

Güth, Werner

## Article

# Preisregeln für Auktionen und Ausschreibungen

Zeitschrift für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften (ZWS) - Vierteljahresschrift der Gesellschaft für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften, Verein für Socialpolitik

## Provided in Cooperation with:

Duncker & Humblot, Berlin

*Suggested Citation:* Güth, Werner (1995) : Preisregeln für Auktionen und Ausschreibungen, Zeitschrift für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften (ZWS) - Vierteljahresschrift der Gesellschaft für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften, Verein für Socialpolitik, ISSN 0342-1783, Duncker & Humblot, Berlin, Vol. 115, Iss. 1, pp. 1-26,  
<https://doi.org/10.3790/schm.115.1.1>

This Version is available at:

<https://hdl.handle.net/10419/291836>

## Standard-Nutzungsbedingungen:

Die Dokumente auf EconStor dürfen zu eigenen wissenschaftlichen Zwecken und zum Privatgebrauch gespeichert und kopiert werden.

Sie dürfen die Dokumente nicht für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, öffentlich zugänglich machen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Sofern die Verfasser die Dokumente unter Open-Content-Lizenzen (insbesondere CC-Lizenzen) zur Verfügung gestellt haben sollten, gelten abweichend von diesen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

## Terms of use:

*Documents in EconStor may be saved and copied for your personal and scholarly purposes.*

*You are not to copy documents for public or commercial purposes, to exhibit the documents publicly, to make them publicly available on the internet, or to distribute or otherwise use the documents in public.*

*If the documents have been made available under an Open Content Licence (especially Creative Commons Licences), you may exercise further usage rights as specified in the indicated licence.*



<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

# Preisregeln für Auktionen und Ausschreibungen\*

## Eine ordnungspolitische Analyse

Von Werner Güth\*\*

### I. Einordnung von Märkten für unteilbare Güter

Grundsätzlich ist kein Gut beliebig teilbar, da die menschliche Wahrnehmung sowie die Meßbarkeit von Mengen stets beschränkt ist. Selbst wenn ein Gut unteilbar ist, wie zum Beispiel das Gut „Kraftwagen“, wird man häufig auf Standardmodelle beliebig teilbarer Güter zurückgreifen, wenn dieses Gut in großen Mengen gehandelt wird. Wir werden daher im folgenden Märkte betrachten, auf denen unteilbare Güter in kleiner Menge gehandelt werden, zum Beispiel Märkte, auf denen nur eine einzige Einheit eines unteilbaren Gutes verkauft wird.

Wird nur maximal eine Einheit gehandelt, so liegt Wettbewerb nur auf einer der beiden Marktseiten vor, die andere Marktseite ist monopolistisch strukturiert. Bei monopolistischem Angebot sprechen wir von einer *Auktion*, auf der die Nachfrager konkurrieren. Ein Beispiel ist eine Kunstauktion, auf der ein einmaliges Kunstwerk an einen der Bieter verkauft werden soll. Liegt jedoch ein Nachfragemonopol vor, so sprechen wir von einer *Ausschreibung*. Als Beispiel kann hier eine öffentliche Ausschreibung dienen, mittels derer der Nachfrager ein Gebäude mit eindeutig bestimmten Ausstattungsmerkmalen erstellen lassen will. Die Bieter sind dann die möglichen Baufirmen, die solch ein Produkt anbieten können.

Wie in der gesamten Markt- und Preistheorie lassen sich die Lösungen für Angebotsmonopole in analoge Lösungen für Nachfragemonopole übersetzen, indem man lediglich die Marktseiten vertauscht. Wir können uns daher ohne Einschränkung auf den Fall von Auktionen beschränken. Allerdings werden wir gelegentlich auf Ausschreibungsregeln Bezug nehmen, da diese, insbesondere wenn es um Ausschreibungen der sogenannten Öffentlichen Hand geht, gesetzlich und damit eindeutig festge-

---

\* Verantwortlicher Herausgeber/editor in charge: U.S.

\*\* *Urs Schweizer* als verantwortlichem Herausgeber und zwei anonymen Gutachtern verdanke ich wertvolle Hinweise, die mich zu einer wesentlichen Überarbeitung meines ursprünglichen Manuskripts veranlaßt haben.

legt sind. Wir diskutieren also auch ein gewichtiges ordnungspolitisches Problem der Finanzwissenschaft.

Die moderne Markt- und Preistheorie (vgl. *Tirole*, 1988) sowie das von *Schmalensee* und *Willig*, 1989, herausgegebene Handbook of Industrial Organization) zeichnet sich durch eine fast unüberschaubare Vielfalt an Modelltypen aus, die schon zu Klagen führt (vgl. *Fisher*, 1989 und 1991, und *Peltzman*, 1991). Der Grund hierfür ist, daß es für die meisten Aspekte der extensiven Form eines Marktes (vgl. *Güth*, 1992) kaum gesicherte Fakten gibt, was manche Annahmen als recht willkürlich erscheinen läßt. Wir werden diese Willkür vermeiden, indem wir von grundlegenden Anforderungen für die Marktordnung, d.h. ordnungspolitischen Axiomen ausgehen. Der Vorteil einer derartigen ordnungspolitischen Analyse besteht offenbar darin, daß sich konkrete marktinstitutionelle Vorgaben durch allgemeine – ethische oder ökonomische – Prinzipien rechtfertigen lassen und daß man die Konsistenz einer Wirtschaftsordnung gewährleisten kann: Man prüft, ob die institutionellen Regeln verschiedener Märkte mit denselben Axiomen vereinbar sind.

Ein weiteres Anliegen dieses Beitrags ist es, die Lösungen für Auktionen und Ausschreibungen konstruktiv abzuleiten. Einerseits können dann bestimmte institutionelle Aspekte, wie zum Beispiel die Preisregeln, parametrisch variiert und in ihren Auswirkungen untersucht werden. Zum anderen werden die algorithmischen Methoden vermittelt und ihre Beschränkungen verdeutlicht.

Sind die Regeln festgelegt (vgl. zum Beispiel die sogenannten Verdingungsordnungen für Bauleistungen/VOB), so ist die Modellierung von Auktionen in wesentlichen Bestandteilen vorgegeben. Wir werden hier nicht die historische Entwicklung solcher Regeln aufzeigen (vgl. hierzu zum Beispiel Vol. 3, No. 3 des Journal of Economic Perspectives, 1989, und *Gandenberger*, 1961), sondern uns ausschließlich theoretisch mit bestimmten Aspekten solcher Regeln befassen.

Im folgenden wird zunächst durch ein grundlegendes Axiom der Rahmen möglicher Auktionsregeln eingegrenzt, um dann eine anreizkompatible Auktions(preis)regel abzuleiten. Abschnitt III diskutiert dann die Frage, ob bestimmte Marktteilnehmer die anreizkompatible Preisregel anderen Preisregeln vorziehen. Die Anreize zur Kartellbildung, die die verschiedenen Preisregeln implizieren, werden in Abschnitt IV analysiert, wobei jedoch der Prozeß der Kartellbildung ausgeklammert wird. Die Möglichkeiten, den Prozeß der Kartellbildung explizit abzubilden, werden kurz angedeutet, bevor wir unsere Ergebnisse zusammenfassend bewerten.

Auktionen werden typischerweise als Märkte mit unvollständiger Information abgebildet, die komplizierte Lösungsüberlegungen erfor-



dern. Da wir in erster Linie an konzeptionellen Problemen interessiert sind, werden nur einfache Situationen betrachtet, für die die Lösungen relativ einfach ableitbar sind. Auch komplizierte Probleme, deren Lösungen mathematisch anspruchsvoll sind, analysieren häufig spezielle Situationen, zum Beispiel mit a priori symmetrischen Bieter. Die Auktions-theorie befindet sich trotz vielfältiger Bemühungen noch nicht in ihrer Ausreifungsphase.

## II. Preis = Zweithöchstgebot – Eine axiomatische Charakterisierung

Will man regelmäßig am Wirtschaftsverkehr durch Veranstaltung von Auktionen teilnehmen, so wird man nur selten die Auktionsregeln willkürlich ad hoc festlegen, da dies die Bieter abschrecken könnte. Häufig werden für ganze Branchen einheitlich durch berufsständische Vertretungen oder staatliche Organe Auktionsregeln vorgegeben. Würde jemand hiervon abweichen, sofern das überhaupt möglich ist, so könnte sich dies sehr nachteilig auf seine Reputation bzw. die seines angebotenen Produkts auswirken. Wir wollen im folgenden Anforderungen spezifizieren, an denen sich derartige allgemeine Auktionsregeln ausrichten sollten.

Aus Vereinfachungsgründen sei unterstellt, daß der monopolistische Anbieter nur eine Einheit eines unteilbaren Gutes, d.h. ein Unikat, verkaufen will. Unter bestimmten Annahmen (zum Beispiel bei unabhängigen Bewertungen des Verkaufsgegenstandes durch die Bieter) kann man sequentielle Auktionen, d.h. mit zeitlich aufeinanderfolgenden Geboten, mit entsprechenden *sealed bid-Auktionen* identifizieren, in denen alle Bieter unabhängig voneinander ihre Gebote auswählen (vgl. *Milgrom und Weber*, 1982). Hier wird stets vom Fall unabhängiger Gebote ausgegangen.

Die Bieter seien durch  $i = 1, \dots, n$  mit  $n \geq 2$  indiziert. Der ausgeschlossene Fall  $n = 1$  ist uninteressant, da bei vorgegebenem Reservationspreis des Verkäufers der einzige Bieter den Preis diktieren könnte. Mit  $b_i \geq 0$  sei der Überschuß des Gebots von Bieter  $i$  über den Reservationspreis des Verkäufers bezeichnet. Bieter, die weniger als den Reservationspreis, d.h. den Mindestpreis des Verkäufers bieten, können offenbar vernachlässigt werden. Der Vektor  $b = (b_1, \dots, b_n)$  wird im folgenden Gebotsvektor genannt.

Durch die *Auktionsregeln* muß für alle möglichen Gebotsvektoren  $b$  eindeutig festgelegt werden, welcher Bieter  $w(b) \in \{1, \dots, n\}$  den Zuschlag erhält, d.h. das Gut erwirbt, und welchen Preis  $p(b) \geq 0$  er dafür an den Verkäufer zu entrichten hat. Wir werden  $w(b)$  den Käufer und  $p(b)$  den (Verkaufs)Preis nennen. Selbstverständlich wird davon

ausgegangen, daß die Auktionsregeln vor Beginn der Auktion eindeutig und endgültig festgelegt werden.

