

Mumm, Harald

Working Paper

Generische Tourenpläne

Wismarer Diskussionspapiere, No. 01/2025

Provided in Cooperation with:

Hochschule Wismar, Wismar Business School

Suggested Citation: Mumm, Harald (2025) : Generische Tourenpläne, Wismarer Diskussionspapiere, No. 01/2025, ISBN 978-3-948862-17-6, Hochschule Wismar, Fakultät für Wirtschaftswissenschaften, Wismar

This Version is available at:

<https://hdl.handle.net/10419/313612>

Standard-Nutzungsbedingungen:

Die Dokumente auf EconStor dürfen zu eigenen wissenschaftlichen Zwecken und zum Privatgebrauch gespeichert und kopiert werden.

Sie dürfen die Dokumente nicht für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, öffentlich zugänglich machen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Sofern die Verfasser die Dokumente unter Open-Content-Lizenzen (insbesondere CC-Lizenzen) zur Verfügung gestellt haben sollten, gelten abweichend von diesen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

Terms of use:

Documents in EconStor may be saved and copied for your personal and scholarly purposes.

You are not to copy documents for public or commercial purposes, to exhibit the documents publicly, to make them publicly available on the internet, or to distribute or otherwise use the documents in public.

If the documents have been made available under an Open Content Licence (especially Creative Commons Licences), you may exercise further usage rights as specified in the indicated licence.

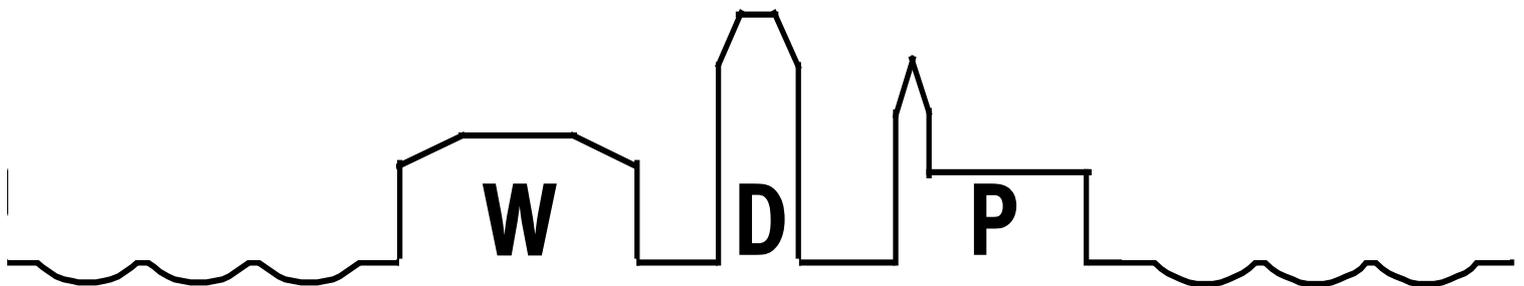


Fakultät für Wirtschaftswissenschaften
Wismar Business School

Harald Mumm

Generische Tourenpläne

Heft 01/2025



Wismarer Diskussionspapiere / Wismar Discussion Papers

Die Fakultät für Wirtschaftswissenschaften der Hochschule Wismar, University of Applied Sciences – Technology, Business and Design bietet Präsenzstudiengänge Betriebswirtschaft, Wirtschaftsinformatik und Wirtschaftsrecht sowie Fernstudiengänge Betriebswirtschaft, Business Consulting, Business Systems, Facility Management, Quality Management, Sales and Marketing und Wirtschaftsinformatik an. Gegenstand der Ausbildung sind die verschiedenen Aspekte des Wirtschaftens in der Unternehmung, der modernen Verwaltungstätigkeit, der Verbindung von angewandter Informatik und Wirtschaftswissenschaften sowie des Rechts im Bereich der Wirtschaft.

Nähere Informationen zu Studienangebot, Forschung und Ansprechpartnern finden Sie auf unserer Homepage im World Wide Web (WWW): <https://www.fww.hs-wismar.de/>.

Die Wismarer Diskussionspapiere/Wismar Discussion Papers sind urheberrechtlich geschützt. Eine Vervielfältigung ganz oder in Teilen, ihre Speicherung sowie jede Form der Weiterverbreitung bedürfen der vorherigen Genehmigung durch den Herausgeber oder die Autoren.

Herausgeber: Prof. Dr. Hans-Eggert Reimers
Fakultät für Wirtschaftswissenschaften
Hochschule Wismar
University of Applied Sciences – Technology, Business and Design
Philipp-Müller-Straße
Postfach 12 10
D – 23966 Wismar
Telefon: ++49/(0)3841/753 7601
Fax: ++49/(0)3841/753 7131
E-Mail: hans-eggert.reimers@hs-wismar.de

Vertrieb: Fakultät für Wirtschaftswissenschaften
Hochschule Wismar
Postfach 12 10
23952 Wismar
Telefon: ++49/(0)3841/753-7468
Fax: ++49/(0) 3841/753-7131
E-Mail: Silvia.Kaetelhoen@hs-wismar.de
Homepage: <https://www.fww.hs-wismar.de/>

ISSN 1612-0884

ISBN 978-3-948862-17-6

JEL- Klassifikation: C61

Alle Rechte vorbehalten.

© Hochschule Wismar, Fakultät für Wirtschaftswissenschaften, 2025.

Printed in Germany

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	4
2	Generische Bellman-Moore-Pfade	7
3	Generische Tourenpläne	10
4	Der Spezialfall 'Warten verboten'	12
5	Resultatermittlung und -Bewertung	13
	Literaturverzeichnis	14
	Autorenangaben	14

1 Einleitung

In den bisherigen Arbeiten des Autors zum Fahrzeugroutenproblem mit Zeitfenstern [Mu2020/1], [Mu2020/2] und [Mu2021/1] ging es um den Sonderfall sehr kleiner LKW-Kapazitäten, wie z. B. 50 im Gegensatz zu den im G/H-Benchmark [Gehring/Homberger] oft verwendeten Wert von 200. In dieser Arbeit geht es nun um das Gegenteil, nämlich sehr großer bis unbeschränkter LKW-Kapazität für das gleiche Problem. Einher damit geht die Idee, die damit verbundenen sehr zeitaufwendigen Berechnungen nicht für jede Variante der Eingabedaten neu vorzunehmen, sondern nur einmal und danach nur, wenn sich Ortslagen, Zeitfenster oder Servicezeiten verändert haben. Nur neue Bedarfe erfordern hingegen für das hier verwendete Szenario keine erneute Optimierung. Wann und wie das geht, ist Gegenstand dieser Arbeit.

