

Kauffmann, Albrecht; Nastansky, Andreas

Working Paper

Ein kubischer Spline zur temporalen Disaggregation von Stromgrößen und seine Anwendbarkeit auf Immobilienindizes

Statistische Diskussionsbeiträge, No. 22

Provided in Cooperation with:

Wirtschafts- und Sozialwissenschaftliche Fakultät, Universität Potsdam

Suggested Citation: Kauffmann, Albrecht; Nastansky, Andreas (2006) : Ein kubischer Spline zur temporalen Disaggregation von Stromgrößen und seine Anwendbarkeit auf Immobilienindizes, Statistische Diskussionsbeiträge, No. 22, Universität Potsdam, Wirtschafts- und Sozialwissenschaftliche Fakultät, Potsdam,
<https://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:kobv:517-opus-8468>

This Version is available at:

<https://hdl.handle.net/10419/337330>

Standard-Nutzungsbedingungen:

Die Dokumente auf EconStor dürfen zu eigenen wissenschaftlichen Zwecken und zum Privatgebrauch gespeichert und kopiert werden.

Sie dürfen die Dokumente nicht für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, öffentlich zugänglich machen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Sofern die Verfasser die Dokumente unter Open-Content-Lizenzen (insbesondere CC-Lizenzen) zur Verfügung gestellt haben sollten, gelten abweichend von diesen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

Terms of use:

Documents in EconStor may be saved and copied for your personal and scholarly purposes.

You are not to copy documents for public or commercial purposes, to exhibit the documents publicly, to make them publicly available on the internet, or to distribute or otherwise use the documents in public.

If the documents have been made available under an Open Content Licence (especially Creative Commons Licences), you may exercise further usage rights as specified in the indicated licence.

UNIVERSITÄT POTSDAM

Wirtschafts- und Sozialwissenschaftliche Fakultät

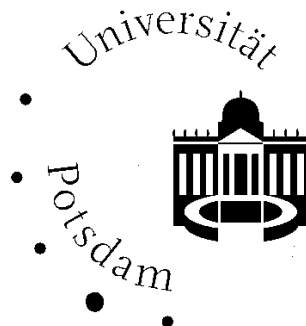
Hans Gerhard Strohe (Hrsg.)

STATISTISCHE DISKUSSIONSBEITRÄGE

Nr. 22

Albrecht Kauffmann Andreas Nastansky

**Ein kubischer Spline zur temporalen
Disaggregation von Stromgrößen und seine
Anwendbarkeit auf Immobilienindizes**



Potsdam 2006

ISSN 0949-068X

STATISTISCHE DISKUSSIONSBEITRÄGE

Nr. 22

Albrecht Kauffmann Andreas Nastansky

Ein kubischer Spline zur temporalen Disaggregation von Stromgrößen und seine Anwendbarkeit auf Immobilienindizes

Herausgeber : Prof. Dr. Hans Gerhard Strohe, Lehrstuhl für Statistik und Ökonometrie
Wirtschafts- und Sozialwissenschaftliche Fakultät der Universität Potsdam
Postfach 90 03 27, D-14439 Potsdam
Tel. +49 (0) 331 977-3225
Fax. +49 (0) 331 977-3210
Email : strohe@rz.uni-potsdam.de
2006, ISSN 0949-068X

1. Einleitung

Das Geschehen auf den regional sehr heterogenen Immobilienmärkten ist vor dem Hintergrund stark steigender Preise für Wohn- und Gewerbeimmobilien in den letzten Jahren in weiten Teilen Europas und der Welt stärker ins das Blickfeld der Allgemeinheit sowie der wirtschaftspolitisch Handelnden, insbesondere der Zentralbank, gerückt. Mit einem Anteil von rund 50 % nimmt das in Immobilien gebundene Vermögen eine dominierende Stellung im Brutto-Volkvermögen der privaten Haushalte in Deutschland ein.¹ Schwankungen im Wert dieses Eigentums beeinflussen das Verhalten der Haushalte auf den Faktor- und Gütermärkten. So können Vermögenseffekte – hervorgerufen durch steigende oder fallende Immobilienpreise – den Konjunkturverlauf über die Konsumnachfrage positiv wie negativ stimulieren. Überdies kann die Stabilität des Finanzsystems infolge übermäßiger Bewegungen in den Immobilienpreisen und damit einhergehenden Forderungsausfällen von Hypothekendarlehen gefährdet werden. Angesichts der herausragenden volkswirtschaftlichen Bedeutung zeichnet sich jedoch der deutsche Immobilienmarkt auf Grund eines fehlenden amtlichen Berichtssystems durch eine geringe Transparenz aus.² Die amtliche Statistik beschränkt sich auf die Erhebung und Veröffentlichung von Preisen für Bauland, Baupreise für Wohngebäude sowie die Mietpreisentwicklung von Wohnimmobilien. Privatwirtschaftliche Institutionen versuchen diese Nische durch die Erhebung eigener Daten und Veröffentlichung von Indizes zu besetzen. Ein Index, der das Preisgeschehen auf den Wohn- und Gewerbeimmobilienmärkten in Deutschland auch unterjährig abbildet, fehlt aber weiterhin.

Die temporale Disaggregation von Jahresdaten kann mittels Regression auf Zeitreihen, die die geforderte Periodizität aufweisen, erfolgen. Soll aber auf die Zuhilfenahme weiterer Daten verzichtet werden, bieten sich deterministische Verfahren an. Diesen sind auch die kubischen Splines zuzurechnen, deren Verwendung in der Literatur gelegentlich – ohne Erläuterung der Methodik und ohne Diskussion der mit ihrer Anwendung verbundenen Probleme, bzw. entsprechende Verweise auf die existierende Literatur – erwähnt wird.³

Unsere Arbeit soll einen Beitrag zur Schließung dieser Lücke leisten, indem wir einen kubischen Spline vorstellen, der für die zeitliche Disaggregation von Stromgrößen bzw. Interpolation von Indizes verwendet werden kann. Seine Güte hinsichtlich der Anpassung als auch seiner Zeitreiheneigenschaften wird anhand des Vergleichs mit einer vorhandenen saisonbereinigten Zeitreihe derselben Periodizität diskutiert. Auf den als jährliche Zeitreihe vorliegenden Immobilienindex der BulwienGesa AG angewendet,

1. Berechnungen der Deutschen Bundesbank zum Vermögen der privaten Haushalte in Deutschland zum 31.12.2003. RUSSIG et al. (2005) S. 89 ermitteln für Anfang 2003 einen Anteil des Immobilienvermögens am Bruttovermögen der Privathaushalte von rund 62 %.

2. Vgl. RADY/RUSSIG (2004) S. 67.

3. Vgl. z.B. HAMBURG et al. (2005) S. 11 u. 28.

werden mit Hilfe dieses Splines Quartalszeitreihen erzeugt, die für die deskriptive Analyse empfohlen werden können. Einer Eignung für den Einsatz in ökonometrischen Modellen steht möglicherweise das in ihrer deterministischen Erzeugung begründete Wesen dieser „künstlichen“ Reihen entgegen, die völlig andere Eigenschaften aufweisen können als die als Realisation eines stochastischen Prozesses aufzufassenden „echten“ Zeitreihen vierteljährlicher Periodizität. Die explorative Analyse der Jahres-, saisonbereinigten Quartals- und mittels Spline disaggregierten Daten von 12 regionalen Datensätzen des Halifax House Price Index zeigte jedoch auch, daß die allgemein gute Anpassung des Splines an die „echte“ Quartalsreihe unterschiedlich ausfallen kann, und ergab auch erste Hinweise auf Beziehungen zwischen diesen Auffälligkeiten und statistischen Besonderheiten der Jahresdaten.

Im zweiten Abschnitt geben wir einen vergleichenden Überblick über die Immobilienindizes in Deutschland. Der uns am ehesten repräsentativ erscheinende Index wird in Unterabschnitt 2.2 näher vorgestellt. Die Spline-Methode zur Erzeugung einer unterjährigen Index-Reihe wird in Abschnitt 3 erläutert. Am Beispiel des Halifax House Price Index – für den Jahres- und Quartalswerte vorliegen – wird die Güte und Begrenztheit des Verfahrens demonstriert und nach Kriterien für seine Anwendbarkeit auf Immobilienindizes gesucht. In Abschnitt 4 wird die Anwendbarkeit des Verfahrens auf den Index der BulwienGesa AG und dessen Teil- und Segmentindizes diskutiert.

2. Immobilienindizes in Deutschland

2.1. Überblick

Informationen über das Preisgeschehen auf den Immobilienmärkten in der Bundesrepublik Deutschland werden im Wesentlichen durch privatwirtschaftliche Unternehmen und Institute der Öffentlichkeit zur Verfügung gestellt. Die amtliche Statistik in Deutschland verzichtete bisher auf die Erstellung eines jährlichen wie unterjährigen Preisindex für Immobilien, der sowohl Wohn- als auch Gewerbeimmobilien umfaßt. Amtliche Daten des Statistischen Bundesamts zum Wohnimmobilienmarkt⁴ beschränken sich auf die Erfassung der

- Kaufwerte für Bauland: Erhebungsgegenstand sind die Kaufwerte für unbebaute Grundstücke mit einer Größe von 100 m² und mehr, die zu einem Durchschnittswert

4. Vgl. STATISTISCHES BUNDESAMT (2005).

verdichtet werden. Infolge der unterschiedlichen Massen sind die Durchschnitte für einen zeitlichen Vergleich nur bedingt geeignet.⁵

- Baupreise: Der Baupreisindex für Wohngebäude zeigt die Entwicklung der Herstellungskosten (Kosten für Arbeit und Material) für Häuser und Wohnungen an. Preisänderungen bereits gebauter Immobilien, die maßgeblich durch das Angebots- und Nachfrageverhalten auf dem Markt für Wohnimmobilien bestimmt sind, werden nicht erfaßt.
- Mietkomponente des Verbraucherpreisindex (VPI): Abbildung der Entwicklung des qualitätsbereinigten Verlaufs der Kaltmieten zuzüglich der Mietnebenkosten (aber ohne Energie).

Die amtlichen Preisindikatoren zum Wohnungsmarkt sind auf Grund ihrer Konzeption nicht in der Lage, die Preisentwicklung auf dem deutschen Immobilienmarkt in der Breite abzubilden. Insbesondere fehlt es an Daten über die Entwicklung der Mieten und Preise von Gewerbeimmobilien. Diese werden in Deutschland durch privatwirtschaftliche Institutionen erhoben, aufbereitet und veröffentlicht. Die von ihnen berechneten Immobilienindizes beruhen zum einen auf Grunddaten, die bei Gutachterausschüssen der Kommunen, Maklern, Bausparkassen und Hypothekenbanken anfallen und zum anderen eigene Datensammlungen im Zuge der Analyse- und Beratungstätigkeit.⁶ Allerdings steht vor allem die Frage der richtigen Bewertung eines Objektes zu einem bestimmten Zeitpunkt im Quervergleich zu anderen im Vordergrund und weniger die Längsschnittbetrachtung. Die von einigen Instituten berechneten Immobilienindizes unterscheiden sich von einem Preisindex für Immobilien u.a. in dem Punkt, daß neben den Verkaufspreisen von Gebäuden, Wohnungen und Grundstücken auch die Mieten für Wohn- oder Gewerbeimmobilien einbezogen werden. Es werden – ähnlich der Konstruktion des Deutschen Aktienindex DAX – Performanceindizes erzeugt. Darüber hinaus variiert der Grad der Abdeckung des Bundesgebietes, die Aufnahme unterschiedlicher Segmente des Immobilienmarktes sowie die methodische Vorgehensweise (z.B. die Art der Aggregation der Daten). So nehmen einige Indizes nur bestimmte Objekttypen in ausgewählten Standorten auf, während andere den Anspruch auf Gesamtmarktabdeckung erheben.

Die Datenbasis der Immobilienindizes kann aus verschiedenen Elementen bestehen (Abb. 1 S. 4). Transaktionsdatenbasierte Indizes weisen gegenüber den bewertungsdatenbasierten Indizes den Vorteil auf, daß sie die Entwicklung realisierter Marktpreise wiedergeben.⁷

5. Vgl. DEUTSCHE BUNDESBANK (2003b) S. 50 f.

6. Vgl. DEUTSCHE BUNDESBANK (2003b) S. 52.

7. Vgl. PLEWKA (2003) S. 202.

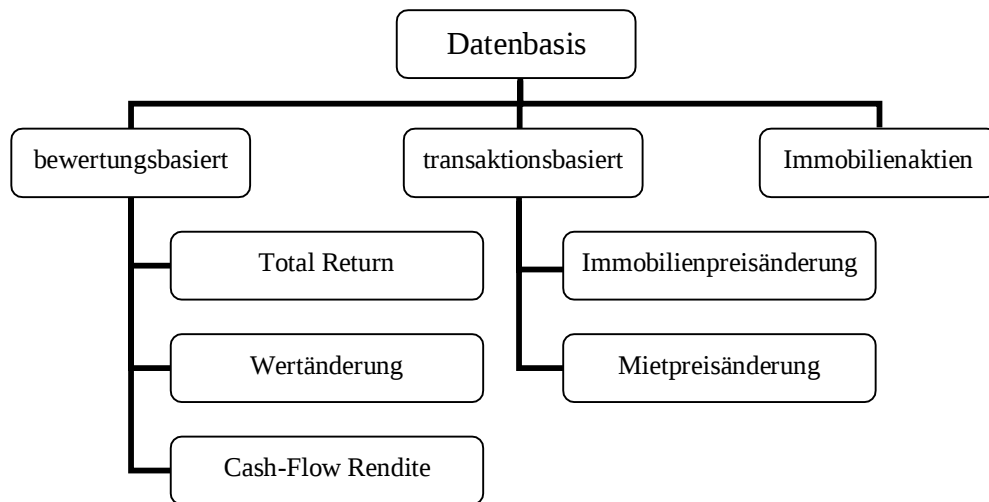


Abb. 1: Elemente der Datenbasis eines Immobilienindex⁸

Im Folgenden werden die fünf gebräuchlichsten Immobilienindizes in Deutschland kurz vorgestellt. Die Einteilung der Indizes wird hierbei nach der Art der Immobilienanlage vorgenommen:

- Indizes für direkte Immobilienanlagen: Grundlage der Indexkonstruktion sind bewertungs- und transaktionsbasierte Daten, die auf Neubewertungen von Immobilien und Grundstücken sowie Immobilienpreis- und Mietpreisänderungen *einzelner, gehandelter* Objekte zurückzuführen sind.
- Alternativ: Ermittlung eines Index auf der Grundlage der Performance von Immobilien-Aktiengesellschaften.⁹

Immobilienindizes für direkte Immobilienanlagen:

DEIX Deutscher Eigentums Immobilienindex

Dies ist ein Preisindex, der erstmals im Jahr 1996 vom Institut für Städtebau, Wohnungswirtschaft und Bausparwesen (ifs) publiziert wurde. Der DEIX gibt die Wertentwicklung von Eigentumswohnungen und Einfamilienhäusern in Westdeutschland (seit 1989) und Ostdeutschland (seit 1995) wieder und gründet auf die alljährlichen registrierten Immobilientransaktionen in Form von Verkaufsvorfällen neu gebauter und gebrauchter Häuser und Wohnungen. Bei der Berechnung des Index findet das Durchschnittswertverfahren Anwendung.

