

Kladroba, Andreas

Research Report

Der Einfluss mathematischer Methoden auf das Ergebnis von Mannschaftswettkämpfen: Eine Simulationsrechnung

ifes Schriftenreihe, No. 20

Provided in Cooperation with:

ifes Institut für Empirie & Statistik, FOM Hochschule für Oekonomie & Management

Suggested Citation: Kladroba, Andreas (2019) : Der Einfluss mathematischer Methoden auf das Ergebnis von Mannschaftswettkämpfen: Eine Simulationsrechnung, ifes Schriftenreihe, No. 20, ISBN 978-3-89275-416-9, MA Akademie Verlags- und Druck-Gesellschaft mbH, Essen

This Version is available at:

<https://hdl.handle.net/10419/249983>

Standard-Nutzungsbedingungen:

Die Dokumente auf EconStor dürfen zu eigenen wissenschaftlichen Zwecken und zum Privatgebrauch gespeichert und kopiert werden.

Sie dürfen die Dokumente nicht für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, öffentlich zugänglich machen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Sofern die Verfasser die Dokumente unter Open-Content-Lizenzen (insbesondere CC-Lizenzen) zur Verfügung gestellt haben sollten, gelten abweichend von diesen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

Terms of use:

Documents in EconStor may be saved and copied for your personal and scholarly purposes.

You are not to copy documents for public or commercial purposes, to exhibit the documents publicly, to make them publicly available on the internet, or to distribute or otherwise use the documents in public.

If the documents have been made available under an Open Content Licence (especially Creative Commons Licences), you may exercise further usage rights as specified in the indicated licence.

*Band
20*

Bianca Krol (Hrsg.)

*Der Einfluss mathematischer Methoden auf
das Ergebnis von Mannschaftswettkämpfen:
Eine Simulationsrechnung*

~
Andreas Kladroba

ifes Schriftenreihe



Institut für Empirie & Statistik
der FOM Hochschule
für Oekonomie & Management

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliographie;
detaillierte bibliographische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

© 2019 by



**Akademie
Verlags- und Druck-
Gesellschaft mbH**

MA Akademie Verlags- und Druck-Gesellschaft mbH
Leimkugelstraße 6, 45141 Essen
info@mav-verlag.de

Das Werk einschließlich seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der engen Grenzen des Urhebergesetzes ist ohne Zustimmung der MA Akademie Verlags- und Druck-Gesellschaft mbH unzulässig und strafbar. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen. Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürfen. Oft handelt es sich um gesetzlich geschützte eingetragene Warenzeichen, auch wenn sie nicht als solche gekennzeichnet sind.

Andreas Kladroba

Der Einfluss mathematischer Methoden auf das Ergebnis von
Mannschaftswettkämpfen: Eine Simulationsrechnung

ifes Institut für Empirie & Statistik
der FOM Hochschule für Oekonomie & Management

ifes Schriftenreihe
Band 20, 2019

ISBN (Print) 978-3-89275-415-2
ISBN (eBook) 978-3-89275-416-9

ISSN (Print) 2191-3366
ISSN (eBook) 2569-535

Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis	III
Abbildungsverzeichnis.....	IV
1 Motivation.....	5
2 Theoretische Grundlagen	6
3 Simulationsrechnung.....	9
3.1 Beschreibung des Wettkampfformates DMS	9
3.2 Forschungsdesign	10
4 Alternative Berechnungsformen	12
4.1 Aggregation auf der Basis der geschwommenen Zeit (offene Systeme).....	13
4.1.1 Das „Original“	14
4.1.2 Linear-proportionale Wertung	15
4.2 Aggregation auf der Basis der geschwommenen Zeit (geschlossene Systeme).....	16
4.3 Bewertung auf der Basis der Platzierung.....	18
4.3.1 Punkteschema mit äquidistanten Platzierungen.....	18
4.3.2 „Medaillenspiegel“	19
4.3.3 Ranking auf der Basis von Paarvergleichen	20
5 Auswertung und Bewertung der Methoden.....	22
6 Fazit.....	25
Literaturverzeichnis.....	26
Anhang.....	27

Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1: Kategorisierung der verwendeten Aggregationsmethoden	13
Abbildung 2: Zusammenhang zwischen Zeit und Punkten über 100m Freistil	14
Abbildung 3: Lineare vs. Progressive Punktevergabe über 100m Freistil	15

1 Motivation

Ratings und Rankings spielen eine wichtige Rolle in vielen Aspekten des Lebens. Ob der beste Arbeitgeber, die Qualität von Hotels und Restaurants oder die Kreditwürdigkeit von Privatpersonen, Unternehmen und sogar ganzen Ländern gesucht werden, ständig werden Leistungen bewertet und in Rangfolgen gebracht. Gerade im Sport spielen Ratings und Rankings eine besondere Rolle, bietet doch der Wettkampf für viele Menschen erst die Motivation, sich überhaupt sportlich zu betätigen. Daher sind das Bewerten sportlicher Leistung (Rating) und der Vergleich mit anderen (Ranking) hier besonders weit verbreitet. Eine besondere Herausforderung besteht dann, wenn Einzelleistungen zu einer Mannschaftsleistung zu aggregieren sind. Solche Fälle sind z. B. Länderkämpfe in der Leichtathletik oder die hier als Beispiel ausgewählte Deutsche Mannschaftsmeisterschaft im Schwimmen (DMS). Dabei liegt der Verdacht nahe, dass nicht nur die tatsächlich erbrachte sportliche Leistung das Gesamtergebnis bestimmt, sondern auch die verwendete Aggregationsmethode.

Das vorliegende Papier will sich dieser Frage widmen. Dabei werden zwei Ansätze gewählt. Zunächst geht es um die Frage, auf welcher theoretischen Grundlage die Wahl des „richtigen“ Aggregationsverfahrens getroffen werden kann. Im zweiten Teil soll dann anhand einer Simulationsrechnung auf Basis der DMS der Frauen (1. Bundesliga) 2017 aufgezeigt werden, wie unterschiedliche mathematische Aggregationsmethoden auf das Gesamtergebnis wirken können.

2 Theoretische Grundlagen

Der Frage, wie man die Wahl einer geeigneten Aggregationsmethode begründen soll, kann man sich auf sehr unterschiedlichen Wegen nähern. Im Folgenden soll zunächst ein eher inhaltlich-philosophischer und schließlich ein mathematisch-formaler Ansatz betrachtet werden. Im Idealfall müsste ein Verfahren natürlich beiden Richtungen gehorchen. Inwiefern das möglich ist, soll in Kapitel 4 im Rahmen der Beschreibung der einzelnen Aggregationsverfahren näher analysiert werden.

Würde man eine Umfrage starten, welche Eigenschaften bei einem Aggregationsverfahren wünschenswert wären, wäre die Antwort, dass es „gerecht“ sein soll, wahrscheinlich nicht so selten. Was kann „gerecht“ in diesem Zusammenhang aber heißen? Die meisten Autoren sportethischer Abhandlungen stützen sich bei ihrer Definition von „Gerechtigkeit“ auf ein Verständnis von John Rawls¹, der Gerechtigkeit mit einem gleichen Maß von Freiheiten für alle Individuen gleichsetzt. Daher wird in der Sportethik der Gerechtigkeitsbegriff oftmals mit „Fairness“, also vor allem dem Umgang der Sportler untereinander, in Verbindung gebracht² und ist im hier vorliegenden Zusammenhang wenig hilfreich. Auch wenn es an dieser Stelle etwas hochgegriffen klingt: Sinnvoller wäre ein Rückgriff auf einen Gerechtigkeitsbegriff aus dem Verfassungsrecht, der sich mit der Forderung umschreiben lässt, Gleiches gleich und Ungleiches ungleich zu behandeln.³ Das heißt hier, dass vergleichbare Leistungen der Sportler auch in gleicher Weise in die Gesamtwertung der Mannschaft eingehen sollen. Inwiefern die einzelnen Verfahren dies leisten können, soll an den entsprechenden Stellen erläutert werden.

