung 22: VaR der verschiedenen Modelle ( $\alpha = 0,99$ ), Corona-Krise, 01.10.2019-31.12.2020

Quelle: Eigene Darstellung.

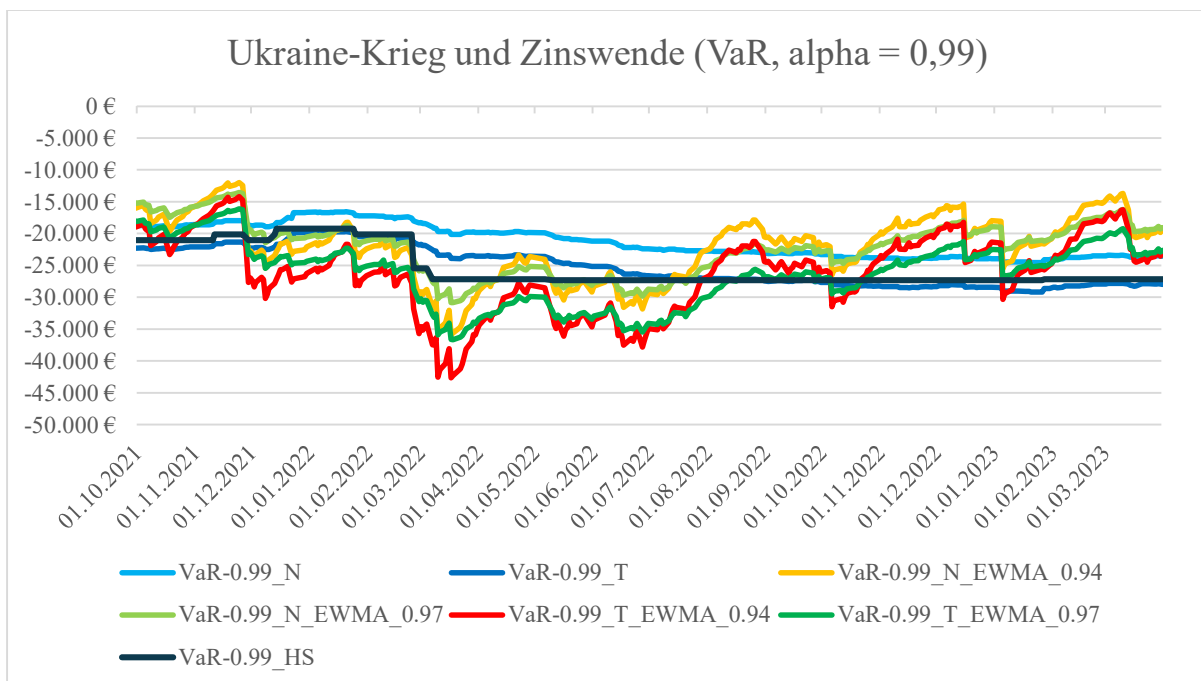


Abbildung 23: VaR der verschiedenen Modelle ( $\alpha = 0,99$ ), Ukraine-Krieg und Zinswende, 01.10.2021-30.03.2023

Quelle: Eigene Darstellung.

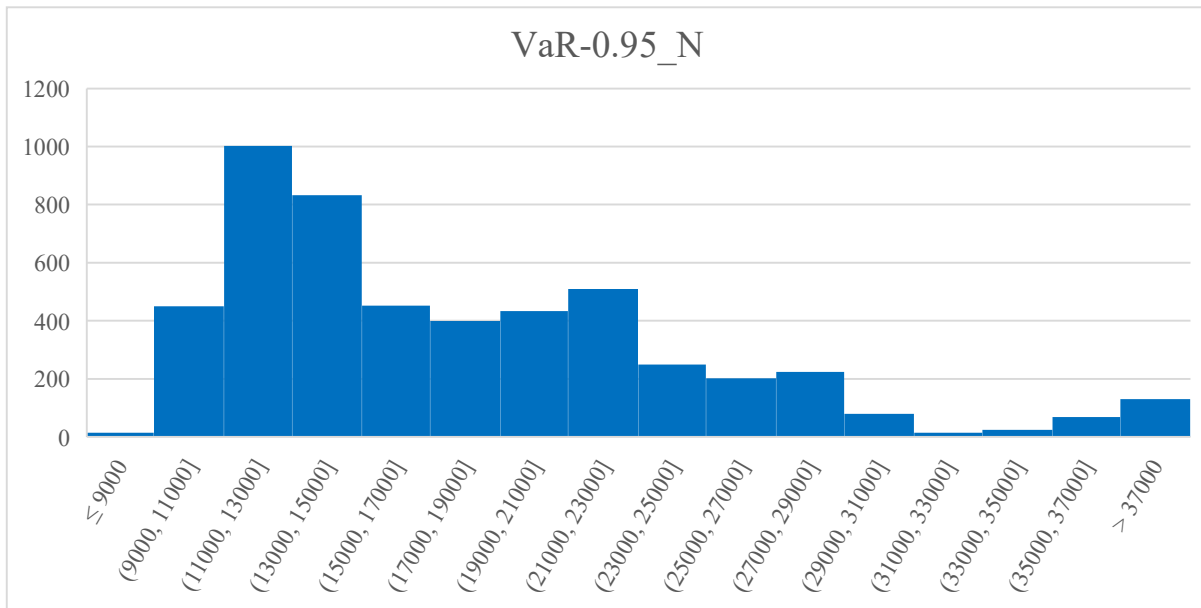


Abbildung 24: Histogramm der Werte für VaR-0.95\_N, 09.08.2000 – 30.04.2024

Quelle: Eigene Darstellung.

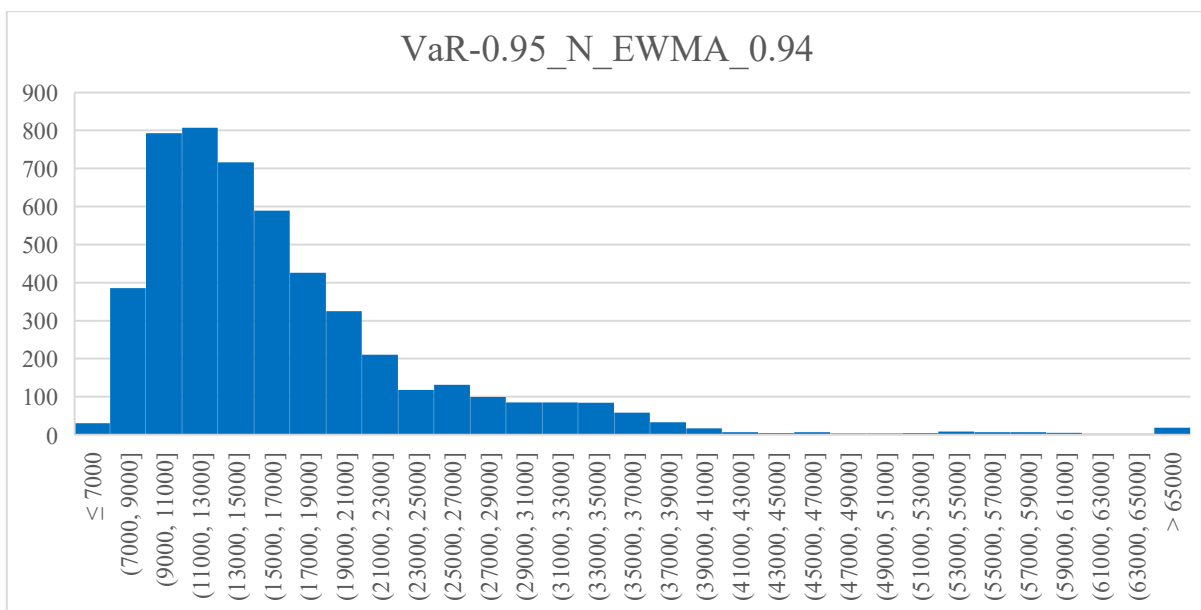


Abbildung 25: Histogramm der Werte für VaR-0.95\_N\_EWMA\_0.94, 09.08.2000 – 30.04.2024

Quelle: Eigene Darstellung.

Tabelle 9: Vergleich verschiedener VaR-Modelle mit Konfidenzniveau  $\alpha = 0,95, 09,08,2000-30.04.2024$

|                          | <b>VaR-0.95_N</b> | <b>VaR-0.95_T</b> | <b>VaR-0.95_N_0.94</b><br>EWMA | <b>VaR-0.95_N_0.97</b><br>EWMA | <b>VaR-0.95_T_0.94</b><br>EWMA | <b>VaR-0.95_T_0.97</b><br>EWMA | <b>VaR-0.95_HS</b> |
|--------------------------|-------------------|-------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------|
| Durchschnitt             | 18011,24          | 19846,55          | 16820,20                       | 17195,93                       | 18534,14                       | 18948,16                       | 18333,13           |
| Median                   | 16277,50          | 17936,14          | 14449,23                       | 14866,68                       | 15921,58                       | 16381,57                       | 16911,91           |
| Standard-ab-<br>weichung | 6605,04           | 7278,08           | 8733,48                        | 8050,05                        | 9623,41                        | 8870,34                        | 7107,94            |
| Minimum                  | 37696,02          | 9725,35           | 6100,92                        | 7277,17                        | 6722,59                        | 8018,70                        | 8181,76            |
| Maximum                  | 8826,00           | 41537,17          | 74382,88                       | 61013,01                       | 81962,36                       | 67230,12                       | 39094,42           |
| Schiefe                  | 1,09              | 1,09              | 2,41                           | 2,02                           | 2,41                           | 2,02                           | 1,04               |

Quelle: Eigene Darstellung.

Tabelle 10: Vergleich verschiedener VaR-Modelle mit Konfidenzniveau  $\alpha = 0,99, 09,08,2000-30.04.2024$

|                          | <b>VaR-0.99_N</b> | <b>VaR-0.99_T</b> | <b>VaR-0.99_N_0.94</b><br>EWMA | <b>VaR-0.99_N_0.97</b><br>EWMA | <b>VaR-0.99_T_0.94</b><br>EWMA | <b>VaR-0.99_T_0.97</b><br>EWMA | <b>VaR-0.99_HS</b> |
|--------------------------|-------------------|-------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------|
| Durchschnitt             | 25473,64          | 30263,43          | 23789,13                       | 24320,53                       | 28262,18                       | 28893,50                       | 31762,73           |
| Median                   | 23021,57          | 27350,30          | 20435,82                       | 21026,23                       | 24278,35                       | 24979,78                       | 27150,33           |
| Standard-ab-<br>weichung | 9341,63           | 11098,13          | 12351,93                       | 11385,34                       | 14674,45                       | 13526,12                       | 13772,13           |
| Minimum                  | 12482,78          | 14829,91          | 8628,65                        | 10292,24                       | 10251,09                       | 12227,48                       | 11942,20           |
| Maximum                  | 53314,20          | 63338,83          | 105201,13                      | 86291,86                       | 124982,03                      | 102517,26                      | 71689,20           |
| Schiefe                  | 1,09              | 1,09              | 2,41                           | 2,02                           | 2,41                           | 2,02                           | 1,32               |

Quelle: Eigene Darstellung.

Tabelle 11: Vergleich verschiedener ES-Modelle mit Konfidenzniveau  $\alpha = 0,95, 09,08,2000-30.04.2024$ 

|                          | <b>ES-0.95_N</b> | <b>ES-0.95_T</b> | <b>ES-0.95_N_<br/>EWMA_0.94</b> | <b>ES-0.95_N_<br/>EWMA_0.97</b> | <b>ES-0.95_T_<br/>EWMA_0.94</b> | <b>ES-0.95_T_<br/>EWMA_0.97</b> | <b>ES-0.95_HS</b> |
|--------------------------|------------------|------------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|-------------------|
| Durchschnitt             | 22586,82         | 26372,13         | 21093,21                        | 21564,39                        | 24628,20                        | 25178,34                        | 25827,73          |
| Median                   | 20412,64         | 23833,57         | 18119,91                        | 18643,42                        | 21156,61                        | 21767,85                        | 23118,77          |
| Standard-ab-<br>weichung | 8282,98          | 9671,12          | 10952,14                        | 10095,09                        | 12787,59                        | 11786,92                        | 10271,71          |
| Minimum                  | 11068,16         | 12923,07         | 7650,80                         | 9125,86                         | 8932,99                         | 10655,26                        | 10230,52          |
| Maximum                  | 47272,33         | 55194,66         | 93279,14                        | 76512,77                        | 108911,70                       | 89335,48                        | 54643,26          |
| Schiefe                  | 1,09             | 1,09             | 2,41                            | 2,02                            | 2,41                            | 2,02                            | 1,09              |

Quelle: Eigene Darstellung.

Tabelle 12: Vergleich verschiedener ES-Modelle mit Konfidenzniveau  $\alpha = 0,99, 09,08,2000-30.04.2024$ 

|                          | <b>ES-0.99_N</b> | <b>ES-0.99_T</b> | <b>ES-0.99_N_<br/>EWMA_0.94</b> | <b>ES-0.99_N_<br/>EWMA_0.97</b> | <b>ES-0.99_T_<br/>EWMA_0.94</b> | <b>ES-0.99_T_<br/>EWMA_0.97</b> | <b>ES-0.99_HS</b> |
|--------------------------|------------------|------------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|-------------------|
| Durchschnitt             | 29184,25         | 36827,79         | 27254,36                        | 27863,17                        | 34392,46                        | 35160,71                        | 36745,16          |
| Median                   | 26375,00         | 33282,79         | 23412,59                        | 24089,01                        | 29544,50                        | 30398,08                        | 31388,33          |
| Standard-ab-<br>weichung | 10702,37         | 13505,39         | 14151,16                        | 13043,78                        | 17857,45                        | 16460,04                        | 16542,61          |
| Minimum                  | 14301,08         | 18046,63         | 9885,54                         | 11791,45                        | 12474,63                        | 14879,71                        | 12473,90          |
| Maximum                  | 61080,19         | 77077,50         | 120525,20                       | 98861,52                        | 152091,55                       | 124754,01                       | 81745,14          |
| Schiefe                  | 1,09             | 1,09             | 2,41                            | 2,02                            | 2,41                            | 2,02                            | 1,36              |

Quelle: Eigene Darstellung.