Das bisherige Vorgehen lief in drei Schritten ab. Zuerst werden alle effektiven Pfade vom Depot durch beliebig viele Orte und zurück ermittelt, die die Zeitfenster, Servicezeiten und LKW-Kapazität einhalten. Die Pfade heißen effektiv, weil die kürzeste Reihenfolge der Ortsanfahrten enthalten ist. Diese Pfade werden nach dem Erfindern des Algorithmus zu deren Bestimmung auch Bellman-Moore-Pfade, kurz BM-Pfade, genannt. Diesen Pfaden werden in den anschließenden beiden Optimierungsschritten (ZF0 zur Bestimmung der minimalen Touranzahl und ZF1 für den kürzesten Weg zu dieser minimalen Touranzahl) die binären Entscheidungsvariablen zugeordnet. Somit sind ganzzahlige Optimierungsprobleme zu lösen.

Wenn ein ganzzahliges Optimierungsproblem zu viele Variablen hat, kann man es dekomponieren und dabei von einer ganzzahligen Anfangslösung ausgehend Schritt für Schritt neue Variablen hinzufügen, die sich lohnen, also den Wert der Zielfunktion reduzieren (bei Minimum-Problemen). Man spricht in diesem Zusammenhang auch von Variablen mit negativ reduzierten Kosten. Was 'zu viele' Variablen sind, hängt sehr von der verwendeten Solversoftware und deren Version ab. Bei Cplex 12 z. B. (siehe [CPLEX1210]) sind z. B. 10.000.000 Variablen nicht zu viele Variablen. Die Bestimmung eines optimalen Tourenplans ist ein NP-schwieriges Problem und so auch schon das Finden von Variablen mit negativ reduzierten Kosten. Deshalb wird hier undekomponiert gearbeitet. Dabei geht man wie folgt vor.

Da die Solver heutzutage sehr leistungsstark sind, wird von allen Pfaden die Lösung des relaxierten Problems (ZF0 und ZF1) bestimmt und mit deren Dualwerten dann das sogenannte Variable-Fixing (VF) durchgeführt. Details zum VF findet man bei [Overview19] S. 962. Dadurch kann sich die Anzahl der Pfade stark reduzieren. Offen bleibt das Problem des Findens einer oberen Schranke für das Variable Fixing! Hier sind Erfahrungswerte gefragt. Der Autor arbeitet beim ZF0-Problemtyp mit 0.5 und beim ZF1-Problemtyp mit 90. Beim Variable-Fixing werden von den Kosten eines Pfades alle Dualwerte der beteiligten Orte abgezogen (ZF0) und beim ZF1-Problemtyp zusätzlich noch der Dualwert der Touranzahl-Nebenbedingung. Liegt der so ermittelte Wert unter einer oberen Schranke, qualifiziert sich der Pfad für das Finale, d.h. fungiert beim Branch-and Bound für die Lösung des ganzzahligen Problems als Binär-Variable. Beim Wert 1 gehört der Pfad zum optimalen Tourenplan und beim Wert 0 eben nicht.

Die Theorie zu diesem Vorgehen findet man bei [Mu2020/1].

Wir gehen nun einen Schritt weiter und bestimmen ohne konkrete Bedarfe die Menge der BM-Pfade (hier generische BM-Pfade genannt) und dazu die minimale Touranzahl (ZF0) und einen optimalen Tourenplan (ZF1), der nur von den Entfernungen, Servicezeiten und Zeitfenstern abhängt, also bevor konkrete Bedarfe von zu beliefernden Orten ins Spiel kommen.

Das hat den Vorteil, dass man unter bestimmten Bedingungen nur selten wirklich optimieren muss, wenn konkrete Bedarfe vorliegen, weil der sogenannte generische optimale Tourenplan (mit Bedarfen =0) schon vorliegt. **Generisch** wird hier ein Tourenplan genannt, wenn er nicht auf konkrete Bedarfe eingeht.

Um derartige generische Tourenpläne bestimmen zu können, dürfen die Probleminstanzen nicht zu viele Orte umfassen, und die Orte sollten enge Zeitfenster aufweisen.

Man bewegt sich also in einem Spannungsfeld: Je engere Zeitfenster desto mehr Orte können betrachtet werden, und je weitere Zeitfenster vorliegen, desto weniger Orte sind bei diesem Rechenweg möglich. Die LKW-Kapazität wird bei generischen Tourenplänen von einem Eingabeparameter zu einem Ausgabeparameter, denn wenn man allen Orten im generischen Tourenplan einen konkreten Bedarf zuordnet, kann man die maximale LKW-Kapazität (maxQ), die benötigt wird, leicht ablesen. Die Zuordnung von Bedarfen zu einem generischen Tourenplan wird hier **Instantiierung** des generischen Tourenplans genannt.

Wenn ein Handelsunternehmen z. B. 2000 Kunden hat und jede Woche davon 80 beliefert, dann muss jede Woche ein neuer Tourenplan mit all den Schwierigkeiten der explodierenden Komplexität ermittelt werden. Das Vorgehen dieser Arbeit ist also dann nicht anwendbar, es sei denn, dass die Auswahl der 80 Orte nicht neu ist.

Wenn jedoch ein Produktionsunternehmen in einer Vorstufe immer wieder dieselben Stellen beliefert, die vielleicht noch nach Vertriebsgebieten aufgeteilt sind, dann können die Ergebnisse dieser Arbeit helfen, optimale Tourenpläne (mit exakter Lösung) aufzustellen. Wenn die LKW-Kapazität nicht kritisch ist, braucht man nur einmal einen generischen Tourenplan zu berechnen und darin die aktuellen Bedarfe einzuspielen, solange sich Entfernungen, Zeitfenster und Servicezeiten nicht ändern.

Wenn sie jedoch kritisch ist, kann man zumindest aus den generischen BM-Pfaden sehr schnell die passenden herausfiltern, also diejenigen die die LKW-Kapazität nicht überschreiten, und dazu einen optimalen Tourenplan für jeden Bedarfsvektor berechnen. Die bisherigen Darlegungen werden jetzt kurz zusammengefasst.

