ECONSTOR
Make Your Publications Visible.

A Service of

ZBW Leibniz-Informationszentrum Wirtschaft
Leibniz Information Centre for Economics

Klein, Martin

Article

Bewertung von Länderrisiken durch Optionspreismethoden

Kredit und Kapital

Provided in Cooperation with:
Duncker & Humblot, Berlin

Suggested Citation: Klein, Martin (1991) : Bewertung von Länderrisiken durch Optionspreismethoden, Kredit und Kapital, ISSN 0023-4591, Duncker & Humblot, Berlin, Vol. 24, Iss. 4, pp. 484-506, https://doi.org/10.3790/ccm.24.4.484

This Version is available at:
https://hdl.handle.net/10419/293211

Standard-Nutzungsbedingungen:

Die Dokumente auf EconStor dürfen zu eigenen wissenschaftlichen Zwecken und zum Privatgebrauch gespeichert und kopiert werden.

Sie dürfen die Dokumente nicht für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, öffentlich zugänglich machen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Sofern die Verfasser die Dokumente unter Open-Content-Lizenzen (insbesondere CC-Lizenzen) zur Verfügung gestellt haben sollten, gelten abweichend von diesen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

Terms of use:

Documents in EconStor may be saved and copied for your personal and scholarly purposes.

You are not to copy documents for public or commercial purposes, to exhibit the documents publicly, to make them publicly available on the internet, or to distribute or otherwise use the documents in public.

If the documents have been made available under an Open Content Licence (especially Creative Commons Licences), you may exercise further usage rights as specified in the indicated licence.

https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/

WWW.ECONSTOR.EU

Mitglied der Leibniz-Gemeinschaft

Bewertung von Länderrisiken durch Optionspreismethoden*

Von Martin Klein, Bonn

I. Einleitung

Ziel dieses Beitrags ist die Darstellung eines neuen Ansatzes zur Bestimmung von Spreads – Zinsaufschlägen – bei Länderkrediten, ausgehend von Optionspreisansätzen zur Bewertung von Länderrisiken, die in der neuesten Literatur entwickelt wurden. Den Ausgangspunkt dieser Ansätze bildet die Einsicht, daß bei Länderkrediten der regelrechte „Staatsbankrott" praktisch nicht mehr vorkommt. Vielmehr besteht der Normalfall der Zahlungsunfähigkeit darin, daß Länder mit ihren Kreditgebern in Umschuldungsverhandlungen eintreten, um ihren Schuldendienst zu reduzieren. Die resultierenden Umschuldungspakete bestehen gemeinhin aus zwei Elementen. Zum ersten wird der Schuldendienst zeitlich gestreckt, um bei konstantem Gegenwartswert der Gesamtverschuldung die Liquiditätsbelastung des Landes zu reduzieren, zum zweiten wird oft – insbesondere bei ärmeren Ländern – der Gegenwartswert der Gesamtverschuldung des Landes durch Schuldenerlaß reduziert. Es läßt sich nun zeigen, daß unter nicht unrealistischen Annahmen über die Ausgestaltung von Umschuldungspaketen der Marktwert der Auslandsverschuldung eines Landes mit Hilfe von Methoden der Optionspreistheorie bestimmt werden kann. Die Verwendung von Optionspreismethoden hat zwei Vorteile. Zum einen gewinnt man dadurch Anschluß an den technischen Apparat, der in Zusammenhang mit der Bewertung von Optionen entwickelt wurde. Zum anderen aber hat die Bewertung von Länderrisiken mit Hilfe von Optionen eine direkte ökonomische Interpretation; man fragt letztlich nach dem Preis, den ein Kreditgeber

* Der vorliegende Beitrag entstand aus einem Vortrag, den ich auf dem 3. Karlsruher Ökonometrie-Workshop (Februar 1991) gehalten habe. Ich bedanke mich bei den Teilnehmern des Workshops für die erhaltenen Kommentare. Außerdem bedanke ich mich bei *Arno Bäcker* und *Sebastian Schich* für Diskussionen und nützliche Hinweise. Selbstverständlich gehen etwaige Fehler auf mein eigenes Konto. Finanzielle Unterstützung erhielt ich durch die Deutsche Forschungsgemeinschaft im Rahmen des Sonderforschungsbereichs 303 an der Universität Bonn.

DOI https://doi.org/10.3790/ccm.24.4.484 | Generated on 2023-01-16 13:01:18
OPEN ACCESS | Licensed under CC BY 4.0 | https://creativecommons.org/about/cclicenses/

bezahlen würde, um die Möglichkeit zu haben, zum Nennwert aus einem Länderkredit auszusteigen. Dieser Preis liefert dann eine Abschätzung für die Berechnung des Spreads bei einem Kredit, bei dem der Kreditgeber diese Möglichkeit nicht hat, denn der Spread muß den Kreditgeber für das Fehlen dieser Möglichkeit entschädigen. Ist der Kreditgeber risikoneutral, so ist diese Abschätzung exakt, da der Kreditgeber dann zwischen einer ex post wirkenden Versicherung und einem ex ante erhobenen Risikozuschlag indifferent ist, sofern sie dieselbe erwartete Auszahlung garantieren. Diese Berechnungsweise von Spreads läßt sich als verallgemeinerte Anwendung des Opportunitätskostenprinzips verstehen.

Der Rest unseres Beitrages ist wie folgt strukturiert. Wir beginnen mit einem Überblick über die einschlägigen Verfahren zur Messung von Länderrisiken, wie sie sich in Theorie und Praxis im Verlauf der letzten zwei Jahrzehnte durchgesetzt haben. Wir gehen dann über zu einer ausführlichen Darstellung des Spreadmodells, das wir aus den Optionsansätzen zur Bewertung von Länderrisiken entwickeln. Abschließend diskutieren wir die Frage, inwieweit das dargestellte Modell in der Lage ist, für die Finanzpraxis relevante und quantitativ verwertbare Ergebnisse zu liefern.

II. Methoden der praktischen Länderrisikoanalyse

Wir beginnen mit einem kurzen Überblick über die Grundzüge der Länderrisikoanalyse. Die erste, und in der Praxis ohne Zweifel am weitesten verbreitete Methode der Länderrisikoanalyse besteht in ihrem Kern aus Expertenbefragungen. Diese Methode wird beispielsweise von den Zeitschriften Institutional Investor und Euromoney für die Berechnung ihrer Länderrisikotabellen angewandt. Bei ihr wird eine Auswahl von Fachleuten gebeten, Länder durch Angabe eines Index in einem bestimmten Teilaspekt zu bewerten. Beliebige relevant erscheinende Teilaspekte wie politische Stabilität, Exportaussichten, Stabilität des Finanzsektors, etc. können dabei isoliert werden. Die einzelnen Angaben werden dann mittels eines Gewichtungsschemas zu einem Gesamtindex zusammengefaßt, der zwischen 100 (vollkommen kreditwürdig) und 0 (überhaupt nicht kreditwürdig) liegen kann. Derartige Scoring-Modelle sind in der Praxis sehr weit verbreitet[1]. Sie haben den Vorteil, daß sie alle Aspekte des Länderrisikos berücksichtigen. Sie erfassen also nicht nur die ökonomische, sondern auch die politische und die soziale Dimension des Problems. Allerdings haftet ihnen

[1] *Köglmayr* (1986) bietet einen kurzen Überblick über die Verfahren, die von verschiedenen Institutionen angewandt werden. In den meisten Fällen sind dies Scoring-Modelle.

DOI https://doi.org/10.3790/ccm.24.4.484 | Generated on 2023-01-16 13:01:18
OPEN ACCESS | Licensed under CC BY 4.0 | https://creativecommons.org/about/cclicenses/

der offenkundige Nachteil an, daß sie methodisch kaum nachvollziehbar sind und somit einer wissenschaftlichen Bewertung schwer zugänglich sind. Die einzig mögliche wissenschaftliche Analyse ist die einer ex post Analyse ihrer Aussagequalität.

