

Berg, Ernst

Article

Der zustandsabhängige Ansatz in der mathematischen Optimierung

German Journal of Agricultural Economics (GJAE)

Provided in Cooperation with:

Gesellschaft für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften des Landbaues e.V. (GEWISOLA)

Suggested Citation: Berg, Ernst (2012) : Der zustandsabhängige Ansatz in der mathematischen Optimierung, German Journal of Agricultural Economics (GJAE), ISSN 2191-4028, Deutscher Fachverlag, Frankfurt a. M., Vol. 61, Iss. 1, pp. 13-29,
<https://doi.org/10.52825/gjae.v61i1.1864>

This Version is available at:

<https://hdl.handle.net/10419/304862>

Standard-Nutzungsbedingungen:

Die Dokumente auf EconStor dürfen zu eigenen wissenschaftlichen Zwecken und zum Privatgebrauch gespeichert und kopiert werden.

Sie dürfen die Dokumente nicht für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, öffentlich zugänglich machen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Sofern die Verfasser die Dokumente unter Open-Content-Lizenzen (insbesondere CC-Lizenzen) zur Verfügung gestellt haben sollten, gelten abweichend von diesen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

Terms of use:

Documents in EconStor may be saved and copied for your personal and scholarly purposes.

You are not to copy documents for public or commercial purposes, to exhibit the documents publicly, to make them publicly available on the internet, or to distribute or otherwise use the documents in public.

If the documents have been made available under an Open Content Licence (especially Creative Commons Licences), you may exercise further usage rights as specified in the indicated licence.

Der zustandsabhängige Ansatz in der mathematischen Optimierung

The State-Contingent Approach in the Context of Mathematical Optimisation

Ernst Berg

Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn

Zusammenfassung

Die starke Abhängigkeit von exogen determinierten Zuständen der Welt (Wetter, Krankheiten, Schädlinge etc.) ist konstituierendes Element der meisten landwirtschaftlichen Produktionsprozesse. Während diese Zustandsabhängigkeit auf der einen Seite eine Unsicherheitssituation entstehen lässt, eröffnet sie auf der anderen Seite auch vielfache Möglichkeiten, auf das Eintreffen bestimmter Zustände flexibel zu reagieren (z.B. durch Beregnung oder Schädlingsbekämpfung). Ein Konzept, das diesem Zusammenhang im Prinzip Rechnung trägt, ist der auf CHAMBERS und QUIGGIN zurückgehende sog. zustandsabhängige Ansatz. Dieser beinhaltet die zustandsabhängige Abbildung des Produktionsprozesses unter Unsicherheit als Basis für eine realitätsnahe Repräsentation sowohl individueller Entscheidungsprozesse als auch der daraus resultierenden Marktreaktionen. Der nachfolgende Beitrag beschäftigt sich mit dem zustandsabhängigen Ansatz im Kontext der mathematischen Programmierung. Er beginnt mit der Darlegung der konzeptionellen Grundlagen des Ansatzes und konzentriert sich dann auf seine Umsetzung im Rahmen der mathematischen Optimierung unter Unsicherheit. Der Vergleich mit herkömmlichen Konzepten der mathematischen Programmierung anhand eines Beispiels dokumentiert einerseits die konzeptionelle Überlegenheit des zustandsabhängigen Ansatzes, verdeutlicht gleichzeitig aber auch die aus seiner Komplexität resultierenden methodischen Herausforderungen.

Schlüsselwörter

zustandsabhängiger Ansatz; mathematische Programmierung; Risikomanagement

Abstract

The strong dependence on exogenously determined states of nature (weather, diseases, pests, etc.) is a constituent element of most agricultural production

processes. While this state contingency creates uncertainties, it likewise offers various possibilities to react to particular states of nature (e.g. through irrigation or pest management). A concept which in principle accounts for these contexts is the so called state contingent approach originally developed by CHAMBERS and QUIGGIN. This approach comprises the state contingent depiction of the production process under uncertainty as basis for a realistic representation of individual decision making as well as the resulting market reactions. The following article deals with the state contingent approach in the context of mathematical programming. It starts with the description of the conceptual foundations of the approach and subsequently focuses on its implementation in the context of mathematical programming under uncertainty. The comparison with conventional mathematical programming approaches using an example documents the conceptual advantage of the state contingent approach, but also clarifies the methodical challenges which result from its complexity.

Key Words

state contingent approach; mathematical programming; risk management

1 Einführung

Das am weitesten verbreitete Konzept zur Berücksichtigung von Unsicherheit in der Entscheidungsfindung ist sicherlich das des Erwartungsnutzens. Dabei werden zunächst alle Handlungsergebnisse über eine Risikonutzenfunktion in dimensionslose kardinale Nutzeinheiten übersetzt. Das Ordnungskriterium für Handlungsalternativen mit unsicherem Ausgang ist dann der darüber gebildete Erwartungswert, was wiederum die Kenntnis der Wahrscheinlichkeitsverteilung für das Eintreffen der Handlungsergebnisse voraussetzt. Der Erwartungswert des Risikonutzens – kurz

der Erwartungsnutzen – kann durch Invertierung der Nutzenfunktion in eine geldliche Größe zurück übersetzt werden, die als *Sicherheitsäquivalent* bezeichnet wird (vgl. u.a. ROBISON und BARRY, 1987: 23ff.). Dieses stellt den sicheren Geldbetrag dar, dem ein Entscheidungsträger mit gegebener Nutzenfunktion denselben Wert zuweisen würde wie den Ergebnissen der Handlungsalternative mit ungewissem Ausgang. Erwartungsnutzen und Sicherheitsäquivalent führen zur selben Rangfolge der Alternativen.

Per definitionem entspricht das Sicherheitsäquivalent dem Erwartungswert des geldlichen Ergebnisses abzüglich einer Risikoprämie. Für letztere hat PRATT (1964) eine Approximation auf der Basis der Varianz entwickelt, die unmittelbar zum Erwartungswert-Varianz-Ansatz überleitet, der – obgleich er nur unter bestimmten Bedingungen mit dem Erwartungsnutzenkonzept äquivalent ist – ebenfalls weite Verbreitung erlangt hat.

Bei beiden Ansätzen beinhaltet das Entscheidungsproblem letztlich die Wahl zwischen alternativen Wahrscheinlichkeitsverteilungen der Handlungskonsequenzen, gegebenenfalls auch Kombinationen aus diesen. Dies ist z.B. der Fall bei Finanzanlagen, bei denen die Wahrscheinlichkeitsverteilungen sich auf die Renditen der Finanztitel beziehen. Die Auswahl der Anlageformen ist dann gleichbedeutend mit der Wahl der Wahrscheinlichkeitsverteilungen. Anders liegen die Verhältnisse dagegen, wenn Produktionsrisiken, d.h. die Unsicherheiten physischer Erträge, betrachtet werden. Die Entscheidungen betreffen hier den Einsatz der Produktionsfaktoren nach Menge und Zeit, während die Unsicherheit sich auf die *Wirkung* des Faktoreinsatzes bezieht, die von unkontrollierbaren Faktoren wie der Witterung oder dem Auftreten von Krankheiten und Schädlingen beeinflusst wird. Die Unsicherheit liegt somit in der Produktionsfunktion. Üblicherweise versucht man diesem Zusammenhang dadurch Rechnung zu tragen, dass die (deterministischen) Produktionsfunktionen um stochastische Terme erweitert werden. Konkret heißt das, wenn $\mathbf{x}$ den Vektor der Produktionsfaktoren darstellt und ε repräsentiert zufällige Schocks, dann errechnet sich der physische Ertrag gemäß der (stochastischen) Produktionsfunktion $f(\mathbf{x}, \varepsilon)$. Auf der Basis dieses Ansatzes lassen sich dann die Reaktionen der Entscheidungsträger auf Änderungen der Rahmenbedingungen unter Berücksichtigung von Unsicherheit und Risikoeinstellung nach Maßgabe des Erwartungsnutzenkonzepts oder davon abgeleiteter Ansätze deduzieren (vgl. z.B. ROBISON und BARRY, 1987; BERG, 1997).

CHAMBERS und QUIGGIN (2000, 2002, 2004) kritisieren diesen Ansatz, weil er die Interaktion zwischen den unkontrollierbaren Variablen und den Entscheidungsvariablen nicht explizit berücksichtigt und deshalb die tatsächliche Entscheidungssituation nur unzureichend widerspiegelt. In der Realität wird der Ertrag nämlich durch die jeweiligen Zustände der Welt (z.B. Niederschlag, Schädlinge etc.) beeinflusst, auf welche der Entscheidungsträger seinerseits reagieren kann (z.B. durch Beregnung oder Schädlingsbekämpfung). Diese *zustandsabhängigen* Entscheidungen werden durch den stochastischen Produktionsfunktionsansatz in der oben skizzierten Form nicht korrekt wiedergegeben. CHAMBERS und QUIGGIN entwickeln deshalb eine zustandsabhängige (d.h. „state-contingent“) Abbildung des Produktionsprozesses unter Unsicherheit, der sie eine realistischere Repräsentation sowohl individueller Entscheidungsprozesse als auch der daraus resultierenden Marktreaktionen beimessen.

Bislang ist der von CHAMBERS und QUIGGIN vorgeschlagene Ansatz noch ein theoretisches Konzept, das zwar einerseits methodologische Fortschritte bietet, während andererseits der Beleg für seine empirische Anwendbarkeit noch weitgehend aussteht. Versuche dazu beziehen sich vor allem auf die Schätzung von Produktionsfunktionen (O'DONNELL und GRIFFITHS, 2006; RASMUSSEN und KARANTINIS, 2005) sowie Effizienzanalysen (O'DONNELL et al., 2010). Von ADAMSON et al. (2007) wurde das Konzept im Rahmen eines mathematischen Programmierungsmodells eingesetzt.

Der nachfolgende Beitrag beschäftigt sich mit dem zustandsabhängigen Ansatz im Kontext der mathematischen Programmierung. Ziel der Ausführungen ist dabei zunächst die Darlegung der konzeptionellen Grundlagen des Ansatzes. Ferner wird seine Umsetzung im Rahmen der mathematischen Optimierung unter Unsicherheit erörtert und mit herkömmlichen Konzepten der mathematischen Programmierung verglichen. Ein Ausblick auf das Potential und die Grenzen des Ansatzes beschließt den Beitrag.

2 Zustandsabhängiges Einkommen und Nutzen des Risikotransfers

Die Idee des zustandsabhängigen Ansatzes ist als solche nicht neu. Sie geht zurück auf die frühen Arbeiten von ARROW und DEBREU (1954) und wurde später von HIRSHLEIFER und RILEY (HIRSHLEIFER,

1965; HIRSHLEIFER und RILEY, 1992) im Zusammenhang mit der Theorie der Investitionsentscheidungen aufgegriffen und weiterentwickelt. Allerdings geht es dabei in erster Linie um die Analyse des Verhaltens von Akteuren am Markt, also um Tauschprozesse. CHAMBERS und QUIGGIN konzentrieren ihre Überlegungen dagegen auf die stochastische Natur von Produktionsprozessen und deren Konsequenzen für die Entscheidungsfindung.

Die grundsätzliche Annahme ist, dass es eine Anzahl diskreter (künftiger) Zustände der Welt gibt, von denen einer realisiert wird und zwar unabhängig von der zuvor getroffenen Entscheidung, allerdings mit Konsequenzen für das sich einstellende Ergebnis. Unterstellt man vereinfachend nur zwei mögliche Zustände der Welt, dann lassen sich die Zusammenhänge grafisch darstellen, wie in Abbildung 1 geschehen. Die Achsen kennzeichnen das Einkommen, welches bei Eintreffen des Zustands 1 oder 2 jeweils erzielt wird. So repräsentiert der Punkt $y = (y_1^*, y_2^*)$ den Vektor der zustandsabhängigen Einkommen, der z.B. aus einem bestimmten Produktionsprogramm resultiert.