Tabelle 13: Vergleich der Quantile der Standard-Normalverteilung und t-Verteilung

| Konfidenzniveau | VaR (Normal)   | ES (Normal)    | ES/VaR (Normal) | VaR (t, v=10)  | ES (t, v=10)   | ES/VaR (t, v=10) |
|-----------------|----------------|----------------|-----------------|----------------|----------------|------------------|
| 0,95            | 1,645 $\sigma$ | 2,063 $\sigma$ | 1,254           | 1,812 $\sigma$ | 2,408 $\sigma$ | 1,329            |
| 0,99            | 2,326 $\sigma$ | 2,665 $\sigma$ | 1,146           | 2,764 $\sigma$ | 3,363 $\sigma$ | 1,217            |

Quelle: Eigene Darstellung.

Tabelle 14: absolute Häufigkeit der Überschreitungen des VaR bei Konfidenzniveau  $\alpha = 0,95$ 

| Jahr  | VaR-0.95_N | VaR-0.95_T | VaR-0.95_N_<br>EWMA_0.94 | VaR-0.95_N_<br>EWMA_0.97 | VaR-0.95_T_<br>EWMA_0.94 | VaR-0.95_T_<br>EWMA_0.97 | VaR-0.95_HS | # Tage |
|-------|------------|------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------|--------|
| 2000  | 3          | 3          | 7                        | 8                        | 5                        | 3                        | 4           | 67     |
| 2001  | 11         | 11         | 13                       | 12                       | 10                       | 10                       | 12          | 173    |
| 2002  | 19         | 11         | 11                       | 12                       | 10                       | 10                       | 15          | 214    |
| 2003  | 3          | 2          | 7                        | 6                        | 6                        | 4                        | 3           | 201    |
| 2004  | 6          | 4          | 11                       | 9                        | 9                        | 8                        | 7           | 211    |
| 2005  | 8          | 6          | 13                       | 10                       | 11                       | 10                       | 10          | 224    |
| 2006  | 11         | 9          | 12                       | 11                       | 9                        | 11                       | 12          | 214    |
| 2007  | 15         | 13         | 12                       | 15                       | 10                       | 10                       | 16          | 218    |
| 2008  | 31         | 24         | 21                       | 22                       | 18                       | 17                       | 31          | 217    |
| 2009  | 3          | 2          | 8                        | 5                        | 7                        | 5                        | 2           | 221    |
| 2010  | 11         | 8          | 11                       | 12                       | 9                        | 11                       | 10          | 225    |
| 2011  | 19         | 19         | 17                       | 19                       | 14                       | 14                       | 17          | 219    |
| 2012  | 2          | 1          | 13                       | 9                        | 8                        | 7                        | 1           | 220    |
| 2013  | 6          | 5          | 11                       | 9                        | 8                        | 7                        | 7           | 215    |
| 2014  | 11         | 9          | 17                       | 16                       | 11                       | 10                       | 12          | 218    |
| 2015  | 16         | 13         | 14                       | 14                       | 10                       | 13                       | 19          | 222    |
| 2016  | 9          | 7          | 11                       | 10                       | 11                       | 8                        | 7           | 219    |
| 2017  | 1          | 1          | 9                        | 8                        | 7                        | 6                        | 2           | 223    |
| 2018  | 25         | 22         | 19                       | 20                       | 16                       | 16                       | 22          | 218    |
| 2019  | 7          | 6          | 9                        | 8                        | 9                        | 8                        | 6           | 214    |
| 2020  | 14         | 12         | 18                       | 14                       | 14                       | 12                       | 16          | 218    |
| 2021  | 6          | 5          | 13                       | 13                       | 11                       | 11                       | 6           | 221    |
| 2022  | 19         | 17         | 17                       | 14                       | 12                       | 13                       | 16          | 217    |
| 2023  | 8          | 4          | 12                       | 11                       | 10                       | 9                        | 4           | 218    |
| 2024  | 2          | 2          | 4                        | 3                        | 3                        | 2                        | 2           | 72     |
| Total | 266        | 216        | 310                      | 290                      | 248                      | 235                      | 259         | 5099   |

Quelle: Eigene Darstellung.

Tabelle 15: relative Häufigkeit der Überschreitungen des VaR bei Konfidenzniveau  $\alpha = 0,95$ 

| Jahr  | VaR-0.95_N | VaR-0.95_T | VaR-0.95_N_<br>EWMA_0.94 | VaR-0.95_N_<br>EWMA_0.97 | VaR-0.95_T_<br>EWMA_0.94 | VaR-0.95_T_<br>EWMA_0.97 | VaR-0.95_HS |
|-------|------------|------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------|
| 2000  | 4,48%      | 4,48%      | 10,45%                   | 11,94%                   | 7,46%                    | 4,48%                    | 5,97%       |
| 2001  | 6,36%      | 6,36%      | 7,51%                    | 6,94%                    | 5,78%                    | 5,78%                    | 6,94%       |
| 2002  | 8,88%      | 5,14%      | 5,14%                    | 5,61%                    | 4,67%                    | 4,67%                    | 7,01%       |
| 2003  | 1,49%      | 1,00%      | 3,48%                    | 2,99%                    | 2,99%                    | 1,99%                    | 1,49%       |
| 2004  | 2,84%      | 1,90%      | 5,21%                    | 4,27%                    | 4,27%                    | 3,79%                    | 3,32%       |
| 2005  | 3,57%      | 2,68%      | 5,80%                    | 4,46%                    | 4,91%                    | 4,46%                    | 4,46%       |
| 2006  | 5,14%      | 4,21%      | 5,61%                    | 5,14%                    | 4,21%                    | 5,14%                    | 5,61%       |
| 2007  | 6,88%      | 5,96%      | 5,50%                    | 6,88%                    | 4,59%                    | 4,59%                    | 7,34%       |
| 2008  | 14,29%     | 11,06%     | 9,68%                    | 10,14%                   | 8,29%                    | 7,83%                    | 14,29%      |
| 2009  | 1,36%      | 0,90%      | 3,62%                    | 2,26%                    | 3,17%                    | 2,26%                    | 0,90%       |
| 2010  | 4,89%      | 3,56%      | 4,89%                    | 5,33%                    | 4,00%                    | 4,89%                    | 4,44%       |
| 2011  | 8,68%      | 8,68%      | 7,76%                    | 8,68%                    | 6,39%                    | 6,39%                    | 7,76%       |
| 2012  | 0,91%      | 0,45%      | 5,91%                    | 4,09%                    | 3,64%                    | 3,18%                    | 0,45%       |
| 2013  | 2,79%      | 2,33%      | 5,12%                    | 4,19%                    | 3,72%                    | 3,26%                    | 3,26%       |
| 2014  | 5,05%      | 4,13%      | 7,80%                    | 7,34%                    | 5,05%                    | 4,59%                    | 5,50%       |
| 2015  | 7,21%      | 5,86%      | 6,31%                    | 6,31%                    | 4,50%                    | 5,86%                    | 8,56%       |
| 2016  | 4,11%      | 3,20%      | 5,02%                    | 4,57%                    | 5,02%                    | 3,65%                    | 3,20%       |
| 2017  | 0,45%      | 0,45%      | 4,04%                    | 3,59%                    | 3,14%                    | 2,69%                    | 0,90%       |
| 2018  | 11,47%     | 10,09%     | 8,72%                    | 9,17%                    | 7,34%                    | 7,34%                    | 10,09%      |
| 2019  | 3,27%      | 2,80%      | 4,21%                    | 3,74%                    | 4,21%                    | 3,74%                    | 2,80%       |
| 2020  | 6,42%      | 5,50%      | 8,26%                    | 6,42%                    | 6,42%                    | 5,50%                    | 7,34%       |
| 2021  | 2,71%      | 2,26%      | 5,88%                    | 5,88%                    | 4,98%                    | 4,98%                    | 2,71%       |
| 2022  | 8,76%      | 7,83%      | 7,83%                    | 6,45%                    | 5,53%                    | 5,99%                    | 7,37%       |
| 2023  | 3,67%      | 1,83%      | 5,50%                    | 5,05%                    | 4,59%                    | 4,13%                    | 1,83%       |
| 2024  | 2,78%      | 2,78%      | 5,56%                    | 4,17%                    | 4,17%                    | 2,78%                    | 2,78%       |
| Total | 5,22%      | 4,24%      | 6,08%                    | 5,69%                    | 4,86%                    | 4,61%                    | 5,08%       |

Quelle: Eigene Darstellung.

Tabelle 16: absolute Häufigkeit der Überschreitungen des VaR bei Konfidenzniveau  $\alpha = 0,99$ 

| Jahr  | VaR-0.99_N | VaR-0.99_T | VaR-0.99_N_<br>EWMA_0.94 | VaR-0.99_N_<br>EWMA_0.97 | VaR-0.99_T_<br>EWMA_0.94 | VaR-0.99_T_<br>EWMA_0.97 | VaR-0.99_HS | # Tage |
|-------|------------|------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------|--------|
| 2000  | 0          | 0          | 2                        | 2                        | 1                        | 0                        | 0           | 67     |
| 2001  | 7          | 4          | 5                        | 7                        | 2                        | 2                        | 1           | 173    |
| 2002  | 6          | 2          | 4                        | 5                        | 4                        | 3                        | 5           | 214    |
| 2003  | 1          | 0          | 0                        | 0                        | 0                        | 0                        | 0           | 201    |
| 2004  | 2          | 0          | 5                        | 4                        | 3                        | 3                        | 2           | 211    |
| 2005  | 2          | 1          | 4                        | 3                        | 2                        | 2                        | 0           | 224    |
| 2006  | 7          | 5          | 5                        | 3                        | 3                        | 2                        | 5           | 214    |
| 2007  | 7          | 5          | 6                        | 6                        | 3                        | 4                        | 4           | 218    |
| 2008  | 15         | 11         | 8                        | 7                        | 5                        | 7                        | 9           | 217    |
| 2009  | 0          | 0          | 4                        | 2                        | 2                        | 1                        | 0           | 221    |
| 2010  | 5          | 2          | 5                        | 3                        | 1                        | 2                        | 2           | 225    |
| 2011  | 14         | 9          | 9                        | 12                       | 4                        | 7                        | 5           | 219    |
| 2012  | 0          | 0          | 3                        | 1                        | 2                        | 0                        | 0           | 220    |
| 2013  | 4          | 2          | 5                        | 4                        | 4                        | 4                        | 4           | 215    |
| 2014  | 6          | 3          | 5                        | 5                        | 3                        | 3                        | 3           | 218    |
| 2015  | 10         | 6          | 6                        | 7                        | 5                        | 4                        | 6           | 222    |
| 2016  | 4          | 3          | 3                        | 3                        | 3                        | 3                        | 3           | 219    |
| 2017  | 0          | 0          | 2                        | 1                        | 0                        | 0                        | 0           | 223    |
| 2018  | 10         | 6          | 5                        | 6                        | 3                        | 3                        | 10          | 218    |
| 2019  | 4          | 2          | 5                        | 4                        | 4                        | 4                        | 3           | 214    |
| 2020  | 9          | 8          | 6                        | 6                        | 3                        | 4                        | 6           | 218    |
| 2021  | 1          | 1          | 8                        | 6                        | 4                        | 4                        | 1           | 221    |
| 2022  | 10         | 4          | 6                        | 5                        | 2                        | 3                        | 4           | 217    |
| 2023  | 2          | 0          | 5                        | 4                        | 2                        | 2                        | 0           | 218    |
| 2024  | 0          | 0          | 0                        | 0                        | 0                        | 0                        | 0           | 72     |
| Total | 126        | 74         | 116                      | 106                      | 65                       | 67                       | 73          | 5099   |

Quelle: Eigene Darstellung.