In [Mu2021/1] ging es um Algorithmen und Programme für relativ kleine LKW-Kapazitäten, wie z. B. 50, bei Aufgaben des Gering-Homberger-Benchmark (siehe [Gehring/Homberger]), wo die LKW-Kapazität oft 200 angenommen wird.

In dieser Arbeit sollen nur Tourenoptimierungs-Probleme mit engen Zeitfenstern betrachtet werden, dafür soll aber die zeitaufwendige Berechnung der Pfade nur einmal stattfinden, unabhängig von konkreten Bedarfen. Nur die Zeitfenster und Servicezeiten, die sich relativ selten ändern, werden in einem ersten Schritt verwendet, um sogenannte generische BM- Pfade zu ermitteln. Aus den generischen Pfaden kann man dann je nach Bedarfsvektor und LKW-Kapazität in Sekundenschnelle die konkreten BM-Pfade berechnen.

Aus den konkreten Pfaden werden dann mittels CPLEX-Solver undekomponiert die besten zur Ermittlung des optimalen Tourenplans ermittelt. Die Methode der Dekomposition wird hier im Gegensatz zu [Mu2020/1] nicht weiter verfolgt, weil der CPLEX-Solver mit mehreren Millionen Variablen umgehen kann.

Man kann mit den generischen-BM-Pfaden die minimale Touranzahl (MTA) bestimmen und zu dieser MTA dann den kürzesten generischen Tourenplan, beides unabhängig von irgendwelchen Bedarfen.

Für beliebige Bedarfsvektoren kann man aus dem generischen Tourenplan dann einen konkreten optimalen Tourenplan ableiten, wobei aber die Ladekapazität nicht vorgegeben werden kann, denn diese richtet sich nach der größten Lademenge im instantiierten generischen Tourenplan.

Neuartige Fragestellungen sind:

1. Welche Touranzahl(TAZ) ist nur aufgrund der Zeitfenster, Ortslagen und Serviczeiten minimal?
2. Welches ist der optimale generische Tourenplan dazu?

Um die Zeitfenster a priori besser klassifizieren zu können, wird eine neue Kennzahl dafür eingeführt: Die Zeitfensterlängenkennzahl (ZFLKZ).

$ZFLKZ = \text{Quotient}(\text{Länge des Depotzeitfensters, durchschnittlichen Länge der Ortszeitfenster})$.

Je größer diese Kennzahl ist, desto eher sind schnelle Ergebnisse für große Ortsanzahlen zu erwarten. Ist sie z. B. gleich 1, gibt es keine einschneidenden Zeitfenster und die Berechnung ist aufwendiger als z. B. bei 10, wenn die durchschnittliche Zeitfensterlänge der Orte nur ein Zehntel der Länge des Zeitfensters des Depots beträgt.

Die 4 wichtigen Datenstrukturen 'Gehring-Homberger-Datei', 'Ort', 'Tour' und 'Tourenplan' der Arbeit werden im Folgenden formal dargestellt.

```
Typ Gehring_Homberger_Datei= Reihe[1..Ortsanzahl] von Ort
```

```
Typ Ort= Verbund(
  lfd: ganz
  xKoord: ganz //Koordinaten in der Euklidischen Ebene
  yKord: ganz
  Bedarf: ganz //Anzahl an Kisten, Paletten uam.
  ZFA: ganz //Anfang des Zeitfensters
  ZFE: ganz //Ende des Zeitfensters
  SZ:ganz) //Servicezeit gleich feste Zeit, die das Fahrzeug im Ort zum Ausladen verweilt
```

```
Typ Tour= Verbund(
  lfd: ganz
  kosten:fluss //Euklidischer Abstand
  granularität: ganz //Anzahl der Orte je Tour
  orte: Reihe[1..granularität] von ganz
  lademenge:ganz)
```

```
Typ Tourenplan= Reihe[1..ZF0-Ergebnis] von Tour
```

Hier ein Beispiel einer GH-Instanz für das Depot und die ersten 5 Orte anhand von c1_2.1.txt.

Tabelle 1: Testdaten für die ersten 5 Orte mit der GH-Instanz c1_2.1.txt

Lfd	xKoord.	yKoord.	Bedarf	ZFA	ZFE	SZ
0	70	70	0	0	1351	0
1	33	78	20	750	809	90
2	59	52	20	553	602	90
3	10	137	30	147	219	90
4	4	28	10	616	661	90
5	25	26	20	128	179	90

Es sei auf eine Besonderheit bei den Zeitangaben ZFA, ZFE und SZ in den GH-Benchmark-Dateien hingewiesen. Sie stellen keine normalen Zeitangaben in Minuten oder Stunden dar, sondern entsprechen der Zeit, die das Fahrzeug für eine Länge von ZFA/ZFE- bzw. SZ-Einheiten benötigt. Es reicht, wenn das Fahrzeug innerhalb des Zeitfensters eintrifft. Die Servicezeit muss selbst kein Bestandteil des Zeitfensters sein.

Weil es sehr viele generische BM-Pfade geben kann, noch viel mehr als normale BM-Pfade, werden wir auch optimale Tourenpläne auf der Basis von BM-Pfaden ohne Wartezeiten ermitteln.

Die Implementierungssprache ist auch hier wieder Java in der Version 8, die Entwicklungsumgebung ist Netbeans 8.2 und der LP-Solver ist CPLEX in der Version 12.10 (siehe [CPLEX1210]). Die Programmierarbeiten wurden auf einem Desktop TVA-5288 PC mit Intel(R) Core(TM) i9-9900K CPU 3,6 GHz Taktfrequenz und 64 GB RAM unter Windows 10 durchgeführt. Wer sich für den Stromverbrauch dieses Desktop-PCs interessiert, kann davon ausgehen, dass der PC bei intensiver Prozessorbelastung eine Leistungsaufnahme von ca. 200 Watt aufweist.

2 Generische Bellman-Moore-Pfade

Die folgenden Ausführungen setzen voraus, dass es eine bedarfsunabhängige Servicezeit je Ort gibt, wie das im GH-Benchmark (siehe [Gehring/Homberger]) gegeben ist. Der exakte Ansatz aus [Mu2021/1] zur Lösung einer Tourenoptimierungsaufgabe geht von einem dreistufigen Lösungsplan aus.

