ECONSTOR
Make Your Publications Visible.

A Service of

ZBW Leibniz-Informationszentrum Wirtschaft
Leibniz Information Centre for Economics

Mußhoff, Oliver; Hirschauer, Norbert

Article

Optimierung unter Unsicherheit mit Hilfe stochastischer Simulation und Genetischer Algorithmen - dargestellt anhand der Optimierung des Produktionsprogramms eines Brandenburger Marktfruchtbetriebes -

Agrarwirtschaft: Zeitschrift für Betriebswirtschaft, Marktforschung und Agrarpolitik

Provided in Cooperation with:
Gesellschaft für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften des Landbaues e.V. (GEWISOLA)

Suggested Citation: Mußhoff, Oliver; Hirschauer, Norbert (2004) : Optimierung unter Unsicherheit mit Hilfe stochastischer Simulation und Genetischer Algorithmen - dargestellt anhand der Optimierung des Produktionsprogramms eines Brandenburger Marktfruchtbetriebes -, Agrarwirtschaft: Zeitschrift für Betriebswirtschaft, Marktforschung und Agrarpolitik, ISSN 0002-1121, Deutscher Fachverlag, Frankfurt a. M., Vol. 53, Iss. 7, pp. 264-279, https://doi.org/10.52825/gjae.v53i7.1601

This Version is available at:
https://hdl.handle.net/10419/304623

Standard-Nutzungsbedingungen:

Die Dokumente auf EconStor dürfen zu eigenen wissenschaftlichen Zwecken und zum Privatgebrauch gespeichert und kopiert werden.

Sie dürfen die Dokumente nicht für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, öffentlich zugänglich machen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Sofern die Verfasser die Dokumente unter Open-Content-Lizenzen (insbesondere CC-Lizenzen) zur Verfügung gestellt haben sollten, gelten abweichend von diesen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

Terms of use:

Documents in EconStor may be saved and copied for your personal and scholarly purposes.

You are not to copy documents for public or commercial purposes, to exhibit the documents publicly, to make them publicly available on the internet, or to distribute or otherwise use the documents in public.

If the documents have been made available under an Open Content Licence (especially Creative Commons Licences), you may exercise further usage rights as specified in the indicated licence.

WWW.ECONSTOR.EU

Mitglied der Leibniz-Gemeinschaft

Optimierung unter Unsicherheit mit Hilfe stochastischer Simulation und Genetischer Algorithmen – dargestellt anhand der Optimierung des Produktionsprogramms eines Brandenburger Marktfruchtbetriebes –

Optimization under uncertainty with stochastic simulation and genetic algorithms – case study for a crop farm in Brandenburg

Oliver Mußhoff und Norbert Hirschauer
Humboldt-Universität zu Berlin

Zusammenfassung

Bereits seit mehreren Jahrzehnten findet die Optimierung in der akademischen Lehre und Forschung starke Beachtung. Trotz der Breite potenzieller Anwendungsfelder gibt es jedoch einige methodische Schwierigkeiten. Das Hauptproblem besteht darin, die Unsicherheit, d.h. stochastische Prozesse von Zufallsvariablen inkl. ihrer Korrelationen, in realistischer Weise zu berücksichtigen. Der Handhabbarkeit wegen werden häufig Annahmen zugrunde gelegt, die bereits vorliegende bzw. beschaffbare stochastische Informationen nicht verwerten. In diesem Beitrag wird ein leicht handhabbares Verfahren zur Berücksichtigung stochastischer Informationen im Rahmen der Optimierung entwickelt. Dabei wird die stochastische Simulation mit Genetischen Algorithmen kombiniert. Am Beispiel der Bestimmung des optimalen Anbauprogramms für einen Brandenburger Marktfruchtbetrieb wird gezeigt, dass dieses Verfahren das Potenzial zur Verbesserung der Entscheidungsfindung hat. Bei den Beispielrechnungen wird Unsicherheit bzgl. der Einzeldeckungsbeiträge in Form stochastischer Prozesse und bzgl. der möglichen Feldarbeitstage in Form von Dreiecksverteilungen berücksichtigt. Den unterschiedlichen Risikoeinstellungen von Entscheidungsträgern wird über Variantenrechnungen Rechnung getragen. Die Modellergebnisse verdeutlichen, dass der Schätzung der „richtigen" Prozessart für die Deckungsbeiträge der einzelnen Produktionsverfahren eine große Bedeutung zukommt. Produktionsverfahren, deren Deckungsbeiträge stationären stochastischen Prozessen folgen, werden von risikoaversen Landwirten tendenziell eher in das Produktionsprogramm aufgenommen als wenn man fälschlicherweise von nicht-stationären Deckungsbeitragsentwicklungen ausgehen würde.

Schlüsselwörter

Optimierung; optimales Anbauprogramm; stochastische Simulation; Genetische Algorithmen; Unsicherheit; stochastische Prozesse

Abstract

Optimization has been recognized as a powerful tool in teaching and research for a long time. In spite of its well known problem solving capacity, some methodological obstacles have persisted over the years. The main problem is that stochastic variables and their correlations cannot be adequately accounted for within traditional optimization procedures. In this paper, we develop a methodological mix of stochastic simulation and a heuristic optimization procedure which has become known as genetic algorithms. The simulation-part of the mix allows for the consideration of complex information such as stochastic processes; the genetic algorithms-part ensures that the method remains manageable in terms of required time and resources. We demonstrate the decision support potential of the approach by optimizing the production program of a Brandenburg crop farm. We account for the risky environment by using existing stochastic information: on the one hand, we model man-days which are available in critical seasons (particularly harvesting) as triangular distributions according to expert estimations. On the other hand, we use empirical time series and estimate stochastic processes for the gross margins of different activities (wheat, barley etc.). Additionally, variant calculations are made in order to take into account different risk attitudes of decision-makers. Model results in terms of optimal production programs and expected total gross margins are highly sensitive both to the risk attitudes of decision-makers and the stochastic processes which are estimated for different activities.

Key words

optimization; optimal production program; stochastic simulation; genetic algorithms; uncertainty; stochastic processes

1. Einleitung

Optimierungsprobleme treten in vielen betriebswirtschaftlichen Planungssituationen auf und sind sowohl aus theoretischer wie auch aus praktischer Sicht von außerordentlichem Interesse. Wichtige Fragestellungen sind das Aufteilungsproblem (z.B. Bestimmung des optimalen Produktionsprogramms), das Mischungsproblem (z.B. Bestimmung der kostenminimalen Futtermittelration) sowie das Transportproblem (z.B. Bestimmung der minimalen Wegstrecke).

Wenn Entscheider die problemspezifischen Parameter, wie z.B. Preise für Outputs und Inputs, Erträge etc. sicher bestimmen könnten, wären die oben genannten Fragestellungen unter Rückgriff auf herkömmliche Optimierungsverfahren zu beantworten. Planung ist aufgrund ihrer Zukunftsbezogenheit aber mit Unsicherheit behaftet. Die zunehmende Liberalisierung der Märkte führt dazu, dass dem Risiko in der Unternehmensplanung künftig eine noch größere Bedeutung zukommen wird als bisher. Deterministische Modelle bzw. Modelle, die Planungsprobleme unter einwertigen Erwartungen zu lösen versuchen, werden deshalb immer mehr an Aussagekraft einbüßen. Die Ergebnisse solcher Planungen können allenfalls eine grobe Hilfestellung für praktische Entscheidungen sein.

In der Vergangenheit wurden bereits zahlreiche Versuche unternommen, Unsicherheit bei der Lösung von Optimie-

All rights reserved www.gjae-online.de

rungsproblemen zu berücksichtigen. Bei allen bislang vorgeschlagenen Modellansätzen kann Unsicherheit aber nur sehr rudimentär oder stark vereinfacht abgebildet werden. Oftmals werden einfach diskrete Verteilungsinformationen berücksichtigt, indem das Optimierungsproblem wiederholt für jeweils *eine* Realisation von Zufallsvariablen gelöst wird. In Anbetracht des damit verbundenen hohen „manuellen" Arbeitsaufwandes lassen sich so jedoch nur eine geringe Anzahl an Zufallsvariablen und nur wenige Ausprägungen berücksichtigen. Praktische Anwendungen beschränken sich i.d.R. auf die Berechnung eines Worst-, Base- und Best-Case-Szenarios ohne explizite Nutzung von Verteilungsinformationen.

Mit Blick auf eine möglichst realitätsgetreue Modellierung der zukünftigen Wertentwicklung von Zufallsvariablen gewinnen stochastische Prozesse zunehmend an Beachtung. Der Begriff „stochastischer Prozess" impliziert, dass man Annahmen über die zukünftigen Wahrscheinlichkeitsverteilungen von Zufallsvariablen zu verschiedenen zukünftigen Zeitpunkten trifft. Mittels Zeitreihenanalyse kann aus entsprechend langen empirischen Zeitreihen die Art des „richtigen" bzw. „besten" stochastischen Prozesses identifiziert werden. Bislang wurde davon im Zusammenhang mit der Optimierung im landwirtschaftlichen Bereich kein Gebrauch gemacht. Der Hauptgrund ist wohl darin zu sehen, dass viele der u.U. sehr komplexen stochastischen Prozesse im Rahmen klassischer Optimierungsverfahren nicht handhabbar sind.

Bei einem Prognosezeitraum von nur einer Periode mag das Konzept der stochastischen Prozesse zunächst wie „ein Schießen mit Kanonen auf Spatzen" erscheinen. Im einperiodischen Fall könnte es vordergründig nahe liegen, Unsicherheit in Form einer Verteilung der vergangenen Beobachtungswerte, ggf. korrigiert um einen Trend, zu berücksichtigen. Das würde aber zu kurz greifen, weil der letzte beobachtete Wert sowie ein Trend und die Standardabweichung nur Teile möglicher stochastischer Entwicklungsmuster sind. Letztlich geht es bei der Schätzung stochastischer Prozesse darum, die verfügbaren Informationen statistisch bestmöglich auszuwerten und so zur besten Annahme bzgl. zukünftiger Verteilungen zu gelangen. Im einfachsten Fall, dem sog. arithmetischen Brownschen Prozess, überträgt man tatsächlich die bisherige Verteilung einer Zufallsvariablen unter Berücksichtigung des Trends auf den zukünftigen Zeitpunkt. Dies entspricht der üblichen Vorgehensweise bei der Optimierung unter Anwendung des Erwartungswert-Varianz-Kriteriums. Diese Vorgehensweise ist jedoch nicht ohne weiteres anwendbar, wenn die Zufallsvariable einem anderen Entwicklungsmuster folgt. Beispielsweise impliziert ein Mean-Reverting-Prozess, dass eine Zufallsvariable langfristig um ein Gleichgewichtsniveau schwankt. Um bei Gültigkeit eines solchen Prozesses die erwartete Verteilung für einen zukünftigen Zeitpunkt zu bestimmen, muss man neben der Standardabweichung das Gleichgewichtsniveau und die Geschwindigkeit der Rückkehr auf dieses Niveau kennen. Kurz gesagt: Auch bei einer Planung über nur eine zukünftige Periode ist das Konzept der stochastischen Prozesse im Sinne einer „systematischen Zeitreihenanalyse mit offenem Ergebnis" angebracht, da die zukünftige Verteilung unabhängig von der Länge des Prognosezeitraums vom stochastischen Prozess abhängt.

In diesem Beitrag wird deshalb vorgeschlagen, die stochastische Simulation mit Genetischen Algorithmen (GA) zu kombinieren. Die stochastische Simulation weist die größtmögliche Flexibilität hinsichtlich der Modellierung von Unsicherheit auf, wodurch „wirklichkeitsgetreue" Experimente durchgeführt werden können. So ist die Berücksichtigung beliebiger stochastischer Prozesse und mehrerer stochastischer Variablen (inkl. ihrer Korrelationen) mit relativ geringem Aufwand möglich. Eine einfache Standardsimulation ist aber nicht in der Lage, Optimierungsprobleme zu lösen. Demgegenüber sind GA einfach einzusetzende Optimierungsverfahren, die - wie auch Neuronale Netze - von der Natur inspiriert sind. Bei GA werden „natürliche Optimierungsstrategien aus der Evolution" nachgeahmt, um für ein Problem eine möglichst gute Lösung zu finden. GA arbeiten auf einer Menge von möglichen Lösungen, die sukzessive durch die Evolutionsprinzipien Selektion, Rekombination und Mutation verändert wird. Das Ziel ist dabei, mit der Zeit bzw. von „Generation zu Generation" immer bessere Lösungen zu entwickeln. So werden viele konventionell schwierig zu handhabende Optimierungsprobleme (z.B. komplexe nicht lineare Modelle) in akzeptabler Zeit lösbar (vgl. z.B. GOLDBERG, 1989). Wenn man eine Optimierung durch GA mit stochastischen Simulationen kombiniert, lassen sich Planungssituationen realitätsgetreuer analysieren und somit die Entscheidungsunterstützung verbessern.

