

Borelli, Luan; Vonbun, Christian; Góes, Geraldo Sandoval

Working Paper

Antecipação fiscal, não fundamentalidade e não causalidade no Brasil

Texto para Discussão, No. 2699

Provided in Cooperation with:

Institute of Applied Economic Research (ipea), Brasília

Suggested Citation: Borelli, Luan; Vonbun, Christian; Góes, Geraldo Sandoval (2021) : Antecipação fiscal, não fundamentalidade e não causalidade no Brasil, Texto para Discussão, No. 2699, Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (IPEA), Brasília, <https://doi.org/10.38116/td2699>

This Version is available at:

<https://hdl.handle.net/10419/249217>

Standard-Nutzungsbedingungen:

Die Dokumente auf EconStor dürfen zu eigenen wissenschaftlichen Zwecken und zum Privatgebrauch gespeichert und kopiert werden.

Sie dürfen die Dokumente nicht für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, öffentlich zugänglich machen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Sofern die Verfasser die Dokumente unter Open-Content-Lizenzen (insbesondere CC-Lizenzen) zur Verfügung gestellt haben sollten, gelten abweichend von diesen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

Terms of use:

Documents in EconStor may be saved and copied for your personal and scholarly purposes.

You are not to copy documents for public or commercial purposes, to exhibit the documents publicly, to make them publicly available on the internet, or to distribute or otherwise use the documents in public.

If the documents have been made available under an Open Content Licence (especially Creative Commons Licences), you may exercise further usage rights as specified in the indicated licence.

TEXTO PARA DISCUSSÃO

2699

**ANTECIPAÇÃO FISCAL, NÃO
FUNDAMENTALIDADE E
NÃO CAUSALIDADE NO BRASIL**

LUAN BORELLI

CHRISTIAN VONBUN

GERALDO SANDOVAL GÓES



**ANTECIPAÇÃO FISCAL, NÃO
FUNDAMENTALIDADE E
NÃO CAUSALIDADE NO BRASIL**

LUAN BORELLI¹

CHRISTIAN VONBUN²

GERALDO SANDOVAL GÓES³

1. Pesquisador do Programa de Pesquisa para o Desenvolvimento Nacional (PNPD) na Diretoria de Estudos e Políticas Macroeconômicas (Dimac) do Ipea.

2. Técnico de planejamento e pesquisa na Dimac/Ipea.

3. Especialista em políticas públicas e gestão governamental do Ministério da Economia.

Governo Federal

Ministério da Economia

Ministro Paulo Guedes

ipea Instituto de Pesquisa
Econômica Aplicada

Fundação pública vinculada ao Ministério da Economia, o Ipea fornece suporte técnico e institucional às ações governamentais – possibilitando a formulação de inúmeras políticas públicas e programas de desenvolvimento brasileiros – e disponibiliza, para a sociedade, pesquisas e estudos realizados por seus técnicos.

Presidente

CARLOS VON DOELLINGER

Diretor de Desenvolvimento Institucional
MANOEL RODRIGUES JUNIOR

**Diretora de Estudos e Políticas do Estado,
das Instituições e da Democracia**
FLÁVIA DE HOLANDA SCHMIDT

Diretor de Estudos e Políticas Macroeconômicas
JOSÉ RONALDO DE CASTRO SOUZA JÚNIOR

Diretor de Estudos e Políticas Regionais, Urbanas e Ambientais
NILO LUIZ SACCARO JÚNIOR

**Diretor de Estudos e Políticas Setoriais de
Inovação e Infraestrutura**
ANDRÉ TORTATO RAUEN

Diretora de Estudos e Políticas Sociais
LENITA MARIA TURCHI

**Diretor de Estudos e Relações Econômicas e
Políticas Internacionais**
IVAN TIAGO MACHADO OLIVEIRA

Assessor-chefe de Imprensa e Comunicação
ANDRÉ REIS DINIZ

OUVIDORIA: <http://www.ipea.gov.br/ouvidoria>

URL: <http://www.ipea.gov.br>

Texto para Discussão

Publicação seriada que divulga resultados de estudos e pesquisas em desenvolvimento pelo Ipea com o objetivo de fomentar o debate e oferecer subsídios à formulação e avaliação de políticas públicas.

© Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada – **ipea** 2021

Texto para discussão / Instituto de Pesquisa Econômica
Aplicada.- Brasília : Rio de Janeiro : Ipea , 1990-

ISSN 1415-4765

1. Brasil. 2. Aspectos Econômicos. 3. Aspectos Sociais.
I. Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada.

CDD 330.908

As publicações do Ipea estão disponíveis para *download* gratuito nos formatos PDF (todas) e EPUB (livros e periódicos).
Acesse: <http://www.ipea.gov.br/portal/publicacoes>

As opiniões emitidas nesta publicação são de exclusiva e inteira responsabilidade dos autores, não exprimindo, necessariamente, o ponto de vista do Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada ou do Ministério da Economia.

É permitida a reprodução deste texto e dos dados nele contidos, desde que citada a fonte. Reproduções para fins comerciais são proibidas.

JEL: C11; C32; C53; E3; E6; E31; E62; H6; H30.

DOI: <http://dx.doi.org/10.38116/td2699>

SUMÁRIO

SINOPSE

ABSTRACT

1 INTRODUÇÃO.....	6
2 LITERATURA RELACIONADA	11
3 NÃO FUNDAMENTALIDADE E NÃO CAUSALIDADE.....	32
4 ANTECIPAÇÃO FISCAL E NÃO FUNDAMENTALIDADE EM DADOS FISCAIS.....	42
5 PROPOSTAS DE SOLUÇÃO PARA OS PROBLEMAS DA NÃO FUNDAMENTALIDADE E DA NÃO CAUSALIDADE.....	47
6 O MODELO VAR NÃO CAUSAL.....	48
7 APLICAÇÃO EMPÍRICA.....	62
8 CONCLUSÃO	79
REFERÊNCIAS.....	82
APÊNDICE	88

SINOPSE

Até este momento, poucos artigos buscaram tratar diretamente dos problemas da não fundamentalidade e da não causalidade em estudos fiscais, menos ainda no Brasil. Esses problemas são de especial interesse no contexto fiscal em decorrência do fenômeno da antecipação fiscal, inerente à natureza das políticas fiscais. Este trabalho busca suprir essa lacuna na literatura nacional expandindo sua fronteira por meio da introdução expositiva destes conceitos, de suas causas e de suas soluções, bem como de uma primeira tentativa de tratamento metodológico destes problemas para os dados fiscais brasileiros. Estima-se um modelo de autorregressão vetorial (*vector auto regression* – VAR) fiscal não causal para o Brasil e os resultados obtidos indicam que o desempenho preditivo teve desempenho consistentemente superior a previsões equivalentes construídas utilizando modelos VAR tradicionais. Isso sugere que as expectativas possam ter papel relevante na determinação das dinâmicas fiscais.

Palavras-chave: antecipação fiscal; não fundamentalidade; não causalidade.

ABSTRACT

So far, there are very few papers concerning the problems of non causality and non-fundamentalness in fiscal studies. This is even truer for Brazil. Non causality and non fundamentalness are econometric problems that are specially relevant in fiscal studies, as they are relate to fiscal foresight, a natural phenomenon in fiscal studies. Fiscal foresight is the ability, by market participants, to forecast and preview government expenditures before they effectively happen. This happens because of the legal bureaucracy that commands fiscal expenditures and tax collection. The present paper fulfills part of this gap by presenting and discussing those issues and by treating such a problem reported in Brazilian data. We estimate a non causal VAR with Brazilian typical data and compare its forecasts to a regular causal VAR, using the same data found to be non-fundamental by Vonbun and Lima (2020). The results suggest that expectations may have a role in the determination of the effects fiscal policy, as the non causal VAR has shown substantially better predictive ability than the regular causal VAR for that dataset.

Keywords: fiscal policy; VAR; macroeconometrics; fundamentalness; forecasting.

1 INTRODUÇÃO

Com a publicação do trabalho seminal de Sims (1980), a utilização de modelos de autorregressão vetorial (*vector auto regression* – VAR) para a realização de testes empíricos macroeconômicos tornou-se rapidamente popular na literatura econômica. Não demorou muito até que tal classe de modelos se tornasse ferramenta fundamental para a mais ampla gama de estudos macroeconômicos. Presentes nesta ampla gama estavam, é claro, os estudos fiscais.

Os modelos VAR fiscais têm sido amplamente utilizados não apenas para a construção de previsões (*forecasting*) – uma das mais clássicas finalidades deste tipo de modelo – como também para a estimação dos chamados multiplicadores fiscais. A literatura empírica acerca da estimação dos multiplicadores fiscais por meio de modelos VAR pode ser considerada recente, com os primeiros trabalhos se originando ao final da década de 1990. De acordo com Mertens e Ravn (2010), a literatura ainda não atingiu um consenso que possa orientar os formuladores de política, pois há ainda grandes divergências acerca do tamanho do multiplicador e dos efeitos dos choques fiscais sobre os principais agregados macroeconômicos.

Avanços recentes mostram que uma das possíveis causas da incapacidade dessa literatura em alcançar esse consenso pode residir em características inerentes à própria natureza da política fiscal. Ocorre que a política fiscal, diferente de políticas macroeconômicas de outras naturezas, embute em si a possibilidade do fenômeno da antecipação fiscal (*fiscal foresight*) que, por sua vez, termina por engendrar nos dados fiscais os problemas da não fundamentalidade e da não causalidade.

O fenômeno da antecipação fiscal ocorre pois as políticas fiscais são usualmente implementadas após anúncios públicos, permitindo assim que as expectativas dos agentes sejam imediatamente afetadas. Contudo, em função de demoras processuais legislativas ou atrasos de implementação, o início efetivo dessas políticas apresenta considerável defasagem em relação aos seus anúncios. Isso implica ao econometrista, quando comparado aos agentes da economia real, um relevante *deficit* informacional que se associa fortemente aos fenômenos da não fundamentalidade e da não causalidade (Leeper, Walker e Yang, 2013).

Esse problema, evidentemente, não existiria se a efetivação das políticas se desse no mesmo momento do anúncio ou se houvesse forma confiável de medir as expectativas em tempo real.

Na presença desse fenômeno, portanto, os agentes da economia real detêm informações que os dados econométricos não são capazes de detectar. É precisamente nessa diferença entre o conjunto de informações dos agentes e dos econométricos que reside o fenômeno da não fundamentalidade, cujo problema pode existir por mais de um motivo, como será discutido ao longo deste trabalho, mas está fortemente – ainda que não somente – associado às consequências dos efeitos das expectativas ou das informações que geram expectativas sobre a ação dos agentes que, por sua vez, influenciam as variáveis macroeconômicas. Este caso particular da não fundamentalidade, em que o conjunto de informações do econométrico diverge daquele dos agentes reais da economia por intermédio da insuficiência de informações relativas ao futuro das variáveis, isto é, das expectativas, recebe o nome de não causalidade. Ambos os casos, todavia, equivalem a problemas associados a vieses de variável omitida.

Em termos mais técnicos, a não fundamentalidade se refere a um conjunto modelo-dados em que a representação da média móvel (*moving average* – MA) do VAR é não invertível, gerando, assim, múltiplas representações MA distintas, todas, porém, com momentos de primeira e segunda ordem idênticos. Isso, por sua vez, abre a possibilidade de estimativas viesadas em diferentes sentidos e intensidades.

A não causalidade, no contexto covariância-estacionário, é seu análogo na própria representação autorregressiva, se tratando, portanto, da ocorrência de raízes do polinômio autorregressivo fora do círculo unitário. Isso, por sua vez, o torna não invertível e engendra ao modelo problema similar ao da não fundamentalidade.

Importante ressaltar que, no contexto covariância-estacionário, não causalidade e não fundamentalidade são conceitos equivalentes. O corolário da não causalidade, contudo, é que, para que o operador de defasagem possa ser invertido, o modelo precisa passar a depender de valores futuros de suas variáveis (*leads*).

Assim, um modelo é dito não causal quando depende funcionalmente, para a determinação de sua dinâmica, não apenas de valores presentes e passados (*lags*) de variáveis econômicas,

mas também (ou apenas) de *leads* representando componentes de expectativas do sistema. Como, no contexto fiscal, a não fundamentalidade é em geral associada ao fenômeno da antecipação fiscal, que, por sua vez, está intimamente relacionado ao papel das expectativas sobre o futuro dos agregados fiscais, então, nesse contexto, o problema está associado a um viés de variável omitida em que a não fundamentalidade está muito proximamente relacionada à não causalidade. Dada a equivalência dos dois conceitos em contexto covariância-estacionário, o diagnóstico da não fundamentalidade pode ser entendido como uma forma de identificar a não causalidade, bem como o tratamento da não causalidade pode ser visto como uma forma de sanar a não fundamentalidade.¹

Diante dessas constatações, surgem na literatura tanto formas de testar a não fundamentalidade e a não causalidade, quanto alternativas metodológicas para que, quando verificados, esses problemas possam ser tratados. Não obstante o desenvolvimento desta literatura, no âmbito nacional não parece ter havido, até então, grande preocupação com o problema. Com efeito, exceto pelo trabalho de Vonbun e Lima (2020), que verificou a presença de não fundamentalidade e não causalidade no conjunto de dados fiscais tipicamente utilizado para a estimação de modelos VAR no Brasil, nenhum outro trabalho da literatura fiscal parece ter considerado efetivamente tais fenômenos. Ainda que Vonbun e Lima (2020) tenham diagnosticado os problemas para os dados brasileiros, sua tentativa de tratá-los por meio da inclusão de variáveis adicionais – uma das potenciais formas de tratamento da não fundamentalidade – não foi bem-sucedida. Restou, portanto, como alternativa de tratamento, a especificação de um modelo que considere o problema sem incorrer no mesmo viés de erro de especificação gerado pelos modelos VAR tradicionais quando aplicados a dados não fundamentais.

1. Há, ainda, uma sustentação metodológica para a equivalência da não fundamentalidade e da não causalidade. Conforme argumentam Vonbun e Lima (2020), enquanto o fenômeno da não fundamentalidade está relacionado ao componente MA, o fenômeno da não causalidade está equivalentemente relacionado ao componente autorregressivo (AR) do sistema. Assim, no contexto covariância-estacionário, ambos os fenômenos são equivalentes. Dessa equivalência advém a vantajosa possibilidade de identificar a não causalidade por intermédio de testes de fundamentalidade, tecnicamente mais simples que testes estatísticos para a não causalidade.

É diante dessa situação que se insere este trabalho, que tem como objetivo não apenas introduzir em maior profundidade os problemas da antecipação fiscal, da não fundamentalidade e da não causalidade em VAR fiscais à literatura nacional, buscando expandir sua fronteira, como também oferecer a eles um primeiro tratamento efetivo, a saber, por via do emprego do chamado modelo VAR não causal, proposto por Lanne e Saikkonen (2013), para os dados fiscais brasileiros.

Com o objetivo de expor e ressaltar os problemas da não causalidade e da não fundamentalidade e suas relações com a antecipação fiscal, este texto realiza uma extensa revisão da literatura empírica sobre VAR fiscais, sobre os fenômenos da não fundamentalidade e da não causalidade e sobre os artigos fiscais que os consideram. Apresenta também exposições formais desses dois fenômenos, bem como de suas principais causas em diferentes contextos, incluindo, no contexto fiscal, o fenômeno da antecipação fiscal. Adicionalmente, expõe também as principais alternativas de solução até então presentes na literatura para esses problemas. Entre as alternativas de solução expostas, enfatiza-se o modelo VAR não causal, a ser utilizado na aplicação empírica proposta. São apresentadas desde a sua especificação até o seu método de estimação e de construção de previsões.

Quanto à aplicação empírica, objeto do principal objetivo do trabalho, a necessidade de fazê-la justifica-se de antemão, conforme já ressaltado, pelos resultados obtidos por Vonbun e Lima (2020), que, por meio dos testes de Forni e Gambetti (2014) e Canova e Sahneh (2018), rejeitaram a fundamentalidade no conjunto de dados a ser utilizado. Sendo os dados covariância-estacionários, os autores argumentam que a não fundamentalidade implica a não causalidade e, portanto, que o emprego de modelos VAR tradicionais nesse conjunto de dados consistiria em erro de especificação.

O conjunto de dados entendido como representativo dos VAR fiscais estimados para o Brasil foi então submetido ao procedimento de seleção de modelo, no sentido de se escolher os *lags* e *leads*, proposto por Lanne e Saikkonen (2013). Como resultado do procedimento, um modelo não causal foi selecionado, indicando a presença de não causalidade (e, portanto, também de não fundamentalidade) nos dados fiscais brasileiros, corroborando assim, por mais

uma via, os achados de Vonbun e Lima (2020). O modelo selecionado foi um modelo VAR(0,1)² puramente não causal, isto é, dependente apenas dos valores futuros (*leads*) das variáveis modeladas, indicando um caráter puramente *forward looking* da dinâmica das variáveis fiscais que pode estar intimamente relacionado com o fenômeno da antecipação fiscal.

Ao ser estimado, o modelo apresentou relevante significância estatística para todas as variáveis como determinantes da dinâmica fiscal, evidência fraca da importância da consideração da não fundamentalidade e da não causalidade em dados fiscais. A fim de ilustrar a importância dessa consideração, o modelo estimado foi utilizado para a construção de previsões para o produto interno bruto (PIB). Tais previsões foram comparadas com previsões construídas por modelos VAR causais convencionais, que desconsideram o problema da não fundamentalidade. O objetivo foi avaliar se a consideração desses fenômenos, por meio da utilização de um modelo não causal, é capaz de promover, empiricamente, melhores previsões. As previsões obtidas pelo modelo não causal demonstraram-se consistentemente superiores às dos modelos VAR causais convencionais para praticamente todas as métricas de acurácia preditiva e horizontes de previsão considerados.

Todas as evidências obtidas ressaltaram a importância da consideração da não fundamentalidade e da não causalidade em dados fiscais, uma vez que tais dados, em especial, estão sujeitos ao problema da antecipação fiscal já amplamente identificado na literatura fiscal, contudo, até então desconsiderado na maioria dos trabalhos nacionais. Os resultados indicam que a desconsideração desses fenômenos pode implicar estimativas pouco confiáveis provenientes dos VAR fiscais, bem como resultados empíricos viesados.

Este trabalho é estruturado da seguinte forma: a seção 2 apresenta uma extensa revisão da literatura. A seção 3 introduz formalmente os conceitos de não fundamentalidade e não causalidade, bem como ilustra algumas das possíveis causas destes fenômenos. A seção 4 é especialmente reservada para a mais importante destas causas: o fenômeno da antecipação fiscal. A seção 5 apresenta um levantamento das principais propostas de solução para os problemas da não fundamentalidade e da não causalidade presentes na literatura. A seção 6 apresenta formalmente o modelo VAR não causal. A seção 7 apresenta a aplicação empírica

2. Convenção que indica zero defasagens e um *lead*.

deste modelo para os dados fiscais brasileiros. A seção 8, por sua vez, apresenta a conclusão do estudo.

2 LITERATURA RELACIONADA

Nesta seção, nós oferecemos uma extensa revisão da literatura relacionada aos assuntos a serem abordados por este trabalho. As subseções 2.1 e 2.2 iniciam a revisão com um prelúdio necessário para a ambientação do contexto em que se inserem os problemas da não fundamentalidade e da não causalidade, a saber, do contexto das aplicações empíricas de modelos VAR fiscais. Efetuada essa ambientação, na subseção 2.3 são revisadas as literaturas tanto do problema da não fundamentalidade quanto da não causalidade. Finalmente, na subseção 2.4 nós apresentamos um levantamento dos artigos fiscais que consideram estes problemas.

2.1 A literatura empírica dos modelos VAR fiscais³

Em trabalho seminal, Sims (1980) propôs a utilização de modelos empíricos VAR para a realização de testes empíricos macroeconômicos. Tais modelos caracterizavam-se principalmente pela endogeneização de todas as variáveis consideradas na modelagem, simulando assim a marcante característica macroeconômica da interdependência causal entre os principais agregados a serem explicados, tornando-os também explicativos. Além disso, os modelos Real Business-Cycle (RBC) e Stochastic Dynamic General Equilibrium (DSGE), ao serem resolvidos, geram uma forma estrutural similar aos modelos empíricos VAR estruturais (*structural vector auto regression* – SVAR), capazes de identificar o impacto e a importância dos diversos choques estruturais sobre as variáveis do modelo, estabelecendo assim uma conexão direta entre o empirismo e a teoria. Por esses e outros motivos, não demorou muito até que tal classe de modelos se tornasse ferramenta fundamental para a mais ampla gama de estudos macroeconômicos. Presentes nesta ampla gama estão, é claro, os estudos fiscais.

Os modelos VAR fiscais têm sido amplamente utilizados não apenas para a construção de previsões (*forecasting*) – uma das mais clássicas utilidades deste tipo de modelo – como

3. Esta subseção é uma adaptação baseada em Vonbun e Lima (2020).

também para a estimação de efeitos de choques, principalmente para a quantificação dos chamados multiplicadores fiscais.

A literatura empírica acerca da estimação dos multiplicadores fiscais por meio de modelos VAR pode ser considerada recente, com os primeiros trabalhos se originando ao final da década de 1990. De acordo com Mertens e Ravn (2010), a literatura ainda não atingiu um consenso que possa orientar os formuladores de política. Há divergências acerca do tamanho do multiplicador, bem como dos efeitos dos choques fiscais sobre o consumo e sobre os salários reais. Os modelos SVAR, em desarmonia com os primeiros e principais modelos DSGE, concluem que consumo e salários reais crescem após um choque de gastos (Blanchard e Perotti, 2002; Perotti, 2005; Galí, Vallés e López-Salido, 2007; Mountford e Uhlig, 2009).

Mertens e Ravn (2010) dividem a literatura empírica acerca dos multiplicadores em dois grandes subgrupos, separados em função da técnica de identificação dos choques por eles empregada. O primeiro grupo é formado por modelos SVAR diversos, baseados em diferentes técnicas de identificação, necessárias para converter os coeficientes do modelo na forma reduzida nos coeficientes da forma estrutural – que têm paralelo com a teoria – e que permite a confecção das funções impulso-resposta. Nesse grupo estão os modelos recursivos – que usualmente empregam a Decomposição de Cholesky –, mormente baseados na ordenação dos efeitos dos choques, baseando-os em restrições que consideram *lags* na resposta de decisões (ou na disponibilização de dados), bem como os que empregam restrições de sinais na resposta de certas variáveis aos dados choques. O segundo grupo identifica por meio da chamada abordagem narrativa,⁴ que busca identificar choques exógenos por meio da análise de documentos históricos, permitindo assim a estimação por meio de diferentes modelos, que não se restringem apenas aos VAR/SVAR.

Os modelos VAR estruturais (SVAR) empregam informações exógenas acerca do *timing* das decisões dos agentes ou da disponibilização de dados para classificar ou ordenar as relações contemporâneas entre as variáveis. Isso é feito com vistas a identificá-las, o que é

4. A estratégia narrativa foi empregada, entre outros, por Edelberg, Eichenbaum e Fischer (1999), Ramey e Shapiro (1998), Burnside, Eichenbaum e Fischer (2004), Romer e Romer (2010) e Cloyne (2011). Siqueira (2016) faz uma descrição mais detalhada de seus métodos e resultados, descrevendo diversas aplicações de diferentes modelos VAR desenvolvidos a partir da restrição de sinais.

necessário para inferir causalidade entre as variáveis, possibilitando a mensuração de efeitos de choques em determinada variável sobre as demais (Peres, 2007).⁵

Um amplo conjunto de artigos emprega SVAR como modelo principal de estimação de efeitos de política fiscal, entre eles Fatás e Mihov (2001), Blanchard e Perotti (2002), Monacelli, Perotti e Trigari (2011), Gordon e Krenn (2010) e Unal (2011). Entre esses, destaca-se o trabalho de Blanchard e Perotti (2002), que parte do pressuposto de que a política fiscal, em função de procedimentos políticos e burocráticos inerentes às democracias modernas, reage lentamente aos estímulos oriundos das demais variáveis macroeconômicas. Essa hipótese é empregada pelos autores na identificação das variáveis do SVAR. Isso contrasta com os modelos dedicados ao estudo de efeitos da política monetária, visto que os bancos centrais podem ter muito mais flexibilidade na manipulação da taxa de juros, portanto, podendo responder muito mais prontamente a choques nas variáveis macroeconômicas do que as autoridades fiscais.

Tal hipótese permitiu aos autores identificar o SVAR mantendo os gastos fiscais constantes em um primeiro momento, enquanto a arrecadação reagia às demais variáveis – notadamente a variações na base de arrecadação – por meio de elasticidades pré-estimadas, o que é coerente com o pressuposto de alíquotas tributárias constantes no curto prazo. Os resultados de Blanchard e Perotti (2002) mostram choques nos gastos do governo obtendo impactos positivos sobre a produção, enquanto choques nos impostos obtêm impactos negativos. Não obstante, ambos os multiplicadores impactos classificados como tipicamente pequenos e os impactos dos gastos e dos aumentos dos impostos sobre o investimento estimados foram negativos, ou seja: ainda que o produto tenha comportamento keynesiano, o investimento padece de *crowding-out*, apresentando comportamento neoclássico.

Fatás e Mihov (2001) estudam a economia norte-americana e obtêm, por meio de um SVAR identificado com o método de Blanchard e Perotti (2002), cuja primeira versão fora publicada como artigo no National Bureau of Economic Research (NBER) em 1999, conclusões quantitativamente diferentes: o multiplicador fiscal com relação aos gastos é, segundo os

5. Os modelos VAR inicialmente eram propostos como atóricos e se buscava obter as informações a partir dos dados. Todavia, alguns modelos SVAR empregam restrições baseados na teoria econômica.

autores, maior que a unidade e a resposta do investimento privado ao choque de gastos, insignificante. Perotti (2005), por sua vez, estima os multiplicadores por intermédio de um SVAR e faz uso da abordagem narrativa, utilizando variações sobre a metodologia de Ramey e Shapiro (1998), encontrando um multiplicador de 0,7.

Almunia *et al.* (2009) estimam um SVAR empregando a decomposição de Cholesky, além de regressões em painel com variáveis instrumentais, para o período de 1912 a 2006 nos Estados Unidos. Os autores encontram um multiplicador que varia de 1,2 a 2,5, a depender do método de estimação. Mountford e Uhlig (2009) empregam um VAR com restrição de sinais, e obtêm um multiplicador de 0,65, para uma expansão fiscal financiada por *deficit*. Esse modelo veio a ser fortemente criticado por Arias, Rubio-Ramirez e Waggoner (2014), por conta de uma falha na obtenção da distribuição *a posteriori*, como será discutido mais adiante.

Gordon e Krenn (2010) estimam um SVAR com decomposição de Cholesky para o período 1920-1941 e concluem que as políticas monetária e fiscal foram importantes para a recuperação da Grande Depressão. O multiplicador fiscal obtido por estes autores é de 1,8. Auerbach e Gorodnichenko (2011), por seu turno, estimam um VAR estrutural com mudança de regime e obtêm multiplicadores de 0 a 0,5 em expansões e de 1 a 1,5 em recessões. O modelo, contudo, pode ser criticado por não considerar a mudança de regime como endógena.