Eine wesentliche Beschränkung für die Auktionsregel  $(w(\cdot), p(\cdot))$  ergibt sich aus der folgenden Anforderung (Güth, 1986):

*Axiom N:* „Neidfreiheit bezüglich der Gebote“

Kein Bieter  $i$  darf den Nettotauschvektor eines anderen Bieters  $j$  seinem eigenen vorziehen, wenn man sein Gebot  $b_i$  als Bewertung des Verkaufsgegenstands interpretiert.

Grundidee von Axiom N ist, daß die wahren Bewertungen kaum jemals interpersonell überprüfbar sind. Neidfreiheit kann daher nur bezüglich der geäußerten Wertvorstellungen, d.h. der Gebote gewährleistet werden. Neidfreiheit untersagt es dem Verkäufer, willkürlich einzelnen Anbietern besondere Konditionen anzubieten (bei öffentlich rechtlichen Auktionen würde dies aus dem Gleichbehandlungsgrundsatz folgen). Gilt Axiom N, so wird weder der Käufer beneidet, noch neidet der Käufer einem Nichtkäufer dessen Nettotauschvektor, sofern man das jeweilige Gebot als Bewertungsmaßstab zugrundelegt.

*Theorem 1:* Gilt Axiom N, so ist der Käufer Höchstbieter, d.h.  $b_{w(b)} \geq b_i$  für alle  $i = 1, \dots, n$ , und der Preis  $p(b)$  genügt der Bedingung  $b_{w(b)} \geq p(b) \geq b_{2(b)}$ , wobei  $b_{2(b)}$  das höchste nicht zum Zug gekommene Gebot, d.h. das sogenannte Zweithöchstgebot bezeichnet.

*Beweis:* Gemäß seinem Gebot  $b_i$  bewertet jeder Bieter  $i$  den Nettotauschvektor des Käufers gemäß  $b_i - p(b)$ , wohingegen der Nettotauschvektor eines Nichtkäufers einheitlich den Wert Null hat. Axiom N erfordert daher

$$b_{w(b)} - p(b) \geq 0 \geq b_i - p(b) \text{ für alle } i \neq w(b).$$

Die linke Ungleichung schließt aus, daß der Käufer  $w(b)$  den Nichtkauf dem Kauf zum Preise  $p(b)$  vorzieht. Die rechte Ungleichung schließt Neid seitens der Nichtkäufer aus. Addiert man  $p(b)$ , so erhält man  $b_{w(b)} \geq p(b) \geq b_{2(b)}$ , wobei  $b_{2(b)} = \max. \{b_i : i \neq w(b)\}$  das Zweithöchstgebot bezeichnet.

Es sei darauf verwiesen, daß Axiom N fast generell erfüllt wird. So erfüllen zum Beispiel Konkurrenzallokationen das Neidfreiheitsaxiom, da jeder Tauschpartner den – beim für alle Tauschpartner einheitlichen Preisvektor – für ihn optimalen Nettotauschvektor realisiert. Eine bemerkenswerte Ausnahme hiervon sind jedoch die „Märkte“ für LehrerInnen an öffentlichen Schulen, inklusive Universitäten: Bewerben sich zum Beispiel zwei geeignete Bewerber  $X$  und  $Y$  um einen „Lehr-

stuhl für Auktionstheorie“ und bezeichnet  $L$  das mit dieser Position verbundene Einkommen, so erfordert Axiom N die Bedingung

$$L - b_w \geq 0 \geq L - b_{\bar{w}}$$

bzw.  $b_w \leq L \leq b_{\bar{w}}$ , wobei  $w \in \{X, Y\}$  bzw.  $\bar{w} \in \{X, Y\}$  der Kandidat mit dem niedrigeren bzw. höheren „Gebot“ ist. Dies zeigt, daß das Lohn-einkommen  $L$  von der Bewerberlage und den Geboten abhängen sollte, statt – wie in der Bundesrepublik Deutschland – unabhängig davon festgelegt zu werden.

Abgesehen vom Spezialfall mehrerer Höchstgebote kann der Preis gemäß Axiom N im Intervall  $[b_{2(b)}, b_{w(b)}]$  beliebig festgelegt werden. Wir wollen diese Preiswillkür durch ein weiteres Erfordernis ausschließen. Wir nennen das Gebot  $b_i$  *dominiert*, falls es ein Gebot  $\hat{b}_i$  gibt, das für alle Gebotsvektoren  $b_{-i} = (b_i, \dots, b_{i-1}, b_{i+1}, \dots, b_n)$  der Mitbieter des  $i$  nicht schlechter als  $b_i$  ist und für mindestens einen Gebotsvektor  $b_{-i}$  besser als  $b_i$  ist. Mit anderen Worten:  $\hat{b}_i$  ist niemals schlechter, aber manchmal besser als  $b_i$ .

Mit  $v_i$  sei die *wahre Bewertung* des Verkaufsgegenstandes durch Bieter  $i$  bezeichnet. Da die Bieter  $i$  mit  $v_i < 0$  für einen Kauf nicht in Betracht kommen, können wir von  $v_i \geq 0$  für alle Bieter  $i = 1, \dots, n$  ausgehen.

Durch eine *Gebotsstrategie* muß jedem möglichen wahren Wert  $v_i \geq 0$  des Bieters  $i = 1, \dots, n$  ein Gebot  $b_i(v_i) \geq 0$  zugeordnet werden. Die spezielle Gebotsstrategie  $b_i(v_i) \equiv v_i$  soll „ehrliches Bieten“ genannt werden. Das wichtige ordnungspolitische Erfordernis der *Anreizkompatibilität* verlangt, daß alle Bieter zum ehrlichen Bieten veranlaßt werden.

*Axiom AK:* Die Auktionsregeln  $(w(\cdot), p(\cdot))$  sollen anreizkompatibel sein, d.h. für alle Bieter  $i = 1, \dots, n$  und alle möglichen Werte  $v_i \geq 0$  sei das ehrliche Bieten  $b_i = v_i$  die einzige nicht dominierte Strategie des Bieters  $i$ .

Anreizkompatible Auktionsregeln sind vorteilhaft, da sie Anreize für strategisches Bieten ausschließen. Da nur ehrliches Bieten im Sinne von  $b_i = v_i$  für alle möglichen Verhaltensweisen der Mitbieter optimal ist, muß ein Bieter nur seine eigene Bewertung des Verkaufsgegenstands bestimmen, um jegliche Fehlentscheidung zu vermeiden. Insbesondere lohnt es sich daher nicht, durch Betriebsspionage Informationen über andere zu erhalten.

*Theorem 2:* Gelten die Axiome N und AK, so ist der Käufer  $w(b)$  Höchstbieter und der Preis  $p(b)$  durch das Zweithöchstgebot  $b_{2(b)}$  bestimmt.



*Beweis:* Auf Grund von Axiom N braucht man nur Auktionsregeln zu betrachten, wie sie in Theorem 1 konkretisiert werden. Gilt  $p(b) = b_{2(b)}$  für alle Gebotsvektoren  $b$ , so ist  $b_i = v_i$  einzige nicht dominierte Gebotsstrategie, da ein Überbieten  $\hat{b}_i > v_i$  nur dann zu einem anderen Ergebnis als  $b_i = v_i$  führt, falls das Höchstgebot  $b_j$  der anderen im Intervall  $\hat{b}_i > b_j > v_i$  liegt. In einem solchen Fall führt  $\hat{b}_i$  zu einem Kauf zum Preise  $p(b) = b_j$  und damit zum negativen Gewinn  $v_i - b_j$ , während man bei ehrlichem Bieten leer ausgeht und damit Null gewinnt. Analog zeigt man, daß Unterbieten im Sinne von  $b_i < v_i$  dominiert ist.

Daß Preisregeln  $p(\cdot)$  mit  $b_{w(b)} \geq p(b) > b_{2(b)}$  nicht anreizkompatibel sind, kann man durch ein einfaches Gegenbeispiel beweisen: Es sei  $n = 2, v_1 > v_2 = 0$ . Ferner unterstellen wir, daß die Werte  $v_1$  und  $v_2$  allgemein bekannt sind. Würden beide Anbieter ehrlich bieten, d.h.  $b = (b_1, b_2) = (v_1, v_2)$ , und  $p(v_1, v_2) > v_2 = 0$  gelten, so hätte Bieter 1 einen Anreiz, ein Gebot  $b_1$  im Intervall  $0 < b_1 < p(v_1, v_2)$  statt  $b_1 = v_1$  zu wählen, da dies gemäß Axiom N zu einem geringeren Preis führt.

Akzeptiert man die Axiome N und AK als ordnungspolitische Erfordernisse, so empfiehlt Theorem 2 eindeutig die anreizkompatible Preisregel  $p(b) = b_{2(b)}$ . Die Auktionsregeln wären dann bis auf den Grenzfall mehrerer Höchstbieter eindeutig festgelegt. Verlangt man zusätzlich *Anonymität* (Axiom A) in dem Sinne, daß eine Umbenennung der Bieter nicht das (erwartete) Tauschergebnis der Marktteilnehmer verändert, so muß jeder Höchstbieter mit derselben Wahrscheinlichkeit wie alle übrigen Höchstbieter zum Zuge kommen. Die drei Axiome N, AK und A legen die Auktionsregeln eindeutig fest und beinhalten damit eine klare Empfehlung, wie die hier diskutierte ordnungspolitische Gestaltungsaufgabe gelöst werden kann.

In der Praxis verwendet man sowohl die anreizkompatible Preisregel  $p(b) = b_{2(b)}$  als auch ihr Gegenteil  $p(b) = b_{w(b)}$ . So entspricht die *hol­ländische Auktion* (der Preis wird von einem Höchstwert ausgehend stetig gesenkt, bis ein Bieter kauft, d.h. den gerade vorherrschenden Preis akzeptiert) der Preisregel  $p(b) = b_{w(b)}$ , während das *sequentielle Überbieten* (das Gut wird zum aktuellen Gebot dann verkauft, wenn zum ersten Mal nur ein Bieter das Gebot aufrechterhält) der Preisregel  $p(b) = b_{2(b)}$  analog ist. Interessanterweise schreiben jedoch die öffentlich rechtlichen Auktionsvorschriften fast ausschließlich die nicht-anreizkompatible Preisregel  $p(b) = b_{w(b)}$  vor (vgl. *Gandenberger*, 1961, und *Finsinger*, 1985). Man könnte vermuten, daß das Gebot der sparsamen Verwendung öffentlicher Mittel zur Ablehnung der anreizkompatiblen Preisregel bei Ausschreibungen der öffentlichen Hand geführt hat. Bei einer Ausschreibung muß die öffentliche Hand nämlich weniger für die Beschaffung von Wirtschaftsgütern ausgeben, wenn der Preis durch

das niedrigste statt durch das zweitniedrigste Gebot festgelegt ist. Diese Argumentation ist jedoch einseitig, da verschiedene Preisregeln unterschiedliche Gebote implizieren.