Der folgende Abschnitt 2 verdeutlicht die Begrenzungen traditioneller Optimierungsansätze. Darauf aufbauend wird in Abschnitt 3 ein praktikables Verfahren zur Berücksichtigung von Unsicherheit in der Optimierung aufgezeigt, das die stochastische Simulation in einen GA integriert. In Abschnitt 4 wird dieses Verfahren angewendet, um die optimale Anbaustrategie für einen Marktfruchtbetrieb in Brandenburg abzuleiten. Über zusätzliche Variantenrechnungen wird berücksichtigt, dass Entscheider unterschiedlichste Risikoeinstellungen besitzen. Der Beitrag schließt mit einigen Schlussfolgerungen und einem Ausblick (Abschnitt 5).

2. Traditionelle Behandlung von Unsicherheit in der Optimierung

2.1 Das Standard-LP

Ganz allgemein bezeichnet man mit „Optimierung" Planungsverfahren, mit denen eine bestimmte Anzahl von Variablen simultan betrachtet und innerhalb gegebener Grenzen die bestmögliche Lösung für ein bestimmtes Ziel gefunden wird. Ein lineares Optimierungsproblem (synonym: lineares Programmierungsproblem, LP) wird durch die Angabe der zu optimierenden linearen Zielfunktion und eines zulässigen Bereiches beschrieben, aus dem die Argumente der Zielfunktion stammen dürfen. Dieser Bereich wird durch sog. lineare Nebenbedingungen (Restriktionen) festgelegt. Bezogen auf die Bestimmung des optimalen Produktionsprogramms und damit die Maximierung des Gesamtdeckungsbeitrages GDB_t zu einem bestimmten Zeitpunkt t lässt sich die Aufgabenstellung wie folgt beschreiben[1]:

[1] Der im Zusammenhang mit LP üblicherweise nicht verwendete Zeitindex t ($t = 1, 2, ..., T$) wird hier mit aufgenommen, da Annahmen bzgl. des unsicheren Gesamtdeckungsbeitrages der

All rights reserved www.gjae-online.de

$$(1)\quad \underset{x}{\text{maximize}}\, GDB_t = \sum_{j=1}^{J} DB_t^j \cdot x_t^j$$

$$(2)\quad \text{s.t.} \sum_{j=1}^{J} a_t^{i,j} \cdot x_t^j \le b_t^i \text{, für } i = 1,2,...,I$$

$$(3)\qquad x_t^j \ge 0 \text{, für } j = 1,2,...,J$$

Dabei kennzeichnet der Zielfunktionskoeffizient DB_t^j den Deckungsbeitrag je Einheit der Produktionsaktivität j, x_t^j die Umfänge der Aktivitäten bzw. Produktionsverfahren, b_t^i die begrenzt zur Verfügung stehenden Kapazitäten der Faktoren i und $a_t^{i,j}$ die Faktoransprüche je Einheit der einzelnen Produktionsaktivität. Die letztgenannte Nebenbedingung (3) stellt sicher, dass keine Aktivität mit einem negativen Wert in die Lösung eingeht.

Zu bestimmen ist die Belegung der Unbekannten x_t^j, d.h. das optimale Produktionsprogramm, das unter Beachtung der Restriktionen zum maximalen Zielfunktionswert führt. Lineare Programmierungsprobleme werden i.d.R. mit Hilfe eines Iterationsverfahrens gelöst, das als Simplex-Algorithmus bekannt geworden ist (DANZIG, 1951). Das nach dem letzten Iterationsschritt erzielte Optimum wird als Basislösung bezeichnet. Bei diesem Standarditerationsverfahren bleibt zunächst unberücksichtigt, dass bestimmte Variablen mit Unsicherheit behaftet sind.

2.2 Bisherige Berücksichtigung von Unsicherheit bei der Optimierung

Vielfach wird vorgeschlagen, Unsicherheit bei der Optimierung durch Variantenrechnungen zu berücksichtigen. Einfache Beispiele hierfür sind Sensitivitätsanalysen oder sog. parametrische Programmierungen (vgl. DINKELBACH, 1969). Mittels Sensitivitätsanalysen wird der Frage nachgegangen, innerhalb welcher Grenzen sich die Koeffizienten in der Zielfunktion oder in den Nebenbedingungen verändern dürfen, ohne dass die Basislösung ihre Optimalitätseigenschaft verliert. Gängige Programmpakete, wie z.B. der MS-EXCEL-Solver, liefern Sensitivitätsberichte standardmäßig. Eng verwandt mit der Sensitivitätsanalyse ist die parametrische Programmierung, bei der *eine* bestimmte Kapazität in systematischen Schritten verändert wird. Beim Chance-Constrained-Programming-Ansatz (CCP) wird die Unsicherheit in den Nebenbedingungen berücksichtigt (HANF, 1986: 161f.). CCP unterstellt bei der Maximierung des Zielfunktionswertes, dass die Kapazitätsgrenze b_t^i mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit eingehalten werden muss. Technisch wird dazu das „deterministische Äquivalent der Wahrscheinlichkeitsrestriktion" bestimmt. Wenn z.B. eine Kapazität mit 95 % Sicherheit eingehalten werden muss, wird bei einer Normalverteilung anstelle des Erwartungswertes (50 % Perzentil) der Wert des 5 % Perzentils eingesetzt und anschließend das LP mit der veränderten Kapazitätsrestriktion gerechnet. Den genannten „einfachen Variantenrechnungen" ist gemeinsam, dass sie trotz ihrer Zielsetzung „Berücksichtigung von Unsicherheit" Informationen über die Unsicherheit im Sinne von Verteilungsinformationen unberücksichtigt lassen bzw. - wie beim CCP - nur ansatzweise berücksichtigen.

Das Modell der Minimization-Of-Total-Absolute-Deviation (MOTAD) versucht die zweidimensionale Zielstellung „Maximierung des Gesamtdeckungsbeitrages" und „Minimierung des Risikos" zu berücksichtigen (HAZELL, 1971). Dabei setzt es an der Unsicherheit der Zielfunktionskoeffizienten DB_t^j an. Im Ergebnis wird für vorgegebene Gesamtdeckungsbeitragsniveaus jeweils das „risikoeffiziente Produktionsprogramm" bestimmt; d.h. für bestimmte Gesamtdeckungsbeitragsniveaus werden die (aufsummierten oder durchschnittlichen) absoluten Abweichungen der Einzeldeckungsbeiträge von ihrem Mittelwert minimiert. Über die optimale Kombination von Gesamtdeckungsbeitrag und absoluten Abweichungen sagt das Modell endogen nichts aus. Vielmehr werden die erzielten Varianten dem Entscheider vorgelegt, dessen subjektive Risikoeinstellung in der Wahl einer bestimmten Kombination von Gesamtdeckungsbeitrag und absoluten Abweichungen zum Ausdruck kommt. Voraussetzung für die Anwendung von MOTAD-Modellen ist das Vorliegen von Zeitreiheninformationen, anhand derer für jede Periode die Abweichungen der Einzeldeckungsbeiträge vom ihrem Mittelwert bzw. Erwartungswert berechnet werden können.

Eine sehr ähnlich gelagerte Vorgehensweise wie die Minimierung der Summe der absoluten Abweichungen der Einzeldeckungsbeiträge bei vorgegebenem Gesamtdeckungsbeitragsniveau stellt die Maximierung einer Präferenzfunktion des Entscheiders dar. Bei Annahme einer exponentiellen Risikonutzenfunktion ergibt sich beispielsweise folgende Präferenzfunktion (vgl. ARROW, 1964 und PRATT, 1964):

$$(4)\quad \begin{aligned} \underset{x}{\text{maximize}}\, \phi_t &= GDB_t\left(x_t^j\right) - \frac{1}{2}\cdot\lambda\cdot\left[\sigma^{GDB}\left(x_t^j\right)\right]^2 \\ &= GDB_t - \frac{1}{2}\cdot\lambda\cdot\left[\sigma^{GDB}\right]^2 \end{aligned}$$

ϕ_t kennzeichnet das Sicherheitsäquivalent[2], das als Erwartungswert des Gesamtdeckungsbeitrages GDB_t abzüglich der Risikoprämie berechnet wird. Die Risikoprämie entspricht hier dem 0,5fachen der mit dem Risikoaversionskoeffizienten λ gewichteten Varianz des Gesamtdeckungsbeitrages $\left[\sigma^{GDB}\right]^2$. Der Risikoaversionskoeffizient λ ermöglicht es, verschiedene Risikoeinstellungen zu berück-

relevanten *zukünftigen* Periode in der Folge systematisch aus stochastischen Prozessen für die Einzeldeckungsbeiträge abgeleitet werden.

[2] Genau genommen wird das Sicherheitsäquivalent durch das Erwartungswert-Varianz-Kriterium nur dann genau erfasst, wenn entweder eine quadratische Risikonutzenfunktion unterstellt werden kann oder die Ergebnisse der Handlungsalternativen normalverteilt sind und zugleich von einer exponentiellen Risikonutzenfunktion ausgegangen werden kann (BRANDES und ODENING, 1992: 203). Dies ist jedoch sowohl eine plausible als auch übliche Annahme.

All rights reserved www.gjae-online.de

sichtigen.[3] Bei $\lambda = 0$ entspricht der Modellansatz einer Maximierung des Erwartungswertes des Gesamtdeckungsbeitrages, d.h. die Streuung der Ergebnisse spielt für den Entscheider keine Rolle (risikoneutraler Entscheider). Wird $\lambda > 0$ gewählt, so werden Anbauprogramme, die zu einer geringeren Standardabweichung des Gesamtdeckungsbeitrages führen, bevorzugt (risikoaverse Entscheider). Über eine Risikonutzenfunktion (VON NEUMANN und MORGENSTERN, 1947) kann aus dem mit (4) ausgedrückten Sicherheitsäquivalent auch der Erwartungsnutzen berechnet werden. Der Vergleich der Sicherheitsäquivalente von Alternativen führt zur gleichen Rangfolge wie der Vergleich der Erwartungsnutzen.

In Abweichung von der üblichen Vorgehensweise wird in der hier vorliegenden Anwendung die Präferenzfunktion wie folgt definiert:

$$(5)\quad \underset{x}{\text{maximize}} \phi_t = GDB_t - \alpha \cdot \sigma^{GDB}$$

Das hier als Maß für die Risikoeinstellung verwendete α wird zur Abgrenzung vom Risikoaversionskoeffizienten des Erwartungswert-Varianz-Kriteriums als Risikoparameter bezeichnet. (5) wird hier verwendet, da diese Definition der Präferenzfunktion im Gegensatz zu (4) eine relativ einfache empirische Erfragung der subjektiven Risikoeinstellung ermöglicht und die Ergebnisinterpretation erleichtert.

Ein Unterschied der Maximierung einer Präferenzfunktion zu den oben beschriebenen MOTAD-Modellen (abgesehen von der Verwendung der Varianz bzw. Standardabweichung anstelle der absoluten Abweichungen) besteht darin, dass die Risikoeinstellung in der Zielfunktion berücksichtigt wird. Stellt man aufgrund der bekanntermaßen schwierig zu erfassenden Risikoeinstellung aber Variantenrechnungen für unterschiedliche λ bzw. α an, so resultieren daraus Ergebnisse, die denen von MOTAD-Modellen sehr ähneln. In beiden Fällen werden Kombinationen von Gesamtdeckungsbeitrag und Streuung ausgewiesen.[4] Sowohl bei MOTAD-Modellen als auch bei der Maximierung einer Präferenzfunktion können also systematische Variantenrechnungen durchgeführt werden. Im Unterschied zu den oben genannten einfachen Variantenrechnungen werden Verteilungsinformationen bei beiden gezielt berücksichtigt.

Die Maximierung einer Präferenzfunktion mittels MS-EXCEL-Solver o.ä. setzt u.a. voraus, dass die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zielgröße aus den Wahrscheinlichkeitsverteilungen der einzelnen stochastischen Variablen analytisch hergeleitet werden kann (BERG, 2003). Eine algebraische Herleitung ist aber schwer bzw. nicht möglich, wenn z.B.

- die Verteilungen der einzelnen stochastischen Variablen nicht gleich sind,
- eine Vielzahl von Variablen berücksichtigt werden muss,
- die mathematische Verknüpfung zwischen den stochastischen Variablen nicht additiv ist oder
- die Verteilung der unsicheren Größen nicht, wie z.B. bei der Normalverteilung, vollständig durch den Erwartungswert und die Varianz charakterisiert werden kann.

Vereinfachend wird deshalb meist unterstellt, dass die Verteilungen der im Modell berücksichtigten Zufallsvariablen multivariat normalverteilt sind (DOPPLER und MÄRZ, 1989: 355).

Angesichts dieser Problematik liegt es nahe, bei komplexeren Zusammenhängen auf die stochastische Simulation zurückzugreifen. Mit relativ geringem Aufwand kann hiermit die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zielgröße bestimmt werden, unabhängig davon, wie komplex das Modell und die Verteilungen auch sind. Weil die stochastische Simulation für sich genommen aber keinen Optimierungsalgorithmus beinhaltet, kann sie zunächst nur eingesetzt werden, um die Verteilung des Gesamtdeckungsbeitrages bei gegebenem Anbauprogramm zu bestimmen. Das ist aber gerade dann problematisch, wenn eine Präferenzfunktion maximiert werden soll und somit die Verteilung des Gesamtdeckungsbeitrages die Optimallösung beeinflusst. Allenfalls durch einen Vergleich der Ergebnisse verschiedener Strategien lässt sich eine Optimierung vornehmen. Eine Enumeration und ein „Durchprobieren" aller möglichen Anbauprogramme ist aufgrund des hohen manuellen Aufwands aber immer nur bei einer sehr begrenzten Anzahl an Handlungsalternativen möglich.