Für den Entscheidungsträger gelte eine konkave Risikonutzenfunktion $u(y)$. Dann ergibt sich der Erwartungsnutzen U von $y = (y_1, y_2)$ als

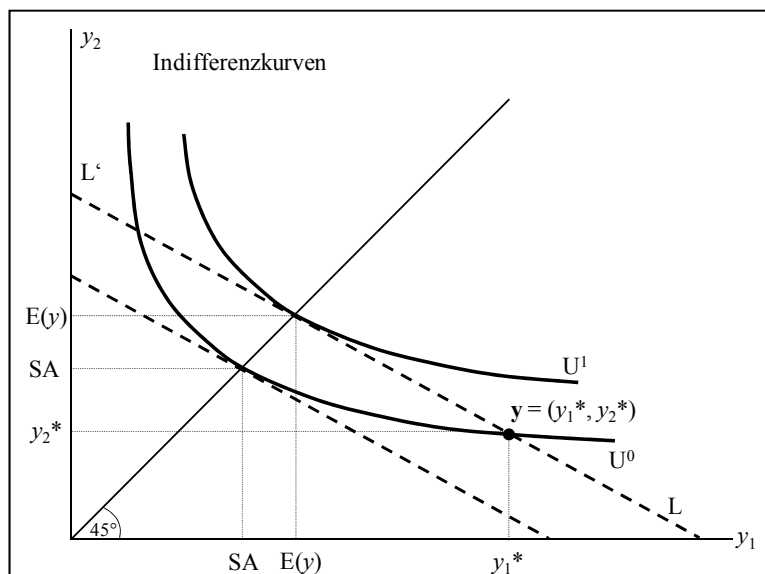
$$(1) \quad U = \pi_1 u(y_1) + \pi_2 u(y_2) \quad \text{mit} \quad \pi_1 + \pi_2 = 1$$

wobei π_1 und π_2 die Eintreffenswahrscheinlichkeiten für die Zustände der Welt darstellen. Bei konkaver Risikonutzenfunktion (d.h. Risikoscheu) und gegebenem Nutzenniveau $U = U^0$ repräsentiert Gleichung (1) eine Nutzenindifferenzkurve, wie sie in Abbildung 1 wiedergegeben ist. Der Erwartungswert des Einkommens $E(y)$ ist

$$(2) \quad E(y) = \pi_1 y_1 + \pi_2 y_2$$

so dass auf der durch (2) repräsentierten Geraden LL' mit der Steigung $(-\pi_1/\pi_2)$ sämtliche Kombinationen zustandsabhängiger Einkommen liegen, die zum selben Erwartungswert $E(y)$ führen (Isoerwartungswertlinie). Der Erwartungswert $E(y)$, der den höchsten Nutzen stiftet, liegt im Schnittpunkt dieser Geraden mit der 45°-Linie durch den Ursprung und verkörpert somit gleichzeitig eine Situation unter Sicherheit, da das Einkommen in beiden Zuständen gleich ist (nämlich $E(y)$). Auf der 45°-Linie liegen alle Kombinationen, für die $y_1 = y_2$ gilt, weshalb sie auch als Sicher-

Abbildung 1. Zustandsabhängiges Einkommen, Erwartungsnutzen und Sicherheitsäquivalent



Quelle: eigene Darstellung

heitslinie bezeichnet wird (HIRSHLEIFER und RILEY, 1992). Ein risikoaverser Entscheidungsträger würde das sichere Einkommen $E(y)$ jedem unsicheren Prospekt mit demselben Erwartungswert (d.h. jeder Kombinationen auf LL' unterhalb oder oberhalb der 45°-Linie) vorziehen, da es zu einem höheren Nutzenniveau führen würde (U^1 in Abbildung 1). Umgekehrt existiert zu jedem unsicheren Einkommensvektor $y = (y_1, y_2)$ ein sicheres Einkommen, das denselben Nutzen stiftet. Dieses ist das Sicherheitsäquivalent (SA) und entspricht in Abbildung 1 dem Schnittpunkt der Nutzenindifferenzkurve, die durch $y = (y_1^*, y_2^*)$ verläuft, mit der 45°-Linie. Die Differenz zwischen dem Erwartungswert und dem Sicherheitsäquivalent ($E(y) - SA$) repräsentiert dann die Risikoprämie. Sie stellt den Geldbetrag dar, auf den ein (risikoscheuer) Entscheidungsträger im Tausch gegen Sicherheit zu verzichten bereit wäre und darf nicht mit der (Netto-) Risikoprämie verwechselt werden, die als Bestandteil der (Brutto-) Prämie im Rahmen von Versicherungsverträgen erhoben wird¹.

Die Steigungen der Indifferenzkurven lassen sich aus der Gleichung für den Erwartungsnutzen (1) herleiten (vgl. HIRSHLEIFER und RILEY, 1992: 44). Es gilt

¹ Zu den Grundzusammenhängen zwischen Erwartungsnutzen, Sicherheitsäquivalent und Risikoprämie sei auf die einschlägigen Lehrbücher verwiesen, z.B. ANDERSON et al. (1977), ROBISON und BARRY (1987), HANF (1991), HARDAKER et al. (2004), BAMBERG und COENENBERG (2006), LAUX (2007)

$$(3) \quad -\frac{dy_2}{dy_1} \Big|_{U=\text{konstant}} \equiv \frac{\pi_1 u'(y_1)}{\pi_2 u'(y_2)}$$

wobei $u'(\cdot)$ die erste Ableitung der Nutzenfunktion repräsentiert. Demnach entspricht der Absolutbetrag der Steigung der Indifferenzkurve dem Quotienten der mit dem jeweiligen Grenznutzen gewichteten Eintretenswahrscheinlichkeiten für die Zustände. Im Schnittpunkt mit der 45°-Linie hat jede Indifferenzkurve die Steigung $(-\pi_1/\pi_2)$, d.h. die Grenzrate der Substitution zwischen den zustandsabhängigen Einkommen wird an dieser Stelle allein durch das Verhältnis der Zustandswahrscheinlichkeiten (π_1/π_2) bestimmt².

Nehmen wir an, der Entscheidungsträger könne eine Versicherung abschließen, die im ungünstigen Zustand 2 eine Zahlung leistet und dafür unabhängig vom eintretenden Zustand eine Prämie P verlangt. Der „Schaden“ bei Eintritt von 2 entspricht der Differenz $y_1 - y_2$, sodass bei einem frei wählbaren Deckungsgrad α die Versicherungsleistung im Schadensfall $\alpha(y_1 - y_2)$ beträgt. Für den Erwartungswert des Einkommens mit Versicherung gilt dann

$$(4) \quad E(y) = \pi_1 y_1 + \pi_2 [y_2 + \alpha(y_1 - y_2)] - P$$

woraus sich bei Vollversicherung (d.h. $\alpha = 1$) ein festes Einkommen von $y_1 - P$ ergibt, das in Abbildung 1 einem Punkt auf der Diagonale entspricht. Gleichung (4) repräsentiert die sog. Versicherungsgerade, deren weitere Spezifikation noch die genauere Festlegung der Prämie verlangt. Gehen wir zunächst davon aus, dass die Prämie der Schadenserwartung entspricht (sog. faire Prämie oder Nettorisikoprämie), so dass $P = \pi_2 \alpha(y_1 - y_2)$ ist. Setzt man diesen Ausdruck in Gleichung (4) ein, so reduziert sich diese zu (2), d.h. bei fairer Prämie fällt die Versicherungsgerade mit der ursprünglichen Isoerwartungswertlinie zusammen, die deshalb auch als faire Tauschlinie (*fair odds line*) bezeichnet wird. Bei Abschluss einer Versicherung mit fairer Prämie würde sich somit der Punkt $y = (y_1^*, y_2^*)$ mit zunehmendem Deckungsgrad auf der Isoerwartungswertlinie LL' in Richtung der 45°-Linie verschieben. Jeder risikoaverse Entscheidungsträger würde in diesem Fall – unabhängig vom Grad der Risikoaversion – eine Vollversicherung abschließen und damit das sichere Einkommen $E(y)$ realisieren.

² Da die Einkommen in beiden Zuständen dieselben sind, gilt das auch für die Grenznutzen $u'(\cdot)$ in (3), die sich somit wegekürzen.

Da Versicherungsunternehmen mit den Prämieinnahmen außer den Schadenersatzleistungen auch die Kosten der Schadenerfassung sowie die Gemeinkosten abdecken müssen, erheben sie regelmäßig eine höhere als die faire Prämie. Auch in diesem Fall bleibt die Vollversicherung die präferierte Lösung, solange ein additiver Zuschlag verlangt wird. In diesem Fall beträgt die Prämie $P = \pi_2 \alpha(y_1 - y_2) + \beta$, wobei β den Aufschlag auf die faire Prämie repräsentiert. Eingesetzt in (4) ergibt sich für $E(y)$

$$(5) \quad E(y) = \pi_1 y_1 + \pi_2 y_2 - \beta$$

d.h. die Versicherungsgerade ist gegenüber der fairen Tauschlinie in Richtung Ursprung parallel verschoben. Somit ist die Tangentialbedingung auch hier bei Vollversicherung erfüllt, allerdings fällt das sichere Einkommen um den Aufschlag β geringer aus als $E(y)$. Außerdem bleibt die Versicherungslösung nur solange attraktiv, wie der Zuschlag die *Risikoprämie* gemäß obiger Definition nicht übersteigt.

In der Versicherungspraxis stellen relative Prämienaufschläge den Regelfall dar, d.h. es gilt $P = \pi_2 \alpha(y_1 - y_2)(1 + \gamma)$, wobei γ den Anteil darstellt, um den die Nettorisikoprämie erhöht wird. Setzt man diesen Ausdruck in (4) ein so erhält man

$$\begin{aligned} E(y) &= (\pi_1 - \alpha \gamma \pi_2) y_1 + \pi_2 (1 + \alpha \gamma) y_2 \\ (6) \quad \text{bzw. mit } \pi_1 &= 1 - \pi_2 : \\ E(y) &= [1 - \pi_2 (1 + \alpha \gamma)] y_1 + \pi_2 (1 + \alpha \gamma) y_2 \end{aligned}$$

Daraus ergibt sich die Steigung der Versicherungsgerade als

$$-\frac{1 - \pi_2 (1 + \alpha \gamma)}{\pi_2 (1 + \alpha \gamma)}$$

Gegenüber der fairen Tauschlinie mit der Steigung $\pi_1 / \pi_2 \equiv (1 - \pi_2) / \pi_2$ verläuft die Versicherungsgerade nunmehr flacher. Aufgrund der Tangentialbedingung wird daher eine Teilversicherung (d.h. Deckungsgrad $\alpha < 1$) optimal.

3 Einbeziehung von Produktionsentscheidungen

Die bisherigen Darlegungen beziehen sich auf den Risikotransfer bei gegebener Ausgangssituation bezüglich des zustandsabhängigen Einkommens. Im betrieblichen Umfeld ist letzteres das Resultat von Produktionsentscheidungen, die somit ebenfalls die Möglichkeit bieten, auf Unsicherheiten zu reagieren.