Vickrey (1961) hat schon die Anreizkompatibilität der Zweithöchstgebotspreisregel  $p(b) = b_{2(b)}$  bewiesen. Theorem 2 zeigt, daß nur die Zweithöchstgebotspreisregel zulässig ist, wenn man Axiom N zusätzlich zur Anreizkompatibilität fordert. Wären beide Anforderungen unumstritten, so wäre das ordnungspolitische Problem, eindeutig die Auktionsregeln zu bestimmen, zufriedenstellend gelöst. Wir werden jedoch sehen, daß zumindestens die Anreizkompatibilität anderen wichtigen Anforderungen entgegensteht. Zuvor soll jedoch noch diskutiert werden, welche Preisregeln die einzelnen Marktteilnehmer aus individueller Sicht wünschen.

### III. Wer zieht welche Preisregel vor?

Es sei vorangestellt, daß diese Frage bislang nur in unzureichender Weise beantwortet werden kann. Wir werden daher nur spezielle Resultate präsentieren, die man nicht überbewerten sollte. Ist zum Beispiel der Vektor  $v = (v_1, \dots, v_n)$  der wahren Werte aller  $n$  Bieter allgemein bekannt, so folgt

**Theorem 3:** Sind alle wahren Werte allgemein bekannt, so implizieren alle mit Axiom N vereinbarten Preisregeln dieselben Gewinne für alle Marktteilnehmer, wenn man von Gleichgewichten in nicht dominierten Strategien ausgeht.

**Beweis:** Ohne Verlust an Allgemeinheit sei  $v_1 \geq v_2 \geq v_3 \dots \geq v_n$ . Gilt  $v_1 = v_2$ , so erfordert jeder *Gleichgewichtspunkt*, d.h. jeder Gebotsvektor  $b = (b_1, \dots, b_n)$ , von dem kein einziger Bieter allein abweichen möchte (vgl. Güth, 1992), in nicht dominierten Strategien die Bedingung  $b_1 = v_1 = b_2 = v_2$ , so daß die Behauptung zutrifft, da Axiom N nur einen einzigen Preis zuläßt. Wir können daher von  $v_1 > v_2$  ausgehen. Wir wollen zeigen, daß dann unabhängig von der mit Axiom N konsistenten Preisregel stets  $p(b) = v_2$  gilt. Für  $p(b) = b_{2(b)}$  folgt aus der Anreizkompatibilität  $b = v$  und damit  $p(v) = v_2$ . Es verbleiben daher nur die Preisregeln  $p(b) > b_{2(b)}$ . Ohne Verlust an Allgemeinheit kann man davon ausgehen, daß Bieter 2 das Höchstgebot der Bieter 2, 3, ...,  $n$  abgibt. Wegen  $p(b) > b_{2(b)}$  muß  $b_1 = b_2$  gelten, da sonst der höher Bietende sein Gebot verringern könnte, ohne den Kauf zu gefährden. Da für den Bieter 2 Gebote  $b_2 > v_2$  durch  $b_2 = v_2$  dominiert werden, folgt daher  $b_2 = v_2$  (bei  $b_1 = b_2 < v_2$  würde wenigstens ein Anbieter abweichen wollen) und damit  $p(b) = v_2$ . Der Verkäufer erhält daher  $p(b) = v_2$ . Ferner erhält Bieter 1 den Zuschlag mit dem Gewinn  $v_1 - v_2$ , während alle übrigen Bieter leer ausgehen.



Man kann gegen die Beweisführung für den Fall  $p(b) > b_{2(b)}$  einwenden, daß es dem Anonymitätsaxiom A widerspricht, wenn Bieter 1 trotz gleicher Gebote  $b_1 = b_2 = v_2$  stets den Zuschlag erhält. Dies ist jedoch lediglich eine Konsequenz der Möglichkeit, das Gebot kontinuierlich variieren zu können, wodurch ein minimales Gebot  $b_1$  im Bereich  $b_1 > b_2 = v_2$  ausgeschlossen wird. Aber genau in diesem Sinne sollte das Ergebnis  $b_1 = b_2 = v_2$  interpretiert werden.

Man kann Theorem 3 als *Äquivalenzaussage* bezeichnen, da es alle Preisregeln im Bereich von Axiom N als auszahlungsäquivalent nachweist. Theorem 3 schließt private Information über die wahren Werte aus. Äquivalenzaussagen lassen sich auch für den Fall *privater Information* (nur der Bieter  $i = 1, \dots, n$  selbst kennt seinen wahren Wert  $v_i$ ) nachweisen. Allerdings gehen derartige Theoreme stets von der a priori-Symmetrie aller  $n$  Bieter aus.

Es sei  $F(v_i)$  die Verteilungsfunktion mit der stetigen und im gesamten Wertebereich  $v_i \in [0, \bar{v}_i]$  positiven Dichte  $F'(\cdot) = f(\cdot)$ , die die einheitlichen Erwartungen der Mitbieter des  $i$  bezüglich  $v_i$  widerspiegelt, d.h.  $F(\hat{v}_i)$  ist die Wahrscheinlichkeit, mit der die Mitbieter des  $i$  Werte  $v_i$  im Intervall  $0 \leq v_i \leq \hat{v}_i$  erwarten. A priori-Symmetrie der Bieter erfordert offenbar  $\bar{v}_1 = \bar{v}_2 = \dots = \bar{v}_n$ , und daß  $F(\cdot)$  die Erwartungen bezüglich aller wahren Werte  $v_1, \dots, v_n$  beschreibt. Durch Renormierung der Geldeinheit kann man dann von  $\bar{v}_i = 1$  für  $i = 1, \dots, n$  ausgehen. Dieser Fall der a priori-Symmetrie wird üblicherweise als *IID-Annahme* (identical and independent distribution) bezeichnet, da die wahren Werte durch unabhängige Zufallszüge und gemäß einer identischen Verteilung  $F(\cdot)$  ausgewählt werden.

Bei privater Information ist eine *Gebotsstrategie*  $b_i$  des Bieters  $i$  eine Funktion  $b_i(\hat{v}_i)$ , die jedem möglichen Wert  $\hat{v}_i \in [0, 1]$  ein Gebot  $b_i(\hat{v}_i)$  zuordnet, von denen die meisten natürlich rein hypothetisch sind. Da die Mitbieter des  $i$  bezüglich  $\hat{v}_i$  nur stochastische Erwartungen haben, ist es wichtig, für alle Werte  $\hat{v}_i$  das Gebot des  $i$  zu bestimmen. Aus der Sicht des  $i$  sind Gebote  $b_i(\hat{v}_i)$  mit  $\hat{v}_i \neq v_i$  *kontrafaktische Überlegungen*, da der  $i$  den wahren Wert  $v_i$  kennt und die Gebote  $b_i(\hat{v}_i)$  für  $\hat{v}_i \neq v_i$  nur bestimmt, da diese in die Erwartungen seiner Mitbieter eingehen.

Ein *Gebotsvektor*  $b = (b_1, \dots, b_n)$  beinhaltet für jeden der Bieter  $i = 1, \dots, n$  eine Gebotsstrategie  $b_i(\hat{v}_i)$ . Ein solcher Gebotsvektor  $b$  heißt *Gleichgewicht*, falls für alle Bieter  $i = 1, \dots, n$  und alle möglichen wahren Werte  $v_i \in [0, 1]$  das Gebot  $b_i(v_i)$  optimal ist, d.h. sich als eine beste Antwort auf das Gebotsverhalten  $b_j(\hat{v}_j)$  der Mitbieter  $j \neq i$  des  $i$  erweist.

Wegen der a priori-Symmetrie aller  $n$  Bieter ist es sinnvoll, sich auf *symmetrische Gleichgewichte* zu beschränken, d.h. wir gehen von

$b_i(\hat{v}_i) = t(\hat{v}_i)$  für alle  $\hat{v}_i \in [0, 1]$  und  $i = 1, \dots, n$  aus. In Anlehnung an Güth und van Damme (1986, Appendix A) beschränken wir uns ferner auf Gleichgewichte in monotonen und differenzierbaren Gebotsstrategien, d.h.  $t'(\hat{v}_i)$  existiert und ist positiv (für eine allgemeinere Analyse des Falls  $n = 2$  vgl. Plum, 1992).

**Theorem 4:** Wird für alle Bieter  $i = 1, \dots, n$  der Wert  $v_i$  gemäß der Verteilung  $F(v_i)$  mit  $F(0) = 0$  und  $F(1) = 1$  und stetiger und positiver Dichte  $f(v_i)$  für alle  $v_i \in [0, 1]$  ausgewählt (IID-Annahme), so ist für alle Preisregeln der Form

$$p_\lambda(b) = (1 - \lambda)b_{w(b)} + \lambda b_{2(b)} \quad \text{mit } 0 \leq \lambda \leq 1$$

das Gebotsverhalten

$$t(v_i) = v_i - \int_0^{v_i} \left( \frac{F(r)}{F(v_i)} \right)^{\frac{n-1}{1-\lambda}} dr \quad \text{für alle } v_i \in [0, 1] \text{ und } i = 1, \dots, n.$$