BM: Bestimmung aller effektiven Pfade vom Depot über alle Orte und zurück zum Depot, wobei Zeitfenster, Servicezeiten und Ladekapazitäten eingehalten werden.

ZF0: Bestimmung der minimalen Touranzahl 'TAZ'.

ZF1: Bestimmung des Tourenplans mit TAZ Touren und den minimalen Kosten.

Eine wichtige Rolle bei der Stufe 'BM' spielt die folgende Funktion, hier in Pseudocode dargestellt. Sie entscheidet, ob ein Pfad, der theoretisch möglich ist, auch zu den Vorgaben passt.

Funktion kannFortgesetztWerden(->Pfad, ->letzter Ort des Pfades,
->neuer Ort): wahrheitswertig

Beginn

falls

1. der Bedarf des neu aufzunehmenden Ortes kleiner als die Restkapazität des LKWs ist und

2. die Tour vor dem Ende des Zeitfensters des neuen Ortes ankommt und optional

3. die Tour nach dem Öffnen des Zeitfensters des neuen Ortes ankommt (also keine Wartezeit)

dann kann der neue Ort in die Tour aufgenommen werden.

Ende

Die dritte Bedingung schliesst aus, dass Fahrzeuge in einem Ort vor dem Öffnen des Zeitfensters warten müssen. Das ist z. B. bei Flugzeugen und Drohnen wichtig, die nur in Notsituationen Warteschleifen fliegen. Wir werden später sehen, dass man mit der 3. Bedingung die Anzahl möglicher Pfade stark reduzieren kann. Ob das gewünscht wird, hängt u.a. auch von den Wartekosten ab. Im GH-Benchmark (siehe [Gehring/Homberger]) gibt es keine Wartekosten.

Ein weiteres Problem bei der Bestimmung aller möglichen Pfade ist die Dominanz eines Pfades (Tour) bzgl. eines anderen mit gleichen Orten aber anderer Reihenfolge, was hier aber nicht weiter diskutiert werden soll

Wir definieren jetzt die Reihe der Orte, die in einer Tour t vorkommen: $orte_t = [o_1, o_2, \dots, o_m], o_i \in [1..n], m \leq n, n : Ortsanzahl$

Damit definieren wir die transportierte Ladung einer Tour t wie folgt: $ladung(t) = \sum_{i=1}^n bedarfe(orte_t[i])$

Wenn man hingegen eine Tour als Binärvektor 'tbv' mit n Komponenten 0 oder 1 darstellt, wobei 0 bedeutet, dass der Ort nicht in der Tour vorkommt und 1, dass er vorkommt, ist $ladung(t)$ gleich dem Skalarprodukt von Bedarfsvektor 'bedarfe' und tbv.

Die BM-Pfadmenge $BM(q)$ zu einer vorgegebenen Ladekapazität q ergibt sich aus der generischen Pfadmenge 'BMgenerisch' wie folgt:

$$BM(q) = \{gt \in BMgenerisch : ladung(gt) \leq q\}$$

$BM(q)$ ist also eine Teilmenge der generischen Pfadmenge 'BMgenerisch'. Dieser Zusammenhang hat einen Vorteil bei der Berechnung von $BM(q)$, denn anstelle den Bellman-Moore-Algorithmus für unterschiedliche q -Werte abzuarbeiten reicht es, sofern die Menge der generischen BM-Pfade vorliegt, eine einfache Selektion vorzunehmen.

Die Menge der generischen BM-Pfade ist im Allgemeinen mächtiger als $BM(q)$. Wir definieren:

$$\begin{aligned} \max Q(\text{Bedarfsvektor}, BMgenerisch) = \\ \max(ladung(t) : \forall t \in BMgenerisch) \end{aligned}$$

Da es schon für wenige Orte sehr viele generische BM-Pfade geben kann, soll hier ein Demo-Beispiel mit nur fünf Orten verwendet werden. (Zur Beachtung: Aufgrund der Zeitfenster gibt es hier keine Touren mit mehr als 3 Orten.)

Wenn man Wartezeiten bis zur Öffnung eines Zeitfensters zulässt, ergeben sich für die Orte aus Tabelle 1 folgende generische BM-Pfade, wobei mit Länge die Summe der Euklidischen Abstände beteiligter Orte gemeint ist. Die Orte haben keinen Namen sondern nur eine Nummer. Mit 'Ladung' ist hier die Summe der Bedarfe beteiligter Orte gemeint. Dieser Wert wird im Anschluss ermittelt und ist Tabelle 3 zu entnehmen.

Tabelle 2: Generische BM-Pfade für die ersten 5 Orte der GH-Instanz c1.2.1.txt

LFD	Länge	Anzahl	Ort1	Ort2	Ort3	Ladung
1	126.84	2	5	2		0
2	153.41	2	5	1		0
3	42.20	1	2			0
4	179.88	1	3			0
5	95.72	2	2	1		0
6	262.68	3	3	2	1	0
7	209.15	2	3	2		0
8	294.77	3	3	4	1	0
9	156.47	1	4			0
10	191.12	2	3	1		0
11	277.34	2	3	4		0
12	179.69	3	5	4	1	0
13	162.27	2	5	4		0
14	125.88	1	5			0
15	173.89	2	4	1		0
16	180.37	3	5	2	1	0
17	75.71	1	1			0

Wir weisen den Orten jetzt Bedarfe aus der GH-Instanz c1.2.1.txt zu und erhalten:

Tabelle 3: Instantiierte generische BM-Pfade für die ersten 5 Orte der GH-Instanz c1.2.1.txt

LFD	Länge	Anzahl	Ort1	Ort2	Ort3	Ladung
1	126.84	2	5	2		40
2	153.41	2	5	1		40
3	42.20	1	2			20
4	179.88	1	3			30
5	95.72	2	2	1		40
6	262.68	3	3	2	1	70
7	209.15	2	3	2		50
8	294.77	3	3	4	1	60
9	156.47	1	4			10
10	191.12	2	3	1		50
11	277.34	2	3	4		40
12	179.69	3	5	4	1	50
13	162.27	2	5	4		30
14	125.88	1	5			20
15	173.89	2	4	1		30
16	180.37	3	5	2	1	60
17	75.71	1	1			20

Die maximale Ladung $\max Q$ ist in diesem Fall gleich 70. Größere LKW sind also hier sinnlos.