3. Die Kombination von stochastischer Simulation und Genetischen Algorithmen

Im Folgenden wird die Verfahrenskombination stochastische Simulation/Genetische Algorithmen vorgestellt. Dabei werden die Vorteile beider Verfahren miteinander vereint, d.h. größtmögliche Flexibilität hinsichtlich einer realistischen Modellierung der Unsicherheit wird mit der grundsätzlichen Möglichkeit zur Lösung von komplexen Optimierungsproblemen gekoppelt.

Die Grundidee der stochastischen Simulation ist hinlänglich bekannt: Die Zufallsvariablen werden identifiziert. Anschließend wird unter Berücksichtigung der Verteilungsinformationen der Zufallsvariablen sowie der vorgegebenen Handlungsstrategie (hier: des Produktionsprogramms) der Zielfunktionswert berechnet. Das Zufallsexperiment wird hinreichend oft wiederholt. Auf der Grundlage der sich während der einzelnen Simulationsläufe einstellenden Zielfunktionswerte kann bei ausreichender Wiederholungszahl eine Verteilung der Zielgröße (hier: des Gesamtdeckungsbeitrages) berechnet werden. Die stochastische Simulation kann demzufolge als „komplexe Variantenrechnung" zur Berücksichtigung stochastischer Umweltzustände verstanden werden.

---

[3] Streng genommen müsste man begrifflich zwischen der subjektiven Risikoeinstellung und dem Risikoaversionskoeffizienten unterscheiden, da der gleiche Entscheider auf unterschiedlichen Einkommensniveaus unterschiedliche Risikoaversionskoeffizienten aufweisen kann. Zur Vereinfachung der verwendeten Formulierungen werden - wie auch allgemein üblich - beide Begriffe synonym verwendet. Zudem bildet die exponentielle Risikonutzenfunktion eine Ausnahme. Da in diesem Fall die Risikoaversion konstant ist, drückt Risikoaversion gleichzeitig die „subjektive Risikoeinstellung" aus.

[4] Neben der methodischen Vorgehensweise unterscheiden sich MOTAD-Modelle von einer Maximierung einer Präferenzfunktion letztlich darin, dass es in einem Fall zu „geraden Werten" des systematisch variierten Gesamtdeckungsbeitrages und im anderen Fall zu „geraden Werten" des systematisch variierten Risikoaversionskoeffizienten bzw. Risikoparameters kommt.

All rights reserved www.gjae-online.de

Die aus dem Bereich der künstlichen Intelligenz entstammenden GA (GOLDBERG, 1989; HOLLAND, 1975; MITCHELL, 1996 oder RECHENBERG, 1973) können zur Lösung verschiedenster Optimierungsprobleme angewendet werden, selbst wenn keine geschlossenen Lösungsverfahren existieren oder das Prüfen aller Möglichkeiten (vollständige Enumeration) nicht praktikabel ist.[5] Durch Nachahmung der Prinzipien der natürlichen Evolution, d.h. durch „Ausprobieren" verschiedener Anbaustrategien, wird diejenige bestimmt, die den maximalen Zielfunktionswert liefert. Im Vokabular der GA stellt die Anbaustrategie das Genom dar, das in aufeinander folgenden Generationen verschiedene Ausprägungen bzw. Genotypen annehmen kann. Als Ausgangspunkt können in der ersten Generation Strategien beliebig ausgewählt werden. Die einzelnen Strategien werden hinsichtlich des Zielfunktionswertes (Fitnesskriterium) getestet und geordnet. Durch Anwendung der Operatoren des GA (Selektion, Rekombination, Mutation) wird die Zusammensetzung der in der nächsten Generation zu testenden Strategien bestimmt. Dieser leicht zu automatisierende Prozess, der heuristisch zunehmend fittere Strategien generiert, wird solange wiederholt, bis keine weitere Verbesserung der Fitness möglich ist.

Bei der Bestimmung des optimalen Produktionsprogramms mittels stochastischer Simulation und GA finden im Wesentlichen vier Ablaufschritte Anwendung:

Schritt 1: Initialisierung

Der erste Schritt einer GA-Optimierung besteht darin, eine sog. Ausgangspopulation zu generieren. Die Populationsgröße N liegt im Allgemeinen zwischen 50 und 1 000 Individuen, wobei man unter einem Individuum ein einzelnes Genom versteht. Die Werte der Ausgangspopulation werden mit einem Zufallsgenerator bestimmt, d.h. die Genome stellen zufällig gewählte Kombinationen von Umfängen der einzelnen Produktionsverfahren dar. Bei der Festlegung der sog. Initiallösung ist zu beachten, dass die Flächen- und Fruchtfolgerestriktionen eingehalten werden. Die initialisierten Produktionsprogramme der Ausgangspopulation stellen die erste Generation des GA dar.

Schritt 2: Bestimmung des Zielfunktionswertes für jede Anbaustrategie

Für die Berechnung des Zielfunktionswertes für jede Anbaustrategie findet die stochastische Simulation Anwendung. Es ist wie folgt vorzugehen:

Schritt 2.1: Simulation der Wertentwicklung der Einzeldeckungsbeiträge

Ausgehend von den Deckungsbeiträgen DB_0^j, die im Planungszeitpunkt beobachtet werden, wird die Wertentwicklung der Einzeldeckungsbeiträge über eine Periode gemäß der jeweils unterstellten zeitdiskreten stochastischen Prozesse in mehreren tausend Simulationsläufen berechnet. Dabei werden eventuell vorliegende Korrelationen berücksichtigt. Für jeden einzelnen Simulationslauf s ($s = 1, 2, ..., S$) ergibt sich in der Periode 1 ein Deckungsbeitrag ${}^{s}DB_1^j$ für jedes Produktionsverfahren. Die im jeweiligen Simulationslauf realisierten Entwicklungen der Einzeldeckungsbeiträge gelten für alle Teststrategien gleichermaßen.

Schritt 2.2: Berechnung der Gesamtdeckungsbeiträge in jedem Simulationslauf für alle Strategien

Für jede simulierte Deckungsbeitragsentwicklung für das relevante Planungsjahr 1 wird der Gesamtdeckungsbeitrag für die jeweilige Teststrategie berechnet:

$$(6) \quad {}^{s}_{n,g}GDB_1 = \sum_{j=1}^{J} {}^{s}DB_1^j \cdot {}_{n,g}x_1^j$$

Dabei bezeichnet der linkseitig tiefgestellte Index n ($n = 1, 2, ..., N$) das Genom und der gleichfalls linksseitig tiefgestellte Index g ($g = 1, 2, ..., G$) die Generation.

Schritt 2.3: Berechnung des Erwartungswertes für den Gesamtdeckungsbeitrag jeder Strategie

Nach einer hinreichend hohen Anzahl an Simulationsläufen S kann der Erwartungswert des Gesamtdeckungsbeitrages für jede Teststrategie berechnet werden:[6]

$$(7) \quad {}_{n,g}GDB_1 = \sum_{s=1}^{S} {}^{s}_{n,g}GDB_1 \cdot \frac{1}{S}$$

Schritt 2.4: Berechnung des Zielfunktionswertes jeder Strategie

Der Erwartungswert stellt nur im Fall von einem risikoneutralen Entscheider ein hinreichendes Kalkül dar. Bekanntermaßen sind ökonomische Entscheidungsträger jedoch mehr oder weniger risikoavers. Dies kann über eine Präferenzfunktion berücksichtigt werden:

$$(5') \quad {}_{n,g}\phi_1 = {}_{n,g}GDB_1 - \alpha \cdot {}_{n,g}\sigma^{GDB}$$

Das Sicherheitsäquivalent ${}_{n,g}\phi_1$ der jeweiligen Strategie ergibt sich aus dem Erwartungswert des Gesamtdeckungsbeitrages ${}_{n,g}GDB_1$, der zugehörigen Standardabweichung ${}_{n,g}\sigma^{GDB}$ und dem Gewichtungsparameter α, der die Risikoeinstellung des Entscheiders wiedergibt.

[5] ODENING et al. (2003) verwenden GA zur Maximierung der Likelihoodfunktion eines Switching-Regression-Modells kombiniert mit einem Stochastic-Frontier-Modell im Zusammenhang mit der empirischen Validierung von Realoptionsmodellen, BALMANN und MUßHOFF (2001) wenden GA für die Bestimmung der optimalen Investitionsstrategie an oder BALMANN und HAPPE (2001) lösen mittels GA ökonomische Probleme auf landwirtschaftlichen Bodenmärkten. Weitere Anwendungsfelder von GA sind die Vorhersage von Preisentwicklungen an Finanzmärkten, der Einsatz in der Spieltheorie oder das Training Neuronaler Netze (KOZA, 1992 und NISSEN, 1994).

[6] HAUG (1998: 140) schlägt bspw. zur Erreichung einer ausreichenden Güte des Simulationsexperimentes die Durchführung von mindestens 10 000 Simulationsläufen vor.

All rights reserved www.gjae-online.de

Schritt 3: Anwendung der Operatoren des GA

Nun gilt es, die in der folgenden Generation zu evaluierenden Strategien (Produktionsprogramme) zu definieren. Dazu werden die Operatoren eines GA angewandt. Ausgangspunkt sind dabei die Anbaustrategien der aktuellen Generation und der Zielfunktionswert, den sie liefern. Zu beachten ist, dass die nachfolgende Spezifikation der Operatoren des GA pragmatisch gewählt wurde und es zahlreiche alternative Möglichkeiten ihrer Festlegung gibt.

Schritt 3.1: Evaluierung der Fitness

Die Höhe des im Rahmen der stochastischen Simulation bestimmten Zielfunktionswertes gibt Aufschluss über die „Güte" der zugrunde gelegten Anbaustrategie. Je höher der Zielfunktionswert ist, desto „besser" (fitter) ist die Strategie. Deshalb werden die Genome zunächst ihrem Sicherheitsäquivalent nach geordnet.

Schritt 3.2: Selektion und Replikation

Ein wesentlicher Operator auf dem Weg zum Auffinden der Optimallösung, d.h. der Anbaustrategie, die den tatsächlich (und nicht nur relativ) höchsten Zielfunktionswert liefert, ist die Selektion und Replikation. Dazu werden die fittesten Genome der aktuellen Generation in die folgende übernommen. Die relativ schlechteren Anbaustrategien werden hingegen verworfen und durch fittere, die verdoppelt werden, ersetzt. Die Höhe des Zielfunktionswertes, den die jeweilige Strategie liefert, determiniert also die „Überlebensfähigkeit" bestimmter Strategien.

Schritt 3.3: Rekombination

Keine der relativ fitteren Anbaustrategien muss tatsächlich schon die optimale darstellen. Um das Potenzial eventuell besserer Strategien zu berücksichtigen, sind auch nach der ersten Generation wieder gänzlich neue Strategien zu generieren. Dazu werden die Strategien i.d.R. unabhängig von ihrer Fitness mit einer vorgegebenen Wahrscheinlichkeit verändert, indem sie mit anderen rekombiniert werden oder indem man sie mutieren lässt. Bei der horizontalen Rekombination wird jede Strategie, d.h. *alle* Produktionsumfänge, mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit mit den Umfängen einer zufällig ausgewählten anderen Strategie über eine mathematische Operation verbunden oder „gepaart". Bei der vertikalen Rekombination werden solche mathematischen Operationen zwischen den Aktivitätsumfängen einer Strategie vorgenommen. Das „Nachkommen", das sich nach einer horizontalen oder vertikalen Rekombination ergibt, nimmt den Platz eines „Elternteils" ein. Bei einer horizontalen Rekombination kann es auch verdoppelt werden und beide Elternteile ersetzen. Die Anzahl der Strategien bleibt somit gleich.

Schritt 3.4: Mutation

Während Rekombinationen *alle* Produktionsumfänge einer betroffenen Strategie verändern, erlauben Mutationen die Veränderungen einzelner Werte der repräsentierten Strategie. Das bedeutet, dass der Umfang jedes einzelnen Produktionsverfahrens mit einer (geringen) Wahrscheinlichkeit innerhalb einer vorgegebenen prozentualen oder absoluten Spannbreite erhöht bzw. erniedrigt wird. Mutationen spielen eine wesentliche Rolle bei der Suche nach neuen und erfolgreichen Genotypen, obgleich sie vielfach von der Selektion wieder ausgemerzt werden, weil sie keine Verbesserung gebracht haben. Ihnen kommt eine Art Versicherungsfunktion zu. Sie erlauben, noch nicht in der „Erbsubstanz" vorhandenes oder bereits verlorenes „Genmaterial" wieder zu erlangen und verhindern so eine frühe Fixierung auf bestimmte Werte.