Die Berücksichtigung dieses Handlungsrahmens im Kontext des zustandsabhängigen Ansatzes verlangt die adäquate Formulierung einer stochastischen Produktionstechnologie. Allgemein lässt sich diese als Transformationsfunktion T folgendermaßen charakterisieren (RASMUSSEN 2003):

$$(7) \quad T(\mathbf{x}, \mathbf{z}) = 0$$

Gleichung (7) ist die implizite Beschreibung aller technisch effizienten Produktionsmöglichkeiten, wobei $\mathbf{x}$ den Vektor $(x_1, \dots, x_N)$ der Produktionsfaktoren (Inputs) und $\mathbf{z}$ den Vektor $(z_1, \dots, z_S)$ der zustandsabhängigen Produktionsmengen (Outputs) eines Gutes darstellt³. In expliziter Form kann (4) als Satz zustandsabhängiger Produktionsfunktionen dargestellt werden:

$$(8) \quad z_s = f_s(x_1, \dots, x_N) \quad s \in \Omega$$

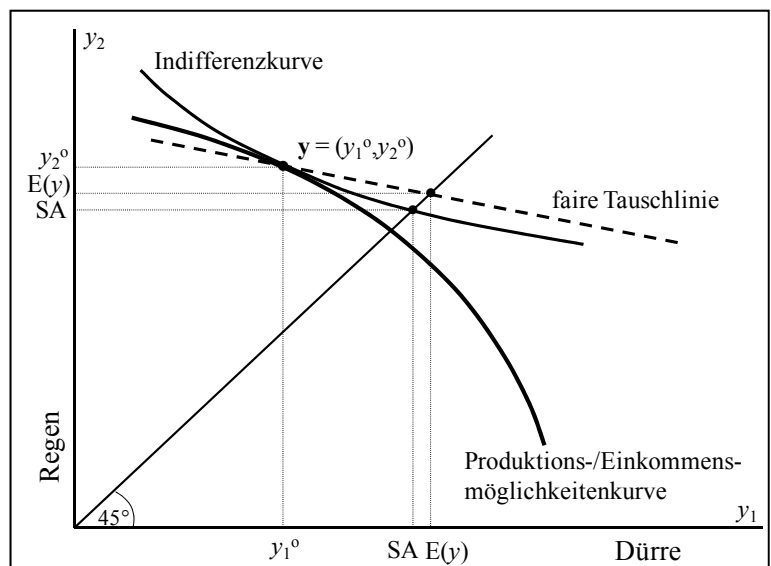
Darin beschreibt die Funktion f_s als Element der Gesamtmenge Ω an Produktionsfunktionen die maximale Outputmenge in Zustand s in Abhängigkeit vom Inputvektor $\mathbf{x}$. Die obige Beziehung gilt unter der Annahme, dass die Produktionsentscheidungen getroffen werden, bevor sich ein Zustand als der wahre herausstellt und die Gesamtmenge an Produktionsfaktoren begrenzt ist.

Beschränkt man die Betrachtung wieder auf zwei mögliche Zustände der Welt, dann lassen sich die Zusammenhänge grafisch veranschaulichen. In Abbildung 2 repräsentieren die beiden Zustände ein trockenes Jahr (Zustand 1) sowie ein solches mit normaler Niederschlagsmenge (Zustand 2). Produziert man auf einer bestimmten Fläche Ackerfrüchte ohne künstliche Beregnung, dann erzielt man in Zustand 1 hohe Erträge, während bei Trockenheit (Zustand 2) die Ernte wesentlich niedriger ausfällt. Nehmen wir an, dass für die Produktion ein fixiertes Bündel von Produktionsfaktoren (Fläche, Arbeit, finanzielle Mittel) zur Verfügung steht, die so umgeschichtet werden können, dass für einen Teil der Flächen Bewässerungsmöglichkeiten geschaffen werden. Dadurch würde die einkommenswirksame Produktionsmenge bei Trockenheit erhöht, während sie bei normaler Niederschlagsmenge geringer ausfallen würde, da der in den Bewässerungsanlagen gebundene Teil der Pro-

duktionsfaktoren nicht mehr einkommenswirksam wäre.⁴ In Abbildung 2 repräsentiert der Punkt $\mathbf{y} = (y_1^0, y_2^0)$ eine Situation mit geringem Bewässerungsumfang. Als Folge wird bei Dürre ein niedriges (y_1^0), bei ausreichend Regen hingegen hohes Einkommen (y_2^0) erzielt. Mit zunehmender Ausdehnung der bewässerten Fläche würde die einkommenswirksame Produktionsmenge und – bei Annahme gegebener Produktpreise – auch das zustandsabhängige Einkommen einer Transformationskurve folgen, wie sie in Abbildung 2 wiedergegeben ist: Mehr Bewässerung führt zu höherem Einkommen bei Dürre, während es bei Regen infolge der Bereitstellungskosten für die Beregnungskapazität sinkt. Die Bereitstellungskosten weisen eine Ähnlichkeit zu Versicherungsprämien auf, da sie unabhängig vom eintretenden Zustand anfallen und man sich damit die Möglichkeit erkaufte, im ungünstigen Fall (Dürre) kompensatorisch reagieren zu können.

Die Transformationskurve repräsentiert verschiedene Kombinationen zustandsabhängiger Outputs und impliziert damit eine Output-Substitutionalität, deren explizite Berücksichtigung das Spezifikum des Ansatzes ist und ihn von üblichen Produktionsfunktionsanalysen unterscheidet (QUIGGIN und CHAMBERS, 2004:

Abbildung 2. Zustandsabhängiges Einkommen und optimales Produktionsprogramm



Quelle: eigene Darstellung

³ In dieser Form beschreibt Gleichung (7) eine Einprodukt-technologie

⁴ Das wäre beispielsweise der Fall, wenn zur Finanzierung der Bewässerungsanlagen ein Teil der Fläche verkauft würde oder bei Fremdfinanzierung ein Teil der Produktion zur Begleichung des Kapitaldienstes herangezogen werden müsste und deshalb nicht mehr einkommenswirksam wäre.

236). Bezieht sich die Analyse auf Kostenfunktionen anstelle von Produktionsfunktionen, so gilt die Substitutionalität für die zustandsabhängigen Inputs.

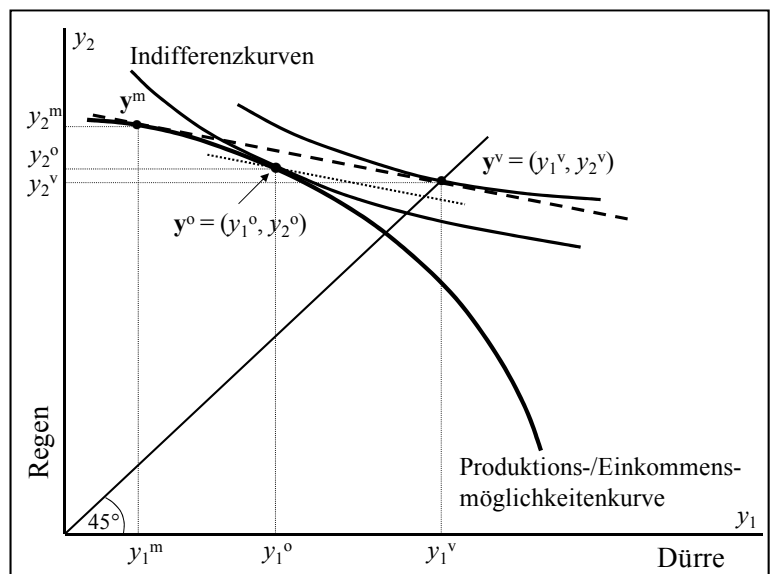
Für den Entscheidungsträger gelte als Zielfunktion wieder die Maximierung des Erwartungsnutzens gemäß (1), in Abbildung 2 repräsentiert durch die Nutzenindifferenzkurve. Die optimale Kombination zustandsabhängiger Einkommen ist dann durch deren Berührungspunkt mit der Einkommensmöglichkeitenkurve $y=(y_1^0, y_2^0)$ gegeben. An dieser Stelle entspricht die Grenzrate der Substitution zwischen den zustandsabhängigen Einkommen dem Absolutbetrag der Steigung der Indifferenzkurve gemäß (3). Wie in Abbildung 1 kennzeichnet der Schnittpunkt der Nutzenindifferenzlinie durch $y=(y_1^0, y_2^0)$ mit der 45°-Linie das Sicherheitsäquivalent (SA). Gemäß den vorhergehenden Ausführungen entspricht an dieser Stelle die Steigung der Indifferenzkurve dem Verhältnis der Zustandswahrscheinlichkeiten π_1/π_2 , das seinerseits wiederum die Steigung der fairen Tauschlinie repräsentiert, auf der alle Kombinationen zustandsabhängiger Einkommen liegen, die zum selben Erwartungswert $E(y)$ führen. Letzterer ist in Abbildung 2 durch den Schnittpunkt der fairen Tauschlinie mit der Diagonale wiedergegeben. Die Differenz $E(y)$ -SA kennzeichnet somit die Risikoprämie.

Betrachten wir nunmehr wiederum die Möglichkeit des Abschlusses einer Versicherung, die gegen Zahlung der fairen Prämie bei Dürre – d.h. im Zustand z_1 – eine Zahlung leistet. Eine derartige Versicherung hat Charakter einer sog. Ertragsschaden- oder Ertragsausfallversicherung, wie sie beispielsweise in den USA oder Spanien angeboten (vgl. BERG, 2002; MEUWISSEN et al., 2003; WEBER et al., 2008) und zur Zeit auch hierzulande vermehrt diskutiert werden (vgl. u.a. BERG, 2002; BREUSTEDT, 2004; WEBER et al., 2008; HIRSCHAUER und MÜBHOFF, 2009). Gemäß den vorhergehenden Ausführungen würde der Versicherungsumfang so festgelegt, dass der Erwartungsnutzen maximal wird. Das würde zunächst die Vollversicherung des Produktionsprogramms im Punkt y^0 bedeuten und ein sicheres Einkommen in Höhe des Erwartungswertes $E(y)$ in Abbildung 2 garantieren.

Der Nutzen lässt sich indessen noch weiter erhöhen, wenn ein anderer Punkt auf der Transformationskurve gewählt wird (Abbildung 3). Dieser befindet sich dort, wo die Steigung der Transformationskurve

dem Verhältnis der Zustandswahrscheinlichkeiten π_1/π_2 entspricht, was am Punkt y^m der Fall ist. Wie aus Abbildung 3 zu ersehen, führt das auf ein höheres Nutzenniveau als die Vollversicherung des ursprünglichen Produktionsprogramms. Der gewählte Punkt auf der Einkommensmöglichkeitenkurve ist der, welcher den Erwartungswert des Markteinkommens y^m maximiert. Im Vergleich zur Ausgangssituation impliziert er ein riskanteres Produktionsprogramm. Im gewählten Beispiel bedeutet das weniger Beregnung und damit einen höheren Markterlös bei ausreichend Niederschlägen, während der geringe Markterlös bei Trockenheit durch die Versicherungsleistung kompensiert wird. Da die faire Prämie dem Erwartungswert der Versicherungsleistung entspricht, ist das Gesamteinkommen $y^v = (y_1^v, y_2^v)$ unabhängig vom eintretenden Zustand gleich dem Erwartungswert des Markteinkommens. Letzteres trifft zu bei Vollversicherung, die bei fairer Prämie von jedem risikoaversen Entscheidungsträger gewählt würde. Bei einem prozentualen Aufschlag auf die faire Prämie, wie er allgemein üblich ist, würde in Analogie zu den vorhergehenden Ableitungen die Versicherungsgerade steiler verlaufen als die faire Tauschlinie, was c.p. zu einer partiellen Versicherung und einem etwas risikoärmeren Produktionsprogramm führen würde (vgl. BERG und KRÄMER, 2008: 152ff.). In Abbildung 3 würde dieses durch einen Punkt auf der Einkommensmöglichkeitenkurve repräsentiert, der zwischen y^0 und y^m liegt. Der dargestellte Zusammenhang von Produktionsentscheidungen und Entscheidungen über den

Abbildung 3. Optimales Produktionsprogramm mit Abschluss einer Versicherung



Quelle: eigene Darstellung

Einsatz von Instrumenten des Risikomanagements (hier einer Versicherung) zeigt, dass diese Bereiche stets simultan betrachtet werden müssen.