Will man beispielsweise nur Pfade mit einer max. Ladung von 50 verwenden, werden diese herausgefiltert, und es bleiben diese 14 Pfade übrig.

Tabelle 4: BM(50) für die ersten 5 Orte der GH-Instanz c1_2_1.txt

LFD	Länge	Anzahl	Ort1	Ort2	Ort3	Ladung
1	126.84	2	5	2		40
2	153.41	2	5	1		40
3	42.20	1	2			20
4	179.88	1	3			30
5	95.72	2	2	1		40
6	209.15	2	3	2		50
7	156.47	1	4			10
8	191.12	2	3	1		50
9	277.34	2	3	4		40
10	179.69	3	5	4	1	50
11	162.27	2	5	4		30
12	125.88	1	5			20
13	173.89	2	4	1		30
14	75.71	1	1			20

Zum Ende dieses Kapitels soll noch exemplarisch der Zusammenhang zwischen LKW-Kapazität und Anzahl BM-Pfaden grafisch dargestellt werden, und zwar bei der Solomon-Instanz rc105.txt (siehe [Gehring/Homberger]).

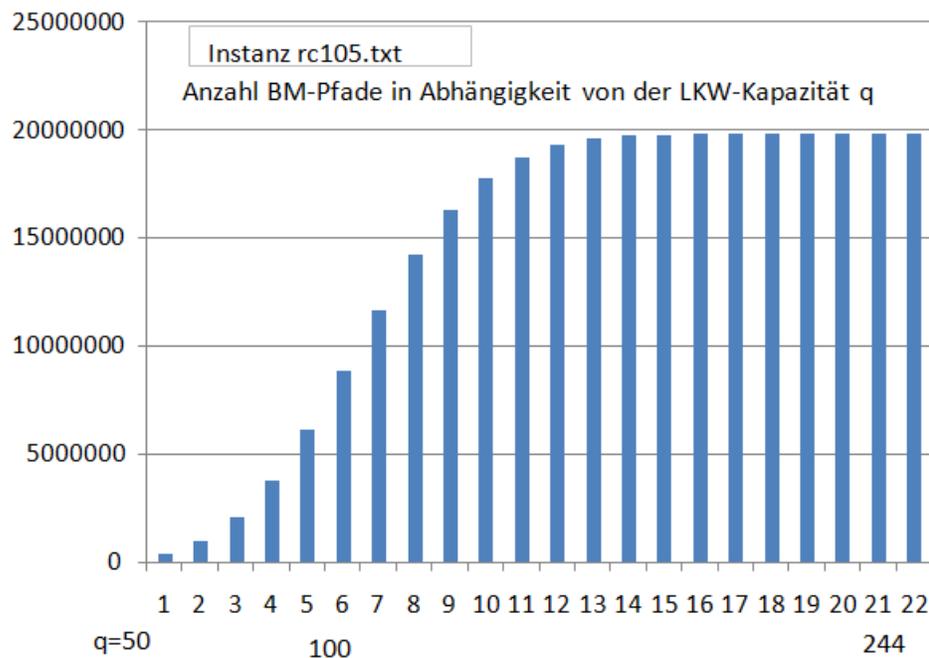


Abbildung 1: Grafische Darstellung des Zusammenhangs zwischen Ladekapazität und Anzahl BM-Pfade in 10-er-Schritten ab $q=50$. In der Abszisse steht die 1 für $q=50$, die 2 für $q=60$, die 3 für $q=70$ usw.

Aufgrund der Zeitfenster macht eine größere Kapazität als 244 keinen Sinn, weil dann die maximale Anzahl von BM-Pfaden erreicht wird. Ebenso erkennt man, dass q -Werte größer als 150 keine wesentliche Erhöhung der BM-Pfad-Anzahl bewirken.

3 Generische Tourenpläne

Man könnte mit dem oben beschriebenen Verfahren nun stets zuerst die generischen BM-Pfade ermitteln und daraus die konkreten herausfiltern. Mit dieser Filtermenge geht man dann in die Problemtypen ZF0 und ZF1.

Wir wollen hier aber anders vorgehen und gleich mit den generischen BM-Pfaden die Problemtypen ZF0 und ZF1 lösen. Wenn wir Glück haben, und die LKW-Kapazität nicht überschritten wird, brauchen wir den optimalen generischen Tourenplan nur noch mit aktuellen Bedarfen auszustatten und keinen separaten Optimierungslauf mehr durchzuführen. Andernfalls muss ein optimaler Tourenplan aufgrund der herausgefilterten BM-Pfade (BM(q)) erneut berechnet werden. Eines ist aber offensichtlich: Mit weniger Touren und weniger Kosten als bei der Lösung der Problemtypen ZF0 und ZF1 auf Basis generischer BM-Pfade geht es für ein q kleiner als $\max Q$ nicht. Mit anderen Worten: Der generische optimale Tourenplan ist eine untere Schranke für alle anderen optimalen Tourenpläne mit q kleiner als $\max Q$. Die generische Lösung für die Eingabedaten aus Tabelle 1 lautet:

//ZF0: generische Lösung :2

//ZF1-generische Lösung: 388.84

Tour 1 (209.15): ,[3, 2]

Tour 2 (179.69): ,[5, 4, 1]

Beim Bedarfsvektor (20,20,30,10,20) (siehe Tabelle 1) transportieren beide Touren jeweils 50 Einheiten. (In runden Klammern stehen die Tourlängen.)

Diese Lösung ist für diejenigen Bedarfsvektoren bei maximaler Lademenge von 50 in dem Sinne generisch, als dass sie für andere Bedarfsvektoren, die in der Summe der Bedarfe von Ort 2 und 3 als auch von Ort 1, 4 ,5 die Zahl 50 nicht überschreiten, als Vorlage dienen kann. Selbst wenn alle 5 Orte nur den Bedarf von 1 aufweisen, ändern sich an der Lösung nur die transportierten Mengen je Tour.