8. In Anlehnung an PLEWKA (2003), S. 202.

9. Vgl. DID (2004) S. 22 f.

DIX Deutscher Immobilienindex

Dies ist ein Performanceindex, der seit 1996 jährlich von der Deutschen Immobilien Datenbank (DID) veröffentlicht wird. Der Index basiert auf der Auswertung einer Datenbank, die Ende des Jahres 2003 Informationen über 74000 Mieteinheiten mit einem Wert von über 53 Mrd. Euro beinhaltet. Der Schwerpunkt wurde auf Gewerbeimmobilien, insbesondere Büro- und Handelsimmobilien, gelegt. In die Indexberechnung fließen nur Grundstücke und Mietobjekte ein, die in zwei aufeinander folgenden Jahren zum Kalenderjahresende bewertet wurden. Der Index läßt sich in die Bestandteile Netto-Cash-Flow-Rendite (Mieteinnahmen) und Wertänderungsrendite (Veränderung der Grundstücksmarktwerte) aufspalten.

Index der BulwienGesa AG

Dies ist der Performance- und Preisindex der BulwienGesa AG, der seit 1990 einen jährlichen Überblick über die Entwicklung von Preisen und Mieten von Wohn- und Gewerbeimmobilien in 125 Städten in Deutschland vermittelt. Die Grundlage bilden eigene Datensammlungen, Analysen und Befragungen sowie die Auswertung von Veröffentlichungen verschiedener Quellen (Maklerverbände, Gutachterausschüsse der Kommunen und Bausparkassen). Der Index setzt sich aus neun Segmentindizes zusammen, die unter Anwendung der Methode der typischen Fälle die Preis- oder Mietenwicklung eines bestimmten Immobilienmarktsegmentes abbilden.

JLL Jones Lang Lasalle Index

Dies ist ein Performanceindex, der auf der Be- und Auswertung der Spitzenmieten und Spitzenrenditen von Büroimmobilien in den Städten Berlin, Hamburg, München, Frankfurt am Main, Düsseldorf und Wiesbaden basiert. Datengrundlage bilden die Büromarktberichte des Immobilienberatungsunternehmens Jones Lang Lasalle.

Immobilienindizes für indirekte Immobilienanlagen

E&G DIMAX Ellwanger & Geiger Deutscher Immobilienaktien Index

Der erste umfassende Aktienindex für deutsche Immobiliengesellschaften wurde vom Bankhaus Ellwanger & Geiger im Jahr 1995 aufgelegt und bis zum 31.12.1988 zurückgerechnet. Die Konstruktion des DIMAX ist an den Grundüberlegungen des Deutschen Aktienindex DAX angelegt. Als Performanceindex berücksichtigt er Kapitalveränderungen und Dividendenzahlungen. Der Indexstand wird börsentäglich ermittelt und veröffentlicht. Zurzeit sind 51 Aktiengesellschaften im DIMAX aufgenommen, die mindestens 75 % ihres Umsatzes im Immobiliengeschäft erwirtschaften müssen. Die Gewichtung der einzelnen Titel erfolgt ausschließlich nach der Marktkapitalisierung und wird einmal jährlich, zum Jahresende, angepaßt.

Tabelle 1 listet die beschriebenen Immobilienindizes auf und stellt deren Vor- und Nachteile im Hinblick auf die Eignung als Indikator zur Abbildung der Preisentwicklung auf dem deutschen Immobilienmarkt kurz dar.

Tabelle 1: Deutsche Immobilienindizes im Vergleich¹⁰

Index	Vorteile	Nachteile
DEIX	○ Preis- und kein Performanceindex ○ Bundesweite Abdeckung	○ Enthält auch Struktureffekte, da Mittelung der registrierten Verkaufsvorfälle ○ Keine Gewerbeimmobilien
DIX	○ Verwendung von Primärdaten ○ Eignung als Benchmark für Immobiliendirektinvestitionen	○ Wohnimmobilien sind unterrepräsentiert ○ Performance- und kein Preisindex ○ Kurze Zeitreihe (ab 1996)
Index der BulwienGesa AG	○ Bundesweite Marktabdeckung aller Segmente ○ Veröffentlichung separater Segmentindizes ○ Reduktion der Struktureffekte durch Anwendung der Methode der typischen Fälle ○ Lange Zeitreihe (ab 1990)	○ Daten aus Sekundärerhebungen ○ Kein reiner Preisindex
JLL Index	○ Eignung zur Darstellung von Immobilienzyklen	○ Mietindex (kein Preisindex) ○ Problematische Rückrechnung von Spitzen- auf Durchschnittsmieten ○ Geringe Marktabdeckung
E&G DIMAX	○ Tägliche Berechnung ○ Hohe Marktabdeckung	○ Performance abhängig von der Managementleistung und der Aktienmarktentwicklung ○ Hohe Konzentration im Index

Im Gegensatz zu anderen Preisindikatoren treten bei der Messung von Immobilienpreisen spezielle Probleme auf.¹¹ Zu diesen zählen: die herausgehobene Bedeutung des Standorts und der Wohnlage – mit der Folge stark variierende Preise für beinahe identische Objekte, die Notwendigkeit der Qualitätsbereinigung, die Berücksichtigung von Qualitätstrends sowie der Einfluß des Alters bei Gebrauch-Immobilien – vor allem der

10. Nach DID (2004) S. 43.

11. Vgl. DEUTSCHE BUNDESBANK (2003b) S. 46 ff.

abnutzungsbedingte Wertverlust. Eine kontinuierliche Preisbeobachtung identischer Objekte ist in der Regel nicht möglich. Zwar existiert neben dem Primärmarkt für neue Immobilien auch ein Zweitmarkt für bereits bebaute – diese kommen normalerweise aber nur in größeren zeitlichen Abständen auf den Markt. Die Anwendung der „match-model“-Methode, bei der Preise für umsatzstarke, unveränderte Angebote im Zeitablauf untersucht werden, führt bei der Heterogenität der Immobilien nicht zum Erfolg.¹² Mögliche Ansätze zur Lösung der aufgeführten Problematik bei der Berechnung eines Immobilienpreisindex sind:¹³

- *Das Durchschnittswertverfahren:* Bei diesem Verfahren werden die Preise der Gesamtheit oder in einer Stichprobe gehandelten Objekte gemittelt und dem Vergleichswert der Vorperiode gegenübergestellt. Struktureffekte infolge auftretender Qualitäts- und Lageveränderung der Immobilien in der Stichprobe oder der Gesamtheit lassen sich so nicht vermeiden und können die interessierende Preisentwicklung überdecken. Bei der Berechnung des DEIX wie auch des DIX in modifizierter Form findet das Durchschnittswertverfahren Anwendung.
- *Die Methode der typischen Fälle:* Zur Eindämmung von Struktureffekten werden im Zeitablauf nur Preise ähnlicher Objekte in die Indexberechnung einbezogen. Zum Beispiel eine Beschränkung auf Reihenhäuser, Neubau, mittlere bis gute Lage, ca. 100 m² Wohnfläche. Um Standorteffekte zu reduzieren, werden für verschiedene Standorte separate Teilindizes ermittelt und anschließend mittels geeigneter Gewichte, z.B. Einwohnerzahlen bei der Verdichtung von Wohnimmobilien, zu einem Gesamtindex aggregiert. Unter anderem bedient sich die BulwienGesa AG bei der Erstellung ihres Index der Methode der typischen Fälle.
- *Indizes auf der Basis von Mehrfachverkäufen:* Nachahmung des „match-model“-Verfahrens, indem die Beobachtung auf mehrfach verkaufte Objekte beschränkt wird. Voraussetzung ist, eine hohe Umsatzstätigkeit des betrachteten Immobilienmarktes. Im Ansatz greift die DID, bei der Bestimmung des DIX, auf diese Vorgehensweise zurück.
- *Hedonische Verfahren:* Mit Hilfe hedonischer Verfahren sollen komplexe Qualitätsunterschiede, die zu Verzerrungen bei der Indexberechnung führen, ausgeschaltet werden. Als Instrument dient die Regressionsanalyse, bei der der Preis eines Objektes durch seine Merkmale erklärt wird. Preisänderungen, hervorgerufen durch

12. Ebd., S. 46.

13. Ebd., S. 48f.

Merkmalsvariationen, werden eliminiert und es verbleibt die „reine“ Preisentwicklung. Für Deutschland existiert die für hedonische Verfahren notwendige umfassende Beschreibung der Eigenschaften der gehandelten Immobilien bundesweit nicht.

Im Ergebnis der Auswertung der vergleichenden Darstellung der Vor- und Nachteile der Immobilienindizes im Hinblick auf die für uns relevanten Fragen sowie die angewendeten Verfahren der Indexberechnung geben wir dem Index der BulwienGesa AG – auf Grund seiner breiten Marktabdeckung sowohl über die Regionen als auch über die Sektoren des deutschen Immobilienmarktes, der Anwendung der Methode der typischen Fälle zur Reduktion von Struktureffekten, der Aggregation über die Einwohnerzahlen zur Vermeidung von Standorteffekten, und der bis 1990 für Gesamtdeutschland zurückreichenden Zeitreihe – den Vorzug. Nicht zuletzt entschied sich die Deutsche Bundesbank im Jahr 2003 bei der Veröffentlichung eigener jährlicher Preisindizes für Wohnimmobilien in Deutschland,¹⁴ auf die Daten der BulwienGesa AG zurückzugreifen.¹⁵

2.2. Immobilienindex der BulwienGesa AG

Die auf dem Gebiet der Markt-, Regional- und Wirtschaftsforschung tätige BulwienGesa AG legt mit ihrem Immobilienindex für Mieten und Preise eine detaillierte Übersicht über die Entwicklung auf den sektoralen und regionalen Immobilienmärkten in der Bundesrepublik Deutschland vor.¹⁶ Beginnend mit dem Jahr 1975 wurde, jährlich aktualisiert, in 50 Städten des früheren Bundesgebietes die Entwicklung der Immobilienpreise und der Mieten ausgewählter Marktsegmente erfaßt und zu einem Index aggregiert. Mit der Wiedervereinigung im Jahr 1990 ging die Ausweitung der Datenerhebung auf nunmehr 125 deutsche Städte – darunter 100 in West- und 25 in Ostdeutschland – einher. Allerdings erst mit dem Beginn des Jahres 2005 wurde ein Index auf Basis von 125 Standorten rückwirkend bis in das Jahr 1990 berechnet. Indexbasis ist das Jahr 1990. Zuvor bildete der Index die Entwicklung der Preise und Mieten in 60 Städten (50 im früheren Bundesgebiet und 10 in den neuen Bundesländern) ab. Die regionale Ausgewogenheit findet jedoch seine Grenze im Verzicht auf die Einbeziehung von Gemeinden und Städte mit deutlich unter 100 000 Einwohnern. Der ländliche Raum wird

14. Auf der Basis der Angaben der BulwienGesa AG aus 60 deutschen Städten (50 in West- und 10 in Ostdeutschland) zu Preisdaten für Wohnungen und Reihenhäuser sowohl für den Erstbezug als auch den Wiederverkauf berechnet die Bundesbank Preisindikatoren für den Wohnimmobilienmarkt in Deutschland.

15. Siehe DEUTSCHE BUNDESBANK (2003a) S. 39.

16. Vgl. BULWIENGESA AG (2005).

angesichts geringer Transaktionsvolumina und hoher Erhebungskosten nicht einbezogen.