Tabelle 17: relative Häufigkeit der Überschreitungen des VaR bei Konfidenzniveau  $\alpha = 0,99$ 

| Jahr  | VaR-0.99_N | VaR-0.99_T | VaR-0.99_N_<br>EWMA_0.94 | VaR-0.99_N_<br>EWMA_0.97 | VaR-0.99_T_<br>EWMA_0.94 | VaR-0.99_T_<br>EWMA_0.97 | VaR-0.99_HS |
|-------|------------|------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------|
| 2000  | 0,00%      | 0,00%      | 2,99%                    | 2,99%                    | 1,49%                    | 0,00%                    | 0,00%       |
| 2001  | 4,05%      | 2,31%      | 2,89%                    | 4,05%                    | 1,16%                    | 1,16%                    | 0,58%       |
| 2002  | 2,80%      | 0,93%      | 1,87%                    | 2,34%                    | 1,87%                    | 1,40%                    | 2,34%       |
| 2003  | 0,50%      | 0,00%      | 0,00%                    | 0,00%                    | 0,00%                    | 0,00%                    | 0,00%       |
| 2004  | 0,95%      | 0,00%      | 2,37%                    | 1,90%                    | 1,42%                    | 1,42%                    | 0,95%       |
| 2005  | 0,89%      | 0,45%      | 1,79%                    | 1,34%                    | 0,89%                    | 0,89%                    | 0,00%       |
| 2006  | 3,27%      | 2,34%      | 2,34%                    | 1,40%                    | 1,40%                    | 0,93%                    | 2,34%       |
| 2007  | 3,21%      | 2,29%      | 2,75%                    | 2,75%                    | 1,38%                    | 1,83%                    | 1,83%       |
| 2008  | 6,91%      | 5,07%      | 3,69%                    | 3,23%                    | 2,30%                    | 3,23%                    | 4,15%       |
| 2009  | 0,00%      | 0,00%      | 1,81%                    | 0,90%                    | 0,90%                    | 0,45%                    | 0,00%       |
| 2010  | 2,22%      | 0,89%      | 2,22%                    | 1,33%                    | 0,44%                    | 0,89%                    | 0,89%       |
| 2011  | 6,39%      | 4,11%      | 4,11%                    | 5,48%                    | 1,83%                    | 3,20%                    | 2,28%       |
| 2012  | 0,00%      | 0,00%      | 1,36%                    | 0,45%                    | 0,91%                    | 0,00%                    | 0,00%       |
| 2013  | 1,86%      | 0,93%      | 2,33%                    | 1,86%                    | 1,86%                    | 1,86%                    | 1,86%       |
| 2014  | 2,75%      | 1,38%      | 2,29%                    | 2,29%                    | 1,38%                    | 1,38%                    | 1,38%       |
| 2015  | 4,50%      | 2,70%      | 2,70%                    | 3,15%                    | 2,25%                    | 1,80%                    | 2,70%       |
| 2016  | 1,83%      | 1,37%      | 1,37%                    | 1,37%                    | 1,37%                    | 1,37%                    | 1,37%       |
| 2017  | 0,00%      | 0,00%      | 0,90%                    | 0,45%                    | 0,00%                    | 0,00%                    | 0,00%       |
| 2018  | 4,59%      | 2,75%      | 2,29%                    | 2,75%                    | 1,38%                    | 1,38%                    | 4,59%       |
| 2019  | 1,87%      | 0,93%      | 2,34%                    | 1,87%                    | 1,87%                    | 1,87%                    | 1,40%       |
| 2020  | 4,13%      | 3,67%      | 2,75%                    | 2,75%                    | 1,38%                    | 1,83%                    | 2,75%       |
| 2021  | 0,45%      | 0,45%      | 3,62%                    | 2,71%                    | 1,81%                    | 1,81%                    | 0,45%       |
| 2022  | 4,61%      | 1,84%      | 2,76%                    | 2,30%                    | 0,92%                    | 1,38%                    | 1,84%       |
| 2023  | 0,92%      | 0,00%      | 2,29%                    | 1,83%                    | 0,92%                    | 0,92%                    | 0,00%       |
| 2024  | 0,00%      | 0,00%      | 0,00%                    | 0,00%                    | 0,00%                    | 0,00%                    | 0,00%       |
| Total | 2,47%      | 1,45%      | 2,27%                    | 2,08%                    | 1,27%                    | 1,31%                    | 1,43%       |

Quelle: Eigene Darstellung.

Tabelle 18: Summe der Indikatoren des ES bei Konfidenzniveau  $\alpha = 0,95$ 

| Jahr  | ES-0.95_N | ES-0.95_T | ES-0.95_N_<br>EWMA_0.94 | ES-0.95_N_<br>EWMA_0.97 | ES-0.95_T_<br>EWMA_0.94 | ES-0.95_T_<br>EWMA_0.97 | ES-0.95_HS | # Tage |
|-------|-----------|-----------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|------------|--------|
| 2000  | 1,7201    | 0,9013    | 3,6634                  | 2,7943                  | 2,3792                  | 1,7432                  | 0,9039     | 67     |
| 2001  | 8,9522    | 6,8796    | 8,5135                  | 8,3694                  | 6,2230                  | 6,3947                  | 6,2933     | 173    |
| 2002  | 9,7663    | 6,3271    | 7,7819                  | 8,1721                  | 5,4581                  | 5,7743                  | 6,2832     | 214    |
| 2003  | 1,5227    | 0,8372    | 3,8367                  | 2,5245                  | 1,9687                  | 1,3363                  | 1,1466     | 201    |
| 2004  | 3,3781    | 2,2130    | 7,4753                  | 6,8110                  | 5,4618                  | 5,2235                  | 3,1660     | 211    |
| 2005  | 4,7197    | 3,2279    | 7,9269                  | 7,1065                  | 5,2946                  | 4,9662                  | 4,2745     | 224    |
| 2006  | 8,0069    | 6,2959    | 6,9342                  | 7,8285                  | 4,9215                  | 5,4068                  | 6,8679     | 214    |
| 2007  | 10,4448   | 7,6516    | 8,1443                  | 8,5222                  | 5,8757                  | 5,9609                  | 8,5020     | 218    |
| 2008  | 19,7373   | 14,8259   | 13,0475                 | 12,7946                 | 8,8594                  | 8,9163                  | 14,9849    | 217    |
| 2009  | 0,9589    | 0,2832    | 5,1671                  | 3,0731                  | 3,6816                  | 1,8931                  | 0,2458     | 221    |
| 2010  | 6,1196    | 4,3701    | 7,6177                  | 7,4164                  | 5,2875                  | 4,9616                  | 5,1619     | 225    |
| 2011  | 16,6305   | 13,8007   | 12,3904                 | 12,8655                 | 9,2749                  | 10,2818                 | 11,2333    | 219    |
| 2012  | 0,5018    | 0,2022    | 5,3475                  | 4,2932                  | 3,2927                  | 2,3217                  | 0,0292     | 220    |
| 2013  | 4,4229    | 3,3926    | 7,2548                  | 5,9639                  | 5,4054                  | 4,5562                  | 4,1291     | 215    |
| 2014  | 8,3381    | 6,3764    | 8,5638                  | 8,3563                  | 5,5678                  | 5,3568                  | 6,9093     | 218    |
| 2015  | 12,2060   | 9,7079    | 8,7636                  | 9,6349                  | 6,5097                  | 7,0850                  | 10,9957    | 222    |
| 2016  | 5,7262    | 4,5228    | 7,1812                  | 5,8125                  | 4,8854                  | 3,9563                  | 3,8371     | 219    |
| 2017  | 0,4591    | 0,1704    | 5,2102                  | 3,8799                  | 3,3804                  | 2,2943                  | 0,5604     | 223    |
| 2018  | 17,1127   | 12,4100   | 11,8789                 | 12,0702                 | 8,1404                  | 8,1413                  | 13,5385    | 218    |
| 2019  | 4,8943    | 3,8683    | 7,1937                  | 6,0851                  | 5,7487                  | 4,7755                  | 3,4015     | 214    |
| 2020  | 10,7430   | 9,4586    | 11,1583                 | 9,4638                  | 7,6242                  | 6,8922                  | 8,6779     | 218    |
| 2021  | 3,0142    | 1,8421    | 9,5522                  | 8,3224                  | 7,6778                  | 5,8858                  | 1,8566     | 221    |
| 2022  | 13,8010   | 10,4371   | 9,4290                  | 8,8228                  | 5,8192                  | 5,7825                  | 8,1708     | 217    |
| 2023  | 3,3761    | 1,7660    | 7,3212                  | 6,7842                  | 5,2777                  | 4,7401                  | 1,5639     | 218    |
| 2024  | 0,0000    | 0,0000    | 0,0000                  | 0,0000                  | 0,0000                  | 0,0000                  | 0,0000     | 72     |
| Total | 176,5527  | 131,7678  | 191,3533                | 177,7672                | 134,0154                | 124,6468                | 132,7335   | 5099   |

Quelle: Eigene Darstellung.

Tabelle 19: Summe der Indikatoren des ES bei Konfidenzniveau  $\alpha = 0,99$ 

| Jahr  | ES-0.99_N | ES-0.99_T | ES-0.99_N_<br>EWMA_0.94 | ES-0.99_N_<br>EWMA_0.97 | ES-0.99_T_<br>EWMA_0.94 | ES-0.99_T_<br>EWMA_0.97 | ES-0.99_HS | # Tage |
|-------|-----------|-----------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|------------|--------|
| 2000  | 0,0000    | 0,0000    | 1,2404                  | 1,0196                  | 0,1763                  | 0,0000                  | 0,0000     | 67     |
| 2001  | 4,2934    | 1,0871    | 3,4958                  | 3,7238                  | 1,4679                  | 1,3939                  | 1,0000     | 173    |
| 2002  | 4,2343    | 0,8843    | 3,4099                  | 3,1196                  | 1,2758                  | 1,0131                  | 1,3794     | 214    |
| 2003  | 0,0903    | 0,0000    | 0,0000                  | 0,0000                  | 0,0000                  | 0,0000                  | 0,0000     | 201    |
| 2004  | 0,8673    | 0,0000    | 3,1689                  | 3,0567                  | 2,2433                  | 1,8496                  | 0,0000     | 211    |
| 2005  | 1,3890    | 0,3335    | 2,5847                  | 2,4746                  | 1,5681                  | 1,4289                  | 0,0000     | 224    |
| 2006  | 5,6272    | 2,0923    | 2,9481                  | 2,3811                  | 1,2192                  | 1,3237                  | 1,7270     | 214    |
| 2007  | 4,8829    | 2,6391    | 3,5293                  | 4,1786                  | 1,1424                  | 1,6156                  | 2,4766     | 218    |
| 2008  | 11,9809   | 7,6497    | 5,6409                  | 6,2406                  | 2,2312                  | 3,3680                  | 6,4087     | 217    |
| 2009  | 0,0000    | 0,0000    | 2,1704                  | 1,2003                  | 0,7725                  | 0,3294                  | 0,0000     | 221    |
| 2010  | 2,7776    | 0,9714    | 3,2575                  | 2,3734                  | 0,8710                  | 1,3969                  | 0,4367     | 225    |
| 2011  | 10,6151   | 4,9499    | 5,7468                  | 8,1372                  | 2,3408                  | 2,8332                  | 3,3355     | 219    |
| 2012  | 0,0000    | 0,0000    | 2,0925                  | 0,6173                  | 0,6878                  | 0,0000                  | 0,0000     | 220    |
| 2013  | 2,3872    | 0,8857    | 3,9856                  | 3,4574                  | 1,5852                  | 1,4533                  | 1,8305     | 215    |
| 2014  | 4,0146    | 1,2284    | 3,7016                  | 3,5964                  | 1,4978                  | 1,7920                  | 1,0000     | 218    |
| 2015  | 7,5840    | 4,0426    | 4,9013                  | 4,4416                  | 2,7891                  | 2,4116                  | 4,4608     | 222    |
| 2016  | 3,2793    | 2,5180    | 2,9398                  | 2,9525                  | 2,4853                  | 2,4479                  | 1,6817     | 219    |
| 2017  | 0,0000    | 0,0000    | 0,9641                  | 0,0602                  | 0,0000                  | 0,0000                  | 0,0000     | 223    |
| 2018  | 7,0072    | 3,7827    | 4,1384                  | 4,0326                  | 2,7823                  | 2,8417                  | 4,5319     | 218    |
| 2019  | 3,1104    | 1,5897    | 4,0075                  | 3,8149                  | 3,1683                  | 2,7369                  | 0,5322     | 214    |
| 2020  | 8,3331    | 7,0831    | 4,1792                  | 4,5595                  | 2,9203                  | 3,1250                  | 3,4308     | 218    |
| 2021  | 0,9997    | 0,9446    | 5,9855                  | 4,2720                  | 2,9489                  | 1,8618                  | 1,0000     | 221    |
| 2022  | 6,0640    | 2,7842    | 3,2489                  | 3,5548                  | 1,1363                  | 1,0369                  | 0,9061     | 217    |
| 2023  | 1,2477    | 0,0000    | 3,7686                  | 2,3665                  | 1,1672                  | 1,0500                  | 0,0000     | 218    |
| 2024  | 0,0000    | 0,0000    | 0,0000                  | 0,0000                  | 0,0000                  | 0,0000                  | 0,0000     | 72     |
| Total | 90,7853   | 45,4663   | 81,1057                 | 75,6311                 | 38,4770                 | 37,3093                 | 36,1378    | 5099   |

Quelle: Eigene Darstellung.

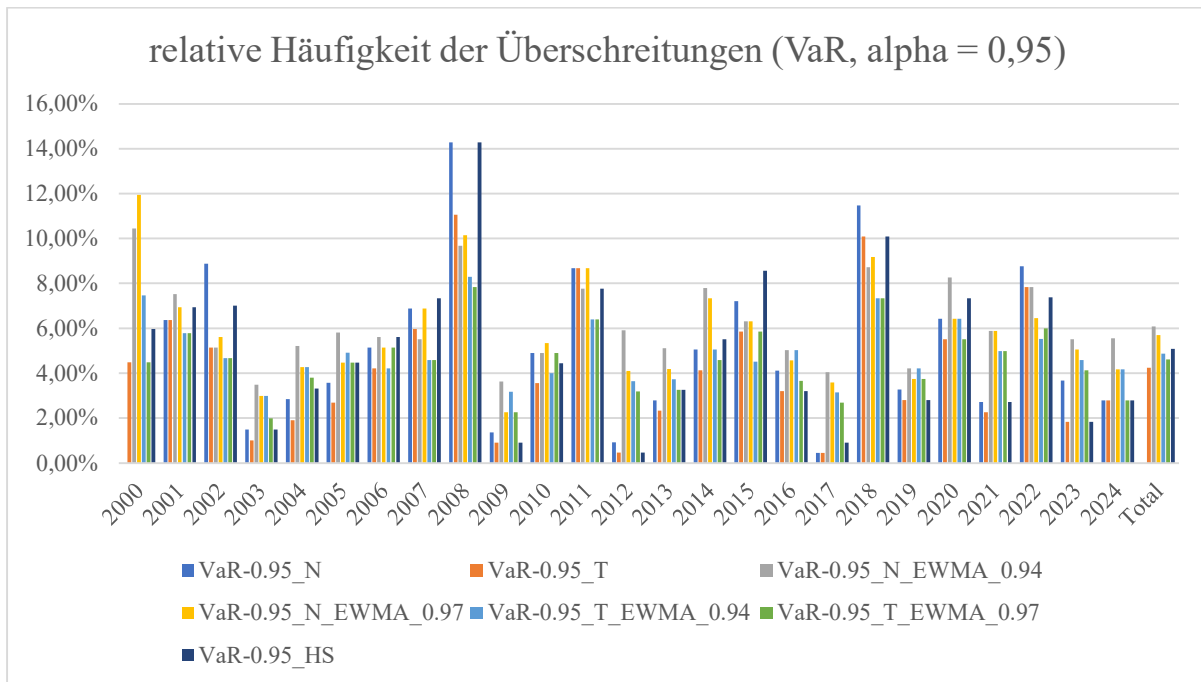


Abbildung 26: Relative Häufigkeit der Überschreitung für die untersuchten VaR-Modelle mit Konfidenzniveau  $\alpha = 0,95$

Quelle: Eigene Darstellung.

