

Mário Jorge Mendonça; Góes, Geraldo Sandoval

Working Paper

Metodologias para previsão de receitas tributárias no Brasil

Texto para Discussão, No. 2560

Provided in Cooperation with:

Institute of Applied Economic Research (ipea), Brasília

Suggested Citation: Mário Jorge Mendonça; Góes, Geraldo Sandoval (2020) : Metodologias para previsão de receitas tributárias no Brasil, Texto para Discussão, No. 2560, Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (IPEA), Brasília

This Version is available at:

<https://hdl.handle.net/10419/240755>

Standard-Nutzungsbedingungen:

Die Dokumente auf EconStor dürfen zu eigenen wissenschaftlichen Zwecken und zum Privatgebrauch gespeichert und kopiert werden.

Sie dürfen die Dokumente nicht für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, öffentlich zugänglich machen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Sofern die Verfasser die Dokumente unter Open-Content-Lizenzen (insbesondere CC-Lizenzen) zur Verfügung gestellt haben sollten, gelten abweichend von diesen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

Terms of use:

Documents in EconStor may be saved and copied for your personal and scholarly purposes.

You are not to copy documents for public or commercial purposes, to exhibit the documents publicly, to make them publicly available on the internet, or to distribute or otherwise use the documents in public.

If the documents have been made available under an Open Content Licence (especially Creative Commons Licences), you may exercise further usage rights as specified in the indicated licence.

TEXTO PARA **DISCUSSÃO**

2560

**METODOLOGIAS PARA PREVISÃO DE
RECEITAS TRIBUTÁRIAS NO BRASIL**

**Mário Jorge Mendonça
Geraldo Sandoval Góes**



METODOLOGIAS PARA PREVISÃO DE RECEITAS TRIBUTÁRIAS NO BRASIL

Mário Jorge Mendonça¹
Geraldo Sandoval Góes²

1. Técnico de planejamento e pesquisa na Diretoria de Estudos e Políticas Regionais, Urbanas e Ambientais (Dirur) do Ipea. *E-mail*: <mario.mendonca@ipea.gov.br>.

2. Especialista em políticas públicas e gestão governamental na Diretoria de Estudos e Políticas Macroeconômicas (Dimac) do Ipea. *E-mail*: <geraldo.goes@ipea.gov.br>.

Governo Federal

Ministério da Economia

Ministro Paulo Guedes

ipea Instituto de Pesquisa
Econômica Aplicada

Fundação pública vinculada ao Ministério da Economia, o Ipea fornece suporte técnico e institucional às ações governamentais – possibilitando a formulação de inúmeras políticas públicas e programas de desenvolvimento brasileiros – e disponibiliza, para a sociedade, pesquisas e estudos realizados por seus técnicos.

Presidente

Carlos von Doellinger

Diretor de Desenvolvimento Institucional

Manoel Rodrigues Junior

Diretora de Estudos e Políticas do Estado, das Instituições e da Democracia

Flávia de Holanda Schmidt

Diretor de Estudos e Políticas Macroeconômicas

José Ronaldo de Castro Souza Júnior

Diretor de Estudos e Políticas Regionais, Urbanas e Ambientais

Nilo Luiz Saccaro Júnior

Diretor de Estudos e Políticas Setoriais de Inovação e Infraestrutura

André Tortato Rauen

Diretora de Estudos e Políticas Sociais

Lenita Maria Turchi

Diretor de Estudos e Relações Econômicas e Políticas Internacionais

Ivan Tiago Machado Oliveira

Assessora-chefe de Imprensa e Comunicação

Mylena Fiori

Ouvidoria: <http://www.ipea.gov.br/ouvidoria>

URL: <http://www.ipea.gov.br>

Texto para Discussão

Publicação seriada que divulga resultados de estudos e pesquisas em desenvolvimento pelo Ipea com o objetivo de fomentar o debate e oferecer subsídios à formulação e avaliação de políticas públicas.

© Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada – **ipea** 2020

Texto para discussão / Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada.- Brasília : Rio de Janeiro : Ipea , 1990-

ISSN 1415-4765

1. Brasil. 2. Aspectos Econômicos. 3. Aspectos Sociais. I. Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada.

CDD 330.908

As publicações do Ipea estão disponíveis para *download* gratuito nos formatos PDF (todas) e EPUB (livros e periódicos).
Acesse: <http://www.ipea.gov.br/portal/publicacoes>

As opiniões emitidas nesta publicação são de exclusiva e inteira responsabilidade dos autores, não exprimindo, necessariamente, o ponto de vista do Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada ou do Ministério da Economia.

É permitida a reprodução deste texto e dos dados nele contidos, desde que citada a fonte. Reproduções para fins comerciais são proibidas.

JEL: H20; H22; C32.

SUMÁRIO

SINOPSE

ABSTRACT

1 INTRODUÇÃO	7
2 JUSTIFICATIVA	8
3 BASE DE DADOS E ASPECTOS GERAIS	11
4 ASPECTOS METODOLÓGICOS.....	14
5 RESULTADOS OBTIDOS.....	24
6 COMENTÁRIOS FINAIS	28
REFERÊNCIAS	29
BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTAR.....	31
APÊNDICE A	32
APÊNDICE B	35
APÊNDICE C	43
APÊNDICE D	48
APÊNDICE E.....	54

SINOPSE

O objetivo deste estudo é realizar um exercício de modelagem econométrica das séries individuais de tributos visando à obtenção da elasticidade-renda e à projeção futura para cada tributo. Para isso, fez-se uso dos modelos linear dinâmico (MLD) e fatorial dinâmico (MFD), ambos estimados com base na abordagem bayesiana. Nossa amostra de tributos corresponde a mais de 90% da carga tributária brasileira, sendo composta de dados mensais entre dezembro de 2006 e maio de 2019. A previsão dentro da amostra é feita para o período de um ano, enquanto a projeção fora da amostra vai de junho de 2019 a junho de 2020. Os resultados obtidos corroboraram a expectativa quanto à adequação das metodologias empregadas. Os exercícios de validação da previsão mostraram excelente *performance*, tendo em vista os diversos critérios de avaliação. Em particular, para a maior parte dos casos, o erro acumulado percentual registrou um valor abaixo de 4%, sendo que, em alguns casos, o valor obtido para esse indicador ficou abaixo de 1%.

Palavras-chave: carga tributária brasileira; despesas obrigatórias; modelo linear dinâmico; modelo fatorial dinâmico; amostrador de Gibbs; projeção.

ABSTRACT

The objective of this study is to perform an econometric modeling exercise of the individual series of taxes aiming to obtain income elasticity and the future projection for each tax. For this, we apply dynamic linear models (MLD) and dynamic factor (MFD), both estimated based on the Bayesian approach. Our sample of taxes accounts for over 90% of the Brazilian tax burden, consisting of monthly data between December 2006 and May 2019. The forecast within the sample is made for the period of one year while the projection out of the sample is from June 2019 to June 2020. The results obtained corroborate the expectation regarding the adequacy of the methodologies used. The exercises for forecast validation showed excellent performance considering the various evaluation criteria. In particular, for most cases, the percentage accumulated error was below 4%; and in some cases the value obtained for this indicator was below 1%.

Keywords: Brazilian gross tax burden; dynamic linear model; dynamic factorial model; Gibbs sampling; forecasting.

1 INTRODUÇÃO

O objetivo deste trabalho é modelar, com base na abordagem econométrica, o comportamento de uma amostra de tributos responsável por mais de 90% da arrecadação tributária no Brasil. Isso é feito baseado na modelagem das séries individuais de tributos federais. Com esse fim, utilizaremos duas metodologias para modelar as séries de arrecadação tributária: o modelo linear dinâmico (MLD) e o modelo fatorial dinâmico (MFD). Em ambas, os parâmetros variam no tempo.

A aplicação de modelos com coeficientes variáveis para a modelagem de séries tributárias, mas sob a ótica frequentista, não é inédita na literatura brasileira na literatura brasileira, como se pode ver em Hernández (1998) e Portugal e Portugal (2001). Também Brasil (2018) aplica modelos com coeficientes que variam no tempo, na perspectiva clássica para projetar as séries tributárias.

Um ponto importante, comum para ambos os modelos deste estudo, é a opção por modelar o componente sazonal das séries endogenamente.¹ Apesar de pouco usual na literatura, tal procedimento permite obter estimativas significativamente mais ajustadas aos dados, assim como projeções mais confiáveis, sobretudo nas séries de alguns tributos, fortemente dominadas por elementos sazonais. Em segundo lugar, os modelos foram estimados com base na abordagem bayesiana (Gamerma e Lopes, 1997; Kim e Nelson, 1999; West e Harrison, 1997), que, entre outras vantagens, permite a obtenção de estimativas em pequenas amostras, sendo mais confiável que os métodos frequentistas (Gelman *et al.*, 2003, p. 696). Por fim, como já foi ressaltado, as séries de tributos foram modeladas separadamente, procedimento muito mais eficaz em termos práticos como subsídio para projeção do orçamento público e da política fiscal.

1. Em geral, a maneira como se modela a sazonalidade é artificial e puramente *ad hoc*. O que comumente se faz é previamente dessazonalizar a série por algum método convencional e estimar o modelo usando a série modificada. Quanto a isso, existe um problema sério quando o assunto é previsão. A sazonalidade é uma característica idiossincrática de cada série de tributos, o que faz com que a sua não consideração certamente contribua para diminuir a qualidade do ajustamento e da previsão. Pode-se, naturalmente, introduzir novamente a sazonalidade ao se efetuar tal exercício. Entretanto, esse é um processo mais custoso, com pouca garantia quanto ao seu resultado efetivo. Nesse caso, os parâmetros que modelam a sazonalidade foram obtidos fora do modelo, isto é, não se levando em consideração a informação relevante. O método adotado neste estudo permite ultrapassar todas essas dificuldades, pois a sazonalidade é vista como sendo um conjunto de parâmetros a mais dentro do modelo.

A amostra de dados aqui empregada cobre um total de nove tributos federais para o período entre dezembro de 2006 e maio de 2019. Também pela sua importância no atual cenário de discussão sobre a reforma da Previdência, incluímos na análise a série das receitas do Regime Geral de Previdência Social (RGPS). Além disso, modelamos as séries agregadas do Imposto sobre Circulação de Mercadorias e Serviços (ICMS), do Imposto de Renda (IR) total e da arrecadação federal agregada. Os resultados vieram a corroborar a expectativa dos autores quanto à adequação dessa metodologia para a finalidade proposta. Os exercícios de validação de previsão, feitos dentro da amostra, para um horizonte de doze meses, com base em diversos critérios de avaliação de previsão, foram bastante satisfatórios. Tomando por base o critério de erro percentual acumulado, levado em consideração pela Secretaria da Receita Federal do Brasil (RFB), verificou-se que, com exceção do Imposto de Renda de Pessoa Física (IRPF) e da Contribuição sobre o Lucro de Pessoa Jurídica (CLPJ), o erro de previsão foi inferior a 4%. Em muitos casos, esse indicador ficou abaixo de 1%. A projeção é feita para o período entre junho de 2019 a maio de 2020.

Além desta introdução, o texto está estruturado da seguinte forma. A seção 2 tem como finalidade justificar a aplicação do modelo proposto, com base nas características das séries individuais de tributos no Brasil. Na terceira seção, apresenta-se a descrição dos dados utilizados e aspectos gerais do trabalho. Na quarta seção são apresentadas as especificações econométricas e as suas motivações teóricas. Detalhes sobre a metodologia econométrica utilizada foram acrescentados nos apêndices. Os resultados obtidos por meio das especificações são apresentados e analisados na quinta seção. A última seção traz os comentários finais.