**Beweis:** In einem Gleichgewicht muß sich das Gebot  $b_i$  des Bieters  $i$  mit wahrem Wert  $v_i$  als beste Antwort auf das Gebotsverhalten  $t(\hat{v}_j)$  aller übrigen Bieter  $j \neq i$  erweisen. Ob der  $i$  kauft oder nicht, hängt nur davon ab, ob  $b_i$  das Höchstgebot der anderen Bieter übersteigt oder nicht. Bezeichnet  $y = \max\{v_j : j \neq i\}$  den höchsten wahren Wert der anderen, so ist durch  $t(y)$  das Höchstgebot der Mitbieter des  $i$  bestimmt. Da der  $i$  die Werte  $v_j$  für  $j \neq i$  nicht kennt, ist für ihn natürlich auch  $y$  eine Zufallsvariable mit der Verteilung  $G(y) = F(y)^{n-1}$  und der zugehörigen Dichte  $g(y) = (n-1)F(y)^{n-2}f(y)$ . Die Gewinnerwartung des  $i$  mit wahrem Wert  $v_i$  ist daher durch

$$E_{v_i}(b_i) = \int_{t^{-1}(b_i) \geq y} [v_i - (1 - \lambda)b_i - \lambda t(y)] (n-1)F(y)^{n-2}f(y) dy$$

bestimmt. Die notwendige Bedingung für eine innere Lösung

$$\begin{aligned} E'_{v_i}(b_i) &= (v_i - b_i) \frac{dt^{-1}(b_i)}{db_i} (n-1)F(t^{-1}(b_i))^{n-2}f(t^{-1}(b_i)) \\ &\quad - (1 - \lambda) \int_{t^{-1}(b_i) \geq y} (n-1)F(y)^{n-2}f(y) dy = 0 \end{aligned}$$

für ein Gewinnmaximum ist äquivalent zu

$$F^{n-2}(t^{-1}(b_i)) \left[ (n-1)(v_i - b_i) \frac{dt^{-1}(b_i)}{db_i} f(t^{-1}(b_i)) - (1 - \lambda)F(t^{-1}(b_i)) \right] = 0.$$

Für ein Gleichgewicht  $t(\cdot)$ , das auf lokaler Gewinnmaximierung basiert, muß die obige Bedingung für  $b_i = t(v_i)$  und für alle Werte  $v_i$  erfüllt sein. Wir erhalten daher die Bedingung

$$(n-1)(v_i - t(v_i)) \frac{dt^{-1}(b_i)}{db_i} f(t^{-1}(b_i)) = (1-\lambda) F(t^{-1}(b_i)).$$

Für  $\lambda = 1$  bzw.  $p(b) = b_{2(b)}$  ist die rechte Seite der letzten Gleichung identisch Null, so daß  $t(v_i) = v_i$  für alle  $v_i \in [0, 1]$  folgt, wie es der Anreizkompatibilität von  $p(b) = b_{2(b)}$  entspricht. Für  $0 \leq \lambda < 1$  ersetzen wir  $t^{-1}(b_i)$  durch  $v_i$  und  $b_i$  durch  $t(v_i)$  und erhalten die inhomogene Differentialgleichung

$$(*) \frac{dt(v_i)}{dv_i} = \frac{(n-1)(v_i - t(v_i))f(v_i)}{(1-\lambda) \cdot F(v_i)}.$$

Die zugehörige homogene Differentialgleichung

$$(+)\frac{d\hat{t}(v_i)}{dv_i} = -\frac{(n-1)f(v_i)}{(1-\lambda)F(v_i)}\hat{t}(v_i)$$

ist einfach zu lösen, da aus

$$\int \frac{1}{\hat{t}(v_i)} \frac{d\hat{t}(v_i)}{dv_i} dv_i = -\frac{n-1}{1-\lambda} \int \frac{f(v_i)}{F(v_i)} dv_i.$$

die Bedingung

$$\ln \hat{t}(v_i) = C' - \frac{n-1}{1-\lambda} \ln F(v_i)$$

bzw.

$$\hat{t}(v_i) = CF(v_i)^{-\frac{n-1}{1-\lambda}}$$

mit  $C'$  bzw.  $C$  als Integrationskonstanten folgt. Um die inhomogene Differentialgleichung  $(*)$  zu lösen, streben wir eine Lösung der Form  $t(v_i) = c(v_i)\hat{t}(v_i)$  an, wobei  $c(\cdot)$  als differenzierbar unterstellt wird. Aus  $(*)$ , und  $(+)$  und

$$\frac{dt(v_i)}{dv_i} = c(v_i) \frac{d\hat{t}(v_i)}{dv_i} + c'(v_i)\hat{t}(v_i)$$

ergibt sich



$$-c(v_i) \frac{(n-1)f(v_i)}{(1-\lambda)F(v_i)} \hat{t}(v_i) + c'(v_i) \hat{t}(v_i) = \frac{(n-1)f(v_i)(v_i - c(v_i)\hat{t}(v_i))}{(1-\lambda)F(v_i)}$$

bzw.

$$c'(v_i) = \frac{(n-1)f(v_i)v_i}{(1-\lambda)F(v_i)\hat{t}(v_i)}.$$

Einsetzen von  $\hat{t}(v_i)$  und Integration beider Seiten führt zu

$$\begin{aligned} c(v_i) &= C^{-1} \cdot \frac{n-1}{1-\lambda} \int_0^{v_i} f(x) x F(x)^{\frac{n-1}{1-\lambda}-1} dx \\ &= C^{-1} \left[ v_i F(v_i)^{\frac{n-1}{1-\lambda}} - \int_0^{v_i} F(x)^{\frac{n-1}{1-\lambda}} dx \right], \end{aligned}$$

wobei letztere Umformung sich der *partiellen Integrationsformel*

$$\int_0^{v_i} H(x) K'(x) dx = H(x) \cdot K(x) \Big|_0^{v_i} - \int_0^{v_i} H'(x) K(x) dx$$

mit  $H(x) = x$  und  $K'(x) = \frac{n-1}{1-\lambda} f(x) F(x)^{\frac{n-1}{1-\lambda}-1}$  bedient. Einsetzen in  $t(x) = c(v_i) \hat{t}(v_i)$  führt zu

$$\begin{aligned} t(v_i) &= F(v_i)^{\frac{n-1}{1-\lambda}} \left[ v_i F(v_i)^{\frac{n-1}{1-\lambda}} - \int_0^{v_i} F(x)^{\frac{n-1}{1-\lambda}} dx \right] \\ &= v_i - \int_0^{v_i} \left( \frac{F(r)}{F(v_i)} \right)^{\frac{n-1}{1-\lambda}} dr. \end{aligned}$$

Für alle  $v_i$  gilt daher  $t'(v_i) > 0$  wegen  $f(v_i) > 0$ . Da ferner Abweichungen von  $b_i = t(v_i)$  die Gewinnerwartung  $E_{v_i}$  des Bieters  $i$  nicht erhöhen, ist auch die hinreichende Bedingung für ein lokales Gewinnmaximum erfüllt.

Man beachte, daß das Interfall  $0 \leq \lambda \leq 1$  der Preisregeln  $p_\lambda(b)$  nicht wirklich den Bereich aller Preisregeln erfaßt, der durch Axiom N abgesteckt wird. Im allgemeinen könnte nämlich das Gewicht  $\lambda$  des Zweit-höchstgebots von  $b$  abhängen. Erst wenn man zusätzlich zu Axiom N fordert, daß der Gewichtungssparameter  $\lambda$  unabhängig vom Gebotsvektor  $b$  ist, umfaßt Theorem 4 alle möglichen Preisregeln.

Man kann Äquivalenzaussagen auch beweisen, ohne konkret das Gebotsverhalten abzuleiten (Riley and Samuelson, 1981). Ein konstruktiver Beweis, wie der von Theorem 4, zeigt jedoch darüber hinaus, wie

Auktionen mit privater Information zu lösen sind. Es läßt sich anhand des Gebotsverhaltens auch diskutieren, wie sich Parameterveränderungen wie zum Beispiel die Anzahl  $n$  der Bieter, der Gewichtungsfaktor  $\lambda$  und Veränderungen der Verteilung  $F(\cdot)$  auf die Gebote für verschiedene wahre Werte auswirken. Mit Hilfe von Theorem 4 können wir folgende Äquivalenzaussagen beweisen:

**Theorem 5:** Wird für alle Bieter  $i = 1, \dots, n$  der Wert  $v_i$  gemäß der Verteilung  $F(v_i)$  mit  $F(0) = 0$  und  $F(1) = 1$  und stetiger und positiver Dichte  $f(v_i)$  für alle  $v_i \in [0, 1]$  ausgewählt (IID-Annahme), so ist für alle Marktteilnehmer die Gewinnererwartung unabhängig vom Gewichtungsfaktor  $\lambda$  der Preisregel

$$p_\lambda(b) = (1 - \lambda) b_{w(b)} + \lambda b_{2(b)} \quad \text{mit } 0 \leq \lambda \leq 1.$$

**Beweis:** Wir berechnen zunächst die Gewinnererwartung

$$E_{v_i}(\lambda) = \int_0^{v_i} [v_i - (1 - \lambda)t(v_i) - \lambda t(y)] (n - 1) F(y)^{n-2} f(y) dy$$

des Bieters  $i = 1, \dots, n$  mit wahren Wert  $v_i \in ]0, 1]$ , wobei wir wiederholt die partielle Integrationsformel verwenden:

$$\begin{aligned} E_{v_i}(\lambda) &= [v_i - (1 - \lambda)t(v_i)] \int_0^{v_i} (n - 1) F(y)^{n-2} f(y) dy \\ &\quad - \lambda \int_0^{v_i} \left[ y - F(y)^{-\frac{n-1}{1-\lambda}} \int_0^y F(r)^{\frac{n-1}{1-\lambda}} dr \right] (n - 1) F(y)^{n-2} f(y) dy \\ &= \left[ \lambda v_i + (1 - \lambda) F(v_i)^{-\frac{n-1}{1-\lambda}} \int_0^{v_i} F(r)^{\frac{n-1}{1-\lambda}} dr \right] F(v_i)^{n-1} \\ &\quad - \lambda \int_0^{v_i} (n - 1) F(y)^{n-2} f(y) dy \\ &\quad + \lambda (n - 1) \int_0^{v_i} F(y)^{n-2-\frac{n-1}{1-\lambda}} f(y) \left[ \int_0^y F(r)^{\frac{n-1}{1-\lambda}} dr \right] dy \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E_{v_i}(\lambda) &= \lambda v_i F(v_i)^{n-1} + (1-\lambda) F(v_i)^{-\frac{(n-1)\lambda}{1-\lambda}} \left[ \int_0^{v_i} F(r)^{\frac{n-1}{1-\lambda}} dr \right] \\
&\quad - \lambda v_i F(v_i)^{n-1} + \lambda \int_0^{v_i} F(y)^{n-1} dy \\
&\quad - (1-\lambda) F(v_i)^{-\frac{(n-1)\lambda}{1-\lambda}} \left[ \int_0^{v_i} F(r)^{\frac{n-1}{1-\lambda}} dr \right] + (1-\lambda) \int_0^{v_i} F(y)^{n-1} dy \\
&= \int_0^{v_i} F(y)^{n-1} dy.
\end{aligned}$$

Der Erwartungsgewinn aller Typen  $v_i \in [0, 1]$  aller Bieter  $i = 1, \dots, n$  erweist sich damit als unabhängig vom Gewichtungparameter  $\lambda$  der Preisregel  $p_\lambda(b)$ .