Ein zweiter Zugang zum Thema Aggregationsverfahren soll über die mathematisch-formalen Eigenschaften der einzelnen Methoden erfolgen. In der Statistik ist es schon lange etabliert, sinnvolle von weniger sinnvollen Methoden durch den Erfüllungsgrad bestimmter Axiome zu unterscheiden.⁴ Ein sinnvolles Axiomensystem für die Erstellung von Rangfolgen lässt sich in Anlehnung an die Axiome von Arrow (1951/1963) für Gruppenentscheidungen entwickeln. Für die

¹ Vgl. z. B. Rawls (1979)

² Vgl. z. B. Frey/Schmalzrieder (2013), Wilke (2009)

³ Art. 3, Abs. 1 GG

⁴ Vgl. dazu z. B. von der Lippe (1991)

hier zu besprechende Anwendung einer Mannschaftsmeisterschaft im Schwimmen lassen sich die Axiome wie folgt übertragen:

1. Uneingeschränkter Definitionsbereich: Das heißt, die Aggregation muss für alle denkbaren individuellen Ordnungen definiert sein. Im hier vorliegenden Anwendungsfall darf es also keine Anordnung eines einzelnen Rennens geben, bei der die Aggregationsmethode versagt.
2. Paretobedingung: Diese auch als „Condorcet-Sieger“ bekannte Bedingung besagt, dass eine Mannschaft, die gegen alle anderen Mannschaften öfter gewonnen als verloren hat, der Gesamtsieger sein muss. Die Pareto-Bedingung und ihr negatives Gegenstück („Condorcet-Verlierer“) werden im Folgenden noch eine besondere Rolle spielen.
3. Unabhängigkeit von irrelevanten Alternativen: Die Intention dieses Axioms sei an einem einfachen Beispiel (in Anlehnung an die im Folgenden durchgeführte Simulationsrechnung) erläutert. Es gehe vereinfacht nur darum, ob in einer Gesamtwertung die Mannschaft A vor der Mannschaft B liegt oder nicht. Als Kriterien werden zur Vereinfachung nur zwei geschwommene Strecken verwendet, z. B. 100m Freistil und 100m Brust. Bei den 100m Freistil möge die Schwimmerin der Mannschaft A auf Platz 1 und die Schwimmerin von Mannschaft B auf Platz 2 liegen. Bei den 100m Brust liege die Schwimmerin von Mannschaft B auf Platz 1 und die Schwimmerin von Mannschaft A auf Platz 3. Zwischen den Beiden liege noch die Schwimmerin von Mannschaft C. Dann sagt das Axiom der Unabhängigkeit von irrelevanten Alternativen, dass die beiden Mannschaften A und B in der Gesamtwertung den gleichen Platz belegen müssen, denn die Schwimmerin aus Mannschaft C ist in dem Fall eine irrelevante Alternative. Dies entspricht auch dem statistischen Verständnis von Ordinalität, bei der es nur um die Rangfolge $A > B$ bzw. $B > A$ geht. Die Differenz zwischen A und B sowie die Frage, ob dazwischen noch weitere Alternativen liegen, spielen keine Rolle.
4. Diktatorbedingung: Dieses auch als Dominanz- oder Vetobedingung bekannte Axiom sagt, dass die Gesamtwertung nicht von der Leistung eines einzelnen Schwimmers abhängen darf. Zumindest im negativen Sinn finden solche „Vetos“ im Schwimmsport durchaus Anwendung.

⁵ Die Schreibweise bedeutet: A wird B bevorzugt

Zum Beispiel führt in einer Staffel der Regelverstoß eines einzelnen Schwimmers (z. B. bei einem fehlerhaften Wechsel) automatisch zur Disqualifikation der gesamten Mannschaft. Die Leistung oder besser Nicht-Leistung eines Einzelnen bestimmt das Ergebnis der Mannschaft.

Inwiefern die einzelnen Methoden die genannten Axiome erfüllen oder verletzen, wird in Kapitel 4 näher erläutert.

3 Simulationsrechnung

Die in Kapitel 4 zu beschreibenden Aggregationsmethoden sollen nicht nur auf der oben erläuterten theoretischen Basis bewertet, sondern in einer Simulationsrechnung konkret angewendet werden. Diese Rechnung basiert auf den Ergebnissen der 1. Bundesliga der Frauen im Schwimmen aus dem Jahr 2017. Allerdings werden für die Simulation nicht die tatsächlichen Ergebnisse verwendet, sondern es werden zwölf fiktive Mannschaften A – L zusammengestellt.⁶

3.1 Beschreibung des Wettkampfformates DMS

Die Deutschen Mannschaftsmeisterschaften sind die Ligawettkämpfe des Schwimmsports. Wie in anderen Sportarten auch gibt es eine 1. Bundesliga, deren Sieger den Titel „Deutscher Mannschaftsmeister“ trägt. Unter der 1. Bundesliga gibt es drei 2. Ligen, dann die Landesverbandsligen und weitere Ligen. Zwischen den Ligen gibt es Auf- und Abstiegsregelungen.

Obwohl die DMS ein Mannschaftswettbewerb sind, werden die Leistungen als Einzelwettkämpfe erbracht.⁷ Geschwommen werden alle olympischen Strecken, also

- 50m/100m/200m/400m Freistil
- 100m/200m Brust
- 100m/200m Rücken
- 100m/200m Schmetterling
- 200m/400m Lagen

Hinzu kommen für die Frauen die 800m Freistil und für die Männer die 1.500m Freistil.

Geschwommen werden in der 1. Bundesliga drei Abschnitte, d. h. jede der genannten Strecken muss dreimal besetzt werden, wobei kein Schwimmer eine Strecke doppelt schwimmen darf. Da die Gesamtzahl der Starts pro Schwimmer auf fünf (für alle drei Abschnitte) begrenzt ist, besteht eine Mannschaft immer

⁶ Zur Begründung und zum Vorgehen vgl. Abschnitt 3.2.

⁷ Zu unterscheiden sind die DMS von der Deutschen Mannschaftsmeisterschaft der Jugend (DMSJ), die ein reiner Staffelwettbewerb sind.

aus mindestens acht Aktiven. Eine formelle Höchstgrenze der Mannschaftstärke besteht nicht. Theoretisch könnte also jede Strecke mit einem anderen Schwimmer besetzt werden.

Zur Ermittlung des Mannschaftsergebnisses werden die jeweils geschwommenen Zeiten in Punkte umgerechnet und addiert.⁸

3.2 Forschungsdesign

Für die im Folgenden durchzuführende Simulationsrechnung gibt es allerdings zwei Abweichungen von den tatsächlichen Ergebnissen der DMS 2017:

1. Die Betrachtung wird auf einen Durchgang beschränkt. Dies dient vor allem der Vereinfachung bei der Durchführung der Berechnung.
2. Es wird nicht mit den tatsächlichen Mannschaften gearbeitet, sondern mit fiktiven Mannschaften. Der Hintergrund dafür ist, dass Kladroba (2019) gezeigt hat, dass die Homogenität der Mannschaften in sich und die Heterogenität der Mannschaften untereinander einen entscheidenden Faktor für das Gesamtergebnis darstellen. Vereinfacht gesagt gibt es gute Mannschaften mit fast ausschließlich guten Schwimmern und schlechte Mannschaften mit weitgehend schlechten Schwimmern. Damit gibt es aber auch eine Art „natürlicher Rangfolge“ der Mannschaften. Das heißt aber, dass der Einfluss der Aggregationsmethode auf das Mannschaftsergebnis kaum noch wahrnehmbar ist. Durch die Bildung der fiktiven Mannschaften A – L sollen die Homogenitäten aufgebrochen und im Idealfall sogar ins Gegenteil verwandelt werden: Die Mannschaften sollen in sich eher heterogen sein. Alle Mannschaften sollen also sowohl gute als auch weniger gute Schwimmer haben. Dies führt dazu, dass sich die Mannschaftsleistungen annähern und daher die Homogenität zwischen den Mannschaften zunimmt.

Dies wird wie folgt erreicht:

1. Für die Berechnungen werden die tatsächlich bei der DMS geschwommenen Zeiten verwendet. Dies hat den Vorteil, dass realistische Daten in die Rechnungen einfließen.