Eine weitere Methode der Bewertung von Länderrisiken besteht in der Auswertung von marktüblichen Spreads, die einzelne Kreditnehmer gegenüber den risikofreien Zinssätzen in Kauf nehmen müssen. Diese Methode beruht auf der Annahme, daß an einem effizienten Kreditmarkt die Aufschläge gegenüber dem risikofreien Zins ein Maß für das objektiv bestehende Kreditausfallrisiko darstellen sollten. Dies sollte nicht nur für individuelle Schuldner, sondern auch für Länder gelten, die insbesondere an Euromärkten in größerem Umfang als Kreditnehmer auftreten. Es müßte also möglich sein, aus den Spreads Information über das Ausfallrisiko von Länderkrediten, mit anderen Worten über das Länderrisiko, abzuleiten. Eine Form eines Spreadindex, der auch früher von Euromoney verwendet wurde, findet sich in *Heffernan* (1986, S. 30). Der Spreadindex eines Landes hat die Form

$$I = \sum_{j=1}^{n} w_j s_j ,$$

mit den Gewichten

$$w_j = \frac{V_j L_j}{\sum_{i=1}^{n} V_i L_i} .$$

Dabei bezeichnet s_j den Spread über LIBOR bei der j-ten Kreditaufnahme im Berichtsjahr, V_j das korrespondierende Kreditvolumen, und L_j die korrespondierende Laufzeit. Dieser Spreadindex läßt sich als marktdurchschnittliche Einschätzung des Länderrisikos während eines Berichtsjahres verstehen. Unbestreitbar liefert die Spreadanalyse wertvolle Informationen über das existierende Länderrisiko und hat den Vorzug, einer genaueren quantitativen Analyse zugänglich zu sein. Allerdings läßt sie einige wichtige Aspekte des Problems unbeachtet. Erstens kann sie nur Informationen liefern, wenn ein Land in einem Jahr überhaupt am Euromarkt Kredite aufgenommen hat. Zweitens kann sie durch Auf- oder Abwärtstrends im marktweiten Spread während eines Jahres verzerrt werden. Bei einem Aufwärtstrend werden die Länder, die später im Jahr Kredite aufnehmen, relativ schlechter aussehen als solche, die am Anfang des Jahres am Markt waren. Am wichtigsten ist allerdings der dritte Gesichtspunkt. Der Konzeption dieses Index liegt offenkundig die Annahme zugrunde, daß Risiken am Euromarkt durch Zinsaufschläge abgegolten werden, so daß sie dann an diesen gewissermaßen „abgelesen" werden können. Man kann aber nicht grundsätzlich davon

DOI https://doi.org/10.3790/ccm.24.4.484 | Generated on 2023-01-16 13:01:18
OPEN ACCESS | Licensed under CC BY 4.0 | https://creativecommons.org/about/cclicenses/

ausgehen, daß Risiken an Kreditmärkten nur durch Zinsen abgegolten werden, vielmehr können auch Kreditlimits effiziente (und manchmal sogar die einzigen) Mittel zur effektiven Risikobegrenzung sein. In vielen Fällen ist eine Kombinationspolitik optimal. Dann aber kann der Spreadindex mißweisen. Denken wir beispielsweise an einen Kreditgeber, der ein Land als hohes Risiko einschätzt und folglich einen hohen Spread bei einem auf kleines Volumen limitierten Kredit vergibt. Das implizite „Votum" dieses Kreditgebers im Spreadindex wird gerade wegen der Kreditlimitierung untergewichtet sein, so daß der Index das Land als zu gut ausweisen wird. Generell können wir also sagen: Wenn bindende Kreditlimits existieren, so wird der Spreadindex nach unten verzerrt sein.

Die dritte Gruppe von in der Praxis Anwendung findenden Verfahren umfaßt die statistisch-ökonometrischen Modelle, deren Ansatz darin besteht, das Insolvenzrisiko einzelner Länder durch Diskriminanzanalyse, Logit-, oder Probitverfahren als Funktionen beobachtbarer länderspezifischer Charakteristika zu erklären. Das Ereignis „Insolvenz" wird dabei stets mit der Aufnahme von Umschuldungsverhandlungen identifiziert[2]. Wir betrachten als Beispiel einen Logit-Ansatz, da dieser die Basis für das Spreadmodell des folgenden Abschnitts bildet. Die grundlegende Vorstellung dabei ist, daß es eine nicht beobachtbare – latente – Variable x gibt, die die Zahlungsfähigkeit (oder Zahlungswilligkeit) des Landes widerspiegelt. Annahmegemäß läßt sie sich als Linearkombination beobachtbarer Ländercharakteristiken darstellen:

$$x = \beta v + u \tag{1}$$

Dabei ist

$$\beta = (\beta_0, \beta_1, \ldots \beta_n)$$

ein Zeilenvektor von konstanten Koeffizienten,

$$v' = (1, v_1, v_2, \ldots v_n)$$

ein Vektor beobachtbarer Charakteristiken und u ein stochastisches Residuum. Beobachten läßt sich lediglich eine Indikator- oder Dummyvariable, y, die mit x durch folgende Beziehung verknüpft ist:

[2] Beispiele für derartige Ansätze bieten die Arbeiten von *Feder* und *Just* (1977) sowie *Frank* und *Cline* (1971). Die ökonomische Basis dieser Ansätze bildet die in diesem Bereich klassische Arbeit von *Avramovic* (1964).

DOI https://doi.org/10.3790/ccm.24.4.484 | Generated on 2023-01-16 13:01:18
OPEN ACCESS | Licensed under CC BY 4.0 | https://creativecommons.org/about/cclicenses/

$$y = \begin{cases} 0\,, & x \geq \tilde{x} \\ 1\,, & x < \tilde{x} \end{cases}$$

Der unbekannte Schwellenwert $\tilde{x}$ markiert die Grenze zwischen Solvenz und Insolvenz. Für $x \geq \tilde{x}$ ist das Land solvent, im Falle $x < \tilde{x}$ ist es insolvent. Diese Ansätze arbeiten generell mit Querschnittsdaten, bei denen sich die Beobachtungen y_i und v_i, $i = 1, \ldots, n$, auf einzelne Länder beziehen. Die exogenen Charakteristika $v_{1i}, v_{2i}, \ldots$ repräsentieren (beispielsweise) die jeweiligen Länderwerte der Schuldendienstquote (Relation von Schuldendienst zu Exporten), der Reservenquote (Relation von Währungsreserven zu Importen), des staatlichen Budgetdefizits relativ zum BSP.

III. Insolvenzrisiko und Spreads

Wir wenden uns nun dem Hauptthema unseres Beitrags zu, nämlich der oben schon angesprochenen Beziehung zwischen Länderrisiko und Spreads, die wir hier in einem stilisierten Modell der Insolvenz betrachten wollen. In einer Situation mit vollständiger Information kann im Gleichgewicht keine Zahlungsunfähigkeit eintreten, denn potentielle Kreditgeber könnten sich ex ante ausrechnen, ab welchem Verschuldungsniveau ein Land den Anreiz hätte, ex post seine Zahlungsunfähigkeit zu erklären. Sie würden deshalb dem Land keinen dieses Niveau überschreitenden Kredit geben. Ein geeigneter Ansatzpunkt der Analyse von Länderrisiken ist deshalb die Annahme, daß die Information über die Zahlungsfähigkeit eines Landes unvollkommen ist. Konkret wollen wir dies durch die Annahme modellieren, daß der Schuldendienst, der dem Land maximal entzogen werden kann, eine Zufallsgröße ist, die zum Zeitpunkt der Kreditvergabe noch nicht bekannt ist. Dies deckt sich generell mit der Modellsituation, die bei der in Abschnitt II beschriebenen Logit-Analyse zugrundegelegt wird. Wir werden im folgenden den maximal möglichen Schuldendienst als nicht-negative Zufallsvariable annehmen und mit der Variablen X bezeichnen. Die Realisationen von X unterliegen einer Wahrscheinlichkeitsverteilung $F_X(\xi) = \text{prob}\{X < \xi\}$. Wir nehmen dabei an, daß für jedes positive Niveau des vertraglichen Schuldendienstes, D, eine positive – obwohl möglicherweise sehr kleine – Wahrscheinlichkeit existiert, daß das Land trotz Kreditlimit und Vertragsstrafe Insolvenz erklären wird, nämlich genau dann, wenn $X < D$ gilt. Mögliche reale Gründe dafür sind außergewöhnlich hohe Schocks im Schuldnerland oder in der Weltwirtschaft, wie beispielsweise Mißernten aufgrund von Dürrekatastrophen, eine unerwartet starke weltweite Rezession, ein Preiseinbruch bei Exportprodukten des Schuldnerlandes, oder

DOI https://doi.org/10.3790/ccm.24.4.484 | Generated on 2023-01-16 13:01:18
OPEN ACCESS | Licensed under CC BY 4.0 | https://creativecommons.org/about/cclicenses/

auch politische Umwälzungen. Die ex post Rendite ($\tilde{r}$) auf einen Länderkredit ist dann eine Zufallsvariable, die wir wie folgt beschreiben können:

$$\tilde{r} = \begin{cases} z, & X \geq D \\ \tilde{r}_I, & X < D \end{cases} \tag{2}$$

Dabei gilt folgende Notation:

z,	vertraglich vereinbarter Zinssatz
$\tilde{r}_I$,	stochastische Restrendite bei Insolvenz
$\psi = \text{prob}\{X < D\} = F_X(D)$,	Insolvenzwahrscheinlichkeit