2 JUSTIFICATIVA

A carga tributária bruta² de uma determinada economia é dada pela soma dos recursos que o governo recolhe compulsoriamente do setor privado. Tudo mais permanecendo constante, aumentos na Carga Tributária Bruta (CTB) reduzem a renda disponível do setor privado e, portanto, os recursos disponíveis para o financiamento das despesas de consumo e investimento de famílias e firmas. No entanto, incrementos na CTB

2. Para uma análise da composição da carga tributária no Brasil, ver Santos, Ribeiro e Gobetti (2008).

umentam, regra geral,³ os recursos à disposição do governo e, por conseguinte, permitem diminuições no nível de endividamento público e aumentos na oferta de bens e serviços públicos à população. Assim, a dinâmica da CTB é um determinante crucial das dinâmicas de diversas outras grandezas macroeconômicas relevantes.

Embora pareça razoável – como primeira aproximação, pelo menos – supor que as arrecadações dos diferentes tributos que compõem a CTB acompanham o movimento geral da economia (Mendonça, Pires e Medrano, 2008; Santos, Ribeiro e Gobetti, 2008), é fácil perceber que as heterogeneidades existentes entre eles fazem com que os resultados de modelos agregativos sejam usualmente pouco precisos. No entanto, as seguidas mudanças na legislação tributária,⁴ assim como o caráter instável da economia brasileira, fazem também com que haja bons motivos para se supor que as elasticidades possam variar com o tempo. Não surpreende, pois, que a literatura brasileira, com especificações econométricas explícitas para a CTB e seus elementos, seja relativamente pequena,⁵ e que os resultados relatados sejam escassos.

Assim, um modelo econométrico que objetive modelar os vários componentes da CTB deve ser capaz de tratar as características sazonais próprias a cada um deles, assim como suas dinâmicas específicas. Apenas de modo a mostrar a dificuldade inerente à modelagem econométrica da CTB, ilustra-se nos gráficos 1 a 4 a evolução de importantes componentes, que são o IRPF, as receitas do RGPS, o Imposto de Renda de Pessoa Jurídica (IRPJ) e o ICMS. As séries estão em termos reais. Note-se que os dois primeiros tributos apresentam padrões de sazonalidade bem-comportados. Embora a série do IRPJ seja bem mais irregular, ainda pode-se observar a existência um padrão de sazonalidade, mesmo que pouco claro em termos de percepção visual. Em relação ao

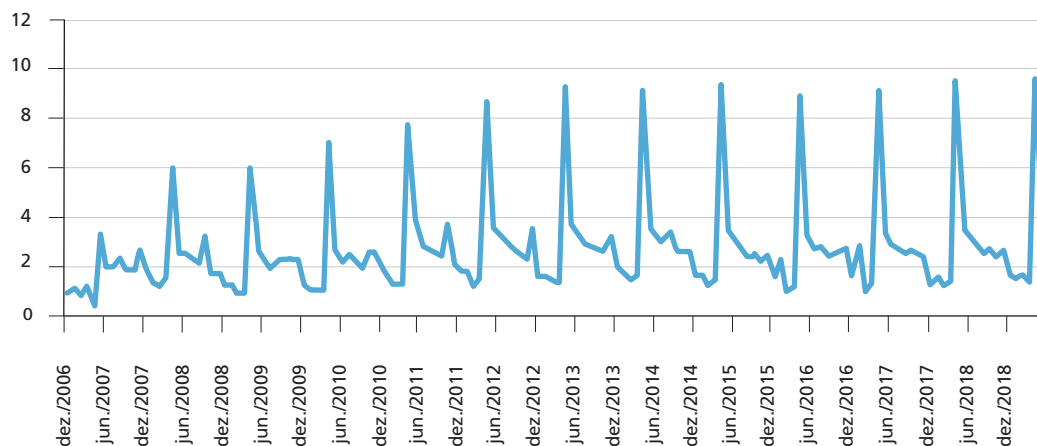
3. Note-se que nem todo recurso recolhido compulsoriamente da sociedade pelo governo é receita do governo. As contribuições para o Fundo de Garantia do Tempo de Serviço (FGTS), para citar um exemplo, são recolhidas compulsoriamente da sociedade – e por isso entram no cálculo da CTB –, mas não são receitas públicas, visto que são de propriedade dos trabalhadores. Por sua vez, nem toda receita do governo é recolhida compulsoriamente da sociedade. Quando um cidadão paga a entrada em um museu público, está aumentando a receita do governo, mas não a carga tributária. Daí que aumentos na carga tributária não necessariamente implicam aumentos nas receitas públicas, e aumentos nestas últimas não necessariamente implicam aumentos na carga tributária. Sem embargo, a maior parte das receitas públicas brasileiras é de natureza tributária, e a maior parte da carga tributária brasileira consiste em receitas públicas.

4. Rezende, Oliveira e Araújo (2007, cap. 2) fazem um excelente resumo das inúmeras mudanças na legislação tributária brasileira no período de 1998 a 2006.

5. Santos, Ribeiro e Gobetti (2008) apresentam uma resenha da literatura relevante.

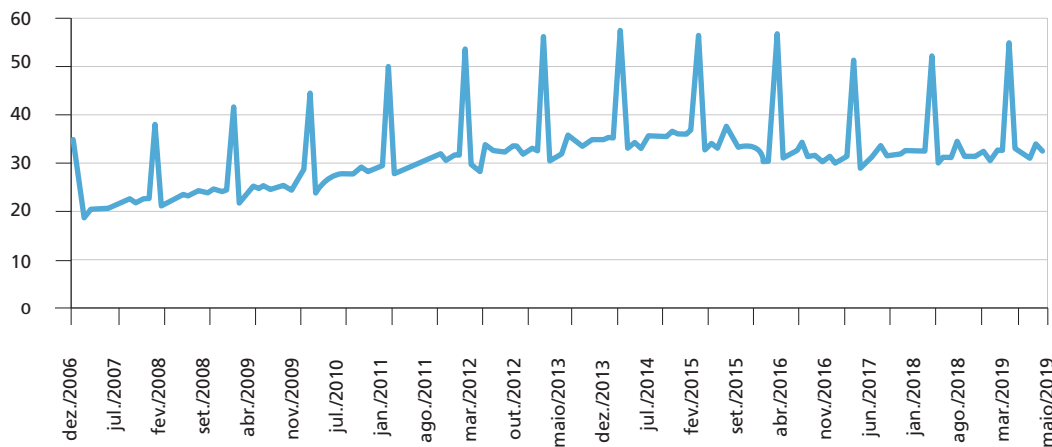
ICMS, verifica-se que, embora existam picos, essa série é extremamente irregular e não permite, em princípio, identificação do componente sazonal.

GRÁFICO 1
Evolução do IRPF (dez./2006-maio/2019)
 (Em R\$ bilhões)



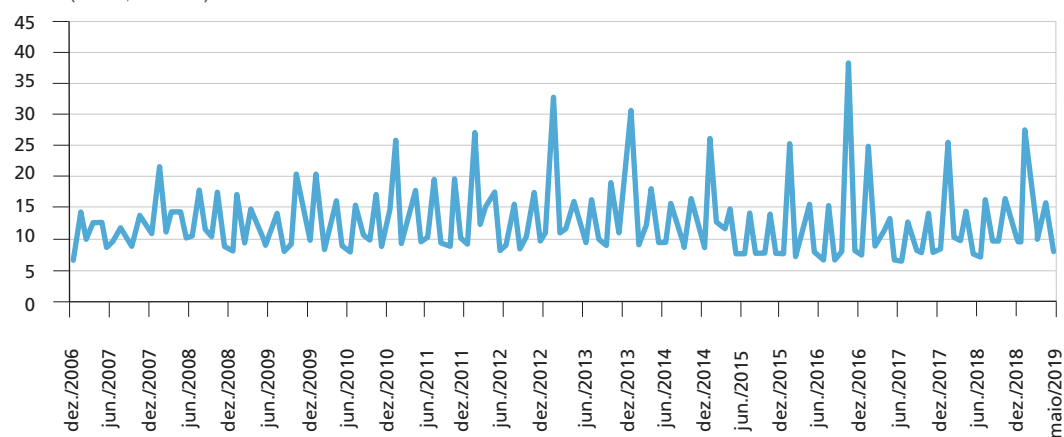
Elaboração dos autores.

GRÁFICO 2
Evolução das RGPS (dez./2006-maio/2019)
 (Em R\$ bilhões)



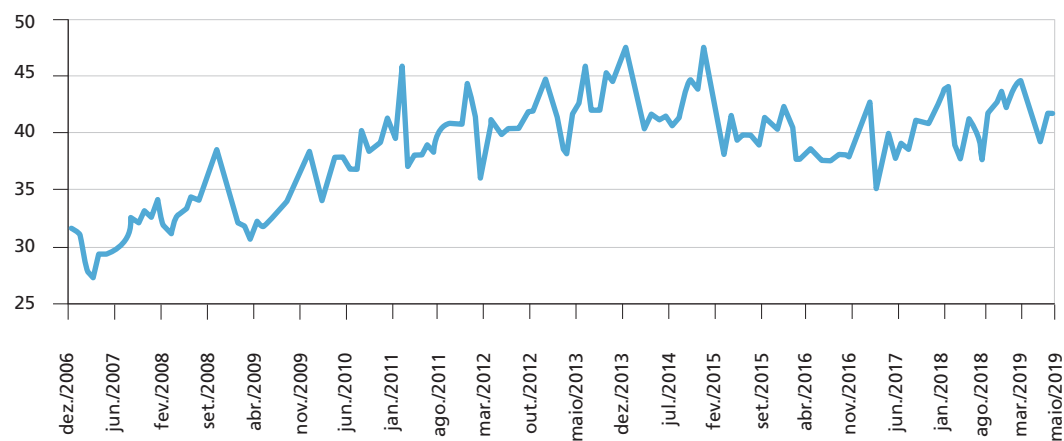
Elaboração dos autores.

GRÁFICO 3
Evolução do IRPJ (dez./2006-maio/2019)
(Em R\$ bilhões)



Elaboração dos autores.

GRÁFICO 4
Evolução do ICMS (dez./2006-maio/2019)
(Em R\$ bilhões)



Elaboração dos autores.

3 BASE DE DADOS E ASPECTOS GERAIS

3.1 Base de dados

O objetivo desta seção é o tratamento individual de uma amostra formada por dez tributos fortemente representativos da CTB. A tabela 1 lista os tributos usados neste

estudo, bem como a porcentagem que cada um deles representa em relação ao total. A amostra é composta de nove tributos individuais, dos quais três são incidentes sobre a renda, o patrimônio e o capital, a saber, o IRPF, o IRPJ e o Imposto de Renda Retido na Fonte (IRRF). Quatro incidem sobre produtos: ICMS, Contribuição para o Financiamento da Seguridade Social (Cofins), Imposto sobre Operações Financeiras (IOF) e Imposto sobre Produtos Industrializados (IPI). Integram ainda a amostra as seguintes contribuições previdenciárias: a contribuição ao RGPS e as contribuições para o Programa de Integração Social e o Programa de Formação do Patrimônio do Servidor Público (PIS/Pasep). Em relação ao IR, há também uma série agregada composta para os três impostos definidos.

A amostra se compõe basicamente de tributos federais, cuja base de dados é gerenciada pela RFB, mas inclui também o ICMS arrecadado de todos os estados e as séries agregadas do IR e a arrecadação total. Os dados de impostos federais advindos da Receita Federal utilizados neste estudo estão relacionados ao regime de competência e são livres de restituições, juros e refinanciamentos. Portanto, podem diferir dos dados disponibilizados pela Secretaria do Tesouro Nacional (STN). Todos esses tributos representam mais de 90% da receita bruta do total de tributos arrecadados pelas administrações públicas brasileiras. Os dados são mensais e se referem ao período de dezembro de 2006 a maio de 2019.