Wir bestimmen nun den erwarteten Preis  $Ep_\lambda$  bzw. den erwarteten Gewinn des Verkäufers. Wegen  $p_\lambda = (1-\lambda)t(x) + \lambda t(z)$  ist  $p_\lambda(b)$  durch den höchsten wahren Wert  $x$  und den zweithöchsten wahren Wert  $z$  bestimmt. Die gemeinsame Verteilung der Zufallsvariablen  $x$  und  $z$  ist  $nF(x)F(z)^{n-1} - (n-1)F(z)^n$ , falls  $z \leq x$ , und 0, falls  $z > x$ . Daraus folgt, daß die gemeinsame Dichte durch  $n(n-1)F(z)^{n-2}f(z)f(x)$  im Bereich  $z \leq x$  und 0 im Bereich  $z > x$  bestimmt ist. Der erwartete Preis kann daher in der Form

$$Ep_\lambda = \int_{x=0}^1 \int_{z=0}^x [(1-\lambda)t(x) + \lambda t(z)] n(n-1)F(z)^{n-2}f(z)dzf(x)dx = I_1 + I_2$$

mit

$$\begin{aligned}
I_1/(1-\lambda) &= \int_{x=0}^1 nt(x)f(x) \left[ \int_{z=0}^x (n-1)F(z)^{n-2}f(z)dz \right] dx \\
&= \int_{x=0}^1 nx F(x)^{n-1}f(x)dx - \int_{x=0}^1 nF(x)^{-\frac{(n-1)\lambda}{1-\lambda}} \left[ \int_0^x (F(r)^{\frac{n-1}{1-\lambda}} dr) \right] f(x)dx \\
&= \int_{x=0}^1 F(x)^n dx - n \frac{1-\lambda}{1-n\lambda} \int_0^1 F(r)^{\frac{n-1}{1-\lambda}} dr + n \cdot \frac{1-\lambda}{1-n\lambda} \int_0^1 F(x)^n dx
\end{aligned}$$

und



$$\begin{aligned}
I_2/\lambda &= \int_{x=0}^1 nf(x) \left[ \int_{z=0}^x t(z)(n-1)F(z)^{n-2}f(z)dz \right] dx \\
&= \int_{x=0}^1 nf(x) \left[ \int_{z=0}^x z(n-1)F(z)^{n-2}f(z)dz \right] dx \\
&\quad - \int_{x=0}^1 nf(x) \left[ \int_{z=0}^x F(z)^{n-2-\frac{n-1}{1-\lambda}}(n-1)f(z) \int_{r=0}^z F(r)^{\frac{n-1}{1-\lambda}}dr dz \right] dx \\
&= \int_{x=0}^1 nf(x)xF(x)^{n-1}dx - \int_{x=0}^1 nf(x) \int_{z=0}^x F(z)^{n-1}dz dx \\
&\quad + \int_{x=0}^1 \frac{n(1-\lambda)}{\lambda} F(x)^{-\frac{(n-1)\lambda}{1-\lambda}} \left[ \int_{r=0}^x F(r)^{\frac{n-1}{1-\lambda}}dr \right] f(x)dx \\
&\quad - \int_{x=0}^1 \frac{n(1-\lambda)}{\lambda} \left[ \int_{z=0}^x F(z)^{n-1}dz \right] f(x)dx \\
&= 1 - \int_{x=0}^1 F(x)^n dx - n \int_0^1 F(z)^{n-1} dz + n \int_0^1 F(x)^n dx \\
&\quad + \frac{n(1-\lambda)^2}{\lambda(1-n\lambda)} \int_0^1 F(r)^{\frac{n-1}{1-\lambda}} dr \\
&\quad - \frac{n(1-\lambda)^2}{\lambda(1-n\lambda)} \int_0^1 F(x)^n dx - \frac{n(1-\lambda)}{\lambda} \int_0^1 F(z)^{n-1} dz + \frac{n(1-\lambda)}{\lambda} \int_{x=0}^1 F(x)^n dx \\
&= 1 - \int_{x=0}^1 F(x)^n dx - \frac{n}{\lambda} \int_0^1 F(x)^{n-1} dx + \frac{n}{\lambda} \int_{x=0}^1 F(x)^n dx \\
&\quad + \frac{n(1-\lambda)^2}{\lambda(1-n\lambda)} \int_0^1 F(r)^{\frac{n-1}{1-\lambda}} dr \\
&\quad - \frac{n(1-\lambda)^2}{\lambda(1-n\lambda)} \int_0^1 F(x)^n dx
\end{aligned}$$

geschrieben werden. Einsetzen in  $Ep_\lambda$  ergibt dann

$$Ep_\lambda = 1 - \int_0^1 F(x)^n dx - n \int_0^1 F(x)^{n-1} dx - n \int_0^1 F(x)^n dx.$$

Damit sind die Erwartungsgewinne aller Marktteilnehmer unabhängig von  $\lambda$ .

Äquivalenz besagt, daß der *ceteris paribus* geringere Preis durch stärkere Gewichtung  $\lambda$  des Zweithöchstgebots im Durchschnitt kompensiert wird durch den Effekt, den ein größerer Wert  $\lambda$  auf das Gebotsverhalten ausübt. Dies kann man sehr leicht durch den Spezialfall der uniformen Dichte  $F(v_i) = v_i$  für alle  $0 \leq v_i \leq 1$  verdeutlichen, in dem die Gebotsfunktion  $t(v_i) = \frac{n-1}{n-\lambda} v_i$  linear ist. Ein höherer Wert  $\lambda$  führt zu einer Drehung der Gebotsgeraden im Koordinatenursprung  $t(0) = 0$ , die die Gebotskurve steiler verlaufen läßt, d.h. dem *ceteris paribus* geringeren Preis durch Erhöhung von  $\lambda$  entsprechen höhere Gebote. Da im Bereich öffentlicher Ausschreibungen (zum Beispiel im Rahmen der Verdingungsordnungen für Bauleistungen VOB) stets von  $\lambda = 0$  ausgegangen wird, ist es eine interessante Frage, ob der Gesetzgeber nur die unmittelbare Wirkung einer Verringerung von  $\lambda$ , nämlich den *ceteris paribus* geringeren Preis der Niedrigstgebotspreisregel bei Ausschreibungen erkannt hat, aber den mittelbaren Effekt erhöhter Gebote vernachlässigt hat.

Die theoretische Relevanz der Äquivalenzaussagen besteht darin, daß sie in eleganter Form verdeutlichen, wie die unmittelbare Wirkung einer veränderten Preisregel durch ihre mittelbaren Effekte völlig ausgeglichen werden kann. Die Äquivalenz der Preisregeln hat darüber hinaus kaum praktische Relevanz, da sie abgesehen vom Fall vollständiger Information über die wahren Werte *a priori*-Symmetrie aller Bieter voraussetzt. Für eine Auktion mit zwei Bieter, in der nur ein wahrer Wert allgemein bekannt ist, kann man zeigen (Güth und Hellwig, unveröffentlichtes Resultat), daß der Verkäufer stets  $\lambda = 0$  gegenüber  $\lambda = 1$  vorzieht. Plum (1992) beweist allgemeiner für zwei Bieter mit beiderseitiger, aber asymmetrischer privater Information über die wahren Werte, daß die Preiserwartung des Verkäufers eine fallende Funktion von  $\lambda$  ist. Das theoretische Problem besteht also darin, allgemein den Bereich der Situationen abzugrenzen, in denen der Verkäufer die  $\lambda = 0$ -Preisregel durchsetzen will.

Selbst *a priori*-Symmetrie aller  $n$  Bieter garantiert nicht stets die Äquivalenz aller Preisregeln  $p_\lambda(b) = (1 - \lambda)b_{w(b)} + \lambda b_{2(b)}$ : Bolle und Güth (1992) lösen ein Auktionsmodell basierend auf der IID-Annahme, in dem die  $n$  Bieterfirmen in symmetrischer Form auch Minderheitsanteile der Mitbieterfirmen halten. Trotz der *a priori*-Symmetrie aller  $n$  Bieterfirmen gilt Äquivalenz nur im Grenzfall, wenn die Minderheitsanteile gleich Null sind; ansonsten zieht der Verkäufer stets die Preisregel  $p_0(b) = b_{w(b)}$  der Preisregel  $p_1(b) = b_{2(b)}$  vor.

#### IV. Anreize zur Kartellbildung

Unsere bisherigen Resultate haben die Preisregel  $p_0(b) = b_{w(b)}$  als fragwürdig erscheinen lassen: Sie verzichtet auf die ordnungspolitischen Vorteile der Anreizkompatibilität und kann zumindestens nicht immer als vorteilhafter für den Verkäufer nachgewiesen werden. Wir wollen daher untersuchen, ob die Anreize zur Kartellbildung die Preisregel  $p_0(b) = b_{w(b)}$  rechtfertigen können. In Anlehnung an *Fehl* und *Güth* (1987) soll dies in einer Form geschehen, die von einem gegebenen Kartell mit einem designierten Gewinner und einem exogen vorgegebenen Gewinnanspruch ausgeht.

Generell kann eine Kartellabsprache in ihrer Wirksamkeit sowohl durch abweichende Mitglieder als auch durch Kartellaußenseiter beeinträchtigt werden. Abweichende Kartellmitglieder können durch Überbieten des designierten Gewinners die Absichten der Vereinbarung vereiteln. Kartellaußenseiter können von überhöhten Geboten profitieren und mindern dadurch die Gewinnsteigerungen, die durch Kartellabsprachen möglich sind. Um die – in der Regel überaus erwünschte – Gefährdung eines Kartells einerseits durch Mitglieder und andererseits durch Außenseiter isoliert diskutieren zu können, betrachten wir zunächst ein allumfassendes Kartell ohne Außenseiterproblematik und dann ein partielles Kartell, das keinerlei Abweichungen seiner Mitglieder zu fürchten hat.

