

Nastansky, Andreas

Working Paper

Orthogonale und verallgemeinerte Impuls-Antwort-Funktionen in Vektor-Fehlerkorrekturmodellen

Statistische Diskussionsbeiträge, No. 45

Provided in Cooperation with:

Wirtschafts- und Sozialwissenschaftliche Fakultät, Universität Potsdam

Suggested Citation: Nastansky, Andreas (2011) : Orthogonale und verallgemeinerte Impuls-Antwort-Funktionen in Vektor-Fehlerkorrekturmodellen, Statistische Diskussionsbeiträge, No. 45, Universität Potsdam, Wirtschafts- und Sozialwissenschaftliche Fakultät, Potsdam, <https://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:kobv:517-opus-51162>

This Version is available at:

<https://hdl.handle.net/10419/337353>

Standard-Nutzungsbedingungen:

Die Dokumente auf EconStor dürfen zu eigenen wissenschaftlichen Zwecken und zum Privatgebrauch gespeichert und kopiert werden.

Sie dürfen die Dokumente nicht für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, öffentlich zugänglich machen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Sofern die Verfasser die Dokumente unter Open-Content-Lizenzen (insbesondere CC-Lizenzen) zur Verfügung gestellt haben sollten, gelten abweichend von diesen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

Terms of use:

Documents in EconStor may be saved and copied for your personal and scholarly purposes.

You are not to copy documents for public or commercial purposes, to exhibit the documents publicly, to make them publicly available on the internet, or to distribute or otherwise use the documents in public.

If the documents have been made available under an Open Content Licence (especially Creative Commons Licences), you may exercise further usage rights as specified in the indicated licence.

UNIVERSITÄT POTSDAM

Wirtschafts- und Sozialwissenschaftliche Fakultät

Hans Gerhard Strohe (Hrsg.)

STATISTISCHE DISKUSSIONSBEITRÄGE

Nr. 45

Andreas Nastansky

**Orthogonale und verallgemeinerte Impuls-Antwort-
Funktionen in Vektor-Fehlerkorrekturmodellen**



Potsdam 2011

ISSN 0949-068X

STATISTISCHE DISKUSSIONSBEITRÄGE

Nr. 45

Andreas Nastansky

Orthogonale und verallgemeinerte Impuls-Antwort-Funktionen in Vektor-Fehlerkorrekturmodellen

Herausgeber: Prof. Dr. Hans Gerhard Strohe, Lehrstuhl für Statistik und Ökonometrie
Wirtschafts- und Sozialwissenschaftliche Fakultät der Universität
Potsdam
August-Bebel-Str. 89, D-14482 Potsdam
Tel. +49 (0) 331 977-3225
Fax. +49 (0) 331 977-3210
Email : strohe@uni-potsdam.de
2011, ISSN 0949-068X

Zusammenfassung

Die Impuls-Antwort-Analyse – auch Schockanalyse genannt – stellt eine wichtige Möglichkeit der vertiefenden Analyse von vektorautoregressiven (VAR) Modellen dar. Bei der Schätzung der Impuls-Antwort-Folgen müssen die Zeitreiheneigenschaften der zugrundeliegenden Daten berücksichtigt werden. Weisen die Zeitreihen stochastische Trends auf und sind die Zeitreihen kointegriert, kann die Impuls-Antwort-Analyse auf der Basis eines kointegrierenden VAR-Modells (VECM) erfolgen. Pesaran und Shin (1998) entwickelten die verallgemeinerten (Generalized) Impuls-Antwort-Funktionen, um den Mangel der fehlenden Eindeutigkeit der orthogonalen Schockanalyse zu umgehen. Am Beispiel der Variablen einer Konsumfunktion für Deutschland werden die auf der Grundlage eines Vektor-Fehlerkorrekturmodells berechneten verallgemeinerten Impuls-Antwort-Folgen den orthogonalen gegenübergestellt.

JEL-Codes: C32, C50, E21

Schlagworte: Impuls-Antwort-Analyse, Vektorautoregressive Modelle, Vektor-Fehlerkorrekturmodelle, Konsumfunktion

Inhalt

1	Einleitung.....	1
2	Orthogonale Impuls-Antwort-Funktionen	2
3	Verallgemeinerte (Generalized) Impuls-Antwort-Funktionen	5
4	Impuls-Antwort-Funktionen im Vektor-Fehlerkorrekturmodell	7
5	Anwendungsbeispiel	12
6	Zusammenfassung	26
	Literatur	27

1 Einleitung

Die Impuls-Antwort-Analyse, auch Innovationsrechnung genannt, stellt eine wichtige Anwendung von vektorautoregressiven (VAR)-Modellen dar. Mithilfe von Impuls-Antwort-Funktionen ist es zum Beispiel möglich, die Reaktion sowie das zeitliche Profil von Schocks zu untersuchen. Die Innovationsrechnung zeigt, wie die Variablen des Systems auf einen Schock (=Innovation) bei einer dieser Variablen im Zeitablauf reagieren, d.h. wie sich ein Impuls zu einem bestimmten Zeitpunkt in einer Gleichung durch das System fortpflanzt.¹ Die Impuls-Antwort-Funktionen vermitteln dabei einen visuellen Eindruck wie die im VAR-Modell enthaltenen Variablen auf spezifische Schocks in den Residuen reagieren.

Bei der Schätzung der Impuls-Antwort-Folgen müssen die Zeitreiheneigenschaften der zugrundeliegenden Daten berücksichtigt werden. Weisen die Zeitreihen stochastische Trends auf und sind die Zeitreihen kointegriert, kann die Impuls-Antwort-Analyse auf der Basis eines kointegrierenden VAR-Modells (VECM) erfolgen. Die Vektor-Fehlerkorrektur-Darstellung eröffnet über die Transformation in ein vektorautoregressives Modell die Möglichkeit, Impuls-Antwort-Funktionen zu berechnen. Die Schätzung unrestringierter VAR-Modelle für kointegrierte Variablen würde hingegen inkonsistente Impuls-Antwort-Funktionen zur Folge haben. Demgegenüber sind Impuls-Antwort-Folgen als Ergebnis einer Reduzierten-Rang-Regression (Johansen-Verfahren) konsistent, wenn der Kointegrationsrang bekannt ist oder konsistent geschätzt wird.²

Der Beitrag ist wie folgt gegliedert: In Abschnitt 2 wird zunächst das vektorautoregressive Modell kurz skizziert, in die Impuls-Antwort-Analyse eingeführt und die orthogonalen Impuls-Antwort-Funktionen werden dargelegt. Dem folgt in Abschnitt 3 die Beschreibung der korrespondierenden verallgemeinerten Impuls-Antwort-Funktionen. Anschließend werden in Abschnitt 4 die Impuls-Antwort-Funktionen für das kointegrierende VAR-Modell formuliert. In Abschnitt 5 wird eine Schockanalyse für ein Vektor-Fehlerkorrekturmodell am Beispiel der Größen einer gesamtwirtschaftlichen Konsumfunktion durchgeführt. Die empirische Analyse gründet auf aggregierte Zeitreihen für das wiedervereinigte Deutschland für den Zeitraum 1. Quartal 1991 bis 4. Quartal 2008. Die geschätzten verallgemeinerten Impuls-Antwort-Funktionen werden den orthogonalen gegenübergestellt.

¹ Vgl. Rinne (2004), S. 270.

² Vgl. Phillips (1998), S. 30.

2 Orthogonale Impuls-Antwort-Funktionen

Ziel der Impuls-Antwort-Funktionen ist die Analyse, wie die Variablen eines vektorautoregressiven Modells reagieren, wenn eine Variable einem isolierten Schock ausgesetzt wird. Ausgangspunkt der Impuls-Antwort-Analyse bildet die Formulierung eines n -dimensionalen stochastischen Prozesses $\mathbf{x}_t$. Die reduzierte Form des allgemeinen linearen dynamischen Modells dieses Prozesses lässt sich in ihrer autoregressiven Form als VAR(p) wie folgt aufschreiben:³

$$(1) \quad \mathbf{x}_t = \Phi_1 \mathbf{x}_{t-1} + \Phi_2 \mathbf{x}_{t-2} + \dots + \Phi_p \mathbf{x}_{t-p} + \mathbf{u}_t.$$

Wobei $\mathbf{x}_t$ ein $(n \times 1)$ -Vektor von gemeinsam abhängigen Variablen, Φ_i eine $(n \times n)$ -Matrix der Autoregressionskoeffizienten, $\mathbf{u}_t$ ein $(n \times 1)$ -Vektor von Störvariablen und n die Anzahl der Variablen ist. In einem vektorautoregressiven Modell wird jede Variable als eine Funktion aller anderen Variablen des Modells formuliert, wobei in einem VAR mit der Ordnung p jede Komponente von $\mathbf{x}_t$ linear von ihren eigenen bis zu p Perioden verzögerten Werten sowie von den bis zu p Perioden verzögerten Werten aller anderen gemeinsam abhängigen Variablen abhängt.⁴ Demnach bildet die reduzierte Form des Systems den Ausgangspunkt der Analyse. Da die Veränderungen der Variablen über die Zeit von Interesse sind, kann in Gleichung (1) auf den Vektor der Konstanten verzichtet werden. Der Vektor $\mathbf{u}_t$ soll ein multivariater White-Noise-Prozess sein mit

$$E[\mathbf{u}_t] = \mathbf{0} \quad E[\mathbf{u}_t \mathbf{u}_t^T] = \begin{cases} \Sigma_u & \text{für } s = t \\ 0 & \text{für } s \neq t \end{cases}.$$

Störvariablen unterschiedlicher Gleichungen können kontemporär (zeitgleich) korrelieren und heteroskedastisch sein, sodass die Varianz-Kovarianz-Matrix der Störvariablen (Σ_u) im Allgemeinen keine Diagonalmatrix darstellt. Demzufolge weist die gleichzeitige Korrelation auf gleichzeitige Beziehungen zwischen den gemeinsam abhängigen Variablen in $\mathbf{x}_t$ hin. Die Kombination von Störvariablen zu verschiedenen Zeitpunkten ist gleich Null.

Der VAR(p)-Prozess ist stabil, wenn alle Variablen in $\mathbf{x}_t$ schwach stationär sind, d.h. wenn⁵

$$(2) \quad \det(\mathbf{I}_n - \Phi_1 \mathbf{z} - \Phi_2 \mathbf{z}^2 - \dots - \Phi_p \mathbf{z}^p) = 0 \quad \text{für } |\mathbf{z}| > 1$$

³ Vgl. Kirchgässner / Wolters (2006), S. 115.

⁴ Vgl. Kirchgässner / Wolters (2006), S. 114.

⁵ Vgl. Kirchgässner / Wolters (2006), S. 115.

die Nullstellen des Systems außerhalb des Einheitskreises liegen. Unter dieser Bedingung lässt sich der VAR(p)-Prozess in seine unendliche Moving-Average (MA)-Darstellung umwandeln:⁶

$$(3) \quad \mathbf{x}_t = \sum_{k=0}^{\infty} \mathbf{M}_k \mathbf{u}_{t-k} .$$

Das Element (ij k) der Matrix $\mathbf{M}_k$ misst den Effekt eines Einheitsschocks des Störterms u_j auf die Variable x_i nach k Zeiteinheiten. Die Elemente von $\mathbf{M}_k$ sind die Impuls-Antworten, die sich grafisch als Impuls-Antwort-Folgen darstellen lassen.

Da $\mathbf{u}_t$ die Störvariablen aus der reduzierten Form sind und im Allgemeinen gilt $\Sigma_{\mathbf{u}} \neq \mathbf{I}$, ist zu erwarten, dass die Schockvariablen (die Komponenten von $\mathbf{u}_t$) kontemporär korreliert sind. Folglich besitzen sie keine unmittelbare ökonomische Interpretation.⁷ Der Vorteil der VAR-Modellierung, dass jede Variable endogen ist, wird dadurch eingeschränkt, dass die Residuen sich nicht als Schocks einer bestimmten Variable allein zuordnen lassen. Für die ökonomische Bewertung ist hingegen der isolierte Effekt des Schocks einer Variablen in $\mathbf{x}_t$ von Bedeutung. Das erfordert, die Gleichungen zu identifizieren – sodass die Schocks eindeutig interpretierbar sind. Aus diesem Grund wird der Vektor der Störvariablen mit einer unteren Dreiecksmatrix $\mathbf{Q}$, mit positiven Elementen auf der Hauptdiagonalen, so transformiert, dass die Komponenten des neuen Schockprozesses $\mathbf{v}_t$ orthogonal sind, d.h. keine zeitgleiche Korrelation zu den anderen Störvariablen aufweisen und $\mathbf{v}_t$ eine diagonale Kovarianzmatrix ($\Sigma_{\mathbf{v}} = E[\mathbf{v}_t \mathbf{v}_t^T] = \mathbf{I}$) besitzt.⁸ Die Transformation zu orthogonalen Störvariablen geschieht über eine Cholesky-Zerlegung der Varianz-Kovarianz-Matrix von $\mathbf{u}_t$, welche eine rekursive Struktur des Systems unterstellt:⁹

$$(4) \quad \Sigma_{\mathbf{u}} = \mathbf{Q}\mathbf{Q}^T .$$

Die Anordnung der Variablen im VAR entspricht dann ihrer zeitlichen Reaktionsstruktur. Die Variable in der ersten Gleichung hängt folglich nur von sich selber ab. Die Variable in der zweiten Gleichung wird durch ihre eigenen Schocks und durch die Schocks auf die erste Gleichung (Variable) beeinflusst, etc. Die Gleichung (3) kann für die orthogonalen Schockvariablen $\mathbf{v}_t$ wie folgt formuliert werden:

⁶ Der Prozess wird durch fortlaufende Substitution als Summe aller vergangenen Störterme dargestellt.