Schritt 4: Neue Generation

Nach der Anwendung der Operatoren des GA werden die Umfänge der einzelnen Produktionsverfahren ggf. so angepasst, dass für jedes Genom die Flächen- und Fruchtfolgerestriktionen eingehalten werden. Ergebnis ist eine neue Population von Testgenomen oder Anbaustrategien, die die Folgegeneration definieren. Sie bildet den Ausgangspunkt der weiteren Berechnungen.

Die wiederholte Durchführung der Schritte 2 bis 4 liefert das optimale Produktionsprogramm. Der GA wird dann beendet, wenn die erhaltenen Anbaustrategien homogen und stabil sind, so dass gilt: ${}_{1,G}x^j \approx {}_{2,G}x^j \approx ... \approx {}_{N,G}x^j$ und ${}_{n,G}x^j \approx {}_{n,G-1}x^j$ für alle $j = 1, 2, ..., J$. Abbildung 1 veranschaulicht die prinzipielle Vorgehensweise bei der Bestimmung des optimalen Produktionsprogramms mittels stochastischer Simulation und GA grafisch.

Die Bestimmung des optimalen Produktionsprogramms mittels stochastischer Simulation und GA ist bedeutend programmier- und rechenzeitaufwändiger als die Anwendung konventioneller Optimierungsverfahren, wie bspw. der MS-EXCEL-Solver. Somit ist das Verfahren nur dann anzuwenden, wenn die Komplexität der Problemstellung dies erfordert. Zudem ist zu beachten, dass GA heuristische Suchverfahren darstellen und somit keine Garantie besteht, dass tatsächlich das globale Optimum im jeweiligen Optimierungslauf gefunden wird. Deshalb sollten mehrere Suchläufe mit unterschiedlichen Ausgangsstrategien durchgeführt werden. Die Kombination von stochastischer Simulation und GA kann direkt in MS-EXCEL programmiert werden (MUßHOFF und HIRSCHAUER, 2003).

4. Modellanwendung

4.1 Datenbasis und Modellannahmen

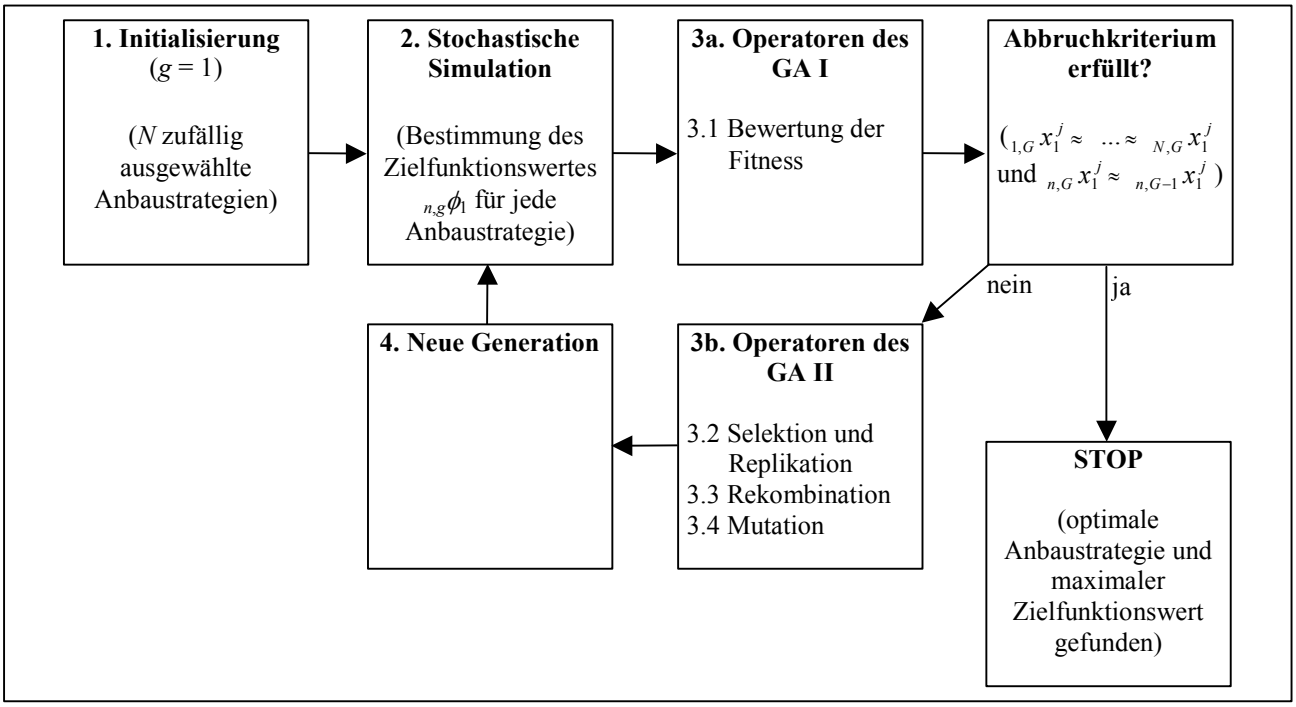
4.1.1 Kapazitäten

Im Folgenden wird ein Marktfruchtbetrieb in Brandenburg betrachtet, der sein Anbauprogramm optimieren will. Der Betrieb kann zwischen zehn Produktionsverfahren wählen: Winterweizen, Sommerweizen, Winterroggen, Wintergerste, Sommergerste, Winterraps, Zuckerrüben, Körnermais, Non-Food-Raps und Stilllegung. Maschinenkapazitäten sind vorhanden, um jedes Produktionsverfahren in den durch Lieferrecht bedingten bzw. pflanzenbaulich möglichen Grenzen umzusetzen. Die einzelnen Produktionsverfahren verursachen einen unterschiedlich hohen Arbeitsaufwand, der zudem saisonal verschieden ist. Es gelten folgende Restriktionen:

- Der Betrieb verfügt über eine Flächenausstattung von 800 ha. Die verfügbare Fläche steht für das Planungsjahr fest, d.h. weder Zupachtung/Verpachtung noch Zukauf/Verkauf von Fläche sind möglich.

All rights reserved www.gjae-online.de

Abbildung 1. Vorgehensweise bei der Kombination von stochastischer Simulation mit GA



Quelle: Verändert nach MUßHOFF und HIRSCHAUER (2003: 203)

- Fruchtfolgebedingt dürfen sowohl der Weizen- als auch der Gerstenanteil 40 %, und der Rapsanteil 12 % der Gesamtfläche nicht übersteigen.
- Die Bodenqualität ist auf bestimmten Standorten so gering, dass auf 10 % der Fläche ausschließlich Roggenanbau bzw. Stilllegung möglich ist.
- Quotenbedingt können Zuckerrüben nur auf maximal 4 % der Fläche angebaut werden.
- Nach Zuckerrüben muss eine Sommerung erfolgen, weil der Anbau von Wintergetreide nach der Zuckerrübenrodung im Spätherbst aus pflanzenbaulicher Sicht nicht sinnvoll ist. Eine Stilllegung nach Zuckerrüben kommt wegen der hohen Vorfruchtwirkung nicht in Betracht.
- Nur für maximal 33 % der prämienberechtigten Fläche gibt es Stilllegungsprämie. Darüber hinaus können Flächen als Brache ungenutzt bleiben.
- Obligatorisch müssen 10 % der prämienberechtigten Fläche stillgelegt werden. Alternativ ist der Anbau von nachwachsenden Rohstoffen (Non-Food-Raps) möglich.
- Es werden zwei fest angestellte Mitarbeiter beschäftigt, die an Feldarbeitstagen bis zu zehn Stunden arbeiten. Die Anzahl der potenziellen Feldarbeitstage ist saisonabhängig und witterungsbedingt mit Unsicherheit behaftet. Dies wird modellendogen über Dreiecksverteilungen berücksichtigt, deren Minimum (Maximum) 25 % unter (über) den erwarteten Feldarbeitstagen liegt (vgl. Tabelle 1).

4.1.2 Deckungsbeiträge und Hilfsaktivitäten

Zusätzlich zu den im Betrieb verfügbaren Arbeitskapazitäten ist die Einstellung von Saisonarbeitskräften möglich. So kann auch ein witterungsbedingter Arbeitskräftemangel ausgeglichen werden. Die Kosten je Saisonarbeitskraftstunde (SAkh) belaufen sich auf 15 €.

Neben der Anzahl der potenziellen Feldarbeitstage werden die Deckungsbeiträge der einzelnen Produktionsverfahren als Zufallsvariablen modelliert. Idealerweise würde man zur Gewinnung von Informationen bzgl. der relevanten stochastischen Prozesse für die Einzeldeckungsbeiträge möglichst lange Zeitreihen aus der Region Brandenburg bzw. aus dem zu optimierenden Betrieb verwenden. Deckungsbeiträge, die vor 1990 in Brandenburg realisiert wurden, haben jedoch keinen Informationsgehalt für das zukünftige Entwicklungsmuster. Gleichzeitig ist eine nur zehn bis zwölf Beobachtungswerte umfassende Stichprobe zu kurz, um stochastische Prozesse zu schätzen. Deshalb werden unter Rückgriff auf verschiedene Datenquellen für den Zeitraum von 1980 bis 2002 jährliche Deckungsbeiträge für plausible Produktionsverfahren an entsprechenden Standorten als aggregierte Größe aus den Erträgen, Preisen und Prämien (ZMP, verschiedene Jahrgänge) sowie den variablen Produktionskosten (BAYERISCHE LANDESANSTALT, 2003) berechnet. Bei der Herleitung des Deckungsbeitrages der Sommergerste wurde davon ausgegangen, dass 50 % des Ertrages den Qualitätsanforderungen für Braugerste genügen und zu entsprechend höheren Preisen vermarktet werden können. Die übrige Sommergerste wird als Futtergerste verkauft. Auffällig ist, dass die variablen Produktionskosten für alle Produktionsverfahren über den Zeit-

Tabelle 1. Die Feldarbeitstage als Dreiecksverteilung

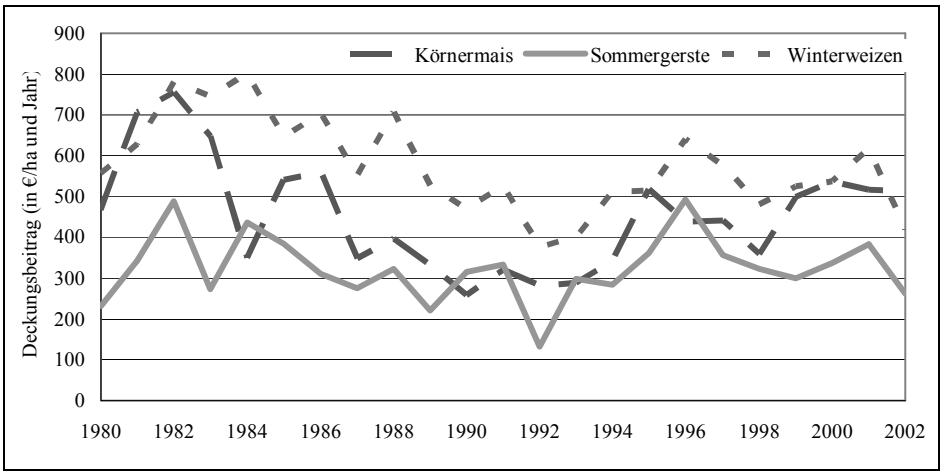
	Minimum	Mittelwert	Maximum
März und April	22,50	30,00	37,50
Mai und Juni	26,25	35,00	43,75
Mitte Juli bis Mitte September	33,75	45,00	56,25
Mitte September bis Mitte November	30,00	40,00	50,00

Quelle: Eigene Schätzung

All rights reserved www.gjae-online.de

raum von 1980 bis 2002 nahezu konstant sind. Mit anderen Worten: Unsicherheit in den Deckungsbeiträgen ist hauptsächlich in den Leistungen begründet. Bei Zuckerrüben schwankt fast ausschließlich der Ertrag. Der Deckungsbeitrag des Produktionsverfahrens „Stilllegung" wird mit einer Höhe von 150 € als deterministisch konstant angenommen. Der Deckungsbeitrag des Non-Food-Raps wird mit dem Faktor 0,92 aus dem des Winterraps hergeleitet. Beide sind damit perfekt korreliert.

Abbildung 2. Zeitreihe der Deckungsbeiträge ausgewählter Produktionsverfahren



Quelle: Eigene Berechnungen

Die Modellierung der aggregierten Größe „Deckungsbeitrag" anstelle der variablen Produktionskosten, Erträge, Preise und Prämien ermöglicht eine Komplexitätsreduktion. Implizit werden sowohl Mengen-, Preis- als auch Politikunsicherheiten sowie Korrelationen zwischen diesen Größen eingefangen. Die Entwicklungsverläufe der Deckungsbeiträge von ausgewählten Produktionsverfahren sind in Abbildung 2 dargestellt. Abbildung 2 verdeutlicht, dass Deckungsbeiträge pflanzlicher Produktionsverfahren in starkem Maße mit Unsicherheit behaftet und zudem miteinander korreliert sind.

Obwohl im Folgenden Unsicherheit berücksichtigt wird, indem die Zufallsvariablen als Verteilungen modelliert werden, sind in Tabelle 2 der Übersichtlichkeit halber die Modellannahmen in Form von Erwartungswerten in einem klassischen Optimierungstableaus dargestellt.