Wir werden die Kartellproblematik nur in einer verkürzten Form untersuchen. Insbesondere wird von einer vorgegebenen Kartellvereinbarung ausgegangen, von der man als Kartellmitglied abweichen oder an die man sich als Kartellaußenseiter anpassen kann (zu einer umfassenden strategischen Analyse der Kartellproblematik vgl. *Güth* und *Peleg*, 1993a und b, sowie die dort diskutierten Beiträge). Die Kartellvereinbarung selbst muß sich lediglich dazu eignen, einem designierten Gewinner einen bestimmten positiven (Zusatz)Gewinn zu sichern, falls kein abweichendes Mitglied oder Außenseiter dies verhindert. Für welches Mitglied und zu welchem Gewinn das Kartell den Zuschlag planen sollte, läßt sich leicht mit Hilfe unserer Ergebnisse ableiten.

Ist das Kartell allumfassend, d.h. haben sich alle Bieter  $j = 1, \dots, n$  zu einem Kartell zusammengeschlossen und vereinbart, daß der Bieter  $i$  mit einem positiven Gewinn  $P$  den Zuschlag erhält, so muß man für die beiden extremen Preisregeln  $p_0(b)$  und  $p_1(b)$  das dafür notwendige Gebotsverhalten aller  $n$  Bieter bestimmen und die Gewinnanreize der Bieter  $j \neq i$  für eine Abweichung von dieser Kartellvereinbarung ableiten. Sind diese Gewinnanreize groß, so sprechen wir von geringer *interner Kartellstabilität*. Da man an Destabilisierung von Bieterkartellen in Auktionen und Ausschreibungen interessiert ist, impliziert das folgende



Resultat eine erste Rechtfertigung für die nicht-anreizkompatible Preisregel:

**Theorem 6:**  $p_0(b) = b_{w(b)}$  führt zu geringerer interner Kartellstabilität als  $p_1(b) = b_{2(b)}$ .

*Beweis:* Soll bei  $p_1(b) = b_{2(b)}$  Bieter  $i$  den Zuschlag erhalten, so kann er selbst beliebig hoch bieten, um jeglichen Abweichungsanreiz für seine Mitbieter  $j \neq i$  auszuschließen. Diese selbst sollten Gebote  $b_j$  mit  $b_j \leq v_i - P$  für  $j \neq i$  wählen, damit der  $i$  den Gewinn  $P$  erhält, wenn sich alle an die Kartellvereinbarung halten. Wählt der Bieter  $i$  ein Gebot  $b_i > \max \{v_j : j = 1, \dots, n\}$ , so kann ein Mitbieter  $j$  ihm nur mit Geboten  $b_j$  den Zuschlag streitig machen, die für den Abweicher  $j$  von der Kartellvereinbarung einen Verlust implizieren.

Selbst wenn man wegen der Anreizkompatibilität der Preisregel  $p_1(b)$  den designierten Gewinner ehrlich bieten läßt, erweist sich die Kartellvereinbarung als in diesem Sinne immun, falls  $v_i > v_j$  für alle  $j \neq i$  gilt, d.h. falls der designierte Gewinner das Gut am höchsten bewertet.

Bei  $p_0(b) = b_{w(b)}$  muß der Bieter  $i$  jedoch selbst  $b_i = v_i - P$  bieten, während alle übrigen Kartellmitglieder Gebote  $b_j < b_i$  realisieren müssen. Gibt es daher Mitbieter  $j$  mit  $v_j > v_i - P$ , so besteht für diese ein positiver Gewinnanreiz, von der Kartellvereinbarung abzuweichen. Ein solcher Bieter  $j$  könnte sich den Gewinn  $v_j - (v_i - P)$  sichern, in dem er das Gebot des designierten Gewinners nur marginal überbietet. Nur wenn  $v_j \leq v_i - P$  für alle  $j \neq i$  gilt, würde auch die Preisregel  $p_0(b) = b_{w(b)}$  keine positiven Abweichungsanreize implizieren. In diesen Fällen wäre jedoch die Kartellvereinbarung sinnlos, da sich der Bieter  $i$  den Gewinn  $P$  auch ohne Kartellabsprache sichern kann. Dies rechtfertigt unsere Behauptung, daß die interne Kartellstabilität für  $p_0(b)$  geringer ist als für  $p_1(b)$ .

Nun sind Kartelle nicht nur durch abweichende Mitglieder gefährdet, sondern auch durch sogenannte Kartellaußenseiter, die von der Kartellabsprache profitieren können und damit die Gewinnsteigerung durch die Kartellvereinbarung in Frage stellen. Es sei  $a$  der Kartellaußenseiter mit dem höchsten wahren Wert  $v_a (\geq 0)$ . Die Erwartungen der Kartellmitglieder  $i = 1, \dots, n$  bezüglich  $v_a$  seien durch die Verteilung  $F(v_a)$  mit der positiven Dichte  $f(v_a)$  bestimmt. Wir sagen, daß die *externe Kartellstabilität* der Preisregel  $p_0(b)$  geringer ist als die der Preisregel  $p_1(b)$ , wenn der erwartete Gewinn des designierten Kartellgewinners  $i$  für  $p_0(b)$  geringer ist als für  $p_1(b)$ . Es sei unterstellt, daß der Außenseiter  $a$  die Kartellvereinbarung kennt, d.h. im besonderen über das Höchstgebot des Kartells informiert ist. Man beachte, daß auf eine derartige Annahme bei



der Preisregel  $p(b) = b_{2(b)}$  wegen der Anreizverträglichkeit verzichtet werden kann.

**Theorem 7:** Die externe Kartellstabilität von  $p_0(b)$  ist geringer als die von  $p_1(b)$ , falls der Außenseiter  $a$  über die Kartellvereinbarung informiert ist.

**Beweis:** Gilt die Preisregel  $p_1(b)$ , so folgt daraus  $b_a(v_a) = v_a$  wegen der Anreizkompatibilität. Der erwartete Gewinn des designierten Gewinners  $i$ , wenn alle übrigen Kartellmitglieder nicht abweichen, ist daher

$$E_{v_i}(\lambda = 1) = P \int_0^{v_i - P} f(v_a) dv_a + \int_{v_i - P}^{v_i} (v_i - v_a) f(v_a) dv_a.$$

Hierbei wurde davon ausgegangen, daß der  $i$  ehrlich bietet, da überhöhte Gebote im Sinne von  $b_i > v_i$  ihn sehr teuer zu stehen kommen können, und daß wenigstens ein Kartellmitglied  $j \neq i$  das Gebot  $b_j = v_i - P$  wählt.

Bei  $p_0(b)$  führt das Gebot  $b_i = v_i - P$  des designierten Gewinners  $i$  nur im Bereich  $0 \leq v_a < b_i$  zum Gewinn, d.h.

$$E_{v_i}(\lambda = 0) = P \int_0^{v_i - P} f(v_a) dv_a,$$

da der Außenseiter  $a$  im Bereich  $v_a > v_i - P$  das höchste Kartellgebot  $b_i = v_i - P$  stets überbieten wird. Die Differenz

$$E_{v_i}(\lambda = 1) - E_{v_i}(\lambda = 0) = \int_{v_i - P}^{v_i} (v_i - v_a) f(v_a) dv_a$$

ist stets positiv, da  $v_i - v_a$  sowie  $f(v_a)$  für alle  $v_i > v_a$  positiv sind und da der Gewinn  $P$  ebenfalls als positiv unterstellt wurde.

Die nicht-anreizkompatible Preisregel  $p_0(b)$  läßt sich daher durch ihre geringen Anreize zur Kartellbildung der Bieter rechtfertigen: Sie bietet den Nichtgewinnern höhere Anreize, von der Kartellvereinbarung abzuweichen, und sie macht Kartellbildung bei Existenz von Kartellaußenseitern weniger profitabel. Mit anderen Worten: Sie impliziert eine geringere interne und externe Kartellstabilität. Allerdings haben wir bislang völlig ausgeklammert, auf welche Weise man überhaupt zu einer Kartellabsprache kommt.

## V. Zur axiomatischen Ableitung der Regeln für Kartellbildung

Die Relevanz der Kartellbildung in Auktionen und Ausschreibungen ist durch vielfältige Skandale (zum Beispiel bei Ausschreibungen der öffentlichen Hand) hinreichend belegt. Im englischen Sprachgebrauch hat sich hierfür sogar eine eigene Terminologie entwickelt: Kartelle in Auktionen und Ausschreibungen werden ‚rings‘ genannt, die Auswahl des designierten Kartellgewinners wird als ‚knockout‘ bezeichnet.

Häufig wird vermutet, daß Kartellbildung in der Form erfolgt, daß nur der designierte Gewinner ein ernsthaftes Gebot abgibt und daß die Rolle des designierten Gewinners von Auktion zu Auktion wechselt. Dies setzt allerdings den unrealistischen Fall unendlich vieler sukzessiver Auktionen voraus. Andernfalls gibt es eine letzte Auktion, in der der letzte designierte Gewinner sich der Enthaltung der anderen nicht sicher sein kann, womit sein Anreiz entfällt, sich in der vorletzten Auktion zu entfalten, usw. Wir wollen daher wie bisher den Fall einer einmaligen Auktion betrachten.

Die wenigen theoretischen Arbeiten zur Kartellbildung in Auktionen (vgl. den Überblick von Güth und Peleg, 1993a) unterstellen einen Entscheidungsprozeß, der vor allem zwei Stufen aufweist: Auf der ersten Stufe, die man *Vorauktion* nennen kann, müssen alle Mitglieder eines Kartells  $C$  mit  $C \subset N = \{1, \dots, n\}$  und  $c(\geq 2)$  Mitgliedern ihre endgültigen Gebote abgeben. Nach Auswahl des designierten Gewinners  $r \in C$  darf nur dieser in der nachfolgenden eigentlichen Auktion, kurz *Hauptauktion* genannt, ernsthaft bieten. Natürlich werden auch alle Nichtkartellmitglieder in der Hauptauktion und nur in dieser bieten.

Der Vorteil dieses natürlichen und einfachen Entscheidungsablaufs besteht darin, daß jede Partie durch einen vollständigen Gebotsvektor  $b = (b_1, \dots, b_n)$  charakterisiert ist: Während die Kartellmitglieder  $i \in C$  ihre Gebote  $b_i$  in der Vorauktion festlegen, entscheiden die Nichtkartellmitglieder  $j \notin C$ , die auch als *Kartellaußenseiter* und *freie Bieter* bezeichnet werden, über ihre Gebote  $b_j$  im Verlauf der Hauptauktion. Wir können daher wieder die Frage nach den Auktionsregeln bei Kartellbildung stellen. Diese Regeln müssen für jeden Gebotsvektor  $b$  und jedes Kartell  $C (\subset N)$  mit wenigstens zwei Mitgliedern bestimmen,

- wer der vorgegebene Repräsentant  $r(b) \subset C$  des Kartells ist,
- wer von den Bietern  $j \notin C$  und  $r(b)$  die Hauptauktion gewinnt und welchen Preis  $p(b)$  er dafür zu entrichten hat,
- welche Kompensationszahlungen  $t_r^j(b)$  der Repräsentant  $r(b)$  des Kartells an die übrigen Kartellmitglieder zu leisten hat, um sie für ihren Gebotsverzicht in der Hauptauktion zu entschädigen.