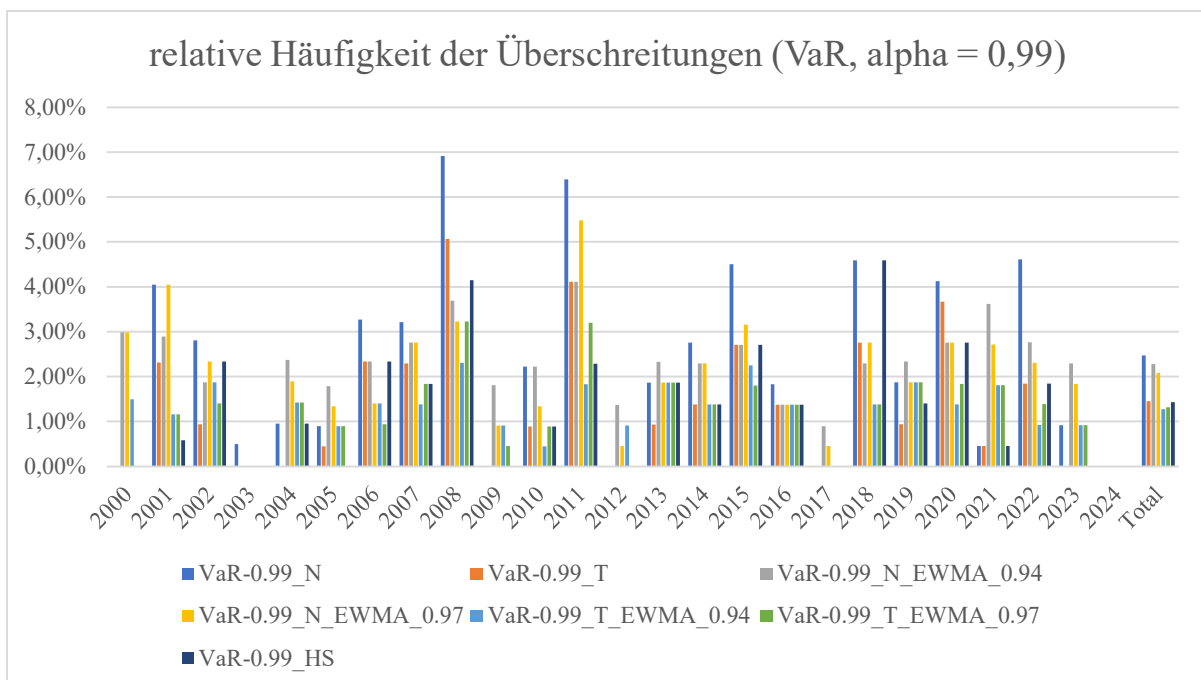


Abbildung 27: Relative Häufigkeit der Überschreitung für die untersuchten VaR-Modelle mit Konfidenzniveau  $\alpha = 0,99$

Quelle: Eigene Darstellung.

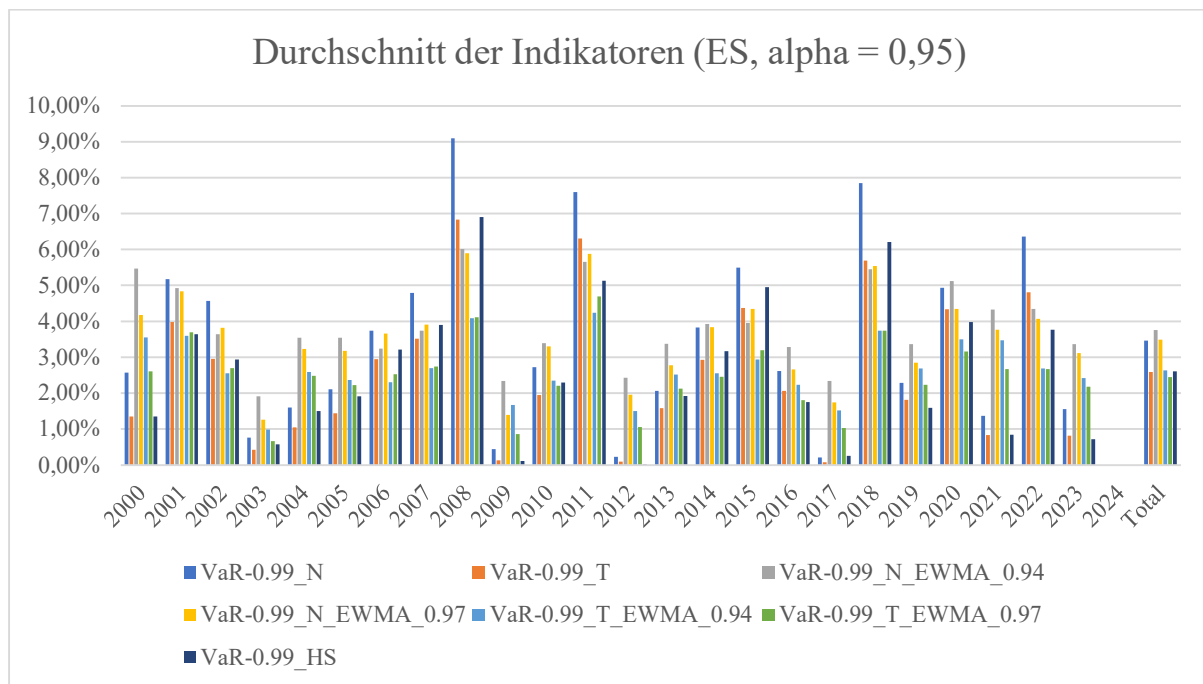


Abbildung 28: Durchschnitt der Indikatoren für die untersuchten ES-Modelle mit Konfidenzniveau  $\alpha = 0,95$

Quelle: Eigene Darstellung.

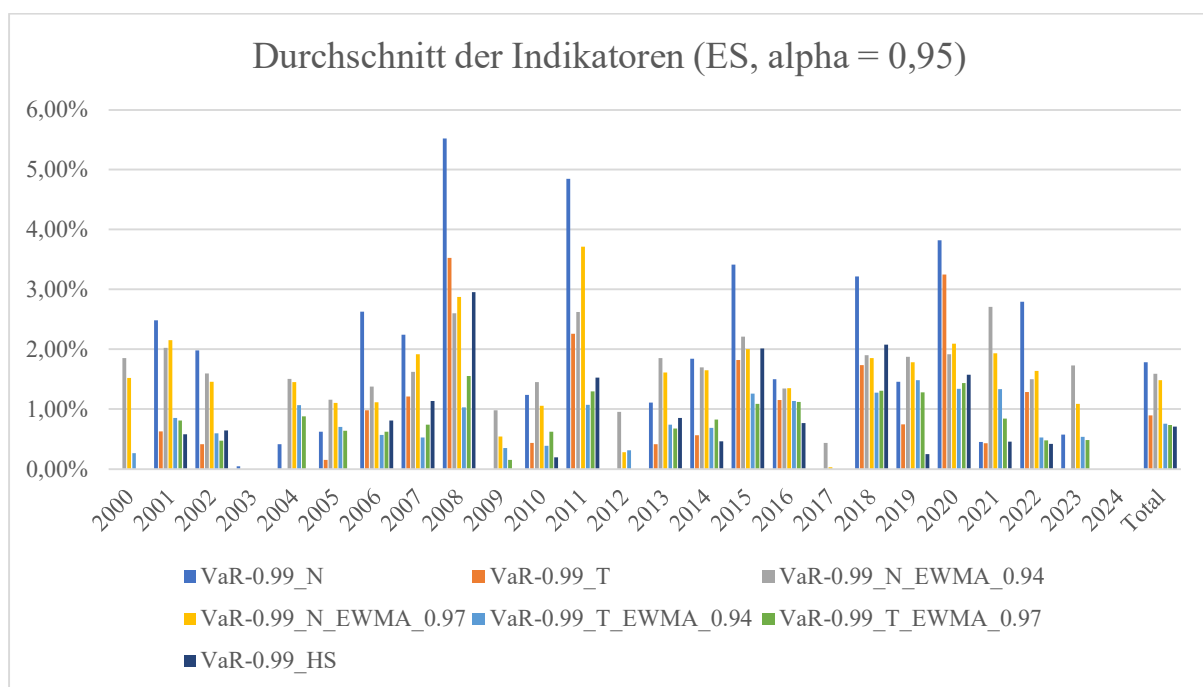


Abbildung 29: Durchschnitt der Indikatoren für die untersuchten ES-Modelle mit Konfidenzniveau  $\alpha = 0,99$

Quelle: Eigene Darstellung.

Tabelle 20: absolute Häufigkeit der Überschreitungen des VaR bei Konfidenzniveau  $\alpha = 0,95$  während und nach Stresssituationen

| Jahr                                                | VaR-<br>0.95_N | VaR-<br>0.95_T | VaR-<br>0.95_N_EW<br>MA_0.94 | VaR-<br>0.95_N_EW<br>MA_0.97 | VaR-<br>0.95_T_EW<br>MA_0.94 | VaR-<br>0.95_T_EW<br>MA_0.97 | VaR-<br>0.95_HS | #<br>Tage  |
|-----------------------------------------------------|----------------|----------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|-----------------|------------|
| 1.7.2000 -<br>30.6.2003                             | 36             | 27             | 35                           | 35                           | 28                           | 25                           | 34              | 548        |
| 1.7.2003 -<br>30.6.2004                             | 4              | 2              | 10                           | 10                           | 10                           | 8                            | 5               | 210        |
| 1.7.2007 -<br>30.6.2009                             | 46             | 37             | 33                           | 35                           | 28                           | 26                           | 45              | 434        |
| 1.7.2009 -<br>30.6.2010                             | 8              | 7              | 13                           | 12                           | 12                           | 12                           | 9               | 222        |
| 1.4.2011 -<br>31.12.2011                            | 17             | 17             | 14                           | 16                           | 11                           | 11                           | 15              | 162        |
| 1.1.2012 -<br>31.12.2012                            | 2              | 1              | 13                           | 9                            | 8                            | 7                            | 1               | 220        |
| 1.1.2015 -<br>30.3.2016                             | 22             | 18             | 19                           | 19                           | 15                           | 18                           | 24              | 273        |
| 1.4.2016 -<br>30.3.2017                             | 3              | 2              | 8                            | 6                            | 7                            | 4                            | 2               | 220        |
| 1.1.2020 -<br>30.9.2020                             | 14             | 12             | 14                           | 11                           | 10                           | 10                           | 16              | 162        |
| 1.10.2020 -<br>30.9.2021                            | 3              | 3              | 14                           | 13                           | 14                           | 11                           | 3               | 219        |
| 1.1.2022 -<br>30.12.2022                            | 19             | 17             | 17                           | 14                           | 12                           | 13                           | 16              | 216        |
| 1.1.2023 -<br>30.12.2023                            | 8              | 4              | 12                           | 11                           | 10                           | 9                            | 4               | 218        |
| <b>Durchschnitt<br/>Stress-situa-<br/>tion</b>      | 25,57          | 21,43          | 21,71                        | 21,43                        | 17,29                        | 17,00                        | 24,57           | 295,<br>00 |
| <b>Durchschnitt<br/>Nicht-Stress-<br/>situation</b> | 6,43           | 4,71           | 12,57                        | 11,14                        | 10,86                        | 9,57                         | 6,00            | 217,<br>43 |

Quelle: Eigene Darstellung.