Erweitert man die obige Betrachtung auf mehrere Produkte und eine größere Zahl von Zuständen, so lässt sich das skizzierte Entscheidungsproblem als Optimierungsproblem unter Nebenbedingungen formulieren:

$$\begin{aligned} & \max_{\mathbf{x}} \left\{ U = \sum_s \pi_s u(y_s) \right\} \\ & \text{mit} \\ (9) \quad & y_s = \mathbf{z}_s \mathbf{p} - k_s(\mathbf{x}) \\ & \text{unter den Nebenbedingungen} \\ & T(\mathbf{z}_s, \mathbf{x}) \leq 0 \quad s \in \Omega \\ & \mathbf{x} \geq 0 \end{aligned}$$

Dabei ist $\mathbf{z}_s$ der Vektor den Produktionsmengen in Zustand s , $\mathbf{p}$ der Vektor der als deterministisch angenommenen Produktpreise und $k_s(\mathbf{x})$ eine Kostenfunktion, die ebenfalls zustandsabhängig ist. $T(\mathbf{z}_s, \mathbf{x})$ kennzeichnet die Produktionsmöglichkeiten für ein fixes Bündel an Produktionsfaktoren. Der Vektor $\mathbf{x}$ repräsentiert die Instrumentvariablen in Form von Aktivitäten, die für eine korrekte Abbildung des Entscheidungsproblem (teilweise) zustandsabhängig formuliert sein müssen.

4 Zustandsabhängiger Ansatz und mathematische Programmierung

Optimierungsprobleme unter Nebenbedingungen werden zumeist mit Methoden der mathematischen Programmierung gelöst, die in unterschiedlichen Formen Eingang in die entscheidungsorientierte Forschung gefunden hat. Dazu zählt die (deterministische) lineare Programmierung als Ausgangsmodell sowie verschiedene Erweiterungen mit dem Ziel der Berücksichtigung unsicherer Erwartungen, darunter der Erwartungswert-Varianz-Ansatz, der auf HAZELL (1971) zurückgehende MOTAD-Ansatz als lineare Alternative dazu sowie die direkte Maximierung des Erwartungsnutzens (vgl. HARDAKER et al., 1991, 2004; HAZELL und NORTON, 1986; LAMBERT und MCCARL, 1985).

Da das Konzept von CHAMBERS und QUIGGIN von diskreten Zuständen ausgeht, die wiederum in diskreten Nebenbedingungen ihren Niederschlag finden (s. Gleichung 9), erscheint die mathematische Programmierung aufgrund ihrer spezifischen Eigen-

schaften als naheliegende Methode zur empirischen Umsetzung des zustandsabhängigen Ansatzes. Das gilt naturgemäß für die Herleitung normativer Gestaltungsempfehlungen auf betrieblicher Ebene, die von jeher die Domäne mathematischer Programmierungsmodelle bilden. In zunehmendem Maße wird die mathematische Programmierung – teilweise in Kombination mit ökonometrischen Methoden – mittlerweile auch für die positive Analyse eingesetzt.⁵ Auch die eingangs erwähnte Untersuchung von ADAMSON et al. (2007), die einen zustandsabhängigen Ansatz mittels Linearer Programmierung implementiert, dient letztlich der der positiven Analyse. Aus diesem Grund werden nachfolgend die hinter diesen Ansätzen stehenden Grundkonzepte näher beleuchtet, wobei der Bezug zum zustandsabhängigen Ansatz im Vordergrund steht.

4.1 Das lineare Programmierungsmodell als Basis

Ausgangspunkt der nachfolgenden Überlegungen bildet das lineare Programmierungsmodell (LP). Im Kontext unsicherer Erwartungen bildet dieser Ansatz die Maximierung des erwarteten Gewinns gemäß folgender Formulierung ab:

$$\begin{aligned} & \max_{\mathbf{x}} \left\{ E(G) = \mathbf{c}'\mathbf{x} - f \right\} \\ (10) \quad & \text{unter den Nebenbedingungen} \\ & \mathbf{A} \mathbf{x} \leq \mathbf{b} \quad \text{und} \\ & \mathbf{x} \geq 0 \end{aligned}$$

Dabei ist $E(G)$ der Erwartungswert des Gewinns als Zielgröße, $\mathbf{c}$ ist der $n \times 1$ -Vektor der erwarteten Deckungsbeiträge der Aktivitäten und $\mathbf{x}$ repräsentiert den $n \times 1$ -Vektor der Aktivitätsumfänge. Die Fixkosten f sind der Vollständigkeit halber mit erfasst, obgleich sie keinen Einfluss auf die Lösung des Optimierungsproblems haben. Die Aktivitätsumfänge werden durch den $m \times 1$ -Vektor $\mathbf{b}$ der verfügbaren Ressourcen begrenzt. Die erste Nebenbedingung stellt sicher, dass die Summe der Ansprüche der Aktivitäten die verfügbaren Ressourcen nicht überschreiten, während die zweite die Nichtnegativitätsbedingung für Aktivitätsumfänge wiedergibt.

⁵ Als Beispiele dafür lassen sich die für die Sektoranalyse konzipierten Modellsysteme CAPRI (BRITZ, 2008), DREMFIA (LEHTONEN et al., 2007) oder FAMOS (SCHMID et al., 2008) anführen, die mathematische Programmierungsmodelle auf Regions- bzw. Betriebsgruppenebene enthalten.

Die $n \times m$ Matrix $\mathbf{A}$ enthält die technischen Koeffizienten und bildet damit gemeinsam mit den Zielbeiträgen $\mathbf{c}$ der Aktivitäten die Technologie in Form linear-limitationaler Prozesse ab. Berücksichtigt man, dass die Zielbeiträge unsicher sind und von den möglichen (diskreten) Zuständen der Welt abhängen, dann gilt die Beziehung

$$(11) \mathbf{c} = \boldsymbol{\pi}' \mathbf{C}$$

wobei $\boldsymbol{\pi}$ ein $s \times 1$ -Vektor der Zustandswahrscheinlichkeiten ist und $\mathbf{C}$ die $s \times n$ -Matrix der Zielbeiträge jeder Aktivität (Spalte) in Abhängigkeit vom jeweiligen Zustand (Zeile) repräsentiert. Die Zielbeiträge $\mathbf{c}$ lassen sich somit als Erwartungswerte interpretieren (vgl. HARDAKER et al., 1991). Die stochastische Natur der Produktionsergebnisse wird damit zwar grundsätzlich beachtet, allerdings ohne explizite Berücksichtigung ihrer Zustandsabhängigkeit. Außerdem impliziert die Zielfunktion risikoneutrales Verhalten des Entscheidungsträgers.

4.2 Nichtlineare Optimierung nach dem Erwartungswert-Varianz-Ansatz

Die wohl bekannteste Erweiterung des oben dargestellten linearen Programmierungsmodells zur Erfassung risikoaversen Verhaltens ist der auf MARKOVITZ zurückgehende Erwartungswert-Varianz-Ansatz. Dieser maximiert letztlich das Sicherheitsäquivalent (SA) gemäß der Approximation nach PRATT (vgl. ROBISON und BARRY, 1987: 34):

$$(12) \quad \begin{aligned} SA &\approx E(G) - \frac{1}{2} R[E(G)] Var(G), \\ \text{mit } R[G] &= \frac{-U''(G)}{U'(G)} \end{aligned}$$

Dabei kennzeichnen $E(\cdot)$ und $Var(\cdot)$ den Erwartungswert- bzw. den Varianzoperator, während $R[\cdot]$ die absolute Risikoaversionfunktion repräsentiert. Bei Annahme konstanter *absoluter* Risikoaversion, d.h. einer Exponentialfunktion als Risikonutzenfunktion, ergibt sich danach das Sicherheitsäquivalent als

$$(13) \quad SA = E(G) - \frac{\lambda}{2} Var(G),$$

wobei λ den Grad der absoluten Risikoaversion repräsentiert (vgl. BERG, 2002: 113). Das Optimierungsproblem kann damit folgendermaßen formuliert werden:

$$\max_{\mathbf{x}} \left\{ SA = E(G) - \frac{\lambda}{2} Var(G) \right\}$$

mit

$$(14) \quad SA = \mathbf{E}(\mathbf{c})' \mathbf{x} - f - \frac{\lambda}{2} \mathbf{x}' \mathbf{V} \mathbf{x}$$

unter den Nebenbedingungen

$$\mathbf{A} \mathbf{x} \leq \mathbf{b} \quad \text{und}$$

$$\mathbf{x} \geq 0$$

Dabei ist $\mathbf{E}(\mathbf{c})$ der $n \times 1$ -Vektor der erwarteten Zielbeiträge der Aktivitäten und $\mathbf{V}$ repräsentiert deren $n \times n$ -Kovarianz-Matrix. Die obige Formulierung stellt ein nichtlineares Optimierungsproblem dar. Durch wiederholte Lösung unter Variation des Risikoaversionsparameters λ lässt sich der EV-effiziente Rand erzeugen.

Die Abbildung der Technologie ist beim LP- und EV-Modell weitgehend identisch. Dies folgt aus der Tatsache, dass die Kovarianz-Matrix $\mathbf{V}$ mit der Matrix $\mathbf{C}$ der zustandsabhängigen Zielbeiträge über folgende Beziehung verbunden ist (HARDAKER et al., 2004: 194):

$$(15) \quad \mathbf{V} = \mathbf{F}' \boldsymbol{\Pi} \mathbf{F}, \quad \text{wobei } \mathbf{F} = \mathbf{C} - \mathbf{1} \mathbf{c}'$$

Dabei ist $\mathbf{F}$ eine $s \times n$ -Matrix der Abweichungen der zustandsabhängigen Zielbeiträge von ihren jeweiligen Erwartungswerten und $\mathbf{1}$ ist als $s \times 1$ -Vektor von Einsen definiert. Die $s \times s$ -Matrix $\boldsymbol{\Pi}$ enthält die Zustandswahrscheinlichkeiten auf der Hauptdiagonalen und ansonsten Nullen. Wie im LP-Ansatz erfolgt auch hier keine explizite Berücksichtigung der Zustandsabhängigkeit.

4.3 Direkte Maximierung des Erwartungsnutzens

Erweitert man die Modellrestriktionen um eine Anzahl diskreter Zustände der Welt, dann lässt sich mittels nichtlinearer Optimierung der Erwartungswert des Risikonutzens unmittelbar maximieren, wie LAMBERT und MCCARL (1985) gezeigt haben:

$$\max_{\mathbf{x}} \{ E(U) = \boldsymbol{\pi}' \mathbf{U}(\mathbf{g}) \}$$

unter den Nebenbedingungen

$$(16) \quad \mathbf{A} \mathbf{x} \leq \mathbf{b}$$

$$\mathbf{C} \mathbf{x} - \mathbf{1} \mathbf{g} = \mathbf{1} f \quad \text{und}$$

$$\mathbf{x} \geq 0$$

Hierbei repräsentiert $U(\cdot)$ die Risikonutzenfunktion, $\mathbf{g}$ ist der $s \times 1$ -Vektor der Gewinne in den verschiedenen Zuständen der Welt und π kennzeichnet den $s \times 1$ -Vektor der Zustandswahrscheinlichkeiten. $\mathbf{C}$ ist die $s \times n$ -Matrix der zustandsabhängigen Deckungsbeiträge und $\mathbf{I}$ eine $s \times s$ -Einheitsmatrix.