Man kann die möglichen Regeln analog zu unseren Überlegungen in Abschnitt II einschränken und dann die Marktergebnisse für die so erhaltenen Regelsysteme bestimmen, um die Profitabilität von Kartellen zu beurteilen. Wir wollen hier nur andeuten, wie man Axiom N, d.h. die Neidfreiheit bezüglich der Gebote übertragen kann. Für die Hauptauktion impliziert Theorem 2, daß der Gewinner  $w(b)$  der Hauptauktion Höchstbieter sein muß und daß der Preis  $p(b)$  im Intervall von Höchstgebot  $b_{w(b)}$  und Zweithöchstgebot  $b_{2(b)}$  in der Hauptauktion liegen muß.

Neidfreiheit bezüglich der Gebote in der Vorauktion bedingt, daß der designierte Vertreter  $r \in C$  des Kartells in der Hauptauktion nicht den Nettotauschvektor eines anderen Kartellmitglieds seinem eigenen vorzieht sowie daß andere Kartellmitglieder nicht den Nettotauschvektor des  $r$  oder den eines anderen Kartellmitglieds dem eigenen vorziehen. Nun impliziert Axiom N für zwei Kartellmitglieder  $i$  und  $i'$  mit  $i, i' \neq r$  offenbar, daß die Ausgleichszahlungen  $t_r^i(b)$  und  $t_r^{i'}(b)$  des  $r$  gleich sind, d.h.

$$t_r^i(b) = t_r^{i'}(b) \text{ für alle } i \in C \text{ mit } i \neq r.$$

Geht der  $r$  in der Hauptauktion leer aus, d.h. im Falle von  $w(b) \neq r$ , so muß offenbar  $t_r(b) = 0$  gelten, da sonst der  $r$  die Position eines  $i \in C$  mit  $i \neq r$  vorziehen würde. Wie in Güth und Peleg (1993a) sei unterstellt, daß ein Kartellmitglied  $i$ , wenn es die Rolle  $r$  wahrnimmt, sein Gebot der Vorauktion wiederholen muß und nur den aus seinem eigenen Gebot  $b_i$  resultierenden Preis  $p^i(b)$  in der Hauptauktion bei der Neidfreiheit zugrundelegen kann. Die Bedingung, daß der  $r$  nicht die Nettotauschvektoren der  $i \in C$  mit  $i \neq r$  dem eigenen vorzieht und daß ein  $i \in C$  mit  $i \neq r$  nicht umgekehrt den Nettotauschvektor des  $r$  dem eigenen vorzieht, wenn beide die Hauptauktion gewinnen, läßt sich dann wie folgt schreiben:

$$b_r - p^r(b) - (c - 1)t_r(b) \geq t_r(b) \geq b_i - p^i(b) - (c - 1)t_r(b).$$

Die linke Ungleichung besagt, daß der  $r$  gemäß seinem Gebot  $b_r$  nicht den Nettotauschvektor  $t_r(b)$  eines jeden anderen Kartellmitglieds  $k \in C$  mit  $k \neq r$  seinem eigenen Nettotauschvektor vorzieht, der ihm zwar das durch  $b_r$  bewertete Verkaufsgut zubilligt, ihm dafür aber den Preis  $p^r(b)$  und die Gesamtkompensationszahlung  $(c - 1)t_r(b)$  an die übrigen Kartellmitglieder abverlangt. Analog verlangt die rechte Ungleichung, daß der  $i \in C$  mit  $i \neq r$  nicht den Nettotauschvektor des  $r$  im Vergleich zu  $t_r(b)$  bevorzugt. Aus der Umformung der obigen Ungleichung erhält man



$$\frac{b_r - p^r(b)}{c} \geq t_r(b) \geq \frac{b_i - p^i(b)}{c} \quad \text{für alle } i \in C \text{ mit } i \neq r,$$

wobei wir stets unterstellen, daß für alle  $k \in C$  die Differenz  $b_k - p^k(b) \geq 0$  ist, d.h. daß alle  $k \in C$  die Hauptauktion gewinnen würden. Offenbar folgt hieraus, daß der designierte Repräsentant  $r = r(b)$  des Kartells in der Hauptauktion dasjenige Kartellmitglied ist, für das der Überschuß  $b_k - p^k(b)$  für alle  $k \in C$  maximal ist, daß die Kompensation  $t_r(b)$  des  $r$  an die übrigen Mitglieder im Intervall  $\frac{b_s - p^s(b)}{c} \leq t_r(b) \leq \frac{b_r - p^r(b)}{c}$  von höchstem und zweithöchstem pro Kopf-Überschuß  $(b_s - p^s(b))/c$  liegen muß. Da ein Kartellmitglied  $k \in C$ , das die Hauptauktion nicht gewinnt, keine Kompensationszahlungen leisten muß, modifiziert sich das Intervall für  $t_r(b)$  wie folgt:

$$\max \left\{ 0, \frac{b_s - p^s(b)}{c} \right\} \leq t_r(b) \leq \max \left\{ 0, \frac{b_r - p^r(b)}{c} \right\}.$$

Wir schließen es aus, daß ein freier Bieter  $j \notin C$  den Nettotauschvektor eines Kartellmitglieds  $i \in C$  mit seinem eigenen vergleicht, da die freien Bieter häufig über die Bildung des Kartells nicht informiert sind, d.h. sie unterstellen, daß alle Bieter frei sind. Die Beschränkung der Regeln gemäß Axiom N wird daher durch die folgende Aussage zusammengefaßt:

**Theorem 8:** Gemäß Axiom N muß bei Bildung des Kartells  $C \subset N$  mit wenigstens zwei Mitgliedern

- in der Hauptauktion der Erwerber  $w(b)$  des Verkaufsgegenstands Höchstbieter in der Hauptauktion sein,
- der Verkaufspreis  $p(b)$  im Intervall von Höchst- bzw. Zweithöchstgebot  $b_{w(b)}$  bzw.  $b_{2(b)}$  in der Hauptauktion liegen,
- der designierte Kartellrepräsentant  $r(b)$  den höchsten Überschuß  $b_k - p^k(b)$  für alle  $k \in C$  aufweisen,
- die Kompensationszahlung des  $r(b)$  an alle übrigen Kartellmitglieder  $i \in C$  mit  $i \neq r(b)$  stets den gleichen Wert  $t_r(b)$  betragen, der im Intervall

$$\max \left\{ 0, \frac{b_s - p^s(b)}{c} \right\} \leq t_r(b) \leq \max \left\{ 0, \frac{b_r - p^r(b)}{c} \right\}$$

liegt.

Durch Theorem 8 soll hier nur verdeutlicht werden, daß der ordnungspolitische Ansatz auch bei der Modellierung von Auktionen mit Kartel-



lierungstendenzen hilfreich sein kann. Natürlich wäre zu begründen, warum die Kartellmitglieder sich den gleichen ethischen oder ökonomischen Maßstäben wie zum Beispiel der Gesetzgeber verpflichtet fühlen, wofür es vielfältige empirische Belege gibt. So geht die Ausbeutung Dritter, hier des Verkäufers, in der Regel einher mit einer sehr strengen Befolgung fairer Aufteilungsregeln untereinander (vgl. Güth, 1994).

Ebenso mag man die Annahme ablehnen, daß der Repräsentant des Kartells sein Gebot der Vorauktion auf der Hauptauktion wiederholen muß. Güth und Peleg (1993b) zeigen, daß man hiervon abweichen und dennoch weiterhin Axiom N zugrundelegen kann. Der Kartellrepräsentant ist dann stets der Höchstbieter in der Vorauktion.

## VI. Fazit und Ausblick

Mit Axiom N, der Neidfreiheit bezüglich der Gebote, haben wir einen ordnungspolitischen Ansatz gewählt, der die Implementierbarkeit der Regeln in den Vordergrund rückt. Dies verdeutlicht schon die Tatsache, daß die Gebote und nicht die wahren Werte über Neidfreiheit befinden. Auch das Axiom AK der Anreizkompatibilität postuliert eine ordnungspolitische Robustheit: Lösungen in nicht dominierten Strategien erweisen sich als immun gegenüber allen Änderungen in den Erwartungen über die Anzahl und die Charakteristika der Mitbieter.

Obwohl die Preisregel  $p(b) = b_{2(b)}$  sich aus diesen Gründen als überaus wünschenswert und einfach implementierbar erweist, kann sie nicht ohne weiteres empfohlen werden. Ist die Gefahr groß, daß die Bieter versuchen werden, ihre Gebotsverhalten durch Kartellvereinbarungen zu koordinieren, so kann es auf Grund der Ergebnisse im Abschnitt IV ratsam sein, nicht anreizkompatible Preisregeln zu verwenden. Der ordnungspolitische Konflikt besteht also einerseits zwischen der Anreizkompatibilität und andererseits der Vorgabe, möglichst geringe Anreize zur Kartellbildung zu bieten. Natürlich erweist sich auch die Preisregel  $p(b) = b_{w(b)}$  nicht als völlig immun gegenüber Kartellabsprachen. Sie läßt diese jedoch als fragwürdiger erscheinen, da sie sowohl höhere Gewinnanreize für abweichende Kartellmitglieder impliziert, als auch bei Existenz von Kartellaußenseitern die Gewinnsteigerungen durch Absprachen stärker beschneidet.

In der Literatur (vgl. zum Beispiel Myerson, 1981) finden wir häufig Arbeiten zur Auktionstheorie, die der Implementierbarkeit weniger Bedeutung beimessen. Typischerweise wird hierbei auf das sogenannte *Revelationstheorem* zurückgegriffen, das besagt, daß man für jedes Gleichgewicht jeglicher Auktion (mit konsistenten beliefs) eine „anreiz-

kompatible“ Auktion finden kann, in der ehrliches Bieten zum selben Ergebnis führt. Allerdings verlangt „Anreizkompatibilität“ hier lediglich, daß ehrliches Bieten gleichgewichtig ist, d.h. ehrliches Bieten ist nicht notwendig eine bzw. die einzige nicht dominierte Gebotsstrategie.