An dieser Lösung sieht man auch, dass es keine Verbesserung ergäbe, wenn man LKW mit einer größeren Ladekapazität als 50 verwände, obwohl es Touren mit Ladung von 60 und 70 in der instantiierten generischen BM-Menge durchaus gibt (siehe Tabelle 3).

Man kann also allgemein feststellen, dass die maximale Lademenge in instantiierten (bzgl. eines Bedarfsvektors) generischen Tourenplänen eine obere Schranke für die LKW-Kapazität bzgl. des verwendeten Bedarfsvektors darstellt.

Zusammenfassend kann festgestellt werden: Bei der Ausstattung der Touren der generischen BM-Menge mit Bedarfen erhält man die maximal sinnvolle Lademenge eines LKW aufgrund der Zeitfenster und bei der Instantiierung des generischen Tourenplanes erhält man die maximale Lademenge eines LKW aufgrund der Entfernungen der Orte.

Das neue Verfahren soll jetzt an einer realistischen Ortsanzahl (100) mit der Solomon-Instanz r101.txt (siehe [Gehring/Homberger], ZFLKZ=16) demonstriert werden, wie stets in drei Schritten.

1. Berechnung der generischen BM-Pfade mit Wartezeiten, $rz=7$ Sekunden, Anzahl=1.761.635
2. Berechnung der minimalen Touranzahl(ZF0) mit Variable Fixing VF(0.5) in $rz= 71$ sec.:18
3. Berechnung der minimalen Kosten mit dieser Touranzahl 18 in $rz=97$ sec. : 1630.44

Der dritte Schritt wurde mit einem vf-Wert von 90 durchgeführt, was zu einem Residuum von 1.507.729 BM-Pfaden führte.

Es ergibt sich folgender optimaler generischer Tourenplan:

Tour 1: [52, 99, 94, 96]
 Tour 2: [31, 88, 7, 8, 46, 17]
 Tour 3: [33, 29, 78, 34, 35, 77]
 Tour 4: [63, 64, 49, 48]
 Tour 5: [27, 69, 30, 51, 9, 66]
 Tour 6: [40, 53, 50, 68]
 Tour 7: [36, 47, 84, 60, 89]
 Tour 8: [28, 12, 76, 79, 3, 54, 24, 80]
 Tour 9: [95, 98, 16, 86, 37, 93]
 Tour 10: [72, 75, 22, 74, 58]
 Tour 11: [62, 11, 19, 90, 10]
 Tour 12: [59, 42, 15, 87, 57, 26]
 Tour 13: [39, 23, 67, 55, 25]
 Tour 14: [92, 14, 44, 38, 43, 91, 100]
 Tour 15: [65, 71, 81, 20, 32, 70]
 Tour 16: [5, 61, 85, 97, 13]
 Tour 17: [2, 21, 73, 41, 56, 4]
 Tour 18: [45, 83, 82, 18, 6]

In den generischen optimalen Tourenplan kann man nun beliebige Ortsbedarfe einsetzen solange die maximale LKW-Kapazität nicht überschritten wird und sich Ortslagen, Zeitfenster und Servicezeiten nicht ändern.

Die Lademengen im instantiierten generischen Tourenplan mit den Originalbedarfen der GH-Instanz r101 (siehe [Gehring/Homberger]) sind dann:

56, 53, 59, 85, 94, 72
 57, 111, 114, 87, 67, 91
 93, 81, 98, 115, 57, 58

Wenn man also einen besten Tourenplan mit Kosten (gleich Summe der Länge aller Touren) von 1630,44 bei 18 Touren für diese Instanz haben möchte, bräuchte man einen LKW mit der Kapazität von 115. Steht der nicht zur Verfügung, müssen aus den generischen BM-Pfaden die relevanten herausgefiltert werden und ZF0 und ZF1 erneut berechnet werden. Bei einer LKW-Kapazität von z. B. von 110 bliebe das ZF0-Ergebnis von 18 erhalten und das ZF1-Ergebnis verschlechterte sich geringfügig auf 1632,38.

Es folgen weitere generische Berechnungsergebnisse in tabellarischer Form. Die Berechnungen fanden stets undekomponiert mit dem CPLEX Solver in der Version 12.8 statt.

Tabelle 5: Weitere Ergebnisse für diverse Instanzen ohne Lademengenbegrenzung

Instanz	n	ZFLKZ	*BM	rz-BM	obj-ZF0	rz-ZF0	obj-ZF1	rz-ZF1
r102	75	3,6	14.236.857	500 sec.	14	942 sec.	1.286,6	255 sec.
r105	75	7	1.677.497	14 sec.	11	304 sec.	1.198,84	39 sec.
r109	60	3,7	6.015.437	62 sec.	8	622 sec.	851,09	134 sec.
rc1_10_1	100	37,77	12.433.129	99 sec.	20	669 sec.	10.776,84	217 sec.

Mit *BM wird die Anzahl der BM-Pfade abgekürzt und mit n die Anzahl betrachteter Orte. Eine Reduzierung der Ortsanzahl n wurde immer dann vorgenommen, wenn es zu viele BM-Pfade gab bzw. CPLEX den Fehler 'out of memory' brachte. An diesen 4 Beispielen aus Tabelle 5 ist gut zu erkennen, dass der Problemtyp 'ZF0' mehr Rechenzeit (rz-ZF0) benötigt als der Problemtyp 'ZF1' (rz-ZF1). Für einen schnellen Algorithmus für den Problemtyp 'ZF0' bei kleinen Lademengen sei auf [Mu2020/2] verwiesen.

4 Der Spezialfall 'Warten verboten'

Da sich die Anzahl der generischen BM-Pfade vergrößert statt verkleinert im Gegensatz zu kapazitätsbeschränkten BM-Pfaden, soll ihre Zahl nun durch eine zusätzliche Bedingung eingeschränkt werden: Es dürfen nur Touren **ohne Wartezeit** verwendet werden. Das bedeutet, dass ein Fahrzeug niemals vor der Öffnung eines Zeitfensters eintreffen darf.

Diese Bedingung kommt in der Praxis z. B. bei Flugobjekten vor, die in der Luft schlecht warten können, von Warteschleifen abgesehen. Diese neue Bedingung kann die Zahl der BM-Pfade signifikant reduzieren (bei Instanzen mit ZFLKZ größer 10), so dass jetzt sogar generische Tourenpläne bei mehreren hundert Orten errechnet werden können, solange sich Zeitfenster, Servicezeit und Ortslagen nicht ändern.