Um den Immobilienmarkt möglichst genau abzubilden, wird der Gesamtmarkt in neun Einzelsegmente zerlegt. Die Segmentierung wird dabei wie folgt durchgeführt:

A. Mieten und Preise für Wohnimmobilien

- Verkaufspreise von Eigentumswohnungen im Neubau und Bestand
- Verkaufspreise von Reihenhäusern im Neubau und Bestand
- Wohnungsmieten Neubau
- Wohnungsmieten Wiedervermietung
- Preise für Eigenheim-Grundstücke

B. Mieten und Preise für Gewerbeimmobilien

- Ladenmieten des Einzelhandel in 1a-Lagen
- Ladenmieten des Einzelhandel in Nebenlagen
- Büromieten in Innenstadtlagen
- Preise für Gewerbegrundstücke

Bei dieser Einteilung beschränkt sich die BulwienGesa AG auf die Beobachtung mittlerer bis guter Lagen. Diese Vorgehensweise gründet auf der Annahme, daß die übrigen Preissegmente sich tendenziell ähnlich entwickeln. Die Eindämmung von Struktureffekten infolge der Anwendung der Methode der typischen Fälle wird am folgenden Beispiel verdeutlicht: Zum Beispiel werden im Segment Verkaufspreise von Eigentumswohnungen im Neubau und Bestand nur Objekte beobachtet, die sich in mittlerer bis guter Lage befinden und eine Wohnfläche von rund 70 m^2 aufweisen. Der entsprechende Wert für Reihenhäuser liegt bei ca. $100\text{--}120\text{ m}^2$. Der Vergleich der Preise ähnlicher Objekte soll verhindern, daß der Durchschnittspreis eines Standortes für ein bestimmtes Marktsegment infolge der Veränderung quantitativer Faktoren (z.B. Wohnfläche) oder qualitativer Faktoren (z.B. Lage) intertemporal verzerrt wird.

Die Basis des Index bilden Datensammlungen, Gutachtertätigkeit und erstellte Markt- und Standortanalysen der BulwienGesa AG; ergänzt durch gezielte Testkäufe und Zeitanalysen. Darüber hinaus werden die Daten für die jeweiligen Standorte durch eine jährlich im Oktober stattfindende Befragung von Maklern, Gutachterausschüssen der Kommunen, Banken und Wirtschaftsförderungsämter gewonnen. Überdies werden in den Print- und elektronischen Medien erscheinende Artikel ausgewertet und öffentlich zugängliche Informationen zur Beschreibung der Immobilienmärkte in Form von Preisspiegeln der Maklerverbände (Ring Deutscher Makler, Verband Deutscher Makler), der Bausparkassen und einzelner regional und überregional arbeitender Maklerunternehmen einbezogen. Veröffentlichungen der Industrie- und Handelskammern und

verschiedener Forschungseinrichtungen erweitern die Informationsbasis. Die auf diesen Wegen erhobenen Daten werden nach einem Schema zusammengeführt, auf Plausibilität untersucht und anschließend verdichtet. Um der Ausreißerproblematik zu begegnen, werden die oberen und unteren 3 % des jeweiligen Marktes gekappt.

Der Gesamtindex der BulwienGesa AG wird in einem dreistufigen Verfahren ermittelt. Im ersten Schritt wird auf der Grundlage der Auswertung des Datenmaterials für jedes Segment eines jeden der 125 Standorte eine Preismeßzahl gebildet. Nach Angaben der BulwienGesa AG wird dabei auf die Anwendung „starrer“ mathematischer Formeln verzichtet. Vielmehr erfolgt eine Gesamtbetrachtung der Informationen und die Festlegung eines daraus abgeleiteten subjektiven Niveauwertes. Dieser Wert repräsentiert keinen exakten Mittelwert, sondern einen marktgerechten Durchschnittswert. An dieser Stelle ist kritisch anzumerken, daß die von der BulwienGesa AG verwandte „subjektive Durchschnittsbildung“ offen läßt, wie die 1125 Niveauwerte und in der Folge die Preismeßziffern exakt bestimmt werden. Demnach hängt die Verdichtung der vielfältigen Informationen auf der Standort-Segment-Ebene ganz wesentlich von der Erfahrung der Mitarbeiter ab. Im zweiten Schritt werden die Veränderungsraten der Preismeßzahlen eines Marktsegmentes mit der Einwohnerzahl des Jahres 2000 des betreffenden Standortes gewichtet und gemittelt. Das Ergebnis sind neun mit der Einwohnerzahl gewichtete Mittelwerte (für jedes Marktsegment ein Wert), die gesondert veröffentlicht werden. Es ist zu beachten, daß sowohl die Wohn- als auch die Gewerbeimmobilienziffern mit den Einwohnerzahlen gewichtet werden. Während die Gewichtung bei Wohnimmobilien adäquat erscheint, ergeben sich bei der Verdichtung der vier Gewerbeimmobiliensegmente Zweifel vor dem Hintergrund der divergierenden Wirtschaftskraft und Pro-Kopf-Einkommen der 125 Standorte. Zuletzt werden die neun Segmentindizes zu einem Gesamtindex durch die Bildung des einfachen arithmetischen Mittels aggregiert, d.h. alle Immobiliensegmente werden gleich gewichtet. Bei der Berechnung des Index Wohn- sowie des Index Gewerbeimmobilien findet die gleiche Vorgehensweise Anwendung.

Die Entwicklung des Gesamtindex und der Teilindizes Wohn- und Gewerbeimmobilien seit 1975 für das frühere Bundesgebiet und ab 1990 für Gesamtdeutschland ist in Abb. 2 S. 11 dargestellt.

Der Gesamtindex sowie beide Teilindizes verzeichneten im Beobachtungszeitraum 1975 bis 2004 ein Wachstum, wobei der Preisauftrieb und die Mietsteigerungen der Wohnimmobilien mit plus 155 % deutlich stärker ausfiel als auf dem Gewerbeimmobilienmarkt (+67 %). Die Fast-Verdoppelung der Mieten und Preise für Wohn- und Gewerbeimmobilien (Anstieg des Gesamtindex um 94 %) als nominale Wertentwicklung muß jedoch ins Verhältnis zur allgemeinen Preisentwicklung gesetzt werden. Während die Verbraucherpreise (gemessen am VPI) im Zeitraum 1975–2004 um rund 111 % zulegten, erleiden Immobilien im Allgemeinen, gemessen am Index der BulwienGesa AG, einen

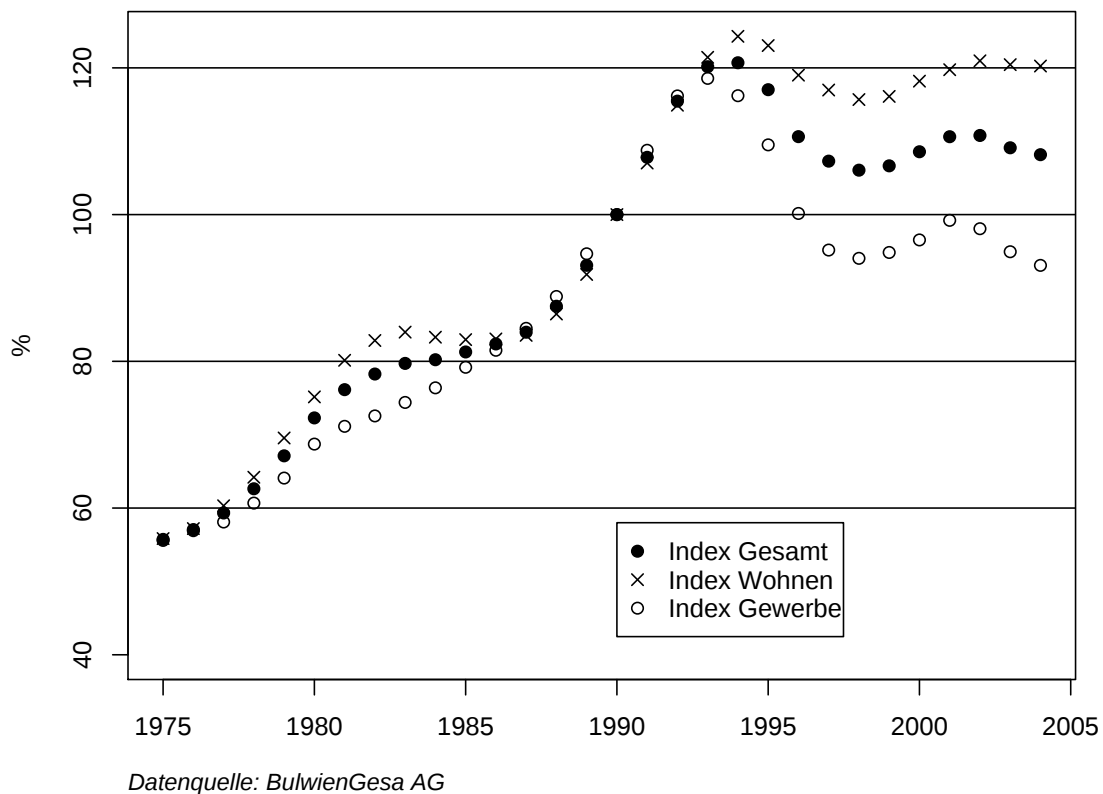


Abb. 2: Wohnimmobilienindex, Gewerbeimmobilienindex und daraus gebildeter Gesamtindex, 1975–2004

realen Wertverlust. Einzig der Index Wohnen, hervorgehoben die Preise für Eigenheim-Grundstücke und die Mieten in der Wiedervermietung, konnte seit 1975 real an Wert zulegen. Ferner geht aus Abb. 2 hervor, daß bis auf die Phase Ende der 70er und Anfang der 80er Jahre ein relativer Gleichlauf beider Immobiliensegmente bis zur Deutschen Einheit zu beobachten war. Mieten und Preise von Gewerbeimmobilien nahmen bis Mitte der 90er Jahre kontinuierlich an Wert zu. Auf Grund veränderter steuerlicher Rahmenbedingungen und einer verschlechterten konjunkturellen Lage fiel der Index Gewerbe seit dem Rezessionsjahr 1993 bis 1998 rapide ab. Der im Jahr 1994 einsetzende Preisverfall auf dem Wohnimmobilienmarkt nahm hingegen weniger dramatische Ausmaße an. Zudem zeigt sich am aktuellen Rand ein Auseinanderdriften der Kurven. Während Investoren in Gewerbeimmobilien weiter unter sinkenden Mieteinnahmen zu leiden haben, stabilisiert sich die Lage auf dem Markt für Wohnimmobilien.

Die divergente Marktentwicklung seit der Wiedervereinigung sowie die Verbreiterung der Datenbasis mit nunmehr 125 Standorten in ganz Deutschland veranlaßt uns, die Untersuchung dieser Zeitreihen und ihrer Wechselbeziehungen zu anderen ökonomischen Daten für die Zeit vor und nach der deutschen Wiedervereinigung zu separieren.

In der folgenden Beschreibung der Entwicklung einzelner Marktsegmente beschränken wir uns auf den jüngeren Zeitabschnitt. In Abb. 3 sind die Markt-Segmentindizes für den Zeitraum 1990 bis 2004 dargestellt.

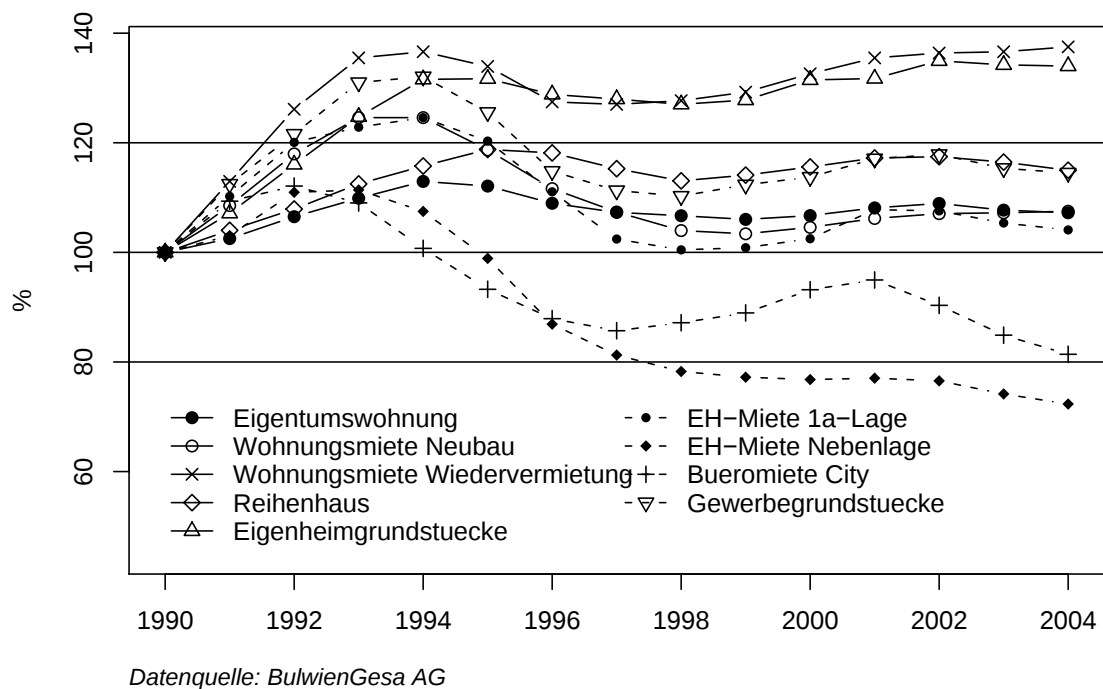


Abb. 3: Die neun Teilindizes der BulwienGesa AG, 1990–2004

Den größten Rückgang im Beobachtungszeitraum, mit rund 28 %, hat der Segmentindex Ladenmieten des Einzelhandels in Nebenlagen zu verzeichnen. Ebenso sanken Büromieten in Innenstadtlagen (-18 %) deutlich. Demgegenüber entwickelten sich die Grundstückspreise für Eigenheime und Wohnungsmieten im Bestand mit einem Plus von 34 % bzw. 38 % am besten. Auch Grundstückspreise von Gewerbeimmobilien legten zu (+15 %). Insgesamt zeigt sich, daß die Grundstückspreise sowohl von Wohn- als auch von Gewerbeimmobilien den Gesamtindex nach oben und die Mietkomponenten – mit Ausnahme der Vermietung im Bestand – nach unten bewegen. Es wird deutlich, daß im Gegensatz zu einem Preisindex für Immobilien, der Index „Gesamt“ der BulwienGesa AG maßgeblich von der Miet- und Grundstückspreisentwicklung abhängt. Letztere zeichnen sich, auch nach den Zahlen des Statistischen Bundesamtes, durch ein starkes Trendwachstum aus. Da die Komponenten Miete und Grundstückspreise sich größtenteils ausgleichen, kann der Gesamtindex als Näherung für die Entwicklung der Wohn- und Gewerbeimmobilienpreise in weiten Teilen Deutschlands herangezogen werden.