Unal (2011) estuda quatro países da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE) usando um SVAR e decompondo os impostos líquidos em quatro componentes. Seus resultados sugerem que cada componente impacta a economia de forma diferente, constatando também o *crowding-out* do investimento privado tanto em função do aumento dos impostos quanto dos gastos nos Estados Unidos e no Reino Unido. O autor concluiu, contudo, que o efeito sobre a França e o Canadá desses mesmos choques seria expansionista. Em todos os países, o aumento dos gastos públicos acarretou elevação do consumo privado e a majoração de impostos levou à retração do mesmo. Ilzetki (2012) estimou um SVAR utilizando o método de Blanchard e Perotti (2002) para uma amostra de diversos países e encontrou multiplicadores fiscais de 0,8 no consumo do governo (impacto inicial) em economias com renda alta e entre 0,15 e 0,2 para países em desenvolvimento.

Diante da exposição de todos esses resultados, é possível notar na literatura conclusões contrastantes, muitos incoerentes com a teoria e todas dependentes de estratégias de identificação. Com vistas a esclarecer esses contrastes, Caldara e Kamps (2012) desenvolvem um modelo analítico para avaliar os multiplicadores fiscais sob diferentes formas de identificação do SVAR bivariado. Eles concluem que diferentes esquemas de identificação implicam diferentes *prioris* sobre as elasticidades e, portanto, sobre os multiplicadores. Desse modo, os multiplicadores estariam, *a priori*, limitados a intervalos determinados pela identificação. Os autores mapeiam esses intervalos para avaliar o impacto de cada método sobre os intervalos dos multiplicadores fiscal e de impostos: empregam seu modelo para o *approach* recursivo, proposto por Sims (1980); para o método proposto por Blanchard e Perotti (2002); para a restrição de sinais, em linha com o método proposto por Mountford e Uhlig (2009); para o método de restrição de sinais com a função perda, como em Uhlig (2005); e, finalmente, para a estimação do VAR usando a abordagem narrativa, como em Romer e Romer (2010) e em Ramey (2011).

Em resumo, Caldara e Kamps (2012) encontram que os estimadores de Blanchard e Perotti (2002) e os recursivos resultam em estimativas menores de elasticidade-produto da arrecadação e de multiplicadores fiscais quando comparados aos estimadores de Mountford e Uhlig (2009) e à abordagem narrativa. As estimativas de multiplicadores parecem ser mais limitadas nos modelos recursivo, no método proposto por Blanchard e Perotti (2002) e na abordagem narrativa. Na abordagem de Mountford e Uhlig (2009), o uso da função perda aparentemente gera um possível viés nas estimativas, como se se tratasse de uma restrição adicional, não podendo ser considerada verdadeiramente agnóstica. A restrição de sinais “pura” requer uma restrição adicional, mas permite que a estimativa das elasticidades e dos multiplicadores sejam menos restritas *a priori* que os demais modelos.

Owyang, Ramey e Zubairy (2013) empregam o modelo de Auerbarch e Gorodnichenko (2011) com mudança de regime, mas empregando a identificação narrativa. Usam dados históricos dos Estados Unidos e do Canadá, que, contudo, não disponibilizam informações sobre arrecadação, o que faz com que os multiplicadores estimados não sejam puramente os efeitos de uma expansão de gastos financiados com dívida, e também não incluem transferências. Seus resultados divergiram da maior parte da literatura ao não encontrar diferença entre

expansões e recessões nos multiplicadores para os Estados Unidos, que variaram entre 0,7 e 0,9, mas encontraram para o Canadá. Eles foram de 0,5 para períodos de recessão e maiores que a unidade em períodos de crescimento.

Arias, Rubio-Ramirez e Waggoner (2014) estudam a formulação proposta por Mountford e Uhlig (2009) e por Beaudry, Nam e Wang (2011) e concluem que seu algoritmo não apenas apresenta um resultado viesado, como também implica intervalos de confiança subdimensionados, que levam à aceitação de um resultado errado: o problema está na geração da distribuição *a posteriori* na presença de restrições de sinais. Arias, Rubio-Ramirez e Waggoner (2014) desenvolvem, a partir do trabalho de Rubio-Ramirez, Waggoner e Zha (2010), um algoritmo que corrige esses problemas e que permite não apenas a estimação correta empregando a restrição de sinais, como também a inserção de zeros na matriz de identificação. Esse algoritmo se baseia em extrações da distribuição uniforme, com respeito à medida de Haar no conjunto de matrizes ortogonais condicionais às restrições nos coeficientes. Suas conclusões invalidam os resultados obtidos por Mountford e Uhlig (2009) de que os cortes nos impostos teriam maior eficácia como estímulo ao produto que aumentos de gastos. O trabalho faz crítica similar ao artigo de Beaudry, Nam e Wang (2011), que emprega o mesmo método para avaliar os efeitos do otimismo sobre o produto agregado.

A análise do amplo conjunto de pesquisas acima sugere, como conclusão, que o método de identificação por restrição de sinais é menos invasivo e mais agnóstico que os demais, desde que a correção de Arias, Rubio-Ramirez e Waggoner (2014) seja empregada. Além de não restringir as elasticidades das receitas fiscais, são compatíveis com uma gama mais ampla de multiplicadores fiscais e de impostos que não apresentam restrições, *a priori*, tão severas, como é o caso das identificações de Cholesky e de Blanchard e Perotti (2002).

2.2 A literatura empírica dos VAR fiscais no Brasil⁶

A literatura para o Brasil é tida como incipiente por Orair, Siqueira e Gobetti (2016) e restrita pelas limitações das fontes de dados. Entre as limitações estão: i) o fato de as séries serem curtas, em parte em função de a estabilização inflacionária ter se dado apenas em

6. Esta subseção é uma adaptação baseada em Vonbun e Lima (2020).

1994; ii) a existência de muitas quebras estruturais, graças a diversas mudanças de moedas, regimes monetários, regimes cambiais; e iii) a ocorrência de crises políticas e financeiras, nacionais e internacionais, que afetaram a economia de diversas maneiras.

Peres (2007) e Peres e Ellery Junior (2009) empregaram a abordagem de Blanchard e Perotti (2002) para o Brasil, com o intuito de estimar os multiplicadores fiscais do governo central entre 1994-2005. Os resultados foram multiplicadores positivos para gastos e negativos para impostos, mas com magnitudes e persistências baixas. Um resultado interessante de Peres (2007) foi que os investimentos públicos são mais eficientes para gerar crescimento que os gastos públicos correntes.

Mendonça, Medrano e Sachsida (2009), baseados no procedimento agnóstico de Mountford e Uhlig (2009), sem o emprego da correção de Arias, Rubio-Ramirez e Waggoner (2014), obtêm que choques de gastos podem levar a uma ligeira retração do produto com maior probabilidade e que choques positivos de receita podem implicar uma elevação do produto interno bruto (PIB) no médio prazo, resultados classificados como não keynesianos⁷ por Orais, Siqueira e Gobetti (2016). Contudo, dadas as severas críticas tecidas por Arias, Rubio-Ramirez e Waggoner (2014) ao modelo de Mountford e Uhlig (2009), é preciso interpretar esses resultados com cautela.

O trabalho de Cavalcanti e Silva (2010) mostrou a obtenção de resultados por meio de um SVAR identificado pelo emprego da decomposição de Cholesky, adaptada por meio de uma restrição específica para considerar os efeitos dos resultados e sobre a dívida pública (e vice-versa) no sistema, visto que ela se comporta de maneira não linear. O trabalho, que usa método inspirado em Favero e Giavazzi (2007), além de ressaltar a importância da inclusão da variável dívida pública no modelo, obteve resultados que mostram que o não emprego dela pode induzir a um viés de variável omitida que leva a uma superestimação dos efeitos da política fiscal. Considerando-se a dívida pública constante,⁸ o impacto de um choque de gastos sobre o produto se aproxima de zero. Um choque na receita tributária teria efeito parecido.

7. Entende-se resultados keynesianos como efeitos positivos de gastos públicos (multiplicador positivo dos gastos sobre a atividade) e efeitos negativos (multiplicador negativo) para impostos.

8. Isto é, empregando-se uma função de reação para levar a uma dívida pública constante.

Além disso, Cavalcanti e Silva (2010) identificaram a possibilidade de que os choques estruturais fossem previsíveis aos agentes, o que remete à não fundamentalidade, problema que será ainda abordado com maior ênfase e profundidade neste trabalho. Assim, realizaram testes de previsibilidade de choques estruturais. Todavia, no nível de 5% de significância, os choques não pareceram explicados por nenhum dos conjuntos de regressores. Nos níveis “de 10% e 15% (...) os gastos públicos defasados ajudam a prever choques de gastos e os choques tributários defasados ajudam a prever os choques tributários contemporâneos” (Cavalcanti e Silva, 2010, p. 404). E continuaram:

há, assim, alguns indícios de que os choques estruturais podem ser parcialmente previsíveis a partir de informações passadas (...), concluindo pela necessidade de estudos posteriores visando investigar a robustez dos resultados à hipótese de antecipação das medidas fiscais pelos agentes econômicos (*idem, ibidem*).

Pires (2012) fez uma análise empírica utilizando um SVAR empregando o método proposto por Blanchard e Perotti (2002), e estima multiplicadores fiscais de 0,99 para o consumo do governo e de 1,26 para o investimento público, quando ambos são desagregados, e de 1,11 para a despesa pública agregada. Matheson e Pereira (2016) também estimaram um SVAR, empregando a decomposição de Cholesky para estimar o multiplicador fiscal para o Brasil. O multiplicador de gasto estimado foi de 0,5 o mesmo valor do de crédito. O de receita também teve valor 0,5, mas com sinal trocado, conforme esperado.

Orair, Siqueira e Gobetti (2016), por seu turno, empregaram um modelo inspirado em Auerbach e Gorodnichenko (2011), empregando a base de dados sobre finanças públicas e investimentos públicos, proposta em Santos *et al.* (2011). Essa base de dados mensal agrega dados do setor público consolidado, com método similar aos dados empregados na literatura internacional, eliminando algumas incongruências entre as estatísticas oficiais brasileiras e os dados requeridos para a estimação de modelos empíricos, notadamente nos Estados Unidos. Além disso, foram considerados gastos e receitas consolidados do setor público municipal, estadual e federal. Seus resultados sugerem que choques em investimentos públicos, benefícios sociais e em despesas com pessoal são significativos e maiores que 1, sendo respectivamente estimados em 1,68; 1,51 e 1,33 em momentos de recessão. Em momentos de expansão econômica, esses multiplicadores são próximos de zero ou pouco persistentes.

Como empregam o modelo de Auerbach e Gorodnichenko (2011), estão sujeitos à crítica de que a mudança de regime não é endógena.

Castelo-Branco, Lima e Paula (2016) usaram um modelo de VAR estrutural bayesiano com mudanças de regimes markoviana (MS-SBVAR), um instrumento em que todas as variáveis do modelo são endógenas e todos os parâmetros e valores podem mudar, como efeito de variações no estado da economia. Os resultados sugerem que os multiplicadores são estáveis ao longo do tempo, mas que as variâncias dos resíduos das equações mudam significativamente com o estado da economia, e é elevada a probabilidade de o multiplicador do investimento público ser maior que 1 e de o da carga tributária ser negativo e menor que 1 em módulo.

Como pode se observar, são grandes as divergências quanto à estimação dos multiplicadores fiscais, não apenas no contexto internacional, como também no contexto nacional, havendo muitos problemas – em geral, metodológicos – levantados pela literatura que, pelo potencial que têm para acarretar estimativas viesadas, suscitam amplos debates. Além das dificuldades associadas à identificação, dois outros problemas, já indiretamente levantados por autores como Blanchard e Perotti (2002), na literatura internacional e, na literatura nacional, por Cavalcanti e Silva (2010), são os problemas da não fundamentalidade e da não causalidade. Eles serão o foco deste trabalho e, por isso, é de suma importância que revisemos também a literatura a eles relacionada.

2.3 A literatura sobre os fenômenos da não causalidade e da não fundamentalidade

A literatura da não causalidade precede a literatura da não fundamentalidade. Por este motivo, tratamos primeiro do fenômeno da não causalidade, e, somente depois, do fenômeno da não fundamentalidade.

2.3.1 Não causalidade e modelos autorregressivos não causais

Um modelo é dito não causal quando possui raízes de seu polinômio autorregressivo recaindo fora do círculo unitário mesmo sob dados covariância estacionários, o que

implica que, para que esse polinômio possa ser invertido, o modelo autorregressivo passa a ter que depender funcionalmente, para a determinação de sua dinâmica, não apenas de valores presentes e passados de suas variáveis econômicas, mas também (ou apenas) de valores futuros.⁹ Conforme discutem Lanne e Saikkonen (2011), ao contrário dos modelos autorregressivos causais convencionais, os modelos autorregressivos não causais mostram explicitamente como as variáveis econômicas consideradas são afetadas pelas expectativas e como as expectativas são formadas. Modelos autorregressivos não causais também podem ser utilizados para determinar até que ponto as expectativas e, então, o valor atual de uma variável econômica depende de seus valores realizados no passado e esperados no futuro. A dependência de valores futuros sugere que o modelo econômico subjacente tem uma solução não fundamental. A presença de não causalidade indica que os agentes são capazes de prever uma parte dos valores futuros da variável econômica em questão por informação desconhecida do economista. Portanto, os modelos autorregressivos não causais apresentam-se como uma forma de levar em conta o efeito do conjunto de informações verdadeiro do agente sem especificá-lo explicitamente.

O trabalho de Breidt *et al.* (1991) foi um dos pioneiros da literatura metodológica dos modelos não causais. Nesse texto, os autores desenvolvem a estimação de modelos ARs não causais por meio da máxima verossimilhança aproximada. Uma importante parte do trabalho consistiu na elaboração das alterações que se fizeram necessárias para adaptar a função de verossimilhança ao caso não causal. Primeiramente, Breidt *et al.* (1991) reconhecem que os erros do modelo subjacente devem ser não gaussianos, isto porque, sob erros gaussianos, para cada especificação de modelo não causal AR haverá sempre uma representação causal de densidade espectral equivalente e, conseqüentemente, com estruturas de autocovariâncias também equivalentes. Como a máxima verossimilhança gaussiana baseia-se, para a estimação, somente em propriedades de até segunda ordem, nesse caso particular se torna, portanto, impossível a distinção entre modelos causais e não causais. Breidt *et al.* (1991) notam, ainda, que reescrever o modelo causal para uma representação não causal envolve o abandono da hipótese de independência dos erros. Em uma forma não causal têm-se

9. É possível a ocorrência de algumas raízes dentro, enquanto outras fora do círculo unitário, gerando assim um modelo autorregressivo misto causal-não causal, também conhecido na literatura como *mixed autoregressive* (MAR).

erros não correlacionados, mas não independentes. Conforme explicita Sahneh (2015a, p. 2, tradução nossa):

causalidade é a hipótese padrão na análise de séries temporais, pois sem tal hipótese o modelo não é identificado por meio do uso de métodos econométricos baseados em momentos de segunda ordem. Contudo, no caso não gaussiano, as representações causal e não causal são distinguíveis com base em cumulantes de ordem mais elevada.

Especificamente, Breidt *et al.* (1991) propuseram a densidade de Laplace, mas outras distribuições não gaussianas podem ser empregadas. Os autores não apenas desenvolvem a metodologia de estimação para modelos AR não causais, como também propõem um procedimento de seleção para tais modelos, que pode ser interpretado, em alguma medida, como um teste para a não causalidade. A estratégia proposta é estimar o modelo em diversas formulações de *leads* e *lags* alternativas,¹⁰ maximizando a verossimilhança não gaussiana, e selecionando a formulação de maior valor de verossimilhança. As simulações de Monte Carlo, de acordo com os autores, sugerem que “maximizar a verossimilhança de Laplace pode trazer estimativas eficientes dos parâmetros do modelo” (Breidt *et al.*, 1991, p. 197, tradução nossa). A vantagem desse tipo de teste é que, caso se consiga acertar a distribuição dos resíduos, é possível especificar o modelo AR corretamente, todavia, os resultados do teste são necessariamente dependentes desse acerto, o que pode não ser facilmente obtido.

Ainda no arcabouço univariado, Lanne e Saikkonen (2011) adaptam a metodologia proposta por Breidt *et al.* (1991) para a estimação dos parâmetros de um modelo autorregressivo não causal de especificação ligeiramente distinta. Utilizando a metodologia proposta, os autores modelam a dinâmica da inflação americana, buscando testar o modelo básico novo-keynesiano para a Curva de Phillips. Hecq, Issler e Telg (2020) estendem este modelo univariado, permitindo a inclusão de regressores exógenos. Utilizando esse novo

10. Um método alternativo proposto seria empregar um modelo VAR causal habitual e realizar a seleção de modelos por meio dos critérios de informação, como Akaike e Schwarz, por exemplo, para determinar o valor da soma p entre defasagens e *leads*. Isto é, se r é o número de defasagens e se s o número de *leads*, $p = r + s$. Feito isso, tendo se descoberto o valor de p , se testaria todos os valores de defasagens e de *leads* que gerassem o referido valor de p , para descobrir o que gera maior valor de verossimilhança.

arcabouço, investigam a influência da taxa de câmbio e do índice de produção industrial dos Estados Unidos sobre uma série de preços de *commodities*.

Para abrir portas à utilização desses modelos univariados para a construção de previsões, Lanne, Luoto e Saikkonen (2012) propõem um método numérico, baseado em simulações, para computar previsões pontuais e de densidade para modelos autorregressivos não causais univariados. De acordo com alguns experimentos de simulação efetuados por estes autores, o uso correto de um modelo não causal pode levar a ganhos substanciais de acurácia preditiva relativamente aos modelos puramente causais correspondentes. Para ilustrar e testar os resultados do método, os autores conduzem aplicações empíricas à inflação americana e concluem que o poder preditivo dos modelos não causais, quando corretamente utilizados, é superior aos convencionais modelos puramente causais.

Para colocar à prova o poder preditivo dos modelos não causais em relação aos modelos convencionais puramente causais, Lanne, Nyberg e Saarinen (2011) comparam a *performance* preditiva de modelos univariados não causais e modelos autorregressivos convencionais, isto é, puramente causais para um conjunto de dados de 170 séries temporais mensais americanas, de natureza macroeconômica e financeira. Os modelos não causais apresentam *performance* consistentemente superior à dos modelos causais, tanto em termos de erros quadráticos médios quanto em termos de erros absolutos médios. Os autores efetuam ainda a comparação para um conjunto alternativo de dezoito séries temporais trimestrais, para o qual os ganhos de poder preditivo em decorrência da especificação correta dos modelos não causais são ainda maiores.

Estendendo para o arcabouço multivariado, Lanne e Saikkonen (2013) propõem as VAR não causais e desenvolvem a teoria assintótica de estimação de máxima verossimilhança e inferência estatística para esses modelos. Os métodos propostos pelos autores são ilustrados por meio de aplicações a dados referentes às taxas de juros americanas. Especificamente, eles consideram a hipótese das expectativas da estrutura a termo das taxas de juros, segundo a qual as taxas de juros de longo prazo são uma soma ponderada das taxas de juros de curto prazo presentes e futuras esperadas.

As previsões utilizando modelos VAR não causais surgem, pela primeira vez, em Nyberg e Saikkonen (2014), que estendem os métodos de computação de previsões do caso univariado (Lanne, Luoto e Saikkonen, 2012) para o caso multivariado. Os autores apresentam uma aplicação empírica do método efetuando previsões utilizando um modelo VAR não causal bivariado que tem como variáveis a inflação americana e o custo marginal do trabalho. O exercício conclui que o modelo não causal apresenta poder preditivo superior ao correspondente modelo convencional puramente causal.

Em relação a testes para a especificação não causal, Sahneh (2015a) desenvolve um teste para representações de VAR não causais gerados por choques não gaussianos. O teste é baseado em uma densidade espectral generalizada¹¹ para verificar se as inovações de Wold são diferença-Martingale, pois o autor provou que as inovações de Wold são diferença-Martingale se, e somente se, o modelo for corretamente especificado. Sob a hipótese nula, o modelo é corretamente especificado e causal, portanto, a inferência usual se aplica. Sob a hipótese alternativa, o econometrista terá ajustado um modelo incorreto e as inovações Wold não serão diferença-Martingale.

Sahneh (2015a) justifica a necessidade desse teste em função de o teste de Breidt *et al.* (1991), cujo emprego tornou-se praxe na literatura que o sucedeu, depender de forma crucial da escolha arbitrária de qual distribuição não gaussiana será empregada para gerar a função de verossimilhança. Se for mal especificada, o modelo correto pode não ser selecionado. Para o caso univariado, com exceção do trabalho de Hecq e Sun (2019), que examina episódios de hiperinflação para um conjunto de países latino-americanos que inclui o Brasil, não foram encontradas outras aplicações de modelos não causais para dados do país. Para o caso multivariado, nenhuma aplicação foi encontrada.

2.3.2 Não fundamentalidade e testes para a não fundamentalidade

Segundo Canova e Sahneh (2018, p. 3, tradução nossa), “a não fundamentalidade ocorre quando os valores observados das séries não contêm informação suficiente para se recuperar o vetor de choques estruturais”. E continuam: “nesse caso, choques obtidos via procedimentos

11. O teste é uma extensão multivariada do teste espectral generalizado (univariado) de Hong e Lee (2005).

padrão de identificação têm pouca relação com os verdadeiros distúrbios, mesmo quando a identificação é feita corretamente, tornando as evidências do SVAR não confiáveis” (*idem, ibidem*). Isso decorre do fato de que, diante da não fundamentalidade, a representação do VAR na forma MA não é invertível, o que, por sua vez, implica a existência de múltiplas especificações compatíveis ao mesmo conjunto de dados utilizado. Estas especificações, todavia, não podem ser distinguidas, não havendo, portanto, forma de garantir que as estimativas obtidas pelo modelo estimado sejam, efetivamente, as “corretas” para a especificação utilizada. Alessi, Barigozzi e Capasso (2008, p. 16, tradução nossa) efetuam uma extensa revisão do fenômeno da não fundamentalidade em modelos econométricos estruturais.¹² Conforme argumentam:

a teoria econômica atual normalmente assume que todas as variáveis macroeconômicas pertencentes a uma dada economia são impulsionadas por um pequeno número de choques estruturais. Conforme argumentado recentemente, exceto em casos desprezíveis, os choques estruturais podem ser recuperados se o conjunto de informações contiver valores atuais e passados de um conjunto grande e potencialmente infinito de variáveis macroeconômicas. No entanto, a prática usual de estimar autorregressões vetoriais causais de pequeno tamanho pode ser extremamente enganosa, pois em muitos casos esses modelos só poderiam recuperar totalmente os choques estruturais se os valores futuros das poucas variáveis consideradas fossem observáveis. Em outras palavras, os choques estruturais podem ser não fundamentais no que diz respeito ao pequeno vetor dimensional usado na prática macroeconômica atual.

Dada a equivalência da não causalidade e da não fundamentalidade no contexto covariância-estacionário, torna-se claro, daí, que ao incluírem não apenas *lags*, mas também *leads* (valores futuros) das variáveis modeladas no sistema, as especificações dos modelos não causais têm o potencial de corrigir os problemas de especificação relacionados à não fundamentalidade em modelos VAR convencionais. Todavia, para determinar se a especificação do modelo não causal é correta, é preciso antes testar os dados.

12. Nós consideramos a revisão de Alessi, Barigozzi e Capasso (2008) a melhor e mais completa revisão disponível na literatura sobre o assunto. Desse modo, para maior aprofundamento no fenômeno da não fundamentalidade, recomendamos a leitura desse trabalho. Com essa recomendação, oferecemos maior enfoque, nesta revisão, à literatura relativa aos testes de não fundamentalidade, com os estudos de Killian e Lutkepohl (2016), Lippi e Reichlin (1993b) e Beaudry *et al.* (2019).

A presença da não fundamentalidade pode ser detectada por intermédio de dois testes principais. Importante ressaltar que um dos componentes que distingue os testes de não causalidade dos de não fundamentalidade a seguir descritos reside na hipótese de os resíduos do modelo VAR serem ou não gaussianos. Os testes de não fundamentalidade, ao contrário dos de não causalidade, podem assumir que os erros sejam gaussianos.

Um dos primeiros testes foi proposto por Giannone e Reichlin (2006) e aperfeiçoado por Forni e Gambetti (2014), baseado na ideia de que, sob fundamentalidade, informações externas não deveriam causar variáveis do VAR no sentido de Granger. A ideia é que, se os dados da amostra do VAR são suficientes para causar, no sentido de Granger, as variáveis do sistema, sem que variáveis exógenas do modelo sejam necessárias, o modelo é fundamental. Logo, um modelo VAR que contenha informação suficiente para estimar seus parâmetros é fundamental. Assim, a ideia de Giannone e Reichlin (2006) seria testar se um dado sistema terá suas variáveis causadas, no sentido de Granger, por outras variáveis exógenas ao sistema original. Em caso positivo, ele seria não fundamental, pois se variáveis externas ao modelo acrescentam informação relevante, a informação original não era suficiente e se incorria em um viés de variável omitida.

Forni, Gambetti e Sala (2014) testaram diversos SVAR de pequena escala para estimação de efeitos de choques na produtividade total dos fatores sobre variáveis macroeconômicas. O teste foi realizado com base no modelo de teste proposto por Forni e Gambetti (2014). Os resultados empíricos levaram à conclusão de que todos seriam, na verdade, não fundamentais, padecendo de informação insuficiente, exceto a formulação de Barsky e Sims (2011 *apud* Forni, Gambetti e Sala, 2014).

Leeper, Walker e Yang (2011, 2013), para avaliar a existência de não fundamentalidade no modelo de Blanchard e Perotti (2002), empregam um teste para condições necessárias para fundamentalidade, mas não suficientes (Leeper, Walker e Yang, 2011). Esse tipo de teste fora discutido em Forni e Gambetti (2011) e os próprios autores de Leeper, Walker e Yang (2011) reconheceram que se tratava de um teste apenas parcial. Os autores justificaram sua escolha devido ao fato de os testes suficientes, como o de Forni e Gambetti (2014), serem condicionais a um segundo conjunto de dados, dos quais se extraem fatores comuns. Leeper,

Walker e Yang (2013, p. 29, tradução nossa) argumentam que “sua condição de suficiência, contudo, nunca será satisfeita em VAR médios-pequenos que têm sido usados para se extrair choques economicamente interpretáveis”.

Canova e Sahneh (2018, p. 3, tradução nossa) identificaram no teste de Forni e Gambetti (2014) o que chamaram de “o fenômeno da não fundamentalidade espúria”, que consiste no fato de os testes até então existentes – incluindo aí o de Forni e Gambetti (2018, p. 3, tradução nossa) – serem “enganosos”. Isso teria ocorrido devido à “maldição da dimensionalidade”.¹³ Assim, esses autores propuseram um novo teste para detectar a não fundamentalidade, que seria robusto à agregação e a problemas de não observância de dados. Esse teste “explora o fato de que se o modelo for não fundamental, choques futuros preveem um vetor de variáveis excluídas do VAR” (*idem, ibidem*). O teste proposto foi batizado de Teste CH e supostamente é capaz de eliminar o problema da “não fundamentalidade espúria”.