Tabelle 21: relative Häufigkeit der Überschreitungen des VaR bei Konfidenzniveau  $\alpha = 0,95$  während und nach Stresssituationen

| Jahr                                                | VaR-<br>0.95_N | VaR-<br>0.95_T | VaR-<br>0.95_N_EW<br>MA_0.94 | VaR-<br>0.95_N_EW<br>MA_0.97 | VaR-<br>0.95_T_EW<br>MA_0.94 | VaR-<br>0.95_T_EW<br>MA_0.97 | VaR-<br>0.95_HS |
|-----------------------------------------------------|----------------|----------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|-----------------|
| 1.7.2000 -<br>30.6.2003                             | 6,57%          | 4,93%          | 6,39%                        | 6,39%                        | 5,11%                        | 4,56%                        | 6,20%           |
| 1.7.2003 -<br>30.6.2004                             | 1,90%          | 0,95%          | 4,76%                        | 4,76%                        | 4,76%                        | 3,81%                        | 2,38%           |
| 1.7.2007 -<br>30.6.2009                             | 10,60%         | 8,53%          | 7,60%                        | 8,06%                        | 6,45%                        | 5,99%                        | 10,37%          |
| 1.7.2009 -<br>30.6.2010                             | 3,60%          | 3,15%          | 5,86%                        | 5,41%                        | 5,41%                        | 5,41%                        | 4,05%           |
| 1.4.2011 -<br>31.12.2011                            | 10,49%         | 10,49%         | 8,64%                        | 9,88%                        | 6,79%                        | 6,79%                        | 9,26%           |
| 1.1.2012 -<br>31.12.2012                            | 0,91%          | 0,45%          | 5,91%                        | 4,09%                        | 3,64%                        | 3,18%                        | 0,45%           |
| 1.1.2015 -<br>30.3.2016                             | 8,06%          | 6,59%          | 6,96%                        | 6,96%                        | 5,49%                        | 6,59%                        | 8,79%           |
| 1.4.2016 -<br>30.3.2017                             | 1,36%          | 0,91%          | 3,64%                        | 2,73%                        | 3,18%                        | 1,82%                        | 0,91%           |
| 1.1.2020 -<br>30.9.2020                             | 8,64%          | 7,41%          | 8,64%                        | 6,79%                        | 6,17%                        | 6,17%                        | 9,88%           |
| 1.10.2020 -<br>30.9.2021                            | 1,37%          | 1,37%          | 6,39%                        | 5,94%                        | 6,39%                        | 5,02%                        | 1,37%           |
| 1.1.2022 -<br>30.12.2022                            | 8,80%          | 7,87%          | 7,87%                        | 6,48%                        | 5,56%                        | 6,02%                        | 7,41%           |
| 1.1.2023 -<br>30.12.2023                            | 3,67%          | 1,83%          | 5,50%                        | 5,05%                        | 4,59%                        | 4,13%                        | 1,83%           |
| <b>Durchschnitt<br/>Stress-situa-<br/>tion</b>      | 8,92%          | 7,71%          | 7,64%                        | 7,42%                        | 5,98%                        | 6,01%                        | 8,58%           |
| <b>Durchschnitt<br/>Nicht-Stress-<br/>situation</b> | 2,97%          | 2,18%          | 5,79%                        | 5,14%                        | 5,00%                        | 4,41%                        | 2,78%           |

Quelle: Eigene Darstellung.

Tabelle 22: absolute Häufigkeit der Überschreitungen des VaR bei Konfidenzniveau  $\alpha = 0,99$  während und nach Stresssituationen

| Jahr                                                | VaR-<br>0.99_N | VaR-<br>0.99_T | VaR-<br>0.99_N_EW<br>MA_0.94 | VaR-<br>0.99_N_EW<br>MA_0.97 | VaR-<br>0.99_T_EW<br>MA_0.94 | VaR-<br>0.99_T_EW<br>MA_0.97 | VaR-<br>0.99_HS | #<br>Tage  |
|-----------------------------------------------------|----------------|----------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|-----------------|------------|
| 1.7.2000 -<br>30.6.2003                             | 14             | 6              | 11                           | 14                           | 7                            | 5                            | 6               | 548        |
| 1.7.2003 -<br>30.6.2004                             | 1              | 0              | 3                            | 2                            | 2                            | 2                            | 1               | 210        |
| 1.7.2007 -<br>30.6.2009                             | 21             | 15             | 14                           | 12                           | 7                            | 10                           | 12              | 434        |
| 1.7.2009 -<br>30.6.2010                             | 4              | 2              | 7                            | 5                            | 3                            | 3                            | 2               | 222        |
| 1.4.2011 -<br>31.12.2011                            | 13             | 8              | 7                            | 10                           | 2                            | 5                            | 5               | 162        |
| 1.1.2012 -<br>31.12.2012                            | 0              | 0              | 3                            | 1                            | 2                            | 0                            | 0               | 220        |
| 1.1.2015 -<br>30.3.2016                             | 12             | 7              | 7                            | 8                            | 6                            | 5                            | 7               | 273        |
| 1.4.2016 -<br>30.3.2017                             | 2              | 2              | 2                            | 2                            | 2                            | 2                            | 2               | 220        |
| 1.1.2020 -<br>30.9.2020                             | 9              | 8              | 4                            | 6                            | 3                            | 4                            | 6               | 162        |
| 1.10.2020 -<br>30.9.2021                            | 0              | 0              | 9                            | 5                            | 3                            | 3                            | 0               | 219        |
| 1.1.2022 -<br>30.12.2022                            | 10             | 4              | 6                            | 5                            | 2                            | 3                            | 4               | 216        |
| 1.1.2023 -<br>30.12.2023                            | 2              | 0              | 5                            | 4                            | 2                            | 2                            | 0               | 218        |
| <b>Durchschnitt<br/>Stress-situa-<br/>tion</b>      | 12,71          | 7,71           | 7,71                         | 8,71                         | 4,29                         | 5,00                         | 7,14            | 295,<br>00 |
| <b>Durchschnitt<br/>Nicht-Stress-<br/>situation</b> | 3,00           | 2,00           | 5,29                         | 4,14                         | 3,00                         | 2,86                         | 2,00            | 217,<br>43 |

Quelle: Eigene Darstellung.

Tabelle 23: relative Häufigkeit der Überschreitungen des VaR bei Konfidenzniveau  $\alpha = 0,99$  während und nach Stresssituationen

| Jahr                                                | VaR-<br>0.99_N | VaR-<br>0.99_T | VaR-<br>0.99_N_EW<br>MA_0.94 | VaR-<br>0.99_N_EW<br>MA_0.97 | VaR-<br>0.99_T_EW<br>MA_0.94 | VaR-<br>0.99_T_EW<br>MA_0.97 | VaR-<br>0.95_HS |
|-----------------------------------------------------|----------------|----------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|-----------------|
| 1.7.2000 -<br>30.6.2003                             | 2,55%          | 1,09%          | 2,01%                        | 2,55%                        | 1,28%                        | 0,91%                        | 1,09%           |
| 1.7.2003 -<br>30.6.2004                             | 0,48%          | 0,00%          | 1,43%                        | 0,95%                        | 0,95%                        | 0,95%                        | 0,48%           |
| 1.7.2007 -<br>30.6.2009                             | 4,84%          | 3,46%          | 3,23%                        | 2,76%                        | 1,61%                        | 2,30%                        | 2,76%           |
| 1.7.2009 -<br>30.6.2010                             | 1,80%          | 0,90%          | 3,15%                        | 2,25%                        | 1,35%                        | 1,35%                        | 0,90%           |
| 1.4.2011 -<br>31.12.2011                            | 8,02%          | 4,94%          | 4,32%                        | 6,17%                        | 1,23%                        | 3,09%                        | 3,09%           |
| 1.1.2012 -<br>31.12.2012                            | 0,00%          | 0,00%          | 1,36%                        | 0,45%                        | 0,91%                        | 0,00%                        | 0,00%           |
| 1.1.2015 -<br>30.3.2016                             | 4,40%          | 2,56%          | 2,56%                        | 2,93%                        | 2,20%                        | 1,83%                        | 2,56%           |
| 1.4.2016 -<br>30.3.2017                             | 0,91%          | 0,91%          | 0,91%                        | 0,91%                        | 0,91%                        | 0,91%                        | 0,91%           |
| 1.1.2020 -<br>30.9.2020                             | 5,56%          | 4,94%          | 2,47%                        | 3,70%                        | 1,85%                        | 2,47%                        | 3,70%           |
| 1.10.2020 -<br>30.9.2021                            | 0,00%          | 0,00%          | 4,11%                        | 2,28%                        | 1,37%                        | 1,37%                        | 0,00%           |
| 1.1.2022 -<br>30.12.2022                            | 4,63%          | 1,85%          | 2,78%                        | 2,31%                        | 0,93%                        | 1,39%                        | 1,85%           |
| 1.1.2023 -<br>30.12.2023                            | 0,92%          | 0,00%          | 2,29%                        | 1,83%                        | 0,92%                        | 0,92%                        | 0,00%           |
| <b>Durchschnitt<br/>Stress-situa-<br/>tion</b>      | 4,81%          | 3,01%          | 2,75%                        | 3,24%                        | 1,46%                        | 1,87%                        | 2,68%           |
| <b>Durchschnitt<br/>Nicht-Stress-<br/>situation</b> | 1,39%          | 0,93%          | 2,43%                        | 1,91%                        | 1,39%                        | 1,32%                        | 0,93%           |

Quelle: Eigene Darstellung.

Tabelle 24: Summe der Indikatoren des ES bei Konfidenzniveau  $\alpha = 0,95$  während und nach Stresssituationen

| Jahr                                                | VaR-<br>0.95_N | VaR-<br>0.95_T | VaR-<br>0.95_N_EW<br>MA_0.94 | VaR-<br>0.95_N_EW<br>MA_0.97 | VaR-<br>0.95_T_EW<br>MA_0.94 | VaR-<br>0.95_T_EW<br>MA_0.97 | VaR-<br>0.95_HS | #<br>Tage  |
|-----------------------------------------------------|----------------|----------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|-----------------|------------|
| 1.7.2000 -<br>30.6.2003                             | 21,96          | 14,95          | 22,04                        | 20,73                        | 15,07                        | 14,78                        | 14,63           | 548        |
| 1.7.2003 -<br>30.6.2004                             | 1,77           | 1,04           | 7,03                         | 6,12                         | 4,87                         | 4,17                         | 2,10            | 210        |
| 1.7.2007 -<br>30.6.2009                             | 29,47          | 21,57          | 20,86                        | 19,64                        | 14,17                        | 13,45                        | 22,39           | 434        |
| 1.7.2009 -<br>30.6.2010                             | 5,24           | 3,78           | 9,40                         | 8,53                         | 7,08                         | 6,03                         | 4,61            | 222        |
| 1.4.2011 -<br>31.12.2011                            | 14,97          | 12,51          | 9,89                         | 10,33                        | 7,14                         | 8,13                         | 10,15           | 162        |
| 1.1.2012 -<br>31.12.2012                            | 0,50           | 0,20           | 5,35                         | 4,29                         | 3,29                         | 2,32                         | 0,03            | 220        |
| 1.1.2015 -<br>30.3.2016                             | 15,91          | 12,29          | 11,86                        | 12,68                        | 8,44                         | 8,96                         | 12,99           | 273        |
| 1.4.2016 -<br>30.3.2017                             | 2,03           | 1,94           | 4,86                         | 3,15                         | 3,29                         | 2,17                         | 1,84            | 220        |
| 1.1.2020 -<br>30.9.2020                             | 10,74          | 9,46           | 8,26                         | 8,00                         | 5,65                         | 6,11                         | 8,68            | 162        |
| 1.10.2020 -<br>30.9.2021                            | 1,35           | 0,49           | 11,24                        | 8,27                         | 8,66                         | 5,61                         | 0,49            | 219        |
| 1.1.2022 -<br>30.12.2022                            | 13,80          | 10,44          | 9,43                         | 8,82                         | 5,82                         | 5,78                         | 8,17            | 216        |
| 1.1.2023 -<br>30.12.2023                            | 3,38           | 1,77           | 7,32                         | 6,78                         | 5,28                         | 4,74                         | 1,56            | 218        |
| <b>Durchschnitt<br/>Stress-situa-<br/>tion</b>      | 17,71          | 13,38          | 13,54                        | 13,18                        | 9,24                         | 9,34                         | 12,94           | 295,<br>00 |
| <b>Durchschnitt<br/>Nicht-Stress-<br/>situation</b> | 3,90           | 2,99           | 8,31                         | 7,22                         | 6,07                         | 5,12                         | 3,05            | 217,<br>43 |

Quelle: Eigene Darstellung.

Tabelle 25: Durchschnitt der Indikatoren des ES bei Konfidenzniveau  $\alpha = 0,95$  während und nach Stresssituationen

| Jahr                                       | ES-<br>0.95_N | ES-<br>0.95_T | ES-<br>0.95_N_EW<br>MA_0.94 | ES-<br>0.95_N_EW<br>MA_0.97 | ES-<br>0.95_T_EW<br>MA_0.94 | ES-<br>0.95_T_EW<br>MA_0.97 | ES-<br>0.95_HS |
|--------------------------------------------|---------------|---------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|----------------|
| 1.7.2000 -<br>30.6.2003                    | 4,01%         | 2,73%         | 4,02%                       | 3,78%                       | 2,75%                       | 2,70%                       | 2,67%          |
| 1.7.2003 -<br>30.6.2004                    | 0,85%         | 0,49%         | 3,35%                       | 2,91%                       | 2,32%                       | 1,98%                       | 1,00%          |
| 1.7.2007 -<br>30.6.2009                    | 6,79%         | 4,97%         | 4,81%                       | 4,53%                       | 3,26%                       | 3,10%                       | 5,16%          |
| 1.7.2009 -<br>30.6.2010                    | 2,36%         | 1,70%         | 4,23%                       | 3,84%                       | 3,19%                       | 2,71%                       | 2,08%          |
| 1.4.2011 -<br>31.12.2011                   | 9,24%         | 7,72%         | 6,10%                       | 6,38%                       | 4,41%                       | 5,02%                       | 6,27%          |
| 1.1.2012 -<br>31.12.2012                   | 0,23%         | 0,09%         | 2,43%                       | 1,95%                       | 1,50%                       | 1,06%                       | 0,01%          |
| 1.1.2015 -<br>30.3.2016                    | 5,83%         | 4,50%         | 4,35%                       | 4,64%                       | 3,09%                       | 3,28%                       | 4,76%          |
| 1.4.2016 -<br>30.3.2017                    | 0,92%         | 0,88%         | 2,21%                       | 1,43%                       | 1,50%                       | 0,98%                       | 0,84%          |
| 1.1.2020 -<br>30.9.2020                    | 6,63%         | 5,84%         | 5,10%                       | 4,94%                       | 3,48%                       | 3,77%                       | 5,36%          |
| 1.10.2020 -<br>30.9.2021                   | 0,62%         | 0,22%         | 5,13%                       | 3,78%                       | 3,95%                       | 2,56%                       | 0,22%          |
| 1.1.2022 -<br>30.12.2022                   | 6,39%         | 4,83%         | 4,37%                       | 4,08%                       | 2,69%                       | 2,68%                       | 3,78%          |
| 1.1.2023 -<br>30.12.2023                   | 1,55%         | 0,81%         | 3,36%                       | 3,11%                       | 2,42%                       | 2,17%                       | 0,72%          |
| Durchschnitt<br>Stress-situa-<br>tion      | 6,46%         | 5,03%         | 4,76%                       | 4,69%                       | 3,26%                       | 3,37%                       | 4,72%          |
| Durchschnitt<br>Nicht-Stress-<br>situation | 1,80%         | 1,38%         | 3,83%                       | 3,33%                       | 2,80%                       | 2,36%                       | 1,41%          |

Quelle: Eigene Darstellung.