Trotz der geäußerten Kritik zur Durchschnittsbildung, der Beschränkung auf mittlere bis gute Lagen, der Vernachlässigung kleinerer Städte und des ländlichen Raumes und der hohen Gewichte der Miet- und Grundstückspreisentwicklung am Gesamtindex stellt der Immobilienindex der BulwienGesa AG – vor dem Hintergrund des Fehlens eines amtlichen Preisindex für Immobilien in Deutschland – einen recht zuverlässigen Indikator für die Entwicklung der Preise und Mieten auf den regional sehr heterogenen Immobilienmärkten in Deutschland dar.

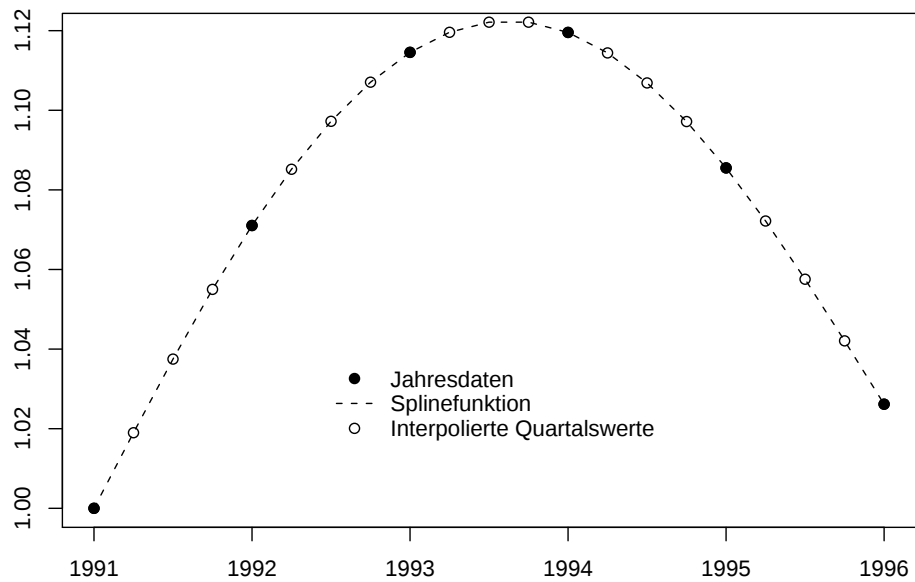
3. Zeitliche Disaggregation von Indexreihen mit Hilfe kubischer Splines

3.1. Problemstellung

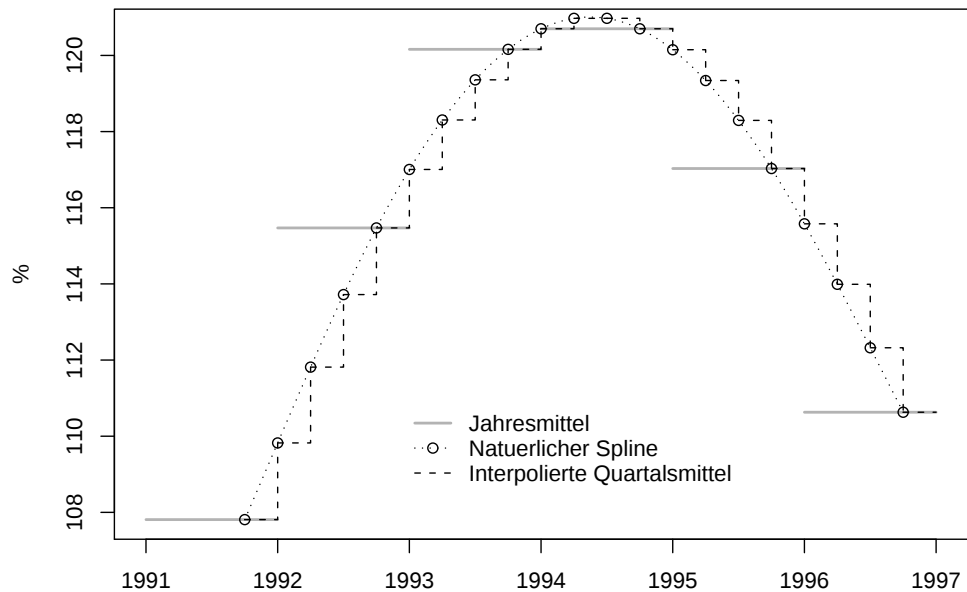
Gegeben sei die Zeitreihe x_i , $i = 1 \dots n$ einer Stromgröße oder eines Index, deren Einzelwerte relativ lange Perioden abdecken (z.B. n Jahre). Erfordert z.B. eine ökonometrische Problemstellung, daß von diesem Merkmal Daten höherer Periodizität eingesetzt werden (z.B. Quartalsdaten), und stehen für eine Schätzung der fehlenden Zwischenwerte keine geeigneten Datensätze zur Verfügung, bietet sich die Verwendung kubischer Splines zur Interpolation von m Zwischenwerten pro Periode i an.¹⁷ Während für Bestandsdaten natürliche Splines,¹⁸ die in vielen Statistik- oder Mathematik-Computerprogrammen implementiert sind, angewendet werden können, versagen diese Methoden bei der Interpolation von Stromgrößen: würde man einen Spline zwischen

17. Unter den zahlreich entwickelten Verfahren zur Interpolation fehlender Werte bzw. temporaler Disaggregation von Zeitreihen finden sich solche, die auf die Verwendung anderer Daten, die in Bezug zur interessierenden Zeitreihe stehen, verzichten, und andere, welche die fehlenden Zwischenwerte unter Zuhilfenahme anderer Zeitreihen, die die gewünschte Periodizität aufweisen (oder eines Teiles der betreffenden Zeitreihe, der diese Periode bereits besitzt), z.B. in einem Zustandsraummodell, schätzen (siehe z.B. HARVEY/PIERSE (1984)). Die univariaten Verfahren lassen sich in rein deterministische und stochastische unterteilen; letztere modellieren die interessierende Zeitreihe kürzerer Periode als stochastischen Prozeß (z.B. WEI/STRAM (1990)). Diese Verfahren erfordern allerdings eine längere Ausgangszeitreihe). Einen Vergleich verschiedener univariater Verfahren unternimmt CHAN (1993).

18. Der natürliche Spline $f(t)$ schafft die Verbindung aller Punkte x_i mittels einer Linie, die minimale Krümmung aufweist (d.h., die Fläche unter dem Quadrat der zweiten Ableitung $f''(t)$ sei minimal) und zudem die Restriktionen der Gleichheit der Niveauwerte, der ersten Ableitungen und der zweiten Ableitungen an den Stützpunkten $x_2 \dots x_{n-1}$ erfüllt. Darüber hinaus betragen die zweiten Ableitungen am Anfang und Ende des Splines 0 – d. h., die Splinefunktion behält an ihren Enden den ersten bzw. letzten Anstieg bei und verläuft für $i < 0$ bzw. $i > n$ linear. S. z.B. FORSYTHE et al. (1977) S. 70–76 u. PRESS et al. (1996) S. 113–116.



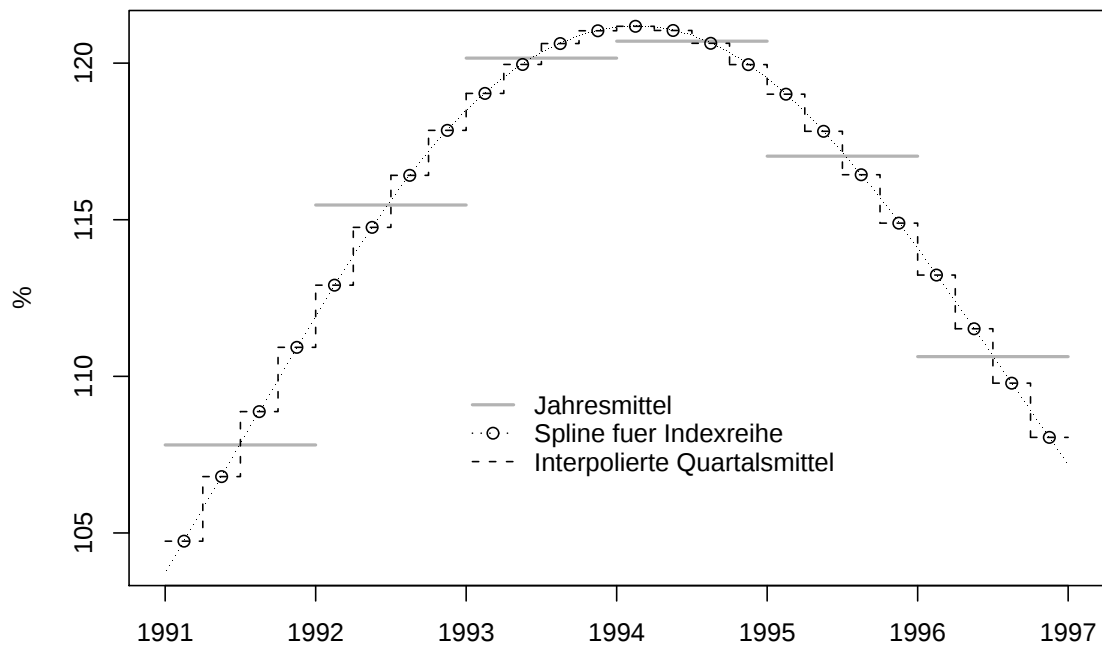
a) ... auf eine Bestandsgröße (richtig)



b) ... auf eine Indexgröße (falsch)

Abb. 4: Anwendung des natürlichen Splines ...

die Daten „punkte“ z.B. einer Indexreihe „festspannen“, m.a.W.: ließe man den Jahresmittelwerten dieser zeitraumbezogenen Daten die gleiche Behandlung angedeihen wie zeitpunktbezogenen Größen, so würde der Durchschnitt der Subperiodenwerte einer Periode vom Periodendurchschnitt – also dem gegebenen Wert x_i – mehr oder weniger stark abweichen (vgl. Abb. 4 a und b). Eine wichtige Anforderung an die interpolierten



Datenquelle Jahresdaten: BulwienGesa AG.

Abb. 5: Gesucht: Interpolationsspline für Stromgrößen

Werte $\hat{x}_{ij}$, $j = 1 \dots m$ ist jedoch, daß der Durchschnitt der für die Teilperioden ermittelten Indexzahlen dem für die gesamte Periode vorliegenden Wert x_i gleichen muß. Für die temporale Disaggregation von Stromgrößen und Indizes muß den Besonderheiten dieser Zeitreihen Rechnung getragen werden, d.h., es müssen Splinepolynome gefunden werden, die die Restriktion $\sum_{j=1}^m \hat{x}_{ij} = x_i$ (für Stromgrößen) bzw. $(\prod_{j=1}^m \hat{x}_{ij})^{\frac{1}{m}} = x_i$ (für Indexreihen) erfüllen (vgl. Abb. 5).¹⁹

BAXTER (1998) formuliert für Zeitreihen der Länge $n = 2 \dots 5$ einen kubischen Spline $f(t)$ als Minimierungsproblem unter Nebenbedingungen und gibt je eine explizite Lösung an; für Zeitreihen der Länge $n > 5$ wird daraus eine sukzessive anzuwendende Methode abgeleitet. Im Folgenden soll eine allgemeine Formulierung dieses Ansatzes vorgenommen werden, mit dem Ziel, ein Gleichungssystem aufzustellen, das von Computerprogrammen leicht gelöst werden kann.²⁰

19. Für logarithmierte Indexreihen lautet die Restriktion $\frac{1}{m} \sum_{j=1}^m \hat{x}_{ij} = x_i$.

20. Die von uns verwendete für das Statistikprogramm „R“ geschriebene Programmroutine ist im Anhang S. 33 zu finden.

3.2. Ermittlung der Polynomkoeffizienten und Interpolation der Zwischenwerte

Es bezeichne i das Ende jeder Periode $t = i$ der originalen Zeitreihe $x_i = x(t)$; jede Periode erstreckt sich somit auf den Zeitraum $i - 1 \dots i$. $f(t)$ sei stückweise polynomial zusammengesetzt, d.h., innerhalb jeder Periode i gelte die Zuordnung

$$f_i(t) := a_i + b_i t + c_i t^2 + d_i t^3, \quad i - 1 \leq t \leq i, \quad i = 1 \dots n. \quad (1)$$

Die Subperiodenwerte $\hat{x}_{ij}$ entsprechen den Durchschnittswerten $g(t_1, t_2)$,

$$g(t_1, t_2) = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} f_i(u) du \quad \forall i, j, \quad t_1 = i - 1 + \frac{j-1}{m}, \quad t_2 = i - 1 + \frac{j}{m}. \quad (2)$$