Aus der Sicht des Kreditgebers ergibt sich dann folgender Erwartungswert der Rendite:

$$E\tilde{r} = (1 - \psi)z + \psi E[\tilde{r}_I \mid X < D] \tag{3}$$

Um aus (3) ein konkretes Ergebnis errechnen zu können, machen wir nun zwei zusätzliche Annahmen: (i) Wir unterstellen den einfachsten denkbaren Fall und nehmen an, daß die erwartete Restrendite bei Insolvenz gleich 0 ist:

$$E[\tilde{r}_I \mid X < D] = 0$$

Wenn das Land also eine Insolvenz erklärt, so erhält der Kreditgeber keine Zinszahlungen, verbucht aber den eingesetzten Kapitalbetrag nicht als Verlust. (ii) Wir nehmen Risikoneutralität der Kreditgeber an, so daß die erwartete Rendite gleich dem exogen gegebenen Weltmarktzins r ist. Wenn wir diese beiden Annahmen in (3) berücksichtigen, so ergibt sich, daß der Zinssatz im Kreditvertrag wie folgt festgesetzt werden muß:

$$z = \frac{r}{1 - \psi} > r \tag{4}$$

Gemäß unseren Annahmen ist die Wahrscheinlichkeit ψ positiv, so daß der Vertragszins über dem risikofreien Zinssatz liegt. Es ergibt sich also ein Spread in der Form eines Aufschlags auf den Weltmarktzins r:

$$s = z - r = \left(\frac{\psi}{1 - \psi}\right) r > 0 \tag{5}$$

Durch diese Gleichung haben wir eine konkrete Begründung dafür erhalten, daß Spreads als Maß für die vom Markt angenommene Insolvenzwahrscheinlichkeit angesehen werden können und daß Spreadanalysen Informa-

DOI https://doi.org/10.3790/ccm.24.4.484 | Generated on 2023-01-16 13:01:18
OPEN ACCESS | Licensed under CC BY 4.0 | https://creativecommons.org/about/cclicenses/

tionen über existierende Länderrisiken liefern können. Und noch mehr: wenn wir Gleichung (5) genauer Betrachten, so sehen wir, daß der Spread effektiv die Logit-Transformation der Insolvenzwahrscheinlichkeit ψ darstellt, denn es gilt

$$\ln s = \ln\left(\frac{\psi}{1-\psi}\right) + \ln r\,.$$

Wenn wir also eine lineare Regression mit logarithmierten Spreads vornehmen, so ist dies konzeptionell dasselbe wie eine Logitanalyse von Insolvenzwahrscheinlichkeiten[3]. Allerdings gibt es erhebliche Unterschiede in der Methodik und in bezug auf die Datenbasis. Eine solche Spreadanalyse wurde von *Edwards* (1984) vorgestellt, wobei er in etwa zu denselben Resultaten gelangt, wie andere Autoren mit der Diskriminanzanalyse oder mit Logitverfahren.

IV. Optionspreismethoden zur Berechnung von Spreads

Das einfache Modell zur Erklärung eines Spreads, das wir im vorhergehenden Abschnitt beschrieben haben, weist zwar in die richtige Richtung, läßt aber entscheidende Fragen im Rahmen der Problematik des Länderrisikos unbeantwortet. Der hauptsächliche Kritikpunkt betrifft dabei die Modellierung der Rendite bei Insolvenz. Die angenommene „alles oder nichts" Situation – vollständige Rückzahlung des Kredits bei Solvenz, Totalausfall bei Insolvenz – läßt wichtige „stilisierte Fakten" der Realität außer acht. Demzufolge besteht die wichtigste Erweiterung gegenüber dem vorigen Abschnitt im folgenden darin, daß wir ein erweitertes Modell des Schuldendienstes unter Insolvenz verwenden. Außerdem ersetzen wir die Annahme der Risikoneutralität durch die Annahme vollständiger Finanzmärkte.

Wir machen außerdem noch folgende ergänzende Annahmen. Die betrachtete Ökonomie läuft prinzipiell auf einer stetigen Zeitachse ab, auf der die Fälligkeiten der Auslandsverschuldung als diskrete Zeitpunkte $\{0,1,2,\ldots\}$ verteilt sind. Alle Verschuldung hat die Form von Zerobonds mit dem Nennwert 1 und der Laufzeit von einer Periode. Unter diesen Annahmen ist der vertragliche Schuldendienst in Periode t, D_t, gleich der Anzahl der Bonds, die in der Vorperiode ausgegeben wurden, A_{t-1}. Der Preis eines einzelnen Auslandsbonds in der Periode t wird mit Z_t bezeichnet. Auch die

[3] Die Verwendung des Logarithmus ist statthaft, da Spreads qua Konstruktion nur positiv sein können.

DOI https://doi.org/10.3790/ccm.24.4.484 | Generated on 2023-01-16 13:01:18
OPEN ACCESS | Licensed under CC BY 4.0 | https://creativecommons.org/about/cclicenses/

risikofreie Alternativanlage existiert in Form eines einperiodigen Zerobonds, dessen konstanten Preis wir mit R bezeichnen.

1. *Schuldendienst und Zahlungsfähigkeit*

Wir verfeinern unsere Analyse dadurch, daß wir insgesamt drei Konzepte des Schuldendienstes einführen:

- D_t, der vertragliche Schuldendienst,
- X_t, der maximal mögliche Schuldendienst, den wir kurz als die Zahlungsfähigkeit des Landes bezeichnen[4], und
- S_t, der tatsächliche Schuldendienst[5].

Während die Konzepte des vertraglichen und des tatsächlichen Schuldendienstes unproblematisch, und höchstens von statistischen Erhebungsproblemen betroffen sind, war das Konzept der Zahlungsfähigkeit in der einschlägigen Literatur während der achtziger Jahre heftig umstritten. Die klassische Arbeit von *Avramovic* (1964) und die auf ihr aufbauende Literatur stellt ganz auf diesen Begriff ab[6] und definiert ihn im Sinne eines Gegenwartswertes der Güter- und Dienstleistungsströme, die einem Land netto entzogen werden können. Demgegenüber stellt ein mehr kontrakttheoretisch orientierter Strang der Literatur den Begriff der Zahlungswilligkeit[7]. Die grundlegende Behauptung ist, daß ein Land, obwohl es im herkömmlichen Sinne noch zahlungsfähig ist, möglicherweise keinen Anreiz hat, seine Schulden zu bedienen. Es wird dabei unterstellt, daß das Land die Wahl zwischen Solvenz und Insolvenz als eine bewußte Kosten-Nutzen-Entscheidung trifft. Sofern der Nutzen, der sich aus der Einsparung von Schuldendienstzahlungen ergibt, die Kosten durch Vertragsstrafen sowie durch ökonomische und politische Isolierung überwiegt, wird das Land bewußt – und durchaus rational – die Insolvenz wählen. Sofern das Gegenteil der Fall ist, wird das Land solvent bleiben.

---

[4] In der englisch-sprachigen Literatur wird dies als „debt servicing capacity" (Schuldendienstkapazität) bezeichnet.

[5] In der international gebräuchlichen Zahlungsbilanzterminologie ist D_t der Schuldendienst auf „accrual basis", während S_t der Schuldendienst auf „cash basis" ist. Die Differenz zwischen beiden, $D_t - S_t$, wäre im Rahmen des hier verwendeten Modells als „exceptional financing" zu bezeichnen.

[6] Vgl. auch den Überblicksartikel von *McDonald* (1981).

[7] Diese Literatur ist inzwischen sehr umfangreich. Vgl. bspw. *Eaton* und *Gersovitz* (1981) sowie *Eaton, Gersovitz* und *Stiglitz* (1986). *Hellwig* (1986) bietet eine kritische Würdigung.

DOI https://doi.org/10.3790/ccm.24.4.484 | Generated on 2023-01-16 13:01:18
OPEN ACCESS | Licensed under CC BY 4.0 | https://creativecommons.org/about/cclicenses/

Die Kontroverse zwischen den Proponenten der Zahlungsfähigkeit und denen der Zahlungswilligkeit können wir im Rahmen unseres Beitrages nicht lösen. Wir wollen aber auf folgenden entscheidenden Punkt hinweisen: Aus der Perspektive eines einzelnen (hinreichend kleinen) Kreditgebers – und diese Perspektive liegt unserem Ansatz zugrunde – ist es gleichgültig, ob ein Land seine Zahlungen einstellt, weil es nicht mehr bereit ist, oder weil es nicht mehr fähig ist zu zahlen. Der Effekt ist in beiden Fällen derselbe: Das Land wird insolvent und der Kreditgeber muß davon ausgehen, daß er einen Teil seiner Forderung nicht mehr eintreiben kann. Die entscheidenden Fragen aus der Sicht des Kreditgebers lauten deshalb wie folgt: (i) Bei welchem Verschuldungsniveau wird das Land insolvent? (ii) Mit welchem Verlust ist im Falle der Insolvenz zu rechnen? Diesen Fragen werden wir uns im folgenden zuwenden.