Tabelle 26: Summe der Indikatoren des ES bei Konfidenzniveau  $\alpha = 0,99$  während und nach Stresssituationen

| Jahr                                                | ES-<br>0.99_N | ES-<br>0.99_T | ES-<br>0.99_N_EW<br>MA_0.94 | ES-<br>0.99_N_EW<br>MA_0.97 | ES-<br>0.99_T_EW<br>MA_0.94 | ES-<br>0.99_T_EW<br>MA_0.97 | ES-<br>0.99_HS | #<br>Tage  |
|-----------------------------------------------------|---------------|---------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|----------------|------------|
| 1.7.2000 -<br>30.6.2003                             | 8,62          | 1,97          | 8,15                        | 7,86                        | 2,92                        | 2,41                        | 2,38           | 548        |
| 1.7.2003 -<br>30.6.2004                             | 0,38          | 0,00          | 2,08                        | 1,94                        | 1,50                        | 1,39                        | 0,00           | 210        |
| 1.7.2007 -<br>30.6.2009                             | 15,90         | 9,63          | 8,27                        | 9,42                        | 2,39                        | 4,03                        | 8,41           | 434        |
| 1.7.2009 -<br>30.6.2010                             | 2,74          | 0,97          | 4,62                        | 3,57                        | 1,64                        | 1,73                        | 0,44           | 222        |
| 1.4.2011 -<br>31.12.2011                            | 9,82          | 4,78          | 3,78                        | 6,19                        | 0,82                        | 1,40                        | 3,34           | 162        |
| 1.1.2012 -<br>31.12.2012                            | 0,00          | 0,00          | 2,09                        | 0,62                        | 0,69                        | 0,00                        | 0,00           | 220        |
| 1.1.2015 -<br>30.3.2016                             | 8,88          | 4,86          | 5,84                        | 5,40                        | 3,34                        | 3,03                        | 4,95           | 273        |
| 1.4.2016 -<br>30.3.2017                             | 1,98          | 1,70          | 2,00                        | 2,00                        | 1,93                        | 1,83                        | 1,20           | 220        |
| 1.1.2020 -<br>30.9.2020                             | 8,33          | 7,08          | 3,34                        | 4,56                        | 2,92                        | 3,12                        | 3,43           | 162        |
| 1.10.2020 -<br>30.9.2021                            | 0,00          | 0,00          | 5,83                        | 3,27                        | 1,95                        | 0,87                        | 0,00           | 219        |
| 1.1.2022 -<br>30.12.2022                            | 6,06          | 2,78          | 3,25                        | 3,55                        | 1,14                        | 1,04                        | 0,91           | 216        |
| 1.1.2023 -<br>30.12.2023                            | 1,25          | 0,00          | 3,77                        | 2,37                        | 1,17                        | 1,05                        | 0,00           | 218        |
| <b>Durchschnitt<br/>Stress-situa-<br/>tion</b>      | 9,23          | 4,98          | 5,25                        | 5,86                        | 2,33                        | 2,55                        | 3,99           | 295,<br>00 |
| <b>Durchschnitt<br/>Nicht-Stress-<br/>situation</b> | 2,48          | 1,62          | 3,91                        | 3,16                        | 2,14                        | 1,82                        | 0,80           | 217,<br>43 |

Quelle: Eigene Darstellung.

Tabelle 27: Durchschnitt der Indikatoren des ES bei Konfidenzniveau  $\alpha = 0,99$  während und nach Stresssituationen

| Jahr                                                | ES-<br>0.99_N | ES-<br>0.99_T | ES-<br>0.99_N_EW<br>MA_0.94 | ES-<br>0.99_N_EW<br>MA_0.97 | ES-<br>0.99_T_EW<br>MA_0.94 | ES-<br>0.99_T_EW<br>MA_0.97 | ES-<br>0.99_HS |
|-----------------------------------------------------|---------------|---------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|----------------|
| 1.7.2000 -<br>30.6.2003                             | 1,57%         | 0,36%         | 1,49%                       | 1,43%                       | 0,53%                       | 0,44%                       | 0,43%          |
| 1.7.2003 -<br>30.6.2004                             | 0,18%         | 0,00%         | 0,99%                       | 0,92%                       | 0,72%                       | 0,66%                       | 0,00%          |
| 1.7.2007 -<br>30.6.2009                             | 3,66%         | 2,22%         | 1,91%                       | 2,17%                       | 0,55%                       | 0,93%                       | 1,94%          |
| 1.7.2009 -<br>30.6.2010                             | 1,23%         | 0,44%         | 2,08%                       | 1,61%                       | 0,74%                       | 0,78%                       | 0,20%          |
| 1.4.2011 -<br>31.12.2011                            | 6,06%         | 2,95%         | 2,33%                       | 3,82%                       | 0,51%                       | 0,86%                       | 2,06%          |
| 1.1.2012 -<br>31.12.2012                            | 0,00%         | 0,00%         | 0,95%                       | 0,28%                       | 0,31%                       | 0,00%                       | 0,00%          |
| 1.1.2015 -<br>30.3.2016                             | 3,25%         | 1,78%         | 2,14%                       | 1,98%                       | 1,23%                       | 1,11%                       | 1,81%          |
| 1.4.2016 -<br>30.3.2017                             | 0,90%         | 0,77%         | 0,91%                       | 0,91%                       | 0,88%                       | 0,83%                       | 0,54%          |
| 1.1.2020 -<br>30.9.2020                             | 5,14%         | 4,37%         | 2,06%                       | 2,81%                       | 1,80%                       | 1,93%                       | 2,12%          |
| 1.10.2020 -<br>30.9.2021                            | 0,00%         | 0,00%         | 2,66%                       | 1,49%                       | 0,89%                       | 0,40%                       | 0,00%          |
| 1.1.2022 -<br>30.12.2022                            | 2,81%         | 1,29%         | 1,50%                       | 1,65%                       | 0,53%                       | 0,48%                       | 0,42%          |
| 1.1.2023 -<br>30.12.2023                            | 0,57%         | 0,00%         | 1,73%                       | 1,09%                       | 0,54%                       | 0,48%                       | 0,00%          |
| <b>Durchschnitt<br/>Stress-situa-<br/>tion</b>      | 3,58%         | 2,05%         | 1,85%                       | 2,19%                       | 0,88%                       | 0,97%                       | 1,49%          |
| <b>Durchschnitt<br/>Nicht-Stress-<br/>situation</b> | 1,15%         | 0,75%         | 1,80%                       | 1,46%                       | 0,99%                       | 0,84%                       | 0,37%          |

Quelle: Eigene Darstellung.

Tabelle 28: absolute und relative Häufigkeiten der Ablehnung und Nicht-Ablehnung der untersuchten VaR-Modelle mit Konfidenzniveau  $\alpha = 0,95$  im Backtesting mittels POF-Test mit 500 Tagen rollierendem Backtesting-Fenster

|                                 | <b>VaR-0.95_N</b> | <b>VaR-0.95_T</b> | <b>VaR-0.95_N_0.94<br/>EWMA</b> | <b>VaR-0.95_N_0.97<br/>EWMA</b> | <b>VaR-0.95_T_0.94<br/>EWMA</b> | <b>VaR-0.95_T_0.97<br/>EWMA</b> | <b>VaR-0.95_HS</b> |
|---------------------------------|-------------------|-------------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|--------------------|
| <b>Ablehnungen (abs.)</b>       | 1218              | 1412              | 375                             | 413                             | 42                              | 358                             | 1186               |
| <b>Nicht-Ablehnungen (abs.)</b> | 3881              | 3687              | 4724                            | 4686                            | 5057                            | 4741                            | 3913               |
| <b>Ablehnungen (rel.)</b>       | 26,48%            | 30,70%            | 8,15%                           | 8,98%                           | 0,91%                           | 7,78%                           | 25,78%             |
| <b>Nicht-Ablehnungen (rel.)</b> | 73,52%            | 69,30%            | 91,85%                          | 91,02%                          | 99,09%                          | 92,22%                          | 74,22%             |

Quelle: Eigene Darstellung.

Tabelle 29: absolute und relative Häufigkeiten der Ablehnung und Nicht-Ablehnung der untersuchten VaR-Modelle mit Konfidenzniveau  $\alpha = 0,99$  im Backtesting mittels POF-Test mit 500 Tagen rollierendem Backtesting-Fenster

|                                 | <b>VaR-0.99_N</b> | <b>VaR-0.99_T</b> | <b>VaR-0.99_N_0.94<br/>EWMA</b> | <b>VaR-0.99_N_0.97<br/>EWMA</b> | <b>VaR-0.99_T_0.94<br/>EWMA</b> | <b>VaR-0.99_T_0.97<br/>EWMA</b> | <b>VaR-0.99_HS</b> |
|---------------------------------|-------------------|-------------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|--------------------|
| <b>Ablehnungen (abs.)</b>       | 3545              | 1969              | 3314                            | 2707                            | 78                              | 677                             | 1200               |
| <b>Nicht-Ablehnungen (abs.)</b> | 1554              | 3130              | 1785                            | 2392                            | 5021                            | 4422                            | 3899               |
| <b>Ablehnungen (rel.)</b>       | 77,07%            | 42,80%            | 72,04%                          | 58,85%                          | 1,70%                           | 14,72%                          | 26,09%             |
| <b>Nicht-Ablehnungen (rel.)</b> | 22,93%            | 57,20%            | 27,96%                          | 41,15%                          | 98,30%                          | 85,28%                          | 73,91%             |

Quelle: Eigene Darstellung.

Tabelle 30: absolute und relative Häufigkeiten der Einordnung in die verschiedenen Zonen der untersuchten ES-Modelle mit Konfidenzniveau  $\alpha = 0,95$  im Backtesting mittels „Traffic Light Approach“ mit 500 Tagen rollierendem Backtesting-Fenster

|                          | <b>ES-0.95_N</b> | <b>ES-0.95_T</b> | <b>ES-0.95_N_<br/>EWMA_0.94</b> | <b>ES-0.95_N_<br/>EWMA_0.97</b> | <b>ES-0.95_T_<br/>EWMA_0.94</b> | <b>ES-0.95_T_<br/>EWMA_0.97</b> | <b>ES-0.95_HS</b> |
|--------------------------|------------------|------------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|-------------------|
| <b>Grüne Zone (abs.)</b> | 2031             | 3548             | 1586                            | 1783                            | 4425                            | 4549                            | 3616              |
| <b>Gelbe Zone (abs.)</b> | 1713             | 1006             | 2751                            | 2755                            | 175                             | 51                              | 808               |
| <b>Rote Zone (abs.)</b>  | 856              | 46               | 263                             | 62                              | 0                               | 0                               | 176               |
| <b>Grüne Zone (rel.)</b> | 44,15%           | 77,13%           | 34,48%                          | 38,76%                          | 96,20%                          | 98,89%                          | 78,61%            |
| <b>Gelbe Zone (rel.)</b> | 37,24%           | 21,87%           | 59,80%                          | 59,89%                          | 3,80%                           | 1,11%                           | 17,57%            |
| <b>Rote Zone (rel.)</b>  | 18,61%           | 1,00%            | 5,72%                           | 1,35%                           | 0,00%                           | 0,00%                           | 3,83%             |

Quelle: Eigene Darstellung.

Tabelle 31: absolute und relative Häufigkeiten der Einordnung in die verschiedenen Zonen der untersuchten ES-Modelle mit Konfidenzniveau  $\alpha = 0,99$  im Backtesting mittels „Traffic Light Approach“ mit 500 Tagen rollierendem Backtesting-Fenster

|                          | <b>ES-0.99_N</b> | <b>ES-0.99_T</b> | <b>ES-0.99_N_<br/>EWMA_0.94</b> | <b>ES-0.99_N_<br/>EWMA_0.97</b> | <b>ES-0.99_T_<br/>EWMA_0.94</b> | <b>ES-0.99_T_<br/>EWMA_0.97</b> | <b>ES-0.99_HS</b> |
|--------------------------|------------------|------------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|-------------------|
| <b>Grüne Zone (abs.)</b> | 677              | 2273             | 259                             | 481                             | 3586                            | 3503                            | 2924              |
| <b>Gelbe Zone (abs.)</b> | 860              | 1362             | 1257                            | 1719                            | 792                             | 899                             | 1376              |
| <b>Rote Zone (abs.)</b>  | 3063             | 965              | 3084                            | 2400                            | 222                             | 198                             | 300               |
| <b>Grüne Zone (rel.)</b> | 14,72%           | 49,41%           | 5,63%                           | 10,46%                          | 77,96%                          | 76,15%                          | 63,57%            |
| <b>Gelbe Zone (rel.)</b> | 18,70%           | 29,61%           | 27,33%                          | 37,37%                          | 17,22%                          | 19,54%                          | 29,91%            |
| <b>Rote Zone (rel.)</b>  | 66,59%           | 20,98%           | 67,04%                          | 52,17%                          | 4,83%                           | 4,30%                           | 6,52%             |

Quelle: Eigene Darstellung.