Um die Anzahl der BM-Pfade ohne Kapazitätsberücksichtigung zu reduzieren, wurde hier als eine Methode das Warten verboten. Man kann sich nun die Frage stellen, wie groß die Anzahl der Orte werden kann, um exakte Lösungen für kleine LKW-Kapazitäten und die Problemtypen ZF0 und ZF1 zu ermitteln?

Wider Erwartens gestaltet sich die ZF0-Berechnung schwieriger als die ZF1-Berechnung. Wir verwenden deshalb anstelle der ZF0-Berechnung einen praktikableren Weg via ZF1.

Parameter (Stellschrauben) für die Berechnung der BM-Pfade und der ZF1-Werte sind:

1. Die maximale Tourlänge mTl ,
2. die VF-Konstante, bei den GH-Instanzen empirische Werte von 45, 90 oder 180.

Mit der Begrenzung der Tourlänge kann man die Anzahl der BM-Pfade reduzieren. Einen geeigneten Wert dafür zu finden braucht Erfahrungen. Auf jeden Fall muss dieser Wert so gross sein, dass alle Orte erreicht werden können incl. der Rückfahrt zum Depot.

Wegen der schlechten Konvergenz der ZF0-Berechnung versucht man eine ZF1-Berechnung mit minimaler Touranzahl UTAS (Abk. für untere Touranzahlschranke). UTAS ist die kleinste ganze Zahl, die größer ist als der Quotient aus Summe der Bedarfe und der Ladekapazität q eines LKWs.

Sollte der UTAS-Wert zu klein sein, kann man, bevor die Touranzahl schrittweise erhöht wird, den VF-Wert schrittweise verdoppeln, bis keine Selektion der BM-Pfade mehr stattfindet.

Bei der GH-Instanz $rc1_{10.1}$ wurde z. B. ein erster Versuch mit der VF-Obergrenze von 45 unternommen, aber erst beim Wert von 180 konnte der UTAS-Wert für die Touranzahl erreicht werden.

Sollte das alles nichts nutzen, bleibt nur, die Touranzahl bei ZF1 schrittweise zu erhöhen bis das ZF1-Problem lösbar ist.

Mit diesem Verfahren konnte die minimale Touranzahl (und der ZF1-Wert) bei den fünf GH-Instanzen (ZFLKZ größer als 10) mit 1000 Orten und der LKW-Kapazität von 50 bei folgenden Instanzen:

1. $c1_{10.1}$ (ZFLKZ=29,7, $mTl=1500$, $vf=45$), ZF0=359, ZF1=155.411,86
2. $c1_{10.5}$ (ZFLKZ=14,9, $mTl=700$, $vf=45$), ZF0=359, ZF1=152.395,37
3. $c1_{10.6}$ (ZFLKZ=11,3, $mTl=700$, $vf=45$), ZF0=359, ZF1=151.170,19
4. $c1_{10.7}$ (ZFLKZ=10,03, $mTl=700$, $vf=45$), ZF0=359, ZF1=150.205,98
5. $rc1_{10.1}$ (ZFLKZ=57,3, $mTl=2000$, $vf=180$), ZF0=357, ZF1=194.466,55

zwischen 6 und 11 Minuten Rechenzeit (BM-Rechenzeit darin nicht enthalten) ermittelt werden, wenn nur BM-Pfade ohne Warten verwendet werden.

Mit den BM-Pfaden ohne Warten können also obere Schranken für den allgemeinen Fall ermittelt werden, denn wenn man das Warten zulässt, wird es mehr BM-Pfade geben als ohne Warten. Dadurch ist der Suchraum größer, und es kann keine höheren ZF0-Werte geben als bei kleineren Suchräumen. Heuristiken können anhand der Ergebnisse dieser Arbeit exemplarisch ihre Effektivität erkennen bzgl. der minimalen Touranzahl und wenn es die Anwendung erlaubt, also das Warten in der realen Welt verboten ist, auch bzgl. des ZF1-Wertes.

5 Resultatsermittlung und -Bewertung

Es wurde eine neue Methode zur Berechnung von BM-Pfaden vorgestellt, ohne auf LKW-Kapazitäten und Bedarfen in Orten zuzugreifen. Nur die Zeitfenster, Lagen und Servicezeiten der Orte werden berücksichtigt. Damit kann man untere Schranken für die Touranzahl und die Tourenplan-Kosten aufstellen. Die neue Methode kann bei speziellen Instanzen eingesetzt werden, wenn die Zeitfenster eng sind. Die maximal benötigte LKW-Kapazität kann man aus den Ortsbedarfen ermitteln.

Die Vorteile der neuen Methode werden in der Praxis wirksam bei:

1. Täglich wechselnden Bedarfen und ansonsten gleichen Eingabedaten, wie Entfernungen, Servicezeiten und Zeitfenstern und bei
2. Mehreren Variantenberechnungen mit unterschiedlich großen LKW-Kapazitäten, weil man die aktuelle BM-Menge herausfiltern kann und sich so 1/3 der zeitaufwendigen Rechenschritte einsparen kann.

Der 1. Vorteil hat zur Folge, dass man die generischen zeitaufwendigen Berechnung (BM, ZF0, ZF1) stand-alone, also nicht im Dialog vornehmen kann. Nur die Anpassung der ZF1-Lösung auf die konkreten Bedarfe muss dialogorientiert ablaufen.

Nachteil: Werkzeuge dieser Art sind nur für spezielle Anwendungsfälle mit engen Zeitfenstern einsetzbar und bedürfen selbst für Spezialisten einer Einarbeitungszeit, bis die Software bedient werden kann.

Weitere Vorteile der neuen Methode wären:

1. Schnellere Berechnung des Suchraumes durch Filterung des generischen Suchraumes bzgl. einzuhaltender LKW-Kapazität.
2. Wenn die LKW-Kapazität keine Rolle spielt, kann der generische optimale Tourenplan a priori berechnet werden und für konkrete Bedarfe wird er lediglich instantiiert, d.h. den Touren Lademengen zugewiesen.
3. Wenn man das Warten verbietet, also Touren ausschliesst, die eine Wartezeit an einem oder mehreren Orten erfordern, kann man obere Schranken für die ZF0- und ZF1-Werte errechnen, egal ob generisches oder klassisches Vorgehen. Bei $q=50$ gelingt es z. B. klassisch ohne Warten für die GH-Instanz c1_10.5 für die ersten 500 Orte eine obere Schranke für ZF0 (177) in 68 Minuten und für ZF1 (79994,62) in 1 Minute auszurechnen.