Der Spline soll entsprechend seinem mechanischen Vorbild – der Straaklatte – gegebene Punkte verbinden, und soll von allen hierfür in Frage kommenden Funktionen die kleinstmögliche Krümmung aufweisen. Dies entspricht der Forderung, die unter dem Quadrat der zweiten Ableitung $f''(t)^2$ befindliche Fläche

$$\int_0^n \left(\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} \right)^2 dt = \sum_{i=1}^n \int_{i-1}^i \left(\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} \right)^2 dt = \sum_{i=1}^n 4c_i^2 + (24i - 12)c_i d_i + (36i^2 - 36i + 12)d_i^2 \quad (3)$$

zu minimieren. Der Spline soll weder Sprungstellen noch Knicke an den Periodenübergängen aufweisen, d.h., Niveauwerte wie auch die Werte der 1. Ableitungen müssen an den Berührungspunkten der Splinstücke übereinstimmen. Die Funktionen, aus denen der Spline zusammengesetzt werden soll, müssen somit stetig und zweimal differenzierbar sein; die Forderung der Stetigkeit betrifft auch die ersten beiden Ableitungen. Polynome dritten Grades können dies gewährleisten. Schließlich soll Bedingung (2) während aller Perioden i erfüllt sein – dies ersetzt die Restriktionen des natürlichen Splines hinsichtlich der 2. Ableitung. Die Minimierungsaufgabe lautet somit

$$\begin{aligned} & \text{Min.!} \quad \int_0^n f''(t)^2 dt \\ & \text{u. d. NB.} \quad f_i(i) \stackrel{!}{=} f_{i+1}(i) \quad \forall i = 1 \dots n-1, \\ & \quad f'_i(i) \stackrel{!}{=} f'_{i+1}(i) \quad \forall i = 1 \dots n-1, \\ & \quad \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m g(i-1 + \frac{j-1}{m}, i-1 + \frac{j}{m}) \stackrel{!}{=} x_i, \quad j = 1 \dots m, \quad \forall i = 1 \dots n. \quad (4) \end{aligned}$$

Wird Gl. (1) bzw. deren 1. Ableitung in Gl. (4) eingesetzt, kann der LAGRANGE-Ansatz

$$\begin{aligned}
\mathcal{L} = & \sum_{i=1}^n 4c_i^2 + (24i - 12)c_i d_i + (36i^2 - 36i + 12)d_i^2 \\
& - \vec{\lambda}_{(n-1) \times} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 & 8 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & n-1 & (n-1)^2 & (n-1)^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 - a_2 & a_2 - a_3 & \dots & a_{n-1} - a_n \\ b_1 - b_2 & b_2 - b_3 & \dots & b_{n-1} - b_n \\ c_1 - c_2 & c_2 - c_3 & \dots & c_{n-1} - c_n \\ d_1 - d_2 & d_2 - d_3 & \dots & d_{n-1} - d_n \end{pmatrix} \\
& - \vec{\mu}_{(n-1) \times} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 12 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 2(n-1) & 3(n-1)^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_1 - b_2 & b_2 - b_3 & \dots & b_{n-1} - b_n \\ c_1 - c_2 & c_2 - c_3 & \dots & c_{n-1} - c_n \\ d_1 - d_2 & d_2 - d_3 & \dots & d_{n-1} - d_n \end{pmatrix} \\
& - \sum_{i=1}^n \nu_i \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m a_i + \frac{b_i}{2}(t_1 + t_2) + \frac{c_i}{3}(t_1^2 + t_1 t_2 + t_2^2) + \frac{d_i}{4}(t_1^3 + t_1^2 t_2 + t_1 t_2^2 + t_2^3) - x_i, \\
& \forall i, j, \quad t_1 = i - 1 + \frac{j-1}{m}, \quad t_2 = i - 1 + \frac{j}{m}, \tag{5}
\end{aligned}$$

formuliert werden, der neben den $4n$ Koeffizienten $3n - 2$ weitere Beschränkungen enthält. Die Ableitung nach den Koeffizienten $a_1 \dots d_n$ und den LAGRANGE-Multiplikatoren $\lambda_1 \dots \lambda_{n-1}$, $\mu_1 \dots \mu_{n-1}$, $\nu_1 \dots \nu_n$ ergibt das Gleichungssystem

$$\vec{\mathcal{L}}'_{(7n-2) \times} = \mathbf{A}_{(7n-2) \times (7n-2)} \quad \vec{z}_{(7n-2) \times} = \vec{b}_{(7n-2) \times} \tag{6}$$

mit

$$\begin{aligned}
\mathbf{A} &= \begin{pmatrix} \mathbf{B} & \mathbf{C}^T \\ \mathbf{C} & \mathbf{0} \end{pmatrix}, \\
\vec{z} &= (a_1 \dots d_1, a_2 \dots d_n, \lambda_1 \dots \lambda_{n-1}, \mu_1 \dots \mu_{n-1}, \nu_1 \dots \nu_n)^T \quad \text{und} \\
\vec{b}_1 &= \begin{pmatrix} \vec{0}_{4n \times} \\ \vec{0}_{(n-1) \times} \\ \vec{0}_{(n-1) \times} \\ x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix},
\end{aligned}$$

worin

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8 & 12 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 12 & 24 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 8 & 36 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 36 & 168 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 8 & 12(2n-1) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 12(2n-1) & 72(n^2-n)+24 \end{pmatrix}$$

und

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 4 & 8 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -1 & -(n-1) & -(n-1)^2 & -(n-1)^3 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 0 & -1 & -2 & -3 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 4 & 12 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -2(n-1) & -3(n-1)^2 \\ 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{3}{2} & \frac{7}{3} & \frac{15}{4} & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & n - \frac{1}{2} & n^2 - n + \frac{1}{3} & n^3 - \frac{3}{2}n^2 + n - \frac{1}{4} \end{pmatrix},$$

das nach $\vec{z}$ – den gesuchten Polynomkoeffizienten sowie $3n - 2$ LAGRANGE-Multiplikatoren – aufgelöst werden kann.

Die Splineformel kann nun stückweise für die Abschnitte $t = 0 \dots 1$, $t = 1 \dots 2$, $\dots$, $t = (n-1) \dots n$ durch Einsetzen der Koeffizienten $a_1 \dots d_n$ in Gl. (1) angegeben werden. Die gesuchten Zwischenwerte $\hat{x}_{ij}$ ergeben sich entsprechend Gl. (1) und (2) zu

$$\begin{aligned}\hat{x}_{ij} &= a_i + \frac{b_i}{2}(t_1 + t_2) + \frac{c_i}{3}(t_1^2 + t_1 t_2 + t_2^2) + \frac{d_i}{4}(t_1^3 + t_1^2 t_2 + t_1 t_2^2 + t_2^3), \\ \forall i &= 1 \dots n, \\ t_1 &= i - 1 + \frac{j - 1}{m}, \quad t_2 = i - 1 + \frac{j}{m}, \quad j = 1 \dots m.\end{aligned}\tag{7}$$

Wird der Spline auf Stromgrößen angewandt, sind die erhaltenen Werte noch mit $\frac{1}{m}$ zu multiplizieren. Bei der Interpolation eines Index muß der Spline auf die Logarithmen der Ausgangsreihe angewendet werden, damit die geometrische Mittel der (delogarithmierten) Subperiodenwerte den jeweiligen Periodenmittelwerten entsprechen.

3.3. Anwendung des Splines auf den Halifax House Price Index

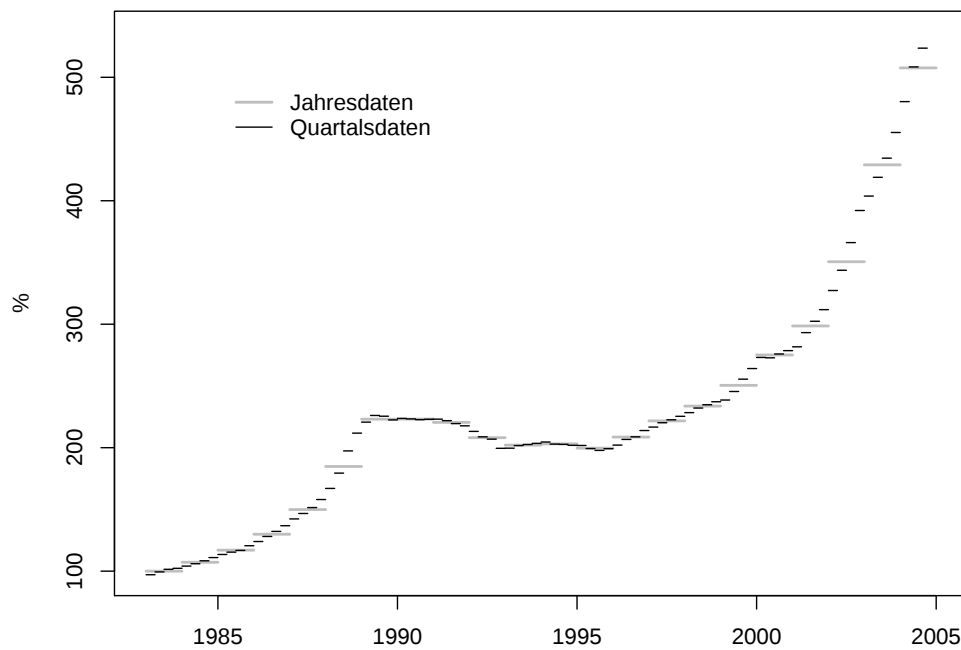
Um einige Eigenschaften der mit Hilfe von Gl. (7) generierten Daten kürzerer Periode aufzuzeigen, soll das Verfahren auf die Zeitreihe eines Immobilienindex angewendet werden, die sowohl in jährlicher als auch in vierteljährlicher Periodizität vorliegt. Hierfür wurde der Halifax House Price Index ausgewählt,²¹ dessen Zeitreihen von der HBOS plc der Öffentlichkeit frei zur Verfügung gestellt werden. Da der Spline keine saisonalen Schwankungen erzeugt, wird der aus den Jahresdaten mittels Gl. (7) ermittelten Quartalsreihe die *saisonbereinigte* Original-Quartalsreihe gegenübergestellt.

In Abb. 6a S. 20 sind die Niveauwerte der originalen Zeitreihen dargestellt; Abb. 6b zeigt die mit Hilfe des Splines interpolierte Quartalsreihe zusammen mit den saisonbereinigten Original-Quartalsdaten. Die Anpassung des Jahresdaten-Interpolationssplines an die originalen Quartalsdaten erscheint hervorragend; auch der Vergleich einiger deskriptiver Kenngrößen (Tabelle 2 S. 21) scheint dies zu bestätigen.

Die Geringfügigkeit der Abweichungen der interpolierten Werte von der originalen Reihe zeigt sich auch in den in Tabelle 3 S. 21 aufgelisteten Abweichungsmeßgrößen.

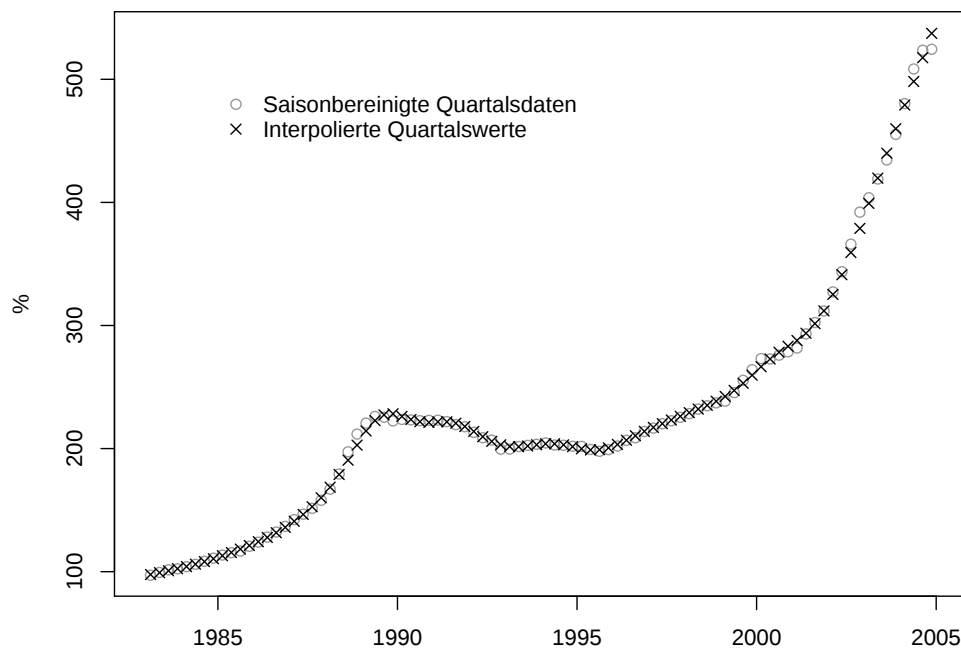
Das THEILsche Ungleichheitsmaß (letzte Zeile in Tabelle 3) bezieht sich auf die Abweichungen der relativen Zuwächse beider Reihen und ist ein anschauliches Maß dafür,

21. Siehe HBOS (2005). Der im Jahr 1984 erstmalig von der britischen Hypothekenbank HBOS plc veröffentlichte Halifax House Price Index spiegelt monatlich die Preisentwicklung von Ein- und Mehrfamilienhäusern in Großbritannien seit Januar 1983 wieder. Bei der Berechnung des Index findet die hedonische Methode Anwendung. Ziel dieses Vorgehens ist die Ausschaltung von Qualitätseffekten bei der Indexberechnung. Hiermit ist ein Index konstruierbar, der die Preisentwicklung einer standardisierten Immobilie (d.h. die mittlere Preisänderung eines durchschnittlichen Merkmalsbündels) abbildet. Neben der monatlichen Reihe stehen der Öffentlichkeit zeitlich aggregierte Reihen (Quartals- und Jahresdaten) sowie diverse Teilindizes, u.a. regionale Quartals- und Jahresreihen zur Verfügung.