Tabelle 32: Backtesting-Resultate für die VaR-Modelle mit  $\alpha = 0,95$  mittels POF-Test für den gesamten Beobachtungszeitraum

|                                       | VaR-0.95_N      | VaR-0.95_T | VaR-0.95_N_<br>EWMA_0.94 | VaR-0.95_N_<br>EWMA_0.97 | VaR-0.95_T_<br>EWMA_0.94 | VaR-0.95_T_<br>EWMA_0.97 | VaR-0.95_HS     |
|---------------------------------------|-----------------|------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-----------------|
| Anzahl aller Überschreitungen des VaR | 266             | 216        | 310                      | 290                      | 248                      | 235                      | 259             |
| Untere Grenze der Ablehnung           | 225             | 225        | 225                      | 225                      | 225                      | 225                      | 225             |
| Obere Grenze der Ablehnung            | 287             | 287        | 287                      | 287                      | 287                      | 287                      | 287             |
| Backtest-Entscheidung                 | Nicht-Ablehnung | Ablehnung  | Ablehnung                | Ablehnung                | Nicht-Ablehnung          | Nicht-Ablehnung          | Nicht-Ablehnung |

Quelle: Eigene Darstellung.

Tabelle 33: Backtesting-Resultate für die VaR-Modelle mit  $\alpha = 0,99$  mittels POF-Test für den gesamten Beobachtungszeitraum

|                                       | VaR-0.99_N | VaR-0.99_T | VaR-0.99_N_<br>EWMA_0.94 | VaR-0.99_N_<br>EWMA_0.97 | VaR-0.99_T_<br>EWMA_0.94 | VaR-0.99_T_<br>EWMA_0.97 | VaR-0.99_HS |
|---------------------------------------|------------|------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------|
| Anzahl aller Überschreitungen des VaR | 126        | 74         | 116                      | 106                      | 65                       | 67                       | 73          |
| Untere Grenze der Ablehnung           | 37         | 37         | 37                       | 37                       | 37                       | 37                       | 37          |
| Obere Grenze der Ablehnung            | 66         | 66         | 66                       | 66                       | 66                       | 66                       | 66          |
| Backtest-Entscheidung                 | Ablehnung  | Ablehnung  | Ablehnung                | Ablehnung                | Nicht-Ablehnung          | Ablehnung                | Ablehnung   |

Quelle: Eigene Darstellung.

Tabelle 34: Backtesting-Resultate für die ES-Modelle mit  $\alpha = 0,95$  mittels „Traffic Light Approach“ für den gesamten Beobachtungszeitraum

|                         | ES-0.95_N | ES-0.95_T | ES-0.95_N_<br>EWMA_0.94 | ES-0.95_N_<br>EWMA_0.97 | ES-0.95_T_<br>EWMA_0.94 | ES-0.95_T_<br>EWMA_0.97 | ES-0.95_HS |
|-------------------------|-----------|-----------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|------------|
| Summe aller Indikatoren | 176,55    | 131,77    | 191,35                  | 177,77                  | 134,02                  | 124,65                  | 132,73     |
| Grenze Grün-Gelb        | 142,35    | 142,35    | 142,35                  | 142,35                  | 142,35                  | 142,35                  | 142,35     |
| Grenze Gelb-Rot         | 161,11    | 161,11    | 161,11                  | 161,11                  | 161,11                  | 161,11                  | 161,11     |
| Backtest-Entscheidung   | Rot       | Grün      | Rot                     | Rot                     | Grün                    | Grün                    | Grün       |

Quelle: Eigene Darstellung.

Tabelle 35: Backtesting-Resultate für die ES-Modelle mit  $\alpha = 0,99$  mittels „Traffic Light Approach“ für den gesamten Beobachtungszeitraum

|                         | ES-0.99_N | ES-0.99_T | ES-0.99_N_<br>EWMA_0.94 | ES-0.99_N_<br>EWMA_0.97 | ES-0.99_T_<br>EWMA_0.94 | ES-0.99_T_<br>EWMA_0.97 | ES-0.99_HS |
|-------------------------|-----------|-----------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|------------|
| Summe aller Indikatoren | 90,79     | 45,47     | 81,11                   | 75,63                   | 38,48                   | 37,31                   | 36,14      |
| Grenze Grün-Gelb        | 32,25     | 32,25     | 32,25                   | 32,25                   | 32,25                   | 32,25                   | 32,25      |
| Grenze Gelb-Rot         | 40,77     | 40,77     | 40,77                   | 40,77                   | 40,77                   | 40,77                   | 40,77      |
| Backtest-Entscheidung   | Rot       | Rot       | Rot                     | Rot                     | Gelb                    | Gelb                    | Gelb       |

Quelle: Eigene Darstellung.

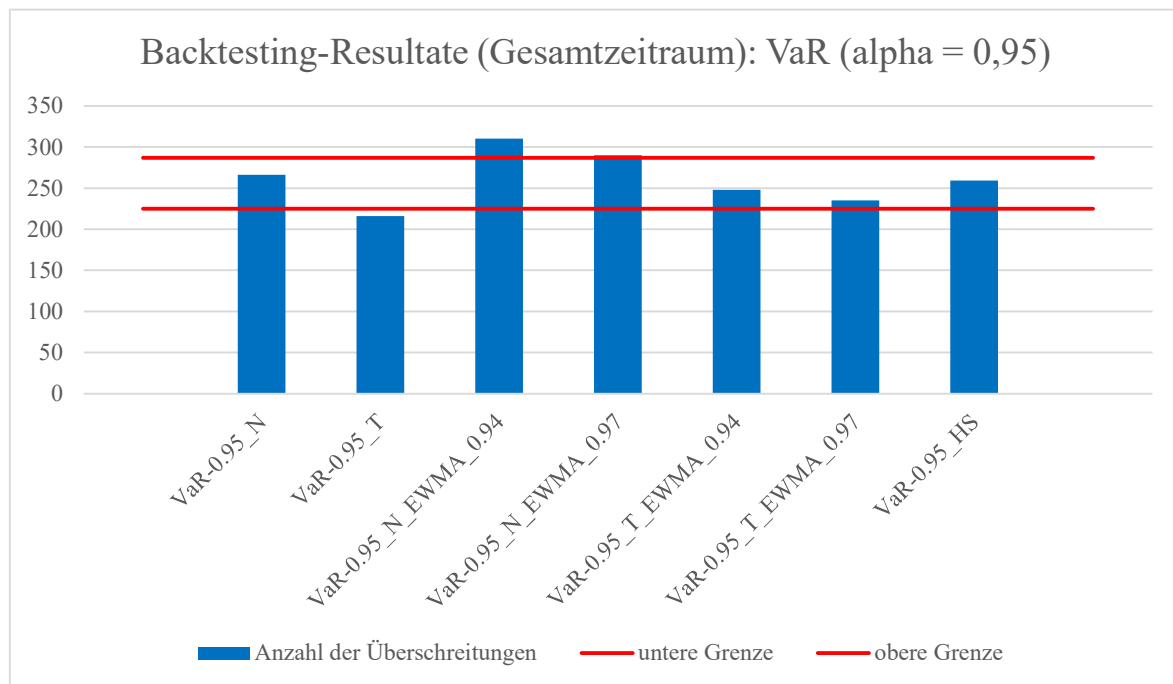


Abbildung 30: Anzahl der Überschreitungen des VaR mit  $\alpha = 0,95$  im Vergleich zu den Grenzwerten des POF-Tests über den gesamten Beobachtungszeitraum

Quelle: Eigene Darstellung.

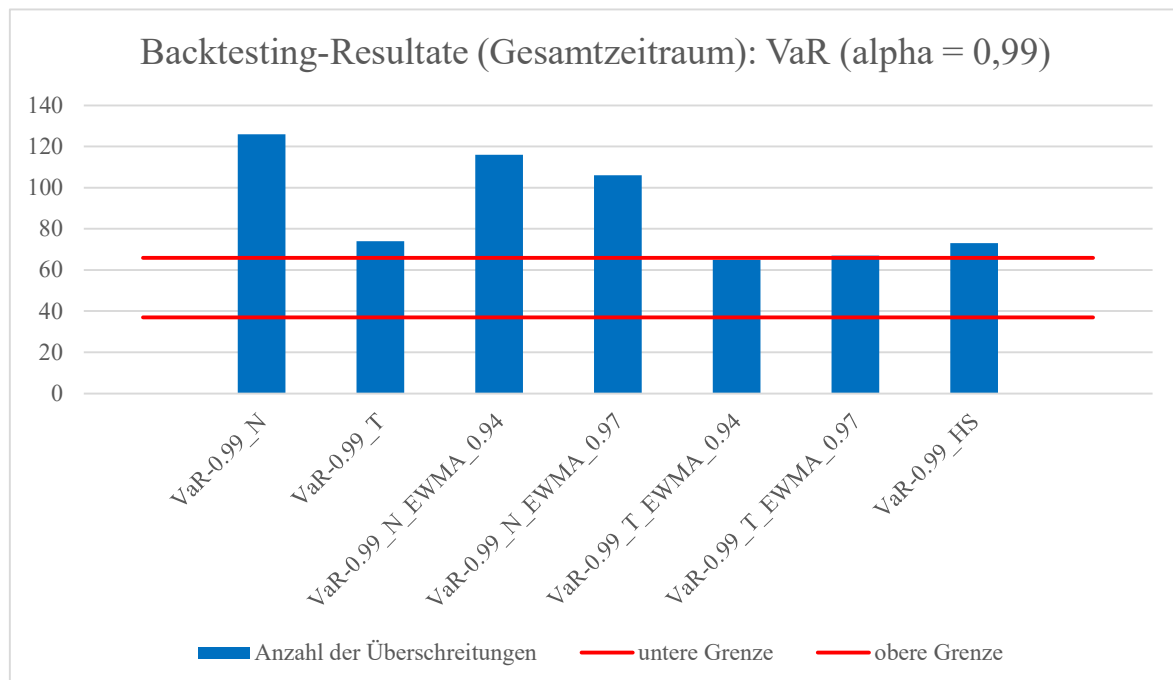


Abbildung 31: Anzahl der Überschreitungen des VaR mit  $\alpha = 0,99$  im Vergleich zu den Grenzwerten des POF-Tests über den gesamten Beobachtungszeitraum

Quelle: Eigene Darstellung.

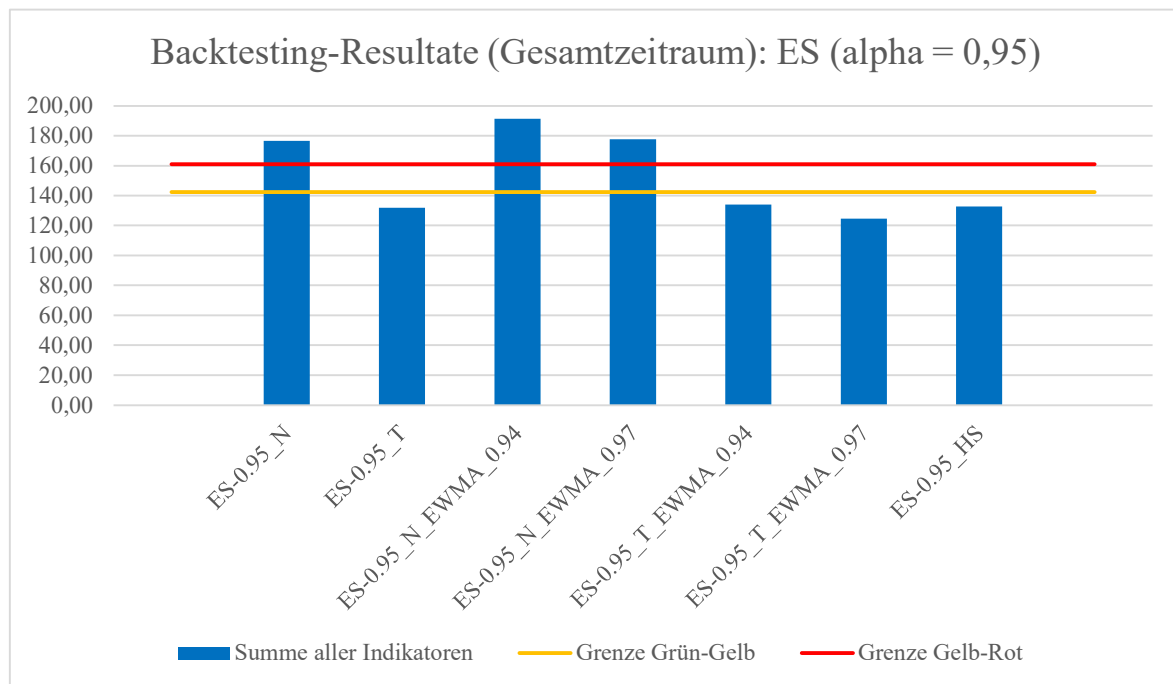


Abbildung 32: Summe aller Indikatoren des ES-Backtestings mit  $\alpha = 0,95$  im Vergleich zu den Grenzwerten des „Traffic Light Approach“ über den gesamten Beobachtungszeitraum

Quelle: Eigene Darstellung.