TABELA 1
Participação dos tributos no total da amostra formada pelos dez tributos mais representativos da CTB
 (Em %)

Tributo	%	Tributo	%
ICMS	26,52	IPI	5,39
RGPS	20,17	PIS/Pasep	3,58
Cofins	12,77	IOF	1,19
IRRF	10,66	IRPF	1,30
IRPJ	7,23	CLPJ	3,68
Imposto sobre Importação (IMP)	2,10	-	-
Imposto de Renda Total (IRT) (IRRF+IRPJ+IRPF)	19,19	-	-

Elaboração dos autores.

3.2 Aspectos gerais sobre os dados do estudo

Dado o elevado número de tributos existentes no Brasil, a estimação da CTB tributo a tributo,⁶ tal como é o objetivo deste estudo, se torna muito trabalhosa. O que em geral se costuma fazer é estimar um modelo agregativo para a CTB, tomando o produto interno bruto (PIB) como *proxy* para os fatos geradores de todos os tributos brasileiros (Portugal e Portugal, 2001; Hernández, 1998; Santos, Ribeiro e Gobetti, 2008; Mendonça, Sachsida e Medrano, 2011). Naturalmente, espera-se que elevações e quedas no PIB real estejam associadas às elevações e quedas na arrecadação tributária.

No caso da análise dos tributos tomados separadamente, está claro que a arrecadação de um tributo depende positivamente tanto da alíquota quanto do montante do fato gerador. Dito de outro modo, é natural supor, por exemplo, que tudo mais permanecendo constante, a arrecadação do IRPF deverá estar correlacionada, supostamente, com a massa salarial. Também a arrecadação do IOF deve estar correlacionada com o volume das operações de crédito, seguros e câmbio. Seguindo esse raciocínio, o IPI deverá ter como fato gerador a produção industrial. No quadro 1, associa-se cada tributo que compõe a amostra com as variáveis escolhidas como *proxies* possíveis dos fatos geradores dos respectivos impostos.

QUADRO 1
Fatos geradores dos tributos

Tributo	Possíveis <i>proxies</i> de fatos geradores
IRT	Massa de salários, PIB, juros
IRPF	Massa de salários, PIB
IRPJ	PIB, juros e crédito
IRRF	Massa de salários, PIB, juros
IPI	Produção industrial
IOF	PIB, crédito, seguros e operações de câmbio
ICMS	PIB
RGPS	Massa de salários e PIB
PIS/Pasep	PIB

Elaboração dos autores.

6. Mendonça, Santos e Martins (2009) empregam o MFD para modelar a arrecadação de impostos conjuntamente.

Deve-se ressaltar que boa parte das variáveis que aparecem como *proxies* do fato gerador da arrecadação não possuem a mesma dimensão temporal, o que tornaria os resultados incomparáveis caso optássemos por modelar cada tributo usando como variáveis explicativas aquelas que aparecem no quadro 1. No entanto, cabe destacar que a literatura sobre modelagem de tributos/impostos revela que o PIB é a variável fundamental para modelar a arrecadação tributária. Assim, a modelagem escolhida para a arrecadação neste Texto para Discussão consiste na obtenção da relação entre essa variável e o PIB.

Uma variável passível de ser considerada como um regressor na modelagem de arrecadação seria o índice de preços, visto que sua inclusão pode controlar o efeito da inflação na corrosão da arrecadação. No entanto, para os diversos modelos considerados, essa variável, representada pelo Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA), não demonstrou significância estatística, não agregando, assim, conteúdo informacional à análise. Optamos, então, por trabalhar com dados reais, deflacionando as séries de tributos e o PIB pelo IPCA.

4 ASPECTOS METODOLÓGICOS

A análise das séries individuais, diferentemente do tratamento agregado, permite contemplar elementos importantes, como maior confiabilidade nas projeções, na medida em que as particularidades de cada tributo são consideradas, além do conhecimento de sua elasticidade em relação à renda. Para isso, fazemos uso de duas abordagens distintas. Utiliza-se o MLD e o MFD para modelar as séries, e, em ambas as metodologias, os parâmetros variam no tempo.

4.1 O MLD

A utilização do MLD com coeficientes variáveis, entre eles a elasticidade-renda – discutido, entre outros, por West e Harrison (1997) –, é justificada pela conjectura, que parece muito plausível *a priori*, de que as sucessivas mudanças no sistema tributário nacional estão associadas a mudanças recorrentes também nas elasticidades relevantes, de modo a tornar contraindicado o uso de especificações com parâmetros fixos. Portanto, a aplicação do MLD nos permite obter as elasticidades dinâmicas de cada série de tributo. A forma geral do modelo pode ser definida da seguinte forma:

$$y_t = X_t \theta_t + S_t + v_t' \quad (1)$$

$$\theta_t = \Gamma_1 \theta_{t-1} + \dots + \Gamma_p \theta_{t-p} + \omega_t' \quad (2)$$

Onde y_t é a variável endógena e X_t é um vetor $k \times 1$ de variáveis exógenas. Esse modelo permite ainda a presença de um componente sazonal, S_t , que pode ser modelado segundo a representação do tipo de Fourier (West e Harrison, 1997), de modo que:

$$S_t = \sum_{j=1}^2 \left[a_j \text{sen} \left(\frac{2\pi j t}{4} \right) + b_j \cos \left(\frac{2\pi j t}{4} \right) \right] = Z_t \varphi \quad (3)$$

Onde:

$$Z_t = \left(\text{sen} \left(\frac{2\pi t}{4} \right) \quad \text{sen} \left(\frac{2\pi 2t}{4} \right) \quad \cos \left(\frac{2\pi t}{4} \right) \quad \cos \left(\frac{2\pi 2t}{4} \right) \right)^T \text{ e } \varphi = (a_1 \quad a_2 \quad b_1 \quad b_2) \quad (4)$$

Sendo θ_t o vetor $k \times 1$ de parâmetros que segue um processo autorregressivo de ordem p , em que os coeficientes estão contidos na matriz diagonal Γ_i , $k \times k$, para $i = 1, \dots, p$. Supõe-se que $\omega_t' \sim N(0_{k \times 1}, W_{k \times k})$ e $v_t' \sim N(0, V)$, admitindo-se ainda que ω_t' e v_t' não são correlacionados. Por simplicidade, admite-se também que $W = \text{diag}(w_1, \dots, w_k)$.

A ideia da aplicação da forma de Fourier para tratar sazonalidade está ligada ao fato de que qualquer padrão cíclico pode ser representado em termos da combinação linear de funções periódicas.⁷ Outra motivação para o uso dessa abordagem, além da flexibilidade, é a facilidade de se obter interpretação, já que as trajetórias em forma de ondas podem ser associadas aos variados padrões observados na prática. Mais uma forma de tratar a sazonalidade seria introduzi-la diretamente na equação de estado. Nesse caso, a equação 2 assumiria a seguinte forma:

$$\theta_t = \Gamma_1 \theta_{t-1} + \dots + \Gamma_p \theta_{t-p} + S_t + \omega_t' \quad (2.1)$$

7. Uma função $g(t)$ é dita periódica se, para algum inteiro $p > 1$, e todo $n, t > 0$, tem-se que $g(t+np) = g(t)$.

Por fim, a sazonalidade pode tomar uma forma dinâmica. Nesse caso, seria possível ter um modelo no qual a equação da medida é dada da seguinte forma:

$$y_t = F_t \theta_t^* + v_t' \quad (5)$$

Onde $F = [X_t, Z_t]$ e $\theta_t^* = [\theta_t, \varphi_t]$.

Será feito agora uso da seguinte notação para encaixar as equações em uma forma mais compacta, que reduz o sistema expresso pelas equações (1) e (2) numa forma de espaço-estado de ordem um:

$$\underline{\theta}_t = \begin{bmatrix} \theta_t \\ \theta_{t-1} \\ \vdots \\ \theta_{t-p+1} \end{bmatrix}_{kp \times 1}, \quad G = \begin{bmatrix} \Gamma_1 & \Gamma_2 & \cdots & \Gamma_{p-1} & \Gamma_p \\ I_k & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & I_k & 0 \end{bmatrix}_{kp \times kp}, \quad \underline{\omega}_t = \begin{bmatrix} \omega_t' \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}_{kp \times 1} \quad \text{e} \quad F_t' = \begin{bmatrix} X_t' \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}_{kp \times 1}$$

Visto isso, tem-se que:

$$y_t = F_t \underline{\theta}_t + z_t \varphi + v_t' \quad (6)$$

$$\underline{\theta}_t = G \underline{\theta}_{t-1} + \underline{\omega}_t \quad (7)$$

Onde (6) representa a equação da medida ou do movimento, enquanto (7) define a equação de estado. A função de verossimilhança de (θ, G, φ, V) é dada por:

$$p(y | \theta, G, \varphi, V) = (2\pi)^{-T/2} V^{T/2} \exp\left(-\frac{1}{2V} \sum_{t=1}^T (y_t - F_t \underline{\theta}_t - z_t \varphi)^2\right) \quad (8)$$

Onde:

$$y = (y_1 \quad \dots \quad y_T), \quad \theta = (\underline{\theta}_1 \quad \dots \quad \underline{\theta}_T) \quad \text{e} \quad \Gamma = (\Gamma_1 \quad \dots \quad \Gamma_p) \quad (9)$$

4.2 Procedimentos de inferência

Nesta subseção, é realizado um procedimento de inferência baseado no paradigma bayesiano. Inicialmente, apresentam-se distribuições *a priori* para todos os parâmetros. Em seguida, o algoritmo Monte Carlo via cadeias de Markov (Markov *chain* Monte Carlo – MCMC) é utilizado para obter amostras *a posteriori* de todos os parâmetros do modelo.

4.2.1 Distribuição *a priori*

Por simplicidade, distribuições *a priori* conjugadas são utilizadas para todos os parâmetros. A distribuição *a priori* para θ_t é especificada na equação (7) e completada pela informação inicial θ_0 tal que $\theta_0 \sim N(m_0, C_0)$, onde m_0 e C_0 são hiperparâmetros conhecidos. As distribuições *a priori* para os parâmetros V , W , Γ e φ são as seguintes: *i)* $V \sim GI(n_V/2, n_V S_V/2)$; *ii)* $w_j \sim GI(n_W/2, n_W S_W/2)$, $j=1, \dots, k$; *iii)* $\Gamma_j \sim N(m_\Gamma, S_\Gamma)$, $j=1, \dots, p$; e *iv)* $\varphi \sim N(m_\varphi, S_\varphi)$, onde $n_V, S_V, n_W, S_W, m_\Gamma, S_\Gamma, m_\varphi$ e S_φ são hiperparâmetros conhecidos. Os valores dos hiperparâmetros utilizados foram os seguintes:

$$m_0 = 0, C_0 = 100, n_V = 2, n_V S_V = 0.1, n_W = 2, n_W S_W = 0.1, m_\Gamma = 0, S_\Gamma = 100, m_\varphi = 0, S_\varphi = 100$$

4.2.2 Inferência *a posteriori*

A distribuição *a posteriori* conjunta de $(\theta, \Gamma, \varphi, V, W)$ é dada por $p(\theta, G, \varphi, V, W | y) \propto \prod_{t=1}^T p(y_t | \theta_t, \varphi, V) \prod_{t=1}^T p(\theta_t | \theta_{t-1}, W, G) p(\theta_0 | m_0, C_0) P(\varphi) p(V) p(W) p(\Gamma)$, a qual é analiticamente intratável e, por conseguinte, a inferência *a posteriori* exata é feita utilizando-se o esquema MCMC. Nesse caso, o vetor da variável de estado é amostrado conjuntamente, utilizando-se o algoritmo *forward filtering backward sampling* (FFBS) de Carter e Kohn (1994) e Frühwirth-Schnatter (1994). Para o resto de parâmetros Γ , φ , V e W , todas as distribuições condicionais completas são distribuições normais ou distribuições gama inversa e estão listadas a seguir.