⁸ Vgl. Kapitel 4.1.1

2. Die erbrachten Leistungen werden zufällig einer Mannschaft zugeordnet, wobei das Prinzip des Ziehens ohne Zurücklegen gilt. Die Wahrscheinlichkeit für eine Zuordnung ist für alle Mannschaften gleich. Wichtig ist dabei zu betonen, dass die Leistung zugeordnet wird und nicht die Schwimmerin. Es ist also denkbar, dass eine Schwimmerin, die in der Realität fünfmal für ihre Mannschaft geschwommen ist, im Simulationsdatensatz fünf verschiedenen Mannschaften zugeordnet wird.

Auf der Basis dieses Designs wurden dann die Berechnungen mit den in Kapitel 4 beschriebenen Verfahren durchgeführt.

4 Alternative Berechnungsformen

Es gibt in der Literatur eine recht große Auswahl an möglichen Aggregationsverfahren. Oftmals gibt es für einzelne Verfahren auch diverse Variationsmöglichkeiten, so dass man den Methoden eine gewisse Verwandtschaft, die sicherlich Einfluss auf die Ergebnisse hat, attestieren kann. Vor diesem Hintergrund ist die Auswahl der im Folgenden näher untersuchten Verfahren durchaus als willkürlich zu bezeichnen. Vorgabe war nur, eine gewisse Bandbreite an unterschiedlichen Ansätzen abzudecken. Die gewählten Verfahren können grob wie in Abb. 1 gezeigt kategorisiert werden.⁹

Eine wichtige Unterscheidung besteht zunächst in der Wahl des Bewertungsparameters. Hier werden Ansätze, die die geschwommene Zeit verwenden, von denen, die auf der Platzierung in den einzelnen Rennen aufbauen, unterschieden. Zusätzlich wird ein Ansatz, der für den Schwimmsport sicherlich ungewöhnlich ist, gewählt: Die einzelnen Rennen werden als Paarvergleiche „jede gegen jede“ betrachtet. Durch die unterschiedlichen Ansätze wird erreicht, dass der Einfluss der gewählten Bewertungsvariable nicht zu hoch wird. Vor allem bei Ähnlichkeiten in den Ergebnissen kann so ausgeschlossen werden, dass diese nur durch die Wahl der gleichen Bewertung (Zeit, Platz) zustande kommt.

⁹ Eine große Übersicht über mögliche Aggregationsmethoden geben z. B. Hwang/Lin (1987), Kladroba (2000) und Kladroba (2005a).

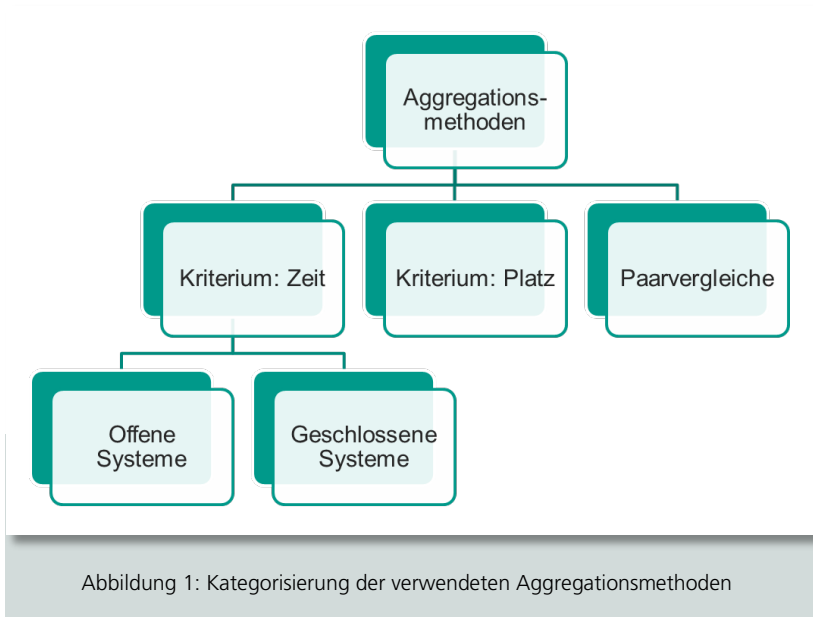


Abbildung 1: Kategorisierung der verwendeten Aggregationsmethoden

4.1 Aggregation auf der Basis der geschwommenen Zeit (offene Systeme)

Zunächst werden Aggregationsmethoden, die auf der geschwommenen Zeit beruhen, betrachtet. Dabei werden offene von geschlossenen Systemen unterschieden. Geschlossene Systeme zeichnen sich dadurch aus, dass hier nur die tatsächlich teilnehmenden Mannschaften verglichen werden können. Geschlossene Systeme sind z. B. aus den Ligawertungen vieler Mannschaftssportarten bekannt. Beim Fußball ist es wenig sinnvoll, die Punkte einer Mannschaft der Landesliga mit denen des Deutschen Meisters in der 1. Bundesliga zu vergleichen. Offene Systeme ermöglichen aber genau diesen Vergleich. Die Wertung erfolgt ligaübergreifend und es wäre für eine Mannschaft der 2. Bundesliga möglich, festzustellen, wie man mit dieser Leistung in der 1. Bundesliga abgeschnitten hätte. Die DMS wird aktuell als offenes System durchgeführt.

Allen folgenden Ansätzen ist gleich, dass sie die erzielte Leistung in Punkte umrechnen. Die Gesamtwertung erfolgt durch die Summation der Punkte.

4.1.1 Das „Original“

Zunächst bietet es sich natürlich an, die tatsächlich für die DMS verwendete Formel zu analysieren. Diese lautet:

$$(1) \quad p = \left(\frac{B}{x}\right)^3 \cdot 1000$$

Dabei stellt B die Basiszeit dar, die auf dem aktuellen Weltrekord beruht und jährlich aktualisiert wird. Die Variable X ist die tatsächlich geschwommene Zeit. Der Exponent sorgt für eine Progression der Punkte. Das heißt, dass eine Schwimmerin, die sich bereits auf einem sehr hohen internationalen Niveau bewegt, für eine weitere Verbesserung ihrer Leistung mit einem überproportionalen Anstieg der Punkte belohnt wird. Abb. 2 zeigt den so gewonnen Zusammenhang zwischen geschwommener Zeit und erzielten Punkten über 100m Freistil bei einer Basiszeit von 0:51,01.

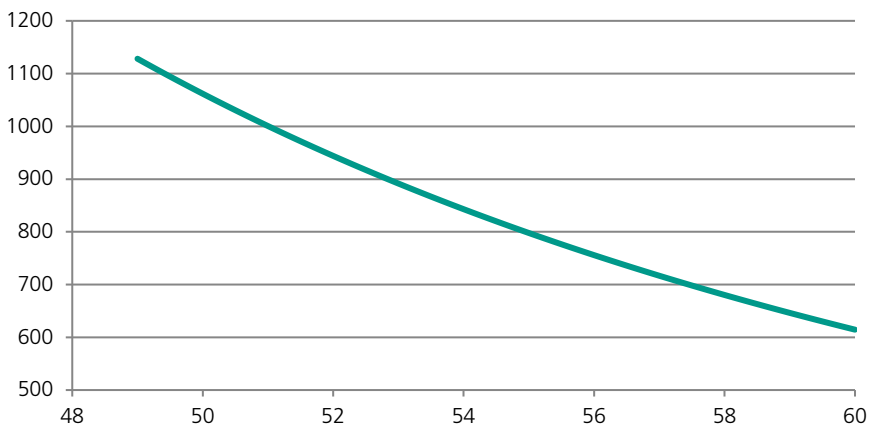


Abbildung 2: Zusammenhang zwischen Zeit und Punkten über 100m Freistil

Bezüglich der oben genannten Kriterien zur Bewertung eines Verfahrens ist folgendes zu sagen:

1. Dem Gerechtigkeitsaspekt wird dadurch genüge getan, dass im Vorfeld der Weltrekord als 1.000 Punkte Leistung definiert wird. Dieser ist als schnellste jemals geschwommene Zeit in allen Lagen vergleichbar. Durch die Anwendung der gleichen Formel für alle Strecken sind auch

die Leistungen, die schlechter sind als der Weltrekord, vergleichbar. Eine Abnahme der erbrachten Leistung führt zu einer überproportionalen, aber relativ auf alle Strecken gesehen identischen Abnahme der Punkte.