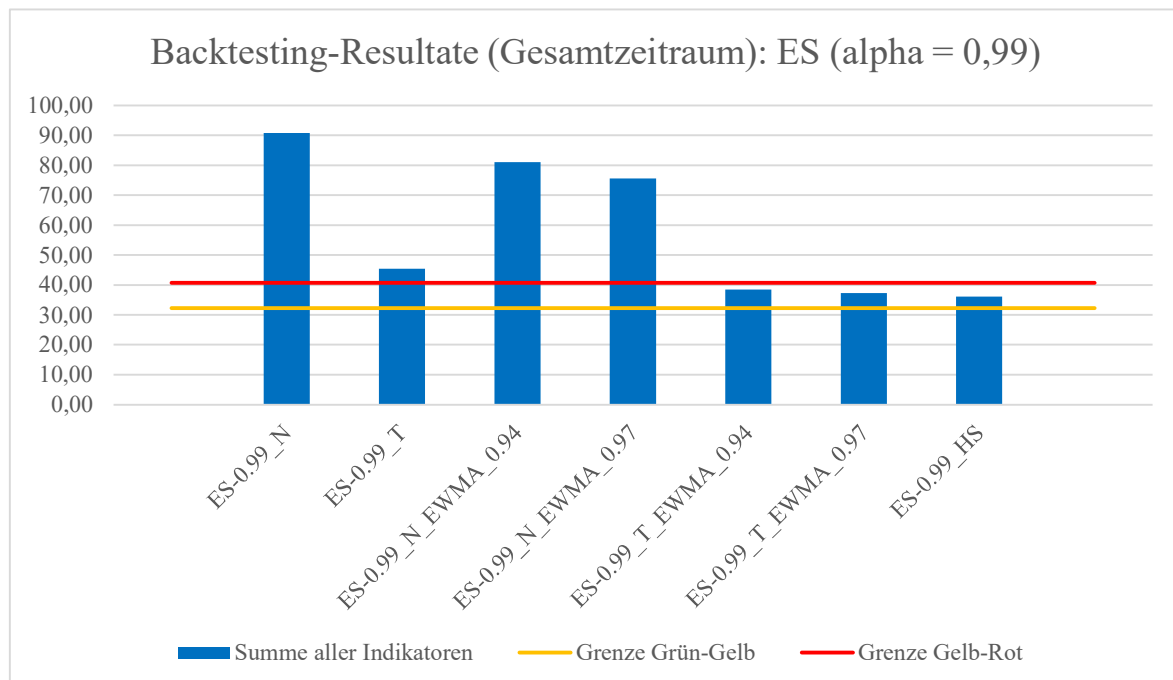


Abbildung 33: Summe aller Indikatoren des ES-Backtestings mit  $\alpha = 0,99$  im Vergleich zu den Grenzwerten des „Traffic Light Approach“ über den gesamten Beobachtungszeitraum

Quelle: Eigene Darstellung.

UNIVERSITÄT POTSDAM  
**STATISTISCHE DISKUSSIONSBEITRÄGE**  
Herausgeber: Andreas Nastansky

- |        |      |                                                                                                                                                                                         |
|--------|------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Nr. 1  | 1995 | Strohe, Hans Gerhard: Dynamic Latent Variables Path Models<br>- An Alternative PLS Estimation -                                                                                         |
| Nr. 2  | 1996 | Kempe, Wolfram. Das Arbeitsangebot verheirateter Frauen in den neuen und alten Bundesländern - Eine semiparametrische Regressionsanalyse                                                |
| Nr. 3  | 1996 | Strohe, Hans Gerhard: Statistik im DDR-Wirtschaftsstudium zwischen Ideologie und Wissenschaft                                                                                           |
| Nr. 4  | 1996 | Berger, Ursula: Die Landwirtschaft in den drei neuen EU-Mitgliedsstaaten Finnland, Schweden und Österreich - Ein statistischer Überblick                                                |
| Nr. 5  | 1996 | Betzin, Jörg: Ein korrespondenzanalytischer Ansatz für Pfadmodelle mit kategorialen Daten                                                                                               |
| Nr. 6  | 1996 | Berger, Ursula: Die Methoden der EU zur Messung der Einkommenssituation in der Landwirtschaft - Am Beispiel der Bundesrepublik Deutschland                                              |
| Nr. 7  | 1997 | Strohe, Hans Gerhard / Geppert, Frank: Algorithmus und Computerprogramm für dynamische Partial Least Squares Modelle                                                                    |
| Nr. 8  | 1997 | Rambert, Laurence / Strohe, Hans Gerhard: Statistische Darstellung transformationsbedingter Veränderungen der Wirtschafts- und Beschäftigungsstruktur in Ostdeutschland                 |
| Nr. 9  | 1997 | Faber, Cathleen: Die Statistik der Verbraucherpreise in Rußland<br>- Am Beispiel der Erhebung für die Stadt St. Petersburg                                                              |
| Nr. 10 | 1998 | Nosova, Olga: The Attractiveness of Foreign Direct Investment in Russia and Ukraine<br>- A Statistical Analysis                                                                         |
| Nr. 11 | 1999 | Gelaschwili, Simon: Anwendung der Spieltheorie bei der Prognose von Marktprozessen                                                                                                      |
| Nr. 12 | 1999 | Strohe, Hans Gerhard / Faber, Cathleen: Statistik der Transformation - Transformation der Statistik. Preisstatistik in Ostdeutschland und Rußland                                       |
| Nr. 13 | 1999 | Müller, Claus: Kleine und mittelgroße Unternehmen in einer hoch konzentrierten Branche am Beispiel der Elektrotechnik. Eine statistische Langzeitanalyse der Gewerbezählungen seit 1882 |
| Nr. 14 | 1999 | Faber, Cathleen: The Measurement and Development of Georgian Consumer Prices                                                                                                            |
| Nr. 15 | 1999 | Geppert, Frank / Hübner, Roland: Korrelation oder Kointegration – Eignung für Portfoliostrategien am Beispiel verbriefter Immobilienanlagen                                             |
| Nr. 16 | 2000 | Achsani, Noer Azam / Strohe, Hans Gerhard: Statistischer Überblick über die indonesische Wirtschaft                                                                                     |
| Nr. 17 | 2000 | Bartels, Knut: Testen der Spezifikation von multinominalen Logit-Modellen                                                                                                               |
| Nr. 18 | 2002 | Achsani, Noer Azam / Strohe, Hans Gerhard: Dynamische Zusammenhänge zwischen den Kapitalmärkten der Region Pazifisches Becken vor und nach der Asiatischen Krise 1997                   |
| Nr. 19 | 2002 | Nosova, Olga: Modellierung der ausländischen Investitionstätigkeit in der Ukraine                                                                                                       |
| Nr. 20 | 2003 | Gelaschwili, Simon / Kurtanidse, Zurab: Statistische Analyse des Handels zwischen Georgien und Deutschland                                                                              |
| Nr. 21 | 2004 | Nastansky, Andreas: Kurz- und langfristiger statistischer Zusammenhang zwischen Geldmengen- und Preisentwicklung: Analyse einer kointegrierenden Beziehung                              |
| Nr. 22 | 2006 | Kauffmann, Albrecht / Nastansky, Andreas: Ein kubischer Spline zur temporalen Disaggregation von Stromgrößen und seine Anwendbarkeit auf Immobilienindizes                              |
| Nr. 23 | 2006 | Mangelsdorf, Stefan: Empirische Analyse der Investitions- und Exportentwicklung des Verarbeitenden Gewerbes in Berlin und Brandenburg                                                   |
| Nr. 24 | 2006 | Reilich, Julia: Return to Schooling in Germany                                                                                                                                          |
| Nr. 25 | 2006 | Nosova, Olga / Bartels, Knut: Statistical Analysis of the Corporate Governance System in the Ukraine: Problems and Development Perspectives                                             |
| Nr. 26 | 2007 | Gelaschwili, Simon: Einführung in die statistische Modellierung und Prognose                                                                                                            |
| Nr. 27 | 2007 | Nastansky, Andreas: Modellierung und Schätzung von Vermögenseffekten im Konsum                                                                                                          |

UNIVERSITÄT POTSDAM  
**STATISTISCHE DISKUSSIONSBEITRÄGE**  
Herausgeber: Andreas Nastansky

- |        |      |                                                                                                                                                                                |
|--------|------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Nr. 28 | 2008 | Nastansky, Andreas: Schätzung vermögenspreisinduzierter Investitionseffekte in Deutschland                                                                                     |
| Nr. 29 | 2008 | Ruge, Marcus / Strohe, Hans Gerhard: Analyse von Erwartungen in der Volkswirtschaft mit Partial-Least-Squares-Modellen                                                         |
| Nr. 30 | 2009 | Newiak, Monique: Prüfungsurteile mit Dollar Unit Sampling – Ein Vergleich von Fehlerschätzmethoden für Zwecke der Wirtschaftsprüfung: Praxis, Theorie, Simulation –            |
| Nr. 31 | 2009 | Ruge, Marcus: Modellierung von Stimmungen und Erwartungen in der deutschen Wirtschaft                                                                                          |
| Nr. 32 | 2009 | Nosova, Olga: Statistical Analysis of Regional Integration Effects                                                                                                             |
| Nr. 33 | 2009 | Mangelsdorf, Stefan: Persistenz im Exportverhalten – Kann punktuelle Exportförderung langfristige Auswirkungen haben? -                                                        |
| Nr. 34 | 2009 | Kbiladze, David: Einige historische und gesetzgeberische Faktoren der Reformierung der georgischen Statistik                                                                   |
| Nr. 35 | 2009 | Nastansky, Andreas / Strohe, Hans Gerhard: Die Ursachen der Finanz- und Bankenkrise im Lichte der Statistik                                                                    |
| Nr. 36 | 2009 | Gelaschwili, Simon / Nastansky, Andreas: Development of the Banking Sector in Georgia                                                                                          |
| Nr. 37 | 2010 | Kunze, Karl-Kuno / Strohe, Hans Gerhard: Time Varying Persistence in the German Stock Market                                                                                   |
| Nr. 38 | 2010 | Nastansky, Andreas / Strohe, Hans Gerhard: The Impact of Changes in Asset Prices on Real Economic Activity: A Cointegration Analysis for Germany                               |
| Nr. 39 | 2010 | Kunze, Karl-Kuno / Strohe, Hans Gerhard: Antipersistence in German Stock Returns                                                                                               |
| Nr. 40 | 2010 | Dietrich, Irina / Strohe, Hans Gerhard: Die Vielfalt öffentlicher Unternehmen aus der Sicht der Statistik - Ein Versuch, das Unstrukturierte zu strukturieren                  |
| Nr. 41 | 2010 | Nastansky, Andreas / Lanz, Ramona: Bonuszahlungen in der Kreditwirtschaft: Analyse, Regulierung und Entwicklungstendenzen                                                      |
| Nr. 42 | 2010 | Dietrich, Irina / Strohe, Hans Gerhard: Die Vermögenslage öffentlicher Unternehmen in Deutschland - Statistische Analyse anhand von amtlichen Mikrodaten der Jahresabschlüsse. |
| Nr. 43 | 2010 | Ulbrich, Hannes-Friedrich: Höherdimensionale Kompositionsdaten – Gedanken zur grafischen Darstellung und Analyse -                                                             |
| Nr. 44 | 2011 | Dietrich, Irina / Strohe, Hans Gerhard: Statistik der öffentlichen Unternehmen in Deutschland – Die Datenbasis                                                                 |
| Nr. 45 | 2011 | Nastansky, Andreas: Orthogonale und verallgemeinerte Impuls-Antwort-Funktionen in Vektor-Fehlerkorrekturmodellen                                                               |
| Nr. 46 | 2011 | Dietrich, Irina / Strohe, Hans Gerhard: Die Finanzlage öffentlicher Unternehmen in Deutschland - Statistische Analyse amtlicher Mikrodaten der Jahresabschlüsse                |
| Nr. 47 | 2011 | Teitge, Jonas / Nastansky, Andreas: Interdependenzen in den Renditen DAX-notierter Unternehmen nach Branchen                                                                   |
| Nr. 48 | 2011 | Dietrich, Irina: Die Ertragslage öffentlicher Unternehmen in Deutschland - Statistische Analyse amtlicher Mikrodaten der Jahresabschlüsse -                                    |
| Nr. 49 | 2011 | Kauper, Benjamin / Kunze, Karl-Kuno: Modellierung von Aktienkursen im Lichte der Komplexitätsforschung                                                                         |
| Nr. 50 | 2011 | Nastansky, Andreas / Strohe, Hans Gerhard: Konsumausgaben und Aktienmarktentwicklung in Deutschland: Ein kointegriertes vektorautoregressives Modell                           |
| Nr. 51 | 2014 | Nastansky, Andreas / Mehnert, Alexander / Strohe, Hans Gerhard: A Vector Error Correction Model for the Relationship between Public Debt and Inflation in Germany              |
| Nr. 52 | 2019 | Kauffmann, Albrecht / Nastansky, Andreas: Explorative Analyse der Preise von Einfamilienhäusern und Eigentumswohnungen in Deutschland                                          |
| Nr. 53 | 2019 | Nastansky, Andreas: Topologische Datenanalyse: Eine Einführung in die Persistente Homologie und Mapper                                                                         |

UNIVERSITÄT POTSDAM  
**STATISTISCHE DISKUSSIONSBEITRÄGE**  
Herausgeber: Andreas Nastansky

- |        |      |                                                                                                                                                                     |
|--------|------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Nr. 54 | 2022 | Kauffmann, Albrecht / Nastansky, Andreas: Regionale Mieten in Deutschland: Explorative Analyse der Mieten in der Wiedervermietung                                   |
| Nr. 55 | 2022 | Nastansky, Andreas: Gruppierung von Daten: Topologische Verfahren vs. Clusteranalyse                                                                                |
| Nr. 56 | 2023 | Nastansky, Andreas / Siris, Sarah: Risikoverbund zwischen Banken und Staaten: Eine empirische Analyse für den Euroraum                                              |
| Nr. 57 | 2024 | Barz, Till / Nastansky, Andreas: Herausforderungen des finanziellen Risikomanagements: Eine empirische Untersuchung des Value at Risk-Ansatzes in Stresssituationen |