- A distribuição condicional de V é $(V | \theta, W, \varphi, \Gamma) \sim GI(n_V^*/2, n_V^* S_V^*/2)$, onde $n_V^* = n_V + T$ e $n_V^* S_V^* = n_V S_V + \sum_{t=1}^T (y_t - F_t \theta_t - z_t \varphi)^2$.
- A distribuição condicional de $W = \text{diag}(w_1, \dots, w_k)$ é $(w_j | \theta, V, \varphi, \Gamma) \sim GI(n_W^*/2, n_W^* S_W^*/2)$ para $j = 1, \dots, K$, onde $n_W^* = n_W + T - 1$ e $n_W^* S_W^* = n_W S_W + \sum_{t=2}^T (\theta_t - G \theta_{t-1})^T (\theta_t - G \theta_{t-1})$.

- A distribuição condicional de $\Gamma = (\Gamma_1 \dots \Gamma_p)$ é $(\Gamma_j | \theta, V, W, \varphi) \sim N(m_\Gamma^*, S_\Gamma^*)$ para $j = 1, \dots, K$, onde $S_\Gamma^* = (S_\Gamma^{-1} I_{p \times p} + w_j^{-1} H_j^T H_j)^{-1}$ e $m_\Gamma^* = S_\Gamma^{-1} (S_\Gamma^{-1} I_{p \times p} \mathbf{1}_p + w_j^{-1} B_j^T H_j)$ para

$$H_j = \begin{pmatrix} \theta_{p,j} & \theta_{p-1,j} & \dots & \theta_{1,j} \\ \theta_{p+1,j} & \theta_{p,j} & \dots & \theta_{2,j} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \theta_{T-1,j} & \theta_{T-2,j} & \dots & \theta_{T-p,j} \end{pmatrix} \text{ e } B_j = \begin{pmatrix} \theta_{p+1,j} \\ \theta_{p+2,j} \\ \vdots \\ \theta_{T,j} \end{pmatrix}.$$

A distribuição condicional de φ é $(\varphi | \theta, V, W, \Gamma) \sim N(m_\varphi^*, S_\varphi^*)$, onde $S_\varphi^* = (S_\varphi^{-1} I_{4 \times 4} + V^{-1} Z^T Z)^{-1}$ e $m_\varphi^* = S_\varphi^{-1} (S_\varphi^{-1} I_{4 \times 4} \mathbf{1}_4 + V^{-1} Z^T (y - F\theta))$.

Os estados $\theta_1, \dots, \theta_T$ são amostrados conjuntamente, utilizando-se o algoritmo FFBS, condicional sobre Γ, φ, V e W . A distribuição condicional completa conjunta segue a decomposição retrospectiva $p(\theta | y) = p(\theta_T | D_T) \prod_{t=1}^{T-1} p(\theta_t | \theta_{t+1}, D_t)$, onde $D_t = \{y_1, y_2, \dots, y_t\}$, $t = 1, \dots, T$ e D_0 representam a informação inicial. Iniciando com $\theta_0 \sim N(m_0, C_0)$, por meio do filtro de Kalman pode ser mostrado que $\theta_t | D_t \sim N(m_t, C_t)$ onde $m_t = a_{t-1} + A(y_t - f_t - z_t \varphi)$, $C_t = R_t - A_t Q_t A_t'$, $a_t = G m_{t-1}$, $R_t = G C_{t-1} G' + W$, $f_t = F_t' a_t + z_t \varphi$, $Q_t = F_t' R_t F_t + V$ e $A_t = R_t F_t Q_t^{-1}$, para $t = 1, \dots, T$; θ_T é amostrado de $p(\theta_T | D_T)$ (passo denominado *forward filtering*). Para $t = T-1, T-2, \dots, 2, 1$, θ_t é amostrado de $p(\theta_t | \theta_{t+1}, D_t) = N(\tilde{a}_t, \tilde{C}_t)$, onde $\tilde{a}_t = m_t + B_t(f_{t+1} - a_{t+1})$, $\tilde{C}_t = C_t - B_t R_{t+1} B_t'$ e (passo denominado *backward sampling*).

4.2.3 Previsão modelo de regressão linear dinâmico

Fazer previsão nessa classe de modelos é teoricamente direto. Frequentemente, surge o interesse de aprender a densidade preditiva h passos à frente, $p(y_{T+h} | y)$, ou seja, $p(y_{T+h} | y) = \int p(y_{T+h} | \underline{\theta}_{T+h}, \varphi, V) p(\underline{\theta}_{T+h} | \underline{\theta}_T, W, \Gamma) p(\underline{\theta}_T, W, \Gamma, V | y) d\underline{\theta}_{T+h} d\underline{\theta}_T d\varphi dV dW d\Gamma$, onde, $(y_{T+h} | \underline{\theta}_{T+h}, \varphi, V) \sim N(F_{T+h}, V)$, $(\underline{\theta}_{T+h} | \underline{\theta}_T, W, \Gamma) \sim N(\mu_h, V_h)$, $\mu_h = G^h \underline{\theta}_T$ e $V_h = \sum_{j=1}^h G^{j-1} W (G^{j-1})'$, para $h > 0$. Portanto, se $\{(\underline{\theta}_T^{(1)}, \varphi^{(1)}, V^{(1)}, W^{(1)}, \Gamma^{(1)}), \dots, (\underline{\theta}_T^{(L)}, \varphi^{(L)}, V^{(L)}, W^{(L)}, \Gamma^{(L)})\}$ é uma amostra de $p(\underline{\theta}_T, W, \Gamma, V | y)$, é fácil amostrar $\underline{\theta}_{T+h}^{(j)}$ de $p(\underline{\theta}_{T+h} | \underline{\theta}_T^{(j)}, W^{(j)}, \Gamma^{(j)})$ para todo $j = 1, \dots, L$, tal que $p(y_{T+h} | y) = \frac{1}{L} \sum_{j=1}^L p(y_{T+h} | \underline{\theta}_{T+h}^{(j)}, \varphi^{(j)}, V^{(j)})$ é a aproximação via MCMC de $p(y_{T+h} | y)$. Analogamente, se $y_{T+h}^{(j)}$ é amostrado de $p(y_{T+h} | \underline{\theta}_{T+h}^{(j)}, \varphi^{(j)}, V^{(j)})$, para $j = 1, \dots, L$, então $\{y_{T+h}^{(1)}, \dots, y_{T+h}^{(L)}\}$ representa uma amostra de $p(y_{T+h} | y)$.

4.3 A metodologia de estimação do MLD

Tendo em vista as considerações apresentadas na subsecção 3.2, optou-se por usar uma especificação econométrica para o MLD tal como aparece na equação (10).

$$\begin{aligned} \text{TRIBUTO}_i(t) &= \beta_0 + \beta_1 \text{PIB}(t) + S_i(t) + v_i(t) \\ \beta_i(t) &= \varphi_i \beta_i(t-1) + w_i(t), \\ i &= 0, \dots, 2 \end{aligned} \quad (10)$$

Onde $\text{TRIBUTO}_i(t)$ representa o tributo i no período t . Ainda tem-se $w_i(t) \sim N(0, W_i)$, para $i = 0, \dots, 8$, enquanto φ_i é o componente autorregressivo da equação de estado para cada β_i . $S_i(t)$ é o componente sazonal, modelado de acordo com a representação de Fourier (West e Harrison, 1997), tal como mostrada a seguir:

$$S_i(t) = \sum_{j=1}^2 \left[a_{ij} \text{sen}\left(\frac{2\pi j t}{4}\right) + b_{ij} \cos\left(\frac{2\pi j t}{4}\right) \right] = Z_t \gamma_i \quad (11)$$

Onde:

$$Z_t = \left(\text{sen}\left(\frac{2\pi}{4}\right) \quad \text{sen}\left(\frac{2\pi 2t}{4}\right) \quad \cos\left(\frac{2\pi}{4}\right) \quad \cos\left(\frac{2\pi 2t}{4}\right) \right)^T \quad (12)$$

E:

$$\gamma_i = (\gamma_{i1}, \gamma_{i2}, \gamma_{i3}, \gamma_{i4}) \quad (13)$$

Cabe mencionar que, além das séries de tributos, estimamos os modelos para as três despesas obrigatórias assinaladas na tabela 1. De modo a fazer com que as estimativas obtidas expressem os valores das elasticidades, empregou-se a transformação logarítmica. Deve-se atentar que, no modelo MLD, a projeção deve ser feita com conhecimento prévio das variáveis exógenas no horizonte de projeção. Assim, devemos também perfazer o exercício de projeção para a variável exógena, no caso o PIB, para, na etapa seguinte, realizar a projeção. Aqui, usamos o também o MLD para projetar o PIB, tendo como regressor a primeira defasagem dessa variável.

Na estimação econométrica, muitas vezes, surge a questão relacionada ao problema de ordem de integração por as séries serem não estacionárias. Quanto a esse ponto, deve-se ressaltar que a abordagem bayesiana minimiza o problema da ordem de integração das séries, bem como diminui a relevância do tamanho da amostra. Diversos autores (Dejong e Whiteman, 1991; Koop, 1992; Sims e Uhlig, 1991) advogam em favor da alternativa bayesiana sobre a abordagem clássica mais tradicional usada no que se refere à questão da raiz unitária. Por exemplo, sabe-se que os testes do tipo Dickey-Fuller aumentado (*augmented* Dickey-Fuller – ADF) são de baixa potência frente a alternativas plausíveis, especialmente em relação à hipótese alternativa de tendência estacionária. A abordagem bayesiana, por sua vez, revelaria que as hipóteses de raiz unitária e de tendência estacionária apresentariam probabilidades bastante similares quanto às suas funções a posteriori. Assim, a abordagem bayesiana fornece um tratamento mais fidedigno da informação amostral que a abordagem clássica.

Outro problema com os testes clássicos de raiz unitária é a descontinuidade gerada na teoria assintótica (Sims, 1988). Entretanto, a abordagem bayesiana, por ser baseada na função de distribuição *a posteriori*, não apresenta o problema da descontinuidade. Koop (1992) assinala que, na abordagem clássica, os valores críticos gerados a partir de pequenas amostras podem diferir substancialmente dos valores críticos assintóticos. A abordagem bayesiana, visto que é condicional à amostra observada, fornece resultados mais exatos para pequenas amostras. Em resumo, o problema da raiz unitária não é um ponto crítico na estatística bayesiana. Por fim, diferentemente da abordagem clássica, a prática bayesiana não é dependente do teorema central do limite, o que elimina o uso de propriedades assintóticas (Gelman *et al.*, 2003, p. 696). Isso traz uma importante vantagem em termos da habilidade de obter estimativas mais confiáveis em um contexto de pequenas amostras e alta dimensionalidade paramétrica.

4.4 O MFD

Outro tipo de abordagem também considerada neste estudo se dá pelo emprego do MFD para previsão de arrecadação, como aparece pela primeira vez em Mendonça, Santos e Martins (2009). A aplicação do MFD para previsão de séries tributárias aparece novamente em Mendonça e Medrano (2015), usando dados mensais para o período entre 2001 e 2013. Uma razão fundamental para o uso é que ele permite obter ganho de informação importante por meio da redução de dimensionalidade do modelo, isto é, de aumento no grau de agregação. Se, de algum modo, a

informação contida nas inter-relações entre os vários tributos puder ser “passada para um conjunto menor de variáveis”, a habilidade de identificar a “verdadeira” estrutura dos dados será melhor. Além disso, o modelo fatorial tem a vantagem de projetar todas as séries simultaneamente.