Sahneh (2015b; 2016) construiu novos testes de não fundamentalidade baseados no fato de que as inovações de Wold são imprevisíveis se, e somente se, o modelo é fundamental, e emprega testes baseados na densidade espectral generalizada para checar se essas inovações são ou não previsíveis. Dessa linha de pesquisa, foram derivados dois testes de fundamentalidade: Sahneh (2016) e Sahneh (2015b). O segundo supõe normalidade dos erros, enquanto o primeiro, muito similar ao teste de Sahneh (2015) para causalidade, supõe uma distribuição não gaussiana. O artigo mais recente faz um teste para dados norte-americanos usando o modelo de Blanchard e Quah (1989), um VAR bivariado composto por desemprego

13. Em estudos com pequeno número de variáveis, pode ocorrer um número de fontes primitivas de choques, os quais possam perturbar a economia, muito maior que o número de variáveis, o que Forni, Gambetti e Sala (2018) chamam de sistema retangular. Portanto, como o modelo somente pode recuperar um número de choques equivalente ao número de variáveis incluídas, os choques estimados são, na verdade, combinações lineares dos choques primitivos originais. Assim, as variáveis do VAR poderão ser preditas por outras variáveis que contenham informação sobre o choque primitivo, independentemente de o VAR ser fundamental para o conjunto de variáveis estimado ou não. O mesmo vale para variáveis agregadas, as quais, de um modelo específico, podem ser causadas no sentido de Granger por uma variável que seja componente de uma das referidas variáveis agregadas.

e renda dos Estados Unidos, no período que vai do primeiro trimestre de 1948 ao quarto de 2010.¹⁴ O teste rejeitou a hipótese nula de fundamentalidade para a referida amostra.

Como já mencionado, Forni, Gambetti e Sala (2018) responderam ao artigo de Canova e Sahneh (2018), por meio da execução de nova simulação de Monte Carlo, comparando o teste de Forni e Gambetti (2014), baseado na causalidade de Granger, com o teste CH, que, por sua vez emprega uma versão de Geweke, Meese e Dent (1983 *apud* Forni, Gambetti e Sala, 2018) do teste de Sims (1972). Argumentam que os dois testes são muito parecidos e se baseiam em princípios similares, mas com formulações diferentes,¹⁵ que deveriam ser assintoticamente equivalentes, ainda que possa haver diferenças para amostras finitas. Seus resultados sugerem que ambos os testes são assintoticamente equivalentes e que “apresentam desempenho notável” (Forni, Gambetti e Sala, 2018, p. 1) para detectar não fundamentalidade. Além disso, argumentam pela inexistência do modelo agregado estrutural, mencionado em Canova e Sahneh (2018).

No âmbito da literatura nacional, até este momento, o único trabalho que parece ter abordado o problema da não fundamentalidade em dados fiscais foi o trabalho de Vonbun e Lima (2020). Nele, os autores identificaram a presença de não fundamentalidade no conjunto de dados fiscais considerado representativo das aplicações de modelos VAR fiscais no Brasil. Não obstante, ainda que tenham diagnosticado o problema, não foi obtido êxito em tratá-lo, pois a introdução de variáveis adicionais ao modelo não foi suficiente para resolver o problema informacional verificado. Caberá a este trabalho avançar com um passo adicional nesse sentido.

Efetuada a revisão, pode-se concluir que o estado atual da literatura oferece tanto uma alternativa metodológica com potencial de amenizar o problema da não fundamentalidade (quando, em particular, se apresenta na forma da não causalidade) quanto

14. Sendo uma extensão da amostra do artigo original, que ia do primeiro trimestre de 1948 ao quarto de 1989.

15. Enquanto o teste de Forni, Gambetti e Sala (2018) se baseia em um teste de causalidade de Granger dos fatores comuns defasados, obtidos de uma amostra grande de dados secundários para com as variáveis do modelo sob júdice, o teste CH avalia se os erros de um VAR em que, em uma regressão, se testa se os coeficientes dos *leads* desses resíduos são estatisticamente conjuntamente correlacionados aos fatores dos dados secundários.

formas de detectá-la. É natural que surja, agora, no âmbito fiscal, a pergunta: até que ponto a literatura considerou e tratou tais problemas?

2.4 Artigos fiscais que consideram os problemas da não causalidade e da não fundamentalidade

Poucos artigos consideraram os problemas da não causalidade e da não fundamentalidade em estudos fiscais, sendo o único encontrado para o Brasil o de Vonbun e Lima (2020). Mertens e Ravn (2010) buscaram avaliar os impactos da política fiscal nos Estados Unidos, considerando que, muitas vezes, essas políticas são antecipadas. Trata-se do problema da antecipação fiscal. A ideia é que, após os anúncios de política fiscal, os agentes formam expectativas que antecipam seus efeitos antes mesmo de suas efetivas implementações, acarretando assim, possivelmente, o problema da não fundamentalidade. Para lidar com o problema, os autores partem da solução empregada nos modelos SVAR propostos por Lippi e Reichlin (1993b) para analisar as funções impulso-resposta sob não fundamentalidade usando a matriz Blaschke.

Para discriminar entre os choques antecipados e não antecipados de política fiscal e os demais choques estruturais, eles focam em mudanças permanentes nos gastos públicos, considerando que os impactos da política fiscal no longo prazo são independentes do fato de serem antecipados ou não. Assim, especificam um modelo vetorial de correção de erros (*vector error corrections* – VEC), para considerar curto e longo prazos, que emprega a matriz Blaschke, apelidando-o de VEC-BM. A identificação desse modelo requer que alguns parâmetros sejam previamente conhecidos, notadamente o que chamam de taxa de antecipação e o número de defasagens (*lags*) entre o anúncio da política e sua implementação. A taxa de antecipação mede a taxa na qual os agentes racionais estão dispostos a descontar inovações futuras e é uma entrada fundamental para a matriz Blaschke. Sua estimação é possível por SVAR, mas pode haver problemas que a inviabilizam. Uma das soluções que adotaram foi pré-calibrá-la, todavia, a teoria e os resultados empíricos têm divergido acerca da magnitude dessa variável. A teoria propõe que seu valor seja alto, enquanto os resultados empíricos por eles avaliados, que ela seja bastante baixa.

Por meio de um modelo RBC, fizeram simulações de Monte Carlo para avaliar o modelo. Seus resultados dependem fortemente da referida taxa de antecipação, que determina o desconto dos anúncios. Quando os anúncios são pouco importantes, tanto o VEC quanto o VEC-BM são bons estimadores dos efeitos dos choques, independente da taxa de antecipação, segundo os autores. Quando a taxa de antecipação é baixa e os choques antecipados relativamente importantes, as estimativas por VEC são severamente viesadas, mas, segundo os autores, nessas circunstâncias, o VEC-BM é muito acurado. Contudo, quando a taxa de antecipação é alta e os choques importantes, ambos os procedimentos, VEC e VEC-BM, são substancialmente viesados no que tange a choques não antecipados em pequenas amostras.

Seus resultados empíricos para os Estados Unidos mostram efeitos positivos de um choque permanente nos gastos do governo sobre o produto e o consumo quando o aumento é não inesperado. Entretanto, obtêm efeitos menos intensos, ainda que positivos, no produto e no consumo quando o choque é antecipado. A diferença é que os efeitos sobre os gastos do governo no segundo caso parecem permanentes, ao contrário do primeiro. Seus resultados também dão suporte à ideia de que o *timing* não é responsável pela resposta positiva do consumo a um choque de gastos, como sugerido por Ramey (2011). Os autores reconheceram as dificuldades no que tange à definição dos valores da taxa de antecipação, à luz das consequências destes, sob certas circunstâncias, sobre o potencial viés de estimação. Além disso, a metodologia forçou os autores a se concentrarem em estimar elevações permanentes nos gastos, o que limita a análise.

Leeper, Walker e Yang (2011), após detectarem a não fundamentalidade, recorreram ao uso de uma variável *proxy* para corrigir o conjunto de dados em sua estimação dos efeitos de elevações de impostos nos Estados Unidos. Empregando o *spread* entre os títulos públicos estaduais e municipais em relação aos títulos federais, conseguiram uma variável que tem seu valor alterado com base nas expectativas de elevações de impostos, portanto, supostamente conseguiram suprir a falta de informação. Também usaram o já mencionado teste de condições necessárias para identificar a não fundamentalidade e para medir se sua solução conseguiu contornar o problema. As conclusões, contudo, estão sujeitas a serem testadas por testes mais sofisticados, como o teste de suficiência de Forni e Gambetti (2014), ou o Teste CH, supostamente mais robusto à não fundamentalidade espúria.

Caggiano *et al.* (2015) estudaram os multiplicadores para os Estados Unidos, fazendo um modelo vetorial autorregressivo com transição suave (*smooth transition vector autoregressive – STVAR*) baseado em Auerbach e Gorodnichenko (2010), contudo, tornando endógena a mudança de regime, considerando a não causalidade por meio de uma variável que capta as expectativas acerca de gastos fiscais e também empregando as funções impulso-resposta generalizadas (GIRF), ainda que empreguem a decomposição de Cholesky para identificar o STVAR.¹⁶ Obtiveram que os multiplicadores aumentam em recessões e se reduzem em expansões extremas, mas que estatisticamente não crescem em recessões nem se reduzem em expansões consideradas normais.

Beaudry *et al.* (2019) realizam o teste de não fundamentalidade proposto por Forni e Gambetti (2014), com dados dos Estados Unidos.¹⁷ Os autores realizam uma simulação de Monte Carlo para um modelo simples de choques tecnológicos da árvore de Lucas para avaliar o viés que a não fundamentalidade pode impor às estimativas de um SVAR padrão. O objetivo foi estudar se a não fundamentalidade é quantitativamente relevante para viesar ou não pesquisas aplicadas. Os autores ilustram uma situação em que a não fundamentalidade gera apenas um viés pequeno nas estimativas, e que o teste de Forni e Gambetti (2014) detecta a não fundamentalidade mesmo quando o viés é quantitativamente pequeno. Além disso, tratam da questão da identificação do choque de notícias, concluindo que a não fundamentalidade não é um problema sério na identificação de choques tecnológicos e, ainda, que não há uma definição de como usar um SVAR para identificar os efeitos de notícias. Mesmo assim, perceberam que, especificamente, quando o coeficiente de desconto intertemporal é maior, o problema de não fundamentalidade é menos severo, “já que os agentes reagem mais fortemente aos choques de notícias” (Beaudry *et al.*, 2019, p. 5, tradução nossa), pois põem mais peso nas expectativas associadas ao choque de notícias.¹⁸

16. Importante notar que as GIRF são suscetíveis a críticas, por estarem sujeitas a hipóteses extremas que podem acarretar importantes vieses, não sendo um instrumento adequado para estimação, apenas previsão (Hyeonwoo, 2009).

17. Os autores empregam dados de horas trabalhadas, consumo, investimento, produtividade total dos fatores e preços de ações do S&P 500.

18. Trata-se do coeficiente de desconto intertemporal β usual em modelos RBC e DSGE. Trata-se de medida inversamente proporcional à da taxa de desconto intertemporal, do tipo: $\beta = \frac{1}{1 + \alpha}$, onde α é a taxa de desconto intertemporal.

Finalmente, é válido ressaltar que os artigos levantados na subseção 2.3.1 podem ser também considerados textos que consideram a não fundamentalidade, uma vez que, conforme já ressaltado, a não causalidade é um caso particular de não fundamentalidade. Ainda que, no estado atual da literatura, os modelos não causais não estejam munidos da possibilidade da efetuação de análises estruturais, já que ainda não é possível identificá-los, o próprio procedimento de seleção entre modelos causais e não causais, bem como os resultados da estimação dos modelos não causais, podem servir como evidências da não fundamentalidade. Ademais, os resultados da literatura indicam que os modelos não causais apresentam, consistentemente, melhores previsões que os modelos autorregressivos tradicionais, o que também pode ser entendido como evidência a favor da importância da consideração da não fundamentalidade. Os resultados das aplicações dos modelos não causais, amplamente citados, podem ser entendidos, portanto, como evidências de ocorrência de não fundamentalidade.

Pode-se concluir, assim, que boa parte da literatura apresenta evidências de que a consideração dos problemas da não fundamentalidade e da não causalidade são de notória importância. Ainda que tais problemas tenham sido abordados e alternativas de tratamento tenham sido oferecidas no contexto da literatura internacional, permanece na literatura brasileira uma evidente lacuna nesse sentido, por mais que o problema já tenha sido indiretamente identificado – por exemplo, em Cavalcanti e Silva (2010) – e autores brasileiros tenham trabalhado em desenvolvimentos metodológicos de modelos a eles relacionados (Hecq, Issler e Telg, 2020).

Este trabalho se insere na literatura com o objetivo de oferecer um singelo primeiro passo na direção da consideração destes problemas para o Brasil. As contribuições a serem aqui oferecidas poderão ser resumidas em quatro pilares: i) a introdução conceitual dos problemas de não fundamentalidade e não causalidade; ii) a relação destes problemas com a teoria fiscal; iii) a verificação destes problemas no contexto dos dados fiscais brasileiros; e iv) uma primeira tentativa de tratá-los utilizando uma das alternativas atualmente disponíveis na literatura, a saber, os modelos VAR não causais.

3 NÃO FUNDAMENTALIDADE E NÃO CAUSALIDADE

3.1 O problema da não fundamentalidade

O problema da não fundamentalidade é definido pela não invertibilidade do componente de médias móveis da versão MA do modelo VAR. A não fundamentalidade é um fenômeno análogo à não causalidade,¹⁹ mas na versão MA dos modelos autorregressivos.

A não fundamentalidade gera a possibilidade de ocorrência de diversos vetores de coeficientes do componente MA compatíveis com os dados. Assim, pode ocorrer o aparecimento de vieses em qualquer direção ou intensidade. Esse problema pode derivar da especificação do modelo, bem como de uma incompletude informacional, o que remete ao papel das expectativas não observáveis, pois esses componentes não invertíveis são compatíveis com observações futuras. Esse fenômeno expõe o modelo a possíveis ocorrências de vieses, em diferentes direções ou intensidades. Isso ocorre pois, uma vez que essas diferentes especificações não podem ser distinguidas, não se pode garantir que a especificação utilizada para obter as estimativas do modelo seja, efetivamente, a “correta” para a descrição do fenômeno estudado. Esse problema pode derivar tanto da especificação do modelo, quanto da incompletude informacional do conjunto de dados utilizado – o que remete ao papel das expectativas não observáveis, uma vez que esses componentes não invertíveis são compatíveis com observações futuras.

Em muitas situações, o papel das expectativas é crucial na determinação do comportamento das variáveis econômicas. A influência das expectativas pode ser entendida como uma forma de antecipação do futuro para a determinação do presente. Na ausência da consideração dessa influência, as estimativas dos modelos econômicos podem carecer de confiabilidade. O impasse surge, naturalmente, pelo óbvio fato de que os econométricos não dispõem de observações futuras das variáveis econômica: assim, são obrigados a recorrer a expectativas relevantes para a determinação dessas variáveis. No entanto, por serem quase sempre não observáveis ou quantificáveis, o econométrico costuma, muitas vezes, não dispor de medidas

19. A não causalidade é definida na subseção 3.2 e se refere à ocorrência de raízes da matriz de coeficientes do VAR recaindo fora do círculo unitário, na própria versão autorregressiva do VAR.

TEXTO para DISCUSSÃO

para essas expectativas, e isso acarreta uma assimetria entre a informação à sua disposição e a informação à disposição dos agentes econômicos na economia real. Essa assimetria, por sua vez, pode trazer ao modelo a ocorrência da não fundamentalidade e da não causalidade, ainda que existam outras fontes possíveis para estes problemas. Conforme a definição de Canova e Sahneh (2018, p. 3, tradução nossa):

a não fundamentalidade ocorre quando os valores observados das séries não contêm informação suficiente para se recuperar o vetor de choques estruturais. (...) Nesse caso, choques obtidos via procedimentos padrão de identificação têm pouca relação com os verdadeiros distúrbios, mesmo quando a identificação é feita corretamente, tornando as evidências do SVAR não confiáveis.

O problema da não fundamentalidade pode existir por mais de um motivo, como erros de especificação, não linearidades e outros, o que será discutido mais adiante (Canova e Sahneh, 2018; Vonbun e Lima, 2019), mas está fortemente – ainda que não somente – associada às consequências dos efeitos das expectativas ou das informações que geram expectativas sobre a ação dos agentes que influenciam as variáveis macroeconômicas. Segue, portanto, a definição formal de não fundamentalidade, como exposta por Kilian e Lütkepohl (2016), com pequenas mudanças textuais e considerações adicionais. A definição clássica de um modelo VAR, como aproximação de um processo gerador de dados é:

$$\Theta(L)x_t = u_t \quad (1)$$

Onde u_t é o erro de previsão um passo à frente, baseado na informação passada $\{x_{t-1}, x_{t-2}, \dots\}$, e $\Theta(L) = \Phi(L)^{-1}$, obtida por meio do modelo linear em questão.

Uma representação MA do VAR é conhecida como uma representação fundamental. Um VAR(p) fundamental deve ter uma representação (do processo x_t , K -dimensional):

$$x_t = \Phi(L)u_t \quad (2)$$

Onde $t \in \mathbb{Z}$. Portanto, um VAR fundamental tem uma única representação MA, da equação (2). “Entretanto, é concebível que os choques do processo MA representativo do

processo gerador de dados não coincidam com os erros de previsão de um determinado processo VAR” (Kilian e Lütkepohl, 2016, p. 590, tradução nossa) Assim, a representação MA do processo gerador de dados pode ser:

$$x_t = \Phi^*(L) u_t^* \quad (3)$$

Onde u_t^* não é o erro de previsão linear baseado em $\{x_{t-1}, x_{t-2}, \dots\}$. Temos, então, duas representações MA distintas de uma mesma série de dados e não é possível recuperar os coeficientes da primeira por intermédio dos choques da segunda, muito menos os choques da segunda por intermédio dos coeficientes da primeira. Todavia, os momentos de primeira e segunda ordem de ambas as representações são os mesmos (Kilian e Lütkepohl, 2016).

Portanto, por meio dos coeficientes de $\Phi^*(L)$ não será possível recuperar as funções impulso-resposta dos erros de previsão u_t . Como a representação MA é relevante para a análise de impulso-resposta, as funções impulso-resposta de um MA não fundamental podem ser consideravelmente diferentes das de uma representação fundamental. Considere, então, a formulação (2), onde $u_t \sim (0, \Sigma_u)$ é um processo de ruído branco M -dimensional com média zero e matriz de covariância Σ_u invariante no tempo e não singular, com erros serialmente não correlacionados, em que é permitido que a dimensão do processo de ruído branco seja diferente da dimensão de x_t , e considere o operador:

$$\Phi(L) = \sum_{i=0}^{\infty} \Phi_i L^i \quad (4)$$

O operador, portanto, é uma matriz $K \times M$ de série potência (*power series*) matricial potencialmente de ordem infinita no operador de defasagem L , com matrizes de coeficientes absolutamente somáveis Φ_i , o que admite representações VAR e VARMA.

TEXTO para DISCUSSÃO

Seja o espaço de Hilbert²⁰ $\mathcal{L}^2(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$, baseado no espaço de probabilidade $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$, em que Ω é o espaço amostral; \mathcal{F} é o sigma-álgebra²¹ descrevendo todos os eventos possíveis e \mathbb{P} a medida de probabilidade. Suponha que todas as variáveis aleatórias de interesse pertençam a esse espaço. Além disso, considere que \mathcal{H}_t^x seja o subespaço de $\mathcal{L}^2(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ gerado por $\{x_{t-1}, x_{t-2}, \dots\}$ e \mathcal{H}_t^u o sub-espaço de $\mathcal{L}^2(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ gerado por $\{u_{t-1}, u_{t-2}, \dots\}$, então, se u_t é o erro de previsão um período a frente associado ao modelo linear ótimo de previsão, obtemos a definição a seguir.

Definição 1, baseada em Kilian e Lütkepohl (2016, p. 592): o processo u_t é x_t -fundamental se $\mathcal{H}_t^x = \mathcal{H}_t^u \forall t \in \mathbb{Z}$. O processo é não fundamental se $\mathcal{H}_t^x \subset \mathcal{H}_t^u \wedge \mathcal{H}_t^x \neq \mathcal{H}_t^u$ para algum $t \in \mathbb{Z}$. A definição de Kilian e Lütkepohl implica que a representação MA tenha representação explosiva, quando o polinômio característico estiver em potências positivas do operador de defasagens. Assim, a definição textual de Kilian e Lütkepohl (2016, p. 577, tradução nossa) é: "a representação MA é fundamental se o erro de previsão de um passo à frente, associado à previsão linear ótima, u_t , depender (apenas) de x_t defasados". Logo, o erro não fundamental não depende (apenas) de x_t defasado, de forma linear.

Se $M \leq K$, Forni *et al.* (2009) observam que u_t é fundamental se o posto de $\Phi(z)$ é igual a M para todo z no círculo unitário complexo.²² Se $M = K$ ²³ e se todas as raízes do determinante de $\Phi(z)$ estiverem fora do círculo unitário, a equação (2) é uma representação fundamental que pode ser invertida para obter uma representação autorregressiva do VAR em função de x_t defasados, possivelmente de ordem infinita. Portanto, o erro de previsão é um passo adiante, associado à previsão linear ótima de x_t , baseado em \mathcal{H}_{t-1}^x .

20. Espaço de Hilbert é um espaço métrico, real ou complexo, completo com relação à função distância induzida pelo produto interno.

21. A sigma-álgebra se trata de uma coleção de subconjuntos do conjunto de interesse, incluindo o conjunto vazio, sendo fechada para operações contáveis de união, interseção e complemento do conjunto de interesse e de seus subconjuntos. Com o conjunto de interesse, a sigma-álgebra forma o espaço mensurável.

22. Kilian e Lütkepohl (2016) observam que Forni *et al.* (2009) empregaram resultados de Rozanov (1967 *apud* Kilian e Lütkepohl, 2016) para chegarem a essa conclusão.

23. Lembrando que M se refere ao número de choques e K o de variáveis do VAR. À condição $M = K$, Forni, Gambetti e Sala (2018) se referem como um sistema "quadrado", em oposição a um "retangular", no qual essa condição não se verifica.

Ainda de acordo com Kilian e Lütkepohl (2016), a identificação do problema remonta a Hansen e Sargent (1980), que associaram o problema da não fundamentalidade a um componente MA não invertível. Isso significa que o MA não pode ser representado por um VAR, nem mesmo como aproximação. Se o processo gerador de dados tem um componente MA, a representação VAR somente é adequada sob certas condições, no caso, se ocorrer a invertibilidade do MA (Alessi, Barigozzi e Carpasso, 2008). Nesse caso, a invertibilidade do componente de médias móveis é condição necessária para o emprego correto dos modelos VAR/SVAR tradicionais, caso contrário, nos deparamos com o problema da não fundamentalidade.

A relação entre a suficiência do conjunto de informação para a estimação do VAR e a invertibilidade da representação MA do VAR (considerando-se as potências positivas do operador de defasagens) é estrita, de modo que também é possível definir a não fundamentalidade com base nessa condição. Uma definição alternativa para a não fundamentalidade pode ser encontrada em Alessi, Barigozzi e Capasso (2008), transcrita a seguir.

Definição 1A (fundamentalidade em sistemas “quadrados”):²⁴ dado um processo vetorial covariância estacionário x_t , a representação $x_t = \Phi(L) u_t$ é fundamental se: i) u_t é um vetor de ruído branco; ii) $\Phi(L)$ não tem polos de módulo menores ou iguais à unidade, isto é, não tem polos dentro do círculo unitário; e iii) $\det \Phi(z)$ não tem raízes com módulo menor que a unidade, isto é, todas as raízes estão fora do círculo unitário se, e somente se, $\det \Phi(z) \neq 0$, $\forall z \in \mathbb{C}; |z| < 1$.

Mais especificamente, é fundamental se a sua representação MA relevante contém um polinômio com potências positivas do operador de defasagens e é invertível. Assim, um sistema não fundamental tem sua representação MA dependendo funcionalmente de choques futuros. Naturalmente, essa dependência não decorre de uma causalidade de um acontecimento futuro para um passado, mas é fruto da configuração que resta ao MA. É crível que alguma variável não observada no presente esteja em ação e impactando as variáveis de interesse.

24. Sistemas “quadrados” são os que têm o mesmo número de choques estruturais que o número de variáveis.

Temos, portanto, como ponto nevrálgico da não fundamentalidade a incapacidade do econometrista em observar toda a informação possuída pelos agentes, o que, naturalmente, na grande maioria das vezes, remete ao papel das expectativas, que podem incluir informações exógenas ao modelo em questão. “Assim, os erros de previsão que governam o processo gerador de dados não podem ser igualados às inovações da forma reduzida do VAR montado pelo econometrista” (Kilian e Lütkepohl, 2016, p. 591, tradução nossa).

Em termos pragmáticos, enquanto os agentes econômicos observam tanto os fundamentos quanto as expectativas (suas e do mercado) e tomam decisões considerando todo esse conjunto de informações, o econometrista, que se utiliza de registros de séries temporais para estimar os efeitos de uma determinada política, raramente dispõe de uma série histórica confiável de expectativas dos agentes. Assim, os conjuntos de informações do econometrista e dos agentes diferem, ainda que a variável omitida em questão não seja, obrigatoriamente, uma expectativa ou um componente expectacional.

Contudo, há de se ressaltar que a não fundamentalidade pode também estar relacionada à disposição da equação de estimação ou a não linearidades observadas no mundo real, que determinados modelos VAR, notadamente os de pequena dimensão, não estão equipados para lidar. Há exemplos desses casos em Leeper, Walker e Yang (2011) e em Canova e Sahneh (2018), alguns dos quais serão discutidos na subseção 3.3. Importante também notar que, conforme observado por Kilian e Lütkepohl (2016, p. 596, tradução nossa), a fundamentalidade não se refere ao processo verdadeiro, mas à sua representação:

o processo é sempre fundamental, no sentido em que admite uma representação fundamental, pelo menos quando se considera a processos gaussianos, ou se apenas primeiro e segundos momentos forem de interesse.

Nesta seção nós introduzimos formalmente o problema da não fundamentalidade e enfatizamos especialmente a ideia de que, ainda que o problema não esteja exclusivamente relacionado à influência das expectativas nos processos econômicos, está a ela muito proximamente relacionado. Essa causa particular da não fundamentalidade, em que o conjunto de informações do econometrista diverge daquele dos agentes reais da economia

por intermédio da insuficiência de informações relativas ao futuro das variáveis, isto é, das expectativas, recebe o nome de não causalidade.