2. *Umschuldung und Schuldenerlaß*

Der Zustand der Insolvenz wird, wie wir schon im vorigen Abschnitt konkretisiert haben, durch das Ereignis $X_t < D_t$ beschrieben. Im Zustand der Insolvenz hat ein Land die Wahl zwischen unilateraler Einstellung bzw. Verminderung seines Schuldendienstes und Eintritt in Umschuldungsverhandlungen, bei denen in Kooperation mit den Kreditgebern die Zahlungsverpflichtungen vermindert werden. Wir nehmen im folgenden an, daß generell die zweite Alternative gewählt wird, wie dies auch in der Realität fast ausschließlich der Fall ist. Was bedeutet dies für den Schuldendienst eines Landes unter Insolvenz? Um diese Frage zu beantworten, betrachten wir kurz die „Mechanik" von Umschuldungsverhandlungen. Es lassen sich zwei Aspekte der Umschuldung unterscheiden, die wir mit den Begriffen Liquiditätserleichterung und Schuldenerlaß bezeichnen wollen. Wir illustrieren diese beiden Begriffe anhand von Abb. 1. Die beiden monoton fallenden Kurven in dieser Abbildung repräsentieren jeweils diejenigen Kombinationen von Schuldendienst und Laufzeit, die mit einem konstanten Gegenwartswert verbunden sind. Eine Bewegung entlang einer festliegenden Kurve ($a \rightarrow b$) bedeutet eine Reduktion des Schuldendienstes bei gleichzeitiger Verlängerung der Laufzeit der Schuld. Da der Gegenwartswert dabei annahmegemäß konstant bleibt, bedeutet dies für die Kreditgeber keinen Verlust, und für das Land lediglich eine Liquiditätserleichterung. Eine Verschiebung der Kurve nach unten ($a \rightarrow c$) bedeutet dagegen einen Schuldenerlaß, da die Reduktion des Schuldendienstes durch eine Reduktion des Gegenwartswertes der Gesamtverschuldung erreicht wird. Praktisch alle Umschuldungen in der Realität enthalten sowohl Liquiditätserleichterun-

DOI https://doi.org/10.3790/ccm.24.4.484 | Generated on 2023-01-16 13:01:18
OPEN ACCESS | Licensed under CC BY 4.0 | https://creativecommons.org/about/cclicenses/

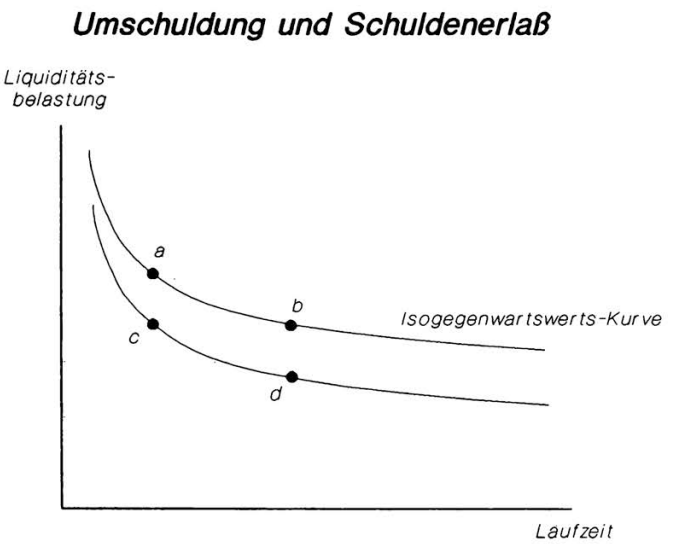

Abbildung 1

gen als auch einen Schuldenerlaß. Dies bedeutet in Abb. 1 eine Verschiebung der Kurve nach unten mit gleichzeitiger Bewegung auf ihr nach rechts. $(a \rightarrow d)$

Damit haben wir in groben Umrissen die bei Umschuldungen wirkenden Mechanismen skizziert. Es verbleibt allerdings noch die Frage, wie sich dies auf einzelne Kreditgeber auswirkt, die bei Umschuldungsverhandlungen direkt oder indirekt repräsentiert werden. In dieser Hinsicht existieren sehr klare Regeln, und zwar sowohl für den *Paris Club,* in dem die Schulden der offiziellen Kreditgeber umgeschuldet werden, wie auch für den *London Club,* in dem die Geschäftsbanken ihre Kredite umschulden. Nach *Rieffel* (1985) wird ein Schuldenerlaß generell proportional auf die existierenden Kreditgeber umgelegt, so daß jeder Kreditgeber relativ zu seiner Forderung denselben prozentualen Erlaß gewähren muß. Es kann sich also – zumindest in der Regel – kein einzelner Kreditgeber der Verantwortung entziehen, ein gewisses Maß der aggregativen Verluste mit zu tragen.

Als erstes Resultat können wir somit festhalten, daß die Regelung einer Länderinsolvenz durch Umschuldungsverhandlungen realiter immer Verluste für die Kreditgeber nach sich ziehen wird. Allerdings werden diese nicht von der Art „alles oder nichts" sein, die in Abschnitt III unterstellt wurde. Der Realität näher kommt ein Ansatz, den vor kurzer Zeit *Claessens* and *Wijnbergen* (1990) vorgestellt haben. Ihr stilisiertes Modell von Umschul-

DOI https://doi.org/10.3790/ccm.24.4.484 | Generated on 2023-01-16 13:01:18
OPEN ACCESS | Licensed under CC BY 4.0 | https://creativecommons.org/about/cclicenses/

dungslösungen beruht auf der Annahme, daß bei Insolvenz Schuldenerlaß im Ausmaß der Differenz zwischen vertraglichem Schuldendienst und maximal erzielbarem Schuldendienst erfolgt. Wir können diese Annahme formal durch folgende Gleichung ausdrücken:

$$S_t = \begin{cases} D_t\,, & X_t \geq D_t \\ X_t\,, & X_t < D_t \end{cases}$$

In prägnanter Form läßt sich dieser Umschuldungsmechanismus wie folgt schreiben:

$$S_t = \min\left\{D_t, X_t\right\} \tag{6}$$

Dieser hypothetische Umschuldungsmechanismus paßt ausgezeichnet in das hier zugrundeliegende Modell von grundsätzlich einperiodigen Krediten. Denn wenn Maturitätsverlängerungen qua Definition ausgeschlossen sind, so besteht die einzige Möglichkeit, den Schuldendienst zu reduzieren, darin, Schuldenerlaß zu gewähren. Was dieser Umschuldungsmechanismus für die Bewertung des Länderrisikos bedeutet, wird im folgenden Abschnitt diskutiert.

3. Schuldenerlaß, Optionspreise und Spreads

In diesem Abschnitt wenden wir uns der Frage zu, wie ein einzelner Kreditgeber einen Länderkredit bewertet, der der oben unterstellten Umschuldungsmechanik unterliegt. Aus der Sicht eines einzelnen Kreditgebers ist nur der tatsächliche Schuldendienst relevant, der durch Gleichung (6) mit den beiden anderen Konzepten verknüpft wird. Allerdings ist dabei nicht der aggregative Schuldendienst relevant, sondern der Schuldendienst pro Schuldtitel. Dieser läßt sich aus Gleichung (6) durch Division mit dem Bestand an Schuldtiteln bestimmen:

$$\frac{S_t}{A_{t-1}} = \min\left\{1, \frac{X_t}{A_{t-1}}\right\} \tag{7}$$

Diese Beziehung ist in Abb. 2 dargestellt. Wenn der maximal mögliche Schuldendienst den vertraglichen übersteigt, so befindet sich das Land im Zustand der Solvenz, in dem der tatsächliche Schuldendienst mit dem vertraglichen übereinstimmt. Wir erhalten so die durchgezogene horizontale Linie auf dem Niveau 1 ab dem Punkt 1 nach rechts. Wenn andererseits der maximal mögliche Schuldendienst nicht zur Deckung des vertraglichen ausreicht, so erfolgt der Schuldendienst im Ausmaß der gegebenen Zahlungs-

DOI https://doi.org/10.3790/ccm.24.4.484 | Generated on 2023-01-16 13:01:18
OPEN ACCESS | Licensed under CC BY 4.0 | https://creativecommons.org/about/cclicenses/

Zahlungsfähigkeit und Schuldendienst

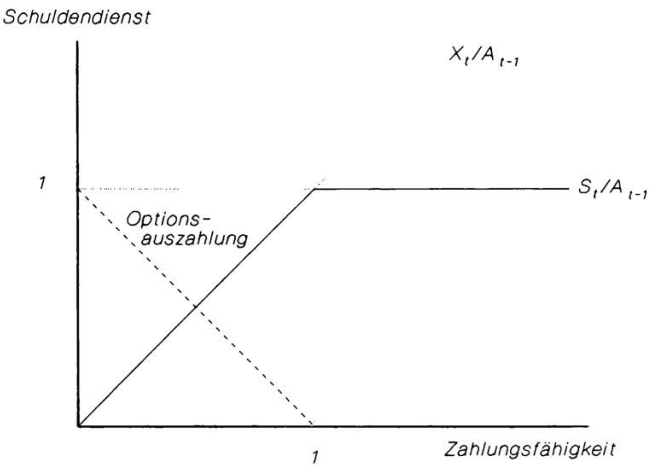

Abbildung 2

fähigkeit. Die durchgezogene Auszahlungskurve knickt deshalb zur Linken des Punktes 1 ab und verläuft entlang der 45-Grad Linie zum Ursprung.

Der geknickte Verlauf der Schuldendienstkurve in Abb. 2 legt eine Beziehung zu der Auszahlungskurve einer Option nahe. Und tatsächlich läßt sich zeigen, daß die Bewertung des Länderrisikos im Rahmen des nunmehr gewählten Modells eine enge Verwandtschaft mit Optionspreismethoden aufweist[8]. Um diese Aussage zu belegen, nehmen wir an, es existiere eine Verkaufsoption für die Verschuldung des betrachteten Landes. Jede Option gewährt dem Inhaber das Recht, zum Fälligkeitszeitpunkt einen Schuldtitel des Landes zum Nennwert zu verkaufen. Wenn das Land zum Fälligkeitszeitpunkt solvent ist, so ist die Verkaufsoption wertlos, da alle Schuldtitel zum Nennwert zurückgenommen werden. Ist das Land aber insolvent, so besitzt die Option den Wert

$$\frac{D_t - X_t}{A_{t-1}},$$

der genau dem Anteil eines einzelnen Schuldtitels am Gesamtbetrag des Schuldenerlasses entspricht. Die Auszahlungsfunktion der Option,

[8] Darstellung von Optionspreismethoden finden sich in *Black* und *Scholes* (1973), *Cox* und *Rubinstein* (1985) und *Merton* (1973).