Die Analyse von Auktionsregeln basierend auf dem Revelationstheorem erweist sich als überaus fruchtbar, wenn man den Rahmen der möglichen Ergebnisse unter der Nebenbedingung der „Anreizkompatibilität“ erforschen will, d.h. sogenannte *zweitbeste* (*second best*) *Lösungen* anstrebt. Allerdings ist die praktische Implementierbarkeit derartiger Ergebnisse sehr fraglich, da in der Regel das zweitbeste Regelsystem empfindlich auf alle Gegebenheiten reagiert. So erfordern unterschiedliche Erwartungen über die wahren Werte anderer typischerweise unterschiedliche Auktionsregeln (vgl. zum Beispiel die Ergebnisse von *Güth* und *Hellwig*, 1986 und 1987, für ein anderes Allokationsproblem). Es ist kaum vorstellbar, daß man derart sensibel die Auktionsregeln anpaßt. Wir sehen in dieser Hinsicht den fundamentalen Vorteil unserer auf Axiom N aufbauenden Analyse, die auf einfache Implementierbarkeit für alle oder zumindest viele Situationen abstellt (vgl. die einfachen Mechanismen im Sinne von *Wilson*, 1985).

Natürlich bestehen auch im Rahmen der einfach implementierbaren Auktionsregeln noch Gestaltungsmöglichkeiten. Letztlich ist die Frage nach dem optimalen  $\lambda$ -Wert in Abschnitt III bzw. in Abschnitt V sowohl aus der Sicht des Verkäufers wie auch der Bieter ein Ausloten derartiger Möglichkeiten. Konkret könnte man auch den Reservationspreis des Verkäufers optimal durch den Verkäufer wählen lassen (vgl. *Riley* und *Samuelson*, 1981): Bei freiem Bieten aller  $n$  Bieter und der IID-Annahme  $F(v_i) = v_i$  für alle  $0 \leq v_i \leq 1$  würde sich zum Beispiel ein optimaler Reservationspreis von  $1/2$  ergeben, wenn man von  $\lambda = 0$ , d.h.  $p(b) = b_{w(b)}$  ausgeht. Bei der anreizkompatiblen Preisregel  $p(b) = b_{2(b)}$  würden positive Reservationspreise hingegen dem Verkäufer stets schaden. Analog könnte man auch überlegen, ob der Verkäufer Eintrittspreise zur Auktion verlangen sollte, d.h. ein Bieter müßte einen positiven Eintrittspreis bezahlen, wenn er mitbieten will (vgl. *Engelbrecht-Wiggans*, 1993).

In diesem Beitrag wurde stets davon ausgegangen, daß alle Beteiligten *risikoneutral* sind. Den Einfluß von Risikoaversion hat zum Beispiel *Riley* (1989) diskutiert. Man beachte jedoch, daß ein Bieter bzw. Verkäufer, der an mehreren Auktionen teilnimmt, sich intern versichern kann. Zumindestens wenn die Anzahl der Auktionen, an denen man aktiv teilnimmt, sehr groß ist, scheint Risikoneutralität eine sehr natürliche Annahme.

Die axiomatische Vorgehensweise kann auf den Fall mehrerer Einheiten eines unteilbaren Guts übertragen werden (vgl. zum Beispiel *Güth*,

1986). Werden  $m (\geq 2)$  Einheiten desselben Guts an Bieter versteigert, die maximal eine Einheit des Guts erwerben wollen, so folgt aus Axiom N, daß die  $m$  Einheiten an die  $m$  Höchstbieter verkauft werden und daß der Preis im Intervall des  $m$ - und  $(m + 1)$ -höchsten Gebotes liegt. Wie bisher bestimmen das geringste zum Zuge gekommene und das höchste nicht zum Zuge gekommene Gebot die Preisgrenzen. Sollen  $m (\geq 2)$  Einheiten an Bieter veräußert werden, die unter Umständen an mehr als einer Einheit interessiert sind, so erweist sich allein schon die Beschreibung der „wahren Werte“ als problematischer.

Die wesentlichen Implikationen der möglichen Preisregeln werden in diesem Beitrag konstruktiv bewiesen, d.h. durch explizites Lösen einfacher, weil meist symmetrischer Auktionen. Wir haben damit auch Methoden aufgezeigt, Auktionen zu lösen und ordnungspolitisch zu bewerten. Allerdings sind die Aussichten für analytische Ergebnisse sehr begrenzt. Asymmetrische Auktionen mit unvollständiger Information erweisen sich als viel schwieriger (vgl. Plum, 1992, der „nur“ einen einfachen Fall betrachtet). Reale Situationen sind daher bislang nur mit numerischen Verfahren praktikabel lösbar. In Anbetracht dessen mag man die Kunst der Auktionstheoretiker bewundern, immer weitere Aspekte realer Auktionen einzubeziehen, ohne die Symmetrieannahme aufzugeben. In diesem Beitrag wird zwar dieses „Elend der Auktionstheorie“ offen eingestanden, aber nicht zu beseitigen versucht.

### Literaturverzeichnis

- Bolle, F./Güth, W. (1992): Competition among mutually dependent sellers, *Journal of Institutional and Theoretical Economics* 148: 209 - 239.
- Engelbrecht-Wiggans, R. (1993): Optimal auctions revisited, *Games and Economic Behavior* 5: 227 - 239.
- Fehl, U./Güth, W. (1987): Internal and external stability of bidder cartels in auctions and public tenders – A comparison of pricing rules, *International Journal of Industrial Organization* 5: 303 - 313.
- Finsinger, J. (1985): Die Ausschreibung, *Jahrbuch für Sozialwissenschaft* 36: 302 - 321.
- Fisher, F. M. (1989): Games economists play: A noncooperative view, *Rand Journal of Economics*, Vol. 20, 113 - 124.
- (1991): Organizing industrial organization: Reflections on the Handbook of Industrial Organization, *Brookings Papers on EC. Activ., Microeconomics*, 201 - 240.
- Gandenberger, O. (1961): Die Ausschreibung, Quelle & Meyer, Heidelberg.
- Güth, W. (1986): Auctions, public tenders, and fair division games – An axiomatic approach, *Mathematical Social Sciences* 11: 283 - 294.



- (1992): Spieltheorie und Industrieökonomik – Muß Liebe weh tun?, ifo-Studien 3 - 4/1992 (38), 271 - 316.
- (1992): Spieltheorie und ökonomische (Bei)Spiele, Springer-Verlag 1992.
- (1994): Distributive justice – Theoretical considerations and empirical evidence, in: Essays on Economic Psychology (Hrsg. H. Brandstätter/W. Güth), Springer-Verlag, Heidelberg.
- Güth, W./Hellwig, M. (1986): The private supply of a public good, Zeitschrift für Nationalökonomie, Supplementum 5 „Welfare Economics of the Second Best“, 121 - 159.
- / — (1987): Competition versus monopoly in the supply of public goods, in: Efficiency, Institutions, and Economic Policy (Hrsg. Pethig, R./Schlieper, U.), 183 - 217.
- Güth, W./Peleg, B. (1993a): Ring formation in auctions, Frankfurter Volkswirtschaftliche Diskussionsbeiträge 41, Universität Frankfurt/M., 1993.
- / — (1993b): Ring formation with independent bids, Diskussionsbeitrag, Universität Frankfurt/M.
- Güth, W./van Damme, E. (1986): A comparison of pricing rules for auctions and fair division games, Social Choice and Welfare 3: 177 - 198.
- Harsanyi, J. C. (1968): Games with incomplete information played by ‚Bayesian‘ players, Management Science 14: 159 - 189, 320 - 344, 486 - 502.
- Milgrom, P. (1989): Auctions and bidding: A primer, Journal of Economic Perspectives, Vol. 3, No. 3: 3 - 22.
- Milgrom, P./Weber, R. (1982): A theory of auctions and competitive bidding, Econometrica 50: 1089 - 1122.
- Myerson, N. B. (1981): Optimal auction design, Mathematics of Operations Research 6: 58 - 73.
- Peltzman, S. (1991): The Handbook of Industrial Organization: A review article, Journal of Political Economics, Vol. 99, 201 - 217.
- Plum, M. (1992): Characterization and computation of Nash-equilibria for auctions with incomplete information, International Journal of Game Theory 20: 393 - 418.
- Riley, J. G. (1989): Expected revenue from open and sealed bid auctions, Journal of Economic Perspectives, Vol. 3, No. 3: 41 - 50.
- Riley, J. G./Samuelson, W. F. (1981): Optimal auctions, Economic Review, 71: 381 - 392.
- Schmalensee, R./Willig, R. D. (1989, Hrsg.): Handbook of Industrial Organization, 2 Vols., North Holland.
- Tirole, J. (1988): The theory of industrial organization, MIT Press, Cambridge, MA.
- Vickrey, W. (1961): Counterspeculation, auctions, and competitive sealed tenders, Journal of Finance 16: 8 - 37.
- Wilson, R. (1985): Game-theoretic and analysis of trading processes, Advances in Economic Theory (Hrsg. Bewley, T.), Econometric Society Monographs No. 11: 33 - 70.

## **Zusammenfassung**

Aus einsichtigen Anforderungen (Axiomen) werden Auktions- bzw. Ausschreibungsregeln abgeleitet. Unsere Analyse konzentriert sich auf das Problem der Preisregel. Es wird der Zielkonflikt von Anreizkompatibilität und Destabilisierung von Kartellen aufgezeigt, der sich zumindest in einem Spezialfall nicht durch Auszahlungsanreize entscheiden läßt. Vor der abschließenden Bewertung wird kurz angedeutet, wie das Marktverhalten bei Kartellbildung explizit abgeleitet werden kann.

## **Abstract**

To derive the pricing rules of auctions and public tenders an intuitively convincing axiom is imposed demanding that, according to his bid, no bidder prefers another's trade to his own. Together with incentive compatibility this axiom allows only for the second highest bid-auction. Nevertheless the German history of public tenders (Verdingungsordnung für Bauleistungen/VOB) has always relied on the highest bid-price rule. By two equivalence theorems it is shown that without special assumptions this cannot be justified by differences in expected profits. This is, however, possible by the incentives for ring formation which the two pricing rules yield.

*JEL-Klassifikation: D44*