3.2 O problema da não causalidade

A definição formal de Sahneh (2015) de um VAR não causal é descrita nesta subsecção, com a notação levemente alterada. Seja $\{x_t\}$ uma solução estacionária d -dimensional de um modelo VAR, que satisfaça a equação de diferenças:

$$\Theta(L) x_t = \xi_t \quad (5)$$

Onde ξ_t é um processo não gaussiano e $\Theta(L) = I_d - \Theta_1 L - \dots - \Theta_p L^p$ é o polinômio autorregressivo, onde I_d é a matriz identidade $d \times d$, $\Theta_i \neq 0$ para $i = 1, \dots, p$ e L é o operador de defasagem. É possível fatorar, por meio da decomposição de Wold, o polinômio autorregressivo em:

$$\Theta(z) = \Theta^+(z) \Theta^*(z) \quad (6)$$

Em que:

$$\Theta^+(z) = \prod_{1 \leq i \leq r} (1 - b_i^{-1} z), \quad |b_i| > 1 \quad (7)$$

$$\Theta^*(z) = \prod_{1 \leq i \leq p} (1 - b_i^{-1} z), \quad |b_i| < 1 \quad (8)$$

Em que, por sua vez, $\Theta^*(z) = 1$ se $r = p$ e b_i são as raízes do polinômio característico da representação acima. O processo VAR definido na equação (5) pode ser entendido como causal se, e somente se, todas as raízes de $\Theta(z)$ estiverem fora do círculo unitário no plano complexo. O subscrit r denota o número de raízes fora do círculo unitário (que gerará o número de defasagens) e $s = p - r$ o número de raízes dentro do círculo unitário (que gerará o número de *leads*), exceto, naturalmente, quando $r = p$, logo, não haverá *leads* e o modelo é causal. Portanto, logicamente, p é a soma das defasagens e *leads*: $p = r + s$. Um VAR misto, com componente causal e não causal, portanto, será convencionado chamar VAR (r, s) , onde s

se refere às raízes dentro do círculo unitário. Convenciona-se chamar de VAR (p) o que possui apenas raízes fora do círculo unitário.

Definição 2 (VAR causal e não causal): um VAR definido pela equação (5) é dito causal se, e somente se, todas as raízes de $\Theta(z)$ estiverem fora do círculo unitário no plano complexo, isto é, se $r = p$. Havendo alguma raiz de $\Theta(z)$ dentro do círculo unitário, dizemos que o modelo VAR é não causal (Brockwell e Davis, 1991 *apud* Sahneh, 2016). Convenciona-se que um VAR puramente não causal é um VAR(s), um VAR puramente causal é um VAR(r) ou VAR(p) e um com ambos os componentes (defasagens e *leads*) é um VAR(r, s).

No caso da não causalidade, há uma dependência funcional de u_t com relação a y_t futuros na forma autorregressiva, o que obviamente não significa que fatos ainda não efetivamente ocorridos determinem o presente. Trata-se de uma consequência técnica, pois as raízes de $\Theta(z)$ que estão dentro do círculo unitário no plano complexo – equações (5) a (8) – só podem estar associadas a *leads* (operadores defasagem de potência negativa) de um modelo VAR não causal, conforme proposto por Lanne e Saikkonen (2013). A consideração dos *leads* é, tecnicamente, o único meio matemático que resta para a recuperação dos choques não fundamentais. Quando interpretados à luz da teoria econômica, os valores futuros das variáveis podem ser entendidos como abstrações ideais do conceito de expectativas.

Portanto, temos que em um VAR na formulação causal não há a possibilidade de inclusão de choques futuros sob a forma de *leads*. Nesse caso, não há espaço para a consideração de que apenas as defasagens não sejam suficientes para a estimação, o que consiste em um erro de especificação. Um VAR não causal admite a insuficiência informacional e permite uma compensação parcial, ainda que seja incapaz de, *per se*, completar o conjunto de informação com a parte faltante.

Importante ressaltar que somente é possível detectar a não causalidade sob a presença de não gaussianidade (Sahneh, 2015a; Breidt *et al.*, 1991). Este aspecto será tratado em maior profundidade em seções futuras. Essa mesma limitação, no entanto, não se aplica à não fundamentalidade. Introduzidos formalmente os conceitos da não fundamentalidade e da não causalidade, prosseguimos agora para um estudo mais aprofundado de suas causas.

3.3 Razões para os problemas da não fundamentalidade e da não causalidade²⁵

Como apontado por Canova e Sahneh (2018), o problema da não fundamentalidade, ainda que associado à omissão de variáveis futuras, tem outras causas possíveis. Importante notar que, em um contexto de variáveis covariância-estacionárias, não causalidade e não fundamentalidade são conceitos equivalentes – o que não ocorre sem essa hipótese – e as causas e consequências de um se igualam às do outro.

A não fundamentalidade, que, no contexto covariância-estacionário, consiste na ocorrência de componente MA não invertível para potências positivas do operador de defasagens, pode ser intrínseca a um modelo econômico ou a um processo de otimização. Além disso, pode decorrer também de problemas de não observância de variáveis endógenas, de não linearidades características de determinados modelos ou, finalmente, de seleções particulares de variáveis que possam induzir ao fenômeno. Canova e Sahneh (2018) elaboram um exemplo para cada uma dessas causas possíveis da não fundamentalidade, transcritos na sequência. O primeiro exemplo, de Canova e Sahneh (2018), se refere aos processos intrinsecamente não causais e não fundamentais.

Exemplo 1: suponha que o processo gerador de dividendos seja o que segue.

$$d_t = e_t - \theta e_{t-1}, \quad \theta < 0 \quad (9)$$

Onde d_t são os dividendos pagos no período t ; e_t e e_{t-1} são observações de um processo de ruído branco, nos períodos t e $t - 1$, respectivamente e θ o coeficiente de um modelo MA. Agora, suponha que os preços das ações sejam dados pelos dividendos futuros descontados:

$$p_t = E_t \left[\sum_j \beta^j d_{t+j} \right] \quad (10)$$

25. Esta subseção é transcrita de Vonbun e Lima (2020), que, por sua vez, advém de Leeper, Walker e Yang (2011; 2013).

TEXTO para DISCUSSÃO

Onde p_t é o preço da ação no período t ; E_t é o operador de expectativas para o período t ; $\beta \geq 0$ é o fator de desconto (não negativo) das variáveis futuras e d_{t+j} o dividendo acima referido, j períodos à frente. Então, o valor de equilíbrio de p_t em termos de e_t e de e_{t-1} é dado por:

$$p_t = (1 - \beta\theta) e_t - \theta e_{t-1} \quad (11)$$

Assim, apesar de o processo de dividendos ser fundamental, o processo para os preços das ações é não fundamental se $\left| \frac{1 - \beta\theta}{\theta} \right| < 1$. Esse será o caso quando $\theta > \frac{1}{1 + \beta}$, contradizendo a hipótese de $\theta < 0$.

O segundo exemplo dos autores se refere ao caso da não observância de variáveis endógenas.

Exemplo 2: suponha a função de produção e a lei de movimento do capital conforme a seguir.

$$y_t = k_t + \varepsilon_t \quad (12)$$

$$k_t = (1 - \delta) k_{t-1} + \alpha_0 \varepsilon_t \quad (13)$$

Onde y_t é o *log* da produção e k_t do capital. A variável ε_t é um processo de ruído branco. Se y_t e k_t são observáveis, este é apenas um caso de um VAR bivariado restrito. Contudo, se o estoque de capital não for observável, a função de produção se torna:

$$y_t - (1 - \delta) y_{t-1} = (1 + \alpha_0) \varepsilon_t - (1 - \delta) \varepsilon_{t-1} \quad (14)$$

Se $\alpha_0 < 0$ e $|\alpha_0| < |\delta|$, ε_t não pode ser expresso como a soma convergente dos valores passado e corrente de y_t e (14) é não fundamental. Se α_0 for positivo e pequeno e δ também for pequeno e a equação (14) tem raiz MA próxima à unidade e um VAR de ordem finita para y_t , é uma fraca aproximação do processo bivariado original (Ravenna, 2007; Giacomini, 2013 *apud* Canova e Sahneh, 2018).

O terceiro exemplo trata do caso em que o modelo pode ser não fundamental, em função da escolha das variáveis, ainda que o modelo seja fundamental, em teoria.

Exemplo 3: considere o modelo padrão de consumo (c_t) e poupança (s_t). Seja a renda $y_t = \epsilon_t$, um ruído branco. Seja o fator de desconto $\beta = \frac{1}{R} < 1$, onde $R > 0$ é a taxa de juros, e assuma preferências quadráticas. Então:

$$c_t = c_{t-1} + (1 - R^{-1}) \epsilon_t \quad (15)$$

Assim, a taxa de crescimento do consumo tem uma representação fundamental. Contudo, se em vez de, em termos do consumo, o modelo for proposto em termos da poupança, isto é: $s_t = y_t - c_t$, a solução é:

$$s_t - s_{t-1} = \frac{1}{R} \epsilon_t - \epsilon_{t-1} \quad (16)$$

Com isso, a taxa de crescimento da poupança é não fundamental, nesta formulação.

Portanto, segundo os autores, pode haver vários motivos que levem a não fundamentalidade em um VAR. Logo, simplesmente assumir que o VAR é fundamental pode ser problemático. No âmbito fiscal, esse fato é de ainda maior importância, uma vez que há na política fiscal um fenômeno inerente de grande potencial para engendrar a não fundamentalidade e a não causalidade: trata-se do fenômeno da antecipação fiscal. A próxima seção foi reservada exclusivamente para tratar desse fenômeno, ilustrando-o em maiores detalhes.

4 ANTECIPAÇÃO FISCAL E NÃO FUNDAMENTALIDADE EM DADOS FISCAIS

Blanchard e Perotti (2002, p. 18, tradução nossa), em artigo seminal, já antecipavam a possibilidade de ocorrência de problemas associados à antecipação da política fiscal por intermédio das expectativas.

Implícita em nosso *approach* está a hipótese de que as inovações de políticas que nós estimamos foram, de fato, não antecipadas pelo setor privado.

Ainda que compartilhemos essa hipótese com toda a literatura VAR, nós reconhecemos que isso é particularmente problemático aqui: a maioria das mudanças em impostos e em programas de transferências são conhecidas pelo menos alguns trimestres antes de serem implementadas. (...) Nós não temos uma solução geral para esse problema.

Ocorre que as políticas fiscais são usualmente implementadas após anúncios públicos, permitindo assim que as expectativas dos agentes sejam imediatamente afetadas. Contudo, em função de demoras processuais legislativas ou atrasos de implementação, o início efetivo dessas políticas apresenta considerável defasagem em relação aos seus anúncios. Isso implica ao econometrista, quando comparado aos agentes da economia real, um relevante *deficit* informacional que se associa fortemente aos fenômenos da não fundamentalidade e da não causalidade. Esse problema, evidentemente, não existiria se a efetivação das políticas se desse no mesmo momento do anúncio ou se houvesse forma confiável de medir as expectativas em tempo real. Este *deficit* informacional carrega consigo o evidente potencial de implicar vieses de estimação, uma vez que as variáveis macroeconômicas de interesse se movem em função do anúncio antes que qualquer variável de controle de política fiscal a ser modificada pelas referidas políticas tenha se alterado (Canova e Sahneh, 2018; Jasiak e Gorioux, 2015; Leeper, Walker e Yang, 2011; Alessi, Barigozzi e Capasso, 2008; Fernández-Villaverde *et al.*, 2007).

Com isso, os choques estimados pelo modelo podem ser não fundamentais, como o exemplo proposto por Leeper, Walk e Yang (2011), em que os agentes detinham mais informações antecipadas sobre a política fiscal do que o econometrista era capaz de sumariar em seu VAR, acarretando erros de estimação do multiplicador fiscal. Dependendo do caso, isso pode levar a uma sub ou superestimativa do efeito da política (Leeper, Walker e Yang, 2011). O viés pode ser tamanho considerável a ponto de inverter o sinal da função impulso-resposta.

Segundo Leeper, Walker e Yang (2008), apesar de os macroeconomistas reconhecerem a possibilidade da antecipação fiscal e até mesmo desenvolverem teoricamente as suas implicações, os modelos empíricos normalmente não são fundamentados na teoria, o que impõe um grande desafio à análise econométrica da política fiscal: a geração de séries temporais com uma componente de média móvel não invertível, que, por sua vez, torna

distinto o conjunto de informações dos agentes em relação ao conjunto de informações dos econométristas para os modelos VAR por estes estimados. Nas palavras dos autores:

a previsão fiscal representa um desafio formidável porque, como mostra Yang (2005), gera um equilíbrio com uma representação VARMA não invertível. A não invertibilidade, por sua vez, implica que os choques fundamentais da economia (à política tributária) não podem ser recuperados por meio de dados sobre o presente e o passado, um pressuposto central dos métodos econométricos convencionais (Leeper, Walker e Yang, 2008, p. 2, tradução nossa).

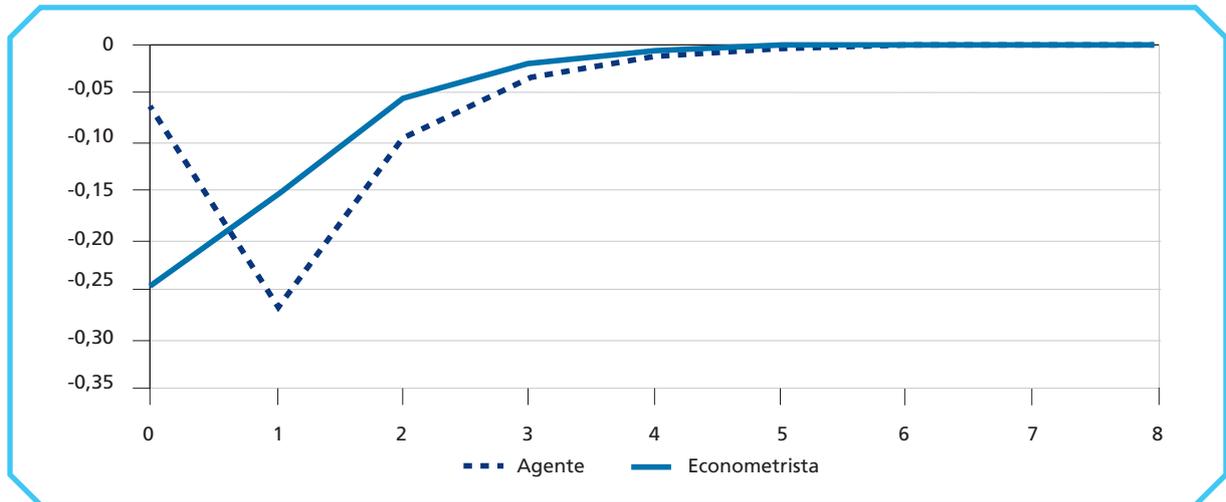
Dito de outra forma, a antecipação fiscal gera a não fundamentalidade.

A fim de ilustrar o problema e estudar as consequências econométricas da desconsideração do fenômeno, Leeper, Walker e Yang (2008) desenvolvem um modelo analítico de crescimento com antecipação fiscal. O arcabouço econômico é simples e visa a exposição analítica das questões econométricas associadas a este fenômeno. Nesse modelo, as notícias sobre alterações nas taxas de impostos chegam aos agentes períodos antes de as políticas afetarem diretamente os fundamentos da economia. Os autores mostram que, quando não há antecipação fiscal, obtém-se o resultado usual de que os choques nas taxas de impostos não têm efeito sobre a acumulação de capital. No entanto, quando há algum grau de antecipação fiscal, obtém-se a implicação incomum de que mesmo choques fiscais não correlacionados em série afetam a acumulação de capital (impostos esperados mais altos reduzem o capital corrente).

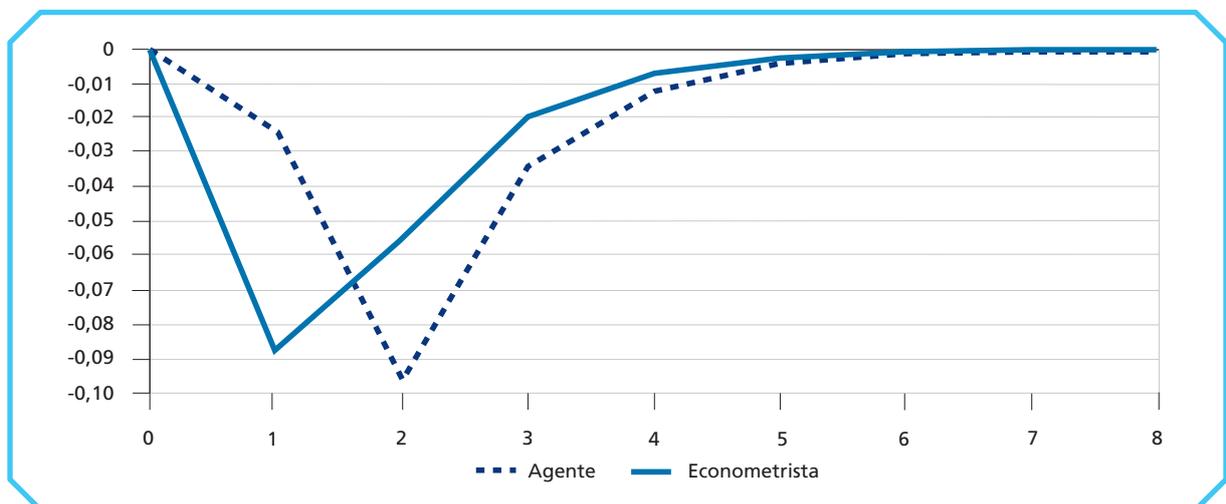
Leeper, Walker e Yang (2008) realizam a especificação econométrica do modelo analítico apresentado e estudam as conclusões errôneas que um econométrista poderia chegar se desconsiderasse o fenômeno da antecipação fiscal (e da não fundamentalidade) ao prosseguir com a análise de VAR usual. A questão principal é que, com a antecipação fiscal, o conjunto de informações do agente privado pode ser maior do que o conjunto de informações do econométrista. O conjunto de informações do econométrista a partir da estimativa de um VAR será a sigma-álgebra gerada pelas variáveis observáveis atuais e passadas. No modelo de Leeper, Walker e Yang (2008), os agentes com antecipação fiscal irão observar choques fiscais antes que a cobrança dos impostos seja de fato efetivada, sugerindo que o conjunto de informações dos agentes privados não coincidirá com as informações geradas por variáveis observáveis.

A condição necessária e suficiente para que a representação VAR do modelo econométrico de antecipação fiscal construído por Leeper, Walker e Yang (2008) tenha uma representação Wold (seja invertível) é que não existam raízes fora do círculo unitário aberto. Porém, os autores mostram que a representação VAR do modelo com antecipação fiscal tem um zero dentro do círculo unitário, desse modo, a antecipação fiscal implica que o conjunto de informações gerado pelos produtos defasados é menor do que o oriundo dos choques defasados. Assim, os autores argumentam que, caso os agentes estejam munidos, na realidade, de antecipação fiscal e os econométristas estimem um VAR (empregando o capital e tecnologia atual e passada), caso este sistema seja invertível em potências não negativas do operador defasagem, o vetor de erros poderá ser obtido como uma combinação linear dos produtos corrente e passado, sugerindo que o conhecimento do passado e do presente dos choques tributários seria equivalente ao conhecimento do passado e do presente do produto, Contudo, à luz dos desdobramentos do modelo teórico desenvolvido, essa conclusão seria, evidentemente, incorreta.

Portanto, Leeper, Walker e Yang (2008) notam que, ao se observar o capital atual e passado, o econométrista recupera os choques estatísticos do VAR, que representam informações que são “notícias velhas” para os agentes da economia. Então, o que o econométrista acredita ser a inovação tributária no momento t é, na verdade, uma soma descontada dos choques tributários observados pelos agentes na data t e anteriores. Assim, as funções de resposta ao impulso construídas não representarão de fato como os agentes respondem às inovações na política tributária e levarão a inferências incorretas. Os potenciais vieses da desconsideração da antecipação fiscal (e da não fundamentalidade) podem ser melhor esclarecidos examinando as funções de resposta ao impulso (*impulse response function* – IRF) apresentadas por esses autores com base nos conjuntos de informações dos agentes e do econométrista, apresentadas nos gráficos 1 e 2.

GRÁFICO 1Resposta do capital (K) a um choque nos impostos

Fonte: Leeper, Walker e Yang (2008).

GRÁFICO 2Resposta do produto (Y) a um choque nos impostos

Fonte: Leeper, Walker e Yang (2008).

Munidos de antecipação fiscal, os agentes sabem exatamente quando a inovação na política fiscal se traduzirá em desvios da regra tributária. Daí o declínio acentuado do capital um trimestre após o choque e da produção em dois trimestres (o imposto é cobrado sobre a produção que depende do estoque de capital do último trimestre). No entanto, o economista, que ignora a presença da antecipação, produz uma resposta muito diferente ao choque fiscal.

A discrepância pode ser bastante dramática em horizontes curtos: a diferença na produção entre as duas funções de resposta ao impulso um trimestre após o choque fiscal excede um fator de 4, ressaltando a notória importância da consideração dos problemas da antecipação fiscal e da não fundamentalidade no contexto dos estudos empíricos fiscais.

5 PROPOSTAS DE SOLUÇÃO PARA OS PROBLEMAS DA NÃO FUNDAMENTALIDADE E DA NÃO CAUSALIDADE

De acordo com Canova e Sahneh (2018), a solução geral para a não fundamentalidade é dependente do tipo de problema. Não obstante, todas as alternativas de solução envolvem direta ou indiretamente o acréscimo explícito ao modelo das informações faltantes. Nesse caso, apenas reescrever a equação a ser estimada pode ser suficiente. Outra solução possível se dá por meio do acréscimo das informações faltantes, por exemplo, ao se incluir variáveis ou *proxies*. O uso de modelos que permitam a ocorrência de componentes MA não invertíveis também pode ser uma solução.

Na linha das alternativas de expansão explícita do conjunto de variáveis do modelo, um *approach* pode ser a ampliação do conjunto de informação por meio do uso de modelos *factor-augmented vector autoregression* (FAVAR), pois esses modelos podem acomodar conjuntos de variáveis muito maiores que os VAR convencionais. Killian e Lütkepohl (2016), contudo, são céticos acerca da possibilidade de que o uso de modelos que incluem muitas variáveis sejam, *per se*, suficientes para resolver o problema da não fundamentalidade. Isso inclui modelos FAVAR, a adaptação de modelos de fatores dinâmicos para a construção de funções de impulso resposta estrutural e o uso de VARs bayesianos de larga escala, por meio do uso de *prioris* usadas para recuperar graus de liberdade perdidos por conta do grande número de parâmetros a estimar. Na opinião destes autores, “um *approach* mais promissor deve mesmo ser a determinação de um pequeno número de variáveis adicionais que capturem a informação faltante relevante, do ponto de vista econômico” (Killian e Lütkepohl, 2016, p. 603). Assim, recomendam, no lugar dessas alternativas, a utilização de variáveis escolhidas meticulosamente, como feito em Leeper, Walker e Yang (2011) e em Killian e Murphy (2014).²⁶

26. Veremos que essa solução pode não ter sido suficiente em uma das aplicações de Leeper, Walker e Yang (2013).

Além da óbvia (tentativa de) reintrodução das variáveis não observadas, como proposto por Leeper, Walker e Yang (2011), uma outra maneira de lidar com o problema é o uso de um VAR não causal. Esse tipo de modelo ainda não possui representação estrutural estabelecida. Existe uma formulação incipiente, mas ainda não aprovada em revisão do tipo duplo cego: sem um modelo estrutural, não se consegue computar as funções impulso-resposta. Não obstante, suas estimativas podem ser utilizadas como evidências para a presença de não causalidade nos dados modelados, bem como para a construção de previsões. O primeiro foi apresentado por Lanne e Saikkonen (2013). Jasiak e Gourieroux (2015), por sua vez, propõem que uma representação espaço-estado possa ser obtida por meio de uma decomposição por fração parcial ou por meio de uma forma canônica real de Jordan. Eles empregam o algoritmo BHHH para a maximização por máxima verossimilhança, que calcula os valores filtrados dos componentes não causais e dos causais não observados. Já Lanne e Luoto (2014) formularam um VAR bayesiano não causal.

É importante notar que os VARs não causais, bayesianos ou não, são uma adequação da especificação do VAR para lidar com os efeitos da informação incompleta, adequando a formulação do modelo a essa limitação do conjunto de dados do economista. Assim, se deixa de incorrer em erro de especificação, podendo-se gerar estimativas mais corretas, mas nenhuma formulação é capaz de introduzir no modelo a informação inexistente no conjunto de dados.

6 O MODELO VAR NÃO CAUSAL

No caso particular de não causalidade, a principal alternativa atualmente presente na literatura é o VAR não causal proposto por Lanne e Saikkonen (2013). Esta seção transcreve, com pequenas modificações textuais e considerações adicionais, a exposição da especificação do modelo por estes autores, bem como seus métodos de estimação e construção de previsões. No caso da construção de previsões, a exposição segue de perto aquela apresentada em Nyberg e Saikkonen (2014).

6.1 Especificação

Lanne e Saikkonen (2013) iniciam considerando o processo estocástico n -dimensional y_t ($t = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$) gerado por:

$$\Phi(L) \Psi(L^{-1}) y_t = \epsilon_t \quad (17)$$

Onde $\Phi(L) = I_n - \Phi_1 L - \dots - \Phi_r L^r$ ($n \times n$) e $\Psi(L^{-1}) = I_n - \Psi_1 L^{-1} - \dots - \Psi_s L^{-s}$ ($n \times n$) são polinômios matriciais do operador de defasagem L e ϵ_t ($n \times 1$) é uma sequência de vetores aleatórios independentes e identicamente distribuídos (contínuos) de média zero e matriz de covariância positiva definida. Ademais, os polinômios matriciais $\Phi(z)$ e $\Psi(z)$ ($z \in \mathbb{C}$) têm seus zeros fora do disco unitário, portanto,

$$\det \Phi(z) \neq 0, |z| \leq 1 \quad \text{e} \quad \det \Psi(z) \neq 0, |z| \leq 1 \quad (18)$$

Se $\Psi_j \neq 0$ para algum $j \in \{1, \dots, s\}$, a equação (13) define um VAR puramente não causal quando $\Phi_1 = \dots = \Phi_r = 0$. O caso convencional, puramente causal, é obtido quando $\Phi_1 = \dots = \Phi_s = 0$. Note que, neste caso, a primeira condição na equação (18) garante a estacionariedade do modelo. Na especificação geral exposta na equação (17), o mesmo é verdadeiro para o processo:

$$u_t = \Psi(L^{-1}) y_t \quad (19)$$

Especificamente, existe $\delta_1 > 0$ tal que $\Phi(z)^{-1}$ tem uma representação bem definida em série de potências $\Phi(z)^{-1} = \sum_{j=0}^{\infty} M_j z^j = M(z)$ para $|z| < 1 + \delta_1$. Consequentemente, o processo u_t tem uma representação causal $MA(\infty)$.

$$u_t = M(L) \epsilon_t = \sum_{j=0}^{\infty} M_j \epsilon_{t-j} \quad (20)$$

Note que $M_0 = I_n$ e que as matrizes de coeficientes M_j decaem até zero a uma taxa geométrica conforme $j \rightarrow \infty$. Quando conveniente, Lanne e Saikkonen (2013) assumem que $M_j = 0, j < 0$.

Escrevendo $\Phi(z)^{-1} = \det(\Phi(z))^{-1} \Xi(z) = M(z)$, onde $\Xi(z)$ é o polinômio matricial adjunto de $\Phi(z)$, os autores obtêm $\det(\Phi(L)) u_t = \Xi(L) \epsilon_t$ e, pela definição de u_t ,

$$\Psi(L^{-1}) w_t = \Xi(L) \epsilon_t \quad (21)$$

Onde $w_t = \det(\Phi(L)) y_t$. Note que $\Xi(z)$ é um polinômio matricial de grau máximo $(n-1)r$ e, como $\Phi(0) = I_n$, temos também $\Xi(0) = I_n$. Da última condição na equação (18), é possível encontrar $0 < \delta_2 < 1$ tal que $\Psi(z^{-1})^{-1} \Xi(z)$ tem uma representação em série de potências bem definida $\Psi(z^{-1})^{-1} \Xi(z) = \sum_{j=-(n-1)r}^{\infty} N_j z^{-j} = N(z^{-1})$ para $|z| > 1 - \delta_2$. Então, o processo w_t tem a representação a seguir.

$$w_t = \sum_{j=-(n-1)r}^{\infty} N_j \epsilon_{t+j} \quad (22)$$

Onde as matrizes de coeficientes N_j decaem até zero a uma taxa geométrica conforme $j \rightarrow \infty$.