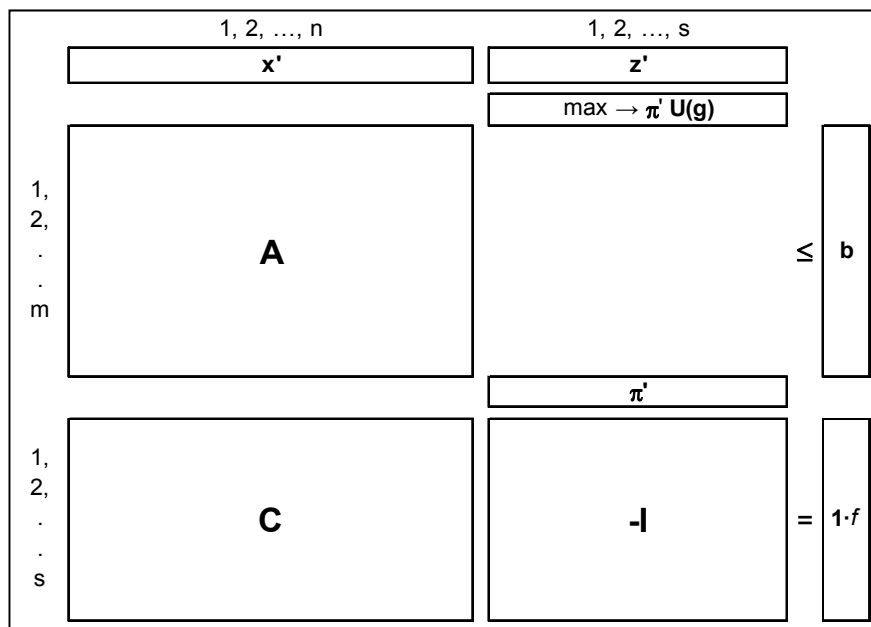
Die Produktionstechnologie ist in dieser Modellformulierung durch die Aktivitäten mit den zugehörigen Koeffizienten in den Matrizen $\mathbf{A}$ und $\mathbf{C}$ definiert. Da nunmehr die verschiedenen Zustände der Welt explizit berücksichtigt sind, erlaubt das Modell im Grundsatz die Formulierung einer zustandsabhängigen Technologie, was allerdings eine dementsprechende Definition von Aktivitäten und Restriktionen voraussetzt.

Die schematische Darstellung des Optimierungstableaus in Abbildung 4 verdeutlicht die oben skizzierten Zusammenhänge. Die erste Spalte des Tableaus enthält den Vektor der Aktivitätsniveaus $\mathbf{x}$ sowie die Matrizen $\mathbf{A}$ und $\mathbf{C}$. Die zweite Spalte repräsentiert die Berechnung der zustandsabhängigen Einkommen $\mathbf{z}$ aus der Beziehung $\mathbf{C}\mathbf{x} - \mathbf{I}\mathbf{g} = \mathbf{1}f$.

Bei Abbildung einer zustandsabhängigen Technologie setzt sich die Matrix $\mathbf{A}$ aus Teilmatrizen $\mathbf{A}_{ij}$ zusammen, wie in Abbildung 5 wiedergegeben. Der Teilvektor $\mathbf{x}_0$ repräsentiert dabei die zustandsunabhängigen Aktivitäten und $\mathbf{b}_0$ kennzeichnet die zustandsunabhängigen Restriktionen. Die Teilvektoren $\mathbf{x}_j$, ($j=1,2,\dots,s$) enthalten diejenigen Aktivitäten, die zustandsabhängig formuliert sind. Diese sind über die Teilmatrizen $\mathbf{A}_{0j}$, ($j=1,2,\dots,s$) mit den zustandsunabhängigen Restriktionen und über die Diagonalblöcke $\mathbf{A}_{jj}$, ($j=1,2,\dots,s$) mit den zustandsabhängigen Restriktionen verknüpft. Auch die zu-

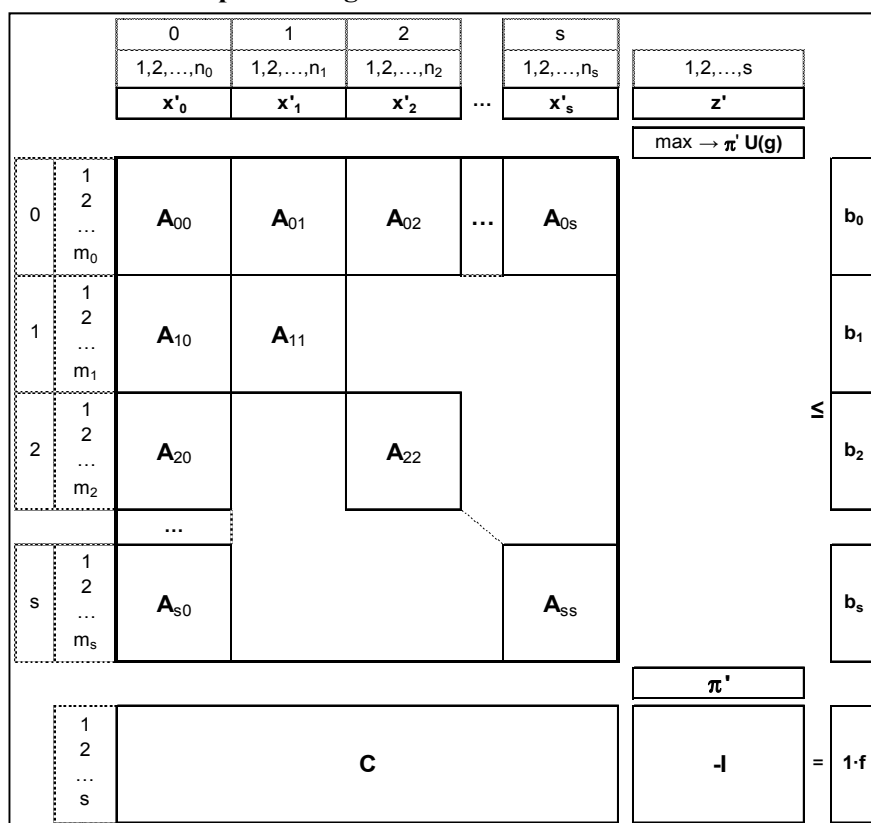
standsunabhängigen Aktivitäten $\mathbf{x}_0$ können Beziehungen zu den zustandsabhängigen Restriktionen $\mathbf{b}_i$, ($i=1,2,\dots,s$) aufweisen, die in den Teilmatrizen $\mathbf{A}_{i0}$, ($j=1,2,\dots,s$) enthalten sind.

Abbildung 4. Optimierungstableau des Erwartungsnutzenmodells



Quelle: eigene Darstellung

Abbildung 5. Zustandsabhängige Formulierung des Optimierungstableaus



Quelle: eigene Darstellung

Damit lässt sich das Optimierungsproblem in zustandsabhängiger Formulierung folgendermaßen zusammenfassen:

$$\begin{aligned} & \max_{\mathbf{x}} \{ E(U) = \pi' \mathbf{U}(\mathbf{g}) \} \\ & \text{unter den Nebenbedingungen} \\ (17) \quad & \sum_{j=0}^k \mathbf{A}_{ij} \mathbf{x} \leq \mathbf{b}_i, \quad i = 0, 1, 2, \dots, s \\ & \mathbf{C} \mathbf{x} - \mathbf{I} \mathbf{g} = \mathbf{1} f \quad \text{und} \\ & \mathbf{x} \geq 0 \end{aligned}$$

Die Produktionstechnologie ist nunmehr durch die Aktivitäten mit den zugehörigen Koeffizienten in den Matrizen $\mathbf{A}_{ij}$ sowie $\mathbf{C}$ definiert. Die diesbezüglichen Nebenbedingungen stellen eine Spezifikation der in (9) enthaltenen allgemeinen Formulierung der Produktionsmöglichkeiten $T(\mathbf{z}_s, \mathbf{x})$ dar.

5 Verdeutlichung des Ansatzes anhand eines Beispiels

Nachfolgend sollen die Eigenheiten des Ansatzes anhand eines Beispiels veranschaulicht werden. Dazu wird ein stark vereinfachtes Modell eines Ackerbaubetriebs herangezogen, dessen Produktionsmöglichkeiten den Anbau von Winterweizen, Wintergerste, Kartoffeln und Zwiebeln umfassen. Kartoffeln und Zwiebeln können bei Bedarf beregnet werden, wobei die Beregnungskapazität insgesamt begrenzt ist.⁶ Zur Verdeutlichung der Unterschiede zwischen den Ansätzen wird das Modell, ausgehend von derselben Datenbasis, auf verschiedene Weisen formuliert: zunächst als lineares Programmierungsmodell auf der

Basis von Erwartungswerten, sodann als Erwartungswert-Varianz-Ansatz und schließlich als Erwartungsnutzen-Ansatz mit und ohne zustandsabhängige Aktivitäten.

5.1 Ausgangsdaten und Basismodell

Die Zustände der Welt werden nach Maßgabe der Niederschlagsmengen während der Vegetationsperiode gebildet. Aus Vereinfachungsgründen werden lediglich vier Zustände unterschieden, die ein nasses Jahr (S_1), eines mit mittleren Niederschlägen (S_2), ein trockenes Jahr (S_3) sowie ein Dürrejahr (S_4) repräsentieren. In Tabelle 1 sind die Erträge der Feldfrüchte für die einzelnen Zustände der Welt wiedergegeben. Bei Kartoffeln und Zwiebeln werden in den Beregnungsvarianten die in der letzten Spalte der Tabelle angegebenen Wassermengen appliziert. Mit Hilfe der Zustandswahrscheinlichkeiten (π_i) lassen sich die Erwartungswerte der Erträge in der letzten Zeile der Tabelle errechnen.

Unter Zugrundelegung der in Tabelle 2 wiedergegebenen Preise und variablen Kosten errechnen sich aus den Erträgen die zustandsabhängigen Deckungsbeiträge der Produktionsaktivitäten sowie deren Erwartungswerte und Standardabweichungen. Bei den Beregnungsvarianten wurden dabei die in der letzten Spalte von Tabelle 2 wiedergegebenen zustandsabhängigen variablen Kosten der Beregnung in Ansatz gebracht. Sie entsprechen 2 €/mm Beregnung. Die Deckungsbeiträge lassen erkennen, dass Kartoffeln und Zwiebeln besonders empfindlich auf Niederschlagsdefizite reagieren. Entsprechend deutlich lässt sich durch Beregnung die Standardabweichung der betreffenden Deckungsbeiträge verringern.