2. Bezüglich der Axiome von Arrow bereitet vor allem die Pareto-Bedingung Probleme. So ist es denkbar, dass eine Mannschaft gegen eine andere Mannschaft zwar mehr Einzelrennen gewinnt als verliert, aber trotzdem weniger Punkte bekommt. Hier kommt zum Tragen, dass nicht nur die Reihenfolge der Schwimmerinnen eine Rolle spielt, sondern auch der Abstand, mit dem sie ins Ziel kommen. Das heißt, dass z. B. drei deutliche Siege schwerer wiegen können, als vier knappe Niederlagen. Die Mannschaft mit der geringeren Anzahl an Siegen könnte in der Gesamtwertung somit vor der Mannschaft mit mehr Siegen stehen.

4.1.2 Linear-proportionale Wertung

Als erste Variante bietet es sich an, auf die Progression zu verzichten und die Punkte linear-proportional zur Basiszeit zu vergeben.

$$(2) \quad p = \frac{B}{x} \cdot 1000$$

Abb. 3 zeigt den Verlauf für 100m Freistil im Vergleich zur progressiven Variante (gestrichelte Linie).

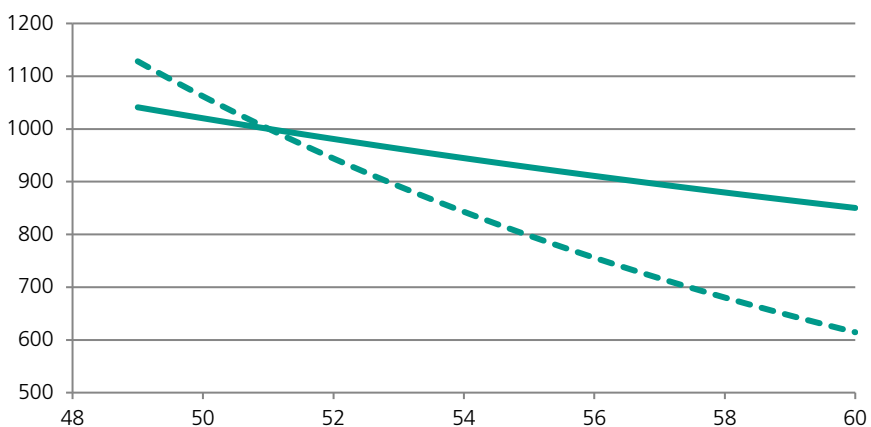


Abbildung 3: Lineare vs. Progressive Punktevergabe über 100m Freistil

Es ist zu erkennen, dass die beiden Varianten die gleiche Punktzahl bei der Basiszeit vergeben (jeweils 1.000 Punkte). Je weiter weg die Leistung von der Basiszeit liegt, desto größer wird der Abstand zwischen den Bewertungssystemen. Unterhalb der Basiszeit (im Sinne von „schlechter als die Basiszeit“) führt die linear-proportionale Variante zu höheren Punkten. Gelingt es dagegen den Weltrekord zu verbessern, würde – wie bereits erwähnt - eine Schwimmerin durch die progressive Variante deutlich bevorzugt. Ein Wechsel von der progressiven auf die linear-proportionale Variante würde die Punktedifferenz zwischen den Mannschaften sicherlich deutlich verringern. Auch die Diskrepanz zwischen den Ligen (also z. B. zwischen 1. und 2. Bundeliga) würde kleiner.

Bezüglich der theoretischen Anforderungen an die Methode gilt das Gleiche wie für die DMS-Formel.

4.2 Aggregation auf der Basis der geschwommenen Zeit (geschlossene Systeme)

Dem offenen System soll ein geschlossenes System gegenübergestellt werden. Die Bewertung umfasst also nur die an diesem DMS-Durchgang teilnehmenden Mannschaften und kann nicht auf andere Mannschaften in anderen Ligen übertragen werden. Erreicht wird das dadurch, dass eine minimale Punktzahl für die schlechteste der teilnehmenden Aktiven und eine maximale Punktzahl für die beste Schwimmerin definiert wird.

Angenommen für die jeweils schlechteste Schwimmerin sollen null Punkte vergeben werden und die jeweils beste Schwimmerin soll 1.000 Punkte erhalten. Dann ergibt sich eine lineare Punktevergabe zwischen den beiden Extremen nach folgender Formel:

$$(3) \quad p = \frac{x - x_{\max}}{x_{\min} - x_{\max}} \cdot 1.000$$

Ein wichtiger Unterschied zu den bereits genannten Verfahren liegt hier darin, dass die Punkte die tatsächlichen Zeitdifferenzen widerspiegeln. Eine Verbesserung von einer Sekunde hätte bei der DMS der Frauen 2017 über 100m Freistil immer einen Zuwachs von knapp 166 Punkten ergeben, egal ob die Verbesserung von 60 auf 59 Sekunden oder von 53 auf 52 Sekunden erfolgt wäre.

Varianten dieser Vorgehensweise, wie z. B. Variationen der Minimal- oder Maximalpunktzahl, können durch Modifikation der Formel leicht eingeführt werden.

Einen Vergleich zwischen den nach den Gleichungen (3) und (2) erzielten Punkten über 100m Freistil zeigt Abb. 4. Dabei ist anzumerken, dass die beste in diesem DMS Durchgang erzielte Zeit bei 0:53,72 und die schlechteste Zeit bei 0:59,73 lagen.

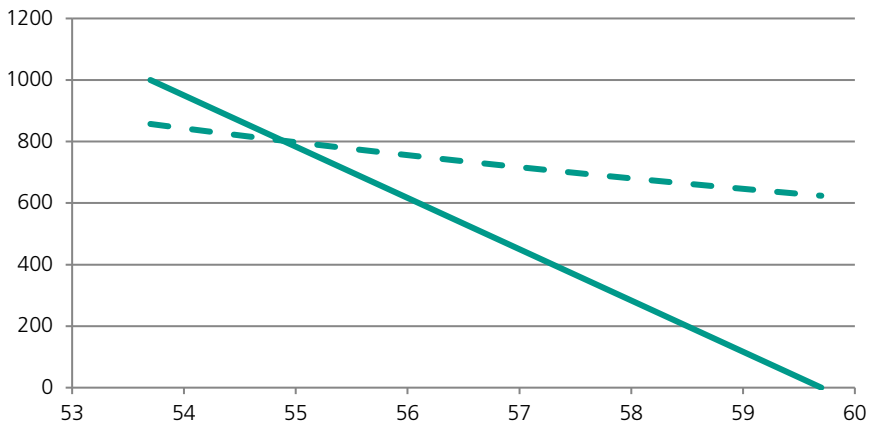


Abbildung 4: Lineare Punktevergabe in einem offenen (gestrichelte Linie) und einem geschlossenen System

Geschlossene Systeme bergen immer die Gefahr einer latenten Ungerechtigkeit. Diese kommt dann zum Tragen, wenn sich alle Athleten auf einem annähernd gleich hohen Niveau befinden. In diesem Fall würde ein offenes System für alle quasi die gleiche Punktzahl ausweisen. Beim geschlossenen System dagegen muss es immer jemanden mit null Punkten und jemanden mit 1.000 Punkten geben, egal ob die dafür erbrachten Leistungen wirklich signifikant unterschiedlich sind oder nicht. Das heißt, dass die Forderung, dass annähernd gleiche Leistungen auch annähernd gleich bewertet werden, verletzt sein kann.

Bei den Axiomen ist die Unabhängigkeit von irrelevanten Alternativen nicht zwingend gegeben. Dies ist dann der Fall, wenn diese irrelevanten Alternativen den Minimum- bzw. den Maximumwert darstellen. Dann beeinflussen sie die Bewertung der erbrachten Leistungen in hohem Maße und verletzen so das genannte Axiom.