4.1.3 Ableitung stochastischer Prozesse

Im Folgenden wird gezeigt, wie man aus den Entwicklungsmustern der historischen Deckungsbeitragszeitreihen stochastische Prozesse ableiten kann. Auf der Grundlage der identifizierten stochastischen Prozesse sowie des aktuellen Beobachtungswertes lassen sich Verteilungsannahmen der Zufallsvariablen für unterschiedliche zukünftige Zeitpunkte treffen. Dies bildet die Grundlage für die Modellierung der Einzeldeckungsbeiträge im Rahmen der stochastischen Simulation, die letztlich als „Zufallsziehung nach Maßgabe der Verteilung" zu verstehen ist.

Das zutreffendste Entwicklungsmuster bzw. der „beste" stochastische Prozess für die einzelnen Deckungsbeiträge wird mittels Zeitreihenanalyse aus den Deckungsbeitragszeitreihen der Jahre 1980 bis 2002 abgeleitet. Dazu erfolgt zunächst eine Prüfung auf Stationarität mit Hilfe des Dickey-Fuller-Tests (DICKEY und FULLER, 1981). Ergebnis dieses Tests ist, dass man mit 5 % Irrtumswahrscheinlichkeit davon ausgehen kann, dass alle Deckungsbeitragszeitreihen mit Ausnahme der Sommergerste und der Zuckerrüben nicht stationär sind.

Für die Deckungsbeiträge der Produktionsverfahren Winterweizen, Sommerweizen, Winterroggen, Wintergerste, Winterraps, Körnermais und Non-Food-Raps erscheint ein (nicht-stationärer) arithmetischer Brownscher Prozess (ABP) plausibel, der einen Vorzeichenwechsel und somit sowohl negative als auch positive Deckungsbeiträge ermöglicht. Bei einem ABP entspricht das Entwicklungsmuster für den zukünftigen Deckungsbeitrag dem gegenwärtig zu beobachtenden Deckungsbeitrag zuzüglich einer konstanten absoluten Drift (Trend) und einer Zufallskomponente. Mathematisch lässt sich ein ABP in diskreter Zeit wie folgt darstellen (LUENBERGER, 1998: 305):

$$(8)\quad DB_t^j = DB_{t-\Delta t}^j + \mu^j \cdot \Delta t + \sigma^j \cdot \sqrt{\Delta t} \cdot \varepsilon_t^j$$

Dabei kennzeichnet μ^j die Drift und σ^j die Standardabweichung der absoluten Deckungsbeitragsänderungen, Δt die Länge eines Zeitintervalls zwischen zwei Beobachtungswerten (hier ein Jahr) und ε_t^j eine standardnormalverteilte Zufallszahl. Die Drift und die Standardabweichung eines ABP sind folgendermaßen zu berechnen (CAMPBELL et al., 1997: 363):

$$(9)\quad \mu^j = \frac{1}{\Delta t} \cdot \left(\sum_{t=1}^{B} y_t^j \right) \cdot \frac{1}{B-1},$$

$$\sigma^j = \frac{1}{\sqrt{\Delta t}} \cdot \sqrt{\frac{1}{B-1} \cdot \sum_{t=1}^{B} \left(y_t^j\right)^2 - \frac{1}{B(B-1)} \cdot \left(\sum_{t=1}^{B} y_t^j \right)^2},$$

$$\text{mit } y_t^j = DB_t^j - DB_{t-\Delta t}^j$$

B kennzeichnet die Anzahl der historischen Beobachtungswerte, also 23.

Für die Deckungsbeiträge der Sommergerste und Zuckerrüben zeigt sich nach der Anwendung der Box-Jenkins-Testprozedur (BOX und JENKINS, 1976), dass ein (stationärer) autoregressiver Prozess erster Ordnung (AR(1)-Prozess) plausibel ist:

$$(10)\quad DB_t^j = a_0^j + a_1^j \cdot DB_{t-\Delta t}^j + \sigma_{Reg}^j \cdot \varepsilon_t^j, \text{ mit } a_1^j < 1$$

a_0^j kennzeichnet eine Konstante, a_1^j den Gewichtungsfaktor des zurückliegenden Beobachtungswertes $DB_{t-\Delta t}^j$ und σ_{Reg}^j die Standardabweichung der Residuen der Regression.

All rights reserved www.gjae-online.de

Tabelle 2. Optimierungstableau

		Aktivitäten										Hilfsaktivitäten					
		Winter-weizen	Sommer-weizen	Winter-roggen	Winter-gerste	Sommer-gerste	Winter-raps	Zucker-rüben	Körner-mais	Non-Food-Raps	Still-legung	SAkh März/April	SAkh Mai/Juni	SAkh Juli/Sept.	SAkh Sept./Nov.		
Zielfunktionskoeffizient DB_l^j		359,7	312,4	344,5	238,8	323,5	482,5	1709,8	300,1	443,9	150,0	-15	-15	-15	-15		
Umfänge		x_1^1	x_1^2	x_1^3	x_1^4	x_1^5	x_1^6	x_1^7	x_1^8	x_1^9	x_1^{10}	x_1^{11}	x_1^{12}	x_1^{13}	x_1^{14}		
Flächenanspruch		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	<=	800
Arbeitsanspruch [a]	März und April	0,3	2,6	0,9	0,3	2,6	0,4	3,0	2,6	0,4	0,0	-1	0	0	0	<=	600
	Mai und Juni	0,8	0,5	0,2	0,5	0,5	0,9	0,9	0,8	0,9	0,0	0	-1	0	0	<=	700
	Mitte Juli bis Mitte Sept.	2,4	2,4	2,2	2,1	2,0	3,5	0,0	0,0	3,5	2,0	0	0	-1	0	<=	900
	Mitte Sept. bis Mitte Nov.	2,9	0,4	2,6	2,8	0,0	0,7	3,9	2,2	0,7	0,0	0	0	0	-1	<=	800
	gesamt	6,4	5,8	5,3	5,7	5,1	5,4	7,7	5,6	5,4	2,0	-1	-1	-1	-1	<=	3 000
Fruchtfolgerestriktionen	Weizen	0,60	0,60	-0,40	-0,40	-0,40	-0,40	-0,40	-0,40	-0,40	-0,40	0	0	0	0	<=	0
	Roggen und Stilllegung	0,10	0,10	-0,90	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	-0,90	0	0	0	0	<=	0
	Gerste	-0,40	-0,40	-0,40	0,60	0,60	-0,40	-0,40	-0,40	-0,40	-0,40	0	0	0	0	<=	0
	Raps	-0,12	-0,12	-0,12	-0,12	-0,12	0,88	-0,12	-0,12	0,88	-0,12	0	0	0	0	<=	0
	Zuckerrüben	-0,04	-0,04	-0,04	-0,04	-0,04	-0,04	0,96	-0,04	-0,04	-0,04	0	0	0	0	<=	0
	Sommergetreide	0,04	-0,96	0,04	0,04	-0,96	0,04	0,04	-0,96	0,04	0,04	0	0	0	0	<=	0
	Stilllegung	-0,33	-0,33	-0,33	-0,33	-0,33	-0,33	-0,33	-0,33	-0,33	0,67	0	0	0	0	<=	0
	Stilllegung und Non-Food-Raps	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	-0,90	-0,90	0	0	0	0	<=	0

[a] vgl. (MELF, 1997).

Quelle: Eigene Darstellung

All rights reserved www.gjae-online.de

Tabelle 3. Zusammenfassung der Prozessparameter

		Winter-weizen	Sommer-weizen	Winter-roggen	Winter-gerste	Sommer-gerste	Winter-raps	Zucker-rüben	Körner-mais	Non-Food-Rans	Still-legung
stationär		nein	nein	nein	nein	ja	nein	ja	nein	nein	–
DB_0^j		366,0	316,1	348,0	246,3	188,4	496,5	1285,3	298,0	456,8	150,0
ABP	μ^j	-6,3	-3,7	-3,5	-7,5	–	-14,0	–	2,1	-12,9	–
	σ^j	111,4	108,8	104,6	112,0	–	270,0	–	124,5	248,4	–
	$E(DB_1^j)$	359,7	312,4	344,5	238,8	–	482,5	–	300,1	443,9	–
OUP	$\overline{DB}^j$	–	–	–	–	329,3	–	1833,8	–	–	–
	η^j	–	–	–	–	3,2	–	1,5	–	–	–
	σ^j	–	–	–	–	208,9	–	408,1	–	–	–
	$E(DB_1^j)$	–	–	–	–	323,5	–	1709,8	–	–	–

Quelle: Eigene Berechnungen

Ein im Zusammenhang mit der Modellierung von Preis- oder Deckungsbeitragsentwicklungen oft verwendeter Spezialfall eines AR(1)-Prozesses sind Mean-Reverting-Prozesse. Charakteristisch für diese Prozessklasse ist, dass es langfristig ein Gleichgewichtsniveau gibt, um das der Wert der stochastischen Variable kurzfristig schwankt. Je weiter sich die stochastische Variable von ihrem Gleichgewichtsniveau entfernt hat, desto größer ist die Wahrscheinlichkeit einer Rückkehr. Für die Deckungsbeiträge wird ein spezieller Mean-Reverting-Prozess, der sog. Ornstein-Uhlenbeck-Prozesses (OUP) angenommen. Er erlaubt einen (für Deckungsbeiträge plausiblen) Vorzeichenwechsel der stochastischen Variable. Die zeitdiskrete Version eines OUP lässt sich wie folgt darstellen (DIXIT und PINDYCK, 1994: 76):

$$DB_t^j = \overline{DB}^j \cdot \left(1 - e^{-\eta^j \cdot \Delta t}\right) + e^{-\eta^j \cdot \Delta t} \cdot DB_{t-\Delta t}^j + \sigma^j \cdot \sqrt{\frac{1 - e^{-2 \cdot \eta^j \cdot \Delta t}}{2 \cdot \eta^j}} \cdot \varepsilon_t^j \quad (11)$$

η^j kennzeichnet die Rückkehrgeschwindigkeit des Deckungsbeitrages des Produktionsverfahrens j auf sein Gleichgewichtsniveau $\overline{DB}^j$. Der Unterschied zu ABP besteht zum einen darin, dass die zukünftig erwartete Wertänderung vom Niveau des Vorwertes abhängt: Sie ist bei $DB_{t-\Delta t}^j < \overline{DB}^j$ positiv, bei $DB_{t-\Delta t}^j = \overline{DB}^j$ gleich Null und bei $DB_{t-\Delta t}^j > \overline{DB}^j$ negativ. Zum anderen steigt die Varianz bei längeren Prognosezeiträumen nicht linear mit der Zeit an, sondern bleibt nach einer bestimmten Zeit wegen des Drangs zur Rückkehr konstant. Letztlich entspricht (11) der Gleichung (10), in der die Parameter a_0^j, a_1^j und σ_{Reg}^j wie folgt zu interpretieren sind:

$$a_0^j = \overline{DB}^j \cdot \left(1 - e^{-\eta^j \cdot \Delta t}\right), \quad a_1^j = e^{-\eta^j \cdot \Delta t} \text{ und } \sigma_{Reg}^j = \sigma^j \cdot \sqrt{\frac{1 - e^{-2 \cdot \eta^j \cdot \Delta t}}{2 \cdot \eta^j}} \quad (12)$$

Da die Werte a_0^j, a_1^j und σ_{Reg}^j nach der Box-Jenkins-Testprozedur bekannt sind, lassen sich durch Umstellen der Formulierungen η^j, $\overline{DB}^j$ und σ^j bestimmen.

Alle Parameter für die stochastischen Prozesse der Einzeldeckungsbeiträge werden als deterministisch konstant angenommen, d.h. der stochastische Prozess behält über der Zeit seine Gültigkeit. Tabelle 3 liefert eine Übersicht der Prozesse und ihrer Parameter, wie sie sich aus den statistischen Tests ergeben.