Para estimação do modelo aplicamos aqui os procedimentos de inferência bayesiana (Kim e Nelson, 1999; West e Harrison, 1997; Carter e Kohn, 1994, Gamerman e Lopes, 2007, entre outros). Entre outras vantagens, eles permitem resultados mais confiáveis em contextos em que a dimensão temporal da base de dados é pequena em relação ao espaço da dimensionalidade dos parâmetros e em outras situações dificilmente tratáveis por meio de procedimentos “frequentistas” (Gelman *et al.*, 2003, p. 696). Para mais detalhes, ver Mendonça e Medrano (2015).

Sejam m variáveis relacionadas que obedecem à distribuição normal multivariada denotada por $N(0, \Omega)$, onde Ω denota uma matriz $m \times m$ não singular de variância-covariância. Uma amostra aleatória de tamanho T é denotada por $\{y_t, t = 1, \dots, T\}$. O modelo utilizado neste estudo é dado por:

$$y_t = \beta f_t + S_t + e_t, \quad e_t \sim N(0, \Sigma) \quad (14)$$

$$f_t = \Gamma_1 f_{t-1} + \Gamma_2 f_{t-2} + \dots + \Gamma_p f_{t-p} + w_t, \quad w_t \sim N(0, \Lambda) \quad (15)$$

Onde y_t , f_t , e_t e w_t são vetores de dimensão m , k , m e k , respectivamente, β é uma matriz $m \times k$, $\Gamma_i = \text{diag}(\gamma_{i1}, \gamma_{i2}, \dots, \gamma_{ik})$, $i = 1, \dots, p$, $\Sigma = \text{diag}(\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_m^2)$ e $\Lambda = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k)$.

Para algum inteiro positivo específico $k < m$, o modelo das equações (14) e (15) relaciona cada y_t , com um vetor k – dimensional de variáveis aleatórias f_t (os fatores comuns) que obedecem a uma estrutura autorregressiva $AR(p)$ e também com uma componente sazonal, $S_t = (S_{1t} \ S_{2t} \ \dots \ S_{mt})^t$ (West e Harrison, 1997), definida por:

$$S_{it} = \sum_{j=1}^6 \left[a_{ij} \text{sen} \left(\frac{2\pi jt}{12} \right) + b_{ij} \cos \left(\frac{2\pi jt}{12} \right) \right] = \varphi_{ij} X_{jt} \quad (16)$$

Onde

$$X_t = \left(\text{sen}\left(\frac{2\pi t}{12}\right) \quad \text{sen}\left(\frac{2\pi 2t}{12}\right) \quad \cdots \quad \text{sen}\left(\frac{2\pi 6t}{12}\right) \quad \cos\left(\frac{2\pi t}{12}\right) \quad \cos\left(\frac{2\pi 2t}{12}\right) \quad \cdots \quad \cos\left(\frac{2\pi 6t}{12}\right) \right)^T$$

e $\varphi_i = (a_{i1} \quad a_{i2} \quad \cdots \quad a_{i6} \quad b_{i1} \quad b_{i2} \quad \cdots \quad b_{i6})$, para $i = 1, \dots, m$.

A ideia que motiva a aplicação da forma de Fourier para tratar sazonalidade está ligada ao fato de que qualquer padrão cíclico pode ser representado em termos da combinação linear de funções periódicas.⁸ A motivação para o uso dessa abordagem, além da flexibilidade, é a facilidade de se obter interpretação, já que as trajetórias em forma de ondas podem ser associadas aos variados padrões observados na prática. Portanto, distintamente do que se verifica em grande parte dos trabalhos empíricos, a sazonalidade é modelada endogenamente, diminuindo assim mais uma fonte de erro no modelo.

Em problemas práticos, especialmente para valores grandes de m , o número de fatores k será pequeno quando comparado com m , de tal modo que muito da estrutura de variância-covariância é explicada pelos fatores comuns. As variâncias idiossincráticas, σ_i^2 , medem a variabilidade residual em cada uma das variáveis dos dados, uma vez que a contribuição dos fatores já foi considerada.

4.4.1 Restrições no modelo fatorial

Um modelo com k fatores deve apresentar alguma restrição para ser definido como um modelo único, não apresentando problemas de identificação. Há várias maneiras de identificar o modelo, adicionando restrições na matriz β . Optou-se por seguir, aqui, a alternativa usada em Geweke e Zhou (1996) e Aguilar e West (2000), entre outros, ao restringir β de modo que seja uma matriz de bloco triangular inferior, assumindo ser de posto completo, com elementos da diagonal principal iguais a um, como apresentado adiante:

$$\beta = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \beta_{2,1} & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & 0 \\ \beta_{k,1} & \beta_{k,2} & \beta_{k,3} & \cdots & 1 \\ \beta_{k+1,1} & \beta_{k+1,2} & \beta_{k+1,3} & \cdots & \beta_{k+1,k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \beta_{m,1} & \beta_{m,2} & \beta_{m,3} & \cdots & \beta_{m,k} \end{pmatrix}$$

8. Uma função $g(t)$ é dita periódica se para algum inteiro $p > 1$, e todo $n, t > 0$ $g(t+np) = g(t)$.

Essa restrição garante que a matriz β tenha posto completo k , resolvendo os problemas de identificação que surgem pela invariância do modelo sob mudanças de localização da matriz β . Ao mesmo tempo, garante que o número de parâmetros livres no tempo t na representação fatorial não exceda os $m(m+1)/2$ parâmetros de Ω não restrito. Além de resolver os problemas de identificação, essa estrutura de β influencia a interpretação dos fatores e pode impactar no ajuste do modelo e na escolha do k em particular, mas não tem impacto nas previsões, pois as variâncias e covariâncias entre as séries são independentes da decisão de modelagem.

4.4.2 Especificação das *prioris*

Para completar a especificação do nosso modelo, deve-se atribuir classes de *prioris* para os parâmetros f_0 , β , Γ_i , $i = 1, \dots, p$, Σ , Λ e φ_i , $i = 1, \dots, m$. As *prioris* utilizadas são listadas a seguir.

- Vetor de fatores comuns inicial: $f_0 \sim N(\underline{m}_0, C_0)$.
- Elementos não nulos da matriz de cargas β : $\beta_{ij} \sim N(\mu_0, V_0)$ para $i > j$.
- Elementos da matriz diagonal de variância-covariância Σ : $\sigma_i^2 \sim IG\left(\frac{n_\sigma}{2}, \frac{n_\sigma S_\sigma}{2}\right)$, para $i = 1, \dots, m$.
- Elementos das matrizes diagonais dos coeficientes autorregressivos, $\Gamma_1, \Gamma_2, \dots, \Gamma_p$: $\gamma_{ij} \sim N(m_r, S_r)$ para $i = 1, \dots, p, j = 1, \dots, k$.
- Elementos da matriz diagonal de variância-covariância Λ : $\lambda_j \sim IG\left(\frac{n_\lambda}{2}, \frac{n_\lambda S_\lambda}{2}\right)$, $j = 1, \dots, k$.
- Elementos dos vetores de coeficientes sazonais $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_m$: $a_{ij} \sim N(m_s, C_s)$, e $b_{ij} \sim N(m_s, C_s)$, para $i = 1, \dots, m$ e $j = 1, \dots, 6$.

4.4.3 Método MCMC para o modelo fatorial com κ fatores

Nosso objetivo é obter as distribuições *a posteriori* dos parâmetros do modelo, assim como fazer inferência sobre o processo fatorial $\{f_t, t = 1, 2, \dots, T\}$. Como uma solução exata requer o cálculo de integrais intratáveis do ponto de vista analítico, vamos usar o método do amostrador de Gibbs para obter uma aproximação das *posteriors* de interesse. As *posteriors* completas necessárias para implementar o algoritmo MCMC se encontram no apêndice A. Para mais informações sobre como calcular essas condicionais completas no contexto de modelos fatoriais, indicamos Kim e Nelson (1999).

4.4.4 Previsão do MLD com componente sazonal

Nesta subseção, será descrita a metodologia para previsão h passos à frente, para um modelo de ordem de defasagem $p = 1$ (que será o valor adotado nas análises da seção 4). A escolha por um processo de ordem 1 não restringe qualitativamente os resultados. A extensão para $p > 1$ ocorre de forma simples e se encontra descrita no apêndice A.

O interesse aqui é na densidade preditiva h passos à frente:

$$p(\underline{y}_{t+h} | \mathbf{y}) = \int p(\underline{y}_{t+h} | \underline{f}_{t+h}, \underline{\beta}, \underline{\varphi}, \underline{\Theta}) p(\underline{f}_{t+h} | \underline{f}_t, \underline{\beta}, \underline{\varphi}, \underline{\Theta}) p(\underline{f}_t, \underline{\beta}, \underline{\varphi}, \underline{\Theta} | \mathbf{y}) d\underline{f}_{t+h} d\underline{f}_t d\underline{\beta} d\underline{\varphi} d\underline{\Theta},$$

$$\underline{\Theta} = (\underline{\sigma}, \underline{\lambda}, \underline{\gamma}), \quad \underline{\sigma} = (\sigma_1, \dots, \sigma_m), \quad \underline{\gamma} = (\gamma_{11}, \dots, \gamma_{1k}), \quad \underline{\lambda} = (\lambda_1, \dots, \lambda_k),$$

Onde $(\underline{y}_{t+h} | \underline{f}_{t+h}, \underline{\beta}, \underline{\varphi}, \underline{\Theta}) \sim N(\underline{\beta} \underline{f}_{t+h} + \underline{\varphi} \underline{X}_{t+h}, \underline{\Sigma})$ e $(\underline{f}_{t+h} | \underline{f}_t, \underline{\beta}, \underline{\sigma}) \sim N(\underline{\mu}_h, \underline{V}_h)$, com $\underline{\mu}_h = \Gamma_1^h \underline{f}_t$ e

$$\underline{V}_h = \sum_{k=1}^h \Gamma_1^{k-1} \underline{\Lambda} (\Gamma_1^{k-1})^T, \text{ para } h > 0.$$

Portanto, se $\{(\underline{\beta}^{(1)}, \underline{f}_t^{(1)}, \underline{\varphi}^{(1)}, \underline{\Theta}^{(1)}), \dots, (\underline{\beta}^{(M)}, \underline{f}_t^{(M)}, \underline{\varphi}^{(M)}, \underline{\Theta}^{(M)})\}$ é uma amostra de $p(\underline{f}_t, \underline{\beta}, \underline{\varphi}, \underline{\Theta} | \mathbf{y})$, basta gerar uma amostra de tamanho M de $(\underline{f}_{t+h} | \underline{f}_t, \underline{\beta}, \underline{\varphi}, \underline{\Theta})$, isto é, gerar $\{(\underline{f}_{t+h}^{(1)}), \dots, (\underline{f}_{t+h}^{(M)})\}$, de modo que $\hat{p}(\underline{y}_{t+h} | \mathbf{y}) = M^{-1} \sum_{j=1}^M p(\underline{y}_{t+h} | \underline{f}_{t+h}^{(j)}, \underline{\beta}^{(j)}, \underline{\varphi}^{(j)}, \underline{\Theta}^{(j)})$ seja uma aproximação de MCMC para $p(\underline{y}_{t+h} | \mathbf{y})$. Analogamente, uma amostra $\{\underline{y}_{t+h}^{(1)}, \dots, \underline{y}_{t+h}^{(M)}\}$ de $p(\underline{y}_{t+h} | \mathbf{y})$ é obtida apresentando $\underline{y}_{t+h}^{(j)}$ de $p(\underline{y}_{t+h} | \underline{f}_{t+h}^{(j)}, \underline{\beta}^{(j)}, \underline{\varphi}^{(j)}, \underline{\Theta}^{(j)})$, para $j = 1, \dots, M$.