Da equação (18) segue-se que o processo y_t possui a seguinte representação:

$$y_t = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \Pi_j \epsilon_{t-j} \quad (23)$$

Onde Π_j ($n \times n$) é a matriz de coeficientes de z^j da expansão em série de Laurent de $\Pi(z) \equiv \Psi(z^{-1})^{-1} \Phi(z)^{-1}$ que existe para $1 - \delta_2 < |z| < 1 + \delta_1$ com Π_j decaindo até zero a uma taxa geométrica conforme $j \rightarrow \infty$.

Claramente, a equação (23) pode ser obtida multiplicando ambos os lados da equação (22) por $\det(\Phi(L))^{-1}$ ou multiplicando ambos os lados da equação (20) por $\Psi(L^{-1})^{-1}$. Chega-se, portanto, à seguinte equivalência de representações $MA(\infty)$:

TEXTO para DISCUSSÃO

$$y_t = \det(\Phi(L))^{-1} \sum_{j=-(n-1)r}^{\infty} N_j \epsilon_{t+j} = \Psi(L^{-1})^{-1} \sum_{j=0}^{\infty} M_j \epsilon_{t-j} = \sum_{j=-\infty}^{+\infty} \Pi_j \epsilon_{t-j} \quad (24)$$

Essa equivalência mostra a possibilidade de separar as representações unilaterais *forward looking* e *backward looking* da equação bilateral (23). Essa separação será de grande utilidade para posteriores desenvolvimentos do modelo, conforme será visto nas seções referentes à estimação e previsão dos modelos.

Lanne e Saikkonen (2013) fazem notar que a equação (23) implica que y_t é um processo estacionário e ergódico com segundos momentos finitos. Utiliza-se a abreviação VAR(r, s) para o modelo definido em (17). No caso causal $s = 0$, a abreviação convencional VAR(r) é também utilizada. No caso não causal, $\Pi_j \neq 0$ para algum $j < 0$, a conexão entre o modelo VAR não causal e a não fundamentalidade previamente discutida é evidenciada. Para que visualizemos maiores implicações da não causalidade, consideremos a seguinte ilustração de Lanne e Saikkonen (2013). Seja $\mathbb{E}(\cdot)$ o operador de expectativa condicional em respeito ao conjunto de informações $\{y_t, y_{t-1}, \dots\}$. De (17) e (23) é possível ver que

$$y_t = \sum_{j=-\infty}^{s-1} \Pi_j \mathbb{E}(\epsilon_{t-j}) + \sum_{j=s}^{\infty} \Pi_j \epsilon_{t-j} \quad (25)$$

No caso causal convencional, $s = 0$ e $\mathbb{E}(\epsilon_{t-j}) = 0, j \leq -1$, de modo que o lado direito da equação se reduz à representação $MA(\infty)$ da equação (16). No entanto, no caso não causal isso não ocorre. Nessa situação, $\Pi_j \neq 0$ para algum $j < 0$, o que, em conjunto com a representação (19) mostra que y_t e ϵ_{t-j} são correlacionados e, conseqüentemente, $\mathbb{E}(\epsilon_{t-j}) \neq 0$ para algum $j < 0$. Portanto, os erros futuros podem ser previstos pelos valores passados do processo y_t , o que pode ser visto como uma caracterização alternativa de não fundamentalidade.

Em adição à dependência em erros futuros esperados, o processo y_t pode também ser interpretado como sendo dependente nos seus valores futuros esperados. Para visualizar isto, Lanne e Saikkonen (2013) se concentram, por simplicidade, no modelo puramente não causal, onde $\Phi(B) = I_n$. Nesse caso, o modelo (17) pode ser escrito como:

$$y_t = \Psi_1 y_{t+1} + \dots + \Psi_s y_{t+s} + \epsilon_t \quad (26)$$

E, tomando as expectativas condicionais em relação ao conjunto de informações $\{y_t, y_{t-1}, \dots\}$, obtém-se

$$y_t = \Psi_1 \mathbb{E}_t(y_{t+1}) + \dots + \Psi_s \mathbb{E}_t(y_{t+s}) + \mathbb{E}_t(\epsilon_t) \quad (27)$$

Isso mostra, segundo Lanne e Saikkonen (2013), que os elementos das matrizes de coeficientes Ψ_j dão o efeito das expectativas de y_{t+j} sobre y_t . Ainda segundo os autores, no caso geral ($\Psi(L) \neq I_n$), obtemos uma expressão similar para y_t , com exceção do termo $\mathbb{E}_t(\epsilon_t)$, que é substituído por $\mathbb{E}_t(u_t)$.

6.2 Indistinguibilidade sob erros gaussianos

Até aqui foram tratados apenas aspectos relacionados à especificação teórica dos modelos não causais como extensões dos já conhecidos modelos puramente causais. No entanto, não se abordou ainda a aplicabilidade prática de tais modelos. Nesta subseção se dá início a esta abordagem por meio da exposição de uma primeira importante característica: a indistinguibilidade entre modelos causais e não causais sob erros gaussianos.

Uma complicação prática dos modelos não causais é que eles não podem ser identificados por meio de propriedades de segunda ordem ou por verossimilhança gaussiana. Isso ocorre pois, assumindo erros gaussianos, tem-se como densidade espectral de um modelo VAR (r, s) definido conforme a equação (17).

$$(2\pi)^{-1} [\Psi(e^{i\omega})' \Phi(e^{i\omega})' \mathbb{C}(\epsilon_t)^{-1} \Phi(e^{i\omega}) \Psi(e^{-i\omega})]^{-1} \quad (28)$$

Onde \mathbb{C} é o operador de covariância. Nessa expressão, a matriz entre colchetes é 2π vezes a matriz de densidade espectral de um processo estacionário em segunda ordem cujas autocovariâncias são iguais a zero para defasagens maiores que $r + s$. Como já é bem sabido, esse processo tem uma representação MA invertível de ordem $r + s$, ou seja, a mesma

TEXTO para DISCUSSÃO

densidade espectral é possível de ser obtida para um modelo VAR($r + s$) puramente causal especificado como

$$\Phi(L) \Psi(L) y_t = \xi_t \quad (29)$$

Onde ξ_t é um vetor de sequências de inovações estacionárias, não correlacionadas, mas, em geral, não independentes, de média zero e variância constante.

Mais especificamente, por meio de uma leve modificação do Teorema 10' de Hannan (1970), Lanne e Saikkonen (2013) obtêm a representação única:

$$\Psi(e^{i\omega})' \Phi(e^{-i\omega})' \mathbb{C}(\epsilon_t)^{-1} \Phi(e^{i\omega}) \Psi(e^{-i\omega}) = \left(\sum_{j=0}^{r+s} c_j e^{-ij\omega} \right)' \left(\sum_{j=0}^{r+s} c_j e^{ij\omega} \right) \quad (30)$$

Onde as matrizes $n \times n$ c_0, \dots, c_{r+s} são reais com c_0 positiva definida e os zeros de $\det \left(\sum_{j=0}^{r+s} c_j e^{ij\omega} \right)$ recaem fora do disco unitário. Portanto, a matriz de densidade espectral de y_t tem a representação $(2\pi)^{-1} \left(\sum_{j=0}^{r+s} c_j e^{ij\omega} \right)^{-1} \left(\sum_{j=0}^{r+s} c_j e^{ij\omega} \right)'^{-1}$, que é a matriz de densidade espectral de um processo puramente causal VAR ($r + s$).

A consequência dessa equivalência de densidades espectrais é, como já foi dito, a impossibilidade de distinguir estatisticamente processos causais, VAR ($r + s$), de não causais, VAR (r, s), quando y_t ou, equivalentemente, os erros ϵ_t são gaussianos. No caso gaussiano, nada se perde utilizando uma representação causal convencional. No entanto, se os erros forem não gaussianos, utilizar uma representação causal para um processo verdadeiramente não causal significa utilizar um modelo VAR cujos erros só podem ser garantidos como não correlacionados, mas não como independentes. Nesse caso, os erros podem ser previstos por valores passados da série considerada e, conforme já discutido, isso gera o problema da não fundamentalidade, implicando que os erros do modelo VAR causal estimado não representam os choques fundamentais econômicos.

A conclusão de interesse prático decorrente do problema da indistinguibilidade gaussiana é, portanto, que modelos não causais precisam assumir erros não gaussianos para que possam ser identificados. Há uma ampla gama de distribuições de probabilidade que satisfazem essa condição. Exceto para casos bastante específicos,²⁷ a alternativa mais razoável e convencionalmente utilizada na literatura é a distribuição t de Student. Neste trabalho, esta será, portanto, a distribuição adotada para todos os exercícios a serem apresentados em futuras seções.

6.3 Estimação

Para a estimação, o primeiro passo é derivar a transformação representativa da relação de equivalência entre os conjuntos de informação do processo. Para isso, Lanne e Saikkonen (2013) recorrem à definição $w_t = \det(\Phi(L))y_t$. Nessa definição, $\det\Phi(L)$ é um polinômio. Denotando esse polinômio como

$$\det(\Phi(z)) = a(z) = 1 - a_1 z - \dots - a_{nr} z^{nr} \equiv a(z) \quad (31)$$

Pode-se escrever

$$w_t = a(L)y_t \quad (32)$$

Usando esse processo em conjunto com a definição $u_t = \Psi(L^{-1})y_t$, Lanne e Saikkonen (2013) obtêm:

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_{T-s} \\ w_{T-s+1} \\ \vdots \\ w_T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 - \Psi_1 y_2 - \dots - \Psi_s y_{s+1} \\ \vdots \\ y_{T-s} - \Psi_1 y_{T-s+1} - \dots - \Psi_s y_T \\ nT - s + 1 - a_1 y_{T-s} - \dots - a_{nr} y_{T-s-nr+1} \\ \vdots \\ y_T - a_1 y_{T-1} - \dots - a_{nr} y_{T-nr} \end{bmatrix} = \mathbf{H}_1 \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_{T-s} \\ y_{T-s+1} \\ \vdots \\ y_T \end{bmatrix}$$

Ou simplesmente $x_1 = \mathbf{H}_1 y$.

27. Há uma literatura relativamente ampla, dentro do universo dos modelos não causais, relacionada a bolhas financeiras. Essa literatura, por exemplo, utiliza a distribuição de Cauchy como opção, graças à sua utilidade para simular comportamentos explosivos de séries temporais.

TEXTO para DISCUSSÃO

Da definição de u_t e (13) segue-se que $\Phi(L)u_t = \epsilon_t$ de modo que, da igualdade anterior, os autores obtêm:

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_r \\ \epsilon_{r+1} \\ \vdots \\ \epsilon_{T-s} \\ w_{T-s+1} \\ \vdots \\ w_T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_r \\ u_{r+1} - \Phi_1 u_r - \dots - \Phi_r u_1 \\ \vdots \\ u_{T-s} - \Phi_1 u_{T-s-1} - \dots - \Phi_r u_{T-s-r} \\ w_{T-s+1} \\ \vdots \\ w_T \end{bmatrix} = \mathbf{H}_2 \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_r \\ u_{r+1} \\ \vdots \\ u_{T-s} \\ w_{T-s+1} \\ \dots \\ w_T \end{bmatrix}$$

$$\text{Ou } x_2 = \mathbf{H}_2 x_1.$$

Lanne e Saikkonen (2013) efetuam ainda uma terceira transformação que transforma as variáveis w_{T-s+1}, \dots, w_T em x_2 . Com essa finalidade, definem:

$$v_{k,T-s+k} = w_{T-s+k} - \sum_{j=-(n-1)r}^{-k} N_j \epsilon_{T-s+k+j}, \quad k = 1, \dots, s \quad (33)$$

Onde a soma é interpretada como zero quando $k > (n-1)r$, isto é, quando o limite inferior excede o limite superior. Note também que, de (17) e (22), $v_{k,T-s+k}$ pode ser expresso como função dos dados observados y_1, \dots, y_T e que a representação $v_{k,T-s+k} = \sum_{j=-k+1}^{\infty} N_j \epsilon_{T-s+k+j}$ vale, o que mostra que $v_{k,T-s+k}$ ($k = 1, \dots, s$) são independentes de ϵ_t , $t \leq T-s$. Agora, é possível introduzir a transformação:

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_r \\ \epsilon_{r+1} \\ \vdots \\ \epsilon_{T-s} \\ v_{1,T-s+1} \\ \vdots \\ v_{s,T} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_r \\ \epsilon_{r+1} \\ \vdots \\ \epsilon_{T-s} \\ w_{T-s+1} - N_{-(n-1)r} \epsilon_{T-s+1-(n-1)r} - \dots - N_{-1} \epsilon_{T-s} \\ \vdots \\ w_T - N_{-(n-1)r} \epsilon_{T-(n-1)r} - \dots - N_{-s} \epsilon_{T-s} \end{bmatrix} = \mathbf{H}_2 \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_r \\ \epsilon_{r+1} \\ \vdots \\ \epsilon_{T-s} \\ w_{T-s+1} \\ \vdots \\ w_T \end{bmatrix}$$

Ou

$$\mathbf{z} = \mathbf{H}_3 \mathbf{x}_2$$

Combinando as três transformações, os autores obtêm a equação:

$$\mathbf{z} = \mathbf{H}_3 \mathbf{H}_2 \mathbf{H}_1 \mathbf{y}$$

Onde as matrizes não estocásticas \mathbf{H}_1 , \mathbf{H}_2 e \mathbf{H}_3 são não singulares. A não singularidade de \mathbf{H}_2 e \mathbf{H}_3 advém do fato de que $\det(\mathbf{H}_2) = \det(\mathbf{H}_3) = 1$, o que pode ser facilmente verificado. A demonstração da não singularidade de \mathbf{H}_1 é tarefa mais complicada e pode ser encontrada em Lanne e Saikkonen (2013).

Aqui observar-se-á mais uma vez a utilidade das representações $MA(\infty)$ equivalentes, expostas na equação (24). Das equações (20) e (22) pode-se constatar que os componentes de \mathbf{z} dados por $\mathbf{z}_1 = (u_1, \dots, u_r)$, $\mathbf{z}_2 = (\epsilon_{r+1}, \dots, \epsilon_{T-s})$ e $\mathbf{z}_3 = (v_{1,T-s+1}, \dots, v_{s,T})$ são independentes. Portanto, sob valores verdadeiros dos parâmetros, a função densidade probabilidade conjunta de \mathbf{z} pode ser expressa como:

$$h_{\mathbf{z}_1}(\mathbf{z}_1) \left(\prod_{t=r+1}^{T-s} f_{\Sigma}(\epsilon_t; \lambda) \right) h_{\mathbf{z}_3}(\mathbf{z}_3) \quad (34)$$

Onde $h_{\mathbf{z}_1}(\cdot)$ e $h_{\mathbf{z}_3}(\cdot)$ significam as funções densidade probabilidade de \mathbf{z}_1 e \mathbf{z}_3 , respectivamente. Usando a especificação geral (17) dos modelos VAR(r, s) e o fato de que os determinantes de \mathbf{H}_2 e \mathbf{H}_3 são iguais a um, pode-se escrever a função densidade probabilidade conjunta do vetor de dados \mathbf{y} como:

$$h_{\mathbf{z}_1}(\mathbf{z}_1(\vartheta)) \left(\prod_{t=r+1}^{T-s} f_{\Sigma}(\Phi(L)\Psi(L^{-1})y_t; \lambda) \right) h_{\mathbf{z}_3}(\mathbf{z}_3(\vartheta)) |\det(\mathbf{H}_1)| \quad (35)$$

Onde o argumento $\mathbf{z}_1(\vartheta)$ é definido substituindo u_t na definição de \mathbf{z}_1 por $\Psi(L^{-1})y_t$ ($t = 1, \dots, r$) e $\mathbf{z}_3(\vartheta)$ é definido similarmente substituindo $v_{k, T-s+k}$ na definição

TEXTO para DISCUSSÃO

de z_3 por um análogo com $a(L) y_{T-s+k}$ e $\Phi(L)\Psi(L^{-1}) y_{T-s+k+j}$ usado no lugar de w_{T-s+k} e $\epsilon_{T-s+k+j}$, respectivamente ($j = -(n-1)r, \dots, -k, k = 1, \dots, s$).

Lanne e Saikkonen (2013) fazem notar que o determinante do bloco $(T-s) n \times (T-s) n$ do canto superior esquerdo de \mathbf{H}_1 é igual a um e, portanto, usando a já bem conhecida fórmula para o determinante de matrizes particionadas, é possível ver que o determinante de \mathbf{H}_1 é independente do tamanho T da amostra. Como consequência desse resultado, a aproximação da densidade conjunta de y reduz-se ao problema de aproximação apenas do segundo termo da expressão anterior. A função log-verossimilhança aproximada pode ser então descrita como:

$$l_T = \sum_{t=r+1}^{T-s} g_t(\theta) = \sum_{t=r+1}^{T-s} \log f(\epsilon_t(\vartheta)' \Sigma^{-1} \epsilon_t(\vartheta); \lambda) - \frac{1}{2} \log \det(\Sigma) \quad (36)$$

Onde

$$\epsilon_t(\vartheta) = u_t(\vartheta_2) - \sum_{j=1}^r \Phi_j(\vartheta_1) u_{t-j}(\vartheta_2) \quad (37)$$

E

$$u_t(\vartheta_2) = y_t - \Psi_1(\vartheta_2) y_{t+1} - \dots - \Psi_s(\vartheta_2) y_{t+s} \quad (38)$$

Maximizando $l_T(\theta)$ para os valores permitidos de θ obtém-se um estimador aproximado de máxima verossimilhança para θ .

6.4 Previsão

Conforme já exposto na seção 5, o estado atual da literatura sobre modelos autorregressivos não causais ainda não possibilita o desenvolvimento de análises estruturais, impossibilitando, portanto, a construção de funções impulso-resposta. Não obstante, as estimativas que já podem ser obtidas utilizando esses modelos não são, evidentemente, de todo inúteis. Graças

aos desenvolvimentos metodológicos de Nyberg e Saikkonen (2014), esses modelos já podem ser utilizados para a construção de previsões.

Uma característica facilitadora dos modelos autorregressivos tradicionais, no que diz respeito à construção de previsões, é que seus problemas de previsão são problemas lineares. Graças a essa característica, no caso dos convencionais e já consolidados modelos, é possível construir previsões lineares ótimas no sentido dos erros médios quadráticos, com fórmulas explícitas e fechadas, sem que seja necessário recorrer a métodos baseados em simulações.

Em contraste, no caso dos modelos não causais, conforme já enfatizado na literatura por Rosenblatt (2000) e Lanne, Luoto e Saikkonen (2012), o problema é não linear. Essa circunstância dificulta consideravelmente a construção de previsões, pois, para que se possa computá-las, é preciso, em geral, recorrer a métodos baseados em simulações. Ainda assim, Nyberg e Saikkonen (2014) desenvolveram o método. O ponto de partida dos autores é a equação (22) e a estratégia é aproximar a soma infinita nela presente por uma soma finita. Pelas equações (32) e (22), obtém-se a aproximação:

$$E_T(y_{T+h}) \approx a_1 E_T(y_{T+h-1}) + \dots + a_{nr} E_T(y_{T+h-nr}) + E_T \left(\sum_{j=-(n-1)r}^{M-h} N_j \epsilon_{T+h+j} \right) \quad (39)$$

Onde $M > 0$, assim como no caso univariado, é um número grande o suficiente para tornar negligenciáveis os erros da aproximação. Como $E_T(y_{T+h-j}) = y_{T+h-j}$ para $j \geq h$, previsões aproximadas podem ser computadas recursivamente iniciando-se de $h = 1$ se a expectativa condicional do último termo do lado direito de (39) for computada para todo $h \geq 1$. Portanto, o problema objetivamente reduz-se a computar uma aproximação para este último termo.

A ideia dos autores é aproximar a expectativa condicional presente no último termo da equação por meio de simulações. Não obstante, uma diferença complicadora para o caso multivariado em comparação ao caso univariado é que, no caso univariado considerado em Lanne, Luoto e Saikkonen (2012), a expectativa condicional equivalente ao último termo depende apenas dos erros $\epsilon_{T+1}, \dots, \epsilon_{T+M}$. No entanto, exceto para o caso puramente não causal ($r = 0$) isso não ocorre para o caso multivariado, uma vez que, nesse caso, os erros $\epsilon_{T+1-(n-1)r}, \dots, \epsilon_T$ também estão envolvidos e o fato de que $\epsilon_{T-s+1}, \dots, \epsilon_T$ ($s > 0$) não

podem ser expressados como funções dos dados observados causa complicações (Nyberg e Saikkonen, 2014). No caso puramente não causal esses erros desaparecem do lado direito da equação (39), simplificando a situação e permitindo que a solução seja uma extensão direta do método proposto em Lanne, Luoto e Saikkonen (2012) para o caso univariado. Já o caso geral requer um tratamento mais delicado. Os detalhes deste tratamento fogem do escopo deste trabalho, mas podem ser consultados em Nyberg e Saikkonen (2014).

A construção de previsões depende da especificação do parâmetro de truncamento M e de um número de replicações N para as simulações utilizadas para aproximar as expectativas condicionais. Lanne, Luoto e Saikkonen(2012) apresentam evidências, por meio de simulações, de que mesmo atribuindo valores relativamente pequenos ao parâmetro de truncamento M e ao número de replicações das simulações N , a aproximação descrita na equação (39) se demonstrou acurada. Baseado nestes exercícios de simulação, eles concluem como valores razoáveis para tais parâmetros $M = 50$ e $N = 10000$. Assim, para as aplicações empíricas a serem apresentadas nas próximas seções deste trabalho, é adotada a hipótese de que $M = 50$, conforme sugerido pela literatura. Não obstante, para N serão testados diversos valores. Maiores detalhes a respeito desta decisão serão providos na seção respectiva às aplicações.

6.5 Procedimento de seleção do modelo

Na prática, em aplicações econômicas, as ordens r e s de um modelo não causal são sempre desconhecidas. Diante deste fato, torna-se necessário especificá-las baseando-se, para isto, no conjunto de dados disponíveis para a modelagem. Nesta subseção será apresentado o procedimento de seleção de modelo proposto inicialmente por Breidt *et al.* (1991) e posteriormente estendido por Lanne e Saikkonen (2011).

Como já discutido na subseção 6.2, processos não causais de ordem r e s , sob erros gaussianos, não podem ser distinguidos de processos puramente causais de ordem $p = r + s$. Por esse motivo, a primeira condição necessária para a seleção de um modelo não causal é que sejam verificados sinais de não normalidade no conjunto de dados a ser utilizado. Com este objetivo, Lanne e Saikkonen (2011) propõem a estimação de um modelo gaussiano VAR(p)

que capture adequadamente as autocorrelações presentes no conjunto de dados utilizado para que, então, se teste a não normalidade para os seus resíduos.

Uma vez detectada a não normalidade, o próximo passo é selecionar número de defasagens e *leads* para escolher a melhor entre as diversas especificações alternativas de modelos VAR(r, s). Como o modelo VAR(p) foi identificado como o modelo que captura adequadamente as autocorrelações das séries de dados e, pelo problema da indistinguibilidade, sabe-se que um modelo não causal VAR(r, s) tal que $r + s = p$ apresenta a mesma função de autocorrelação, é razoável supor então que o modelo não causal que captura adequadamente as autocorrelações da série de dados está contido no conjunto dos modelos cujas ordens respeitam a condição $p = r + s$. Assim, deve-se estimar todos os modelos não causais VAR(r, s) possíveis, sujeitos à condição de que a soma dos *lags*, r , e *leads*, s , do modelo deve ser igual à quantidade *lags*, p , identificada anteriormente para o modelo VAR(p) puramente não causal estimado. Por exemplo, se $p = 2$, deve-se estimar o modelo causal VAR(2,0), e, nos casos não causais: VAR(1,1) e VAR(0,2).

Diante de todas as alternativas de modelo VAR(r, s) estimadas, deve-se finalmente decidir qual das especificações utilizar. A convenção na literatura, inicialmente proposta por Breidt *et al.* (1991) e reforçada por Lanne e Saikkonen (2011), é de se selecionar o modelo que produz o maior valor da função verossimilhança. Este será, portanto, o modelo final a ser utilizado. O procedimento pode ser então resumido em quatro etapas, conforme a seguir.

- 1) Por meio dos já convencionais métodos de seleção de modelos puramente causais, como os critérios de informação²⁸ e os autocorrelogramas, encontrar a ordem p adequada aos dados.
- 2) Estimar o modelo VAR(p) e teste a normalidade dos resíduos.
- 3) Caso a normalidade não seja rejeitada, não será possível identificar o modelo não causal e nada se perde utilizando uma representação AR causal convencional (Lanne e Saikkonen, 2013). No entanto, tendo a não normalidade identificada, estimar todos os modelos não causais AR(p) ou VAR(p) possíveis tais que $p = r + s$.
- 4) Selecionar o modelo que apresentar o maior valor da função verossimilhança.

28. Referente a critérios de informação, bayesianos ou não, como Akaike, Schwarz ou Hannan-Quinn, por exemplo.

Caso o modelo selecionado seja um modelo na forma $VAR(r, s)$, $s \neq 0$, então o procedimento reforça levemente a hipótese de existência de não causalidade nos dados a serem modelados e sugere a utilização de um VAR não causal. Caso o modelo selecionado seja um modelo na forma $VAR(r, 0)$, então o procedimento indica levemente a não existência de sinais de não causalidade nos dados a serem modelados e sugere a utilização de um modelo causal $VAR(p)$ tradicional. Todavia, cabe enfatizar que tal procedimento não é plenamente confiável ou conclusivo para a identificação da não causalidade no conjunto de dados considerado. Ocorre que a escolha arbitrária da distribuição não gaussiana, necessária para a identificação estatística do modelo não causal, pode comprometer a identificação da não causalidade para o conjunto de dados considerado, invalidando, assim, a seleção do modelo não causal.²⁹

Tornam-se, portanto, necessários, adicionalmente ao procedimento exposto acima, testes estatísticos rigorosos para a não causalidade ou não fundamentalidade, a fim de validar a escolha do modelo não causal selecionado. A respeito desses testes, podem ser citados os testes de fundamentalidade, como os propostos por Forni e Gambetti (2014) e por Canova e Sahneh (2018), bem como testes mais complexos para causalidade, como o proposto por Sahneh (2015a).

Neste trabalho, foi usado um conjunto de dados já constatado como não fundamental por Vonbun e Lima (2020), portanto, nesse conjunto de dados já foram feitos os testes de Forni e Gambetti (2014) e de Canova e Sahneh (2018) e ambos consideraram o conjunto dados e modelo como não fundamental. Com isso, havendo compreendido as potenciais causas dos fenômenos da não fundamentalidade e da não causalidade e suas possíveis consequências no âmbito fiscal, bem como os meios disponíveis na literatura para identificá-los e tratá-los, podemos finalmente prosseguir para uma primeira e inédita aplicação empírica para o Brasil dos métodos até aqui estudados.