⁷ Vgl. Kirchgässner / Wolters (2006), S. 124.

⁸ Vgl. Rinne (2004), S. 271.

⁹ Vgl. Rinne (2004), S. 271.

$$(5) \quad \mathbf{x}_t = \sum_{k=0}^{\infty} \mathbf{P}_k \mathbf{v}_{t-k} \quad \text{mit} \quad \mathbf{P}_k = \mathbf{M}_k \mathbf{Q} \quad \text{und} \quad \mathbf{v}_t = \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{u}_t$$

wobei $\mathbf{P}_k$ die Matrix der Impuls-Antwort-Koeffizienten (auch Multiplikatoren) ist. Die in $\mathbf{v}_t$ stehenden orthogonalen Schockvariablen haben alle eine Varianz (Standardabweichung) von Eins. Das Element $(ij \ k)$ der Matrix $\mathbf{P}_k$ ist die Antwort der i -ten Variablen auf einen einmaligen Impuls in Höhe einer Standardabweichung der j -ten Variablen in der Periode k . Indem man $k = 1, 2, \dots$ setzt, kann das zeitliche Profil verfolgt bzw. grafisch dargestellt werden. Ist das VAR(p)-Modell stationär, läuft der temporäre Schock aus und die Impuls-Antwort-Funktionen nähern sich (asymptotisch) dem Wert Null.¹⁰ Die Bedeutung eines einmaligen Schocks nimmt mit der Distanz der Innovation zur aktuellen Periode ab.

Die kumulative Impuls-Antwort-Folge beschreibt, wie ein permanenter Schock auf das System wirkt. Der kumulative Effekt bis zur Periode m ergibt sich aus:¹¹

$$(6) \quad \sum_{k=0}^m \mathbf{P}_k \cdot$$

Gleichung (6) gibt die Antwort der gesamten Veränderung der n -ten Variable nach m Perioden wieder.

Durch die Orthogonalisierung der $\mathbf{u}_t$ wurde das Problem kontemporärer Korrelationen gelöst. Mit der Transformation der originären Schockvariablen geht die Problematik einher, dass der Orthogonalisierung die Eindeutigkeit fehlt.¹² Mit der Reihenfolge der Variablen im Vektor der Störvariablen ($\mathbf{u}_t$) ändert sich die Matrix $\mathbf{Q}$. Die Anordnung der Variablen in $\mathbf{u}_t$ entspricht der Reihenfolge im Vektor der gemeinsam abhängigen Variablen ($\mathbf{x}_t$) und drückt deren zeitgleiche Kausalrichtung aus. Für die empirische Arbeit mit Impuls-Antwort-Funktionen ist es notwendig, dem Modell eine kausale Struktur zu unterlegen. In der Festlegung der Anordnung der Variablen in $\mathbf{x}_t$ sollten wirtschaftstheoretische Überlegungen zu Ursache- und Wirkungsbeziehungen der im Vektor der endogenen Variablen enthaltenen ökonomischen Größen Berücksichtigung finden. Es ist vorab zu klären, welche Variable in welcher zeitlichen und sachlogischen Abfolge die anderen Variablen im Modell beeinflusst. Damit kann die Wirkung einzelner Schocks eindeutig zugeordnet werden.

¹⁰ Vgl. Kirchgässner / Wolters (2006), S. 125.

¹¹ Vgl. Kirchgässner / Wolters (2006), S. 125.

¹² Vgl. Rinne (2004), S. 271.

3 Verallgemeinerte (Generalized) Impuls-Antwort-Funktionen

Aufbauend auf die Arbeit von Koop et al. (1996) zu den Impuls-Antwort-Funktionen in nichtlinearen ökonometrischen Modellen, entwickelten Pesaran und Shin (1998) die verallgemeinerten (Generalized) Impuls-Antwort-Funktionen, um den Mangel der fehlenden Eindeutigkeit der orthogonalen Schockanalyse zu umgehen. Die orthogonalen Impuls-Antwort-Folgen hängen von der Anordnung der Variablen im Vektor der gemeinsam abhängigen Variablen ab. Dementsprechend gibt es $n!$ Möglichkeiten die ökonomischen Größen im VAR-Modell anzuordnen. Es existieren keine eindeutigen Anordnungskriterien.¹³ Im Kontrast dazu sind die Generalized Impuls-Antwort-Funktionen für die einzelnen Variablen eindeutig, d.h. invariant gegenüber der Reihenfolge der Variablen im Vektor in $\mathbf{x}_t$.

Die Generalized Impuls-Antwort-Analyse hat folgende drei Ziele zum Gegenstand:¹⁴

- (i) Welche Art von Schock traf das dynamische System (ein einzelner Markt oder die Volkswirtschaft) in der Periode t – ein variablen-spezifischer oder systemweiter Schock?
- (ii) Wie war der Zustand des Systems in der Periode $t-1$ – bevor der Schock eintrat?
- (iii) Welchen erwarteten Schocks wird das System in der Zukunft ($t+1$ bis $t+k$) unterliegen?

Unter der Annahme, einer gegebenen Informationsmenge $\mathbf{\Omega}_{t-1}$ unterworfen zu sein, die die Vergangenheit des Systems bis zur Periode $t-1$ beinhaltet, ist die Generalized Impuls-Antwort-Funktion (GI) von $\mathbf{x}_t$, zum Horizont k , wie folgt definiert:¹⁵

$$(7) \quad \mathbf{GI}_X(k, \boldsymbol{\delta}, \mathbf{\Omega}_{t-1}) = E[\mathbf{x}_{t+k} | u_t = \boldsymbol{\delta}, \mathbf{\Omega}_{t-1}] - E[\mathbf{x}_{t+k} | \mathbf{\Omega}_{t-1}]$$

mit $\boldsymbol{\delta} = (\delta_1, \dots, \delta_n)^T$ als Vektor hypothetischer Schockvariablen, die das System im Zeitpunkt t schocken. Das zeitliche Profil des Impulses in $\boldsymbol{\delta}$ zum Zeitpunkt $t+k$ wird mit dem erwarteten Zustand des Systems in $t+k$ aus der Fortschreibung der Vergangenheit verglichen. (7) Eingesetzt in (3) ergibt für $\mathbf{GI}_X(k, \boldsymbol{\delta}, \mathbf{\Omega}_{t-1}) = \mathbf{M}_k \boldsymbol{\delta}$. Somit ist die

¹³ Vgl. Pesaran / Shin (1998), S. 20.

¹⁴ Vgl. Pesaran / Pesaran (1997), S. 425.

¹⁵ Vgl. Pesaran / Shin (1998), S. 19.

Generalized Impuls-Antwort-Funktion unabhängig von der Vergangenheit des Systems $\mathbf{\Omega}_{t-1}$. Die verwendete Spezifikation des hypothetischen Schockvektors δ determiniert die Eigenschaften von $\mathbf{GI}_X$.

Für den Fall, dass nur ein Element von $\mathbf{u}_t$ geschockt wird, ergibt sich (7) zu:

$$(8) \quad \mathbf{GI}_X(k, \delta_j, \mathbf{\Omega}_{t-1}) = E[\mathbf{x}_{t+k} | U_{jt} = \delta_j, \mathbf{\Omega}_{t-1}] - E[\mathbf{x}_{t+k} | \mathbf{\Omega}_{t-1}].$$

Unter der Annahme, dass $\mathbf{u}_t$ multivariat normalverteilt ist, $\mathbf{u} \sim N(0, \mathbf{\Sigma}_u)$, ergibt sich:¹⁶

$$(9) \quad E[\mathbf{u}_t | u_{jt} = \delta_j] = \begin{pmatrix} \sigma_{1j} / \sigma_{jj} \\ \sigma_{2j} / \sigma_{jj} \\ \vdots \\ \sigma_{nj} / \sigma_{jj} \end{pmatrix} \delta_j = \mathbf{\Sigma}_u \mathbf{e}_j \sigma_{jj}^{-1} \delta_j$$

mit $\mathbf{e}_j = (0, 0, \dots, 1, 0, \dots, 0)^T$ als $(n \times 1)$ -Auswahlvektor und die Eins als das j -te Element sowie σ_{jj} als den Elementen der Hauptdiagonalen der Varianz-Kovarianz-Matrix $\mathbf{\Sigma}_u$ der Schockvariablen $\mathbf{u}_t$. Wird ein einmaliger Schock der j -ten Gleichung (Variable) auf $\delta_j = \sqrt{\sigma_{jj}}$ skaliert, erhalten wir den theoretischen Effekt eines angenommenen Impulses (Schocks) in Höhe einer Standardabweichung der j -ten Gleichung zum Zeitpunkt t auf die erwarteten Werte von $\mathbf{x}_t$ zum Zeitpunkt $t+k$:

$$(10) \quad \psi_j^G(k) = \frac{\mathbf{M}_k \mathbf{\Sigma}_u \mathbf{e}_j}{\sqrt{\sigma_{jj}}}$$

bzw. ein einmaliger Impuls in Höhe einer Standardabweichung der j -ten Gleichung und die Antwort der i -ten Variablen nach k Perioden ist gegeben durch:

$$(11) \quad \psi_{ij}^G(k) = \frac{\mathbf{e}_i^T \mathbf{M}_k \mathbf{\Sigma}_u \mathbf{e}_j}{\sqrt{\sigma_{jj}}}.$$

Im Vergleich dazu lassen sich die orthogonalen Impuls-Antwort-Funktionen für einen einmaligen Schock in der j -ten Gleichung des Systems auf $\mathbf{x}_t$ schreiben als:

$$(12) \quad \psi_j^O(k) = \mathbf{P}_k \mathbf{e}_j = \mathbf{M}_k \mathbf{Q} \mathbf{e}_j$$

¹⁶ Vgl. Pesaran / Shin (1998), S. 19.

bzw. kompakter für die Antwort der i -ten Variable auf den Impuls in der j -ten Gleichung im Auswahlvektor $\mathbf{e}_j$ nach k Perioden:

$$(13) \quad \psi_{ij}^O(k) = \mathbf{e}_i^T \mathbf{P}_k \mathbf{e}_j = \mathbf{e}_i^T \mathbf{M}_k \mathbf{Q} \mathbf{e}_j.$$

Die Beziehung zwischen den beiden Arten der Schockanalyse lässt sich wie folgt ausdrücken:¹⁷

$$\begin{aligned} \psi_j^G(k) &= \psi_j^O(k) \quad \text{wenn } \Sigma_U \text{ eine Diagonalmatrix } (\Sigma_U = \mathbf{I}_n) \text{ ist,} \\ \psi_j^G(k) &\neq \psi_j^O(k) \quad \text{für } j = 2, 3, \dots, n \text{ wenn } \Sigma_U \text{ keine Diagonalmatrix ist.} \end{aligned}$$

Im Fall $\Sigma_U \neq \mathbf{I}_n$ zeigen beide Impuls-Antwort-Folgen die gleiche Reaktion nur für $j = 1$.

4 Impuls-Antwort-Funktionen im Vektor-Fehlerkorrekturmodell

In diesem Abschnitt wird die Impuls-Antwort-Analyse auf kointegrierende VAR-Modelle, auch bekannt als Vektor-Fehlerkorrekturmodelle (VECM), erweitert. Im Vergleich zum VAR ermöglicht die VECM-Darstellung eines Systems kointegrierender Variablen die Ausnutzung der Informationen sowohl in den langfristigen Gleichgewichtsbeziehungen (Niveaus) als auch der kurzfristigen Dynamik (Differenzen oder Wachstumsraten). Dabei weisen die gemeinsam abhängigen Variablen eine Einheitswurzel im Niveau auf und ihre ersten Differenzen sind stationär, d.h. sind integriert der Ordnung Eins I(1).

In Gleichung (14) wird das VAR-Modell (p) in das entsprechende VECM ($p-1$) transformiert:¹⁸

$$(14) \quad \Delta \mathbf{x}_t = \mathbf{\Pi} \mathbf{x}_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \mathbf{\Gamma}_i \Delta \mathbf{x}_{t-i} + \mathbf{u}_t.$$

Diese Differenzendarstellung ist äquivalent zum vektorautoregressiven Modell der Ordnung p für den Vektor $\mathbf{x}_t$ der Niveauvariablen in (1). Im Vektor $\mathbf{x}_{t-1}$ sind die um eine Periode verzögerten, nichtstationären Variablen enthalten. In den Matrizen $\mathbf{\Gamma}_i$ kommt die kurzfristige Dynamik zum Ausdruck; während in der Matrix $\mathbf{\Pi}$, implizit die langfristigen Beziehungen und ihre Gewichtung im Modell erfasst sind. Die Beziehung zwischen den Parametern von (1) und (14) ist gegeben durch:¹⁹

¹⁷ Vgl. Pesaran / Shin (1998), S. 20.

¹⁸ Vgl. Pesaran / Shin (1998), S. 21.

¹⁹ Vgl. Johansen (1995), S. 21.

$$(15) \quad \begin{aligned} \Phi_1 &= \Pi + \Gamma_1 + \mathbf{I}_n & \Phi_i &= \Gamma_i - \Gamma_{i-1} & \Phi_p &= -\Gamma_{p-1} \\ & & i &= 2, \dots, p-1 \end{aligned}$$

Für die Kointegrationsanalyse ist die Matrix Π von zentraler Bedeutung. Auf der Basis der Gleichung (14) entwickelte Johansen einen Kointegrationstest mit dem Ziel, die Anzahl der Kointegrationsvektoren (=Anzahl der Kointegrationsbeziehungen) r zwischen den n in $\mathbf{x}_{t-1}$ enthaltenen $I(1)$ -Variablen zu bestimmen. Die Anzahl r der Kointegrationsvektoren stimmt mit dem Rang der Matrix Π überein. Kointegration im System (14) impliziert, dass eine $(n \times r)$ -Matrix β existiert, sodass der Vektor $\mathbf{z}_t = \beta^T \mathbf{x}_t$ stationär ist und es gilt: $1 \leq r < n$.