5 RESULTADOS OBTIDOS

5.1 Resultado do MLD

Apresentamos, aqui, os resultados os resultados obtidos a partir do modelo descrito ao longo da seção 3, na qual estimamos os MLDs. Os exercícios levados a cabo com base nesse modelo foram os seguintes: *i*) avaliação da capacidade preditiva dentro da amostra para o período entre junho de 2018 a maio de 2019; *ii*) as elasticidades em relação à renda e; *iii*) a projeção doze passos à frente para o período entre junho de 2019 e maio de 2020.

5.1.1 Critérios para avaliação de capacidade preditiva

Existem diversos critérios concorrentes para avaliar a capacidade preditiva do modelo, ou seja, o desempenho da previsão dentro da amostra.⁹ Entre eles, temos os relacionados a seguir.

- A raiz do erro quadrado médio (*root-mean-square error* – RMSE):

$$RSME = \sqrt{N^{-1} \sum_{t=1}^N e_t^2}, \text{ onde } e_t = Y_t - \hat{F}_t.$$

- O desvio absoluto médio (*mean absolute deviation* – MAD):

$$MAD = N^{-1} \sum_{t=1}^N |e_t|.$$

- O erro percentual absoluto médio (*mean absolute percentage error* – MAPE):

$$MAPE = \left[\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \frac{|e_j|}{y_j} \right] \times 100.$$

- O erro percentual médio (*mean percentage error* – MPE):

$$MPE = \left[N^{-1} \sum_{t=1}^N \frac{e_t}{y_t} \right] \times 100.$$

- O erro acumulado percentual (EAP).

Em geral, o critério erro quadrático médio (EQM) é comumente mencionado na literatura econométrica teórica (Stock e Watson, 2010; Lütkepohl, 2007; Hamilton, 1994) quando o objetivo específico é checar a capacidade preditiva do modelo.

Cabe ressaltar que, embora pouco considerado do ponto de vista teórico, o critério do EAP é importante em termos de praticidade quando se trata da arrecadação de tributos, pois esse é um critério adotado pelos órgãos responsáveis em acompanhar a arrecadação tributária no Brasil. Isso se explica pelo fato de estarem interessados na previsão de arrecadação acumulada para determinado horizonte temporal. Nesse caso,

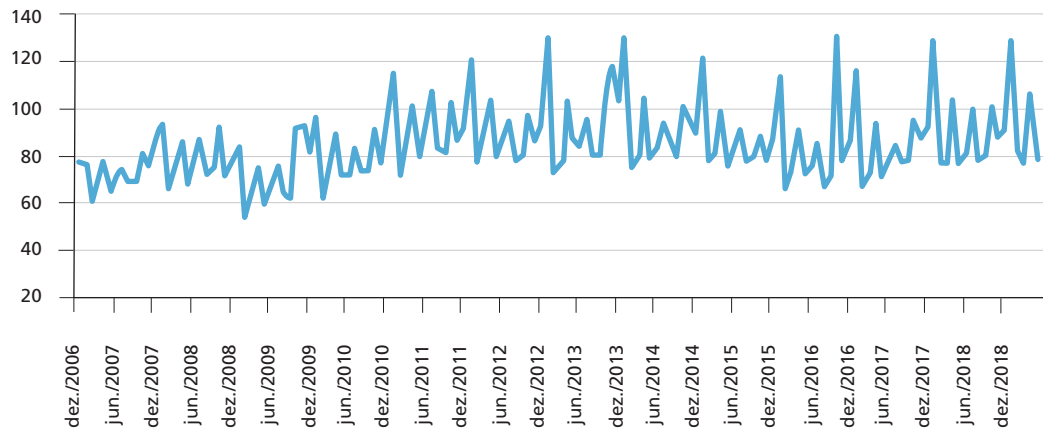
9. Os critérios de informação de Akaike, teste de razão de verossimilhança, Hannan-Quinn e Schwarz bayesiano são exemplos de critérios de escolha de modelos dentro da amostra (Lütkepohl, 2007).

um erro de previsão negativo em determinado mês pode ser compensado por um erro positivo. Assim, embora possa apresentar erros discrepantes pontualmente, um modelo pode ser útil em termos de projetar a arrecadação média que, no cômputo geral, é capaz de gerar um resultado satisfatório.

5.1.2 Previsão dentro da amostra, elasticidade-renda dinâmica e previsão fora da amostra para série arrecadação total CTB utilizando a metodologia do MLD

O gráfico 5 ilustra a série de arrecadação total (CTB) em termos reais. Embora essa série seja fortemente errática e de difícil tratamento por métodos tradicionais, os resultados obtidos para ela por meio do MLD são bastante satisfatórios. Conforme se observa na tabela 2, os resultados para todos os critérios de avaliação de previsão são bastante satisfatórios. Em particular, o EAP ficou em módulo menor que 1%. Os resultados para a elasticidade-renda dinâmica e projeção fora da amostra (pelo modelo MLD) para a arrecadação total (CTB) são mostrados nos gráficos 6 e 7.

GRÁFICO 5
Série arrecadação total: CTB
(Em R\$ bilhões)



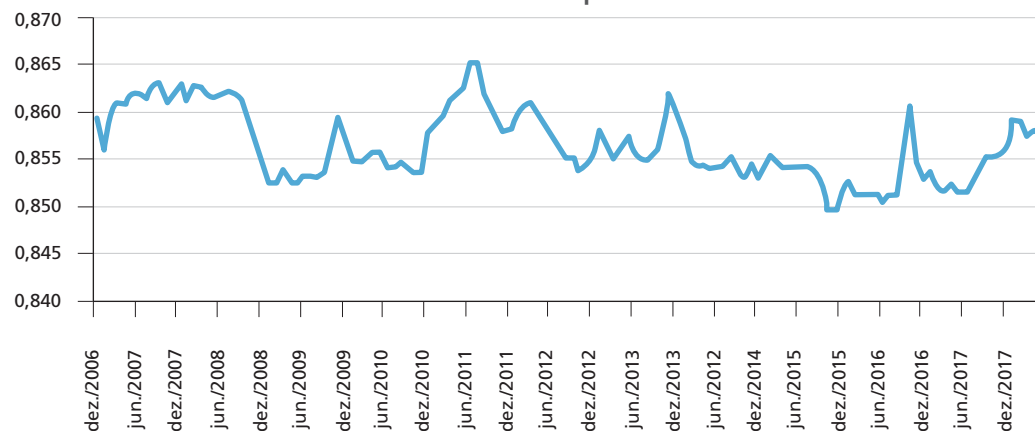
Elaboração dos autores.

TABELA 2
Previsão MLD dentro da amostra (jun./2018-maio/2019)
(Em R\$ milhões)

Mês/ano	Real	Previsto	IC 95%	Erro	Erro (%)	erro^2	erro (%)	erro
Jun./2018	80.935	85.573	74.618 97.390	4.638	5,73	21.512.955	5,73	4.638
Jul./2018	99.568	92.855	78.867 109.017	-6.713	-6,74	45.062.474	6,74	6.713
Ago./2018	78.249	80.766	66.620 95.144	2.517	3,22	6.334.141	3,22	2.517
Set./2018	79.471	78.496	64.497 93.978	-975	-1,23	949.967	1,23	975
Out./2018	100.260	103.352	83.251 126.358	3.092	3,08	9.559.389	3,08	3.092
Nov./2018	87.659	89.483	71.991 110.307	1.824	2,08	3.325.240	2,08	1.824
Dez./2018	90.719	95.012	76.547 121.714	4.293	4,73	18.430.082	4,73	4.293
Jan./2019	127.655	120.037	92.755 151.215	-7.618	-5,97	58.031.622	5,97	7.618
Fev./2019	82.516	75.134	58.418 97.979	-7.382	-8,95	54.491.769	8,95	7.382
Mar./2019	77.261	79.713	61.182 102.995	2.452	3,17	6.013.559	3,17	2.452
Abr./2019	105.180	101.316	79.347 131.828	-3.864	-3,67	-	3,67	3.864
Mai/2019	78.805	77.570	58.542 102.472	-1.235	-1,57	1.525.574	1,57	1.235
	1.088.278	1.079.307	866.635 1.340.396	-8.971		832.400		
Erro acumulado percentual				-0,82%				
Raiz do erro quadrático médio (RMSE)				R\$ 912				
Mean Percentual Error (MPE)				-0,51%				
Mean Absolute Percentual Error (MAPE)				4,18%				
Mean Absolute Deviation (MAD)				R\$ 3.884				

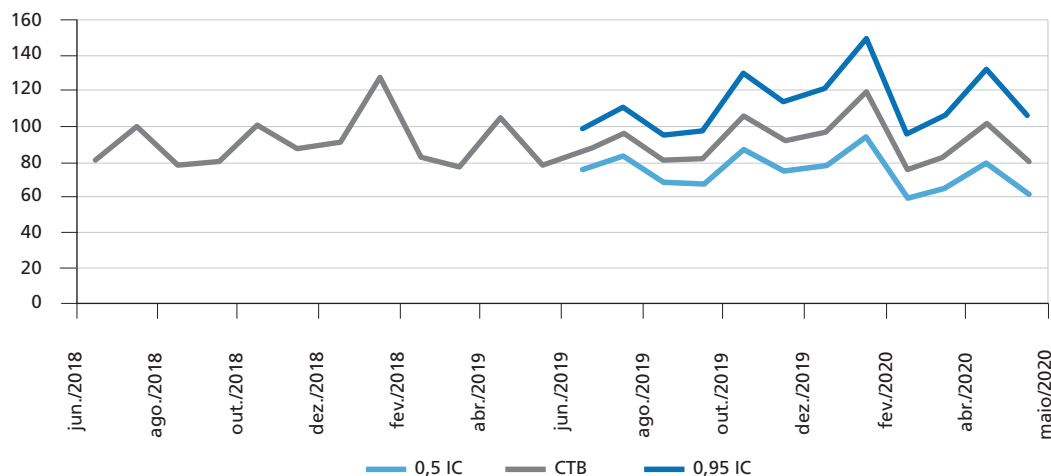
Elaboração dos autores.
Obs.: IC - índice de confiança.

GRÁFICO 6
Elasticidade-renda dinâmica da CTB estimada por MLD



Elaboração dos autores.

GRÁFICO 7
Previsão MLD fora da amostra da CTB (jun./2018-maio/2020)
(Em R\$ bilhões)



Elaboração dos autores.

No apêndice B são mostradas as tabelas de avaliação da previsão dentro da amostra para os demais tributos; e no apêndice C, é apresentada a projeção fora da amostra (também com base nos resultados do MLD) para cada tributo em análise neste estudo. No apêndice D são apresentados os gráficos das elasticidades dinâmicas dos outros tributos calculados pela abordagem do MLD. No apêndice E, por sua vez, apresentamos as tabelas referentes aos resultados da projeção fora da amostra obtidos por meio do MFD com as projeções doze passos à frente.

6 COMENTÁRIOS FINAIS

Considerando que a projeção fora da amostra é extremamente relevante tanto para a elaboração do orçamento público quanto para o gerenciamento da política fiscal, devemos ter ideia de como ela irá se comportar em termos de eficácia. Naturalmente, do ponto de vista estatístico, o único meio de que dispomos para acessar essa informação é avaliando a qualidade da previsão dentro da amostra.