4.3 Bewertung auf der Basis der Platzierung

Als Alternative zur Bewertung auf Basis der geschwommenen Zeit könnte eine Bewertung auf Basis des erzielten Platzes vorgenommen werden. In den jeweiligen Disziplinen wird eine Rangfolge der 12 Schwimmerinnen aufgestellt. Die Plätze werden dann mit Punkten bewertet. Wichtig ist dabei, dass das gewählte Punktesystem auch zum Ausdruck bringt, wie die Wertigkeit der einzelnen Plätze eingeschätzt wird. Würde man für einen ersten Platz beispielsweise zehn Punkte und für einen zweiten Platz neun Punkte geben, dann ist die relative Bedeutung eines ersten Platzes viel geringer als wenn man für Platz 1 zehn Punkte und für Platz 2 nur fünf Punkte gibt. Eine Gemeinsamkeit der verschiedenen Punkteschemata besteht darin, dass sie nicht die in der Zeit zum Ausdruck kommende Differenz widerspiegeln. Ein deutlich herausgeschwommener erster Platz wird genauso bewertet wie ein nur knapp erzielter Sieg.

4.3.1 Punkteschema mit äquidistanten Platzierungen

Als Beispiel für eine Punktbewertung wollen wir in der folgenden Beispielrechnung äquidistante Platzierungen annehmen. Das heißt, dass die Erstplatzierte 12 Punkte bekommt, die Zweite 11 Punkte usw., was dazu führt, dass die Letzte in einem Rennen noch einen Punkt bekommt. Für die Mannschaftswertung werden die Punkte aufaddiert, weswegen diese Methode als Punktsummennethode (PSM) in die Literatur eingegangen ist.^{10,11}

Die Gerechtigkeitsforderung ist hier erfüllt. Allerdings ist zu beachten, dass „gleiche Leistung“ hier nicht wie in den bisherigen Fällen über die Zeit gemessen wird, sondern dass hier die Platzierung ausschlaggebend ist. Da gleiche Plätze aber zu einer gleichen Punktzahl führen, ist die Gerechtigkeitsforderung erfüllt.

¹⁰ Obwohl bei den meisten der hier vorgestellten Methoden zum Schluss eine Aufaddierung von Punkten erfolgt, also immer eine Punktsomme gebildet wird. Alternativ findet man die Methode auch unter dem Stichwort „Indexmethode“ in der Literatur, was aber in der statistischen Terminologie ebenfalls falsch ist, weil es sich nicht um einen Index im statistischen Sinne handelt. Als Erfinder der Methode gilt der französische Mathematiker Jean-Charles de Borda (1733 – 1799), weshalb sie manchmal auch Borda-Methode genannt wird.

¹¹ Äußerst kritisch setzen sich von der Lippe/Kladroba (2004) und von der Lippe (2016) mit der Methode auseinander.

Allerdings kommt es zu einem massiven Verstoß des Axioms der Unabhängigkeit von irrelevanten Alternativen. Platzierungen werden hier nicht nur im ordinalen Sinn verwendet, sondern bereits im Sinn einer Intervallskalierung. Es zählt also nicht nur die Feststellung $A > B$, sondern für die Bewertung ist es von Bedeutung, ob sich zwischen A und B noch weitere Schwimmerinnen platziert haben. Die Relation $A > B$ ist also eine andere als $A > C > B$. Dies widerspricht im statistischen Sinn der Ordinalität der Rangordnungen, im entscheidungstheoretischen Sinn widerspricht es dem Axiom der Unabhängigkeit von irrelevanten Alternativen.

4.3.2 „Medaillenspiegel“

Ein vielleicht etwas ungewöhnlicher Vorschlag an dieser Stelle ist, eine Wertung vorzunehmen, die an die Medaillenspiegel, wie man sie vor allem von olympischen Spielen kennt, angelehnt ist. Dabei handelt es sich um eine inoffizielle Nationenwertung, die vor allem durch die Medien verbreitet wird, sich großer Beliebtheit erfreut und deren Vorgehen vielen Menschen vertraut ist. Durchgesetzt hat sich dabei folgendes Bewertungsschema:

Das erste Kriterium für ein Ranking ist die Zahl der erzielten ersten Plätze einer Mannschaft. Sollte diese zwischen zwei oder mehr Mannschaften identisch sein, wird die Zahl der zweiten Plätze als Maßstab herangezogen. Herrscht immer noch Gleichstand, zählt die Zahl der dritten Plätze usw. Während bei olympischen Spielen oftmals nur die Zahl der Medaillen herangezogen wird, soll hier auch die Einbeziehung der weiteren Plätze zugelassen werden.

Diese Wertung setzt allerdings den Konsens voraus, dass ein erster Platz immer wertvoller ist als jede andere Platzierung. Dies könnte im Extremfall zu der (unwahrscheinlichen) Situation führen, dass eine Mannschaft, die nur zweite Plätze erschwommen hat, in der Endabrechnung Letzte wird, weil alle anderen Mannschaften mindestens einen Sieg erreicht haben.

Gleichzeitig zeigt sich hier auch der Verstoß gegen die Gerechtigkeitsforderung. So kann z. B. ein erschwommener dritter Platz für die Gesamtwertung vollkommen irrelevant sein, wenn die Rangfolge der Mannschaften bereits durch die ersten beiden Plätze feststeht, oder dagegen hochgradig relevant sein, wenn das noch nicht der Fall ist. Die gleiche Leistung (Platzierung) wird also nicht gleich bewertet.

Damit ist aber auch klar, dass die Methode „Medaillenspiegel“ ein bewusster Verstoß gegen das Diktatortheorem ist. Das Abschneiden eines einzigen Aktiven kann über die Platzierung der gesamten Mannschaft entscheiden. Zusätzlich zeigt Kladroba (2019) an einem konkreten Fall, dass die Pareto-Bedingung verletzt werden kann.

4.3.3 Ranking auf der Basis von Paarvergleichen

Als letztes wollen wir eine Methode vorschlagen, die auf der Basis von Paarvergleichen beruht. Jedes Rennen wird als Sammlung von Duellen „jede gegen jede“ verstanden. Für jeden Verein wird dann gezählt, wie oft er gegen jeden anderen Verein gewonnen und verloren hat. Eine Übersicht über die Siege im Vergleich zu den Niederlagen im Simulationsbeispiel gibt Übersicht A2 im Anhang. Als Aggregationsmethode wird die sogenannte Dodgson-Regel verwendet. Dazu sind zunächst zwei Begriffe zu klären.¹²

1. Eine Mannschaft, die gegen jede andere Mannschaft mehr Siege als Niederlagen erzielt hat, nennen wir im Folgenden einen **Condorcet-Gewinner** im engeren Sinne.¹³
2. Eine Mannschaft, die gegen jede andere Mannschaft mehr Niederlagen hinnehmen musste als sie Siege erzielt hat, nennt man **Condorcet-Verlierer** im engeren Sinne.¹⁴

Das Rangkriterium der Dodgson-Regel besteht darin, zu zählen, wie viele Siege eine Mannschaft mehr benötigt hätte, um ein Condorcet-Gewinner im engeren Sinne zu sein. Das heißt z. B., dass eine Mannschaft, die gegen eine andere Mannschaft 3:10 verliert, vier zusätzliche Siege gebraucht hätte, um diese Niederlage in einen 7:6 Gesamtsieg umzuwandeln. Hat sie zusätzlich gegen eine dritte Mannschaft 6:7 verloren, bräuchte sie noch einen zusätzlichen Einzelsieg mehr, um auch hier 7:6 zu gewinnen. Die Summe der zusätzlich benötigten Einzelsiege (hier: fünf) geht dann in die Gesamtwertung ein.

¹² Vgl. Kladroba (2000)

¹³ Nach dem französischen Mathematiker und Philosophen Marie Jean Nicolas Caritat, Marquis de Condorcet (1743 – 1794), der das Prinzip der Paarvergleiche für Wahlen entwickelt hat.