29. Por exemplo, dado um mesmo conjunto de dados, o procedimento de seleção exposto, quando efetuado assumindo uma dada distribuição X, pode resultar na seleção de um modelo puramente causal convencional; enquanto, quando efetuado assumindo uma outra dada distribuição Y, pode resultar na seleção de um modelo não causal. Neste caso, o procedimento é inconclusivo em relação à existência ou não de não causalidade no conjunto de dados considerado. Em outras palavras: para que o procedimento seja suficiente para a identificação de não causalidade no conjunto de dados considerado, é preciso que se garanta que a distribuição não gaussiana utilizada é a distribuição correta para este conjunto.

7 APLICAÇÃO EMPÍRICA

Conforme já mencionado, Vonbun e Lima (2020) identificaram a não fundamentalidade no modelo considerado típico da literatura de VARs fiscais para o Brasil. No entanto, ainda que tenham diagnosticado o problema, os autores não lograram sucesso em tratá-lo por meio da adição de variáveis ao modelo. Cabe, portanto, a este trabalho, prosseguir com o desenvolvimento da literatura suprimindo esta lacuna. Conforme já discutido na seção 5, são diversas as alternativas de tratamento do problema da não fundamentalidade. Não obstante, para esta aplicação, tanto pela natureza fiscal dos dados quanto pelas evidências já obtidas em Vonbun e Lima (2020), optou-se por atacá-lo utilizando o modelo VAR não causal exposto na seção 6.

Na subseção 7.1 são apresentados os dados utilizados, considerados por Vonbun e Lima (2020). Na subseção 7.2 é efetuado o procedimento de seleção do modelo conforme descrito na subseção 6.5. Conforme esperado, uma vez já identificada a não fundamentalidade (e, logo, também a não causalidade) por Vonbun e Lima (2020), o modelo selecionado para os dados foi um modelo não causal, corroborando com o diagnóstico desses autores e reforçando, por mais um meio, a evidência da presença da não causalidade e não fundamentalidade em dados fiscais brasileiros. Na subseção 7.3 são apresentados os resultados. Primeiramente, na subseção 7.3.1 são apresentados os resultados da estimação, os quais apresentam evidências favoráveis à importância das expectativas sobre o futuro de diversas variáveis fiscais na determinação da dinâmica do sistema e, finalmente, diante dessas evidências, na subseção 7.3.2, o modelo estimado é utilizado para a construção de previsões. Em particular, essa aplicação busca verificar empiricamente se o modelo VAR não causal (que considera e trata o problema da não fundamentalidade) tem melhor capacidade preditiva que o modelo VAR usual (que desconsidera o problema). Como resultado, o desempenho preditivo do modelo não causal demonstrou-se consistentemente superior ao desempenho dos modelos VAR tradicionais.

7.1 Dados

O conjunto de dados utilizado consiste do mesmo conjunto usado por Vonbun e Lima (2020) para a testagem da ocorrência de não fundamentalidade. A frequência das séries

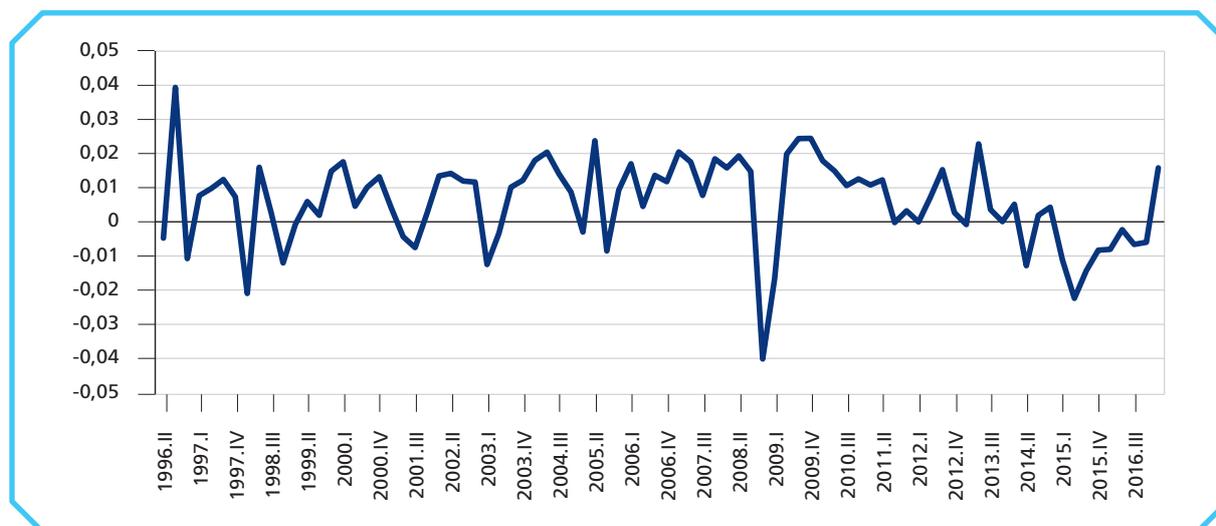
TEXTO para DISCUSSÃO

é trimestral e o período coberto vai do segundo trimestre de 1996 ao primeiro trimestre de 2017. As variáveis utilizadas são o PIB real a preços de 1995, o investimento real do governo, o gasto real do governo e a carga tributária real líquida. Todas as séries foram dessazonalizadas via ARIMA X13 e transformadas logaritmicamente. O teste de Dickey-Fuller aumentado foi efetuado para todas as séries e para nenhuma delas a hipótese nula de raiz unitária pôde ser recusada. Desse modo, todas as variáveis precisaram ser diferenciadas para garantir a estacionariedade do sistema, condição necessária para o modelo VAR não causal. Ainda, todas as variáveis passaram também pelo processo de padronização (*demeaning*). Os gráficos 3, 4, 5 e 6 apresentam as séries finais utilizadas.

GRÁFICO 3

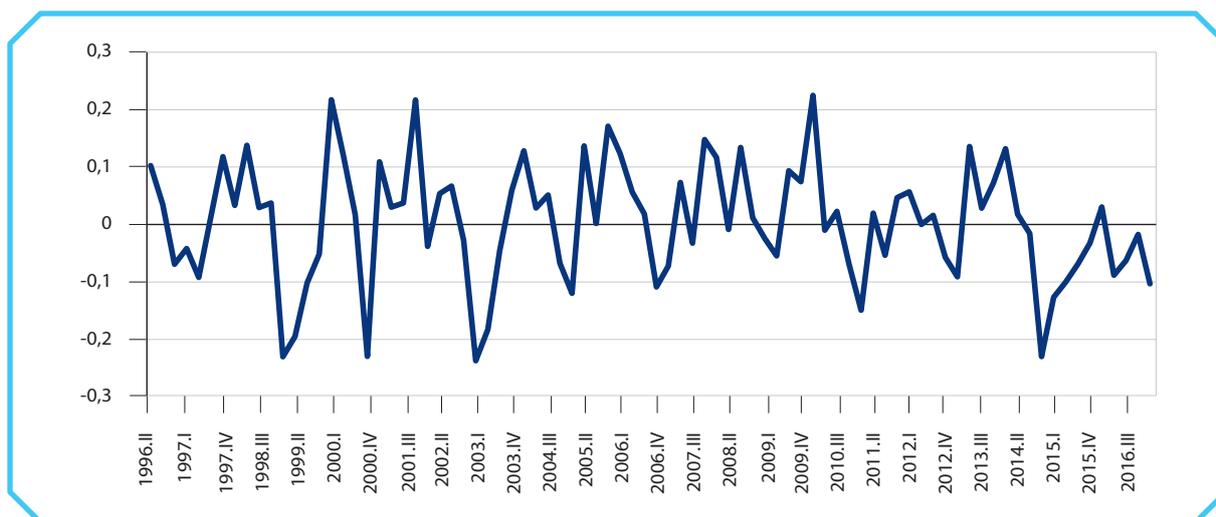
PIB real

(A preços de 1995, em *log*-diferença)

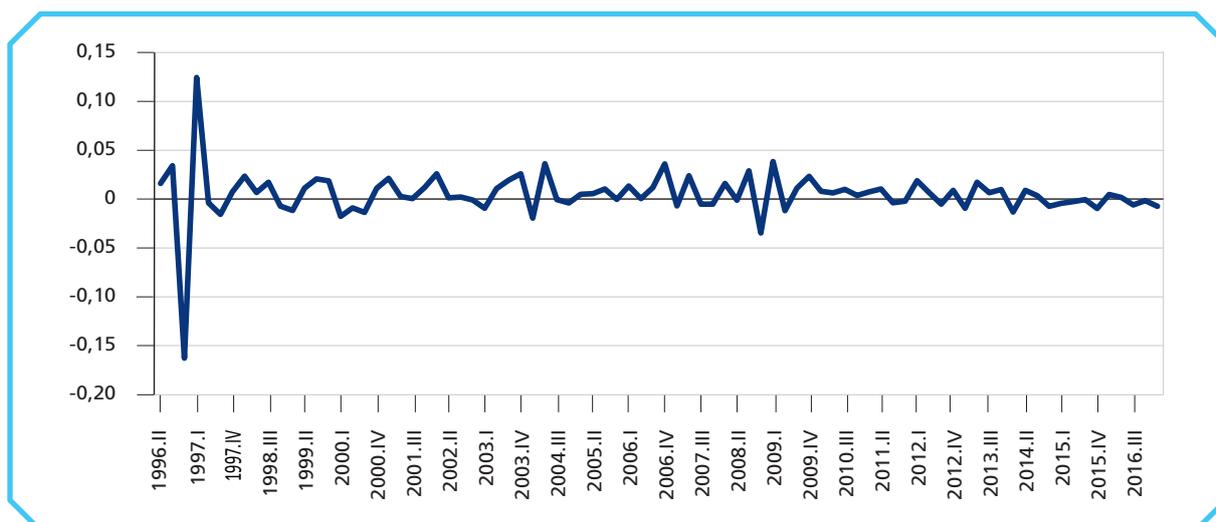


Elaboração dos autores.

Obs.: $\Delta \ln(PIB)$.

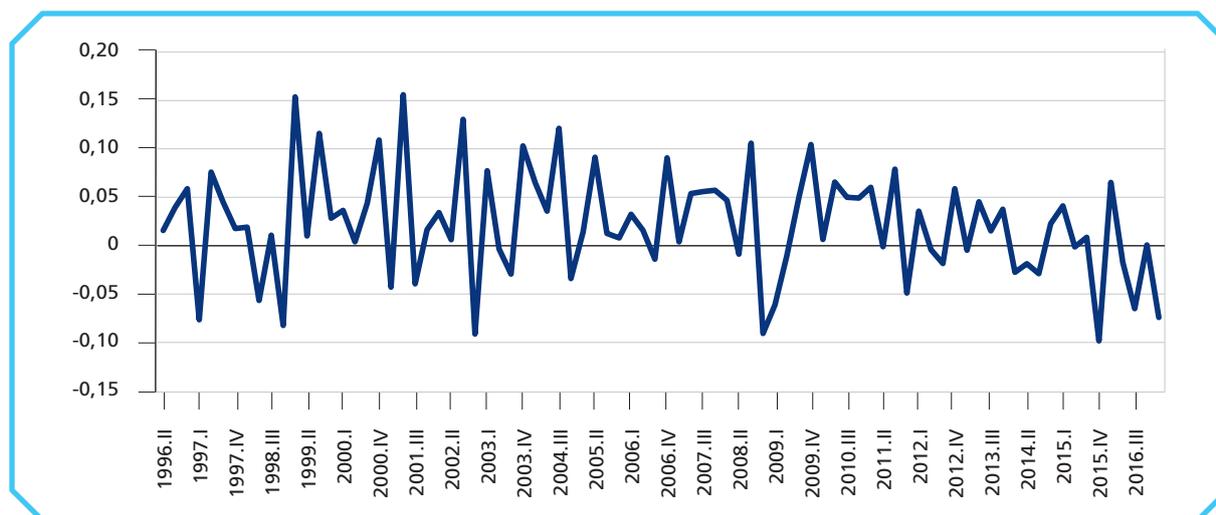
GRÁFICO 4**Investimento real do governo**(Em *log*-diferença)

Elaboração dos autores.

Obs.: $\Delta \ln(I)$.**GRÁFICO 5****Gasto real do governo**(Em *log*-diferença)

Elaboração dos autores.

Obs.: $\Delta \ln(G)$.

GRÁFICO 6**Carga tributária real líquida**(Em *log*-diferença)

Elaboração dos autores.

Obs: $\Delta \ln(CTL)$.**7.2 Seleção do modelo**

Seguindo o procedimento descrito na subseção 6.5, um modelo VAR puramente causal foi estimado e, utilizando tanto os critérios de informação quanto os demais critérios de diagnóstico da literatura, a ordem p ótima selecionada foi $p = 1$.³⁰ Os resultados dos critérios de informação estão reportados na tabela 1.

30. Ordem selecionada com base nos critérios de Schwarz (SC) e Hannan-Quinn (HQ).

TABELA 1**Resultados da seleção de modelos por meio dos critérios de informação**

Defasagem	LogL	LR	FPE	AIC	SC	HQ
0	-3143,625	NA	1,76e+29	78,69061	78,80971	78,73836
1	-2796,284	651,2636	4,44e+25	70,40710	71,00261 ¹	70,64585 ¹
2	-2775,904	36,17438	4,00e+25	70,29760	71,36951	70,72736
3	-2758,176	29,69384	3,86e+25	70,25441	71,80273	70,87517
4	-2744,885	20,93467	4,19e+25	70,32211	72,34684	71,13388
5	-2721,540	34,43361 ¹	3,57e+25	70,13849	72,63962	71,14127
6	-2702,559	26,09797	3,44e+25 ¹	70,06398 ¹	73,04152	71,25776
7	-2699,087	4,427858	4,95e+25	70,37716	73,83110	71,76195
8	-2692,703	7,500060	6,76e+25	70,61759	74,54793	72,19337

Fonte: Vonbun e Lima (2020).

Nota: ¹ Indica a ordem de defasagem selecionada pelo critério. LR – Estatística de Teste LR Sequencial Modificada (cada teste no nível de 5%); FPE – Erro Final de Previsão; AIC – Critério de Informação Akaike; SC – Critério de Informação Schwarz; HQ – Critério de Informação Hannan-Quinn.

Obs.: Variáveis endógenas: G CTL IG PIB. Variáveis exógenas: C. Data: 30/05/19 Hora: 20:21. Amostra: 1996T1 2019T2. Número de observações incluídas: 80.

A normalidade dos resíduos de um VAR(1) foi então testada por meio do teste de Jarque-Bera e sinais de não normalidade foram identificados, justificando assim a utilização de distribuições não gaussianas para a modelagem. Em linha com a literatura, optou-se pela distribuição t de Student para que seja possível a identificação dos modelos não causais. Os resultados do teste de Jarque-Bera estão reportados na tabela A.1 do apêndice.

Tendo a não normalidade identificada, prossegue-se finalmente para a efetiva seleção do modelo não causal. Como a ordem p selecionada pelo critério de informação foi $p = 1$, foram dois os modelos estimados: o modelo puramente causal VAR(1,0) = VAR(1) e o modelo puramente não causal VAR(0,1). Tendo apresentado o maior valor da função verossimilhança, este último foi, portanto, o modelo selecionado. Conforme já mencionado, esses são exatamente os mesmos dados que foram testados por Vonbun e Lima (2020), por meio dos testes de Forni e Gambetti (2014) e de Canova e Sahneh (2018), nos quais foi verificada a presença de não fundamentalidade para o VAR fiscal “representativo” da literatura empírica brasileira. Segundo estes autores, sob a covariância-estacionariedade, a não fundamentalidade implica a não causalidade e, assim, seus resultados também servem como uma verificação da não causalidade para o VAR fiscal “representativo” brasileiro. Os resultados do teste efetuado por

estes autores estão reportados na tabela A.1 do apêndice. Ademais, como colocam Lanne e Saikkonen (2013, p. 471, tradução nossa):

em aplicações econômicas, esperamos que os modelos VAR não causais sejam valiosos na verificação da chamada não fundamentalidade. Em Economia, um modelo é dito não fundamental se sua solução depende explicitamente do futuro, de modo que não possui uma representação VAR causal. Portanto, a não fundamentalidade está intimamente relacionada à não causalidade e a verificação da não causalidade pode ser vista como uma forma de testar a não fundamentalidade.

Desse modo, os resultados aqui obtidos com a seleção de um modelo não causal, seguindo o procedimento proposto por Lanne e Saikkonen (2013), corroboram a verificação da não fundamentalidade (e não causalidade) obtida por Vonbun e Lima (2020). Reforçam assim, por mais um meio, as evidências da presença de não fundamentalidade (e não causalidade) nos dados fiscais brasileiros obtidas por estes autores. Ainda segundo Lanne e Saikkonen (2013, p. 472, tradução nossa), “verificar a causalidade (ou fundamentalidade) é uma aplicação importante de nossos métodos, mas só pode ser considerada como o primeiro passo na análise empírica de dados de séries temporais. Uma vez que a não causalidade tenha sido detectada, seria natural usar o VAR não causal para previsão e análise estrutural”. Este é o intuito por trás da próxima seção.

7.3 Resultados

7.3.1 Estimação

Com o modelo selecionado, é possível agora estimá-lo e avaliar seus resultados. Os resultados do modelo VAR(0,1) estimado estão reportados na tabela 2.

TABELA 2
Resultados da estimação do VAR(0,1) fiscal

Ψ_1	0.2264 (0.1225)	0.0123 (0.0124)	-0.1745* (0.0463)	0.083* (0.023)	Σ	0.9285* (0.1759)	2.7604* (1.1066)	0.1399 (0.1495)	1.7486* (0.5933)
	-0.1276 (1.0953)	0.2802* (0.112)	-0.1575 (0.4097)	0.141 (0.2024)		2.7604* (1.1066)	80.1325* (15.0369)	0.7769 (1.367)	-1.2667 (4.8483)
	0.2217 (0.1521)	0.0118 (0.0157)	-0.2378* (0.0624)	0.0195 (0.0292)		0.1399 (0.1495)	0.7769 (1.367)	1.6033* (0.3415)	0.6746 (0.6882)
	1.409* (0.5635)	-0.0028 (0.0589)	-0.354 (0.2051)	-0.2703* (0.1059)		1.7486* (0.5933)	-1.2667 (4.8483)	0.6746 (0.6882)	20.1141* (3.7312)
λ	5.5482* (1.5373)				log L	-836.084			

Elaboração dos autores.

Obs.: 1. PIB, investimento do governo, gasto do governo e carga tributária líquida.

2. Os valores entre parênteses são os erros-padrão baseados na Hessiana da função *log*-verossimilhança. Asteriscos (*) indicam significância estatística a 5%; Ψ_1 é a matriz de coeficientes das variáveis um período à frente; Σ é a matriz de variância-covariância; λ é o parâmetro de graus de liberdade da distribuição *t* multivariada; e log L é a *log*-verossimilhança.

Como pode ser observado, as estimativas dos parâmetros de Ψ_1 parecem não rejeitar a presença de não causalidade nos dados fiscais brasileiros. Infelizmente, na impossibilidade de promover a identificação, não se pode isolar e quantificar corretamente os efeitos das variáveis futuras sobre as variáveis correntes específicas. Todavia, é ainda possível afirmar que a significância destes coeficientes informa a relevância destas variáveis sobre a dinâmica fiscal como um todo e, portanto, que apresentam evidências para o fenômeno da antecipação fiscal, da não causalidade e, conseqüentemente, da não fundamentalidade para os dados brasileiros.

A significância dos parâmetros $\Psi_{1,13}$ e $\Psi_{1,33}$ indica que um aumento futuro esperado dos gastos do governo um trimestre à frente tem impacto estatisticamente significativo sobre a dinâmica do sistema. Já a significância dos parâmetros $\Psi_{1,14}$ e $\Psi_{1,44}$ indica o mesmo, mas para aumentos futuros esperados da carga tributária líquida um trimestre à frente. A significância do parâmetro $\Psi_{1,22}$ indica que um aumento futuro esperado do investimento do governo um trimestre à frente impacta significativamente a dinâmica do sistema, enquanto a significância do parâmetro $\Psi_{1,41}$ indica o mesmo para um aumento futuro esperado do PIB um trimestre à frente.

São encontradas, portanto, evidências para a influência, sobre a dinâmica fiscal do sistema, das expectativas de todas as variáveis incluídas no modelo. Com efeito, todas as

quatro variáveis em *lead* apresentam coeficiente estatisticamente significativo em pelo menos uma das equações do sistema. Essas evidências ressaltam a importância da consideração da não fundamentalidade e da não causalidade em dados fiscais, uma vez que tais dados, em especial, estão sujeitos ao problema da antecipação fiscal já amplamente identificado na literatura fiscal, contudo, até então desconsiderado na maioria dos trabalhos nacionais.

A desconsideração desses fenômenos pode acarretar em estimativas fiscais pouco confiáveis. Para ilustrar este potencial problema, na próxima subseção nós comparamos os resultados de previsões utilizando o VAR não causal aqui estimado com modelos VAR tradicionais de ordem equivalente, utilizando os mesmos dados.

7.3.2 Previsões

Como sugerem Lanne e Saikkonen (2013, p. 471, tradução nossa), “uma vez que a não fundamentalidade muitas vezes invalida o uso de métodos econométricos convencionais, ser capaz de detectá-la com antecedência é importante”. E “uma vez que a não causalidade tenha sido detectada, seria natural usar o VAR não causal para previsão e análise estrutural” (*op. cit.*, p. 472, tradução nossa). Não obstante, sobre a análise estrutural, os autores alertam “requerer métodos que não estão prontamente disponíveis” (*idem, ibidem*).

Diante dessa limitação da literatura, resta-nos aqui apresentar, como aplicações empíricas, previsões construídas utilizando o modelo estimado. A ideia é comparar o desempenho preditivo do modelo não causal com o do modelo causal tradicional, buscando assim verificar se a especificação não causal, supostamente correta, considerando a não fundamentalidade, oferece ganhos em relação à especificação tradicional, supostamente incorreta, que desconsidera o problema da não fundamentalidade. Assim, com base no VAR não causal estimado, bem como em um modelo VAR tradicional, nós efetuamos previsões para o PIB com vistas à elaboração de uma análise comparativa do desempenho de ambas as projeções.

As previsões pontuais são computadas para fora da amostra para quatro trimestres à frente, ou seja, para o período do segundo trimestre de 2017 ao primeiro trimestre de 2018. Esse período de previsão, em particular, foi escolhido com o objetivo de evitar a utilização

de dados do período da greve dos caminhoneiros, ocorrida no segundo trimestre de 2018. Previsões haviam sido construídas para intervalos contendo esse período e, tendo havido grandes distorções por motivos totalmente exógenos, decidiu-se por descartá-las e optou-se pela construção de previsões pontuais para períodos de maior estabilidade, que garantam maior confiabilidade estatística às comparações.

As métricas de avaliação de acurácia utilizadas foram o erro médio quadrático de previsão (*mean squared forecast error* – MSFE); a raiz do erro médio quadrático de previsão (*root mean squared forecast error* – RMSFE); o erro médio absoluto de previsão (*mean absolute forecast error* – MAFE) e o erro médio percentual (*mean average percentual error* – MAPE). Foram construídas previsões para diferentes números de replicações, possibilitando assim não apenas a análise da evolução das acurácias preditivas conforme são estendidos os horizontes de previsão, como também a análise de acordo com a variação do número de replicações. Essa análise pode também ser entendida como uma avaliação da robustez das previsões construídas. Os erros de previsão sob a ótica de todas as métricas comportam-se de maneira bastante estável conforme o número de replicações aumenta de 10 mil a 500 mil.

Em geral, o modelo VAR(0,1), nas diferentes especificações, no que tange às replicações e aos diferentes horizontes, apresenta consistentemente menores erros que o modelo VAR(1). As exceções ocorrem em cinco situações, com baixo número de replicações e com horizonte longo (10 mil ou 100 mil replicações e horizonte de quatro trimestres). O aumento do número de replicações para 200 mil acarretou melhores previsões do VAR(0,1) em todos os casos e em todos os horizontes.

As métricas relativas³¹ estão reportadas na tabela 3. Valores abaixo da unidade indicam a superioridade preditiva do modelo não causal em relação ao modelo causal de ordem correspondente. Os resultados apontam para a superioridade preditiva do modelo não causal VAR(0,1) em relação ao modelo puramente causal VAR(1) para quase todos os casos. Com efeito, das 64 métricas relativas calculadas, em 59 o valor encontrado situa-se abaixo da

31. Razões simples entre as métricas de acurácia preditiva das previsões construídas pelos modelos VAR não causais e modelos VAR causais convencionais.

unidade. Em nenhum caso simulações com 200 mil ou mais repetições levaram a previsões piores que as do VAR(1).

TABELA 3

Avaliação da acurácia preditiva relativa dos modelos causais e não causais por diferentes métricas para diferentes horizontes e números de replicações

Horizonte	VAR(0,1)/ VAR(1)			
	Número de replicações			
	10 mil	100 mil	200 mil	500 mil
MSFE Relativo				
1	0.3695	0.3349	0.4030	0.4177
2	0.8040	0.8371	0.9271	0.9461
3	0.7691	0.9761	0.9135	0.9291
4	1.0184	1.0223	0.9353	0.9205
RMSFE Relativo				
1	0.6079	0.5787	0.6349	0.6463
2	0.8967	0.9149	0.9629	0.9727
3	0.8770	0.9880	0.9558	0.9639
4	1.0092	1.0111	0.9671	0.9594
MAFE Relativo				
1	0.6079	0.5787	0.6349	0.6463
2	0.8452	0.8596	0.8945	0.9056
3	0.8413	0.9452	0.8999	0.9118
4	0.9831	0.9874	0.9301	0.9055
MAPE Relativo				
1	0.6079	0.5787	0.6349	0.6463
2	0.8921	0.9095	0.9541	0.9645
3	0.8614	0.9823	0.9434	0.9558
4	0.9936	1.0069	0.9637	0.9515

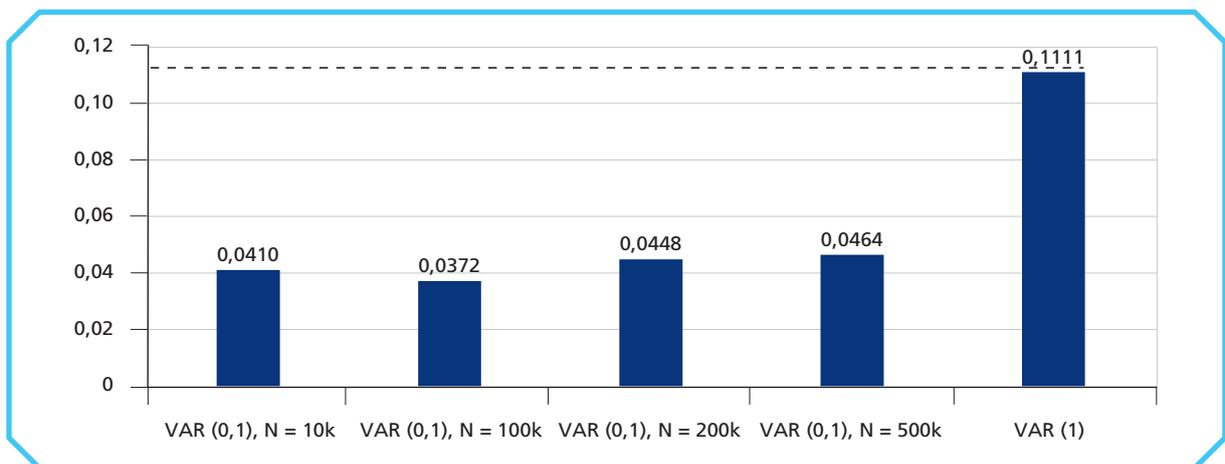
Elaboração dos autores.