Die Kointegrationsrestriktion kann formal wie folgt ausgedrückt werden:

$$(16) \quad \Pi = \alpha \beta^T$$

mit den $(n \times r)$ -Matrizen α und β , die den vollen Rang r aufweisen. Die günstigste maximale Zeitverschiebung, d.h. die Ordnung des VECMs, kann zum Beispiel mit dem Schwarz-Bayes- (SBC) oder dem Akaikekriterium (AIC) gefunden werden.²⁰

Von dem Variablenvektor $\mathbf{x}_t$ muss gefordert werden, dass er vektorintegriert der Ordnung 1 ($I(1)$) ist, d.h., dass der Vektor der Veränderungen $\Delta \mathbf{x}_t$ vektorstationär ist, was eine multivariate Verschärfung der einfachen Stationarität ist. Für den Zweck dieses Beitrags soll es aber ausreichen, nachzuweisen, dass jede einzelne Variable für sich genommen integriert ist. Dafür wird im empirischen Teil der erweiterte Dickey-Fuller-Test (ADF) genutzt.

Impuls-Antwort-Funktionen

Sind die Variablen in $\mathbf{x}_t$ $I(1)$ (differenzstationär), kann $\Delta \mathbf{x}_t$ in eine unendliche Moving-Average (MA)-Darstellung überführt werden:

$$(17) \quad \Delta \mathbf{x}_t = \sum_{k=0}^{\infty} \mathbf{C}_k \mathbf{u}_{t-k}$$

mit der Matrix $\mathbf{C}_k$ der langfristigen Multiplikatoren nach k Zeiteinheiten. Wird die Definition der Generalized Impuls-Antwort-Funktion für schwach stationäre VAR-Modelle (10) auf (17) angewendet, erhalten wir:²¹

²⁰ Vgl. Pesaran / Pesaran (2009), S. 430f.

²¹ Vgl. Pesaran / Shin (1998), S. 22.

$$(18) \quad \psi_{\Delta x, j}^G(k) = \frac{\mathbf{C}_k \boldsymbol{\Sigma}_u \mathbf{e}_j}{\sqrt{\sigma_{jj}}}.$$

Die Generalized Impuls-Antwort-Funktion in einem kointegrierenden VAR misst den Effekt eines einmaligen Impulses in der j -ten Gleichung in (17) auf den Vektor $\Delta \mathbf{x}_t$ nach k Perioden. Der Effekt für die i -te Gleichung ist gegeben durch:

$$(19) \quad \psi_{\Delta x, ij}^G(k) = \frac{\mathbf{e}_i^T \mathbf{C}_k \boldsymbol{\Sigma}_u \mathbf{e}_j}{\sqrt{\sigma_{jj}}}.$$

Der kumulative Effekt eines Schocks in Höhe einer Standardabweichung auf $\mathbf{x}_{t+k}$ ergibt sich zu:

$$(20) \quad \psi_{x, j}^G(k) = \frac{\mathbf{B}_k \boldsymbol{\Sigma}_u \mathbf{e}_j}{\sqrt{\sigma_{jj}}}$$

mit $\mathbf{B}_k = \sum_{j=0}^k \mathbf{C}_j$ und $\mathbf{B}_0 = \mathbf{C}_0 = \mathbf{I}_n$

Die orthogonale Impuls-Antwort-Funktion im VECM ist dementsprechend wie folgt definiert:

$$(21) \quad \begin{aligned} \psi_{\Delta x, j}^O(k) &= \mathbf{C}_k \mathbf{Q} \mathbf{e}_j & \text{bzw.} \\ \psi_{\Delta x, ij}^O(k) &= \mathbf{e}_i^T \mathbf{C}_k \mathbf{Q} \mathbf{e}_j \end{aligned}$$

Und für den kumulativen Effekt lautet die Definition:

$$(22) \quad \begin{aligned} \psi_{x, j}^O(k) &= \mathbf{B}_k \mathbf{e}_j & \text{mit } \mathbf{B}_k = \sum_{j=0}^k \mathbf{C}_j \mathbf{Q} \\ \psi_{x, j}^O(k) &= \mathbf{B}_k \mathbf{Q} \mathbf{e}_j & \text{mit } \mathbf{B}_k = \sum_{j=0}^k \mathbf{C}_j \end{aligned}$$

Bei der Anwendung der Impuls-Antwort-Funktionen ist zu beachten, dass die Elemente der Matrix der Impuls-Antwort-Koeffizienten im Fall, dass die Variablen in $\mathbf{x}_t$ differenzstationär sind, auf einen einmaligen Impuls im Zeitablauf nicht zwangsläufig gegen Null konvergieren.²² Im Gegensatz zur Matrix $\mathbf{M}_k$ in der MA-Darstellung des schwach stationären Prozesses $\mathbf{x}_t$, in der die Koeffizienten im Zeitablauf gegen Null streben, konvergieren die in $\mathbf{C}_k$ enthaltenen langfristigen Multiplikatoren gegen eine im

²² Vgl. Pesaran / Pesaran (1997), S. 443f.

Rang reduzierte Matrix $\mathbf{C}(1)$, wobei $\mathbf{C}(1) = \sum_{k=0}^{\infty} \mathbf{C}_k$ ist. Aufgrund des reduzierten Ranges der Matrix $\mathbf{\Pi}$ als Folge der Parameterrestriktionen bei der Schätzung des Vektor-Fehlerkorrekturmodells laufen die in Periode t aufgetretenen Schocks im Zeitablauf nicht vollständig aus.²³ Wegen der Einheitswurzeln konvergieren die Impuls-Antwort-Folgen in kointegrierenden VAR-Modellen (VECM) langsamer als in stationären VAR-Modellen.²⁴ Die einzelnen Variablen im Modell sind Persistenzeffekten unterworfen.²⁵

Analyse variablen-spezifischer Schocks

Neben der Analyse von Schocks im dynamischen System besteht die Möglichkeit, den Effekt systemweiter oder variablen-spezifischer Schocks auf die kointegrierenden Beziehungen, $\boldsymbol{\beta}^T \mathbf{x}_t$, zu untersuchen.²⁶ Die Beobachtung des zeitlichen Profils dieser Schocks vermittelt nützliche Informationen über die Geschwindigkeit, mit der das System in den Gleichgewichtszustand zurückkehrt, d.h. erkennbar ist, wie schnell die Anpassung auf Schocks in den Variablen in $\mathbf{x}_t$ vollzogen wird.

Folgende notwendige und zugleich hinreichende Bedingung für das Vorliegen von Kointegration, $\boldsymbol{\beta}^T \mathbf{C}(1)$, muss erfüllt sein, sodass die Kointegrationsbeziehungen wie folgt formuliert werden können:

$$(23) \quad \mathbf{z}_t = \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{x}_t = \sum_{i=0}^{\infty} \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{B}_i \mathbf{u}_{t-i}.$$

Die Impuls-Antwort-Funktion eines variablen-spezifischen Schocks, d.h. eines einmaligen Impulses in Höhe einer Standardabweichung in der j -ten Gleichung auf $\mathbf{z}_t$, ist für die Generalized Impuls-Antwort-Funktion gegeben durch:²⁷

$$(24) \quad \psi_{z,j}^G(k) = \frac{\boldsymbol{\beta}^T \mathbf{B}_k \boldsymbol{\Sigma}_u \mathbf{e}_j}{\sqrt{\sigma_{jj}}} \quad \text{mit} \quad \sigma_{jj} = \sigma_j^2$$

und für eine einzelne kointegrierende Beziehung:

$$(25) \quad \psi_{z,ij}^G(k) = \frac{\mathbf{e}_i^T \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{B}_k \boldsymbol{\Sigma}_u \mathbf{e}_j}{\sqrt{\sigma_{jj}}}$$

²³ Vgl. Pesaran / Pesaran (1997), S. 443.

²⁴ Vgl. Kirchgässner / Wolters (2006), S. 208.

²⁵ Vgl. Pesaran / Shin (1998), S. 22.

²⁶ Vgl. Pesaran / Pesaran (1997), S. 444f.

²⁷ Vgl. Pesaran / Shin (1998), S. 22.

Für die orthogonalen Impuls-Antwort-Funktionen ergibt sich demnach folgender Ausdruck:

$$(26) \quad \begin{aligned} \psi_{z,j}^O(k) &= \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{B}_k \mathbf{Q} \mathbf{e}_j && \text{bzw.} \\ \psi_{z,ij}^O(k) &= \mathbf{e}_i^T \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{B}_k \mathbf{Q} \mathbf{e}_j \end{aligned}$$

Temporäre Impulse in Höhe einer Standardabweichung auf die r kointegrierenden Beziehungen laufen mit der Zeit aus, d.h. die Impuls-Antwort-Folgen konvergieren gegen Null. Die orthogonalen und verallgemeinerten Impuls-Antwort-Funktionen stimmen überein, wenn $\boldsymbol{\Sigma}_u$ eine Diagonalmatrix oder $j = 1$ ist.

Analyse systemweiter Schocks

Über die Beobachtung der Auswirkungen variablen-spezifischer Schocks hinausgehend, besteht die Möglichkeit, die Effekte und das zeitliche Profil von systemweiten Schocks im Vektor-Fehlerkorrekturmodell zu analysieren. Die Analyse des zeitlichen Profils systemweiter Schocks in kointegrierenden VAR-Modellen, auch bezeichnet als Persistenzprofil, geht auf Lee und Pesaran (1993) sowie Pesaran und Shin (1996) zurück. Das Persistenzprofil, $h(\mathbf{z}_t, k)$, wird als Funktion von k aufgefasst und vermittelt einen Eindruck von der Geschwindigkeit, mit der ein systemweiter Schock auf die langfristigen Gleichgewichtsbeziehungen, $\boldsymbol{\beta}^T \mathbf{x}_t$, wirkt und für $k \rightarrow \infty$ ausläuft – sogar, wenn die Auswirkungen der Schocks auf die individuellen Variablen in $\mathbf{x}_t$ von dauerhafter Natur sind.²⁸

In Gleichung (27) ist das Persistenzprofil eines systemweiten Schocks auf die j -te Kointegrationsbeziehung gegeben:

$$(27) \quad h(\mathbf{z}_t = \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{x}_t, k) = \frac{\boldsymbol{\beta}_j^T \mathbf{B}_k \boldsymbol{\Sigma}_u \mathbf{B}_k^T \boldsymbol{\beta}_j}{\boldsymbol{\beta}_j^T \boldsymbol{\Sigma}_u \boldsymbol{\beta}_j} \quad \text{für } j = 1, \dots, r.$$

Die unmittelbare Reaktion nimmt den Wert Eins an und tendiert für $k \rightarrow \infty$ gegen Null, wenn $\boldsymbol{\beta}_j$ ein kointegrierender Vektor ist. Das Persistenzprofil für die Kointegrationsbeziehungen zeigt die geschätzte Geschwindigkeit an, mit der ein einzelner Markt oder die Volkswirtschaft infolge eines Schocks aller gemeinsam anhängigen Variablen ins Gleichgewicht zurückkehrt.

²⁸ Vgl. Pesaran / Pesaran (1997), S. 445.

5 Anwendungsbeispiel

Mithilfe von Impuls-Antwort-Funktionen ist es zum Beispiel möglich, die Reaktion sowie das zeitliche Profil von Einkommens-, Zins- und Vermögenspreisschocks auf die realwirtschaftliche Größe Konsum zu untersuchen. Ausgangspunkt der empirischen Analyse bildet die folgende log-lineare gesamtwirtschaftliche Konsumfunktion:

$$(28) \quad \ln C_t = \alpha + \beta \ln Y_t^V + \delta_1 \ln DAX_t + \delta_2 \ln IW_t + \kappa I_t + u_t$$

die für Deutschland vom 1. Quartal 1991 bis zum 4. Quartal 2008 geschätzt werden soll. Demzufolge sind im Vektor der gemeinsam abhängigen Variablen ($\mathbf{x}_t$) enthalten:

C Konsumausgaben der privaten Haushalte, preis-, kalender- und saisonbereinigt, in Mrd. Euro

Y^V Verfügbares Einkommen, preis-, kalender- und saisonbereinigt, in Mrd. Euro

DAX Deutscher Aktienindex, preisbereinigte gemittelte Monatsendstände

IW Immobilienindex Wohnen, preisbereinigte interpolierte Zeitreihe

I Geldmarktzinsen, gemittelte Monatsdurchschnitte in Prozent

Bevor das VECM mit dem Johansen-Verfahren geschätzt wird, muss getestet werden, ob alle Variablen integriert der Ordnung Eins sind. Der Nachweis des Integrationsgrades wird durch den erweiterten *Dickey-Fuller*-Test (ADF-Test) erbracht.