Datenquelle: <http://www.hbosplc.com/economy/home.asp>

a) *Quartalsdaten (saisonbereinigt), 1983(I)–2004(IV) und Jahresdaten, 1983–2004*



Datenquelle (Jahres- u. s.ber. Quartalsdaten): <http://www.hbosplc.com/economy/home.asp>

b) *Interpolierte Quartalsdaten und originale saisonbereinigte Reihe, 1983 (I)–2004(IV)*

Abb. 6: *Halifax House Price Index*

Tabelle 2: Halifax House Price Index: Saisonbereinigte Quartalsreihe und Splineinterpolation im Vergleich

	Originalreihe	Interpolierte Reihe
Mittelwert	229,63	229,40
Varianz	9497,6	9440,9
Standardabweichung	97,4	97,2
Variationskoeffizient	0,4244	0,4236

Tabelle 3: Halifax House Price Index: Abweichungen der interpolierten Reihe von der saisonbereinigten Quartalsreihe

Mittlere Quadr. Abweichung:	$MSE = \frac{1}{mn} \sum_{t=1}^{mn} (\hat{x}_t - x_t)^2$	11,87
Standardfehler:	$RMSE = \sqrt{\frac{1}{mn} \sum_{t=1}^{mn} (\hat{x}_t - x_t)^2}$	3,45
Standardfehler, relativ:	$RRMSE = \sqrt{\frac{1}{mn} \sum_{t=1}^{mn} \frac{(\hat{x}_t - x_t)^2}{x_t}}$	0,1935
THEIL'sches Ungleichheitsmaß:	$IE = \sqrt{\frac{\frac{1}{mn} \sum_{t=1}^{mn-1} \left(\frac{\hat{x}_{t+1} - \hat{x}_t}{\hat{x}_t} - \frac{x_{t+1} - x_t}{x_t} \right)^2}{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^{mn-1} \left(\frac{x_{t+1} - x_t}{x_t} \right)^2}}$	0,3508

ob die interpolierte Reihe näher an die „naiven“ Prognose – d.h.: allen Quartalswerten wird der Jahresdurchschnittswert zugewiesen – oder der „perfekten“ Vorhersage – d.h.: die interpolierte Reihe deckt sich mit den Originaldaten – heranreicht: Im Fall einer treffgenauen Prognose gilt $IE = 0$; für den anderen Extremfall ergibt sich für die betrachteten Zeitreihen ein $IE = 1,71$.²² Auch anhand dieses Kriteriums muß dem Spline eine hohe Anpassungsgüte zuerkannt werden.²³

22. $IE = 1$ für die „naive“ Prognose gilt in unserem Falle nur für die vier Subperioden *eines* Jahres. Vgl. aber die Erläuterungen in RADOWSKI (2002).

23. Der Vergleich der saisonbereinigten Monatsdaten derselben Zeitreihe mit den für $m = 12$ ermittelten Werten des Interpolationssplines ergab eine ähnlich gute Anpassung. In diesem Falle beträgt der THEIL'sche Ungleichheitskoeffizient ca. 0,65 bei einem Maximalwert von 2,65.

Ungünstiger fällt die Beurteilung der interpolierten Reihe aus, wenn man ihre Zeitreiheneigenschaften mit denen der saisonbereinigten Originalreihe vergleicht. Obgleich beide Reihen – wie auch die Jahresdaten – integriert zweiter Ordnung sind,²⁴ weisen sie doch stark unterschiedliche Autokorrelationsfunktionen auf.

Die Untersuchung der Halifax House Price Indices für zwölf Regionen ergab, daß das die saisonbereinigten Quartalsdaten von sieben Regionen integriert erster Ordnung sind; die Reihen der übrigen fünf Regionen konnten erst nach zweimaliger Differenzbildung als stationär angenommen werden. Auf die mittels Spline erzeugten Daten angewandt, konnte die Nullhypothese des ADF-Tests (zum 5 %-Niveau) in allen Fällen erst für die zweiten Differenzen abgelehnt werden. Möglicherweise „erbt“ die künstlich erzeugte Reihe Eigenschaften von der zugrundeliegenden niederfrequenten Zeitreihe. Für die originale höherfrequente Reihe – sofern es sie gibt – muß dies so nicht zutreffen. Wird eine künstlich erzeugte Reihe in die Tests eines ökonometrischen Modells einbezogen, werden Stationaritätstests an erster Stelle stehen. Es muß die Möglichkeit in Betracht gezogen werden, daß der Modellaufbau ein anderer wäre, läge anstelle der interpolierten Reihe die Originalzeitreihe vor.²⁵

Ein Vergleich der Korrelationsmatrizen der ersten Differenzen der Originalzeitreihen der 13 Indizes für 12 Regionen des Vereinigten Königreichs und das gesamte Land untereinander mit den Korrelationen der ersten Differenzen derselben Originalreihen und ihrer interpolierten Pendanten zeigt indes, daß die Abweichungen überwiegend relativ gering sind (vgl. Tabelle 4 S. 23). Insbesondere die Diagonale der zweiten Korrelationsmatrix weist überwiegend hohe Werte auf. Für die Ursachen der Unterschiede – besonders die Korrelation der originalen saisonbereinigten und der mittels Spline generierten Quartalszeitreihen der Regionen *Wales*, *Scotland* und *Northern Ireland* sind vergleichsweise schwach ausgeprägt – können hier lediglich erste Hinweise gegeben werden. Möglicherweise besteht ein Zusammenhang zu den Autokorrelationseigenschaften der Zeitreihen: Während die AR-Koeffizienten der den Jahresdaten angepaßten ARIMA-(1,2,0)-Prozesse in allen außer den genannten drei Fällen signifikant positive Werte aufweisen, sind bei den drei Ausnahmen insignifikante bzw. negative Werte zu beobachten. Auch die AR-Koeffizienten der den saisonbereinigten Originalreihen angepaßten ARIMA-(1,1,0) Prozesse – wie auch die ACF- und PACF-Diagramme – unterscheiden sich bei diesen drei Indexreihen deutlich von den übrigen Reihen. Ein Vergleich

24. Bei der Anwendung des ADF-Tests konnte die Nullhypothese des Vorliegens einer Einheitswurzel erst für die zweiten Differenzen der Reihen mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 5 % abgelehnt werden.

25. Es erheben sich darüber hinaus die Fragen, ob die Modellierung von Immobilienpreis- und -performanceindizes durch Random-Walk-Prozesse erfolgen sollte – vgl. z.B. ENGLUND et al. (1999) –, und ob ein (nicht differenzierbarer) WIENER-Prozeß durch einen (zweimal differenzierbaren) Spline interpoliert werden darf.

Tabelle 4: Vereinigtes Königreich: Korrelation der 1. Differenzen der originalen saisonbereinigten Reihen der Halifax House Price Indizes für das Land und zwölf Regionen sowie dieser Reihen und der aus Jahresdaten mittels Spline erzeugten Quartalsdaten (1983–2004)

a) 1. Differenzen der Originaldaten untereinander

	NORTH	Y. & H.	N. W.	E. MID.	W. MID.	E. AN.	S. W.	S. E.	GR. L.	WALES	SCOT.	N. IRE.	UK
NORTH	1.00	0.89	0.83	0.63	0.66	0.42	0.48	0.38	0.28	0.84	0.65	0.30	0.78
YORKS. & HUMB.		1.00	0.89	0.77	0.82	0.50	0.64	0.46	0.41	0.78	0.70	0.23	0.89
NORTH WEST			1.00	0.73	0.68	0.36	0.57	0.35	0.36	0.67	0.62	0.27	0.82
E. MIDLANDS				1.00	0.84	0.67	0.88	0.73	0.65	0.67	0.54	0.10	0.92
W. MIDLANDS					1.00	0.70	0.85	0.67	0.57	0.75	0.59	0.19	0.91
EAST ANGLIA						1.00	0.83	0.81	0.70	0.57	0.24	0.09	0.73
SOUTH WEST							1.00	0.85	0.78	0.62	0.36	0.07	0.88
SOUTH EAST								1.00	0.82	0.53	0.23	−0.05	0.75
GR. LONDON									1.00	0.42	0.21	−0.10	0.71
WALES										1.00	0.55	0.17	0.80
SCOTLAND											1.00	0.16	0.61
N. IRELAND												1.00	0.19
UK													1.00

b) 1. Differenzen der originalen saisonbereinigten Quartalsdaten und der Spline-Quartalsdaten

	NORTH	Y. & H.	N. W.	E. MID.	W. MID.	E. AN.	S. W.	S. E.	GR. L.	WALES	SCOT.	N. IRE.	UK
NORTH	0.88	0.86	0.84	0.76	0.75	0.45	0.56	0.44	0.36	0.85	0.82	0.53	0.79
YORKS. & HUMB.		0.91	0.87	0.87	0.86	0.56	0.68	0.54	0.44	0.89	0.83	0.48	0.87
NORTH WEST			0.87	0.78	0.76	0.47	0.62	0.46	0.40	0.84	0.83	0.50	0.81
E. MIDLANDS				0.79	0.77	0.69	0.77	0.68	0.60	0.64	0.54	0.29	0.76
W. MIDLANDS					0.80	0.71	0.76	0.68	0.57	0.68	0.57	0.35	0.77
EAST ANGLIA						0.88	0.83	0.82	0.76	0.50	0.35	0.32	0.67
SOUTH WEST							0.82	0.78	0.73	0.51	0.37	0.27	0.69
SOUTH EAST								0.79	0.76	0.38	0.20	0.16	0.58
GR. LONDON									0.81	0.32	0.12	0.15	0.53
WALES										0.69	0.59	0.42	0.68
SCOTLAND											0.61	0.37	0.52
N. IRELAND												0.56	0.33
UK													0.88

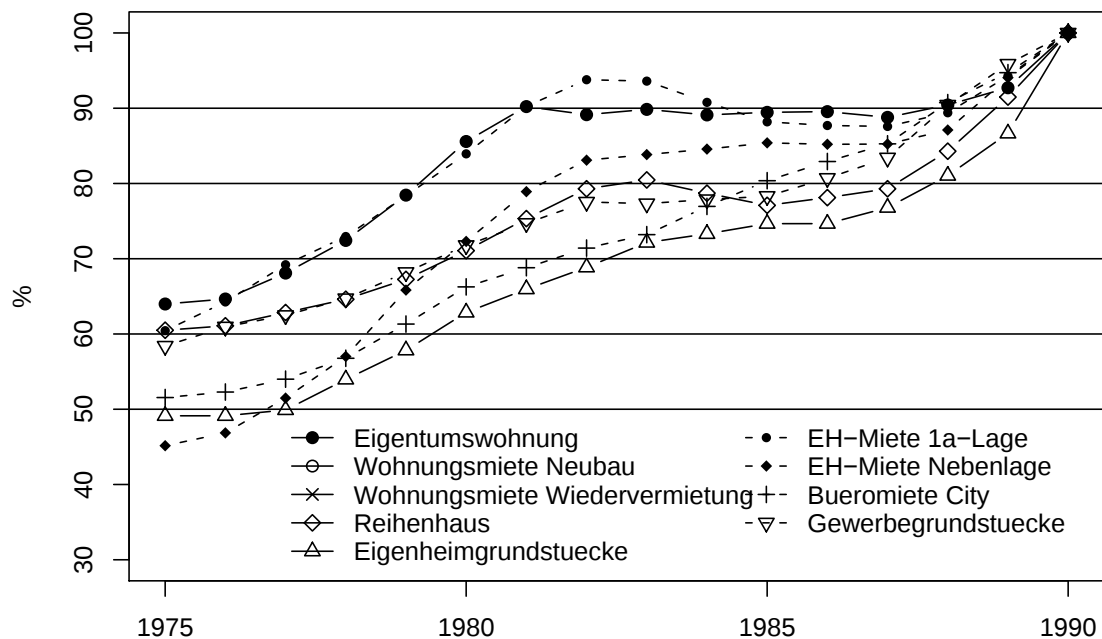
mit dem Verhalten deutscher VGR-Quartalsdaten für BIP und gesamtwirtschaftlichen Konsum zeigte, daß bei diesen die zweiten Differenzen noch deutlicher negativ autokorreliert sind *und* die Korrelation von Original- und Spline-Quartalsdaten deutlich schwächer ausfiel, als dies bei den Regionaldaten des Halifax House Price Index selbst im ungünstigsten Fall beobachtet wurde. Dies spricht für die Anwendung des kubischen Splines speziell für die Erzeugung unterjähriger Immobilienindizes, sofern die zweiten Differenzen der (I2-integrierten) Jahresdaten-Zeitreihen positiv autokorreliert sind.

Nicht bestätigt hat sich (bei der Untersuchung der HHP-Indizes für zwölf Regionen des Vereinigten Königreichs) indes die Vermutung, daß eine Beziehung zwischen der

Anpassungsgüte des Splines und der Volatilität der Jahres- wie auch der originalen Quartalsreihen vorliegen könnte. Dabei wurden sowohl die Streuung zwischen den Jahren, als auch innerhalb der Quartale der einzelnen Jahre untersucht. Während die Unterschiede der Streuung der Quartale zwischen den Regionen keine (lineare) Beziehung zur Korrelation von Originaldaten und Spline erkennen lassen, sind die Mittelwerte der Quartalsstreuungen positiv mit den Korrelationskoeffizienten von Originaldaten und Spline korreliert.