¹⁴ Von einem Condorcet-Gewinner im weiteren Sinne würde man sprechen, wenn es mindestens einen Fall gäbe, bei dem eine Mannschaft gegen eine andere genauso viele Siege wie Niederlagen aufweist (Vgl. Kladroba (2000)). Ein Condorcet-Verlierer im weiteren Sinne wäre entsprechend definiert. Wegen der ungeraden Anzahl der Wettbewerbe bei der DMS ist dieser Fall hier aber ausgeschlossen.

Die Gerechtigkeitsforderung wird dabei eher in einem negativen Sinn erfüllt, da hier nicht die Siege der einzelnen Schwimmerinnen, sondern die Niederlagen das entscheidende Kriterium sind. Diese werden aber alle gleichbehandelt, so dass der Forderung nach Gerechtigkeit Genüge getan wird.

Im vorliegenden Rechenbeispiel sind die Axiome von Arrow unproblematisch. Grund dafür ist, dass es – wie bereits erwähnt – wegen der ungeraden Anzahl an Wettbewerben keinen Condorcet-Gewinner oder –Verlierer im weiteren Sinne geben kann. Sollte das in anderen Anwendungen doch der Fall sein, besteht die Gefahr, dass die Pareto-Bedingung verletzt wird.

5 Auswertung und Bewertung der Methoden

Übersicht A3 im Anhang gibt einen Überblick über die Ergebnisse, die die einzelnen Methoden erbracht haben. Dabei fällt zunächst auf, dass Mannschaft G von allen Methoden auf den letzten Platz gesetzt wird. Mannschaft G ist Condorcet-Verlierer im engeren Sinn. Daher entspricht es der Pareto-Bedingung, dass sie den letzten Platz belegt. Einen Condorcet-Gewinner gibt es in diesem Beispiel nicht. Daher erstaunt es auch nicht, dass die unterschiedlichen Methoden insgesamt vier verschiedene Sieger hervorbringen. Am häufigsten wird Mannschaft E zum Sieger ernannt. Die Punktsummenmethode weist in diesem Beispiel sogar drei Sieger aus. Aber auch die Unterschiede bei den anderen Plätzen sind zum Teil erheblich. So wird Mannschaft I von der Punktsummenmethode als eine der drei Siegermannschaften gesehen, von der DMS-Formel aber nur auf Platz sieben gesetzt. Bei vier weiteren Mannschaften beträgt die Differenz zwischen der schlechtesten und der besten Platzierung immerhin vier Plätze. Die homogenste Zuordnung (mit Ausnahme von Mannschaft G) erfährt Mannschaft C, die von allen Methoden mit Ausnahme des Medaillenspiegels auf Platz fünf gesehen wird.

Die Beispielrechnung zeigt, dass die Wahl der Aggregationsmethode einen großen Einfluss auf das Endergebnis haben kann (nicht muss). Daher sollte bei der Formulierung eines Wettkampfformates die Wahl der Methode mit entsprechender Sorgfalt erfolgen. Welche Hilfestellung können die formulierte Gerechtigkeitsforderung und die Axiome von Arrow dabei leisten? ¹⁵

Übersicht 1 zeigt noch einmal eine Zusammenfassung der bereits erwähnten Erfüllungsgrade der Forderungen. Dabei heißt „erfüllt“ so viel wie „ausnahmslos erfüllt“, während „nicht erfüllt“ in der Regel heißt „in manchen Fällen nicht erfüllt“.

¹⁵ Hierbei geht es eher um die theoretische Brauchbarkeit von Aggregationsmethoden. Ansätze zur Plausibilisierung der Ergebnisse schlägt Kladroba (2005b) vor.

	Gerechtigkeit	Uneingeschränkter Definitionsbereich	Pareto-bedingung	Unabhängigkeit v. irrelevanten Alternativen	Diktator-bedingung
DMS	erfüllt	erfüllt	nicht erfüllt	erfüllt	erfüllt
Linear (offen)	erfüllt	erfüllt	nicht erfüllt	erfüllt	erfüllt
Linear (geschlossen)	nicht erfüllt	erfüllt	erfüllt	nicht erfüllt	erfüllt
Punktsummen	erfüllt	erfüllt	erfüllt	nicht erfüllt	erfüllt
Medaillenspiegel	nicht erfüllt	erfüllt	nicht erfüllt	erfüllt	nicht erfüllt
Dodgson	erfüllt	erfüllt	nicht erfüllt	erfüllt	erfüllt

Übersicht 1: Erfüllung der Gerechtigkeitsforderung und der Axiome von Arrow

Würde man die Gerechtigkeitsforderung prioritär über die Axiome stellen, würde man das geschlossene lineare System¹⁶ und den Medaillenspiegel erst einmal ausschließen. Bezüglich der Axiome ist zu erkennen, dass keine Methode alle Axiome gleichzeitig erfüllt. Dies kann insofern nicht überraschen, da Arrow (1951/1963) selber bereits festgestellt hat, dass eine simultane Erfüllung aller Axiome nicht möglich ist („Unmöglichkeitstheorem“).¹⁷ Dies stellt ein Dilemma dar, aus dem man sich vielleicht zwei Auswege vorstellen könnte:

1. Es wird eine Prioritätenrangfolge der Axiome definiert. Welches Axiom ist besonders wichtig und welches kann eventuell vernachlässigt werden? Gelingt dies, lässt sich eventuell eine favorisierte Methode definieren.
2. Wie praxisrelevant sind die Verstöße gegen die Axiome? Damit kann vor allem gemeint sein, wie häufig solche Verstöße vorkommen. Um dies herauszufinden, kann die Simulationsrechnung, die hier einmal vorgenommen worden ist, häufig (z. B. 1.000 mal) mit immer wieder neuen Mannschaftszusammensetzungen wiederholt werden.¹⁸ Der Anteil der Axiomsverstöße, der sich dabei zeigt,

¹⁶ Obwohl das bei der Erstellung von Rankings vor allem außerhalb des Sports gerne benutzt wird.

¹⁷ Vgl. u. a. Bossert/Stehling (1990)

¹⁸ Diese in der Statistik als Bootstrapping bekannte Methode lässt sich in allen gängigen Statistik-Programmen (z. B. R) problemlos automatisieren.

gibt einen guten Prädiktor für die Wahrscheinlichkeit einer Nichterfüllung in der praktischen Anwendung.

Zwei weitere Entscheidungskriterien könnten bei der Wahl der „richtigen“ Methode außerdem hilfreich sein:

1. Eine inhaltliche Präferenz: Reicht die Berücksichtigung der Platzierung aus (wie das z. B. bei den Weltcupwettbewerben vieler Wintersportarten gemacht wird) oder sollen die Differenzen in den Leistungen auf jeden Fall eine Rolle spielen (wie aktuell bei den DMS)?
2. Wie kann man die Methode nach außen kommunizieren und wie reagieren Medien und Zuschauer darauf? Bezüglich dessen dürfte wahrscheinlich die Dodgson-Methode keine großen Chancen haben, obwohl sie auf der Basis der genannten theoretischen Überlegungen gut abschneidet.

6 Fazit

Bei der Erstellung eines Wettkampfformates, bei dem verschiedene Einzelleistungen zu einer Gesamtleistung aggregiert werden, spielt die Wahl der Aggregationsmethode eine große Rolle. So haben Veränderungen z. B. im alpinen Skisport oder der Formel 1 auch in der Öffentlichkeit für Diskussionen gesorgt.

Die vorliegende Arbeit zeigt an einem fiktiven Beispiel den Einfluss der mathematischen Methode auf das sportliche Ergebnis. Theoretische Überlegungen, wie z. B. die Forderung nach Gerechtigkeit oder ein axiomatischer Ansatz können bei der Wahl der richtigen Methode helfen. Aber auch inhaltliche Fragen oder die Akzeptanz in der Öffentlichkeit sollten eine wichtige Rolle spielen.