DOI https://doi.org/10.3790/ccm.24.4.484 | Generated on 2023-01-16 13:01:18
OPEN ACCESS | Licensed under CC BY 4.0 | https://creativecommons.org/about/cclicenses/

$$\max\left\{\frac{D_t - X_t}{A_{t-1}}, 0\right\},$$

ist in Abb. 2 als gestrichelte Linie dargestellt. Wie man in der Abbildung deutlich sieht, gewährt diese Option ihrem Halter eine perfekte Versicherung gegenüber einer möglichen Insolvenz des Schuldnerlandes.

Was hilft nun die Einführung dieser hypothetischen Verkaufsoption für die Bestimmung des Spread? Um diese Frage zu beantworten, vergleichen wir folgende Investmentalternativen:

- Kauf eines risikofreien Bonds zum Preis R; dies garantiert die sichere Auszahlung von 1 am Ende der Periode.
- Kauf eines Auslandsbonds zum Preis Z_t und einer Verkaufsoption zum Preis Q_t. Auch dies garantiert die sichere Auszahlung von 1 am Ende der Periode.

Da die Auszahlungen dieser beiden Investitionsstrategien für alle möglichen Weltzustände gleich sind, verlangt das Prinzip der Arbitragefreiheit, daß auch die Kosten der beiden Investitionsstrategien gleich sein müssen[9]. Dies bedeutet, daß folgende Gleichung zwischen den Aktivapreisen erfüllt sein muß:

$$Z_t = R - Q_t \tag{8}$$

Aus dieser Beziehung können wir schließlich auch eine Gleichung für die Renditen gewinnen. Bei kontinuierlicher unterperiodiger Verzinsung gilt $Z_t = e^{-z_t}$ und $R = e^{-r}$, wobei z_t und r wie im vorigen Abschnitt den Länderzinssatz und den risikofreien Zinssatz bezeichnen. Durch Umstellen und Logarithmieren von (8) erhalten wir eine Gleichung für den Spread, die das Prinzip der Arbitragefreiheit erfüllt:

$$s_t = z_t - r = \ln(1 - q_t) \geq 0 \tag{9}$$

Dabei bezeichnet

$$q_t = \frac{Q_t}{R} \tag{10}$$

den Preis der Verkaufsoption in Relation zu dem Preis des risikofreien Bonds. Die Bestimmung des Spread reduziert sich also effektiv auf die Preisbestimmung einer Verkaufsoption, die auf das Ereignis der Insolvenz des Landes konditioniert ist.

[9] Das Prinzip der Arbitragefreiheit besagt, daß ein Gleichgewichtszustand durch die Abwesenheit ausnutzbarer Arbitragemöglichkeiten – sogenannte free lunches – charakterisiert sein muß. Vgl. dazu *Rubinstein* (1987) und *Varian* (1987).

DOI https://doi.org/10.3790/ccm.24.4.484 | Generated on 2023-01-16 13:01:18
OPEN ACCESS | Licensed under CC BY 4.0 | https://creativecommons.org/about/cclicenses/

Wir können deshalb auf den technischen Apparat zurückgreifen, der in Zusammenhang mit der Preisbestimmung von Optionen entwickelt wurde. Die Details der Herleitung des Optionspreises Q_t werden im Anhang gezeigt. Wir fassen hier nur das Endresultat zusammen. Der Preis einer auf den Nennwert eines Länderkredits bezogenen Verkaufsoption läßt sich wie folgt schreiben:

$$(11) \qquad Q_t = R\,N\left(-\frac{\ln(X_t/A_t) + r - \sigma^2/2}{\sigma}\right) - \frac{X_t}{A_t}\,N\left(-\frac{\ln(X_t/A_t) + r + \sigma^2/2}{\sigma}\right)$$

Dabei bezeichnet $N(\cdot)$ die Verteilungsfunktion der standardisierten Normalverteilung[10]. Durch Division mit $R = e^{-r}$ ergibt sich daraus der relative Optionspreis, der für die Berechnung des Spread relevant ist:

$$(12) \qquad q_t = N\left(-\frac{\ln(X_t/A_t) + r - \sigma^2/2}{\sigma}\right) - e^{r}\,\frac{X_t}{A_t}\,N\left(-\frac{\ln(X_t/A_t) + r + \sigma^2/2}{\sigma}\right)$$

Die Diskussion der empirischen Implikationen dieser Resultate findet sich im folgenden Abschnitt.

V. Diskussion der Ergebnisse

1. *Empirische Implikationen*

Die Basis für die Bewertungsmethode von Länderrisiken, die wir im vorigen Abschnitt entwickelt haben, bildet die Bewertung der Verkaufsoption auf einen Länderkredit, der dem Umschuldungsrisiko unterliegt. Aus diesem Grund betrachten wir als erstes den Wert dieser Verkaufsoption. In Abb. 3 haben wir den Optionswert zu Beginn einer Periode abgebildet, zusammen mit der zugehörigen Auszahlungsfunktion der Option am Ende der Periode. Dabei wird eine Volatilität von $\sigma = 0{,}1$ und ein risikofreier Zinssatz von $r = 0{,}05$ unterstellt. Die Beziehung zwischen Optionswert und Auszahlungsfunktion ist in den Extrembereichen links und rechts außen am einfachsten zu überschauen. Wenn Land sehr zahlungsfähig ist, so ist der Optionswert beinahe null[11], da die Wahrscheinlichkeit, daß das Land bis zum Ende der Periode doch noch zahlungsunfähig werden könnte, in diesem

[10] Es handelt sich hier letztlich um eine Variante der Optionspreisformel von *Black* und *Scholes* (1973), die für die hier vorliegende Problemsituation adaptiert wurde. Der „strike price" ist gleich 1, die Restlaufzeit ist ebenfalls gleich 1, während das Äquivalent des laufenden Aktienkurses hier der Zahlungsfähigkeitsquotient X_t/A_t ist.

[11] Allerdings wird die Option nie vollkommen wertlos.

DOI https://doi.org/10.3790/ccm.24.4.484 | Generated on 2023-01-16 13:01:18
OPEN ACCESS | Licensed under CC BY 4.0 | https://creativecommons.org/about/cclicenses/

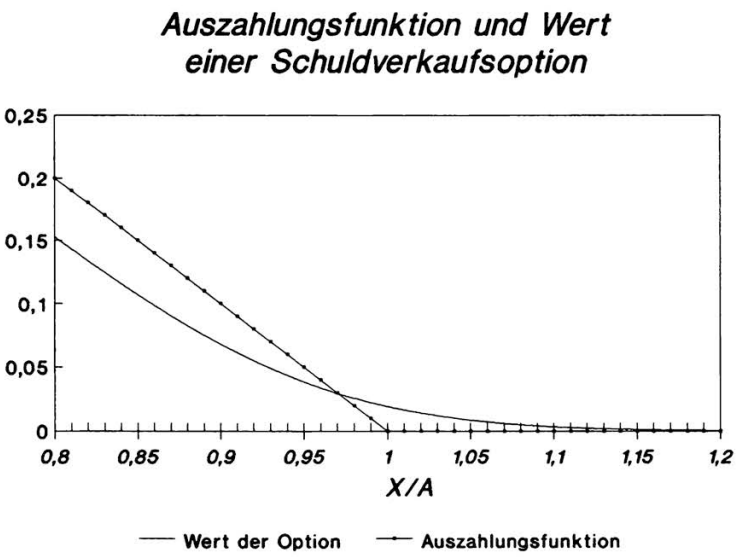

Abbildung 3

Bereich sehr gering ist. Wenn andererseits die Zahlungsfähigkeit des Landes gering wird, so konvergiert der Optionswert schnell gegen den abdiskontierten Gegenwartswert der Auszahlung. Der Grund dafür ist, daß Wahrscheinlichkeit der Insolvenz am Ende der Periode in diesem Bereich nahe bei 1 liegt.