Tabelle 1: Ergebnisse des Augmented Dickey-Fuller-Tests

Variable	Regression	Lags	Test-Statistik	95% Kritischer Wert	
$\ln C$	K,T	2	-0.5930	-3.4749	ns
$\ln Y^V$	K,T	3	-0.5246	-3.4759	ns
I	K,T	1	-2.5132	-3.4739	ns
$\ln DAX$	K,T	1	-1.9685	-3.4739	ns
$\ln IW$	K,T	2	-2.2664	-3.4749	ns
$\Delta \ln C$	K	1	-8.9525	-2.9035	s
$\Delta \ln Y^V$	K	2	-8.4378	-2.9042	s
ΔI	K	0	-3.3501	-2.9029	s
$\Delta \ln DAX$	K	0	-5.1228	-2.9029	s
$\Delta \ln IW$	K	1	-3.6185	-2.9035	s

Bemerkung: Schwarz-Bayes-Kriterium zur Festlegung der Ordnung des ADF-Tests.
Die Dickey-Fuller-Regression beinhaltet eine Konstante (K) und /oder einen linearen Trend (T). ns - nichtstationär

Im Folgenden können die Variablen der Tabelle 1 aufgrund der Testdaten als integriert der Ordnung Eins, $I(1)$, betrachtet werden. Die Wahl der Lagordnung des Vektor-Fehlerkorrekturmodells gründet auf dem Vergleich anhand von Informationskriterien ausgewiesener Effizienz der Schätzung variierender VAR-Modelle. Für $p = 3$ wird der höchste Wert des Schwarz-Bayes-Kriteriums (ML-Version) gefunden. Zusätzlich wird eine Konstante aber kein Trend in die kointegrierende Beziehung aufgenommen. Da das Modell mehr als zwei $I(1)$ -Variablen enthält, muss zuerst die Anzahl der kointegrierenden Beziehungen, der Kointegrationsrang r , bestimmt werden. Der Maximaleigenwert-Test und der Trace-Test dienen als Entscheidungsgrundlage.

Tabelle 2: Ergebnisse des Johansen Kointegrationstests

H_0	Max.-Eigenwert-Test	Kritischer Wert (95%)	Trace-Test	Kritischer Wert (95%)
$r = 0$	59.49	34.40	105.71	75.98
$r \leq 1$	20.83	28.27	46.22	54.48
$r \leq 2$	13.25	22.04	25.39	34.87
$r \leq 3$	9.13	15.87	12.14	20.18
$r \leq 4$	3.01	9.16	3.01	9.16

Bemerkung: r gibt die Anzahl der kointegrierenden Beziehungen wieder.

Die Tests zeigen, dass zwischen den fünf Variablen in $\mathbf{x}_t$ genau eine kointegrierende Beziehung existiert (Tabelle 2). Für die Identifizierbarkeit wird der Koeffizient des Konsums im Kointegrationsvektor auf den Wert Eins normiert.²⁹ Dies ermöglicht, den Kointegrationsvektor als Konsumfunktion zu interpretieren.³⁰ Aus einer alternativen Normierung könnte ebenso eine Einkommens-, DAX-, Wohnimmobilienpreis- oder Zinsgleichung resultieren, sofern sich die geschätzte stationäre Linearkombination durch Signifikanz in der jeweiligen Fehlerkorrekturgleichung auszeichnet.

In den einzelnen Fehlerkorrekturgleichungen hängen die stationären Wachstumsraten (bzw. erste Differenzen für die Geldmarktzinsen) der im Vektor $\mathbf{x}_t$ enthaltenen Variablen von den um bis zu zwei Quartale verzögerten Wachstumsraten (ersten Differenzen) sowie von den auf $r = 1$ getesteten stationären Linearkombinationen ab.³¹

Die Impuls-Antwort-Analyse ist unterteilt in zwei Fragestellungen: Gefragt wird zum einen nach der Reaktion des kointegrierenden Vektors (Konsumfunktion) auf einen ein-

²⁹ Der Kointegrationsvektor ist ohne Restriktionen nicht identifizierbar.

³⁰ Vgl. Nastansky / Strohe (2010), S. 8.

³¹ Vgl. Nastansky / Strohe (2010), S. 9.

maligen, temporären, variablen-spezifischen Impuls (Gleichung 25 und 26) sowie die Persistenz eines systemweiten transitorischen Schocks (Gleichung 27); zum anderen nach der Reaktion der Variablen der Konsumfunktion (28) auf einen einmaligen Schock in den gemeinsam abhängigen Variablen im dynamischen System (Gleichung 20 und 22). Während in der ersten Fragestellung der Impuls ausläuft und die Impuls-Antwort-Funktionen mit zunehmenden Horizont gegen Null streben, konvergieren die Impuls-Antwort-Folgen im dynamischen System – aufgrund der Existenz gemeinsamer stochastischer Trends – gegen eine im Rang reduzierte Matrix $C(1)$ – mit der Folge, dass die langfristigen Grenzwerte (Multiplikatoren) verschieden von Null sein können.³²

Um die Unsicherheit bei der Schätzung der Impuls-Antwort-Funktionen zu berücksichtigen, werden die Punktschätzer um Konfidenzintervalle ergänzt. Die analytische Ermittlung von derartigen Intervallen in vektorautoregressiven oder Vektor-Fehlerkorrekturmodellen liefert nur asymptotische und nur bei großen Stichprobenumfängen gültige Aussagen.³³ Eine Alternative dazu bieten Bootstrap oder Simulationsverfahren, die mithilfe von Monte-Carlo-Simulationen eine Schar von Impuls-Antwort-Funktionen erzeugen, aus denen Konfidenzbänder geschätzt werden.³⁴ Die theoretischen Eigenschaften von Bootstrap-Konfidenzintervallen in kointegrierenden VAR-Modellen sind noch nicht vollständig geklärt.³⁵ Im Folgenden werden die Konfidenzintervalle der Impuls-Antwort-Folgen mittels eines Bootstrap-Verfahrens ermittelt, das in Microfit 5.0 implementiert ist.

Ergebnisse variablen-spezifischer Schocks auf die kointegrierende Beziehung

In Abbildung 1 sind die orthogonalen und verallgemeinerten (Generalized) Impuls-Antwort-Folgen der Konsum-, Einkommens-, Zins- und Vermögenspreisschocks (DAX, Index Wohnen) in Höhe einer Standardabweichung auf die kointegrierende Beziehung für den Horizont fünf Jahre dargestellt. Wie dargelegt, weisen die Generalized Impuls-Antwort-Funktionen gegenüber den Orthogonalisierten den Vorteil auf, dass sie invariant gegenüber der Anordnung der Variablen im VECM sind.³⁶

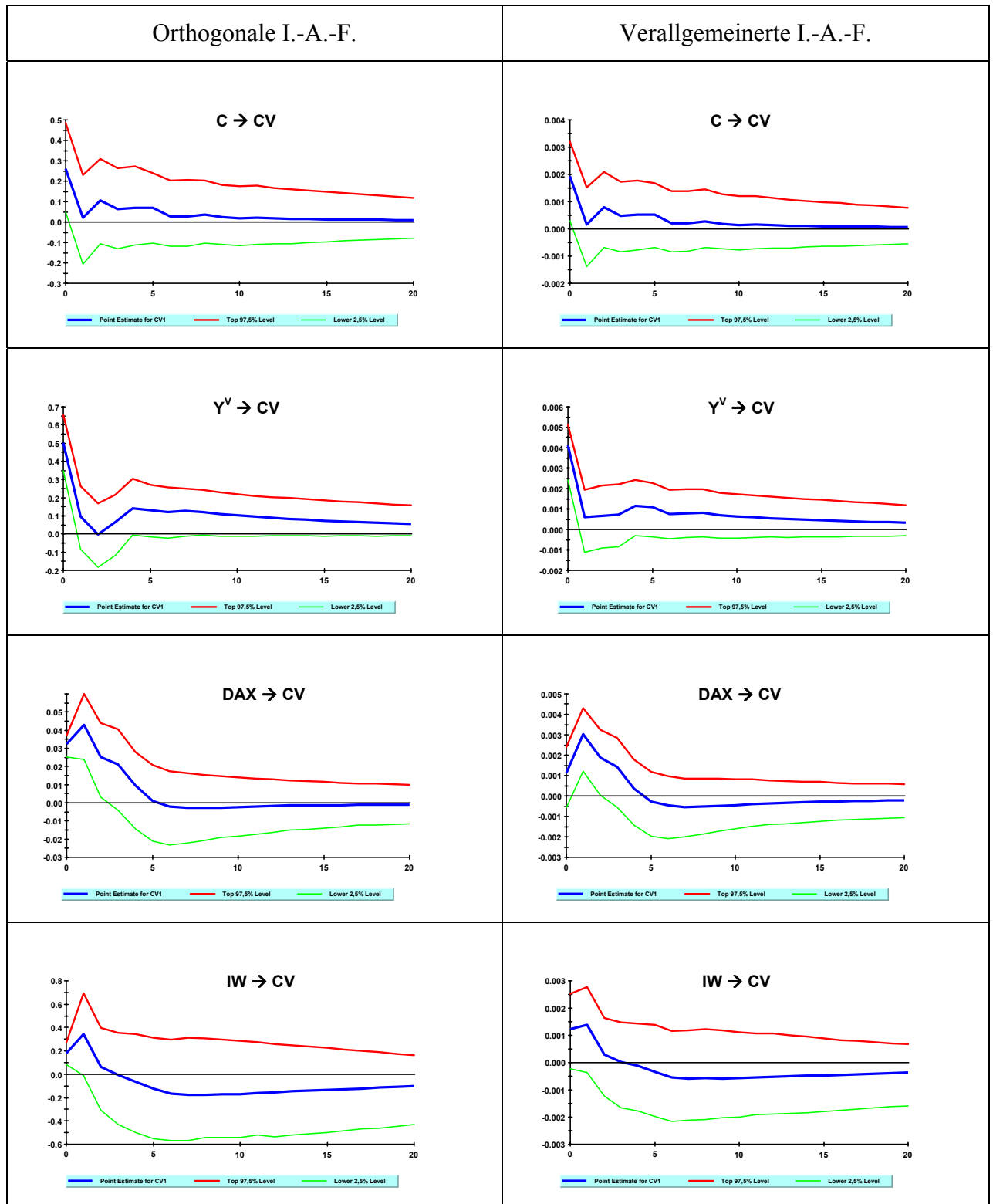
³² Vgl. Pesaran / Shin (1998), S. 22.

³³ Vgl. Lütkepohl (2006), S. 109-133.

³⁴ Vgl. Neusser (2009), S. 196f.

³⁵ Vgl. Benkwitz / Lütkepohl / Wolters (2001), S. 98.

³⁶ Vgl. Pesaran / Pesaran (1997), S. 423f.



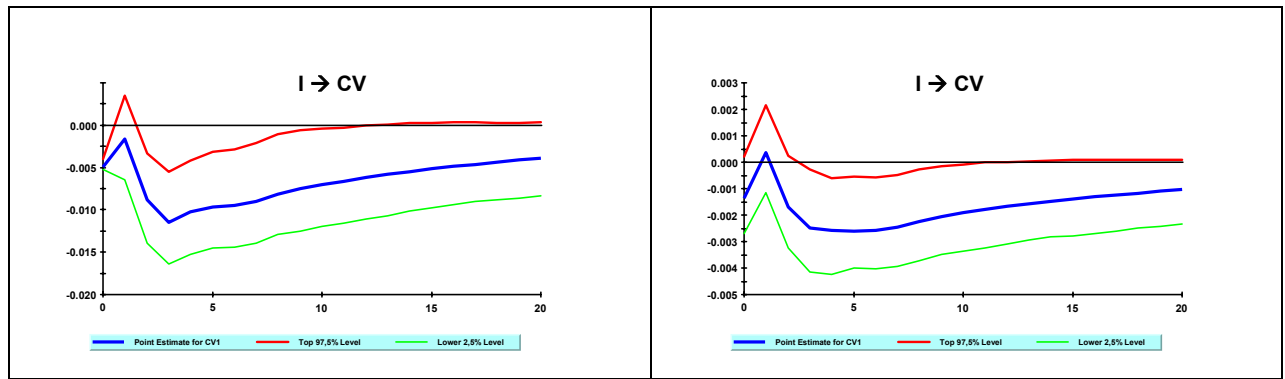


Abb. 1: Orthogonale und verallgemeinerte Impuls-Antwort-Funktionen variablen-spezifischer Schocks auf die kointegrierende Beziehung (CV)

Die graphische Darstellung der Impuls-Antwort-Funktionen zeigt, dass eine einmalige Innovation im verfügbaren Einkommen (Y^V) eine unmittelbar stark stimulierende Wirkung auf den kointegrierenden Vektor (infolge der Restriktion des Koeffizienten des Konsums auf den Wert Eins auch als Konsumfunktion interpretierbar) hervorruft. Der Impuls fällt anschließend aber schnell ab und nach zwei Quartalen sind sowohl die orthogonale als auch die verallgemeinerte Impuls-Antwort-Folge auf dem 5%-Niveau nicht mehr signifikant von Null verschieden. Eine ähnliche Reaktion zeigt sich auf einen Schock im Konsum (C); wobei dieser weniger intensiv wirkt und die Funktionen bereits nach einem Quartal nicht länger signifikant sind. Nach anderthalb Jahren laufen die Folgen für den Konsumschock aus.