Zu beachten ist, dass die Höhe der Standardabweichungen eines ABP nicht mit der eines OUP zu vergleichen ist. Im Fall eines OUP besteht ein Drang zur Rückkehr der stochastischen Variable auf ihr Gleichgewichtsniveau; beim ABP kann die stochastische Variable dagegen beliebig driften. Die für die Einzeldeckungsbeiträge bestimmten Entwicklungsmuster (stochastischen Prozesse) werden an die in der Periode 0 (im Jahr 2003) erzielten Deckungsbeiträge DB_0^j angelegt, d.h. sie bilden die Grundlage der Zufallsziehung im Rahmen der Simulation.[1]

4.1.4 Bestimmung von Korrelationen zwischen den Einzeldeckungsbeiträgen

Bei der Simulation zukünftiger Entwicklungspfade für die Einzeldeckungsbeiträge ist zu berücksichtigen, dass sie zwar Zufallsänderungen unterliegen, aber auch Korrelationen vorliegen. Der Korrelationskoeffizient $\rho^{j,j'}$ ist ganz allgemein definiert als:

$$\rho^{j,j'} = \frac{\mathrm{cov}^{j,j'}}{\sigma^j \cdot \sigma^{j'}}, \quad \text{mit } \sigma^j, \sigma^{j'} > 0 \text{ und } j, j' = 1, 2, ..., J \quad (13)$$

Dabei kennzeichnet $\mathrm{cov}^{j,j'}$ die Kovarianz zwischen den Deckungsbeitragsänderungen der Produktionsverfahren j und j'. Die Kovarianz ihrerseits ist wie folgt zu berechnen:

$$\mathrm{cov}^{j,j'} = \frac{1}{B} \cdot \sum_{t=1}^{B} \left(y_t^j - \overline{y^j}\right) \cdot \left(y_t^{j'} - \overline{y^{j'}}\right), \quad (14)$$

[1] Zu beachten ist, dass die für das Jahr 2003 geschätzten Deckungsbeiträge nicht zur Identifikation der stochastischen Prozesse herangezogen wurden. Während die Einzeldeckungsbeiträge für den Zeitraum von 1980 bis 2002 (vgl. Abbildung 2) basierend auf statistisch gesicherten Angaben hergeleitet wurden, beruhen die Einzeldeckungsbeiträge für das Jahr 2003 auf Expertenaussagen und Plausibilitätsannahmen.

All rights reserved www.gjae-online.de

mit $y_t^j = DB_t^j - DB_{t-\Delta t}^j$ und $y_t^{j'} = DB_t^{j'} - DB_{t-\Delta t}^{j'}$

wobei $\overline{y^j}$ und $\overline{y^{j'}}$ die mittleren Deckungsbeitragsänderungen beschreiben. Die Korrelationsmatrix der Einzeldeckungsbeiträge ist in Tabelle 4 dargestellt.

Wie aus Tabelle 4 hervorgeht, sind die Deckungsbeiträge pflanzenbaulicher Produktionsverfahren i.d.R. positiv korreliert. Allerdings ist der Deckungsbeitrag der Zuckerrüben mit den Deckungsbeiträgen der Winterungen negativ korreliert. Die (positive) Korrelation zwischen den Deckungsbeiträgen der Anbauverfahren Winter- und Sommerweizen sowie Sommerweizen und Sommergerste ist sehr hoch. Im ersten Fall ist dies darin begründet, dass für Winter- und Sommerweizen i.d.R. der gleiche Marktpreis zu erzielen ist. Im zweiten Fall liegt dies daran, dass sich der Witterungseinfluss auf die Erträge aller Sommerungen (ausgenommen Körnermais) ähnlich auswirkt. Der Deckungsbeitrag von Körnermais ist nahezu unkorreliert mit dem der anderen Produktionsverfahren.

Tabelle 4. Korrelationsmatrix

	Winter-weizen	Sommer-weizen	Winter-roggen	Winter-gerste	Sommer-gerste	Winter-raps	Zucker-rüben	Körner-mais	Non-Food-Raps	Still-legung
Winter-weizen	1,00	0,88	0,69	0,63	0,63	0,36	-0,28	0,20	0,36	–
Sommer-weizen		1,00	0,66	0,48	0,87	0,36	0,04	0,15	0,36	–
Winter-roggen			1,00	0,82	0,49	0,65	-0,22	0,09	0,65	–
Winter-gerste				1,00	0,24	0,42	-0,29	0,04	0,42	–
Sommer-gerste					1,00	0,39	0,26	0,07	0,39	–
Winter-raps						1,00	-0,01	0,19	1,00	–
Zucker-rüben							1,00	0,00	-0,01	–
Körner-mais								1,00	0,19	–
Non-Food-Raps									1,00	–
Still-legung										1,00

Quelle: Eigene Berechnungen

4.2 Modellergebnisse

4.2.1 Ergebnisse unter den getroffenen Modellannahmen

Nachdem die stochastischen Prozesse der Zufallsvariablen „Einzeldeckungsbeiträge“ sowie die zwischen ihnen bestehenden Korrelationen bestimmt sind, kann das Optimierungsproblem mittels stochastischer Simulation und GA gelöst werden.[2] In Tabelle 5 sind für die Produktionsperiode 2003/04 die optimalen Anbauprogramme und die dazugehörigen Zielfunktionswerte für Entscheider unterschiedlicher Risikoeinstellungen dargestellt. Wohl wissend, dass hohe Werte für den Risikoparameter α empirisch unplausibel sind, wurde für systematisch zwischen Null und vier variierte α jeweils die Präferenzfunktion (5) maximiert, um die Wirkungsrichtung einer steigenden Risikoaversion auf das optimale Anbauprogramm und das Sicherheitsäquivalent deutlich aufzeigen zu können.[3]

In Spalte 1 sind die Ergebnisse für risikoneutrale Entscheider ($\alpha = 0$) dargestellt, die den Erwartungswert des Gesamtdeckungsbeitrages maximieren.[4] Demnach würden risikoneutrale Landwirte dem Winterweizen und Winterroggen in ihrem Produktionsprogramm einen sehr hohen Stellenwert einräumen. Ebenfalls in der Optimallösung befänden sich die Sommergerste, der Winterraps, die Zuckerrüben sowie der Non-Food-Raps. Der Winterweizen, der Raps (Winterraps + Non-Food-Raps) und die Zuckerrüben würden im maximal möglichen Umfang realisiert, die Flächenkapazität vollständig genutzt werden. Allerdings würde die im Betrieb vorhandene (unsichere) Arbeitskraftkapazität (bis auf die Periode Mai/Juni) bei weitem nicht bei allen Witterungsverhältnissen ausreichen. Insgesamt sind 1 898 Saisonarbeitskraftstunden notwendig. Die erwarteten Kosten für Saisonarbeitskräfte betragen also insgesamt 28 470 €. Der Erwartungswert des Gesamtdeckungsbeitrages GDB_1 und das Sicherheitsäquivalent ϕ_1 belaufen sich auf 303 417 €, die Standardabweichung des Gesamtdeckungsbeitrages σ^{GDB} beträgt 76 465 €.

[2] Für eine Optimierungsrechnung mittels stochastischer Simulation und GA ist für einen Computer mit einem 1 000 MHz Prozessor eine Rechenzeit von ca. 12 Stunden zu veranschlagen.

[3] Neben den konkurrierenden Zielen der Maximierung des Gesamtdeckungsbeitrages und der Minimierung des Risikos können ökonomische Entscheidungsträger noch andere, u.U. auch nicht-monetäre Zielstellungen verfolgen. Beispielsweise könnten sie auch aus Tradition handeln. Davon wird im Folgenden abstrahiert.

[4] Im Übrigen liefert im Fall $\alpha = 0$ der einfache Simplex-Algorithmus (MS-EXCEL-Solver), der die Unsicherheit in den Einzeldeckungsbeiträgen und in den Feldarbeitstagen nicht berücksichtigt, identische Ergebnisse wie der GA. Allerdings ist der Programmier- und Rechenaufwand bei den GA erheblich höher. Deshalb wird man bei einfachen Optimierungsproblemen nach dem Motto „So einfach wie möglich und so komplex wie nötig“ den MS-EXCEL-Solver verwenden.

All rights reserved www.gjae-online.de

Tabelle 5. Optimales Anbauprogramm und maximaler Zielfunktionswert

	Spalte 1	Spalte 2	Spalte 3	Spalte 4	Spalte 5
Risikoparameter α	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**
Winterweizen (ha)	320,0	210,0	25,1	15,0	11,7
Sommerweizen (ha)	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Winterroggen (ha)	232,4	116,0	195,3	162,0	155,4
Wintergerste (ha)	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Sommergerste (ha)	119,6	253,0	263,0	210,0	199,8
Winterraps (ha)	16,0	16,0	0,0	0,0	0,0
Zuckerrüben (ha)	32,0	32,0	32,0	32,0	32,0
Körnermais (ha)	0,0	93,0	130,1	117,0	119,7
Non-Food-Raps (ha)	80,0	80,0	0,0	0,0	0,0
Stilllegung (ha)	0,0	0,0	154,5	264,0	254,9
SAkh (gesamt) [a)]	1 898,0	1 724,8	1 188,0	890,9	793,9
Flächenausnutzung	800,0	800,0	800,0	800,0	773,6
ϕ_1 (€)	303 417	230 336	173 802	136 892	101 165
σ^{GDB} (€) [a)]	76 465	67 540	43 366	36 163	34 489
GDB_1 (€) [a)]	**303 417**	297 875	260 534	245 382	239 122
$GDB_1 - 1 \cdot \sigma^{GDB}$ (15,9 % Perzentil)	226 952	**230 336**	217 168	209 218	204 633
$GDB_1 - 2 \cdot \sigma^{GDB}$ (2,3 % Perzentil)	150 487	162 796	**173 802**	173 055	170 144
$GDB_1 - 3 \cdot \sigma^{GDB}$ (0,1 % Perzentil)	74 022	95 256	130 436	**136 892**	135 654

[a)] Mittelwert nach 50 000 Simulationsläufen.

Quelle: Eigene Berechnungen

Schaut man über alle Spalten von Tabelle 5 hinweg, so wird ersichtlich, dass mit zunehmender Risikoaversion die Produktionsverfahren „Winterweizen", „Winterroggen" und „Raps" tendenziell an Bedeutung verlieren. Gleichzeitig steigt der Anteil an Stilllegungsfläche an. Die Stilllegung gewinnt mit zunehmender Risikoaversion an Bedeutung, weil ihre Rentabilität annahmegetreu nicht mit Unsicherheit verbunden ist. Ab $\alpha \geq 3$ wird von der Möglichkeit Gebrauch gemacht, 33 % der prämienberechtigten Fläche stillzulegen. Die Zuckerrüben bleiben unabhängig vom Ausmaß der Risikoaversion im maximal möglichen Umfang in der Optimallösung. Dies liegt vor allem an der hohen Wettbewerbsfähigkeit ausgedrückt in dem vielfach höheren Einzeldeckungsbeitrag. Zudem ist der Deckungsbeitrag von Zuckerrüben negativ mit den Deckungsbeiträgen der Winterungen korreliert, so dass es zu einer Verringerung der Standardabweichung des Gesamtdeckungsbeitrages kommt, wenn Zuckerrüben und Winterungen in das Produktionsprogramm aufgenommen werden. Sommergerste und Körnermais gewinnen bis $\alpha = 2$ an Bedeutung. Der Anteil der Sommergerste im Produktionsprogramm steigt an, weil der Sommergerstenanbau mit weniger Unsicherheit verbunden ist, wenn der Deckungsbeitrag als stationärer stochastischer Prozess geschätzt wird (siehe unten). Außerdem ist die Erhöhung des Sommergerstenanteils zu einem bestimmten Teil auch dem Diversifikationseffekt zuzuschreiben, denn die positive Korrelation zwischen der Sommergerste und den Winterungen ist relativ gering. Auch die Ausdehnung des Körnermaisanbaus ist darin begründet, dass sein Deckungsbeitrag nur gering mit dem der anderen Produktionsverfahren korreliert ist. Ab einem Risikoparameter $\alpha = 4$ wird die Flächenkapazität nicht mehr vollständig ausgenutzt. Bei dieser hohen Risikoaversion wären also die Grenzkosten der Nichtnutzung von Fläche in Form verringerter Gesamtdeckungsbeiträge geringer als die Zunahme des Nutzens infolge der verringerten Streuung des Gesamtdeckungsbeitrages.

Wie zu erwarten war, sinken der Erwartungswert des Gesamtdeckungsbeitrages und seine Standardabweichung mit zunehmendem Risikoparameter ab. Die Verminderung des Erwartungswertes ist der Preis, den ein risikoaverser rationaler Entscheider für die Verringerung der Streuung zu zahlen bereit ist. Zu beachten ist, dass die Grenzkosten für die Reduzierung der Standardabweichung zunehmen, d.h. zur Reduzierung der Streuung um einen Euro muss eine immer stärkere Absenkung des Erwartungswertes in Kauf genommen werden. Das Sicherheitsäquivalent nimmt mit zunehmendem Risikoparameter immer stärker ab.

Abbildung 3 verdeutlicht grafisch die Bedeutung einer steigenden Risikoaversion. Bildlich gesprochen wird die Verteilung des Gesamtdeckungsbeitrages zum einen nach links verschoben (geringerer Erwartungswert), zum anderen wird sie „steiler" (geringere Streuung).

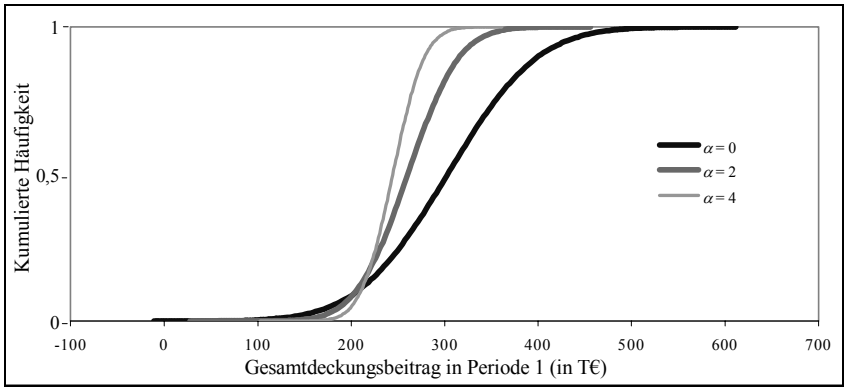
Abbildung 3 zeigt, dass unterschiedliche Risikoparameter zur Auswahl unterschiedlicher Alternativen mit jeweils verschiedenen Verteilungen führen. Derartige Verteilungsinformationen kann man nutzen, um Perzentilwerte oder Konfidenzintervalle zu berechnen. So kann das Risikoprofil des Produktionsprogramms „plakativer" eingeschätzt werden. Beispielhaft sind in Tabelle 5 die Werte des 15,9 %, 2,3 % und 0,1 % Perzentils angezeigt.