Der Zusammenhang zwischen der Zahlungsfähigkeit eines Landes, dem Spread, den es bei seinen Krediten in Kauf nehmen muß, und der Volatilität seiner Zahlungsfähigkeit (σ) ist in Abb. 4 dargestellt. Die Spreadkurven ergeben sich aus der Gleichung

$$(13) \qquad s_t = -\ln\left[1 - N\left(-\frac{x_t + r - \sigma^2/2}{\sigma}\right) + e^{x_t + r} N\left(-\frac{x_t + r + \sigma^2/2}{\sigma}\right)\right],$$

mit

$$x_t = \ln\left(\frac{X_t}{A_t}\right),$$

die wir durch Kombination von (9) und (12) gewinnen. Allen Kurven liegt derselbe Zinssatz von $r = 0{,}05$ zugrunde. Sie unterscheiden sich aber durch die Volatilitätsannahmen. Grundsätzlich ähnelt der Verlauf der Spreadkurven dem der Optionswertkurve in Abb. 3. Es zeigt sich aber auch, daß die

DOI https://doi.org/10.3790/ccm.24.4.484 | Generated on 2023-01-16 13:01:18
OPEN ACCESS | Licensed under CC BY 4.0 | https://creativecommons.org/about/cclicenses/

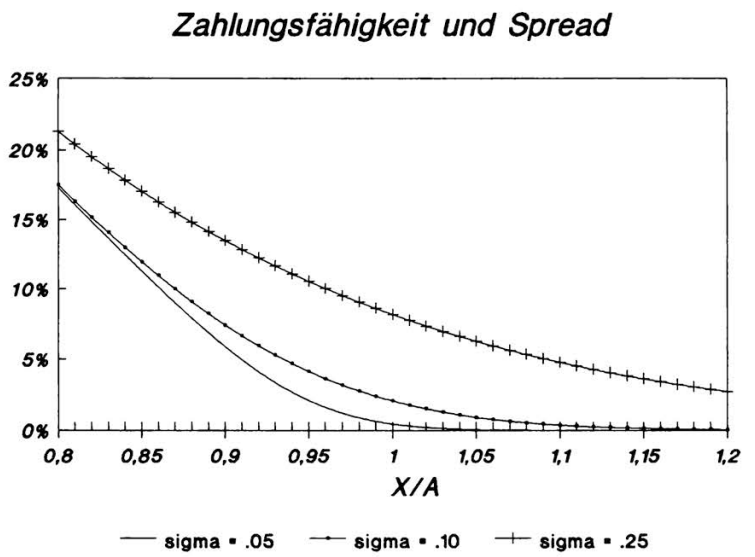

Abbildung 4

Volatilität der Zahlungsfähigkeit einen entscheidenden Einfluß auf den Spread hat. Ist sie klein, so weist die Spreadkurve einen deutlichen „Knick" in der Gegend von 1 auf. Der Spread sinkt dann sehr schnell auf Null, wenn das Land nach rechts in die Zone vollständiger Zahlungsfähigkeit gerät, denn das Risiko einer möglichen Insolvenz ist dort sehr gering. Mit zunehmender Volatilität wird der „Knick" in der Spreadkurve undeutlicher. Dies ist anschaulich wie folgt zu verstehen. Bei hoher Volatilität verwischt sich der Unterschied zwischen einem Land, das gegenwärtig solvent ist, und einem, das gegenwärtig insolvent ist, denn die Wahrscheinlichkeit, daß bis zum Ende der Periode ein solventes Land insolvent, und ein insolventes Land solvent wird, ist dann sehr groß.

2. *Praktische Anwendbarkeit*

Die entscheidende Rolle bei einer möglichen Anwendung optionsgestützter Spreadberechnungen kommt der Identifizierung der noch unbekannten Variablen X_t zu, die die Zahlungsfähigkeit eines Landes bezeichnet. Um diese Größe näher zu bestimmen, verwenden wir die Zahlungsbilanzidentität auf der Basis der vertraglich geschuldeten Zahlungsströme (accrual basis), wobei wir der Einfachheit halber die Devisenbilanz ignorieren:

DOI https://doi.org/10.3790/ccm.24.4.484 | Generated on 2023-01-16 13:01:18
OPEN ACCESS | Licensed under CC BY 4.0 | https://creativecommons.org/about/cclicenses/

$$B_t + Z_t A_t - D_t = -(D_t - S_t) \tag{14}$$

Dabei bezeichnet B_t den Saldo der Außenhandelsbilanz von Gütern und Dienstleistungen[12] und $Z_t A_t$ die Kapitalimporte, während $D_t - S_t$ die irreguläre bzw. außerordentliche Finanzierung durch Zahlungseinstellung oder Schuldenerlaß reflektiert. Qua Definition kann diese Größe nur null oder positiv sein[13]. Diese Schreibweise der Zahlungsbilanzidentität liefert uns einen Ansatzpunkt für eine formale Definition des maximal möglichen Schuldendienstes, X_t. Zur Finanzierung des Schuldendienstes stehen einerseits Leistungsbilanzüberschüsse, andererseits Kapitalimporte zur Verfügung. Wir können annehmen, daß der Leistungsbilanzüberschuß, der bei Durchführung aller gängigen wirtschaftspolitischen Anpassungsmaßnahmen erzielt werden kann, ein maximales Niveau hat, das wir mit $\bar{B}_t$ bezeichnen. Der maximale Leistungsbilanzüberschuß unterliegt der Größenbeschränkung $0 < \bar{B}_t < \infty$. Wir können ebenfalls davon ausgehen, daß die Kreditgeber eines Landes nur bis zu einem gewissen maximalen Verschuldungsniveau bereit sein werden, Kredite zu vergeben. Effektiv unterliegt also auch der Schuldenbestand eines Landes einem Maximalwert, den wir mit $\bar{A}_t$ bezeichnen, mit der Größenbeschränkung $0 < \bar{A}_t < \infty$. Wenn diese Größen ihre Maxima unabhängig erreichen können, so können wir den maximal möglichen Schuldendienst gemäß der Zahlungsbilanzrestriktion wie folgt schreiben:

$$X_t = \bar{B}_t + \bar{Z}_t \bar{A}_t \tag{15}$$

Wenn der vertragliche Schuldendienst D_t den so definierten Wert des maximal möglichen überschreitet, so kann die Zahlungsbilanzgleichung (14) nur mit Hilfe von Zahlungseinstellungen oder Schuldenerlaß erfüllt werden, d.h. das Land ist in dem hier zugrundegelegten Sinne tatsächlich insolvent. In (15) bezeichnet $\bar{Z}_t$ den Preis eines Auslandsbonds beim maximalen Schuldenbestand $\bar{A}_t$. Wir erhalten diesen Preis, indem wir (8) und (11) verbinden und dabei $A_t = \bar{A}_t$ setzen:

$$\bar{Z}_t = RN\left(\frac{\ln(X_t/\bar{A}_t) + r - \sigma^2/2}{\sigma}\right) + \frac{X_t}{\bar{A}_t} N\left(-\frac{\ln(X_t/\bar{A}_t) + r + \sigma^2/2}{\sigma}\right) \tag{16}$$

[12] Wir werden diese Bilanz im folgenden kurz als Leistungsbilanz bezeichnen. Zinszahlungen sind nicht in ihr enthalten, sie werden in D_t erfaßt.

[13] Sie wird hier negativ auf der rechten Seite der Zahlungsbilanz verbucht, da sie dieselbe Finanzierungswirkung besitzt, wie eine Reduktion der Netto-Währungsreserven.

DOI https://doi.org/10.3790/ccm.24.4.484 | Generated on 2023-01-16 13:01:18
OPEN ACCESS | Licensed under CC BY 4.0 | https://creativecommons.org/about/cclicenses/

Daß (15) eine endliche Lösung nach X_t hat, ergibt sich aus der Größenbeschränkung $Z_t \leq R$:

$$X_t \leq \bar{B}_t + R\bar{A}_t < \infty .$$

Der allgemeine Ansatz zur empirischen Anwendung des Optionspreismodells besteht darin, die Zahlungsfähigkeit des Landes X_t, bzw. den Quotienten X_t/A_t als latente Variable aufzufassen, für die beobachtbare Variablen als proxies verwendet werden. Beispielsweise kann man wieder einen allgemeinen log-linearen Ansatz machen,

$$\ln\left(\frac{X_t}{A_t}\right) = \beta v_t ,$$

und damit in (11), (12) oder (13) den Quotienten X_t/A_t eliminieren. Bei Verwendung von (13) ergibt sich die Spread-Gleichung

$$s_t = -\ln\left[1 - N\left(-\frac{\beta v_t + r - \sigma^2/2}{\sigma}\right) + e^{\beta v_t + r} N\left(-\frac{\beta v_t + r + \sigma^2/2}{\sigma}\right)\right],$$

die vermittels geeigneter nicht-linearer Regressionsmethoden geschätzt werden kann.

Alternativ können in diesem Zusammenhang auch *Tobit*-Verfahren in Betracht gezogen werden, denn der in Abb. 2 abgetragene Auszahlungsverlauf auf den Länderkredit erinnert an die Situation, die generell bei Tobit-Modellen unterstellt wird. Die Variable X_t ist im Insolvenzbereich $X_t < D_t$ beobachtbar, im Solvenzbereich $X_t \geq D_t$ dagegen nicht. Es könnte nun der maximal mögliche Schuldendienst durch Tobit-Verfahren als Funktion eines Vektors beobachtbarer, exogener Variablen geschätzt werden, und die geschätzte Funktion könnte in (12) bzw. (11) für Spreadberechnungen verwendet werden[14].