Nos gráficos 7 a 22, a superioridade preditiva do modelo não causal pode ser facilmente notada. Neles são reportados, em gráficos de barra, as métricas de avaliação de acurácia preditiva para cada modelo. No caso do VAR não causal, são reportadas as métricas para cada número de replicações. A última barra, da esquerda para a direita, indica sempre a métrica para o modelo convencional VAR(1) puramente causal. Assim, barras em nível inferior à última indicam superioridade dos modelos não causais VAR(0,1). Para auxiliar a comparação, foram introduzidas linhas tracejadas ao nível da métrica de acurácia preditiva do VAR(1), em cada contexto.

Pode-se concluir, portanto, que nessa aplicação as evidências apontam para a superioridade preditiva dos modelos VAR não causais em relação aos modelos VAR puramente causais convencionais quando se considera o conjunto de dados e o período analisados. Estas evidências empíricas, mais uma vez, tornam explícita a importância da consideração do problema da não fundamentalidade (e da não causalidade) em modelos VAR fiscais.

GRÁFICO 7

MSFE para os modelos VAR(0,1) e VAR(1) fiscais

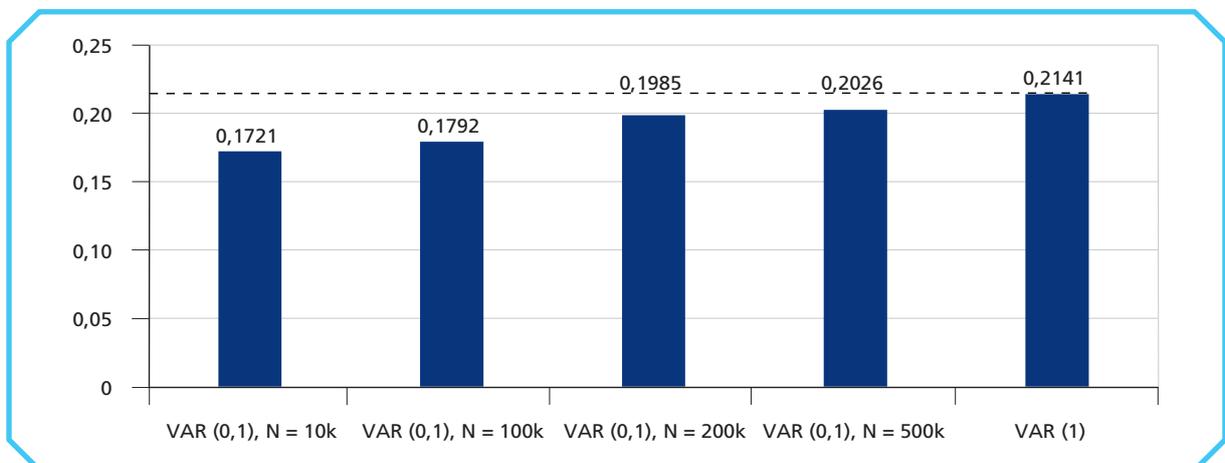


Elaboração dos autores.

Obs.: $h = 1$.

GRÁFICO 8

MSFE para os modelos VAR(0,1) e VAR(1) fiscais

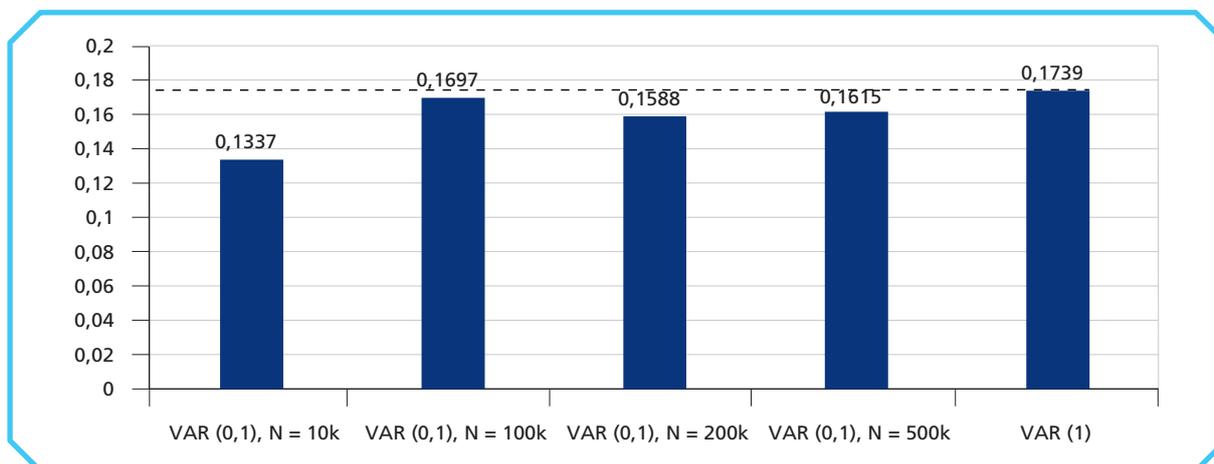


Elaboração dos autores.

Obs.: $h = 2$.

GRÁFICO 9

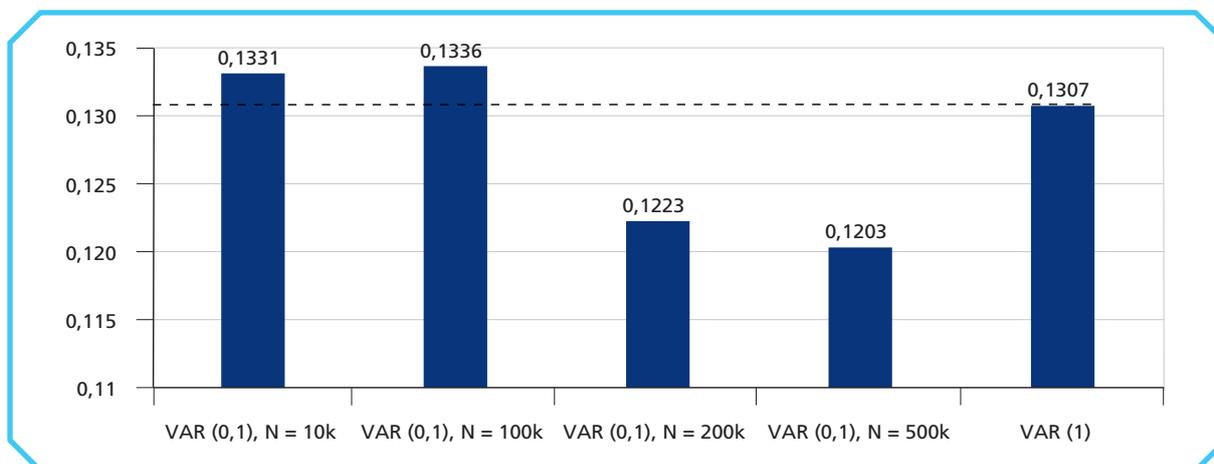
MSFE para os modelos VAR(0,1) e VAR(1) fiscais



Elaboração dos autores.

Obs.: $h = 3$.**GRÁFICO 10**

MSFE para os modelos VAR(0,1) e VAR(1) fiscais

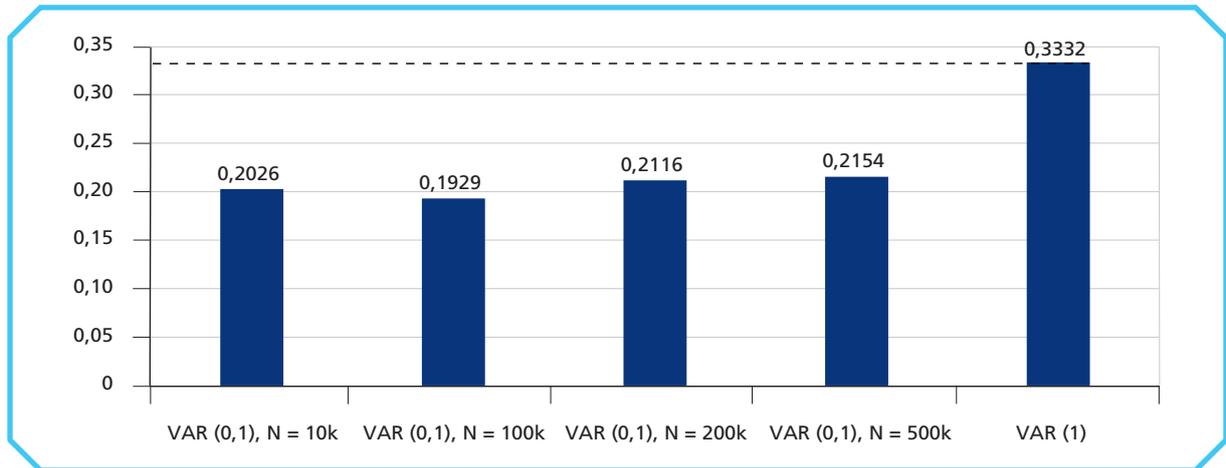


Elaboração dos autores.

Obs.: $h = 4$.

GRÁFICO 11

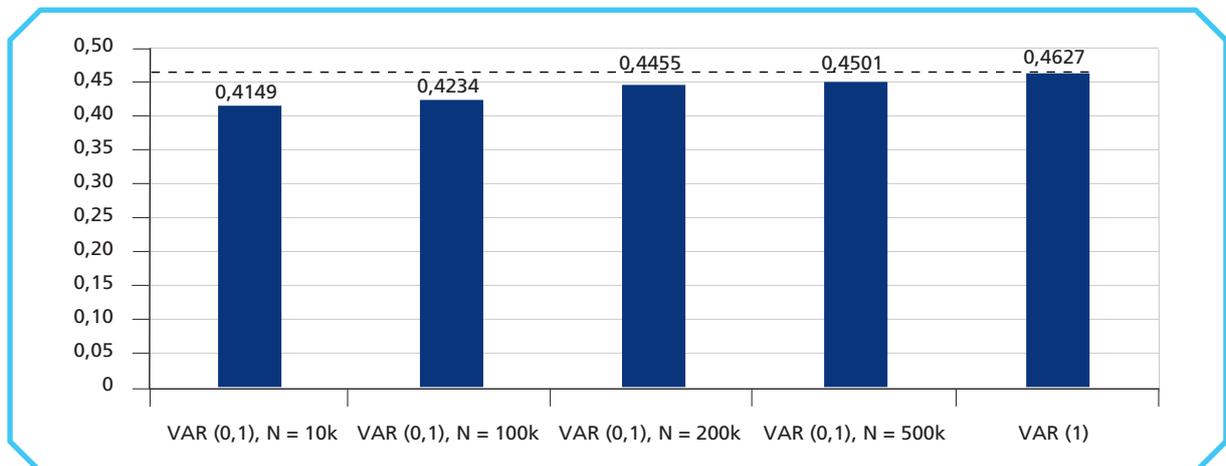
RMSFE para os modelos VAR(0,1) e VAR(1) fiscais



Elaboração dos autores

Obs.: $h = 1$.**GRÁFICO 12**

RMSFE para os modelos VAR(0,1) e VAR(1) fiscais

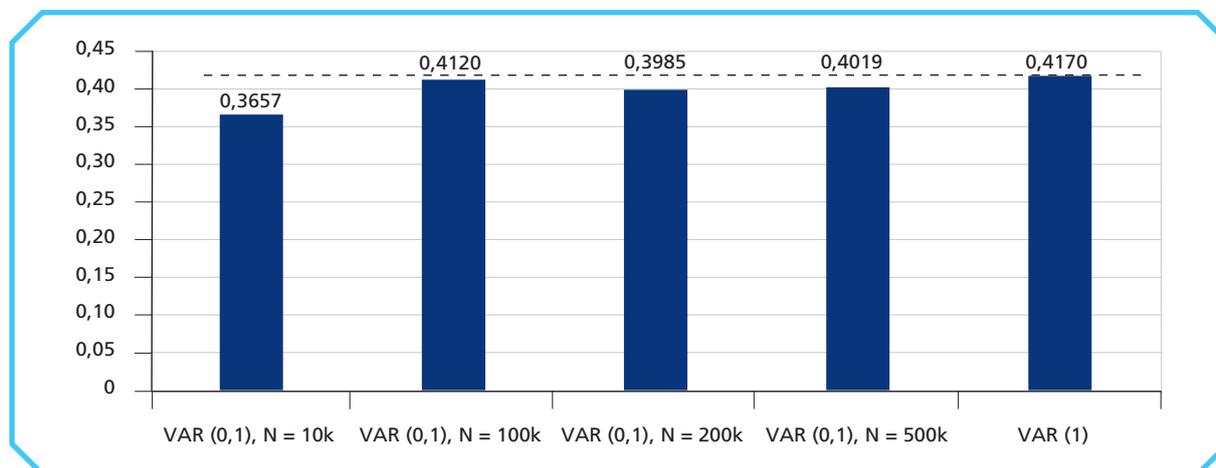


Elaboração dos autores

Obs.: $h = 2$.

GRÁFICO 13

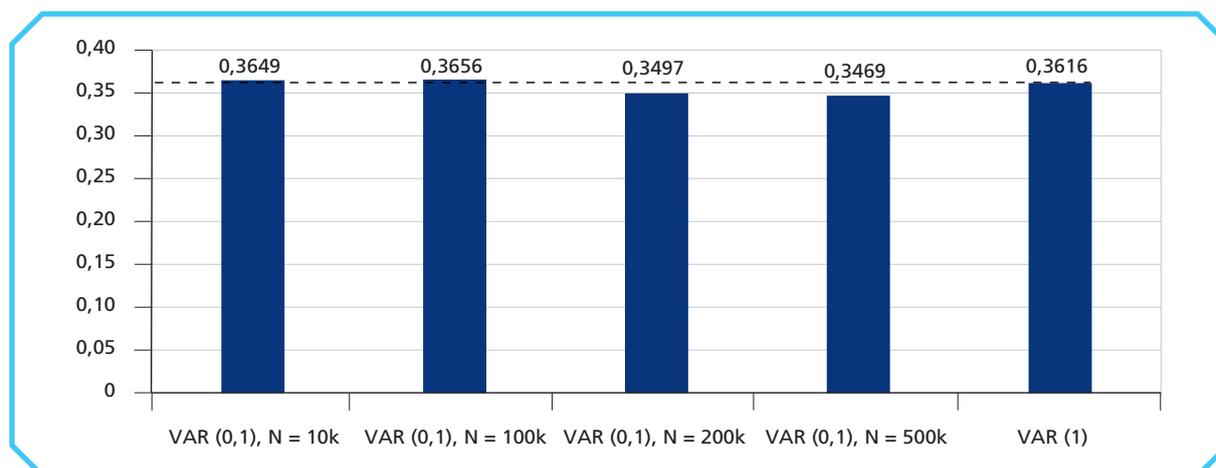
RMSFE para os modelos VAR(0,1) e VAR(1) fiscais



Elaboração dos autores.

Obs.: $h = 3$.**GRÁFICO 14**

RMSFE para os modelos VAR(0,1) e VAR(1) fiscais

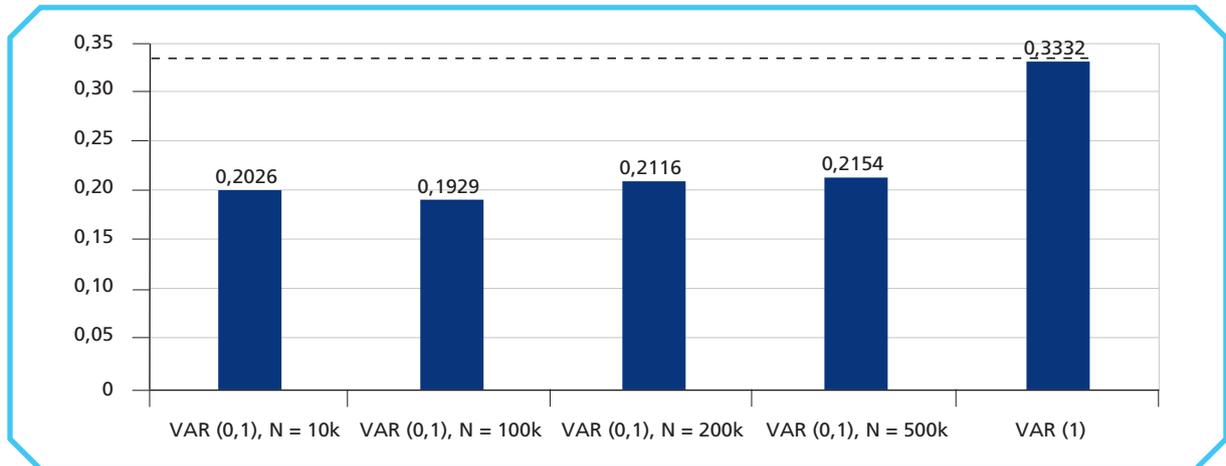


Elaboração dos autores.

Obs.: $h = 4$.

GRÁFICO 15

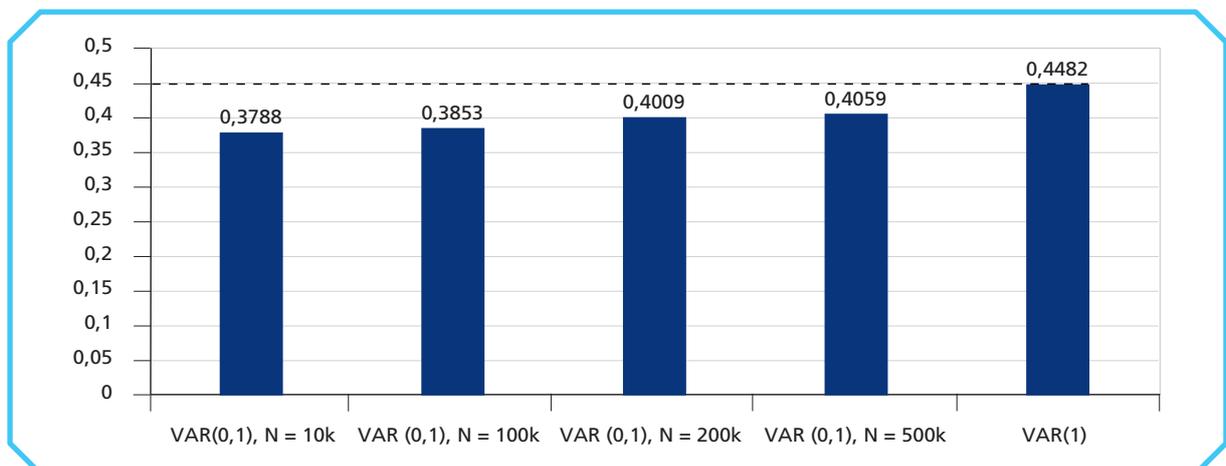
MAFE para os modelos VAR(0,1) e VAR(1) fiscais



Elaboração dos autores.

Obs.: $h = 1$.**GRÁFICO 16**

MAFE para os modelos VAR(0,1) e VAR(1) fiscais



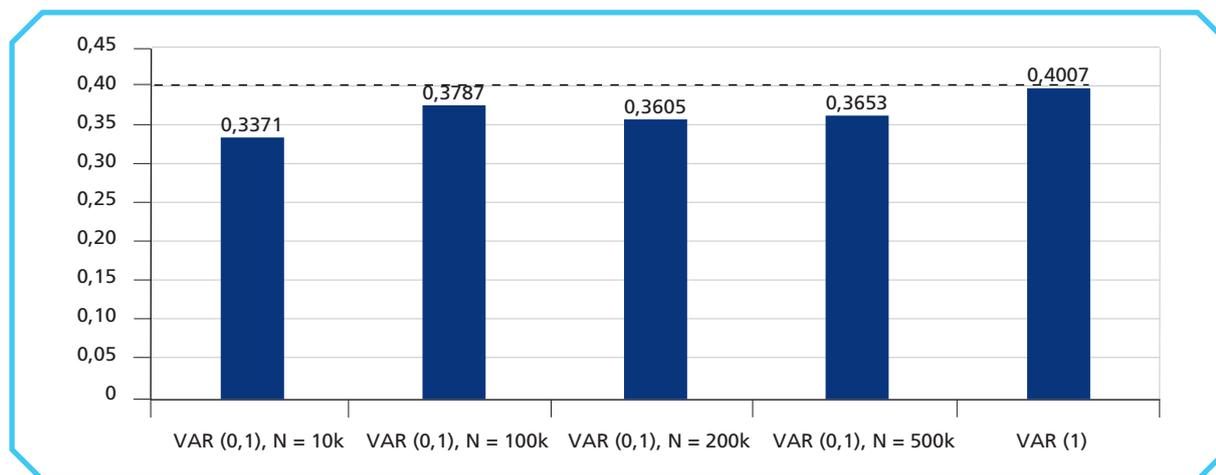
Elaboração dos autores.

Obs.: $h = 2$.

TEXTO para DISCUSSÃO

GRÁFICO 17

MAFE para os modelos VAR(0,1) e VAR(1) fiscais

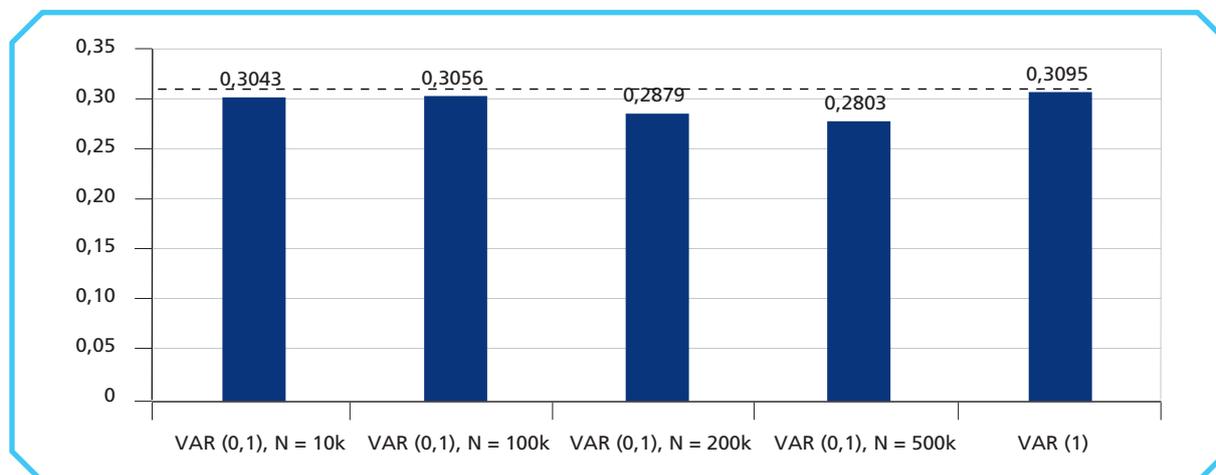


Elaboração dos autores.

Obs.: $h = 3$.

GRÁFICO 18

MAFE para os modelos VAR(0,1) e VAR(1) fiscais

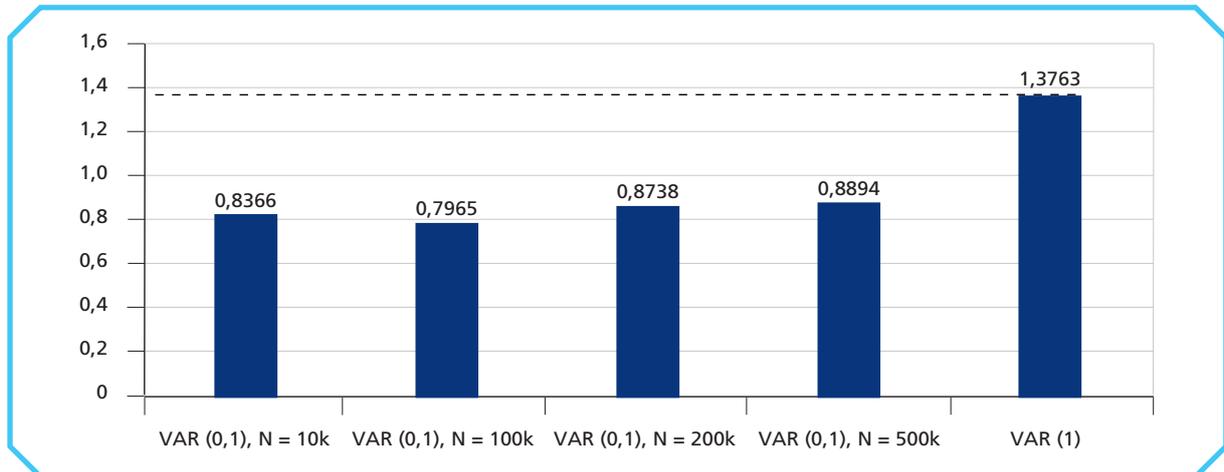


Elaboração dos autores.

Obs.: $h = 4$.

GRÁFICO 19

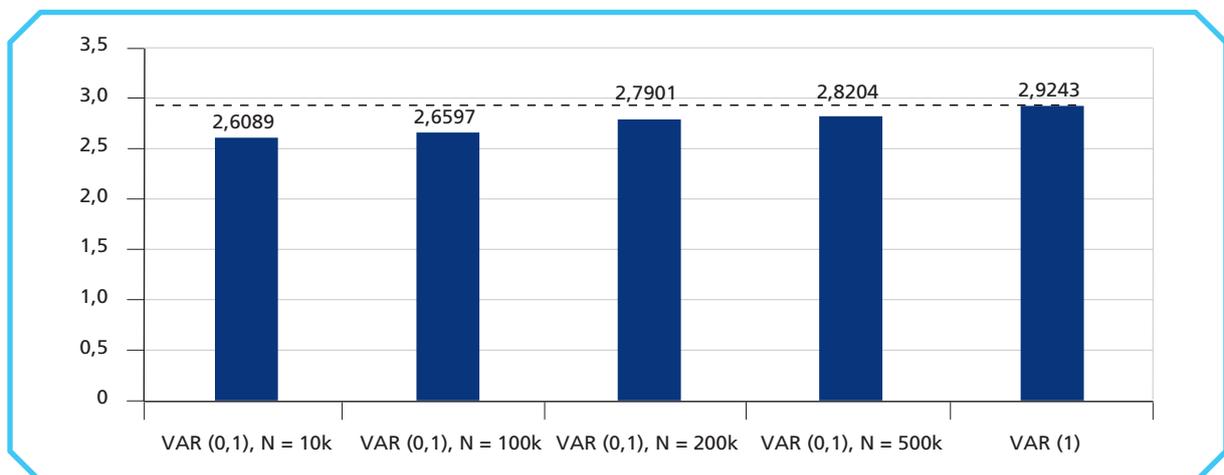
MAPE de previsão para os modelos VAR(0,1) e VAR(1) fiscais



Elaboração dos autores.