Com base nos resultados mostrados no apêndice D, concluímos que, dentro da amostra, o desempenho da previsão, derivado do MLD, registra um alto desempenho. De todas as séries de tributos, apenas o IRPF e a CLPJ apresentaram desempenho não

satisfatório, com o EAP acima de 10%. Para as demais, o EAP se situou abaixo de 4%, ficando em alguns casos abaixo de 1%. No que se refere às elasticidades estimadas pelo MLD, verifica-se que a opção de modelar as séries individuais dos impostos, a partir da aplicação de modelos com parâmetros variando no tempo, ganha credibilidade na medida em que, de um modo geral, as séries das elasticidades mostram variação contínua. Embora de um período para outro as variações possam ser pequenas, a não consideração delas fatalmente induziria, no cômputo geral, a graves erros de previsão. Também considerando que as séries dos tributos possuem forte sazonalidade, específica para cada um deles, percebeu-se que o método usado para tratar a sazonalidade gerou um alto grau de ajustamento na série de cada variável. Esse ponto foi também fundamental para alcançar os resultados obtidos.

REFERÊNCIAS

- AGUILAR, O.; WEST, M. Bayesian dynamic factor models and portfolio allocation. **Journal of Business and Economic Statistics**, v. 18, n. 3, p. 338-357, 2000.
- BRASIL. Ministério da Fazenda. **Boletim: resultado fiscal estrutural – 2017**. Brasília: SPE, 2018.
- CARTER, C. K.; KOHN, R. On Gibbs sampling for state space models. **Biometrika**, v. 81, n. 3, p. 541-553, 1994.
- DEJONG, D. N.; WHITEMAN, C. H. The case for trend-stationarity is stronger than we thought. **Journal of Applied Econometrics**, v. 6, n. 4, p. 413-421, 1991.
- FRÜHWIRTH-SCHNATTER, S. Data augmentation and dynamic linear models. **Journal of Time Series Analysis**, v. 15, n. 2, p. 183-202, 1994.
- GAMERMAN, D.; LOPES, H. F. **Markov chain Monte Carlo: stochastic simulation for Bayesian inference**. Boca Raton: Chapman & Hall, 1997.
- GELMAN, A. *et al.* **Bayesian Data Analysis**. London: Chapman & Hall, 2003.
- GEWEKE, J.; ZHOU, G. Measuring the pricing error of the arbitrage pricing theory. **The Review of Financial Studies**, v. 9, n. 2, p. 557-587, 1996.
- HAMILTON, J. D. **Time series analysis**. Princeton: Princeton University Press, 1994.
- HERNÁNDEZ, B. C. M. **Um modelo econométrico da conta corrente do governo no Brasil: 1951/95**. Rio de Janeiro: Ipea, 1998. (Texto para Discussão, n. 0543).

- KIM, C.-J.; NELSON, C. R. **State-space models with regime switching**: classical and Gibbs-sampling approaches with applications. Massachusetts: MIT Press, 1999.
- KOOP, G. “Objective” Bayesian unit root tests. **Journal of Applied Econometrics**, v. 7, n. 1, p. 65-82, 1992.
- LUTKEPOHL, H. **New introduction to multiple time series analysis**. Berlim: Springer, 2007.
- MENDONÇA, M. J.; MEDRANO, L. A. **Aplicação do modelo fatorial dinâmico para previsão da receita tributária no Brasil**. Rio de Janeiro: Ipea, 2015. (Texto para Discussão, n. 2064).
- MENDONÇA, M. J.; PIRES, M. C.; MEDRANO L. A. Administração e sustentabilidade da dívida pública no Brasil: uma análise com mudança de regime. **Pesquisa e Planejamento Econômico**, v. 38, n. 3, 2008.
- MENDONÇA, M. J.; SANTOS, C. H. dos; MARTINS, T. G. **Aplicação de um modelo fatorial dinâmico para previsão da arrecadação tributária no Brasil**. Rio de Janeiro: Ipea, 2009. (Texto para Discussão, n. 1453).
- MENDONÇA, M. J. C. de; SACHSIDA, A.; MEDRANO, L. A. Um modelo econométrico com parâmetros variáveis para carga tributária bruta trimestral. **Pesquisa e Planejamento Econômico**, v. 41, n. 1, p. 133-162, 2011.
- PORTUGAL, C. O.; PORTUGAL, M. S. Os efeitos da inflação sobre o orçamento do governo: uma análise empírica. **Estudos Econômicos**, v. 31, n. 2, p. 239-283, 2001.
- REZENDE, F.; OLIVEIRA, F.; ARAÚJO, E. **O dilema fiscal**: remendar ou reformar? Rio de Janeiro: Editora FGV; CNI, 2007.
- SANTOS, C. H. dos; RIBEIRO, M. B.; GOBETTI, S. W. **A evolução da carga tributária bruta brasileira no período 1995-2007**: tamanho, composição e especificações econométricas agregadas. Brasília: Ipea, 2008. (Texto para Discussão, n. 1350).
- SIMS, C. A. **Bayesian skepticism on unit root econometrics**. Discussion Paper, Institute for Empirical Macroeconomics 3, Federal Reserve Bank of Minneapolis, 1988. Disponível em: <<https://ideas.repec.org/p/fip/fedmem/3.html>>.
- SIMS, C. A.; UHLIG, H. Understanding unit rooters: a helicopter tour. **Econometrica**, v. 59, n. 6, p. 1591-1599, 1991.
- STOCK, J. H.; WATSON, M. W. **Introduction to econometrics**. Harlow: Pearson, 2010.
- WEST, M.; Harrison, J. **Bayesian forecasting and dynamic models**. New York: Springer, 1997.

BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTAR

AFONSO, J. R.; MEIRELLES, B. B.; CASTRO, K. P. Carga tributária: a escalada continua. **Boletim de Desenvolvimento Fiscal**, n. 4, p. 25-32, mar. 2007.

BRASIL. Ministério da Fazenda. **Carga tributária no Brasil – 2008**: análise por tributos e bases de incidência. Brasília: RFB, 2009.

CARVALHO, F. A. de; MINELLA, A. Market forecasts in Brazil: performance and determinants. **Working Paper Series**, n. 185, 2009.

GELMAN, A.; RUBIN, D. B. Inference from iterative simulation using multiple sequences. **Statistical Science**, v. 7, n. 4, p. 457-511, 1992.

IBGE – INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. **Sistema de contas nacionais**: Brasil. Rio de Janeiro: IBGE, 2004. (Série Relatórios Metodológicos, n. 24).

_____. **Sistema de contas nacionais**: Brasil – 2002-2006. Rio de Janeiro: IBGE, 2008a.

_____. **Sistema de contas nacionais**: Brasil. 2. ed. Rio de Janeiro: IBGE, 2008b. (Série Relatórios Metodológicos, n. 24).

LIMA, E. C. R.; ALVES, P. P. **O desempenho do mercado (Focus) na previsão da inflação**: novos resultados? Brasília: Ipea, 2011. (Texto para Discussão, n. 1621).

SANTOS, C. H. dos; COSTA, F. R. Uma metodologia de estimação da carga tributária bruta brasileira em bases trimestrais. **Economia Aplicada**, v. 12, n. 4, p. 581-606, 2008.

TANZI, V. Inflation, lags in collection, and the real value of tax revenue. **Staff Papers (International Monetary Fund)**, v. 24, n. 1, 1977.

APÊNDICE A

A.1 DESCRIÇÃO DO ALGORITMO MARKOV CHAIN MONTE CARLO (MCMC) PARA O MODELO FATORIAL DINÂMICO (MFD)

Neste apêndice, descrevemos o procedimento bayesiano para estimação e previsão de um MFD do tipo introduzido na seção 4.4. Nesse caso, as equações (14) e (15) podem ser colocadas numa estrutura de espaço de estados representada pelas equações A.1 e A.2 do seguinte modo:

$$\begin{aligned} y_t &= F^E f_t + e_t^E \\ f_t^E &= G^E f_{t-1}^E + w_t^E \end{aligned} \quad (\text{A.1})-(\text{A.2})$$

Onde $e_t^E \sim N(0, \Sigma)$ e $e_t^E \sim N(0, Q^E)$:

$$G_{pkxp}^E = \begin{bmatrix} \Gamma_1 & \Gamma_2 & \cdots & \Gamma_{p-1} & \Gamma_p \\ I_{kxk} & \underline{0}_{kxk} & \cdots & \underline{0}_{kxk} & \underline{0}_{kxk} \\ \underline{0}_{kxk} & I_{kxk} & \cdots & \underline{0}_{kxk} & \underline{0}_{kxk} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \underline{0}_{kxk} & \underline{0}_{kxk} & \cdots & I_{kxk} & \underline{0}_{kxk} \end{bmatrix}, \quad \underline{f}_t^E = \begin{bmatrix} f_t \\ f_{t-1} \\ \vdots \\ f_{t-p+1} \end{bmatrix}, \quad w_t^E = \begin{bmatrix} w_t \\ \underline{0}_{kx1} \\ \vdots \\ \underline{0}_{kx1} \end{bmatrix},$$

$$Q_{pkxp}^E = \begin{bmatrix} \Lambda_{kxk} & \underline{0}_{kxk(p-1)} \\ \underline{0}_{k(p-1)xk} & \underline{0}_{k(p-1)xk(p-1)} \end{bmatrix}, \quad F_{mxpk}^E = [\underline{\beta}_{mxk} \quad \underline{0}_{mxk} \quad \underline{0}_{mxk} \quad \cdots \quad \underline{0}_{mxk}].$$

A.2 DISTRIBUIÇÕES A *POSTERIORI* COMPLETAS NECESSÁRIAS PARA A IMPLEMENTAÇÃO DO AMOSTRADOR DE GIBBS

Para $i=1, \dots, k$, escreva $\underline{\beta}_i = (\beta_{i1}, \dots, \beta_{ii})^T$, que são os elementos diferentes de zero. Para os restantes das linhas $i = k+1, \dots, m$, escreva $\underline{\beta}_i = (\beta_{i1}, \dots, \beta_{ik})$. Similarmente, para $i=1, \dots, k$, denote F_i a matriz $T \times i$ contendo as primeiras i colunas de \mathbf{F} , e para todo i seja \mathbf{y}_i a i -ésima coluna de \mathbf{y} e \mathbf{S}_i a i -ésima coluna de $(\mathbf{X}\varphi^T)$ com $\mathbf{X} = (X_1^T, \dots, X_T^T)^T$ e $\mathbf{y}_i^* = \mathbf{y}_i - \mathbf{S}_i$. Seja $\gamma_{-j} = (\gamma_{1j}, \gamma_{2j}, \dots, \gamma_{pj})^T$ o vetor contendo o j -ésimo elemento da diagonal para cada uma das p matrizes $\Gamma_1, \Gamma_2, \dots, \Gamma_p$. Defina também para $j = 1, \dots, k$.

$$\mathfrak{F}_j = \begin{pmatrix} f_{p,j} & f_{p-1,j} & \cdots & f_{1,j} \\ f_{p+1,j} & f_{p,j} & \cdots & f_{2,j} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ f_{T-1,j} & f_{T-2,j} & \cdots & f_{T-p,j} \end{pmatrix} \mathbf{e} \mathbf{H}_j = \begin{pmatrix} f_{p+1,j} \\ f_{p+2,j} \\ \vdots \\ f_{T,j} \end{pmatrix}.$$

Para amostra da condicional completa de f_t , aplicar filtro de Kalman para calcular $m_t = E[f_t^E | D_t]$ e $C_t = V[f_t^E | D_t]$ para $t = 1, \dots, T$, do seguinte modo:

$$a_t = G^E m_{t-1}, \quad R_t = G^E C_{t-1} G^{E^T} + Q^E. \quad (\text{A.3})$$

$$f_t = F^E a_t, \quad Q_t = F^E R_t F^{E^T} + \Sigma. \quad (\text{A.4})$$

$$A_t = R_t F^{E^T} Q_t^{-1}, \quad e_t = (y_t - S_t) - f_t. \quad (\text{A.5})$$

Também armazenar m_t e C_t , $t = 1, \dots, T$. No final, use m_t e C_t para gerar $f_T^E | \cdot \sim N(m_T, C_T)$.