Tabelle 1. Zustandsabhängige Erträge und Beregnungsmengen

	Wahrscheinlichkeit	Winterweizen	Wintergerste	Kartoffeln ohne Beregnung	Kartoffeln beregnet	Zwiebeln ohne Beregnung	Zwiebeln beregnet	Beregnungsmenge
Zustände der Welt	π	Erträge dt/ha						mm
S_1 Nass	0,20	78,2	79,2	650,0	650,0	427,5	427,5	0
S_2 Mittel	0,50	92,0	88,0	520,0	585,0	451,3	475,0	90
S_3 Trocken	0,20	73,6	74,8	195,0	552,5	190,0	427,5	250
S_4 Dürre	0,10	36,8	44,0	130,0	520,0	95,0	380,0	350
Erwartungswerte		80,0	79,2	442,0	585,0	358,6	446,5	130

Quelle: eigene Berechnungen

⁶ Die Daten des Beispiels beruhen auf plausiblen Annahmen. Als Informationsquellen für deren Herleitung dienten Beratungsunterlagen der Landwirtschaftskammer NRW, ergänzt durch Expertenschätzungen.

Tabelle 3 repräsentiert den Standardansatz der linearen Programmierung auf Basis der Erwartungswerte. Dabei wurde angenommen, dass der Betrieb über 240 ha Ackerfläche verfügt und insgesamt 6 000 Akh für termingebundene Arbeiten zur Verfü-

Tabelle 2. Zustandsabhängige Deckungsbeiträge

	Wahr- schein- lichkeit	Winter- weizen	Winter- gerste	Kartoffeln ohne Beregnung	Kartoffeln beregnert	Zwiebeln ohne Beregnung	Zwiebeln beregnert	Variable Kosten der Beregnung ²⁾
Zustände der Welt	π	Deckungsbeiträge €/ha						€/ha
S ₁ Nass	0,20	488,40	471,20	2 725,00	2 725,00	2 488,75	2 488,75	0,00
S ₂ Mittel	0,50	654,00	568,00	1 880,00	2 122,50	2 738,13	2 807,50	180,00
S ₃ Trocken	0,20	433,20	422,80	-232,50	1 591,25	-5,00	1 988,75	500,00
S ₄ Dürre	0,10	-8,40	84,00	-655,00	1 180,00	-1 002,50	1 290,00	700,00
Erwartungswerte		510,48	471,20	1 373,00	2 042,50	1 765,56	2 428,25	260,00
Standardabweichungen		196,25	141,94	1 192,02	459,87	1 403,83	490,76	218,17
Preise €/dt		12,00	11,00	6,50	6,50	10,50	10,50	
Variable Kosten €/ha ¹⁾		450,00	400,00	1 500,00	1 500,00	2 000,00	2 000,00	

¹⁾ ohne Kosten der Beregnung; ²⁾ bei 2 €/mm Beregnung

Quelle: eigene Berechnungen

Tabelle 3. Lineares Programmierungstableau auf der Basis von Erwartungswerten für den Beispielsbetrieb

	Bereitstellung von Beregnungs- kapazität (ha)	Winterweizen (ha)	Wintergerste (ha)	Kartoffeln ohne Beregnung (ha)	Kartoffeln mit Beregnung (ha)	Zwiebeln ohne Beregnung (ha)	Zwiebeln mit Beregnung (ha)	Zeilenbedingung	Kapazitätsvektor (b)
Deckungsbeitrag max!	-350,00	510,48	471,20	1 373,00	2 042,50	1 765,56	2 428,25		
Ackerfläche (ha)		1	1	1	1	1	1	$\leq$	240
Arbeit (Akh/Jahr)		11	10	25	33	30	38	$\leq$	6 000
Weizen max. 50 %		0,5	-0,5	-0,5	-0,5	-0,5	-0,5	$\leq$	0
Gerste max. 67 %		-0,67	0,33	-0,67	-0,67	-0,67	-0,67	$\leq$	0
Kartoffeln max. 33 %		-0,33	-0,33	0,67	0,67	-0,33	-0,33	$\leq$	0
Zwiebeln max 33 %		-0,33	-0,33	-0,33	-0,33	0,67	0,67	$\leq$	0
Beregnungskapazität (ha)	-1				1		1	$\leq$	0

Quelle: eigene Berechnungen

gung stehen. Die weiteren Restriktionen begrenzen den Anbauumfang von Kartoffeln und Zwiebeln auf je ein Drittel und den von Gerste auf zwei Drittel der genutzten Ackerfläche. Weizen kann maximal die Hälfte der gesamten Anbaufläche ausmachen. Beregnungsanlagen werden durch entsprechende Investitionen bereitgestellt. Als Kostenannuität hierfür werden 350 €/ha in Ansatz gebracht.

Als Optimallösung (Tabelle 4) liefert dieses Modell ein Produktionsprogramm, bei dem Kartoffeln und Zwiebeln jeweils bis zur Fruchtfolgegrenze angebaut werden. Die restliche Fläche wird mit Winterweizen bestellt. Während die gesamten 79,2 ha Kartoffeln beregnert werden, trifft dies bei Zwiebeln nur für 14,1 ha zu, so dass insgesamt eine Beregnungskapazität für 93,3 ha bereitgestellt wird. Neben

den Fruchtfolgerestriktionen werden die Flächen- sowie die Arbeitskapazität voll genutzt. Die entsprechenden Betriebswerte (Schattenpreise) betragen 356 €/ha Ackerfläche sowie 39 €/Akh. Der erwartete Gesamtdeckungsbeitrag dieser Lösung liegt bei ca. 320 000 €. Über die zustandsabhängigen Kennwerte (siehe Tabelle 2) lässt sich auch die Standardabweichung des Gesamtdeckungsbeitrags berechnen. Sie liegt bei 143 291 €, was einem Variationskoeffizienten von etwa 45 % entspricht.

5.2 Erwartungswert-Varianz-Ansatz

Das Standardmodell der linearen Programmierung lässt die Unsicherheit im Kern unberücksichtigt und ist damit nur für risikoneutrale Entscheider gültig. Zur Erfassung risikoaversen Verhaltens nach Maßgabe des

Tabelle 4. Optimallösung des Basismodells

Aktivitäten	Umfang	Grenzwert
Bereitstellung von Beregnungskapazität ha	93,3	-
Winterweizen ha	81,6	-
Wintergerste ha	-	0,19
Kartoffeln ohne Beregnung ha	-	6,81
Kartoffeln mit Beregnung ha	79,2	-
Zwiebeln ohne Beregnung ha	65,1	-
Zwiebeln mit Beregnung ha	14,1	-
Restriktionen	Rest	Grenzwert
Ackerfläche ha	-	355,95
Arbeit Akh/Jahr	-	39,09
Weizen max. 50 % ha	38,4	-
Gerste max 67 % ha	160,8	-
Kartoffeln max. 33 % ha	-	322,13
Zwiebeln max. 33 % ha	-	512,45
Beregnungskapazität ha	-	350,00
Gesamtdeckungsbeitrag €/Jahr ^{*)}	319 943	(143 291)

^{*)} in Klammern Standardabweichung

Quelle: eigene Berechnungen

Erwartungswert-Varianz-Ansatzes ist das obige Modell um die Kovarianzmatrix der Zielbeiträge zu erweitern. Diese kann unter Verwendung von (15) aus den zustandsabhängigen Deckungsbeiträgen in Tabelle 2 bestimmt werden. Sie ist in Tabelle 5 wiedergegeben.

Aus der Zielfunktion der Maximierung des Gesamtdeckungsbeitrags im deterministischen Ansatz wird nun die Maximierung des Sicherheitsäquivalents des Gesamtdeckungsbeitrags gemäß PRATT's Approximation und unter Zugrundelegung konstanter absoluter Risikoaversion entsprechend Gleichung (13).

Ein Einfluss auf das Optimum besteht seitens dieser Größen somit nicht.⁷

5.3 Maximierung des Erwartungsnutzens

Zur Implementierung des Erwartungsnutzen-Ansatzes gemäß (16) und Abbildung 4 ist zunächst die Nutzenfunktion $U(z)$ zu spezifizieren. Analog zum Erwartungswert-Varianz-Ansatz (vgl. Abschnitt. 4.2) wird dabei von konstanter absoluter Risikoaversion ausgegangen, was eine Nutzenfunktion der Form

$$U(z) = 1 - e^{-\lambda z}$$

impliziert, in der λ den Grad der absoluten Risikoaversion repräsentiert. Der Erwartungsnutzen errechnet sich dann als

$$E(U) = \sum_{s=1}^S \pi_s (1 - e^{-\lambda z_s})$$

wobei die z_s die Gesamtdeckungsbeiträge in den diskreten Zuständen $s=1,2,\dots,S$ darstellen. Ohne zustandsabhängige Formulierung der Technologie entspricht die Matrix **A** des Erwartungsnutzen-Ansatzes der des deterministischen LP-Modells (Tabelle 3) und die Matrix **C** enthält die zustandsabhängigen Deckungsbeiträge aus Tabelle 2.

Zur Formulierung einer zustandsabhängigen Technologie ist die Matrix **A** entsprechend Abbildung 5 in Teilmatrizen für die einzelnen Zustände aufzuteilen. Die Zustände S_1 bis S_4 repräsentieren

Tabelle 5. Kovarianzmatrix der Deckungsbeiträge

	Winterweizen	Wintergerste	Kartoffeln ohne Beregnung	Kartoffeln mit Beregnung	Zwiebeln ohne Beregnung	Zwiebeln mit Beregnung
Winterweizen	38 515	27 785	160 455	54 455	237 593	92 802
Wintergerste	27 785	20 146	118 604	41 636	171 390	66 683
Kartoffeln ohne Beregnung	160 455	118 604	1 420 910	524 639	1 571 985	484 460
Kartoffeln mit Beregnung	54 455	41 636	524 639	211 477	536 156	161 267
Zwiebeln ohne Beregnung	237 593	171 390	1 571 985	536 156	1 970 734	663 880
Zwiebeln mit Beregnung	92 802	66 683	484 460	161 267	663 880	240 841

Quelle: eigene Berechnungen

In diesem Fall kann sich die Betrachtung auf den Deckungsbeitrag beschränken, da Fixkosten sowie produktionsunabhängige Transferleistungen – sofern sie als deterministisch angenommen werden – das Risikomaß „Varianz“ nicht beeinflussen und damit lediglich additiv auf das Sicherheitsäquivalent wirken.

⁷ Das wäre anders, wenn statt von konstanter *absoluter* Risikoaversion von konstanter *relativer* (und abnehmender absoluter) Risikoaversion ausgegangen würde, da in diesem Fall der Erwartungswert der Zielgröße in multiplikativer Beziehung zu deren Varianz steht (vgl. BERG, 2002: 113).

dabei unterschiedliche Niederschlagssituationen, die sich während der Vegetationsperiode beobachten lassen. In Abhängigkeit davon wird die Berechnungsmenge festgelegt, was im Modell durch die zustandsabhängigen Berechnungsaktivitäten berücksichtigt ist. Für den Beispielsbetrieb ist dabei zu berücksichtigen, dass eine Berechnung nur in den Zuständen S_2 bis S_4 erfolgt, wobei zustandsabhängig unterschiedliche Wassermengen appliziert werden. Die gesamte berechnete Fläche darf hierbei die über entsprechende Investitionen bereitgestellte Berechnungskapazität nicht überschreiten. Ebenso muss die Einhaltung der Arbeitsrestriktion in jedem Zustand gewährleistet sein. Aus diesen Überlegungen ergibt sich die in Tabelle 6 dargestellte Formulierung für die Koeffizientenmatrix **A** sowie die Matrix **C** der zustandsabhängigen Deckungs-

beiträge. Die zustandsabhängigen Aktivitäten kennzeichnen dabei die Konsequenzen der Berechnungsmaßnahmen, so dass die entsprechenden Koeffizienten in Matrix **C** die durch die Berechnung verursachten Deckungsbeitragsänderungen wiedergeben.