4. Erzeugung vierteljährlicher Indexreihen auf der Grundlage von Daten der BulwienGesa AG

Auf Grund der Erfahrungen des vorigen Kapitels soll am Beginn der Erzeugung vierteljährlicher Indexreihen aus Jahresdaten der BulwienGesa AG eine kurze Analyse der Zeitreiheigenschaften dieser Daten stehen. Es wurden zunächst Einheitswurzeltests an allen zwölf Reihen durchgeführt, und zwar sowohl für die gesamte Periode von 1975–2004, als auch für die Teilabschnitte bis 1989 und ab 1990 (vgl. Abb. 2



Datenquelle: BulwienGesa AG

Abb. 7: Die neun Teilindizes der BulwienGesa AG, 1975–1989

Tabelle 5: Immobilienindex der BulwienGesa AG: Stationaritätseigenschaften der Haupt- und Einzelindizes, Jahresdaten und interpolierte Quartalswerte, 1975–2004 und Unterabschnitte

	1975–2004		1975–1989		1990–2004	
	Jahresdaten	Quartalsdaten (Spline)	Jahresdaten	Quartalsdaten (Spline)	Jahresdaten	Quartalsdaten (Spline)
Eigentumswohnung	I(2)	I(1)	I(2)	I(2)	I(0)	I(0)
Wohnungsmiete Neubau	I(1)	I(1)	–	I(0)	I(0)	I(1)
Wohnungsmiete Wiederverm.	I(0)	I(2)	I(2)	I(0)	I(0)	I(1)
Reihenhaus	I(0)	I(1)	I(0)	I(2)	I(2)	I(2)
Eigenheimgrundstück	I(2)	I(1)	I(0)	I(0)	I(0)	I(0)
EH-Miete 1a-Lage	I(2)	I(2)	I(2)	I(1)	I(0)	I(1)
EH-Miete Nebenlage	I(2)	I(2)	I(2)	I(1)	I(0)	I(2)
Büromiete City	I(2)	I(2)	I(2)	–	I(1)	I(0)
Gewerbegrundstück	I(2)	I(2)	I(1)	–	I(0)	I(0)
Index Gesamt	I(1)	I(2)	I(0)	I(0)	I(0)	I(0)
Index Wohnen	I(0)	I(1)	I(0)	I(0)	I(0)	I(0)
Index Gewerbe	I(1)	I(2)	I(2)	–	I(0)	I(0)

Anmerkungen:

ADF-Tests mit 5 % Irrtumswahrscheinlichkeit.

I(0): Nach Abzug eines linearen Trends stationäre Zeitreihe mit Erwartungswert $\neq 0$.

H₀: Random Walk mit Drift.

I(1): Random Walk mit Drift (erste Differenzen sind stationär). H₀: Lösung der charakteristischen Lagpolynomgleichung der ersten Differenzen weist Einheitswurzel auf, keine Drift.

I(2): Zweite Differenzen sind stationär, ohne Drift. H₀: Einheitswurzel im Lagpolynom der zweiten Differenzen.

S. 11, Abb. 3 S. 12 u. Abb. 7 S. 24). Die Ergebnisse der zum 95 %-Konfidenzniveau durchgeführten ADF-Tests sind in Tabelle 5 zusammengefaßt. Hiernach sind die Jahresdaten für den ersten Abschnitt überwiegend I2-integriert. Einige Reihen können auch als trendstationär, zwei Reihen als I1-integriert angesehen werden. Für den Abschnitt

nach der Wiedervereinigung konnte überwiegend Trendstationarität festgestellt werden (mit zwei Ausnahmen). Die Zeitreiheneigenschaften der den gesamten Zeitraum abdeckenden Jahresreihen ähneln eher jenen des ersten Abschnitts.

Die AR-Koeffizienten von an die Jahreszeitreihen anzupassenden ARIMA-(1,1,0)- und (1,2,0)-Prozesse werden in den Tabellen 6 und 7 wiedergegeben. Sollte tatsächlich ein Zusammenhang bestehen zwischen den Autokorrelationen der Jahresdaten-Differenzen und der Anpassung des kubischen Splines an eine hypothetische saisonbereinigte Quartalsdatenreihe, wäre den erzeugten Quartalsdaten der Indizes „Gesamt“ und „Wohnen“ sowie der Reihen „Wohnungsmiete Neubau“ und „Büromiete City“ (bei dieser allerdings nur der Reihe 1990–2004) eher Vertrauen zu schenken als jenen Reihen mit niedrigen oder nicht signifikanten AR-Koeffizienten.

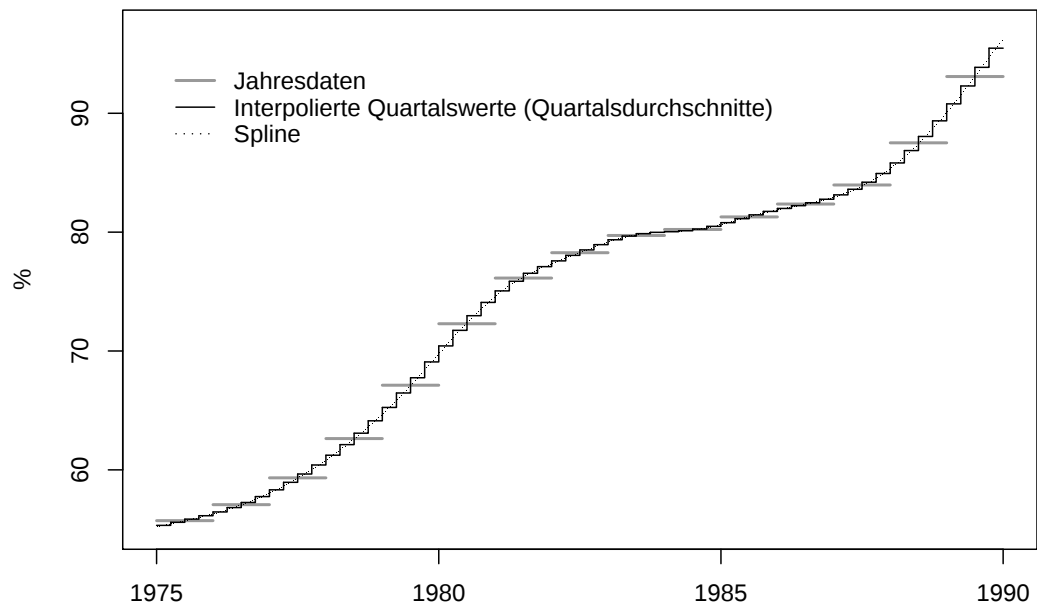
Tabelle 6: Immobilienindex der BulwienGesa AG: AR-1 Koeffizienten der an die Jahresdaten angepaßten ARIMA-(1,1,0)-Prozesse

	1975–2004		1975–1989		1990–2004	
	AR1	s.e.	AR1	s.e.	AR1	s.e.
Eigentumswohnung	0.702	0.123	0.746	0.155	0.699	0.180
Wohnungsmiete Neubau	0.831	0.089	0.883	0.127	0.839	0.141
Wohnungsmiete Wiederverm.	0.823	0.092	0.892	0.109	0.879	0.128
Reihenhaus	0.853	0.088	0.875	0.116	0.810	0.151
Eigenheimgrundstück	0.822	0.093	0.871	0.117	0.797	0.155
EH-Miete 1a-Lage	0.760	0.110	0.892	0.096	0.756	0.182
EH-Miete Nebenlage	0.760	0.111	0.886	0.115	0.698	0.171
Büromiete City	0.756	0.113	0.870	0.140	0.736	0.195
Gewerbegrundstück	0.693	0.124	0.710	0.203	0.779	0.180
Index Gesamt	0.855	0.082	0.947	0.065	0.845	0.144
Index Wohnen	0.866	0.078	0.911	0.092	0.878	0.121
Index Gewerbe	0.812	0.097	0.959	0.053	0.802	0.162

Die erzeugten Quartalsdaten der gesamtwirtschaftlich repräsentativen Reihen „Gesamt“ und „Wohnen“ des Immobilienindex der BulwienGesa AG würden nach diesem Kriterium eine gute Anpassungsgüte aufweisen. Bei Einführung in ein ökonometrisches Modell muß dennoch beachtet werden, daß den in Abb. 8 S. 28 dargestellten Zeitreihen möglicherweise andere stochastische Prozesse zugrunde liegen, als dies bei „echten“ saisonbereinigten Quartalsreihen der Fall wäre.

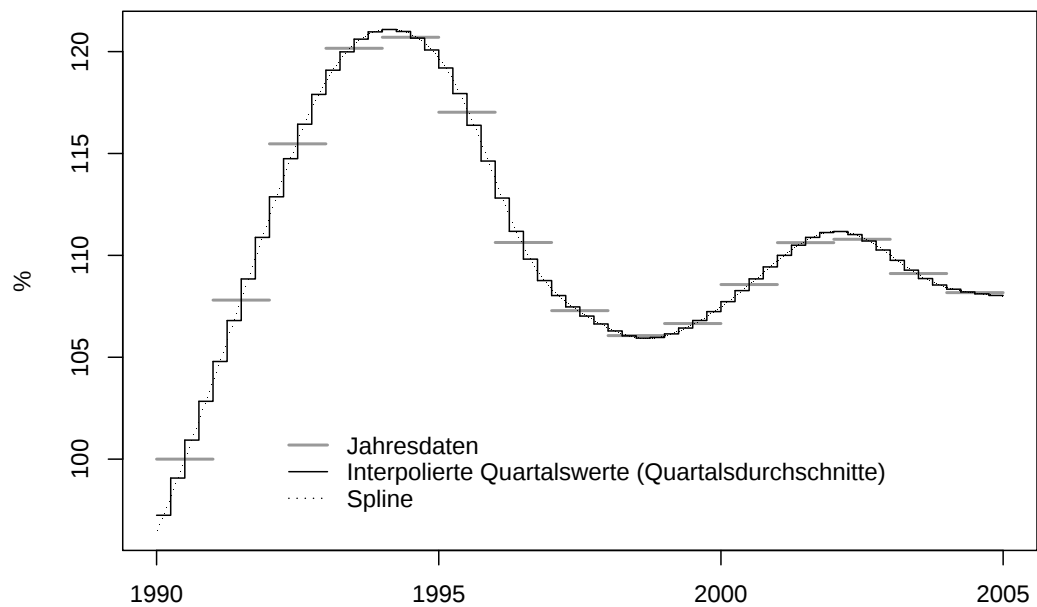
*Tabelle 7: Immobilienindex der BulwienGesa AG: AR-1 Koeffizienten
der an die Jahresdaten angepaßten ARIMA-(1,2,0)-Prozesse*

	1975–2004		1975–1989		1990–2004	
	AR2	s.e.	AR2	s.e.	AR2	s.e.
Eigentumswohnung	-0.121	0.190	0.039	0.284	0.229	0.269
Wohnungsmiete Neubau	0.569	0.149	0.449	0.250	0.597	0.201
Wohnungsmiete Wiederverm.	0.284	0.177	0.081	0.276	0.376	0.243
Reihenhaus	0.392	0.170	0.489	0.254	0.336	0.248
Eigenheimgrundstück	0.043	0.190	0.330	0.335	-0.023	0.271
EH-Miete 1a-Lage	0.209	0.182	-0.168	0.278	0.260	0.256
EH-Miete Nebenlage	0.109	0.185	-0.178	0.274	0.191	0.278
Büromiete City	0.271	0.180	-0.416	0.286	0.628	0.229
Gewerbegrundstück	0.002	0.186	-0.438	0.279	0.320	0.257
Index Gesamt	0.622	0.141	0.713	0.207	0.583	0.204
Index Wohnen	0.533	0.157	0.740	0.203	0.517	0.220
Index Gewerbe	0.456	0.163	0.238	0.277	0.563	0.211



Datenquelle: BulwienGesa AG

a) 1975–1989



Datenquelle: BulwienGesa AG

b) 1990–2004

Abb. 8: Immobilienindex der BulwienGesa AG
(Gesamt-Index): Jahresdaten und Splineinterpolation

5. Zusammenfassung

Das Anliegen dieses Diskussionsbeitrages bestand darin, auf der Grundlage eines repräsentativen Immobilienindex, eine Quartals-Indexreihe zu erzeugen, die auch unterjährig das Geschehen auf den Wohn- und Gewerbeimmobilienmärkten in Deutschland abbildet. Unser Vorgehen zur Erzeugung einer höherfrequenten Reihe aus einer Gegebenen gründet auf die Anwendung kubischer Splines zur Disaggregation bzw. Interpolation von zeitraumbezogener Daten. Hierbei ist zu beachten, daß die Interpolation von Indizes nicht mit Hilfe des auf zeitpunktbezogene Größen anzuwendenden natürlichen Splines erfolgen darf. Dem heutigen Stand der Computertechnik Rechnung tragend, formulierten wir den Ansatz von BAXTER (1998) für eine (theoretisch) unbeschränkte Zahl von Perioden. Die Ermittlung diskreter Werte aus Spline-Polynomen bedeutet keinen wesentlich größeren Rechenaufwand. Sie weist zudem den Vorzug der beliebigen Teilbarkeit auf, d.h., das Verfahren ist auch für andere Aufgabenstellung der temporalen Disaggregation – etwa die Erzeugung von Monatsdaten aus Quartals- oder Jahresdaten – geeignet.

Am Beispiel des Halifax House Price Index demonstrierten wir die Anwendung des Verfahrens anhand des Vergleichs der „künstlich“ erzeugten Reihe und der – in diesem Fall vorliegenden – originalen saisonbereinigten Quartalsdaten. Die Anwendung verschiedener deskriptiver Methoden ergab, daß der Spline an die saisonbereinigte Reihe hervorragend angepaßt ist. Hinsichtlich seiner stochastischen Eigenschaften können jedoch erhebliche Unterschiede zu einer (hypothetischen oder vorhandenen) saisonbereinigten Reihe höherer Frequenz bestehen, wenn diese andere Zeitreiheneigenschaften aufweist als die niederfrequente Ausgangsreihe. Es ist davon auszugehen, daß die interpolierte Reihe Eigenschaften der Ausgangsreihe „erbt“.