Der Impuls aus der Kursentwicklung des DAX ist kontemporär schwächer positiv und die Funktion fällt im Vergleich zu den transitorischen Konsum- und Einkommensschocks weniger schnell ab. Während die orthogonale Impuls-Antwort-Folge die ersten drei Quartale signifikant von Null verschieden ist, trifft dies für die verallgemeinerte Variante nur für das erste Quartal nach dem Schock am Aktienmarkt zu. Die Wirkung des Immobilienpreisschocks (IW) in Höhe einer Standardabweichung ist unmittelbar nur für die orthogonale Folge signifikant positiv. Nach drei Quartalen ist der temporäre Impuls weitestgehend abgebaut und der Schätzer wechselt das Vorzeichen. Im Kontrast zum Aktienmarktschock reagiert der kointegrierende Vektor (CV) auf eine Innovation am Wohnimmobilienmarkt unmittelbar stärker. Demgegenüber lässt die Wirkung schneller nach. Ein einmaliger Impuls am Geldmarkt (I) ruft zeitgleich eine schwach negative Reaktion im System hervor. Die Generalized-Folge wechselt nach einem Quartal sogar leicht ins Positive (nicht signifikant) und zeigt nach zwei Quartalen jedoch wieder die erwartete Antwort. Im Gegensatz zu den bisher betrachteten Schocks entfalten Zinsschocks weniger intensivere, dafür aber deutlich nachhaltigere Wirkung

auf den Kointegrationsvektor (Konsumfunktion). Erst nach zweieinhalb Jahren ist der einmalige Impuls nicht mehr signifikant negativ und erst nach fünf Jahren größtenteils abgebaut. Allgemein gilt, dass die numerischen Werte der verallgemeinerten Impuls-Antwort-Funktionen deutlich unter den korrespondierenden Werten der orthogonalen Folgen liegen. Die Vorzeichen der Impuls-Antwort-Funktionen ergeben sich aus dem Vorzeichen der geschätzten Koeffizienten der Kointegrationsbeziehungen in β .

Als Nächstes wird die Reaktion des kointegrierenden Vektors auf einen Impuls aller gemeinsam abhängigen Variablen betrachtet. Das Persistenzprofil eines systemweiten Schocks ist in Abbildung 2 dargestellt.

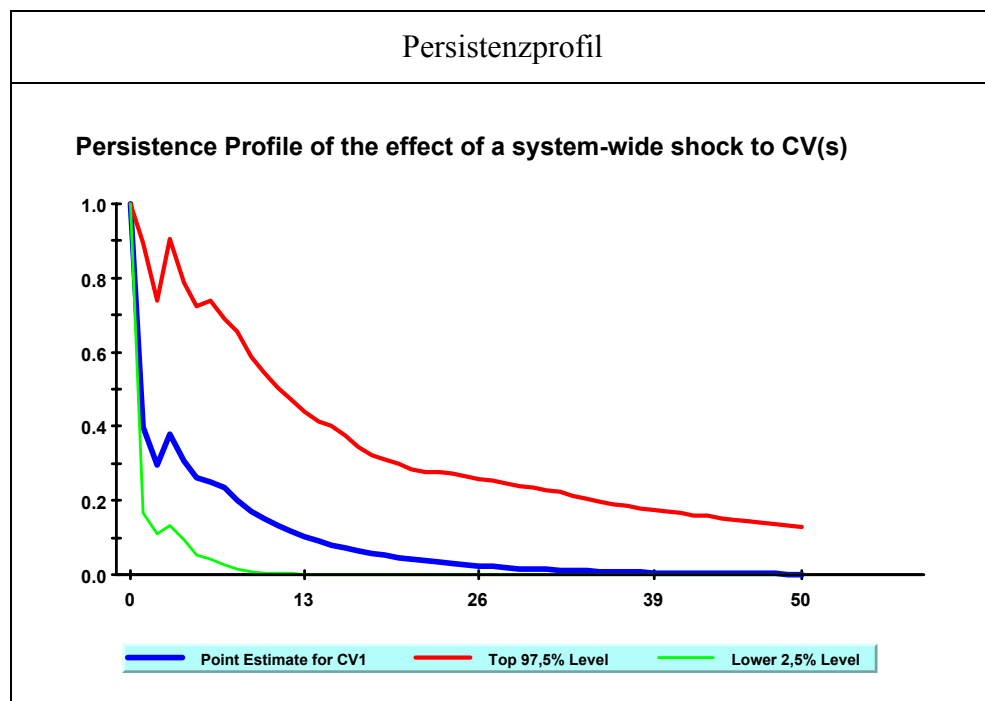
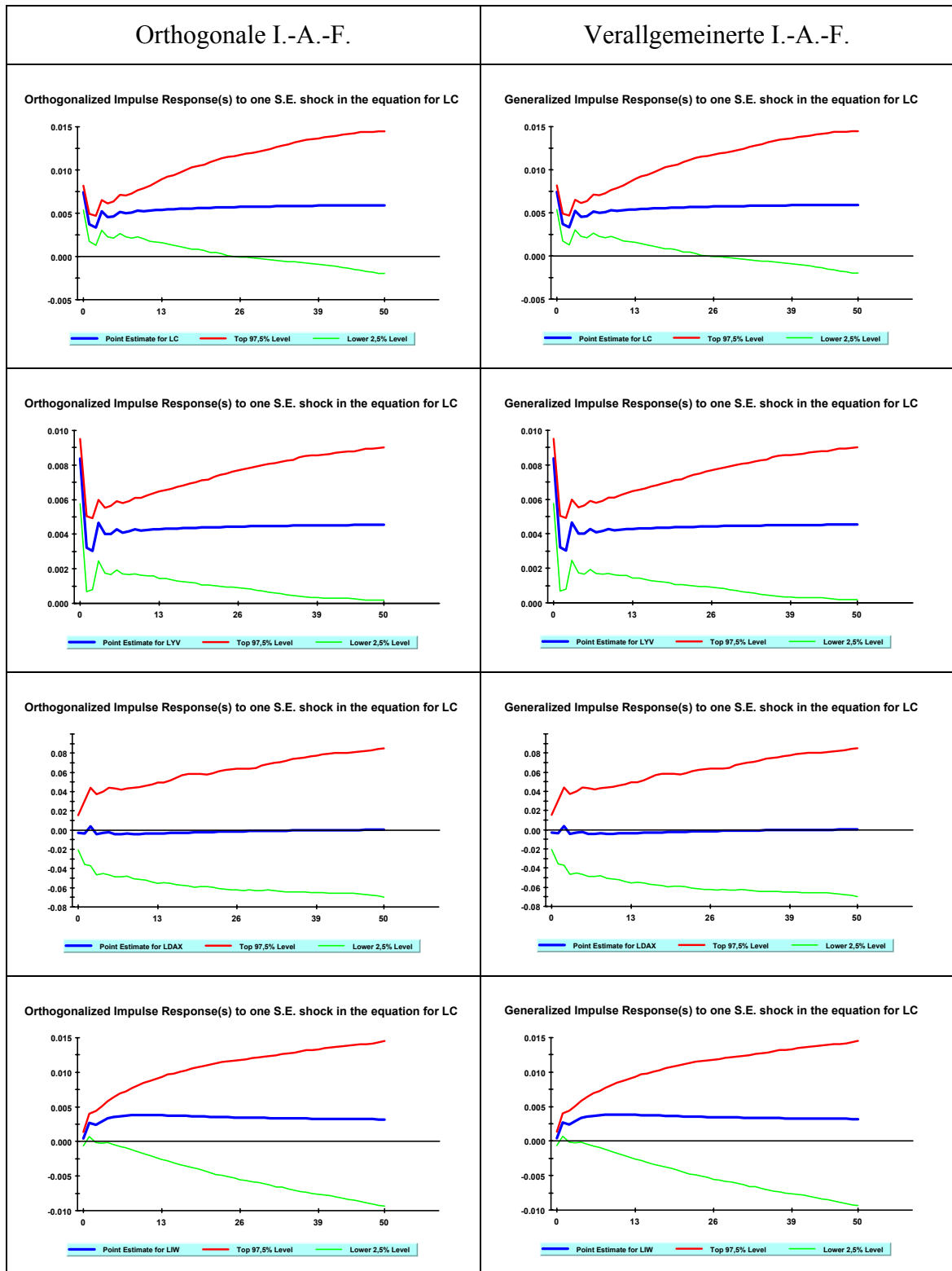


Abb. 2: Persistenzprofil eines systemweiten Schocks

Ein einmaliger Impuls in den Residuen des Vektor-Fehlerkorrekturmodells bringt die Kointegrationsbeziehung zwischen den Größen Konsum, Einkommen, Vermögenspreise (DAX, Index Wohnen) und Geldmarktzinsen nur vorübergehend aus dem Gleichgewicht. Nach einem Quartal drittelt sich die Funktion, nach vier Jahren ist der Schock weitgehend abgebaut (die geschätzte Folge ist bereits nach zwei Jahren nicht mehr signifikant) und die langfristige Beziehung stellt sich wieder ein. Das System Konsumfunktion kehrt in den Gleichgewichtszustand zurück.

Ergebnisse kumulative Effekte variablen-spezifischer Schocks

In Abbildung 3 werden die kumulativen Effekte der Impuls-Antwort-Funktionen des Konsumschocks gezeigt. Für die erste Gleichung (Variable) im VECM stimmen die Ergebnisse der orthogonalen und verallgemeinerten Impuls-Antwort-Folgen überein.



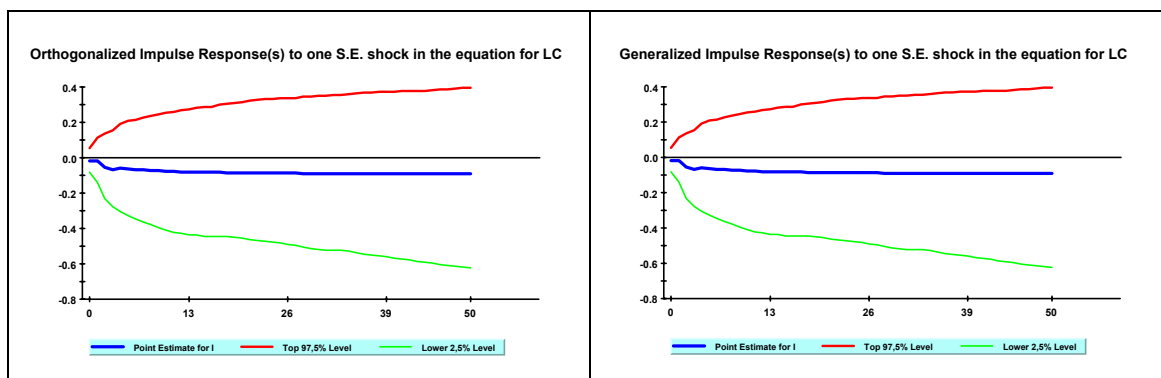
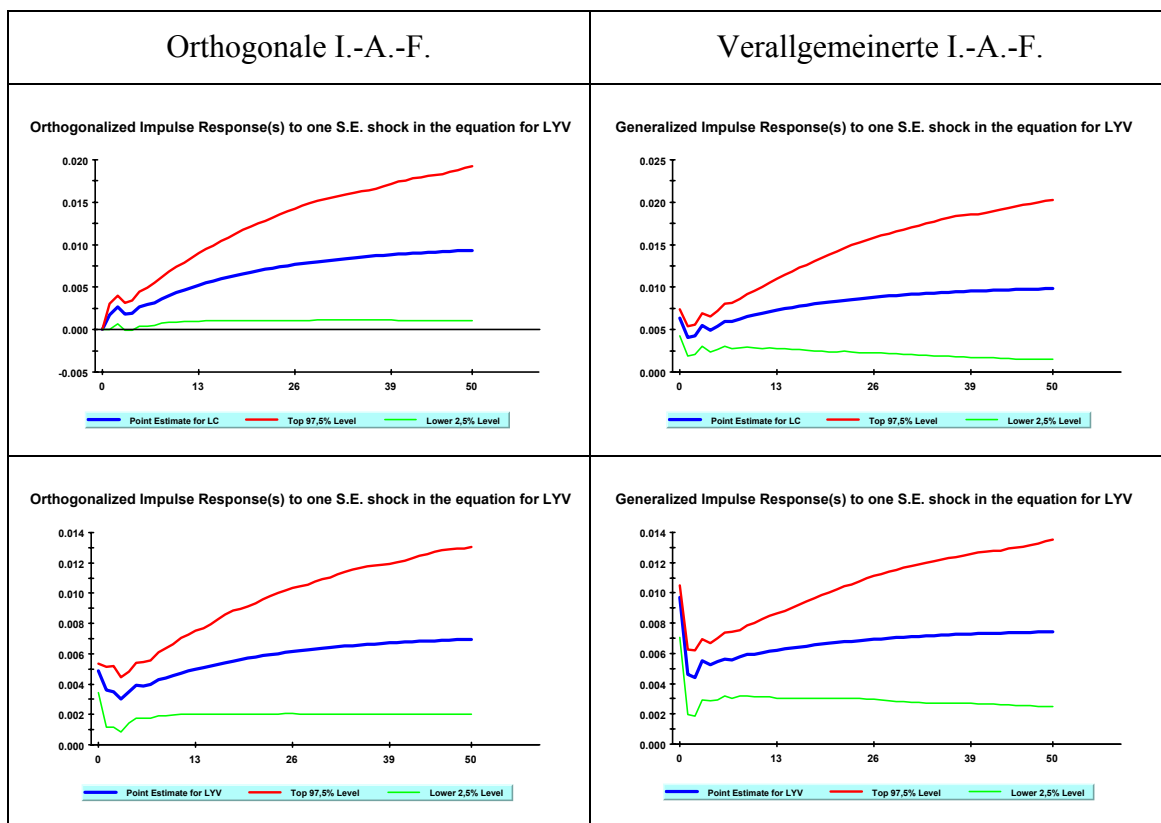


Abb. 3: Kumulativer Effekt der orthogonalen und verallgemeinerten Impuls-Antwort-Folgen für einen Impuls im Konsum (C)

Ein einmaliger Impuls in der Gleichung für den Konsum in Höhe einer Standardabweichung, definiert als Konsumschock, übt einen starken positiven Einfluss auf den Konsum und das verfügbare Einkommen der privaten Haushalte in Deutschland nach der Wiedervereinigung aus. Bereits nach zwei Jahren konvergieren die geschätzten Folgen gegen ihre langfristigen Multiplikatoren. Alle vier Impuls-Antwort-Funktionen sind in dieser Zeit signifikant von Null verschieden. Demgegenüber ruft der Konsumschock keine signifikanten Effekte im Deutschen Aktienindex und den Geldmarktzinsen hervor. Lediglich die Wohnimmobilienpreise werden mit einem Quartal Verzögerung kurzfristig stimuliert. In Abbildung 4 werden die kumulativen Effekte der Impuls-Antwort-Funktionen des Einkommensschocks dargestellt.