VI. Zusammenfassung und Schlußfolgerungen

Das entscheidende Resultat der Options-gestützten Bewertung von Länderrisiken läßt sich in der Aussage zusammenfassen, daß der Spread den Preis einer Option reflektiert, die ihrem Inhaber das Recht verleiht, den zugrundeliegenden Länderkredit bei Fälligkeit zum Nennwert zu verkaufen. Dieser Gedanke läßt sich durch eine recht einfache Idee motivieren.

[14] Vgl. dazu die Arbeit von *Lloyd-Ellis, McKenzie* und *Thomas* (1990).

DOI https://doi.org/10.3790/ccm.24.4.484 | Generated on 2023-01-16 13:01:18
OPEN ACCESS | Licensed under CC BY 4.0 | https://creativecommons.org/about/cclicenses/

Jeder Kreditgeber stellt sich die Frage, wieviel ihm die Option wert wäre, sich von seiner Forderung bei Fälligkeit zum Nennwert trennen zu können. Da er diese Option aber *nicht* besitzt, muß er den ihm dadurch entgangenen Wert – d.h. die Opportunitätskosten – in Form eines Aufschlages auf den Zins, den er fordert, berücksichtigen.

Die Bewertung von Länderkrediten mittels Optionspreismethoden wirft einige methodische Probleme auf, die wir oben im Verlauf unserer Darstellung nur kursorisch angesprochen haben, da ihre umfassende Diskussion den Rahmen dieses Beitrages sprengen würde. Es sei dazu aber folgendes gesagt. Das Prinzip der Arbitragefreiheit, das im Rahmen dieser Methoden zugrundegelegt wird, beruht auf der Annahme vollständiger Märkte, wodurch die zu bewertenden Optionen zu derivativen Aktiva werden[15]. Es ist fraglich, ob die Annahme vollständiger Märkte gerade in diesem Bereich erfüllt ist. Der entscheidende Aspekt dabei ist die Tatsache, daß der stochastische Prozeß X_t, der die Evolution der Zahlungsfähigkeit des Landes widerspiegelt, nicht den Preis eines handelbaren Aktivums repräsentiert. In dieser Hinsicht unterscheidet sich die Options-gestützte Bewertung von Länderrisiken völlig von der Bewertung von Aktienoptionen. Allerdings dürfen zwei Dinge in diesem Zusammenhang nicht übersehen werden. Zum ersten ist zwar die Zahlungsfähigkeit eines Landes nicht handelbar, aber eine oder mehrere proxy-Variablen können sehr wohl durch die Preise handelbarer Aktiva gegeben sein. Denken wir beispielsweise an ein Entwicklungsland, dessen Exporte zu 90 Prozent durch Kaffee dominiert werden; in diesem Fall sollte es möglich sein, aus Kaffee-Futures und ähnlichen Finanzinstrumenten Hedge-Positionen aufzubauen, über die eine Optionsgestützte Bewertung des Länderrisikos möglich ist. Der zweite Gegeneinwand besteht in dem Hinweis, daß die Annahme der Marktvollständigkeit für die Anwendung der hier skizzierten Methoden nicht notwendig ist. Man kann sie durch die Annahme der Risikoneutralität ersetzen, und damit zu Bewertungsformeln kommen, die den hier entwickelten weitgehend äquivalent sind.

Abschließend sei noch etwas über die Richtung weiterführender Forschung gesagt. Als eine der wichtigsten Aufgaben stellt sich die Integration des skizzierten Optionsansatzes in ein gängiges makroökonomisches Modell, mit dem Ziel, genauere Vorstellungen über die makroökonomischen Determinanten des Länderrisikos und damit auch Anregungen für die empirische Arbeit zu erhalten. Als zweite, ebenfalls theoretische Aufgabe stellt sich die realitätsnähere Modellierung der Zahlungsströme unter Insolvenz, wie sie

[15] Vgl. dazu *Müller* (1985) und *Rubinstein* (1987).

DOI https://doi.org/10.3790/ccm.24.4.484 | Generated on 2023-01-16 13:01:18
OPEN ACCESS | Licensed under CC BY 4.0 | https://creativecommons.org/about/cclicenses/

beispielsweise in einem Teilbereich von *Bartolini* und *Dixit* (1990) schon begonnen wurde. Als drittes und letztes verbleibt schließlich die empirische Implementierung des Modells gemäß den Ansätzen, die im letzten Abschnitt diskutiert wurden.

Anhang

Die grundlegende technische Annahme, die wir für die Anwendung von Optionspreismethoden benötigen, betrifft den stochastischen Prozeß, der die zeitliche Entwicklung des maximal möglichen Schuldendienstes, X_t, beschreibt. Erhebliche technische Probleme lassen sich vermeiden, wenn wir mit der Annahme beginnen, daß X_t ein stochastischer Prozeß in stetiger Zeit ist, dessen Evolution durch das stochastische Differential

$$\frac{dX_\tau}{X_\tau} = r\,d\tau + \sigma\,dw_\tau, \qquad \tau \geq t, \tag{17}$$

beschrieben wird. Dabei ist r der sichere Zinssatz, der auch bei der Berechnung des sicheren Bondpreises zugrundegelegt wird, σ ist der konstante Diffusionsparameter, während w_τ die Realisierungen einer *Brown*schen Bewegung bezeichnet. Der Wert der Verkaufsoption kann nun direkt als abdiskontierter Erwartungswert ihrer Auszahlungsfunktion geschrieben werden[16].

$$Q_t = e^{-r} E\left[\max\left\{\frac{D_{t+1} - X_{t+1}}{A_t},\ 0\right\} \middle| X_t, A_t\right]. \tag{18}$$

Gleichung (18) läßt sich aber noch weiter vereinfachen. Der vertragliche Schuldendienst, der zum Ende der laufenden Periode fällig wird, ist schon an deren Anfang bekannt, und aufgrund der Annahme der einperiodigen Laufzeit gilt $D_{t+1} = A_t$. Durch Division beider Seiten mit $R = e^{-r}$ ergibt sich eine Bestimmungsgleichung für den relativen Optionspreis q_t[17]:

$$q_t = E_t\left[\max\left\{1 - \frac{X_{t+1}}{A_t},\ 0\right\}\right] \tag{19}$$

---

[16] Wir umgehen hier sämtliche technischen Probleme, die in diesem Zusammenhang auftauchen. Von entscheidender Bedeutung ist die Annahme, daß ein vollständiges System von Finanzmärkten zur Verfügung steht, das die zu bewertende Option zu einem derivativen Aktivum werden läßt. Vgl. dazu die Monographie von *Duffie* (1988, insb. Kapitel 22) sowie *Müller* (1985).

[17] Wir vereinfachen die Schreibweise durch die Notationskonvention $E[\cdot \mid X_t, A_t] := E_t[\cdot]$.

DOI https://doi.org/10.3790/ccm.24.4.484 | Generated on 2023-01-16 13:01:18
OPEN ACCESS | Licensed under CC BY 4.0 | https://creativecommons.org/about/cclicenses/

Die Auszahlungsfunktion, auf die sich der Erwartungswert bezieht, läßt sich in zwei Teilbereiche zerlegen. Im Insolvenzbereich $X_{t+1} < A_t$ hat sie den Wert

$$1 - \frac{X_{t+1}}{A_t},$$

während sie im Solvenzbereich $X_{t+1} \geq A_t$ den Wert 0 hat. Wir können dann eine allgemeine Eigenschaft von Erwartungswerten ausnützen, um (19) wie folgt zu schreiben:

$$\begin{aligned} q_t &= \psi_t E_t \left[1 - \frac{X_{t+1}}{A_t} \,\middle|\, X_{t+1} < A_t \right] \\ &= \psi_t - \psi_t E_t \left[\frac{X_{t+1}}{A_t} \,\middle|\, X_{t+1} < A_t \right], \end{aligned}$$

wobei

$$\psi_t = \text{prob} \left\{ X_{t+1} < A_t \right\}$$

die auf den Informationsstand t bedingte Wahrscheinlichkeit der Insolvenz bezeichnet. Den Zustand der Insolvenz kann man auch durch die Ungleichung

$$\frac{X_{t+1}}{X_t} < \frac{A_t}{X_t}$$

beschreiben. Da außerdem A_t und X_t zum Zeitpunkt t bekannt sind, erhalten wir schließlich folgende Gleichung für den relativen Optionspreis:

$$q_t = \psi_t - \psi_t \frac{X_t}{A_t} E_t \left[\frac{X_{t+1}}{X_t} \,\middle|\, \frac{X_{t+1}}{X_t} < \frac{A_t}{X_t} \right] \tag{20}$$

Das stochastische Differential (17) impliziert folgende Trajektorie für X_t:

$$X_\tau = X_t \exp \left\{ \left(r - \frac{\sigma^2}{2} \right) (\tau - t) + \sigma (w_\tau - w_t) \right\}, \qquad \tau \geq t .$$

Wir setzen nun $\tau = t + 1$ und erhalten

$$\frac{X_{t+1}}{X_t} = \exp \left\{ r - \frac{\sigma^2}{2} + \sigma (w_{t+1} - w_t) \right\}.$$

Die Differenz $w_{t+1} - w_t$ ist normalverteilt mit Erwartungswert 0 und Varianz 1. Der Quotient X_{t+1}/X_t ist dann lognormal-verteilt mit den Para-

DOI https://doi.org/10.3790/ccm.24.4.484 | Generated on 2023-01-16 13:01:18
OPEN ACCESS | Licensed under CC BY 4.0 | https://creativecommons.org/about/cclicenses/

metern $v = r - \sigma^2/2$ und σ. Wir bezeichnen die entsprechende lognormale Verteilungsfunktion mit $\Lambda(\cdot; v, \sigma)$.