5.4 Vergleich der Optimierungsergebnisse

Die Lösung der Optimierungsprobleme erfolgte mittels Microsoft EXCEL unter Verwendung des Zusatzprogramms SOLVER. Der nachfolgende Vergleich der Optimierungsergebnisse dient der Verdeutlichung der Unterschiede zwischen den Ansätzen.

Tabelle 7 enthält die Modellergebnisse ohne und mit zustandsabhängiger Formulierung der Technologie für den Erwartungsnutzenansatz. Die Ergebnisse des Erwartungswert-Varianz-Ansatzes entsprechen weit-

Tabelle 6. Tableau des zustandsabhängigen Ansatzes zur Maximierung des Erwartungsnutzens für den Beispielsbetrieb

	Bereitstellung von Berechnungs- kapazität (ha)	Winterweizen (ha)	Wintergerste (ha)	Kartoffeln ohne Beregnung (ha)	Zwiebeln ohne Beregnung (ha)	S ₂ -Beregnung Kartoffeln (ha)	S ₂ -Beregnung Zwiebeln (ha)	S ₃ -Beregnung Kartoffeln (ha)	S ₃ -Beregnung Zwiebeln (ha)	S ₄ -Beregnung Kartoffeln (ha)	S ₄ -Beregnung Zwiebeln (ha)	Zeilenbedingung	Kapazitätsvektor (b)
Matrix A													
Ackerfläche (ha)		1	1	1	1							≤	240
Arbeit (AKhI/Jahr)		11	10	25	30							≤	6 000
Weizen max. 50 %		0,5	-0,5	-0,5	-0,5							≤	0
Gerste max. 67 %		-0,67	0,33	-0,67	-0,67							≤	0
Kartoffeln max. 33 %		-0,33	-0,33	0,67	-0,33							≤	0
Zwiebeln max 33 %		-0,33	-0,33	-0,33	0,67							≤	0
S ₂ -Arbeit (AKhI/Jahr)		11	10	25	30	8	8					≤	6 000
S ₂ -Beregnungskap. (ha)	-1					1	1					≤	0
S ₂ -Kartoffeln (ha)				-1		1						≤	0
S ₂ -Zwiebeln (ha)					-1		1					≤	0
S ₃ -Arbeit (AKhI/Jahr)		11	10	25	30			8	8			≤	6 000
S ₃ -Beregnungskap. (ha)	-1							1	1			≤	0
S ₃ -Kartoffeln (ha)				-1				1				≤	0
S ₃ -Zwiebeln (ha)					-1				1			≤	0
S ₄ -Arbeit (AKhI/Jahr)		11	10	25	30					8	8	≤	6 000
S ₄ -Beregnungskap. (ha)	-1									1	1	≤	0
S ₄ -Kartoffeln (ha)				-1						1		≤	0
S ₄ -Zwiebeln (ha)					-1						1	≤	0
Matrix C													
S ₁ -Deckungsbeitrag (€/ha)	-350,00	488,40	471,20	2 725,00	2 488,75								
S ₂ -Deckungsbeitrag (€/ha)	-350,00	654,00	568,00	1 880,00	2 738,13	242,50	69,38						
S ₃ -Deckungsbeitrag (€/ha)	-350,00	433,20	422,80	-232,50	-5,00			1 823,75	1 993,75				
S ₄ -Deckungsbeitrag (€/ha)	-350,00	-8,40	84,00	655,00	-1 002,50					1 835,00	2 292,50		

Quelle: eigene Berechnungen

Tabelle 7. Ergebnisse des Erwartungsnutzen-Modells

Risikoeinstellung		Risiko-neutralität	Risikoscheu *)		
			λ_1	λ_2	λ_3
ohne zustandsabhängige Formulierung der Technologie					
Winterweizen	ha	81,6	-	-	-
Wintergerste	ha	-	81,6	100,7	97,3
Kartoffeln insgesamt	ha	79,2	79,2	60,1	79,2
davon ohne Beregnung	ha	-	-	-	-
davon mit Beregnung	ha	79,2	79,2	60,1	79,2
Zwiebeln insgesamt	ha	79,2	79,2	79,2	63,5
davon ohne Beregnung	ha	65,1	54,9	-	-
davon mit Beregnung	ha	14,1	24,3	79,2	63,5
Begegnungskapazität	ha	93,3	103,5	139,3	142,7
Erwartungswert DB	€/Jahr	319 943	319 927	313 772	311 886
Standardabweichung DB	€/Jahr	143 291	130 136	74 712	74 679
zustandsabhängiger Ansatz					
Winterweizen	ha	81,6	-	-	-
Wintergerste	ha	-	81,6	90,4	97,3
Kartoffeln insgesamt	ha	79,2	79,2	70,4	79,2
davon berechnet in S ₂	ha	79,2	79,2	70,4	79,2
davon berechnet in S ₃	ha	14,1	24,3	40,8	79,2
davon berechnet in S ₄	ha	14,1	24,3	40,8	79,2
Zwiebeln insgesamt	ha	79,2	79,2	79,2	63,5
davon berechnet in S ₂	ha	14,1	24,3	49,6	63,5
davon berechnet in S ₃	ha	79,2	79,2	79,2	63,5
davon berechnet in S ₄	ha	79,2	79,2	79,2	63,5
Beregnungskapazität	ha	93,3	103,5	120,0	142,7
Erwartungswert DB	€/Jahr	325 134	324 305	319 449	311 886
Standardabweichung DB	€/Jahr	134 412	122 645	100 234	74 679

^{*)} $\lambda_1=1 \times 10^{-7}$; $\lambda_2=2 \times 10^{-6}$; $\lambda_3=3 \times 10^{-5}$.

Quelle: eigene Berechnungen

gehend denen des Erwartungsnutzenmodells *ohne* zustandsabhängige Formulierung der Technologie, weshalb auf ihre gesonderte Darstellung verzichtet wurde. Lediglich bei extremer Risikoscheu gibt es kleinere Unterschiede, die auf den Approximationsfehler des Sicherheitsäquivalents beim Erwartungswert-Varianz-Ansatz zurückzuführen sind.⁸

Bei Risikoneutralität entsprechen die Ergebnisse des Erwartungsnutzenansatzes ohne zustandsabhängige Formulierung der Technologie denen des deterministischen LP-Modells (Tabelle 4). Beim zustandsabhängigen Ansatz, dessen Ergebnisse im unteren Teil von Tabelle 7 wiedergegeben sind, unterscheiden sich hingegen die Beregnungsvarianten in Abhängigkeit vom jeweils eingetretenen Zustand: In Jahren mit mittlerer Niederschlagsmenge (S_2) werden die gesam-

ten 79,2 ha Kartoffeln und 14,1 ha Zwiebeln beregnet, was der nicht zustandsabhängigen Lösung entspricht. In trockenen (S_3) und Dürrejahre (S_4) hingegen werden Zwiebeln im Umfang der gesamten Anbaufläche von 79,2 ha und dafür Kartoffeln nur im Umfang von 14,1 ha beregnet. Die bereitgestellte und in den Jahren mit Niederschlagsdefiziten genutzte Beregnungskapazität beträgt in beiden Ansätzen 93,3 ha. Die Berücksichtigung zustandsabhängiger Entscheidungen beim zweiten Ansatz führt zu einer um ca. 5 000 € höheren Einkommenserwartung. Da gleichzeitig die Standardabweichung des Deckungsbeitrags um fast 9 000 € niedriger liegt, ist diese Strategie stochastisch dominant ersten Grades und würde damit von allen Entscheidungsträgern der zustandsunabhängigen vorgezogen.

Bei Risikoscheu erfolgt zunächst der Anbau von Wintergerste anstelle von Weizen, da letzterer etwas anfälliger gegenüber Trockenheit ist. Ferner wird mit

zunehmender Risikoaversion der insgesamt risikoreichere Hackfruchtanbau zugunsten des Getreides reduziert. Gleichzeitig wächst die bereitgestellte Beregnungskapazität, bis sie schließlich die gesamte Anbaufläche von Kartoffeln und Zwiebeln abdeckt. An diesem Punkt decken sich die Ergebnisse des zustandsabhängigen mit denen des zustandsunabhängigen Ansatzes, da zur Reduzierung der Ertragsvariabilität in allen Wassermangelsituationen die gesamte Fläche beregnet wird. Dazwischen unterscheiden sie sich dahingehend, dass beim zustandsabhängigen Ansatz die zusätzlich bereitgestellte Beregnungskapazität in S_2 für die Kartoffeln, in S_3 und S_4 dagegen für die Zwiebeln genutzt wird. Die größere Flexibilität schlägt sich in höheren Erwartungswerten und geringeren Standardabweichungen des Gesamtdeckungsbeitrags nieder.

In der Praxis besteht die Möglichkeit, über die Beregnung nach Maßgabe des jeweils beobachteten Wasserdefizits – d.h. zustandsabhängig – zu entscheiden. Bleibt diese Möglichkeit in Planungsmodellen unberücksichtigt, dann wird das ökonomische Poten-

⁸ Die Berechnung des Sicherheitsäquivalents gemäß (12) ist eine Approximation, sofern die Ergebnisse nicht normalverteilt sind; die im Modell unterstellten Erträge und Deckungsbeiträge sind vor allem bei den Beregnungsvarianten nicht normalverteilt.

tial der Berechnung systematisch unterschätzt. Der zustandsabhängige Ansatz führt somit zu einer realitätsnäheren Abbildung der Entscheidungssituation. Diese Aussage gilt für alle Entscheidungssituationen, in denen auf das Eintreten unsicherer Ereignisse reagiert werden kann. Maßgeblich ist dabei, dass die Berücksichtigung dieser Reaktionsmöglichkeit auch die Entscheidungen beeinflusst, die vor Eintritt des ungewissen Ereignisses getroffen werden müssen. Im obigen Beispiel betrifft das die Investitionsentscheidung über die Bereitstellung der Bewässerungskapazität.

6 Schlussfolgerungen

Der zustandsabhängige Ansatz hat seine Stärke zunächst in der theoretischen Analyse aufgrund seiner machtvollen Möglichkeiten der Deduktion. Wegen der Komplexität des Ansatzes stellt seine Verwendung in der empirischen Forschung eine besondere Herausforderung dar, weshalb empirische Anwendungen bislang noch selten sind. Der vorliegende Beitrag zeigt, dass mathematische Programmierungsmodelle prinzipiell geeignet sind, Unsicherheit in zustandsabhängiger Form abzubilden. Bei entsprechender Formulierung erlaubt der Ansatz eine realitätsnähere Abbildung individueller Entscheidungsprozesse in allen Fällen, in denen flexibel auf das Eintreffen unbeeinflussbarer Zustände der Welt reagiert werden kann. Neben der Bewässerung trifft das in der pflanzlichen Erzeugung beispielsweise auch für die Herleitung von Pflanzenschutz- und Düngungsstrategien zu. In der Tierproduktion sind vor allem Reproduktionsentscheidungen sowie das Gesundheits- und Fütterungsmanagement zu nennen. Ferner lassen sich spezifische Instrumente des Risikomanagements, wie Versicherungen, Wetterderivate oder die Absicherung gegen Preisschwankungen mittels Terminkontrakten in den Ansatz integrieren. Die Stärke des Ansatzes liegt dabei in der expliziten Erfassung der Interdependenzen innerhalb und zwischen zustandsabhängigen und zustandsunabhängigen Aktivitäten.