Literaturverzeichnis

- Arrow, K. J. (1951/1963), Social Choice and Individual Values, Wiley
- Bossert, W./Stehling, F. (1990), Theorie kollektiver Entscheidungen, Berlin
- Frey, D./Schmalzrieder, L. (2013) Gerechtigkeit als Fairness, in: Philosophie der Führung, Berlin/Heidelberg
- Hwang, C.-L./Lin, M.-J. (1987) Group Decision Making under Multiple Criteria, Berlin
- Kladroba, A. (2000), Das Aggregationsproblem bei der Erstellung von Rankings, in: Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik 220, Nr. 3, S. 302 – 314
- Kladroba, A. (2005a), Statistische Methoden zur Erstellung und Interpretation von Rankings und Ratings, Berlin
- Kladroba, A. (2005b), Methodische Einflüsse auf die Ergebnisse von Rankings, in: Jahrbuch für Wirtschaftswissenschaft 56, Heft 1, S. 95 – 111
- Kladroba, A. (2019), Mathematik und Sport: Wie die Wahl einer mathematischen Methode das Ergebnis eines Sportwettkampfes beeinflusst, DOI: 10.13140/RG.2.2.24336.25605
- Rawls, J. (1979), Eine Theorie der Gerechtigkeit, Frankfurt/Main
- Von der Lippe, P. (1991), Deskriptive Statistik, Stuttgart/Jena
- Von der Lippe, P./Kladroba, A. (2004), Messung komplexer Variablen als Summe von Punktzahlen: Eine beliebte Methode des measurement without theory, in: Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik 224, S. 115 - 134
- Von der Lippe, P. (2016), Von der Manie, für alles Zahlen und Statistiken haben zu müssen, IBES Diskussionsbeitrag Nr. 219, Universität Duisburg-Essen
- Wilke, Matthias (2009), Das Ende der Fairness? – Ethische Werte aus dem Sport im Spiegel der Gesellschaft, Dissertation, Deutsche Sporthochschule, Köln

Anhang

Mannschaft	200m Freistil	100m Brust	200m Rücken	100m Schmetterling	800m Freistil	200m Lagen	50m Freistil	200m Schmetterling	400m Freistil	200m Brust	100m Rücken	400m Lagen	100m Freistil
Mannschaft A	02:03,62	01:08,65	02:18,33	01:02,98	10:02,23	02:19,25	00:26,27	02:26,32	04:17,90	02:29,44	01:06,15	05:01,97	00:57,82
Mannschaft B	01:58,25	01:15,41	02:16,92	01:03,73	09:02,65	02:22,86	00:26,61	02:23,75	04:06,69	02:35,04	01:02,59	04:49,58	00:53,72
Mannschaft C	02:05,57	01:10,48	02:10,42	01:02,93	08:56,16	02:19,92	00:26,66	02:19,31	04:26,57	02:25,26	01:07,44	04:58,05	00:57,81
Mannschaft D	02:11,39	01:13,34	02:15,99	01:02,31	08:59,38	02:24,56	00:27,32	02:13,84	04:14,11	02:27,48	01:05,28	04:55,03	00:58,60
Mannschaft E	01:56,41	01:12,42	02:26,78	01:04,28	09:33,98	02:14,19	00:24,53	02:06,68	04:12,95	02:38,85	01:02,78	04:55,20	00:58,55
Mannschaft F	02:02,95	01:10,76	02:18,10	01:01,20	08:36,87	02:26,89	00:26,55	02:18,28	04:35,82	02:37,37	01:02,61	05:03,29	00:56,36
Mannschaft G	02:08,58	01:11,56	02:29,43	01:02,14	09:21,49	02:19,21	00:26,78	02:23,12	04:17,97	02:37,63	01:06,14	05:18,11	00:57,74
Mannschaft H	02:00,87	01:12,30	02:17,67	01:02,92	09:14,68	02:17,22	00:26,82	02:33,01	04:34,16	02:37,18	01:01,88	05:02,43	00:58,15
Mannschaft I	02:02,85	01:11,97	02:15,23	01:01,72	09:19,82	02:18,51	00:26,62	02:12,73	04:28,19	02:42,53	01:04,53	04:46,16	00:56,49
Mannschaft J	01:58,66	01:07,50	02:20,79	01:04,38	09:05,52	02:19,52	00:26,20	02:22,22	04:02,20	02:39,39	01:02,40	04:58,67	00:57,64
Mannschaft K	02:03,74	01:11,03	02:12,52	01:02,65	09:27,85	02:17,59	00:27,11	02:26,17	04:13,61	02:36,68	00:58,43	04:47,48	00:58,73
Mannschaft L	02:02,79	01:13,06	02:16,59	01:05,41	08:34,67	02:15,03	00:26,51	02:23,27	04:18,58	02:36,32	01:05,85	05:10,91	00:59,73

Übersicht A1: Fiktive Ergebnisse der DMS der Frauen (basierend auf dem ersten Durchgang der 1. Bundesliga 2017)

Mannschaft	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
Mannschaft A		5:8	6:7	5:8	5:8	6:7	7:6	7:6	4:9	4:9	5:8	7:6
Mannschaft B	8:5		6:7	7:6	8:5	8:5	9:4	9:4	7:6	7:6	7:6	7:6
Mannschaft C	7:6	7:6		8:5	6:7	6:7	8:5	9:4	5:8	6:7	7:6	7:6
Mannschaft D	8:5	6:7	5:8		5:8	6:7	7:6	7:6	3:10	6:7	5:8	8:5
Mannschaft E	8:5	5:8	7:6	8:5		6:7	8:5	6:7	7:6	7:6	6:7	10:3
Mannschaft F	7:6	5:8	7:6	7:6	7:6		11:2	6:7	7:6	6:7	7:6	6:7
Mannschaft G	6:7	4:9	5:8	6:7	5:8	2:11		6:7	3:10	3:10	5:8	5:8
Mannschaft H	6:7	4:9	4:9	6:7	7:6	7:6	7:6		5:8	5:8	5:8	6:7
Mannschaft I	9:4	6:7	8:5	10:3	6:7	6:7	10:3	8:5		6:7	7:6	7:6
Mannschaft J	9:4	6:7	7:6	7:6	6:7	7:6	10:3	8:5	7:6		6:7	9:4
Mannschaft K	8:5	6:7	6:7	8:5	7:6	6:7	8:5	8:5	6:7	7:6		7:6
Mannschaft L	6:7	6:7	6:7	5:8	3:10	7:6	8:5	7:6	6:7	4:9	6:7	

Übersicht A2: Paarvergleiche¹⁹

¹⁹ Die erste Zahl bezieht sich immer auf den Verein in der ersten Spalte, die zweite Zahl entsprechend auf den Verein in der obersten Zeile.

Mannschaft	DMS	Linear (offen)	Linear (geschlossen)	PSM	Medaillen	Dodgson
Mannschaft A	10	10	8	11	9	11
Mannschaft B	3	3	3	1		1
Mannschaft C	5	5	5	5		5
Mannschaft D	6	8	9	8		8
Mannschaft E	1	1	1	4	1	5
Mannschaft F	8	7	7	5	7	5
Mannschaft G	12	12	12	12	12	12
Mannschaft H	11	11	10	10	11	10
Mannschaft I	7	6	6	1	4	3
Mannschaft J	4	2	2	1	2	2
Mannschaft K	2	4	4	5	6	3
Mannschaft L	9	9	11	9	8	9