Die Insolvenzwahrscheinlichkeit und die erwartete Auszahlung unter Insolvenz lassen sich nun wie folgt schreiben:

$$\psi_t = \text{prob}\left\{\frac{X_{t+1}}{X_t} < \frac{A_t}{X_t}\right\} \tag{21}$$

$$= \Lambda(A_t/X_t; v, \sigma)$$

$$= N\left(\frac{\ln(A_t/X_t) - r + \sigma^2/2}{\sigma}\right)$$

$$E_t\left[\frac{X_{t+1}}{X_t}\,\middle|\,\frac{X_{t+1}}{X_t} < \frac{A_t}{X_t}\right] = \frac{\int_0^{A_t/X_t} X_{t+1}/X_t \, d\Lambda}{\Lambda(A_t/X_t)} \tag{22}$$

$$= e^r \frac{N\left(\frac{\ln(A_t/X_t) - r - \sigma^2/2}{\sigma}\right)}{N\left(\frac{\ln(A_t/X_t) - r + \sigma^2/2}{\sigma}\right)}$$

Durch Kombination von (20), (21) und (22) erhalten wir die Formel für den relativen Optionswert, die in Gleichung (12) im Text angegeben ist. Durch Multiplikation mit $R = e^{-r}$ ergibt sich (11).

Literatur

1. *Avramovic,* D., 1964, Economic Growth and External Debt, Baltimore: Johns Hopkins Press. – 2. *Bartolini,* L., und A. *Dixit,* 1990, Market Valuation of Illiquid Debt and Implications for Conflicts Among Creditors, IMF Working Paper WP/90/88. – 3. *Black,* F. und M. *Scholes,* 1973, „The Pricing of Options and Corporate Liabilities", Journal of Political Economy 81, 637 - 654. – 4. *Claessens,* S., und S. *van Wijnbergen,* 1990, Secondary Market Prices Under Alternative Debt Reduction Strategies: An Option Pricing Approach with an Application to Mexiko, CEPR Discussion Paper No. 415, London, UK. – 5. *Cohen,* D., 1990, A Valuation Formula for LDC Debt With Some Applications for Debt Relief, CEPR Discussion Paper No. 460, London, UK. – 6. *Cox,* J. C., und M. *Rubinstein,* 1985, Options Markets, Prentice-Hall: Englewood Cliffs, NJ. – 7. *Duffie,* D., 1988, Security Markets, Academic Press: Boston. – 8. *Eaton,* J., und M. *Gersovitz,* 1981, „Debt with Potential Repudiation: Theoretical and Empirical Analysis", Review of Economic Studies 48, 289 - 309. – 9. *Eaton,* J., M. *Gersovitz* und J. E. *Stiglitz,* 1986, „The Pure Theory of Country Risk", European Economic Review 30, 481 - 513. – 10. *Edwards,* S., 1984, „LDC Borrowing and Default Risk: An Empirical Investigation", American Economic Review 74, 726 - 734. – 11.

DOI https://doi.org/10.3790/ccm.24.4.484 | Generated on 2023-01-16 13:01:18
OPEN ACCESS | Licensed under CC BY 4.0 | https://creativecommons.org/about/cclicenses/

Feder, G., und R. *Just,* 1977, „A Study of Debt-Servicing Capacity Applying Logit Analysis", Journal of Development Economics 4, 25 - 38. – 12. *Frank,* C. R. Jr., und W. R. *Cline,* 1971, „Measurement of Debt Servicing Capacity: An Application of Discriminant Analysis", Journal of International Economics, 327 - 344. – 13. *Heffernan,* S. A., 1986, Sovereign Risk Analysis, London: Unwin Hyman. – 14. *Hellwig,* M., 1986, „Comments: The Pure Theory of Country Risk", European Economic Review 30, 521 - 527. – 15. *Kharas,* H., 1984, „The Long-Run Creditworthiness of Developing Countries: Theory and Practice", Quarterly Journal of Economics 99, 415 - 439. – 16. *Köglmayr,* H.-G., 1986, „Erfassung und Handhabung von Länderrisiken", *WiSt,* Heft 4, 211 - 214. – 17. *Köglmayr,* H.-G. und S. *Müller,* 1987, „Bewertung von Länderrisiken", Die Bank, Heft 7, 378 - 284. – 18. *Lloyd-Ellis,* H., G. W. *McKenzie,* und S. H. *Thomas,* 1990, „Predicting the Quantity of LDC Debt Rescheduling", Economics Letters 32, 67 - 73. – 19. *Maddala,* G. S., 1983, Limited-dependent and Qualitative Variables in Econometrics, Cambridge: Cambridge University Press. – 20. *McDonald,* D. C., 1981, „Debt Capacity and Developing Country Borrowing: A Survey of the Literature", IMF Staff Papers 29, 603 - 646. – 21. *Merton,* R., 1973, „Theory of Rational Option Pricing", Bell Journal of Economics and Management Science 4, 141 - 183. – 22. *Müller,* S., 1985, Arbitrage Pricing of Contingent Claims, Springer Verlag, Heidelberg, Berlin, New York, Tokyo. – 23. *Rieffel,* A., 1985, The Role of the Paris Club in Managing Debt Problems, Essays in International Finance No. 161, Princeton University, Princeton, New Jersey. – 24. *Rubinstein,* M., „Derivative Assets Analysis", Economic Perspectives, Vol. 1, No. 2, 1987, 73 - 93. – 25. *Varian,* H. R., 1987, „The Arbitrage Principle in Financial Economics", Economic Perspectives, Vol. 1, No. 2, 1987, 55 - 72.

Zusammenfassung

Bewertung von Länderrisiken durch Optionspreismethoden

Ziel dieses Beitrages ist die Darstellung eines Optionspreismodells zur Bestimmung von Spreads (Zinsaufschlägen) bei Länderkrediten. Den Ausgangspunkt bildet ein stilisiertes Modell der Ausgestaltung von Umschuldungspaketen. In diesem Modell kann der Marktwert der Auslandsverschuldung eines Landes mit Hilfe von Methoden der Optionspreistheorie bestimmt werden. Konzeptionell liegt diesem Vorgehen die Frage zugrunde, welche Versicherungsprämie ein Kreditgeber bezahlen würde, um die Möglichkeit zu haben, zum Nennwert aus einem Länderkredit auszusteigen. Diese Versicherungsprämie liefert dann eine Abschätzung für den Spread bei einem Kredit, bei dem der Kreditgeber diese Möglichkeit nicht hat oder nicht wahrnimmt. Der Beitrag schließt mit einer Diskussion der Frage, inwieweit das dargestellte Modell in der Lage ist, für die Finanzpraxis relevante und quantitativ verwertbare Ergebnisse zu liefern.

DOI https://doi.org/10.3790/ccm.24.4.484 | Generated on 2023-01-16 13:01:18
OPEN ACCESS | Licensed under CC BY 4.0 | https://creativecommons.org/about/cclicenses/

Summary

Evaluation of Country Risks by Means of Option Price Methods

The aim of this contribution is to preesent an option price model for the determination of spreads (interest premiums) in the case of lendings to foreign governments. The starting point is a stylized model for the tying-up of debt rescheduling packages. This model allows the determination of the market value of a country's foreign debts by means of option price theory-methods. Conceptually, this approach is based on the question as to what amount of insurance premium a lender would be prepared to pay in order to be able to move out of any lending to a foreign government at par. Such amount of insurance premium subsequently allows the spread to be estimated for a lending transaction under which the lender does not have or does not use the possibility of moving out at par. This contribution ends on a discussion of the question as to whether and, if so, to what extent the described model is capable of furnishing results that are relevant for practical financial management purposes and useful in quantitative terms.

Résumé

Evaluation de risques-pays à l'aide de méthodes des prix d'option

Cet article vise à présenter un modèle de prix d'option afin de déterminer les spreads (majorations d'intérêt) pour les credits aux pays. Le point de départ constitue un modèle rédigé du developpement de mesures de conversion de dette. Dans ce modèle, on peut déterminer la valeur sur le marché de l'endettement extérieur d'un pays à l'aide de methodes de la théorie des prix d'option. Conceptionellement, ce processus se base sur la question suivante: quelle prime d'assurance paierait un bailleur de fonds pour avoir la possibilité de se libérer d'un crédit aux pays à la valeur nominale? Cette prime d'assurance fournit alors une estimation du spread pour un crédit pour lequel le bailleur de fonds n'a pas cette possibilité on n'en profite pas. En fin d'article, l'auteur examine à quel point le modèle présenté est capable de livrer des résultats significatifs et utilisables quantitativement dans la pratique financière.

DOI https://doi.org/10.3790/ccm.24.4.484 | Generated on 2023-01-16 13:01:18
OPEN ACCESS | Licensed under CC BY 4.0 | https://creativecommons.org/about/cclicenses/