Obs.: $h = 1$.**GRÁFICO 20**

MAPE de previsão para os modelos VAR(0,1) e VAR(1) fiscais

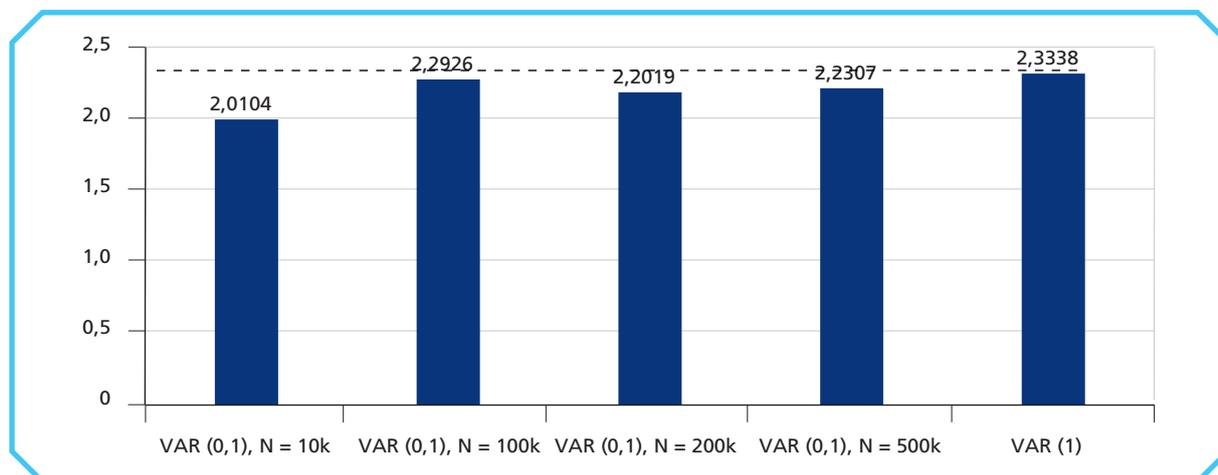


Elaboração dos autores.

Obs.: $h = 2$.

GRÁFICO 21

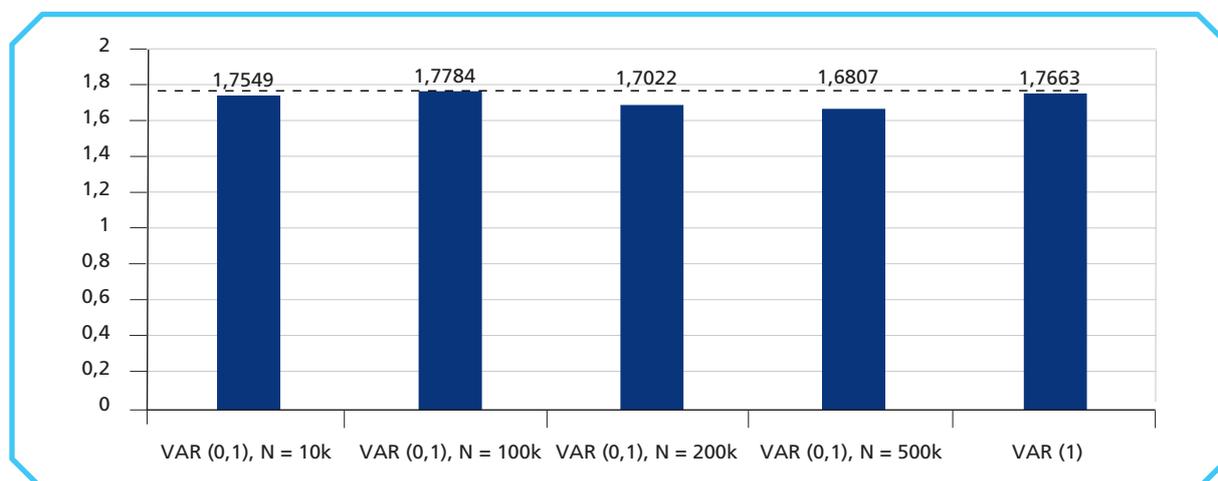
MAPE de previsão para os modelos VAR(0,1) e VAR(1) fiscais



Elaboração dos autores.

Obs.: $h = 3$.**GRÁFICO 22**

MAPE de previsão para os modelos VAR(0,1) e VAR(1) fiscais



Elaboração dos autores.

Obs.: $h = 4$.**8 CONCLUSÃO**

Este estudo apresenta o emprego de um modelo VAR não causal, conforme proposto por Lanne e Saikkonen (2013), para um conjunto de dados tipicamente utilizado em modelos fiscais para o Brasil. A vantagem do modelo não causal é permitir a inclusão não apenas

de *lags*, como no caso dos modelos VAR tradicionais, mas também de *leads* das variáveis a serem modeladas. O modelo permite, assim, a inclusão explícita de valores futuros das variáveis pertencentes ao sistema, o que pode ser entendido como uma abstração do conceito das expectativas. Esse conceito é de especial interesse no contexto de dados fiscais, uma vez que tais dados estão especialmente inclinados a padecer do fenômeno da antecipação fiscal, que, por sua vez, engendra nos dados fiscais os problemas da não causalidade e da não fundamentalidade. Assim, os modelos não causais viabilizam uma estimação mais adequada dos coeficientes do VAR quando os dados utilizados apresentam sinais de não causalidade e não fundamentalidade, apresentando-se como alternativa atrativa para aplicações fiscais. A desvantagem de tais modelos é a impossibilidade, até o momento, de análise estrutural.

Os dados fiscais trimestrais utilizados foram os calculados por Orair *et al.* (2016),³² que consolidaram as finanças públicas do país e a dividiram em investimento, gasto corrente e receita tributária líquida. Adicionalmente, foi incluído também o PIB real trimestral, calculado pelo IBGE, obtido junto ao seu sítio na internet. Para esse mesmo conjunto de dados, Vonbun e Lima (2020) já haviam previamente verificado a presença do fenômeno da não fundamentalidade. Tratando-se de dados covariância-estacionários, isso equivale ao diagnóstico de não causalidade, justificando assim a utilização do modelo.

O procedimento proposto por Lanne e Saikkonen (2013) foi efetuado e um modelo VAR não causal foi selecionado, corroborando levemente a verificação da não fundamentalidade (e não causalidade) já anteriormente obtida por Vonbun e Lima (2020). Tal seleção reforçou assim, por um novo meio adicional, as evidências da presença de não fundamentalidade (e não causalidade) nos dados fiscais brasileiros obtidas por estes autores.

Em particular, o modelo selecionado foi um modelo puramente não causal de um *lead*, ou seja, o sistema estimado dependia dos valores das variáveis no presente e de suas expectativas em relação a um trimestre à frente. Todas as variáveis demonstraram-se estatisticamente significativas, em pelo menos uma das equações do sistema, para a determinação da dinâmica geral do sistema. A estimação apresentou, portanto, evidências de que aumentos futuros

32. Posteriormente atualizados até 2017 pela equipe de Finanças Públicas da Diretoria de Estudos e Políticas Macroeconômicas (Dimac) do Ipea.

esperados do PIB, dos investimentos do governo, dos gastos do governo e da carga tributária líquida possuem influência significativa sobre as dinâmicas fiscais do país. Interessante ainda notar que a seleção de um modelo puramente causal (ou seja, que inclui apenas *leads* de cada uma das variáveis modeladas) pelo procedimento efetuado pode indicar que as expectativas sobre o futuro das variáveis fiscais podem ser tão importantes quanto, ou até mais, que os seus valores passados.

Não obstante a impossibilidade da análise estrutural, o estado atual da literatura metodológica sobre modelos VAR não causais já permite a construção de previsões. Assim, com o objetivo de comparar o desempenho do modelo VAR fiscal não causal estimado em relação ao modelo VAR fiscal usual, sob um conjunto de dados não fundamentais, foram construídas previsões para o PIB.

Os resultados foram plenamente favoráveis à previsão com o modelo VAR não causal, em especial quando se considera um maior número de simulações. Apenas em cinco casos, com baixo número de simulações e para um horizonte preditivo de quatro trimestres o modelo não causal foi pior que o VAR tradicional. Aumentando o número de interações, o VAR não causal sempre obteve desempenho superior. Sendo assim, o emprego de modelos VAR não causal parece trazer um ganho preditivo relevante, que deve ser considerado pelos econométricos, ao menos para o período e o conjunto de dados empregado.

Portanto, nosso trabalho apresenta evidências que corroboram: i) a presença de não fundamentalidade e não causalidade em dados fiscais, em linha com os resultados já obtidos anteriormente em Vonbun e Lima (2020); ii) a importância dos valores futuros esperados das variáveis fiscais sobre a dinâmica fiscal do país; e iii) a superioridade empírica preditiva do modelo VAR não causal, que considera o problema da não fundamentalidade (e da não causalidade), em relação ao modelo VAR tradicional, o qual desconsidera o mesmo problema neste conjunto de dados “típicos” da literatura.

Todas essas evidências ressaltam a importância da consideração da não fundamentalidade e da não causalidade em dados fiscais brasileiros, uma vez que tais dados, em especial, estão sujeitos ao problema da antecipação fiscal já amplamente identificado na literatura fiscal, contudo até então desconsiderado na maioria dos trabalhos nacionais.

Ganhos ainda maiores para os estudos empíricos poderão ser obtidos quando se avançar nas técnicas de identificação do VAR não causal. Sugestões para futuras pesquisas envolvem a utilização do VAR não causal em outros conjuntos de dados e contextos econômicos. Projetos mais ambiciosos podem envolver o desenvolvimento de técnicas de identificação e análise estrutural para tais modelos, permitindo assim a construção de funções impulso resposta e análise de multiplicadores fiscais utilizando tais modelos.

REFERÊNCIAS

ALESSI, L.; BARIGOZZI, M.; CAPASSO, M. **A review of nonfundamentalness and identification in structural VAR models**. Frankfurt: European Central Bank, 2008. (Working Paper Series, n. 922).

ALMUNIA, M. *et al.* **From great depression to great credit crisis: similarities, differences and lessons**. Cambridge: NBER, 2009. (NBER Working Paper Series, n. 15524).

ARIAS, J. E.; RUBIO-RAMIREZ, J. F.; WAGGONER, D. **Inference based on SVARs identified with sign and zero restrictions: theory and applications**. Atlanta: Federal Reserve Bank of Atlanta, 2014. (Dynare Working Paper Series, n. 30).

AUERBACH, A. J.; GORODNICHENKO, Y. **Measuring the output responses to fiscal policy**. Cambridge: NBER, 2010. (NBER Working Paper Series, n. 16311).

_____. **Fiscal multipliers in recession and expansion**. Cambridge: NBER, 2011. (NBER Working Paper Series, n. w17447).

BEAUDRY, P. *et al.* When is nonfundamentalness in a VAR a real problem? **Review of Economic Dynamics**, v. 34, p. 221-243, 2019.

BEAUDRY, P.; NAM, D.; WANG, J. **Do mood swings drive business cycles and is it rational?** Cambridge: NBER, 2011. (NBER Working Paper Series, n. 17651).

BLANCHARD, O. J.; PEROTTI, R. An empirical characterization of the dynamic effects of changes in government spending and taxes on output. **The Quarterly Journal of Economics**, v. 117, n. 4, p. 1329-1368, 2002.

BLANCHARD, O. J.; QUAH, D. The dynamic effects of aggregate demand and supply disturbances. **American Economic Review**, v. 79, n. 4, p. 655-673, 1989.

BREIDT, F. J. *et al.* Maximum likelihood estimation for noncausal autoregressive processes. **Journal of Multivariate Analysis**, n. 36, p. 178-98, 1991.

BURNSIDE, C.; EICHENBAUM, M.; FISHER, J. Fiscal shocks and their consequences. **Journal of Economic Theory**, v. 115, issue 1, p. 89-117, 2004.

CAGGIANO, G. *et al.* Estimating fiscal multipliers: news from a non-linear world. **Economic Journal**, n. 25, p. 746-776, 2015.

CALDARA, D.; KAMPS, C. **The analytics of SVAR: a unified framework to measure fiscal multipliers**. Washington: Federal Reserve Board, 2012. (Finance and Economics Discussion Series, 2012-20).

CANOVA, F.; SAHNEH, M. H. Are small-scale SVARs useful for business cycle analysis? Revisiting non-fundamentalness. **Journal of the European Economic Association**, v. 16, issue 4, p. 1069-1093, 2018.

CASTELO-BRANCO, M. A.; LIMA, E. C. R.; PAULA, L. F. de. Mudanças de regime e multiplicadores fiscais no Brasil em 1999-2012: uma avaliação empírica com uso da metodologia MS-SBVAR. **Política e Planejamento Econômico**, v. 48, n. 2, p. 163-220, 2016.

CAVALCANTI, M. A. F. H.; SILVA, N. L. C. Dívida pública, política fiscal e nível de atividade: uma abordagem VAR para o Brasil no período 1995-2008. **Economia Aplicada**, v. 14, n. 4, p. 391-418, 2010.

CLOYNE, J. **What are the effects of tax changes in the United Kingdom?** New evidence from a narrative evaluation. Munich: CESifo, 2011. (CESifo Working Paper, n. 3433).

EDELBERG, W.; EICHENBAUM, M.; FISCHER, J. D. M. Understanding the effects of a shock to government purchases. **Review of Economic Dynamics**, v. 2, n. 1, p. 166-206, 1999.

FATÁS, A.; MIHOV, A. **The effects of fiscal policy on consumption and employment: theory and evidence**. Washington: CEPR, 2001. (CEPR Discussion Papers, n. 2760).

FAVERO, C.; GIAVAZZI, F. **Debt and the effects of fiscal policy**. Boston: Federal Reserve Bank of Boston, 2007. (Working Papers, n. 07-4).

FERNÁNDEZ-VILLAVARDE, J. *et al.* ABCs (and Ds) of understanding VARs. **American Economic Review**, v. 97, n. 3, 2007.

FORNI, M. *et al.* Opening the Black Box: structural factor models with large cross-sections. **Econometric Theory**, n. 25, p. 1319-1347, 2009.

FORNI, M.; GAMBETTI, L. **Testing for sufficient information in structural VARs**. Washington: CEPR, 2011. (CEPR Discussion Papers, n. 8209).

_____. Sufficient information in structural VARs. **Journal of Monetary Economics**, n. 66, p. 124-36, 2014.

FORNI, M.; GAMBETTI, L.; SALA, L. No news in business cycles. **The Economic Journal**, 124, p. 1168-1191, 2014.

_____. **Fundamentalness, granger causality and aggregation**: a comment on Canova and Sahneh, JEEA. Washington: RECent,, 2018. (RECent Center for Economic Research Working Paper Series, n. 139).

GALÍ, J.; VALLÉS, J.; LÓPEZ-SALIDO, D. Understanding the effects of government spending on consumption. **Journal of the European Economic Association**, n. 5, v. 1, p. 227-270, 2007.

GIANNONE, D.; REICHLIN, L. Does information help recovering structural shocks from past observations? **Journal of the European Economic Association**, n. 4, v. 2-3, p. 455-465, 2006.

GORDON, R. J.; KRENN, R. **The end of the Great Depression 1939-41**: policy contributions and fiscal multipliers. Cambridge: NBER, 2010. (NBER Working Paper Series, n. 16380).

HANSEN, L. P.; SARGENT, T. J. Formulating and estimating dynamic linear rational expectations models. **Journal of Economic Dynamics and Control**, n. 2, p. 7-46, 1980.

HECQ, A., ISSLER, J. V.; TELG, S. Mixed causal-noncausal autoregressions with exogenous regressors. **Journal of Applied Econometrics**, 2020.

HECQ, A.; SUN, L. Identification of noncausal models by quantile autoregressions. **Econometrics**, 2019.

HONG, Y.; LEE, Y-J. Generalized spectral tests for conditional mean models in time series with conditional heteroscedasticity of unknown form. **The Review of Economic Studies**, n. 72, v. 2, p. 499-541, 2005.

HYEONGWOO, K. **Generalized impulse response analysis**: general or extreme? Munich: MPRA, 2009. (MPRA Paper, n. 17014).

ILZETZKI, E. **Fiscal policy and debt dynamics in developing countries**. Washington: Policy World Bank Research, 2012. (Working Paper, n. 5666).

JASIAK, J.; GOURIEROUX, C. Filtering, prediction and simulation methods for noncausal processes. **Journal of Time Series Analysis**, 2015.

KILIAN, L.; LUTKEPOHL, H. **Structural vector autoregressive analysis**. Cambridge: Cambridge University Press, 2016.

KILIAN, L.; MURPHY, D. P. The role of inventories and speculative trading in the global market for crude oil. **Journal of Applied Econometrics**, n. 29, p. 454-478, 2014.

LANNE, M.; LUOTO, J. Noncausal bayesian vector autoregression. **CREATES Research Paper**, p. 2014-2017, 2014.

LANNE, M.; LUOTO, J.; SAIKKONEN, P. Optimal forecasting of noncausal autoregressive time series. **International Journal of Forecasting**, n. 28, v. 3, p. 623-631, 2012.

LANNE, M.; NYBERG, H.; SAARINEN, E. **Forecasting U.S. macroeconomic and financial time series with noncausal and causal AR models: a comparison**. Munich: MPRA, 2011. (MPRA Paper, n. 30254).

LANNE, M.; SAIKKONEN, P. Noncausal autoregressions for economic time series. **Journal of Time Series Econometrics**, 2011.

_____. Noncausal vector autoregression. **Econometric Theory**, n. 29, p. 447-481, 2013.

LEEPER, E. M.; WALKER, T. B.; YANG, S.-C. S. **Fiscal foresight: analytical issues**. Minneapolis: SED, 2008. (Meeting Papers, n. 786).

_____. **Foresight and information flows**. Cambridge: NBER, 2011. (NBER Working Paper Series, n. w16951).

_____. Fiscal foresight and information flows. **Econometrica**, v. 81, n. 3, p. 1115-1145, 2013.

LIPPI, M.; REICHLIN, L. The dynamic effects of aggregate demand and supply disturbances: comment. **American Economic Review**, n. 83, v. 3, p. 644-652, 1993a.

_____. VAR analysis, non-fundamental representations, blaschke matrices. **Journal of Econometrics**, n. 63, p. 307-325, 1993b.

MATHESON, J.; PEREIRA, J. **Fiscal multipliers for Brazil**. Washington: IMF, 2016. (IMF Working Paper, n. WP/16/79).

MENDONÇA, M. J.; MEDRANO, L. A.; SACHSIDA, A. **Avaliando os efeitos da política fiscal no Brasil: resultados de um procedimento de identificação agnóstica**. Brasília: Ipea, 2009. (Texto para Discussão, n. 1377).

MERTENS, K.; RAVN, M. O. Measuring the impact of fiscal policy in the face of anticipation: a structural VAR approach. **The Economic Journal**, v. 120, n. 5, p. 393-413, 2010.

_____. **A reconciliation of SVAR and narrative estimates of tax multipliers**. Washington: CEPR, 2012. (CEPR Discussion Papers, n. 8973).

MONACELLI, T.; PEROTTI, R.; TRIGARI, A. **Unemployment fiscal multipliers**. Cambridge: NBER, 2011. (NBER Working Paper Series, n. w1593).

MOUNTFORD, A.; UHLIG, H. What are the effects of fiscal policy shocks? **Journal of Applied Econometrics**, n. 24, p. 960-992, 2009.

NYBERG, H.; SAIKKONEN, P. Forecasting with a noncausal VAR model. **Computational Statistics and Data Analysis**, n. 76, p. 536-555, 2014.

ORAIR, R. O.; SIQUEIRA, F. de F.; GOBETTI, S. W. Política fiscal e ciclo econômico: uma análise baseada em multiplicadores do gasto público. *In*: **Prêmio do Tesouro Nacional 2016**. Brasília: Tesouro Nacional, 2016.

OWYANG, M.; RAMEY, V. A.; ZUBAIRY, S. Are government spending multipliers greater during periods of slack? Evidence from the twentieth-century historical data. **American Economic Review: Papers and Proceedings**, n. 103, v. 3, p. 129-134, 2013.

PERES, M. A. F. Efeitos dinâmicos dos choques fiscais do governo central no PIB do Brasil. *In*: **Prêmio do Tesouro Nacional**. Brasília: Tesouro Nacional, 2007.

PERES, M. A. F.; ELLERY JUNIOR, R. de G. Efeitos dinâmicos dos choques fiscais do governo central no PIB do Brasil. **Pesquisa e Planejamento Econômico**, v. 39, n. 2, p. 159-206, 2009.

PEROTTI, R. **Estimating the effects of fiscal policy in OECD countries**. Washington: CEPR, 2005. (CEPR Discussion Paper, n. 4842).

_____. In search of the transmission mechanism of fiscal policy. **NBER Macroeconomics Annual**, v. 22, p. 169-226, 2007.

PIRES, M. C. de C. Controvérsias recentes sobre multiplicadores fiscais. **Multiplicadores Fiscais no Brasil**, v. 1, p. 9-23, 2012.

RAMEY, V. A. Can government purchases stimulate the economy? **Journal of Economic Literature**, v. 49, n. 3, p. 673-68, 2011.

RAMEY, V. A.; SHAPIRO, M. D. Costly capital reallocation and the effects of government spending. **Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy**, n. 48, p. 145-194, 1998.

RAVENNA, F. Vector autoregressions and reduced form representations of DSGE models. **Journal of Monetary Economics**, v. 54, n. 7, p. 2048-2064, 2007.

ROMER, C.; ROMER, D. The macroeconomic effects of tax changes: estimates based on a new measure of fiscal shocks. **American Economic Review**, n. 100, p. 763-801, 2010.

ROSENBLATT, M. **Gaussian and non-gaussian linear time series and random fields**. New York: Springer-Verlag, 2000.

RUBIO-RAMIREZ, J. F.; WAGGONER, D. F.; ZHA, T. Structural vector autoregressions: theory of identification and algorithms for inference. **Review of Economic Studies**, n. 77, p. 665-696, 2010.

SAHNEH, M. H. Testing for noncausal vector autoregressive representation. **Proceedings of Economics and Finance Conferences**, n. 2204921, 2015a.

_____. **Are shocks obtained from SVAR fundamental?** Munich: MPRA, 2015b. (MPRA Paper, n. 65126).

_____. **Testing for non-fundamentality**. Munich: MPRA, 2016. (MPRA Paper, n. 71924).

SANTOS, C. H. M. *et al.* **Uma metodologia de estimação da formação bruta de capital fixo das administrações públicas brasileiras em níveis mensais para o período 2002-2010**. Brasília: Ipea, 2011. (Texto para Discussão, n. 1660).

SIMS, C. 1972. Money, income, and causality. **The American Economic Review**, v. 62, n. 4, p. 540-552, 1972.

_____. Macroeconomics and reality. **Econometrica**, v. 48, n. 1, p. 1-48, 1980.

SIQUEIRA, F. de F. Política fiscal: uma revisão literária. **Temas de Economia Aplicada**, n. 426, p. 29-36, 2016.

STOCK, J. H.; WATSON, M. W. Forecasting using principal components from a large number of predictors. **Journal of the American Statistical Association**, v. 97, n. 460, 2002.

UHLIG, H. What are the effects of monetary policy on output? Results from an agnostic identification procedure. **Journal of Monetary Economics**, n. 52, p. 381-419, 2005.

UNAL, U. Rethinking the effects of policy on macroeconomic aggregates: a disaggregated SVAR analysis. **Journal for Economic Forecasting**, v. 18, n. 3, p. 120-135, 2011.

VONBUN, C.; LIMA, E. C. R. **Há fundamentalidade nos modelos VAR fiscal típicos para o Brasil?** Brasília: Ipea, 2020. (Texto para Discussão, n. 2555).

YANG, S.-C. S. Quantifying tax effects under policy foresight. **Journal of Monetary Economics**, n. 52, v. 8, p. 1557-1568, 2005.

APÊNDICE

TABELA A.1**Resultados dos testes Jarque-Bera para normalidade**

Componente	Assimetria	Chi-quadrado	G.L.	Probabilidade
1	-2,316679	77,82155	1	0,0000
2	-0,138122	0,276628	1	0,5989
3	0,080499	0,093962	1	0,7592
4	-0,986608	14,11425	1	0,0002
Conjunta		92.30639	4	0.0000
Componente	Curtose	Chi-quadrado	G.L.	Probabilidade
1	16,08080	620,2643	1	0,0000
2	3,834746	2,525903	1	0,1120
3	4,255636	5,715255	1	0,0168
4	4,798800	11,72934	1	0,0006
Conjunta		640.2348	4	0.0000
Componente	Jarque-Bera	G.L.	Probabilidade	
1	698,0859	2	0,0000	
2	2,802530	2	0,2463	
3	5,809218	2	0,0548	
4	25,84359	2	0,0000	
Conjunta	732.5412	8	0.0000	

Fonte: Vonbun, C.; Lima, E. C. R. *Há fundamentalidade nos modelos VAR fiscal típicos para o Brasil?* Brasília: Ipea, 2020. (Texto para Discussão, n. 2555).

Obs.: 1. Ortogonalização: Cholesky (Lütkepohl). H0: Resíduos são normais (multivariada). Data: 30 de maio de 2019 Hora: 20:21. Amostra: 1996T1 2019T2. Observações Incluídas: 87.

2. G. L. – graus de liberdade.

TABELA A.2**Resultado do teste de fundamentalidade de Canova e Sahneh (CH)**

Número de componentes principais	p -valor (sem dívida, com dívida no grupo de controle) (A)	p -valor (sem dívida no grupo controle) (B)
1	0,2364	0,2364
2	0,0836	0,0836
3	0,0285	0,0285
4	0,0154	0,0154
5	0,0227	0,0227
6	0,0432	0,0432
7	0,0620	0,0620
8	0,0277	0,0277
9	0,0407	0,0407

Fonte: Vonbun, C.; Lima, E. C. R. *Há fundamentalidade nos modelos VAR fiscal típicos para o Brasil?* Brasília: Ipea, 2020. (Texto para Discussão, n. 2555).

EDITORIAL

Chefe do Editorial

Reginaldo da Silva Domingos

Supervisão

Carlos Henrique Santos Vianna

Revisão

Bruna Oliveira Ranquine da Rocha

Carlos Eduardo Gonçalves de Melo

Elaine Oliveira Couto

Lis Silva Hall

Mariana Silva de Lima

Marlon Magno Abreu de Carvalho

Vivian Barros Volotão Santos

Matheus Tojeiro da Silva (estagiário)

Rebeca Raimundo Cardoso dos Santos (estagiária)

Editoração

Aline Cristine Torres da Silva Martins

Mayana Mendes de Mattos

Mayara Barros da Mota (estagiária)

Capa

Aline Cristine Torres da Silva Martins

Projeto Gráfico

Aline Cristine Torres da Silva Martins

The manuscripts in languages other than Portuguese published herein have not been proofread.

Livraria Ipea

SBS – Quadra 1 - Bloco J - Ed. BNDES, Térreo.

70076-900 – Brasília – DF

Fone: (61) 2026-5336

Correio eletrônico: livraria@ipea.gov.br

Missão do Ipea

Aprimorar as políticas públicas essenciais ao desenvolvimento brasileiro por meio da produção e disseminação de conhecimentos e da assessoria ao Estado nas suas decisões estratégicas.



ipea Instituto de Pesquisa
Econômica Aplicada

MINISTÉRIO DA
ECONOMIA



PÁTRIA AMADA
BRASIL
GOVERNO FEDERAL