Auch in der positiven Analyse auf der Basis regionaler oder sektoraler Modelle gewinnt die Erfassung des Einflusses der Unsicherheit zunehmend an Bedeutung. Sofern hierfür aktivitätsanalytische Ansätze Verwendung finden, eröffnet die zustandsabhängige Formulierung neue Möglichkeiten der Analyse, wie die Untersuchung von ADAMSON et al. (2007) zeigt. Darin kommt ein Modell auf der Basis von Regionshöfen zur Anwendung, dessen Schwerpunkt auf der Abbildung der Wassernutzung im Murray-Darling-

Fluss-System, einer der fruchtbarsten Gegenden Australiens, liegt. Die Verbindung zwischen den neunzehn Modellregionen bildet dabei die zustandsabhängige Wasserverfügbarkeit im Gesamtgebiet. Diese wiederum wird durch die Jahresniederschläge determiniert, was im Modell mittels dreier Zustände abgebildet wird, die jeweils ein normales, ein trockenes und ein nasses Jahr repräsentieren. Die zustandsabhängigen Aktivitäten bilden Produktionsverfahren mit unterschiedlichem Wasserbedarf, die teilweise zu Fruchtfolgen aggregiert sind, so dass der unterschiedliche Wasserbedarf letztlich auf variierenden Anbauanteilen besonders wasserbeanspruchender Kulturen (hier vor allem Baumwolle) beruht. Mit Hilfe des gewählten Modellansatzes lassen sich die Auswirkungen unterschiedlicher Politikoptionen zur Regulierung der Wassernutzung auf Landallokation und Einkommen sowie auf die regionale Verteilung des Wasserverbrauchs und der damit einhergehenden Bodenversalzung unter Berücksichtigung des Risikoverhaltens der Landwirte analysieren.

Angesichts wachsender Einkommensrisiken infolge der Marktliberalisierung und des Klimawandels sowie vor dem Hintergrund einer zukünftig abnehmenden Bedeutung der Direktzahlungen als risikolosen Einkommensbestandteilen werden derzeit auf EU-Ebene mögliche Politikoptionen zur Unterstützung des Risikomanagements diskutiert. Die modellbasierte Wirkungsanalyse derartiger Maßnahmen verlangt die explizite Erfassung sowohl der Unsicherheit als auch des Risikoverhaltens der Entscheidungsträger. Aktivitätsanalytische Modelle auf der Basis des zustandsabhängigen Ansatzes stellen hier eine vielversprechende Möglichkeit zur Erweiterung des analytischen Instrumentariums dar.

Den kritischen Punkt der Modellentwicklung stellt die Festlegung der diskreten Zustände dar. Während nämlich einerseits die Zahl der Zustände begrenzt werden muss, um Dimensionierungsprobleme zu vermeiden, muss andererseits gewährleistet sein, dass die Variabilität der Produktionsbedingungen noch hinreichend genau repräsentiert wird. Dazwischen gilt es, einen akzeptablen Kompromiss zu finden. Eine brauchbare Lösung für dieses Problem könnte in der folgenden Vorgehensweise bestehen: Zunächst bedarf es einer tiefen Datenanalyse, die in letzter Konsequenz Aufschluss über die zugrunde liegenden stochastischen Prozesse geben sollte. Auf deren Grundlage können dann durch stochastische Simulation Stichproben möglicher Zustände der Welt generiert werden, die Eingang in das mathematische Optimierungsmodell finden. Modellrechnungen mit

unterschiedlichen Stichproben von Zuständen können dann Aufschluss geben über die Sensitivität der Modellergebnisse, die wiederum die Grundlage bilden für die finale Festlegung der Anzahl zu berücksichtigender Zustände der Welt im jeweiligen Modell.

Literatur

- ADAMSON, T., T. MALLAWAARACHCHI and J. QUIGGIN (2007): Water use and salinity in the Murray–Darling Basin: A state-contingent model. In: *Australian Journal of Agricultural and Resource Economics* 51 (3): 263-281.
- ANDERSON, J.R., J.L. DILLON and J.B. HARDAKER (1977): *Agricultural Decision Analysis*. Iowa State University Press, Ames.
- ARROW, K. and G. DEBREU (1954): Existence of an Equilibrium for a Competitive Economy. In: *Econometrica* 22 (3): 265-290.
- BAMBERG, G. und A.G. COENENBERG (2006): *Betriebswirtschaftliche Entscheidungslehre*. 13. Auflage. Vahlen, München.
- BERG, E. (1997): Risk Response of Farmers to Changes in the European Agricultural Policy. In: Huirne, R.B.M., J.B. Hardaker und A.A. Dijkhuizen (eds.): *Risk Management Strategies in Agriculture, State of the Art and Future Perspectives*. Mansholt Studies 7. Mansholt Institute, Wageningen, NL: 285-295.
- (2002): Das System der Ernte- und Einkommensversicherungen in den USA - ein Modell für Europa? In: *Berichte über Landwirtschaft* 80 (1): 94-133.
- BERG, E. and J. KRÄMER (2008): Chapter 7 – Policy Options for Risk Management. In: Meuwissen, M.P.M., M.A.P.M. van Asseldonk und R.B.M. Huirne (eds.): *Income Stabilisation in European Agriculture: Design and Economic Impact of Risk Management Tools*. Wageningen Academic Publishers, Wageningen, NL: 143-167.
- BRITZ, W. (2008): Automated model linkages: the example of CAPRI. In: *Agrarwirtschaft* 57 (8): 363-367.
- BREUSTEDT, G. (2004): *Effiziente Reduktion des Produktionsrisikos im Ackerbau durch Ertragsversicherungen*. Dissertation, Universität Kiel.
- CHAMBERS, R.G. and J. QUIGGIN (2000): *Uncertainty, Production, Choice and Agency: The State-Contingent Approach*. Cambridge University Press, New York.
- (2002): The State-Contingent Properties of Stochastic Production Functions. In: *American Journal of Agricultural Economics* 84 (2): 513-526.
- (2004): Technological and Financial Approaches to Risk Management in Agriculture: an Integrated Approach. In: *Australian Journal of Agricultural and Resource Economics* 48 (2): 199-223.
- HANF, C.-H. (1991): *Entscheidungslehre – Einführung in Informationsbeschaffung, Planung und Entscheidung unter Unsicherheit*. 2. Auflage. Oldenbourg, München-Wien.
- HARDAKER, J.B., S. PANDEY and L.H. PATTEN (1991): Farm Planning under Uncertainty: A Review of Alternative Programming Models. In: *Review of Marketing and Agricultural Economics* 59 (1): 9-22.
- HARDAKER, J.B., R.B.M. HUIRNE, J.R. ANDERSON and G. LIEN (2004): *Coping with Risk in Agriculture*. 2nd edition. CABI Publishing, Wallingford, UK.
- HAZELL, P.B.R. (1971): A Linear Alternative to Quadratic and Semi-variance Programming for Farm Planning Under Uncertainty. In: *American Journal of Agricultural Economics* 53 (1): 53-62.
- HAZELL, P.B.R. and R.D. NORTON (1986): *Mathematical Programming for Economic Analysis in Agriculture*. MacMillan Publishing Co., New York.
- HIRSCHAUER, N. und O. MUBHOFF (2009): Risikomanagementinstrumente im Vergleich: Sollte man landwirtschaftliche Ernteversicherungen subventionieren? Gute alte Argumente in einem neuen Streit. In: Berg, E., M. Hartmann, T. Heckelei, K. Holm-Müller und G. Schiefer (Hrsg.): *Risiken in der Agrar- und Ernährungswirtschaft und ihre Bewältigung*. Schriften der Gesellschaft für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften des Landbaues e.V., Bd. 44. Landwirtschaftsverlag, Münster-Hiltrup: 113-126.
- HIRSHLEIFER, J. (1965): Investment Decision under Uncertainty: Choice-Theoretic Approaches. In: *Quarterly Journal of Economics* 79 (4): 509-536.
- HIRSHLEIFER, J. and J.G. RILEY (1992): *The Analytics of Uncertainty and Information*. Cambridge Surveys of Economic Literature. Cambridge University Press, Cambridge.
- LAMBERT, D.K. and B.A. MCCARL (1985): Risk Modeling Using Direct Solution of Nonlinear Approximations of the Utility Function. In: *American Journal of Agricultural Economics* 67 (4): 846-852.
- LAUX, H. (2007): *Entscheidungstheorie*, 7. Auflage. Springer, Berlin-Heidelberg-New York.
- LEHTONEN, H., I. BÄRLUND, S. TATTARI and M. HILDEN (2007): Combining dynamic economic analysis and environmental impact modelling: Addressing uncertainty and complexity of agricultural development. In: *Environmental Modelling & Software* 22 (5): 710-718.
- MEUWISSEN, M.P.M., R.B.M. HUIRNE and J.R. SKEES (2003): Income Insurance in European Agriculture. In: *Eurochoices* 2 (1): 12-16.
- O'DONNELL, C. and W.E. GRIFFITHS (2006): Estimating State-Contingent Production Frontiers. In: *American Journal of Agricultural Economics* 88 (1): 249-266.
- O'DONNELL, C., R.G. CHAMBERS and J. QUIGGIN (2010): Efficiency Analysis in the Presence of Uncertainty. In: *Journal of Productivity Analysis* 33 (1): 1-17.
- PRATT, J. (1964): Risk Aversion in the Small and in the Large. In: *Econometrica* 32 (1/2): 122-136.
- QUIGGIN, J. and R.G. CHAMBERS (2004): Drought Policy: a Graphical Analysis. In: *Australian Journal of Agricultural and Resource Economics* 48 (2): 225-251.
- RASMUSSEN, S. (2003): Criteria for Optimal Production under Uncertainty. The State-contingent Approach. In: *Australian Journal of Agricultural and Resource Economics* 47 (4): 447-476.
- RASMUSSEN, S. and K. KARANTININIS (2005): Estimating state-contingent production functions. Paper prepared for presentation at the XIth Congress of the European Association of Agricultural Economists (EAAE), Copenhagen 2005. Food & Resource Economics Institute, The Royal Veterinary & Agricultural University of Co-

penhagen (KVL), Copenhagen. Online at AgEcon Search, <http://ageconsearch.umn.edu/>.

ROBISON, L.J. and P.J. BARRY (1987): The Competitive Firm's Response to Risk. Macmillan, New York-London.

SCHMID, E., B. STÜRMER und F. SINABELL (2008): Modelanalysen von Optionen einer künftigen GAP in Österreich. Forschungsendbericht des Instituts für nachhaltige Wirtschaftsentwicklung, Universität für Bodenkultur Wien (BOKU) und des Österreichischen Instituts für Wirtschaftsforschung (WIFO), Wien.

WEBER, R., T. KRAUS, O. MUBHOFF, M. ODENING und I. RUST (2008): Risikomanagement mit indexbasierten Wetterversicherungen – Bedarfsgerechte Ausgestaltung und Zahlungsbereitschaft. In: Landwirtschaftliche Rentenbank (Hrsg.): Risikomanagement in der Landwirtschaft. Schriftenreihe Bd. 23, Frankfurt/Main: 9-52.

Danksagung

Der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) gebührt der Dank für die finanzielle Unterstützung der Arbeiten zu diesem Beitrag. Ferner bedanke ich mich bei zwei anonymen Gutachten für die hilfreichen Anmerkungen zu einer früheren Version des Artikels.

PROF. DR. ERNST BERG

Institut für Lebensmittel-und Ressourcenökonomik der Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn
Meckenheimer Allee 174, 53115 Bonn
E-Mail: E.Berg@uni-bonn.de