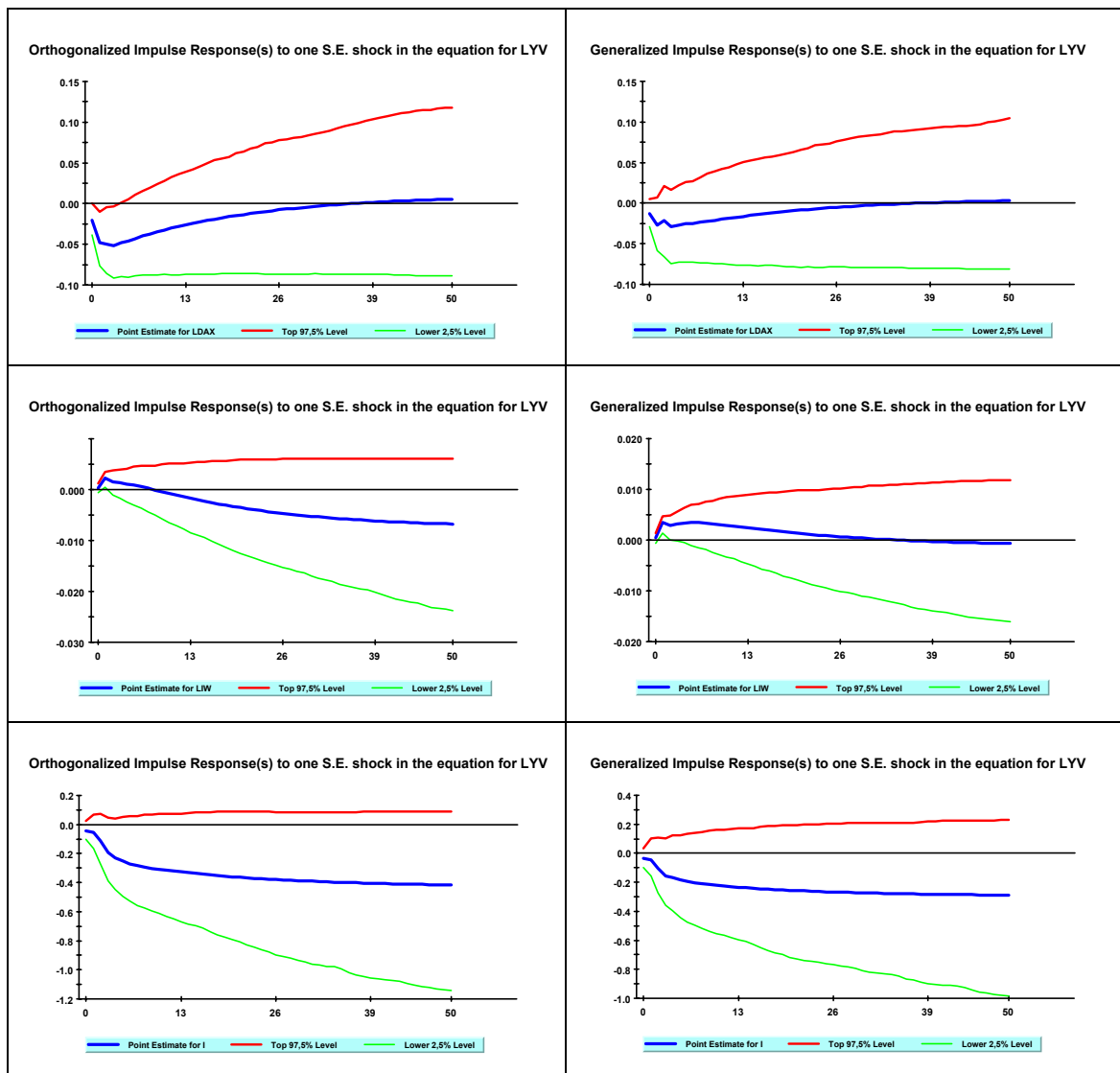
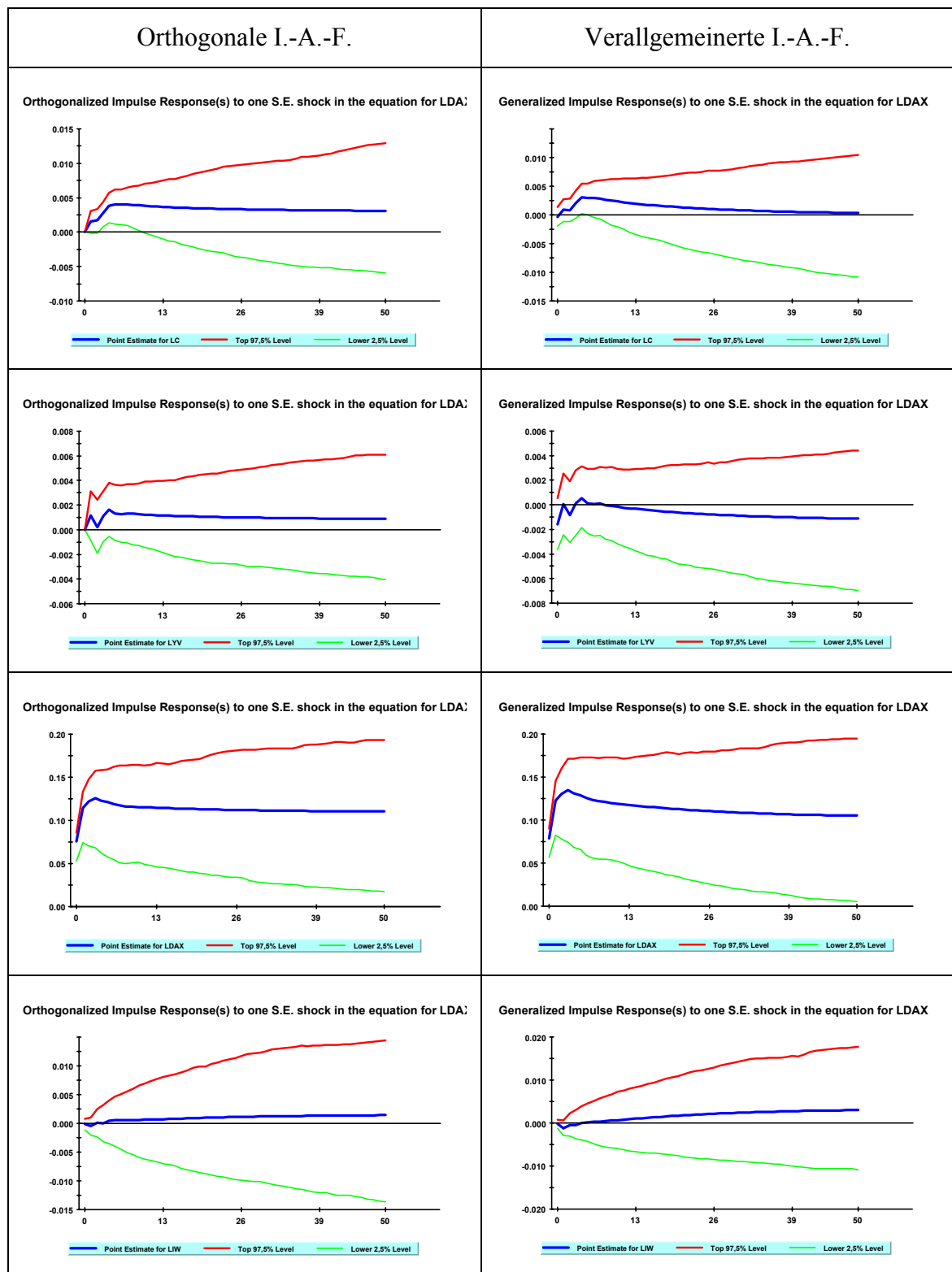


Abb. 4: Kumulativer Effekt der orthogonalen und verallgemeinerten Impuls-Antwort-Folgen für einen Impuls im verfügbaren Einkommen (Y^v)

Ein Schock in der Gleichung für das verfügbare Einkommen hat eine stimulierende Wirkung auf die Konsumausgaben der privaten Haushalte. Als Ergebnis der Orthogonalisierung ist der kontemporäre Effekt des Einkommens auf den Konsum für die orthogonale Impuls-Antwort-Folge Null. Die geschätzte Generalized Impuls-Antwort-Funktion weist unmittelbar einen schwach gleichgerichteten Effekt aus. Die Anpassung des Konsums und des Einkommens vollzieht sich langsam. Der Deutsche Aktienindex und die Geldmarktzinsen werden gedämpft, wobei die Folgen des DAX nach 7 Jahren gegen einen Multiplikator größer Null konvergieren und nicht signifikant sind. Die geschätzten kumulativen Impuls-Antwort-Folgen der Wohnimmobilienpreise reagieren kurzfristig positiv und wechseln nach einem Jahr für die orthogonale Folge bzw. nach 7 Jahren für die verallgemeinerte Variante das Vorzeichen. Die geschätzten Impuls-Antwort-Funktionen sind aber lediglich für $k=1$ signifikant.

In Abbildung 5 werden die kumulativen Effekte der Impuls-Antwort-Funktionen des DAX-Schocks gezeigt.



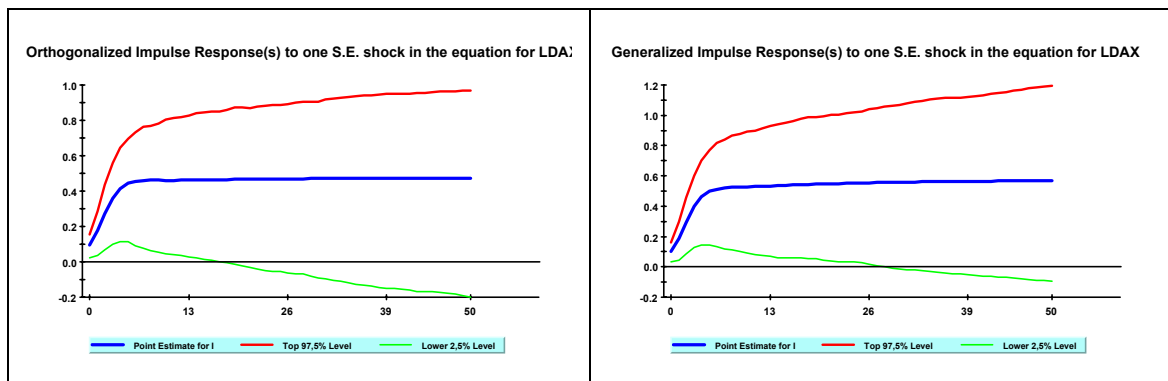
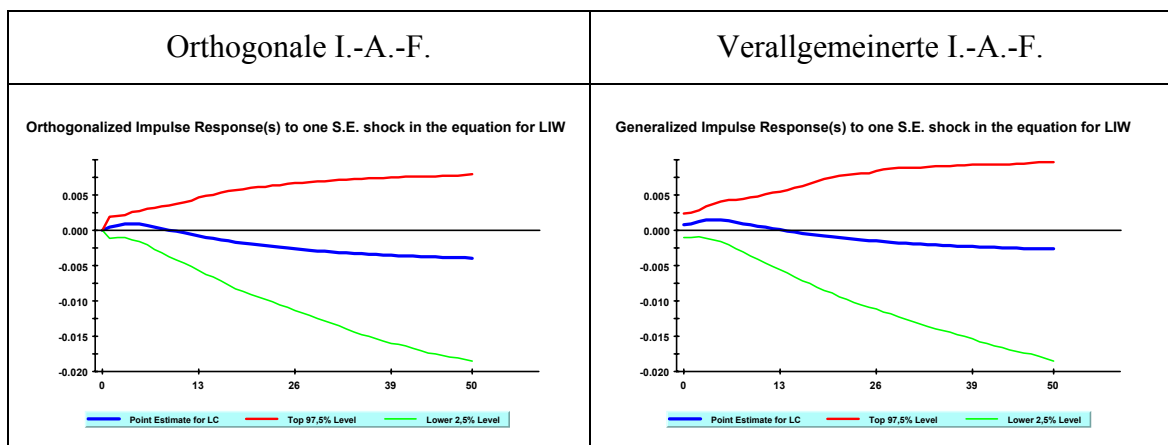


Abb. 5: Kumulativer Effekt der orthogonalen und verallgemeinerten Impuls-Antwort-Folgen für einen Impuls im Deutschen Aktienindex (DAX)

Ein temporärer Schock am deutschen Aktienmarkt entfaltet nach einem Quartal eine schwach stimulierende Wirkung auf den Konsum. Die Generalized Impuls-Antwort-Folge fällt nach einem Jahr ab und der Impuls läuft nach drei Jahren aus. Zudem war die geschätzte Folge auf dem 5%-Niveau nur in einem Quartal signifikant. Die orthogonale Folge weist einen etwas stärkeren, bis zum Horizont zwei Jahre zugleich signifikanten Vermögenseffekt aus der Kursentwicklung des DAX für den Konsum der privaten Haushalte in Deutschland aus. Die zwei geschätzten Impuls-Antwort-Funktionen des verfügbaren Einkommens sind nicht signifikant von Null verschieden. Wie zu erwarten war, ist die Antwort des DAX stark positiv; die Folgen konvergieren aber schnell gegen ihre langfristigen Multiplikatoren. Der Index Wohnen bleibt unberührt vom Schock am Aktienmarkt. Hingegen reagieren die Zinsen am Geldmarkt mit einem starken Anstieg auf einen Impuls des DAX. Die orthogonale Folge ist rund vier, die verallgemeinerte Folge sechs Jahre signifikant. Allerdings ist der Aktienmarktschock bereits nach einem Jahr abgebaut.