Prinzipiell wäre es auch möglich, unter Zuhilfenahme von Methoden der dynamischen Programmierung der zu erzeugenden höherfrequenten Reihe einen „eigenen“ stochastischen Prozeß – z.B. einen Random-Walk-Prozeß mit Drift – zu unterlegen.²⁶ Problematisch hierbei ist jedoch, daß die Zeitreiheneigenschaften der zu rekonstruierenden „echten“ Quartalsreihe unbekannt sind und auch nicht aus der Jahresdatenreihe abgeleitet werden können; die Auswahl eines „geeigneten“ Prozesses erfolgt letztlich willkürlich. Demgegenüber besitzt der Spline den Vorzug einer gewissen Neutralität.

Der Vergleich der originalen saisonbereinigten Quartalsdaten der 12 regionalen Indexreihen (sowie der regional aggregierten Reihe) des Halifax House Price Index mit den interpolierten Reihen zeigte, daß sowohl die Korrelationen der originalen mit

26. In der RATS-Routine `distrib` sind noch weitere ARIMA-Prozesse implementiert. Beispiele für deren Anwendung finden sich z.B. in BANDHOLZ (2004) S. 132 f.

den ihnen entsprechenden künstlichen Reihen hoch ist, als auch die Korrelationsmatrizen aller 13 originalen Reihen untereinander und mit den interpolierten Reihen starke Ähnlichkeiten aufweisen. Die Anwendung des Splines auf Quartalsdaten aus der Volkswirtschaftlichen Gesamtrechnung ergab eine wesentlich schlechtere Anpassung von Original und Spline. Ein Vergleich der Parameter an die Jahresdaten angepaßter ARIMA-Prozesse ergab Hinweise auf Ähnlichkeiten zwischen den Prozessen, die den VGR-Daten und den im Vergleich schlechter abschneidenden Halifax House Price Indexreihen zugrunde liegen. Daraus läßt sich ein (schwaches) Kriterium für die Eignung des Splines zur Disaggregation eines Immobilienindex ableiten, das im konkreten Fall vorher überprüft werden sollte.

Darüber hinaus gaben wir einen Einblick in die bei der Messung von Immobilienpreisen auftretenden speziellen Probleme und bewerteten verschiedene Preis- und Performanceindizes des deutschen Immobilienmarktes hinsichtlich ihrer Eignung für spezifische makroökonomische Fragestellungen. Der Immobilienindex, der am ehesten das Preisgeschehen auf dem deutschen Immobilienmarkt widerspiegelt, ist der Index der BulwienGesa AG. Auf Grund seiner breiten Marktabdeckung (sowohl sektoral als auch regional), der Anwendung der Methode der typischen Fälle zur Reduktion von Struktureffekten und der bis 1990 für Gesamtdeutschland zurückreichenden Zeitreihe zogen wir ihn den anderen, meist von privatwirtschaftlichen Institutionen veröffentlichten Immobilienindizes, vor. Die insgesamt 12 Einzelreihen weisen für ihre gesamte Länge und die Abschnitte vor und nach 1990 jeweils unterschiedliche Eigenschaften auf. Für den für die makroökonomische Analyse potentiell bedeutsamen Index „Gesamt“ kann jedoch aufgrund der hohen Aggregation und der deutlich positiven Autokorrelation der Differenzen der Reihe eine gute Anpassung des Splines an eine – leider nicht vorhandene – saisonbereinigte Quartalsreihe vermutet werden.

Mit Hilfe des dargestellten Verfahrens interpolierte Quartalsreihen des Index der BulwienGesa AG könnten, solange kein unterjähriger amtlicher Immobilienpreisindex für Deutschland vorliegt, Eingang finden in volkswirtschaftliche Analysen des Immobilienmarktes und makroökonomische Modelle, die auf Zeitreihen vierteljährlicher Periodizität angewiesen sind.²⁷ Zudem eröffnet der vorgestellte Lösungsansatz die Möglichkeit, weitere Strom- und Indexreihen zeitlich zu disaggregieren. Hierbei wäre eine breite Diskussion der Methoden und Ergebnisse wünschenswert.

27. Den Quartalsdatensatz der Gesamt-, Teil- und Segmentindizes stellen wir auf Anfrage gern zur Verfügung.

Literatur

- BANDHOLZ, H. (2004): *Konjunkturelle Frühindikatoren für die Bundesrepublik Deutschland und die Freie und Hansestadt Hamburg*. Frankfurt am Main: Peter Lang.
- BAXTER, M. A. (1998): *Interpolating Annual Data into Monthly or Quarterly Data*. GSS Methodology Series No. 6: Government Statistical Service, London.
- BULWIENGE SA AG (2005): *Immobilienindex 1975–2004*. Internet Download : http://www.bulwien.de/info/IX_Immobilienindex.pdf.
- CHAN, WEI-S. (1993): Disaggregation of annual time-series data to quarterly figures: a comparative study. – *Journal of Forecasting* 12, 677–688.
- DID (2004): *Offene Immobilienfonds 2003: Darstellung und Analyse*. Wiesbaden: DID Deutsche Immobilien Datenbank GmbH.
- DEUTSCHE BUNDESBANK (2003a): Konjunkturlage in Deutschland. – *Monatsbericht der Deutschen Bundesbank* 2003 (5), 31–40.
- DEUTSCHE BUNDESBANK (2003b): Preisindikatoren für den Wohnungsmarkt. – *Monatsbericht der Deutschen Bundesbank* 2003 (9), 45–59.
- ENGLUND, P., GORDON, T. M., QUIGLEY, J. M. (1999): The valuation of real capital: a random walk down Kungsgatan – *Journal of Housing Economics* 8, 205–216.
- FORSYTHE, G. E., MALCOLM, M. A., MOLER, C. B. (1977): *Computer Methods for Mathematical Computations*. Englewood Cliffs, N. J.: Prentice-Hall.
- HBOS (2005): *Halifax House Price Index*. Internet Download: <http://www.hbosplc.com/economy/housingresearch.asp>, 15.11.2005.
- HAMBURG, B., HOFFMANN, M., KELLER, J. (2005): *Consumption, Wealth and Business Cycles: Why is Germany Different?* Discussion Paper Series 1: Economic Studies No. 16/2005: Deutsche Bundesbank.
- HARVEY, A. C., PIERSE, R. G. (1984): Estimating missing observations in economic time series. – *Journal of the American Statistical Association* 79, 125–131.
- PLEWKA, T. (2003): Immobilienindizes als Basisinstrument von Immobilienderivaten. – *Grundstücksmarkt und Grundstückswert* 14 (4), 198–204.
- PRESS, W. H., TEUKOLSKY, S. A., VETTERLING, W. T., FLANNERY, B. P. (1996): *Numerical Recipes in C: The Art of Scientific Computing*. Zweite Auflage. Cambridge: University Press.

- RADOWSKI, D. (2002): Wie treffsicher sind Prognosen? – *ZEW Konjunkturreport 5 Nr. 1*, 10–12.
- RADY, S., RUSSIG, V. (2004): *Fluktuationen des Wohnimmobilienmarktes: Mikroökonomische Grundlagen und makroökonomische Auswirkungen*. ifo Forschungsbericht Nr. 23: ifo Institut für Wirtschaftsforschung, München.
- RUSSIG, V., DORFFMEISTER, L., SCHARMANSKI, ANDRÉ, KUHLMANN, A. (2005): Die volkswirtschaftliche Bedeutung der Immobilienwirtschaft. – *Zeitschrift für Immobilienökonomie 2005 (Sonderausgabe)*, 14–153.
- STATISTISCHES BUNDESAMT (2005): *Preisindizes*. Internet Download: http://www.destatis.de/themen/d/thm_preise.php#Preisindizes.
- WEI, W. W. S., STRAM, D. O. (1990): Disaggregation of time series models. – *Journal of the Royal Statistical Society, Series B* 52, 453–467.

Anhang: Die R-Routine indexSpline.R

```

indexSpline <- function(x,m) {
  n <- length(x)
  lnx <- log(x)
  #Matrix "M" erzeugen
  M.0.4 <- matrix(0,2,2)
  M.0.8 <- matrix(0,2,4)
  M.0.16 <- matrix(0,4,4)
  M.II <- NULL
  for (i in (1:n)){
    assign(paste("M.II",i,sep="."), cbind(matrix(rep(M.0.16,i-1),4,(i-
1)*4),rbind(M.0.8,cbind(M.0.4,matrix(c(8,rep(12*(2*i-1),2),72*(i^2-
i)+24),2,2))),matrix(rep(M.0.16,n-i),4,(n-i)*4)))
    M.II <- rbind(M.II,eval(as.name(paste("M.II",i,sep="."))))
  }
  M.III <- NULL
  for (i in (1:(n-1))) {
    assign(paste("vec",i,"1.Dev",sep="."),c(1,i,i^2,i^3))
    assign(paste("vec",i,"2.Dev",sep="."),c(0,1,2*i,3*(i^2)))
  }
  for (i in (1:(n-1))) {
    M.III <- rbind(M.III,c(rep(0,4*(i-
1)),eval(as.name(paste("vec",i,"1.Dev",sep="."))), -
eval(as.name(paste("vec",i,"1.Dev",sep="."))),rep(0,4*(n-(i+1)))))
  }
  for (i in (1:(n-1))) {
    M.III <- rbind(M.III,c(rep(0,4*(i-
1)),eval(as.name(paste("vec",i,"2.Dev",sep="."))), -
eval(as.name(paste("vec",i,"2.Dev",sep="."))),rep(0,4*(n-(i+1)))))
  }
  for (i in (1:n)) {
    vec.av.cond <- c(1,i-(1/2),i^2-i+(1/3),i^3-(3/2)*i^2+i-(1/4))
    M.III <- rbind(M.III,c(rep(0,4*(i-1)),vec.av.cond,rep(0,4*(n-i))))
  }
  M <- rbind(cbind(M.II,t(M.III)),cbind(M.III,matrix(0,(3*n-2),(3*n-2))))
  #Gleichungssystem lösen
  b <- c(rep(0,6*n-2),lnx)
  z <- solve(M,b)
  x.m <- NULL
  t.m <- NULL
  poly <- t(matrix(z[1:(4*n)],nrow=4,ncol=n))
  for (i in (1:n)){
    for (j in (1:m)){
      t1 <- i-1+(j-1)/m
      t2 <- i-1+j/m
      x.m <- c(x.m,exp(poly[i,1] + (poly[i,2]/2)*(t1+t2) + (poly[i,3]/3)*(t1 ^2+t1
* t2 + t2 ^2) + (poly[i,4]/4)*(t1 ^3 + t1 ^2 * t2 + t1 *t2 ^2 + t2 ^3)))
      t.m <- c(t.m,(t1+t2)/2)
    }
  }
  list(t.m=t.m,x.m=x.m)
}

```

UNIVERSITÄT POTSDAM
Wirtschafts- und Sozialwissenschaftliche Fakultät
STATISTISCHE DISKUSSIONSBEITRÄGE

Herausgeber: Hans Gerhard Strohe
ISSN 0949-068X

- | | | |
|--------|------|---|
| Nr. 10 | 1998 | Nosova, Olga: The Attractiveness of Foreign Direct Investment in Russia and Ukraine – A Statistical Analysis |
| Nr. 11 | 1999 | Gelaschwili, Simon: Anwendung der Spieltheorie bei der Prognose von Marktprozessen |
| Nr. 12 | 1999 | Strohe, Hans Gerhard / Faber, Cathleen: Statistik der Transformation – Transformation der Statistik. Preisstatistik in Ostdeutschland und Russland |
| Nr. 13 | 1999 | Müller, Claus: Kleine und mittelgroße Unternehmen in einer hoch konzentrierten Branche am Beispiel der Elektrotechnik. Eine statistische Langzeitanalyse der Gewerbezahlungen seit 1882 |
| Nr. 14 | 1999 | Faber, Cathleen: The Measurement and Development of Georgian Consumer Prices |
| Nr. 15 | 1999 | Geppert, Frank / Hübner, Roland: Korrelation oder Kointegration – Eignung für Portfoliostrategien am Beispiel verbriefter Immobilienanlagen - |
| Nr. 16 | 2000 | Achsani, Noer Azam / Strohe, Hans Gerhard: Statistischer Überblick über die indonesische Wirtschaft |
| Nr. 17 | 2000 | Bartels, Knut: Testen der Spezifikation von multinomialen Logit-Modellen |
| Nr. 18 | 2002 | Achsani, Noer Azam / Strohe, Hans Gerhard: Dynamische Zusammenhänge zwischen den Kapitalmärkten der Region Pazifisches Becken vor und nach der Asiatischen Krise 1997 |
| Nr. 19 | 2002 | Nosova, Olga: Modellierung der ausländischen Investitionstätigkeit in der Ukraine |
| Nr. 20 | 2003 | Gelaschwili, Simon / Kurtanidse, Zurab: Statistische Analyse des Handels zwischen Georgien und Deutschland |
| Nr. 21 | 2004 | Nastansky, Andreas: Kurz- und langfristiger statistischer Zusammenhang zwischen Geldmengen- und Preisentwicklung: Analyse einer kointegrierenden Beziehung |
| Nr. 22 | 2006 | Kauffmann, Albrecht / Nastansky, Andreas: Ein kubischer Spline zur temporalen Disaggregation von Stromgrößen und seine Anwendbarkeit auf Immobilienindizes |

Bezugsquelle : Universität Potsdam
Lehrstuhl für Statistik und Ökonometrie der
Wirtschafts- und Sozialwissenschaftlichen Fakultät
Postfach 90 03 27, D-15539 Potsdam
Tel. (+49 331) 977-32 25
Fax. (+49 331) 977-32 10