Mit Blick auf eine praktische Handlungsempfehlung bleibt die Frage offen, welcher Risikoparameter α die subjektive Risikoeinstellung des jeweiligen Entscheiders widerspiegelt. Unter Rückgriff auf die o.a. Perzentile lässt sich die Bedeutung der verschiedenen der hier systematisch variierten Risikoparameter α plastisch machen: Sieht man sich die Präferenzfunktion (5) an, so wird deutlich, dass $\alpha = 1$ gleichbedeutend mit der Maximierung des Wertes $GDB_1 - 1 \cdot \sigma^{GDB}$ bzw. des 15,9 % Perzentilwertes ist.[5] Oder anders formuliert: Die Maximierung der Präferenzfunktion für $\alpha = 1$ entspricht der impliziten Forderung, dass der Gesamtdeckungsbeitrag nicht mit mehr als

[5] Implizit wird bei der Bestimmung des Perzentilwertes von einer Normalverteilung für den Gesamtdeckungsbeitrag ausgegangen. Zur Rechtfertigung sei darauf hingewiesen, dass sich dem zentralen Grenzwertsatz folgend die Verteilung der Summe einer zunehmenden Anzahl von Zufallsvariablen der Normalverteilung annähert, gleichgültig, welche Verteilung den einzelnen Zufallsvariablen zugrunde liegt. Die Näherung ist selbst für eine geringe Anzahl an Zufallsvariablen schon recht gut (KREYSZIG, 1975: 133ff.).

All rights reserved www.gjae-online.de

Abbildung 3. Verteilungen für den Gesamtdeckungsbeitrag bei unterschiedlicher Risikoeinstellung



Quelle: Eigene Berechnungen

15,9 % Wahrscheinlichkeit kleiner ist als 230 336 €. Folgerichtig ist der 15,9 % Perzentilwert bei $\alpha = 1$ auch höher als bei anderen Werten für den Risikoparameter. $\alpha = 2$ entspricht dem Verlangen, dass der Gesamtdeckungsbeitrag nicht mit mehr als 2,3 % Wahrscheinlichkeit kleiner ist als 173 802 €. Zu beachten ist, dass mit einer Erhöhung von α nicht nur das mit dem Produktionsprogramm verbundene Risiko eines geringen Gesamtdeckungsbeitrages sinkt, sondern gleichfalls die Chance auf einen höheren Gesamtdeckungsbeitrag (vgl. Abbildung 3).

Grundsätzlich stellen derartige Perzentilwerte eine adäquate Hilfe zur Erfassung der subjektiven Risikoeinstellung von Entscheidern im Rahmen einer Befragung dar. Aufgrund ihrer begrenzten Rationalität lässt sich der Wert von α aber nur größenordnungsmäßig bestimmen. Allerdings sind niedrige Werte für den Risikoparameter nicht zuletzt deshalb plausibel, weil sich der Landwirt durch die Wiederholung der Anbauentscheidung z.T. bei sich selbst „versichern" kann. Mit anderen Worten: Die Streuung des Gegenwartswertes der Gesamtdeckungsbeiträge mehrerer Jahre ist ohnehin geringer als die Streuung des Gesamtdeckungsbeitrages im einzelnen Jahr. Hohe Werte für α sind allenfalls dann plausibel, wenn die Finanzkraft des Betriebes so schwach ist, dass mit *einem* negativen oder unter einem bestimmten Betrag liegenden Deckungsbeitrag Liquiditätsprobleme verbunden wären.

4.2.2 Mögliche Fehlerquellen

Vielfach wird bei der Berechnung der Standardabweichung der Zufallsvariablen pauschal auf die absoluten Werte bzw. auf die absoluten Wertänderungen zurückgegriffen. Mit einer solchen Vorgehensweise wird implizit ein ABP für die Zufallsvariable unterstellt. Die Möglichkeit, dass es sich z.B. um einen OUP handeln könnte, wird damit von vorn herein ohne statistische Tests ausgeschlossen. Um zu verdeutlichen, welche Fehleinschätzungen durch ein solches Vorgehen auftreten können, ist in Tabelle 6 das für einen risikoaversen Entscheider ($\alpha = 1$) optimale Produktionsprogramm einer Anbaustrategie gegenüber gestellt, die als „optimal" ausgewiesen werden würde,

- wenn man für die Deckungsbeitragsentwicklung aller Produktionsverfahren ohne statistische Tests einfach einen (nicht-stationären) ABP unterstellen würde und
- wenn man zudem Korrelationen zwischen den Einzeldeckungsbeiträgen unberücksichtigt lassen würde.

In Spalte 2 der Tabelle 6 ist das ohne Zeitreihenanalyse als optimal ausgewiesene Produktionsprogramm aufgeführt. Im Vergleich zu Spalte 1 wird zum einen deutlich, dass die Sommergerste, deren Deckungsbeitrag eigentlich einem stationären Prozess folgt, nicht im optimalen Anbauprogramm eines risikoaversen Entscheiders enthalten wäre. Stattdessen gewinnen der Winterweizen, der Winterroggen und der Körnermais an Bedeutung. Zum anderen ist das Sicherheitsäquivalent ϕ_1 wegen des geringeren Erwartungswertes und der höheren Standardabweichung des Gesamtdeckungsbeitrages geringer. Die Art des stochastischen Prozesses, der den Einzeldeckungsbeiträgen zugrunde gelegt wird, beeinflusst das Optimierungsergebnis also in außerordentlichem Maße. Oder anders formuliert: Die Berücksichtigung der „richtigen" Prozessform ist von großer Bedeutung für die Optimierung.

Abbildung 4 verdeutlicht noch einmal grafisch den Unterschied bzgl. der zukünftigen Verteilungsannahmen, die sich für den Deckungsbeitrag der Sommergerste in Periode 1 (im Jahr 2004) ergeben, wenn (a) der zukünftigen Entwicklung statistischen Tests folgend ein OUP zugrunde gelegt wird oder (b) pauschal von einem ABP ausgegangen wird. Wie ersichtlich wird ist zum einen bei einem OUP – ausgehend von dem relativ geringen Deckungsbeitragsniveau in Periode 0 (im Jahr 2003) – der Erwartungswert für Periode 1 aufgrund des Drangs zur Rückkehr auf das Gleichgewichtsniveau (329,3 €) im Vergleich zum ABP höher. Zum anderen ist die Streuung des Deckungsbeitrages (bzw. der Deckungsbeitragsänderungen) in Periode 1 bei einem OUP bedeutend geringer.

Mit Blick auf Abbildung 4 wird offenbar, dass folgende alternative Vorgehensweise bei der Bestimmung des optimalen Produktionsprogramms unter Berücksichtigung von Unsicherheit in den Einzeldeckungsbeiträgen theoretisch möglich wäre:

1. Weiterhin ist unter Anwendung statistischer Testverfahren für jeden Einzeldeckungsbeitrag der beste stochastische Prozess zu identifizieren.
2. Durch eine der Optimierung vorgelagerte Analyse wird unter Berücksichtigung des jeweiligen stochastischen Prozesses die Verteilung für die Einzeldeckungsbeiträge im relevanten Planungsjahr 1 bestimmt. Dies könnte mittels stochastischer Simulation erfolgen. In einer Vielzahl von Fällen resultiert eine Normalverteilung, deren Parameter (Erwartungswert und Standardabweichung) aber vom jeweiligen stochastischen Prozess bestimmt werden.
3. Die Parameter der Normalverteilungen für die Einzeldeckungsbeiträge werden geschätzt und zusammen mit den Korrelationskoeffizienten für die analytische Berechnung der Standardabweichung des Gesamtdeckungsbeitrages genutzt. Das optimale Produktionsprogramm könnte dann z.B. mittels MS-EXCEL-Solver oder GA bestimmt werden.

All rights reserved www.gjae-online.de

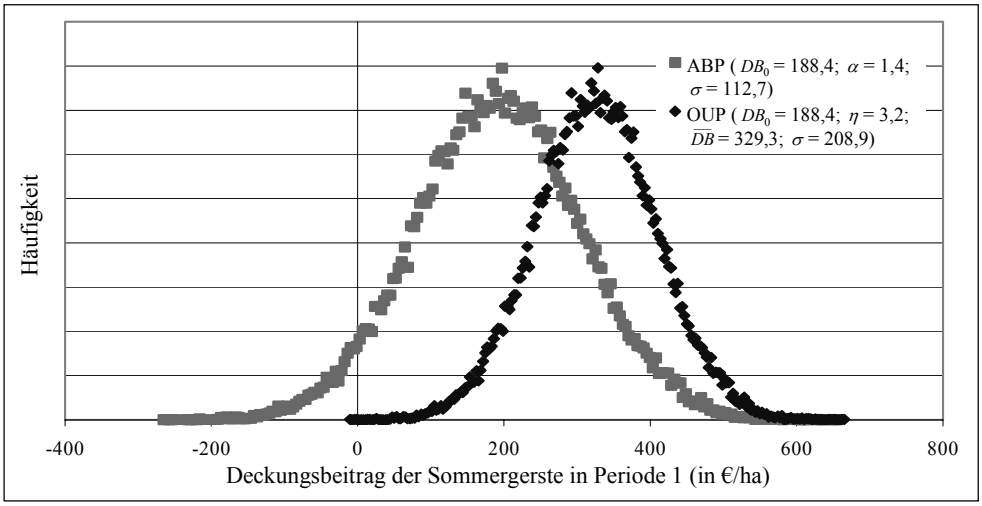
Tabelle 6. Optimales Anbauprogramm und Zielfunktionswert bei Vernachlässigung der Ergebnisse statistischer Tests oder/und Korrelationen ($\alpha = 1$)

	Spalte 1	Spalte 2	Spalte 3
	Annahmen bzgl. der stochastischen Entwicklung der Einzeldeckungsbeiträge		
	stochastische Prozesse gemäß Zeitreihenanalyse	pauschale Annahme eines ABP	ABP und Vernachlässigung von Korrelationen
Winterweizen (ha)	210,0	320,0	245,0
Sommerweizen (ha)	0,0	0,0	75,0
Winterroggen (ha)	116,0	207,0	267,5
Wintergerste (ha)	0,0	0,0	0,0
Sommergerste (ha)	253,0	0,0	0,0
Winterraps (ha)	16,0	16,0	16,0
Zuckerrüben (ha)	32,0	32,0	32,0
Körnermais (ha)	93,0	145,0	84,5
Non-Food-Raps (ha)	80,0	80,0	80,0
Stilllegung (ha)	0,0	0,0	0,0
SAkh (gesamt) [a)]	1 724,8	1 895,4	1 888,3
Flächenausnutzung	800,0	800,0	800,0
ϕ_1 (€)	230 336	213 778	236 753
σ^{GDB} (€) [a)]	67 540	73 562	48 811
GDB_1 (€) [a)]	297 875	287 340	285 564

[a)] Mittelwert nach 50 000 Simulationsläufen.

Quelle: Eigene Berechnungen

Abbildung 4. Dichtefunktionen für den Deckungsbeitrag der Sommergerste bei einem OUP bzw. ABP (50 000 Simulationsläufe)



Quelle: Eigene Berechnungen

Zu beachten ist, dass durchaus Fälle denkbar sind, wo sich nicht für alle betrachteten Zufallsvariablen eine Normalverteilung ergibt und somit eine algebraische Berechnung der Standardabweichung des Gesamtdeckungsbeitrages sehr hohe mathematische Fähigkeiten erfordert bzw. nicht möglich ist. Beispielsweise wenn die betrachtete Zufallsvariable einem geometrischen Brownschen Prozess folgt, ergibt sich eine Log-Normalverteilung. Wenn Ertrags- oder Erlösversicherungen bzw. Hedge-Maßnahmen berücksichtigt werden, resultiert eine rechtsschiefe Verteilung. Die Kombination von stochastischer Simulation und GA stellt mit Blick auf die Art der Verteilung der Zufallsvariablen eine allgemeingültige Vorgehensweise dar. Diese Vorgehensweise ist z.B. auch dann gangbar, wenn – wie in der hier vorliegenden Anwendung – Unsicherheit in den Nebenbedingungen (Anzahl der Feldarbeitstage) berücksichtigt werden soll. Würde man der Unsicherheit in den Nebenbedingungen mittels CCP Rechnung tragen, um so einfachere Optimierungsverfahren anwenden zu können, müsste man die Wahrscheinlichkeit, mit der die Kapazitätsgrenzen eingehalten werden sollen, in konsistenter Weise zum Risikoparameter wählen. Offen bleibt jedoch wie.