In Abbildung 6 werden die kumulativen Effekte der Impuls-Antwort-Funktionen des Wohnimmobilienpreisschocks dargestellt.



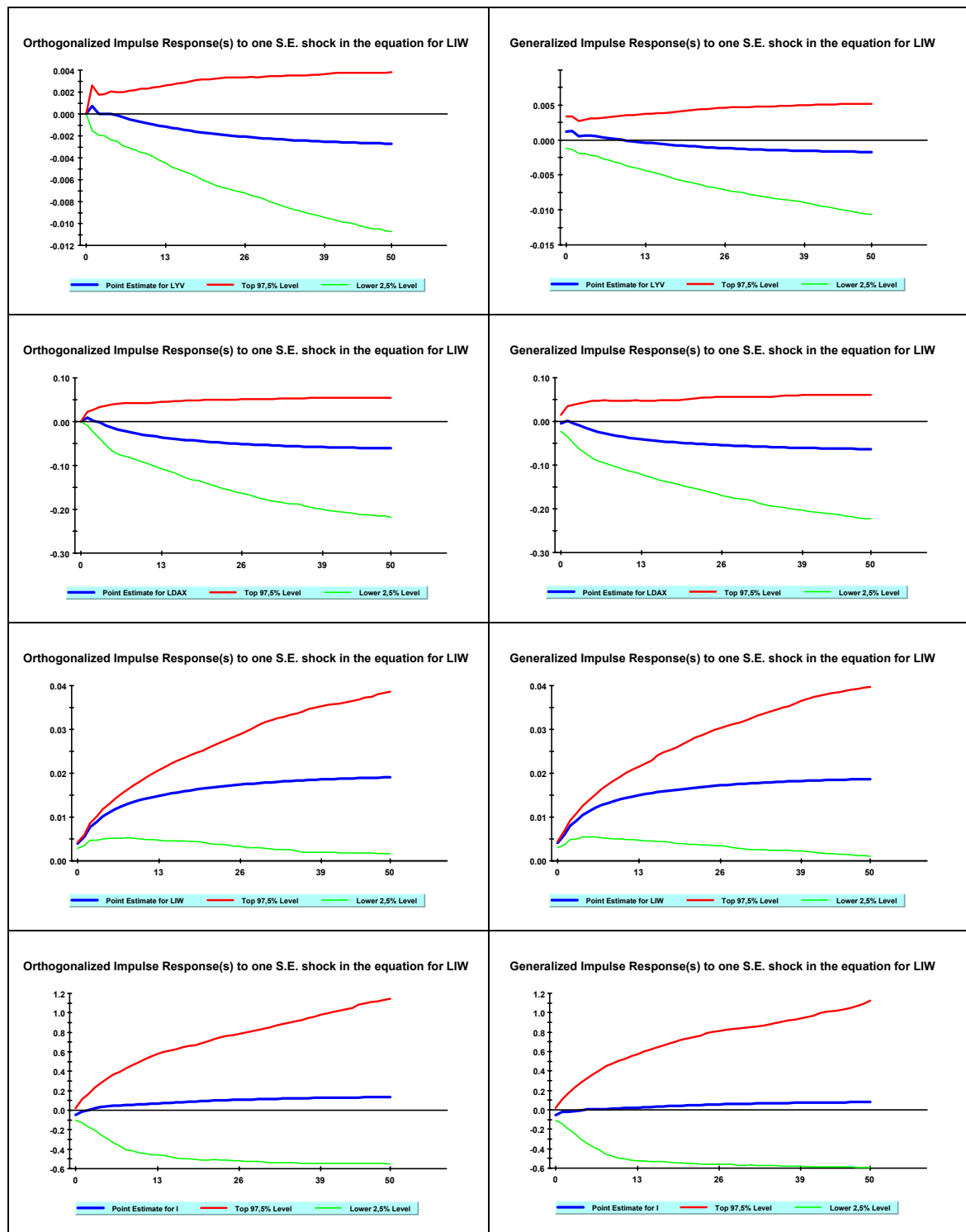
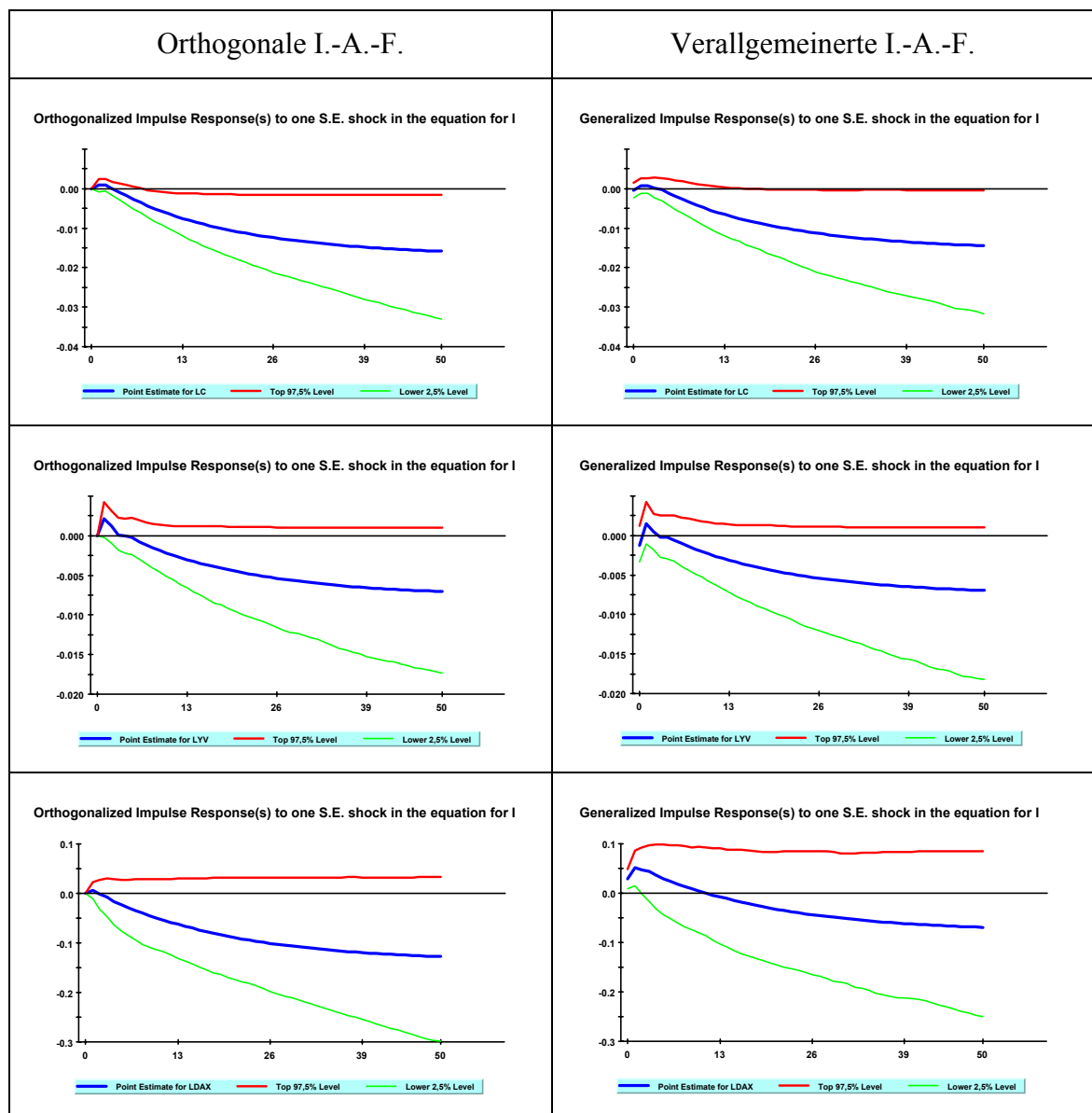


Abb. 6: Kumulativer Effekt der orthogonalen und verallgemeinerten Impuls-Antwort-Folgen für einen Impuls im Index Wohnen (*IW*)

Die Reaktion des Konsums und des verfügbaren Einkommens auf einen einmaligen Schock am Markt für Wohnimmobilien ist kurzfristig schwach positiv; die Impuls-Antwort-Folgen wechseln aber nach wenigen Quartalen das Vorzeichen und sind für den gesamten Beobachtungszeitraum nicht signifikant von Null verschieden. Damit lassen sich aus der Schockanalyse für Deutschland aus den Wohnimmobilienpreisen

keine Vermögenseffekte im Konsum nachweisen. Die geschätzten Impuls-Antwort-Funktionen des DAX sind nicht signifikant und konvergieren gegen einen negativen langfristigen Multiplikator. Die Wohnimmobilienpreise steigen infolge eines Schocks im Index Wohnen. Die Anpassung ist nicht ad hoc und vollzieht sich über rund vier Jahre. Die Reaktion der Zinsen fällt deutlich schwächer aus als beim DAX-Schock und die Folgen sind nicht signifikant.

In Abbildung 7 sind die kumulativen Effekte der Impuls-Antwort-Funktionen des Geldmarktzinsschocks abgebildet.



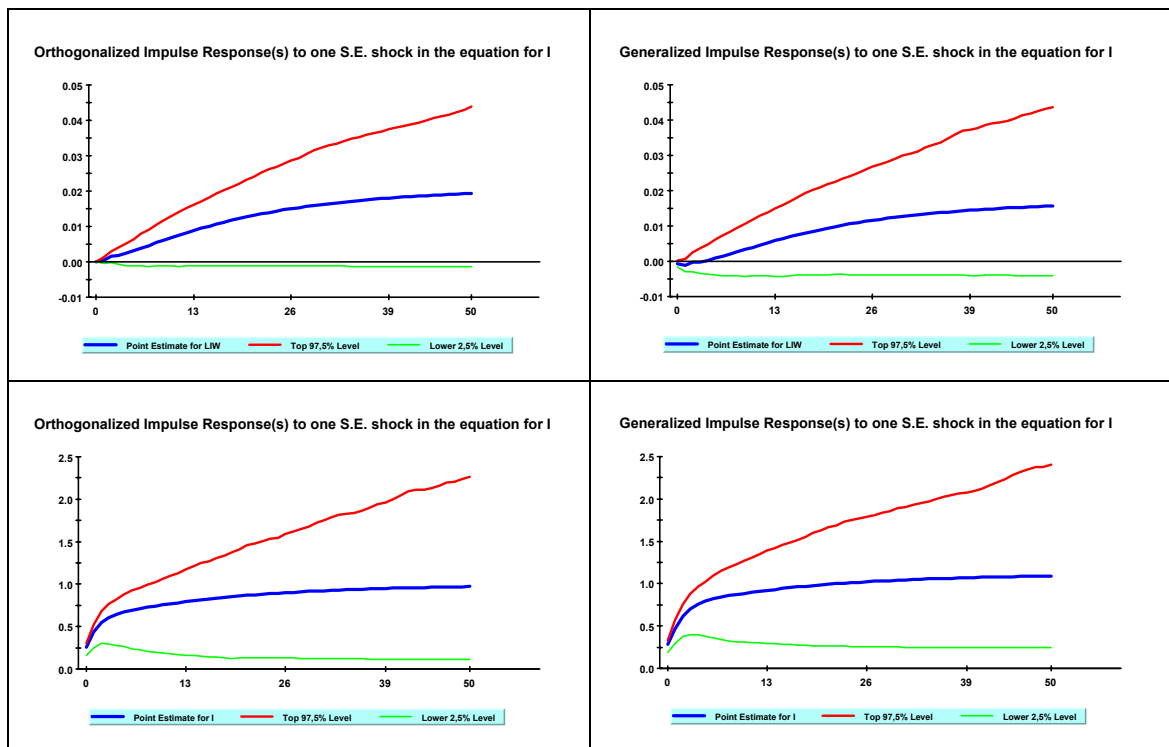


Abb. 7: Kumulativer Effekt der orthogonalen und verallgemeinerten Impuls-Antwort-Folgen für einen Impuls in den Geldmarktzinsen (I)

Auf einen Zinsschock am Geldmarkt zeigt der Konsum die erwartete Reaktion. Mit einer Verzögerung von zwei Quartalen dämpft ein restriktiver Zinsimpuls die Konsumausgaben. Nach zwei Jahren ist die orthogonale und nach drei Jahren ist die Generalized Impuls-Antwort-Funktion signifikant von Null verschieden. Erst nach zehn Jahren streben die Funktionen gegen einen Grenzwert kleiner Null. Der Impuls in den Geldmarktzinsen verringert langfristig das verfügbare Einkommen der privaten Haushalte. Die geschätzten Folgen sind jedoch nicht signifikant (5%-Niveau). Der Deutsche Aktienindex reagiert nur kontemporär stärker positiv auf einen Zinsschock (verallgemeinerte Impuls-Antwort-Funktion). Die geschätzte orthogonale Folge nimmt für die unmittelbare Antwort infolge der Orthogonalisierung den Wert Null an. Beide Folgen laufen nur allmählich aus und streben gegen einen negativen Grenzwert. Der Schock in der Zinsgleichung übt einen stimulierenden, aber nicht signifikanten Einfluss auf die Wohnimmobilienpreise aus. Die Anpassung des Wohnimmobilienmarktes vollzieht sich schleppend. Demgegenüber baut der Geldmarktzins einen eigenen Impuls zügig ab.