Enge Zeitfenster müssen bei dem Vorgehen dieser Arbeit vorliegen, wobei die durchschnittliche Länge nicht das einzige Kriterium sein darf. Hierfür wurde die neue Kennzahl ZFLKZ eingeführt.

Im klassischen Vorgehen wird die LKW-Kapazität intuitiv vorgegeben bzw. ergibt sich aus vorhandenen Fahrzeugen. Wenn sie in keiner Tour des optimalen Tourenplanes erreicht wird, war sie zu groß gewählt worden. Wenn sie jedoch in einer oder mehreren Touren erreicht wurde, weiss man nicht, ob deren Vergrößerung bessere Ergebnisse bringen würden. Dieses Manko wird durch das hier beschriebene Vorgehen beseitigt.

Nicht zu vermuten war, dass die ZF0-Problematik am zeitaufwendigsten war. Hier blieb oft nur die Verwendung der Lösung des relaxierten Problems mit schrittweiser Aufrundung als Trial-and-Error beim ZF1-Problemtyp.

Wenn die Zeitfenster zu eng sind, kann es auftreten, dass nur Stichtouren möglich sind, wenn man das Warten verbietet.

Zusammenfassend kann festgestellt werden, dass jeder Tourenplan generisch für alle Bedarfsvektoren, die nicht zur Überschreitung der LKW-Kapazität in den enthaltenen Touren führen, ist. Wenn das eintreten sollte, kann beim hier gewählten Zugang mit den Schritten BM, ZF0, ZF1 die Menge der BM-Pfade durch eine einfache Selektion aus der instantiierten generischen BM-Menge ermittelt werden. Die Schritte ZF0 und ZF1 müssen mit der selektierten Menge der BM-Pfade natürlich erneut ausgeführt werden.

Ein exaktes Verfahren, das für alle Anwendungsfälle gleich gut funktioniert, wird es nicht geben. Ein geschulter Mitarbeiter muss für die konkrete Anwendung das richtige Verfahren auswählen.

Zu allen Beispielrechnungen können die vollständigen Ablaufprotokolle beim Autor angefragt werden.

Literatur

- [CPLEX1210] <https://www.ibm.com/de-de/products/ilog-cplex-optimization-studio>
- [Overview19] Luciano Costa, Claudio Contardo, Guy Desaulniers, Exact Branch-Proc-and-Cut Algorithms for Vehicle Routing , Transportation Science, Vol.53. No.4, July-August 2019, S.946 -985.
- [Gehring/Homberger] Benchmarkdaten für das VRPTW bei großen Kundenanzahlen, <https://www.sintef.no/projectweb/top/vrptw/homberger-benchmark>
- [Mu2020/1] Harald Mumm, Hybrider Ansatz zur Lösung des Fahrzeugrouten-Problems mit Zeitfenstern bei großen Ortsanzahlen, Wismarer Diskussionspapiere, Heft 2/ 2020 .
- [Mu2020/2] Harald Mumm, Ermittlung der minimalen Touranzahl für das Fahrzeugroutenproblem mit Zeitfenstern (VRPTW) bei kleiner Fahrzeugkapazität und großer Ortsanzahl, Wismarer Diskussionspapiere, Heft 5/ 2020 .
- [Mu2021/1] Harald Mumm, Ermittlung der kürzesten Fahrstrecke für das Fahrzeugroutenproblem mit Zeitfenstern bei großer Ortsanzahl, Wismarer Diskussionspapiere, Heft 1/ 2021 .

Autorenangaben

Prof. (em) Dr. rer. nat. Harald Mumm
Wirtschaftswissenschaftliche Fakultät
Hochschule Wismar
Philipp-Müller-Straße 14
Postfach 12 10
D-23966 Wismar
E-mail: harald.mumm@hs-wismar.de

WDP - Wismarer Diskussionspapiere / Wismar Discussion Papers

- Heft 08/2020: Tim-Michael Kretzschmar: IT-Betreuung für Berufliche Schulen – Konzeptionierung des Einsatzes digitaler Medien
- Heft 09/2020: Nicki Lukas Erdmann: Der Weg zum Inklusiven Campus: Entwicklung von Handlungsempfehlungen zur nachhaltigen Verbesserung der Barrierefreiheit an Hochschulen in Baden-Württemberg
- Heft 01/2021: Harald Mumm: Ermittlung der kürzesten Fahrstrecke für das Fahrzeugroutenproblem mit Zeitfenstern bei großer Ortsanzahl
- Heft 02/2021: Günther Ringle: Genossenschaften und Nachhaltigkeiten
- Heft 03/2021: Christian Grau, Uwe Lämmel: Decision Model and Notation – ein Vergleich von Software für die Lehre
- Heft 01/2022: Johanna Oster: Organisationen im Spannungsfeld zwischen VUCA-Umwelt und Nachhaltigkeit – Wechselwirkungen zwischen CSR und organisationaler Resilienz
- Heft 02/2022: Philipp Franzen: Einflussanalyse des Dow Jones Sustainability Europe Index auf den Unternehmenswert – eine Ereignisstudie
- Heft 01/2023: Dieter Gerdesmeier, Hans-Eggert Reimers, Barbara Roffia: Investigating the Inflation-Output-Nexus for the Euro Area – Old Questions and New Results
- Heft 02/2023: Julian Reeh: Die Fallgruppen der aktienrechtlichen Vorstandschaftung im internationalen Compliance-Management
- Heft 01/2024: Gunnar Prause (Hrsg.): The Maritime Perspective of Africa
- Heft 02/2024: Rüdiger Steffan, Thomas Kästner, Roland Hinz, Julia Matela, Paul Facklam, Lothar Vigelahn, Sebastien Clerc-Renaud: Concepts for the IT Infrastructure of an University of Applied Sciences Using the Example of Data Management in the EU Project DIVAGRI
- Heft 03/2024: Gunnar Prause (Hrsg.): The South Caucasian Transport Corridor: A new Eurasian Transport Option