Bei der Bestimmung des optimalen Anbauprogramms in Spalte 3 der Tabelle 6 wurden neben der pauschalen Annahme eines ABP zusätzlich die eigentlich vorliegenden Korrelationen zwischen den Einzeldeckungsbeiträgen vernachlässigt. Im Vergleich zu Spalte 1 zeigt sich, dass die Sommergerste zugunsten von Winterweizen, Sommerweizen und Winterroggen verdrängt wird. Anders als in Spalte 2 ist das Sicherheitsäquivalent in Spalte 3 aber höher als in Spalte 1, obwohl der Erwartungswert des Gesamtdeckungsbeitrages im Vergleich zu Spalte 1 geringer ist. Dies ist darin begründet, weil eine Vernachlässigung positiver Korrelationen zu einer Verringerung der Streuung des Gesamtdeckungsbeitrages führt. Positive Korrelationen zwischen den Einzeldeckungsbeiträgen bedeuten letztlich, dass es entweder überall gut oder überall schlecht läuft, d.h. bei korrekter Berücksichtigung der (positiven) Korrelationen kommt es zu einer höheren Streuung des Gesamtdeckungsbeitrages als ohne.

5. Schlussfolgerungen und Ausblick

Im Rahmen üblicher Optimierungsansätze ist eine realitätsgetreue Berücksichtigung von Unsicherheit kaum möglich bzw. nicht praktikabel. Durch die Kombination von stochastischer Simulation und GA kann dieses Problem behoben werden. Die größere Realitätsnähe des Modells hat einen Preis: Ein z.T. sehr viel höherer Programmieraufwand und ein größerer Rechenbedarf als für Standardoptimierungsverfahren. Allerdings ist die Kombination von sto-

All rights reserved www.gjae-online.de

chastischer Simulation und GA mit den zur Verfügung stehenden technischen Tools relativ einfach zu implementieren. Trotzdem wird die Verfahrenskombination stochastische Simulation/Genetische Algorithmen kaum von Praktikern in größerem Umfang eingesetzt werden. Die Entwicklung eines anwenderfreundlichen, kommerziell erhältlichen Tools könnte aber dabei helfen, dieses Verfahren über die akademische Forschung hinaus z.B. für Berater interessant zu machen.

Nicht zu übersehen ist, dass das hier verwendete Optimierungsverfahren leicht auf eine dynamische Betrachtung erweitert werden kann, d.h. es könnte simultan das optimale Produktionsprogramm für mehrere Produktionsperioden bestimmt werden. Dazu wäre die Wertentwicklung der Zufallsvariablen über den entsprechenden Zeitraum zu modellieren. Mittels GA ließen sich dann für jede Produktionsperiode die u.U. ganz unterschiedlichen optimalen Produktionsprogramme bestimmen. Dies ist zwar i.d.R. für betriebliche Anbauentscheidungen nicht erforderlich, allerdings könnte man so z.B. die Auswirkungen bestimmter Agrarpolitiken auf das langfristige Entscheidungsverhalten der Landwirte untersuchen. Beispielsweise könnte man der Frage nachgehen, ob es im Lichte gegenwärtiger Einzeldeckungsbeitragsniveaus und ihrer stochastischen Prozesse für konventionell und ökologisch erzeugte Produkte realistisch erscheint, dass die Bundesregierung mit den bislang durchgeführten Maßnahmen den bis 2010 angestrebten Stellenwert des ökologischen Landbaus von 20 % der landwirtschaftlich genutzten Fläche erreichen wird. Dabei wäre dann allerdings zu berücksichtigen, dass Festkosten nicht notwendigerweise konstant sind. Anstelle der zukünftigen Gesamtdeckungsbeiträge wären zukünftige Gewinne zu maximieren.

Die mit der Kombination von stochastischer Simulation und GA angestellten Modellrechnungen zeigen, dass risikoneutrale bzw. wenig risikoscheue Landwirte den Winterweizen, Winterroggen, Sommergerste, Winterraps, Zuckerrüben und Non-Food-Raps in ihr Produktionsprogramm aufnehmen würden. Bei zunehmender Risikoaversion gewinnen die den stationären stochastischen Prozessen folgenden Produktionsverfahren tendenziell an Bedeutung. In dem hier betrachteten Beispiel gilt dies für die Sommergerste und die Zuckerrüben, wobei das letztgenannte Produktionsverfahren nicht zuletzt auch wegen der vergleichsweise hohen Rentabilität und der negativen Korrelation zu den Deckungsbeiträgen anderer pflanzlicher Produktionsverfahren unabhängig von der Risikoeinstellung in maximal möglichem Umfang realisiert wird. Außerdem haben die Modellrechnungen gezeigt, dass die Berücksichtigung der „richtigen“ bzw. geeignetsten stochastischen Prozesse für die Einzeldeckungsbeiträge die Struktur des als optimal ausgewiesenen Produktionsprogramms stark beeinflusst.

Bei der Interpretation der Modellergebnisse ist zu beachten, dass diese immer nur so gut sind wie die Modellannahmen. Natürlich müssen im Modell alle relevanten Aktivitäten berücksichtigt werden. In diesem Zusammenhang erscheint eine Modellerweiterung sinnvoll, die der seit einigen Jahren bestehenden Möglichkeit, aktiv an Warenterminbörsen zu hedgen, Rechnung trägt. Möglicherweise wären auch bei einem besseren Datenmaterial die mittels statistischer Testverfahren gefundenen stochastischen Prozesse für die Einzeldeckungsbeiträge zu korrigieren. Außerdem wurde stillschweigend davon ausgegangen, dass die für die Vergangenheit ermittelten Entwicklungsmuster der Einzeldeckungsbeiträge auch für die Zukunft gelten (Zeitstabilität). Diese Annahme ist nur eingeschränkt zulässig und wird umso unrealistischer, je mehr in der Vergangenheit (nicht) wirkende Kräfte in der Zukunft an Bedeutung verlieren (gewinnen). Im Lichte der Liberalisierungsbestrebungen ist davon auszugehen, dass zukünftig Marktkräfte an Bedeutung gewinnen und Politikeffekte an Relevanz verlieren. Im Endeffekt wird dies dazu führen, dass das Ausmaß der Unsicherheit, das sich in den jeweils relevanten stochastischen Prozessen äußert, zunimmt. Dies kann zu anderen Prozessparametern oder sogar zu anderen stochastischen Prozessen führen.

Eine interessante zukünftige Forschungsaufgabe könnte sein, empirische Produktionsprogrammentscheidungen von Unternehmen mit dem Produktionsprogramm laut Optimierungsmodell zu vergleichen. Dabei wäre natürlich der empirische Informationsstand der Vergangenheit in Form der bis dahin vorliegenden Zeitreihen zugrunde zu legen. Bei einer hinreichend zuverlässigen Schätzung des Risikoparameters könnte man schließlich die Frage beantworten, ob die Unternehmer im Mittel der letzten Jahre einen höheren Nutzen erzielt hätten, wenn sie tatsächlich das Optimierungsmodell genutzt hätten.

Literatur

ARROW, K.J. (1964): The Role of Securities in the Optimal Allocation of Risk-bearing. In: Review of Economic Studies 31 (2): 91-96.

BALMANN, A. und K. HAPPE (2001): Applying Parallel Genetic Algorithms to Economic Problems: The Case of Agricultural Land Markets. Proceedings, IIFET Conference “Microbehavior and Macroresults”. Corvallis, Oregon.

BALMANN, A. und O. MUßHOFF (2001): Analyse Realer Optionen mittels Genetischer Algorithmen. Kögl, H., J. Spilke und U. Birkner (eds.): GIL-Jahrestagung: Information und Kommunikation im Dienst der ländlichen Entwicklung: Methoden - Anwendungen - Probleme. Rostock: 9-13.

BAYERISCHE LANDESANSTALT FÜR LANDWIRTSCHAFT, INSTITUT FÜR LÄNDLICHE STRUKTURENTWICKLUNG, BETRIEBSWIRTSCHAFT UND AGRARINFORMATIK (2003): Auskunft per E-Mail.

BERG, E. (2003): Modeling the Impacts of Uncertainty and Attitudes towards Risk on Production Decisions in Arable Farming. 25th International Conference of IAAE, 16.-22. August 2003, Durban, Südafrika.

BOX, G.E.P. and G.M. JENKINS (1976): Time Series Analysis: Forecasting and Control. Holden-Day, San Francisco.

BRANDES, W. und M. ODENING (1992): Investition, Finanzierung und Wachstum in der Landwirtschaft. Ulmer-Verlag, Stuttgart.

CAMPBELL, J.Y., W. Lo and C. MACKINLAY (1997): The Econometrics of Financial Markets. Princeton University Press, New Jersey.

DANZIG, G. (1951): Application of the Simplex Method to the Transportation Problem. In: Koopmans, T.C. (ed.): Activity Analysis of Production and Allocation. Wiley, New York.

DICKEY, D.A. and W.A. FULLER (1981): Likelihood Ratio Statistics for Autoregressive Time Series with a Unit Root. In: Econometrica 49 (4): 1057-1072.

DINKELBACH, W. (1969): Sensitivitätsanalysen und parametrische Programmierung. Springer, Berlin.

DIXIT, A.K. and R.S. PINDYCK (1994): Investment under Uncertainty. Princeton University Press, Princeton.

All rights reserved www.gjae-online.de

DOPPLER, W. und U. MÄRZ (1989): Die Behandlung von Verteilungen in stochastischen Methoden der Betriebsplanung. Schriften der Gesellschaft für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften des Landbaues e.V., Band 25: 353-362. Münster-Hiltrup.

GOLDBERG, D.E. (1989): Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning. Addison-Wesley, Reading.

HANF, C.-H. (1986): Entscheidungslehre. Oldenbourg Verlag, München.

HAUG, E.G. (1998): The Complete Guide to Option Pricing Formulas. McGraw-Hill, New York.

HAZELL, P.B.R. (1971): A Linear Alternative to Quadratic and Semivariance Programming for Farm Planning Under Uncertainty. In: American Journal of Agricultural Economics 53 (1): 53-62.

HOLLAND, J.H. (1975): Adaption in Natural and Artificial Systems. MIT Press, Ann Arbor.

KOZA, J.R. (1992): Genetic Programming: On the Programming of Computers by Means of Natural Selection. MIT Press, Cambridge, Massachussetts.

KREYSZIG, E. (1975): Statistische Methoden und ihre Anwendungen. 7. Auflage. Vandenhoeck & Ruprecht, Göttingen.

LUENBERGER, D.G. (1998): Investment Science. Oxford University Press, New York.

MELF (Ministerium für Ernährung, Landwirtschaft und Forsten) (1997): Datensammlung für die Betriebsplanung und die betriebswirtschaftliche Bewertung landwirtschaftlicher Produktionsverfahren im Land Brandenburg. Potsdam.

MITCHELL, M. (1996): An Introduction to Genetic Algorithms. MIT-Press, Cambridge.

MUßHOFF, O. und N. HIRSCHAUER (2003): Bewertung komplexer Optionen. Umsetzung numerischer Verfahren mittels MS-EXCEL und Anwendungsmöglichkeiten der Optionspreistheorie auf Sachinvestitionen. PD-Verlag, Heidenau.

VON NEUMANN, J. and O. MORGENSTERN (1947): Theory of Games and Economic Behavior. Princeton University Press, Princeton.

NISSEN, V. (1994): Evolutionäre Algorithmen - Darstellung, Beispiele, betriebswirtschaftliche Anwendungsmöglichkeiten. Deutscher Universitätsverlag, Gabler, Vieweg, Westdeutscher Verlag, Wiesbaden.

ODENING, M., O. MUßHOFF und S. HÜTTEL (2003): Empirische Validierung von Realoptionsmodellen. Working Paper Nr. 67/2003, Humboldt-Universität zu Berlin, Wirtschafts- und Sozialwissenschaften des Landbaus.

PRATT, J.W. (1964): Risk Aversion in the Small and in the Large. In: Econometrica 32 (1): 122-136.

RECHENBERG, I. (1973): Evolutionsstrategie - Optimierung technischer Systeme nach Prinzipien der biologischen Evolution. Friedrich Frommann Verlag, Stuttgart.

ZMP-Bilanz Getreide, Ölsaaten und Futtermittel (verschiedene Jahrgänge): Zentrale Preis- und Marktberichtsstelle, Bonn.

Danksagung

Für hilfreiche Kommentare, Anregungen und Kritik danken wir zwei anonymen Gutachtern und den Herausgebern der „Agrarwirtschaft“. Oliver Mußhoff dankt der Klaus-Tschira-Stiftung, gemeinnützige GmbH, für die finanzielle Unterstützung.

Kontaktautor:
DR. OLIVER MUßHOFF
Humboldt-Universität zu Berlin, Institut für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften des Landbaus,
Fachgebiet Allgemeine Betriebslehre des Landbaus
Luisenstraße 56, 10099 Berlin
Tel.: 030-20 93 63 15, Fax: 030-20 93 64 65
E-Mail: oliver.musshoff@agrar.hu-berlin.de

All rights reserved www.gjae-online.de