Übersicht A3: Vergleich der Aggregationsmethoden



kostenloser Download
unter **fom-ifes.de**

- Raasch, A. / Lehrbass, F. (2019): Investmentstrategien im Rahmen von Übernahmen börsennotierter Gesellschaften – Merger Arbitrage und Maschinelles Lernen, in: Krol, B. (Hrsg.), ifes Schriftenreihe, Band 19, 2019, ISSN 2191-3366, ISBN 978-3-89275-413-8
- Hagemann, D. / Lehrbass, F. (2018): Prognosemodelle für Länderrisiken: Logit- und Deep Learning-Methoden im Vergleich, in: Krol, B. (Hrsg.), ifes Schriftenreihe, Band 18, 2018, ISSN 2191-3366, ISBN 978-3-89275-411-4
- Graalman, M.-P. / Lehrbass, F. (2018): Eignung von Varianz-Kovarianz-Ansätzen und Copula-Modellen zur Risikoaggregation in bankaufsichtlichen Risikotragfähigkeitskonzepten, in: Krol, B. (Hrsg.), ifes Schriftenreihe, Band 17, 2018, ISSN 2191-3366, ISBN 978-3-89275-409-1
- Cox, P. / Lehrbass, F. (2018): Determinanten der Replikationsgüte von Exchange Traded Funds, in: Krol, B. (Hrsg.), ifes Schriftenreihe, Band 16, 2018, ISSN 2191-3366, ISBN 978-3-89275-407-7
- Lehrbass, F. / Scheipers, N. (2017): Determinanten der Höhe von Wirtschaftsprüfungshonoraren am Beispiel von gelisteten Unternehmen im Prime Standard, in: Krol, B. (Hrsg.), ifes Schriftenreihe, Band 15, 2017, ISSN 2191-3366, ISBN 978-3-89275-406-0
- Schwarz, J. (2017): Ergebnisse der Analyse von Studienabbrüchen, in: Krol, B. (Hrsg.), ifes Schriftenreihe, Band 14, 2017, ISSN 2191-3366, ISBN 978-3-89275-405-3

- Lehrbass, F. (2016): Risikomessung für den globalen Kohlehandel: Einfache und fortgeschrittene Verfahren nebst Backtesting sowie ein Vergleich mit IFRS 7, in: Krol, B. (Hrsg.), ifes Schriftenreihe, Band 13, 2016, ISSN 2191-3366, ISBN 978-3-89275-404-6
- Godbersen, H. (2016): Die Means-End Theory of Complex Cognitive Structures – Entwicklung eines Modells zur Repräsentation von verhaltensrelevanten und komplexen Kognitionsstrukturen für die Wirtschafts- und Sozialwissenschaften, in: Krol, B. (Hrsg.), ifes Schriftenreihe, Band 12, 2016, ISSN 2191-3366, ISBN 978-3-89275-403-9
- Seng, A. / Landherr, G. (2015): Vielfalt leben und Vielfalt gestalten – Diversity Management in der Lehre, in: Krol, B. (Hrsg.), ifes Schriftenreihe, Band 11, 2015, ISSN 2191-3366, ISBN 978-3-89275-402-2
- Gansser, O. A. / Schutkin, A. (2014): Studie zur Validierung der Persönlichkeitsmerkmale Abenteuerlust und Routineverhalten, in: Krol, B. (Hrsg.), ifes Schriftenreihe, Band 10, 2014, ISSN 2191-3366, ISBN 978-3-89275-401-5
- Gansser, O. A. (2014): Marketingplanung als Instrument zur Krisenbewältigung, in: Krol, B. (Hrsg.), ifes Schriftenreihe, Band 9, 2014, ISSN 2191-3366, ISBN 978-3-89275-400-8
- Runia, P. M. / Wahl, F. / Rüttgers, C. (2013): Das Markenimage von Hersteller- und Handelsmarken: Eine empirische Analyse der Imagekomponenten von Körperpflegemarken auf der Grundlage eines Markenidentitätskonzeptes, in: Krol, B. (Hrsg.), KCS Schriftenreihe, Band 8, 2013, ISSN 2191-3366
- Naskrent, J. / Rüttgers, C. (2013): Sportmonitor Essen 2013: Eine empirische Analyse über das Image regionaler Sportvereine und ihre Sponsoring- und Promotionangebote, in: Krol, B. (Hrsg.), KCS Schriftenreihe, Band 7, 2013, ISSN 2191-3366
- Seng, A. / Fiesel, L. / Rüttgers, C. (2013): Akzeptanz der Frauenquote, in: Krol, B. (Hrsg.), KCS Schriftenreihe, Band 6, 2013, ISSN 2191-3366
- Naskrent, J. / Rüttgers, C. (2012): Wahrnehmung von Werbung mit Sportereignisbezug: Eine empirische Analyse der Einschätzung von Sponsoring und Ambush-Marketing im Rahmen der Fußball-Europameisterschaft und der Olympischen Spiele im Jahr 2012, in: Krol, B. (Hrsg.), KCS Schriftenreihe, Band 5, 2012, ISSN 2191-3366

- Seng, A. / Fiesel, L. / Krol, B. (2012): Erfolgreiche Wege der Rekrutierung in Social Networks, in: Krol, B. (Hrsg.), KCS Schriftenreihe, Band 4, 2012, ISSN 2191-3366
- Heinemann, S. / Krol, B. (2011): Nachhaltige Nachhaltigkeit: Zur Herausforderung der ernsthaften Integration einer angemessenen Ethik in die Managementausbildung, in: Krol, B. (Hrsg.), KCS Schriftenreihe, Band 2, 2011, ISSN 2191-3366
- Hermeier, B. / Rettig, P. / Krol, B. (2010): Marken- und Produktmanagement durch Nutzung von Sportgroßereignissen: Möglichkeiten und Grenzen für Industrie und Handel, in: Krol, B. (Hrsg.), KCS Schriftenreihe, Band 1, 2010, ISSN 2191-3366

ISBN (Print) 978-3-89275-415-2

ISSN (Print) 2191-3366

ISBN (eBook) 978-3-89275-416-9

ISSN (eBook) 2569-5355



Institut für Empirie & Statistik
der FOM Hochschule
für Ökonomie & Management

FOM Hochschule

FOM. Die Hochschule. Für Berufstätige.

Die mit bundesweit über 50.000 Studierenden größte private Hochschule Deutschlands führt seit 1993 Studiengänge für Berufstätige durch, die einen staatlich und international anerkannten Hochschulabschluss (Bachelor/Master) erlangen wollen.

Die FOM ist der anwendungsorientierten Forschung verpflichtet und verfolgt das Ziel, adaptionsfähige Lösungen für betriebliche bzw. wirtschaftsnahe oder gesellschaftliche Problemstellungen zu generieren. Dabei spielt die Verzahnung von Forschung und Lehre eine große Rolle: Kongruent zu den Masterprogrammen sind Institute und KompetenzCentren gegründet worden. Sie geben der Hochschule ein fachliches Profil und eröffnen sowohl Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftlern als auch engagierten Studierenden die Gelegenheit, sich aktiv in den Forschungsdiskurs einzubringen.

Weitere Informationen finden Sie unter **fom.de**

ifes

Das ifes verfolgt das Ziel, empirische Kompetenzen an der FOM zu bündeln und die angewandte Forschung im empirischen Bereich der Hochschule weiter voranzutreiben.

Drei Aufgabenbereiche bilden die Schwerpunkttätigkeiten: Zum einen unterstützt das ifes-Team die Hochschullehrenden der FOM bei der Kompetenzentwicklung im Bereich der empirischen Forschung und gewährleistet damit eine stetige Qualitätssicherung und die Einhaltung der Leitlinien der guten wissenschaftlichen Praxis im Rahmen von Forschungs- und Entwicklungsprojekten.

Zum anderen führt das ifes das Monitoring einer Zielgruppe von Berufstätigen im Rahmen von »FOM fragt nach«-Projekten durch. Im Rahmen dieser Projekte werden junge, berufstätige Leistungsträger/-innen mit Managementorientierung zu aktuellen ökonomischen Themen befragt, die teilweise als Panelbefragungen angelegt sind. Dadurch ist ein vielschichtiger Erkenntnisgewinn über eine in den nächsten Jahren stärker in die unternehmerische Verantwortung gehende Generation möglich.

Darüber hinaus nimmt das ifes eine zentrale Stellung im Bereich der Entwicklung und Unterstützung der Methodenausbildung in der Lehre der Bachelor- und Masterstudiengänge sowie im Promotionsprogramm der FOM ein.

Weitere Informationen finden Sie unter **fom-ifes.de**



Unter dem Titel »FOM forscht« gewähren Hochschullehrende der FOM Einblicke in ihre Projekte. Besuchen Sie den Blog unter **fom-blog.de**