6 Zusammenfassung

Die aus dem Vektor-Fehlerkorrekturmodell für das Anwendungsbeispiel berechneten Impuls-Antwort-Folgen verdeutlichen, dass Schocks in den Vermögenspreisen über mehrere Quartale verteilt Konsumwirkungen entfalten. Ein Impuls des Deutschen Aktienindex wirkt unmittelbar schwach stimulierend. Im Kontrast dazu reagiert der Konsum auf eine Innovation am Wohnimmobilienmarkt stärker. Allerdings lässt der Effekt schneller nach. Zinsschocks am Geldmarkt dämpfen den Konsum und werden langsamer abgebaut. Ein Schock im verfügbaren Einkommen hat eine stimulierende Wirkung auf die Konsumausgaben der privaten Haushalte in Deutschland seit der Wiedervereinigung. Die Anpassung des Konsums vollzieht sich nicht ad hoc, sondern erfolgt über mehrere Jahre. Das System Konsumfunktion kehrt infolge eines systemweiten Schocks nach wenigen Quartalen in den Gleichgewichtszustand zurück und die Folge strebt nach zwei Jahren monoton gegen Null.

Da vektorautoregressive Modelle viele Parameter umfassen können, ist es vorteilhaft, Impuls-Antwort-Funktionen zu berechnen und diese in grafischer Form darzustellen. Beinhaltend die VAR-Modelle auch nichtstationäre (genauer integrierte) Zeitreihen, besteht die Möglichkeit Impuls-Antwort-Funktionen für kointegrierte Systeme zu schätzen. Sind die Variablen gemeinsam integriert, kann die Impuls-Antwort-Analyse auf der Basis eines kointegrierenden VAR-Modells (VECM) erfolgen. Die Fehlerkorrekturdarstellung, die bei Systemen kointegrierter Variablen möglich ist, erlaubt zwar eine bessere Informationsausnutzung der Daten, ändert aber nicht grundlegend die Zusammenhänge zwischen den gemeinsam abhängigen Variablen.

Der Vorteil der VAR-Modellierung, dass jede Variable endogen ist, wird allerdings dadurch eingeschränkt, dass die Residuen sich nicht als Schocks einer bestimmten Variable allein zuordnen lassen. Die orthogonalen Impuls-Antwort-Folgen hängen wiederum von der Anordnung der Variablen im Vektor der gemeinsam abhängigen Variablen ab. Die verallgemeinerten (Generalized) Impuls-Antwort-Funktionen weisen gegenüber den Orthogonalisierten den Vorteil auf, dass sie invariant gegenüber der Anordnung der Variablen im Vektor-Fehlerkorrekturmodell sind.

Literatur

- Benkwitz, A. / Lütkepohl, H. / Wolters, J. (2001): *Comparison of Bootstrap Confidence Intervals for Impulse Responses of German Monetary Systems*, in: *Macroeconomic Dynamics*, vol. 5, S. 81-100.
- Johansen, S. (1995): *Likelihood-based Inference in Cointegrated Vector Autoregressive Models*, Oxford.
- Kirchgässner, G. / Wolters, J. (2006): *Einführung in die moderne Zeitreihenanalyse*, München.
- Koop, G. / Pesaran, H.M. / Potter, S.M. (1996): *Impulse Response Analysis in Nonlinear Multivariate Models*, in: *Journal of Econometrics*, vol. 74, S. 119-147.
- Nastansky, A. (2008): *Realwirtschaftliche Folgen von Vermögenspreisschwankungen - Eine Kointegrationsanalyse für die Bundesrepublik Deutschland*, Köln.
- Nastansky, A. / Strohe, H.G. (2010): *The Impact of Changes in Asset Prices on Real Economic Activity: A Cointegration Analysis for Germany*, in: *Statistische Diskussionsbeiträge der Wirtschafts- und Sozialwissenschaftlichen Fakultät der Universität Potsdam*, Nr. 38.
- Neusser, K. (2009): *Zeitreihenanalyse in den Wirtschaftswissenschaften*, 2. Aufl., Wiesbaden.
- Pesaran, H.M. / Pesaran, B. (1997): *Working with Microfit 4.0*, Oxford.
- Pesaran, B. / Pesaran, H.M. (2009): *Time Series Econometrics. Using Microfit 5.0*, Oxford.
- Pesaran, H.M. / Shin, Y. (1998): *Generalized Impulse Response Analysis in Linear Multivariate Models*, in: *Economics Letters*, vol. 58, S. 17-29.
- Phillips, P. (1998): *Impulse Response and Forecast Error Variance Asymptotics in nonstationary VARs*, in: *Journal of Econometrics*, vol. 83, S. 21-56.
- Rinne, H. (2004): *Ökonometrie. Grundlagen der Makroökometrie*, München.

UNIVERSITÄT POTSDAM
Wirtschafts- und Sozialwissenschaftliche Fakultät

STATISTISCHE DISKUSSIONSBEITRÄGE

ISSN 0949-068X

- | | | |
|--------|------|---|
| Nr. 1 | 1995 | Strohe, Hans Gerhard: Dynamic Latent Variables Path Models
- An Alternative PLS Estimation - |
| Nr. 2 | 1996 | Kempe, Wolfram. Das Arbeitsangebot verheirateter Frauen in den neuen und alten Bundesländern - Eine semiparametrische Regressionsanalyse |
| Nr. 3 | 1996 | Strohe, Hans Gerhard: Statistik im DDR-Wirtschaftsstudium zwischen Ideologie und Wissenschaft |
| Nr. 4 | 1996 | Berger, Ursula: Die Landwirtschaft in den drei neuen EU-Mitgliedsstaaten Finnland, Schweden und Österreich - Ein statistischer Überblick |
| Nr. 5 | 1996 | Betzin, Jörg: Ein korrespondenzanalytischer Ansatz für Pfadmodelle mit kategorialen Daten |
| Nr. 6 | 1996 | Berger, Ursula: Die Methoden der EU zur Messung der Einkommenssituation in der Landwirtschaft - Am Beispiel der Bundesrepublik Deutschland |
| Nr. 7 | 1997 | Strohe, Hans Gerhard / Geppert, Frank: Algorithmus und Computerprogramm für dynamische Partial Least Squares Modelle |
| Nr. 8 | 1997 | Rambert, Laurence / Strohe, Hans Gerhard: Statistische Darstellung transformationsbedingter Veränderungen der Wirtschafts- und Beschäftigungsstruktur in Ostdeutschland |
| Nr. 9 | 1997 | Faber, Cathleen: Die Statistik der Verbraucherpreise in Rußland
- Am Beispiel der Erhebung für die Stadt St. Petersburg |
| Nr. 10 | 1998 | Nosova, Olga: The Atractiveness of Foreign Direct Investment in Russia and Ukraine - A Statistical Analysis |
| Nr. 11 | 1999 | Gelaschwili, Simon: Anwendung der Spieltheorie bei der Prognose von Marktprozessen |
| Nr. 12 | 1999 | Strohe, Hans Gerhard / Faber, Cathleen: Statistik der Transformation - Transformation der Statistik. Preisstatistik in Ostdeutschland und Rußland |
| Nr. 13 | 1999 | Müller, Claus: Kleine und mittelgroße Unternehmen in einer hoch konzentrierten Branche am Beispiel der Elektrotechnik. Eine statistische Langzeitanalyse der Gewerbezahlungen seit 1882 |
| Nr. 14 | 1999 | Faber, Cathleen: The Measurement and Development of Georgian Consumer Prices |
| Nr. 15 | 1999 | Geppert, Frank / Hübner, Roland: Korrelation oder Kointegration – Eignung für Portfoliostrategien am Beispiel verbriefter Immobilienanlagen |
| Nr. 16 | 2000 | Achsani, Noer Azam / Strohe, Hans Gerhard: Statistischer Überblick über die indonesische Wirtschaft |
| Nr. 17 | 2000 | Bartels, Knut: Testen der Spezifikation von multinominalen Logit-Modellen |
| Nr. 18 | 2002 | Achsani, Noer Azam / Strohe, Hans Gerhard: Dynamische Zusammenhänge zwischen den Kapitalmärkten der Region Pazifisches Becken vor und nach der Asiatischen Krise 1997 |
| Nr. 19 | 2002 | Nosova, Olga: Modellierung der ausländischen Investitionstätigkeit in der Ukraine |
| Nr. 20 | 2003 | Gelaschwili, Simon / Kurtanidse, Zurab: Statistische Analyse des Handels zwischen Georgien und Deutschland |
| Nr. 21 | 2004 | Nastansky, Andreas: Kurz- und langfristiger statistischer Zusammenhang zwischen Geldmengen- und Preisentwicklung: Analyse einer kointegrierenden Beziehung |
| Nr. 22 | 2006 | Kauffmann, Albrecht / Nastansky, Andreas: Ein kubischer Spline zur temporalen Disaggregation von Stromgrößen und seine Anwendbarkeit auf Immobilienindizes |

UNIVERSITÄT POTSDAM
Wirtschafts- und Sozialwissenschaftliche Fakultät

STATISTISCHE DISKUSSIONSBEITRÄGE

Herausgeber: Hans Gerhard Strohe

- | | | |
|--------|------|--|
| Nr. 23 | 2006 | Mangelsdorf, Stefan: Empirische Analyse der Investitions- und Exportentwicklung des Verarbeitenden Gewerbes in Berlin und Brandenburg |
| Nr. 24 | 2006 | Reilich, Julia: Return to Schooling in Germany |
| Nr. 25 | 2006 | Nosova, Olga / Bartels, Knut: Statistical Analysis of the Corporate Governance System in the Ukraine: Problems and Development Perspectives |
| Nr. 26 | 2007 | Gelaschwili, Simon: Einführung in die Statistische Modellierung und Prognose |
| Nr. 27 | 2007 | Nastansky, Andreas: Modellierung und Schätzung von Vermögenseffekten im Konsum |
| Nr. 28 | 2008 | Nastansky, Andreas: Schätzung vermögenspreisinduzierter Investitionseffekte in Deutschland |
| Nr. 29 | 2008 | Ruge, Marcus / Strohe, Hans Gerhard: Analyse von Erwartungen in der Volkswirtschaft mit Partial-Least-Squares-Modellen |
| Nr. 30 | 2009 | Newiak, Monique: Prüfungsurteile mit Dollar Unit Sampling – Ein Vergleich von Fehlerschätzmethoden für Zwecke der Wirtschaftsprüfung: Praxis, Theorie, Simulation – |
| Nr. 31 | 2009 | Ruge, Marcus: Modellierung von Stimmungen und Erwartungen in der deutschen Wirtschaft |
| Nr. 32 | 2009 | Nosova, Olga: Statistical Analysis of Regional Integration Effects |
| Nr. 33 | 2009 | Mangelsdorf, Stefan: Persistenz im Exportverhalten – Kann punktuelle Exportförderung langfristige Auswirkungen haben? - |
| Nr. 34 | 2009 | Kbiladze, David: Einige historische und gesetzgeberische Faktoren der Reformierung der georgischen Statistik |
| Nr. 35 | 2009 | Nastansky, Andreas / Strohe, Hans Gerhard: Die Ursachen der Finanz- und Bankenkrise im Lichte der Statistik |
| Nr. 36 | 2009 | Gelaschwili, Simon / Nastansky, Andreas: Development of the Banking Sector in Georgia |
| Nr. 37 | 2010 | Kunze, Karl-Kuno / Strohe, Hans Gerhard: Time Varying Persistence in the German Stock Market |
| Nr. 38 | 2010 | Nastansky, Andreas / Strohe, Hans Gerhard: The Impact of Changes in Asset Prices on Real Economic Activity: A Cointegration Analysis for Germany |
| Nr. 39 | 2010 | Kunze, Karl-Kuno / Strohe, Hans Gerhard: Antipersistence in German Stock Returns |
| Nr. 40 | 2010 | Dietrich, Irina / Strohe, Hans Gerhard: Die Vielfalt öffentlicher Unternehmen aus der Sicht der Statistik - Ein Versuch, das Unstrukturierte zu strukturieren |
| Nr. 41 | 2010 | Nastansky, Andreas / Lanz, Ramona: Bonuszahlungen in der Kreditwirtschaft: Analyse, Regulierung und Entwicklungstendenzen |
| Nr. 42 | 2010 | Dietrich, Irina / Strohe, Hans Gerhard: Die Vermögenslage öffentlicher Unternehmen in Deutschland - Statistische Analyse anhand von amtlichen Mikrodaten der Jahresabschlüsse. |
| Nr. 43 | 2010 | Ulbrich, Hannes-Friedrich: Höherdimensionale Kompositionsdaten – Gedanken zur grafischen Darstellung und Analyse - |
| Nr. 44 | 2011 | Dietrich, Irina / Strohe, Hans Gerhard: Statistik der öffentlichen Unternehmen in Deutschland – Die Datenbasis |
| Nr. 45 | 2011 | Nastansky, Andreas: Orthogonale und verallgemeinerte Impuls-Antwort-Funktionen in Vektor-Fehlerkorrekturmodellen |