Outra opção seria definir f_t^{E*} como sendo os primeiros k elementos de f_t^E ; G^{E*} como sendo as primeiras k linhas de G^E ; e Q^{E*} como sendo o primeiro bloco $k \times k$ da matriz Q^E . Para $t = T - 1, T - 2, \dots, 1$, faça:

$$m_t^* = m_t + C_t G^{E*^T} \left(G^{E*} C_t G^{E*^T} + Q^{E*} \right)^{-1} \left(f_{t+1}^E - G^{E*} m_t \right),$$

$$C_t^* = C_t - C_t G^{E*^T} \left(G^{E*} C_t G^{E*^T} + Q^{E*} \right)^{-1} G^{E*} C_t.$$

Gere $f_t^E | \cdot, f_{t+1}^{E*} \sim N(m_t^*, C_t^*)$ e mantenha somente os k primeiros elementos gerados dessa forma. Esses primeiros k elementos formam uma amostra de f_t da condicional completa. A distribuição *a posteriori* condicional completa de Σ se reduz a um conjunto de m *gammas* inversas independentes, com $\sigma_i^2 \sim IG\left(\frac{n_\sigma^*}{2}, \frac{n_\sigma^* S_\sigma^*}{2}\right)$, onde:

$$n_\sigma^* = n_\sigma + T \quad (\text{A.6})$$

$$n_{\sigma}^* S_{\sigma}^* = n_{\sigma} S_{\sigma} + \left(\mathbf{y}_i^* - \mathbf{F} \beta_i^T \right)^T \left(\mathbf{y}_i^* - \mathbf{F} \beta_i^T \right). \quad (\text{A.7})$$

A distribuição *a posteriori* condicional completa de β divide-se em:

- para $i = 1, \dots, k$, $\beta_i \sim N\left(\mu_i, V_i\right) 1(\beta_{ii} = 1)$, onde $\mu_i = V_i^{-1} (V_0^{-1} \mu_0 1_k + \sigma_i^{-2} \mathbf{F}^T \mathbf{y}_i^*)$ e $V_i^{-1} = V_0^{-1} I_k + \sigma_i^{-2} \mathbf{F}^T \mathbf{F}$; e
- para $i = k+1, \dots, m$, $\beta_i \sim N\left(\mu_i, V_i\right)$, onde $\mu_i = V_i^{-1} (V_0^{-1} \mu_0 1_k + \sigma_i^{-2} \mathbf{F}^T \mathbf{y}_i^*)$ e $V_i^{-1} = V_0^{-1} I_k + \sigma_i^{-2} \mathbf{F}^T \mathbf{F}$.

A distribuição *a posteriori* condicional completa de γ_j é dada por, para $j = 1, \dots, k$, $\gamma_j \sim N(A_j, B_j)$ onde $A_j = B_j (S_r^{-1} m_r 1_p + \lambda_j^{-1} \mathfrak{I}_j^T H_j)$ e $B_j = S_r^{-1} I_{pp} + \lambda_j^{-1} \mathfrak{I}_j^T \mathfrak{I}_j$.

A distribuição *a posteriori* condicional completa de Λ se reduz a um conjunto de k gammas inversas independentes, com $\lambda_j \sim IG\left(\frac{n_{\lambda}^*}{2}, \frac{n_{\lambda}^* S_{\lambda}^*}{2}\right)$, onde:

$$n_{\lambda}^* = n_{\lambda} + T \quad (\text{A.8})$$

$$n_{\lambda}^* S_{\lambda}^* = n_{\lambda} S_{\lambda} + \left(\mathbf{H}_j - \mathfrak{I}_j \gamma_j \right)^T \left(\mathbf{H}_j - \mathfrak{I}_j \gamma_j \right) \quad (\text{A.9})$$

A distribuição *a posteriori* condicional completa de φ_i é dada por, para $i=1, \dots, m$, $\varphi_i \sim N(C_i, D_i)$, onde $C_i = D_i (C_s^{-1} m_s 1_{12} + \sigma_i^{-1} \mathbf{X} (\mathbf{y}_i - \mathbf{F} \beta_i))$ e $D_i = C_s^{-1} I_{12 \times 12} + \sigma_i^{-2} \mathbf{X}^T \mathbf{X}$.

A.3 PREVISÃO MFD COM COMPONENTE SAZONAL COM $p > 1$

Passa o modelo descrito pelas equações (14) e (15) para a estrutura de espaço de estados definida pelas equações (A.1) e (A.2); e utilize a mesma metodologia apresentada na seção 5.2 substituindo f_i , Λ , β e Γ_1 por f_i^E , Q^E , F^E e G^E , respectivamente.

APÊNDICE B

TABELA B.1

Modelo Linear Dinâmico (MLD): avaliação da previsão do Imposto de Renda Total (IRT) dentro da amostra (jun./2018-maio/2019)

Mês/ano	Real	Previsto	IC 95%		Erro	Erro (%)	erro ²	erro (%)	erro
Jun./2018	31.045	33.834	22.845	49.610	2.789	8,98	7.780.193	8,98	2.789
Jul./2018	35.710	34.731	22.333	52.362	-979	-2,74	958.094	2,74	979
Ago./2018	27.612	27.744	18.010	41.275	132	0,48	17.444	0,48	132
Set./2018	27.943	26.934	17.247	40.199	-1.009	-3,61	1.018.728	3,61	1.009
Out./2018	35.551	39.281	24.854	60.507	3.730	10,49	13.910.736	10,49	3.730
Nov./2018	32.254	30.615	19.181	47.332	-1.639	-5,08	2.687.144	5,08	1.639
Dez./2018	39.336	40.321	25.603	64.655	985	2,50	969.596	2,50	985
Jan./2019	54.395	51.562	31.286	82.778	-2.833	-5,21	8.024.441	5,21	2.833
Fev./2019	31.898	26.365	16.572	43.005	-5.533	-17,35	30.614.856	17,35	5.533
Mar./2019	29.004	30.896	18.016	52.179	1.892	6,52	3.577.929	6,52	1.892
Abr./2019	43.372	36.104	21.899	56.490	-7.268	-16,76	52.823.892	16,76	7.268
Mai/2019	28.883	28.776	17.114	48.754	-107	-0,37	11.432	0,37	107
	417.003	407.162	254.960	639.148	-9.841		10.199.540		
Erro acumulado percentual				-0,02					
Raiz do erro quadrático médio (RMSE)				3193,67					
Mean Percentual Error (MPE)				-0,02					
Mean Absolute Percentual Error (MAPE)				0,07					
Mean Absolute Deviation (MAD)				2407,95					

Elaboração dos autores.
Obs.: IC - índice de confiança.

TABELA B.2

MLD: avaliação da previsão do Imposto de Renda Pessoa Física (IRPF) dentro da amostra (jun./2018-maio/2019)

Mês/ano	Real	Previsto	IC 95%		Erro	Erro (%)	Erro ²	erro (%)	erro
Jun./2018	3.129	3.060	1.740	5.377	-69	-2,22	4.812	2,22	69
Jul./2018	2.833	2.904	1.604	5.089	71	2,49	4.988	2,49	71
Ago./2018	2.611	2.871	1.561	5.058	260	9,97	67.814	9,97	260
Set./2018	2.732	2.690	1.448	4.714	-42	-1,53	1.755	1,53	42
Out./2018	2.393	2.774	1.473	5.084	381	15,92	145.147	15,92	381
Nov./2018	2.659	2.771	1.472	4.986	112	4,22	12.572	4,22	112
Dez./2018	1.741	1.778	1.015	3.389	37	2,14	1.384	2,14	37
Jan./2019	1.571	1.902	1.007	3.686	331	21,06	109.482	21,06	331
Fev./2019	1.678	1.329	725	2.496	-349	-20,79	121.643	20,79	349
Mar./2019	1.439	1.460	763	2.945	21	1,45	437	1,45	21

(Continua)

(Continuação)

Mês/ano	Real	Previsto	IC 95%		Erro	Erro (%)	Erro^2	erro (%)	erro
Abr./2019	9.546	6.239	3.248	11.442	-3.307	-34,65	10.938.197	34,65	3.307
Maio/2019	3.295	3.724	1.909	7.367	429	13,03	184.240	13,03	429
	35.627	33.502	17.967	61.634	-2.125		966.039		
Erro acumulado percentual				-0,06					
RMSE				982,87					
MPE				0,01					
MAPE				0,11					
MAD				450,81					

Elaboração dos autores.

TABELA B.3

MLD: avaliação da previsão do Imposto de Renda Retido na Fonte (IRRF) dentro da amostra (jun./2018-maio/2019)

Mês/ano	Real	Previsto	IC 95%		Erro	Erro (%)	Erro^2	erro (%)	erro
Jun./2018	20.699	22.594	19.538	25.974	1.895	9,16	3.591.711	9,16	1.895
Jul./2018	16.657	16.194	13.639	19.013	-463	-2,78	214.796	2,78	463
Ago./2018	15.452	15.703	12.891	18.572	251	1,63	63.227	1,63	251
Set./2018	15.287	15.611	12.837	18.605	324	2,12	104.804	2,12	324
Out./2018	16.601	17.285	13.985	21.058	684	4,12	467.560	4,12	684
Nov./2018	18.957	18.716	15.037	22.935	-241	-1,27	58.054	1,27	241
Dez./2018	27.892	29.565	23.995	37.507	1.673	6,00	2.800.241	6,00	1.673
Jan./2019	25.493	24.177	18.867	30.177	-1.316	-5,16	1.730.822	5,16	1.316
Fev./2019	15.571	15.405	12.108	19.653	-166	-1,07	27.703	1,07	166
Mar./2019	17.457	17.316	13.422	22.176	-141	-0,81	19.910	0,81	141
Abr./2019	18.048	18.521	14.571	23.604	473	2,62	223.769	2,62	473
Maio/2019	17.240	16.412	12.585	21.464	-828	-4,80	686.201	4,80	828
	225.354	227.499	183.473	280.739	2.145		832.400		
Erro acumulado percentual				0,95					
RMSE				R\$ 912					
MPE				0,81%					
MAPE				3,46%					
MAD				R\$ 705					

Elaboração dos autores.

TABELA B.4

MLD: avaliação da previsão do Imposto de Renda Pessoa Jurídica (IRPJ) dentro da amostra (jun./2018-maio/2019)

Mês/ano	Real	Previsto	IC 95%		Erro	Erro (%)	Erro^2	erro (%)	erro
Jun./2018	7.217	7.841	5.718	10.619	624	8,65	389.682	8,65	624
Jul./2018	16.221	13.517	9.450	19.063	-2.704	-16,67	7.310.843	16,67	2.704
Ago./2018	9.550	8.341	5.784	11.576	-1.209	-12,66	1.460.710	12,66	1.209
Set./2018	9.924	7.833	5.397	11.030	-2.091	-21,07	4.372.284	21,07	2.091
Out./2018	16.557	16.195	10.858	23.362	-362	-2,19	131.190	2,19	362
Nov./2018	10.638	8.490	5.697	12.188	-2.148	-20,19	4.615.288	20,19	2.148
Dez./2018	9.703	8.784	5.966	13.332	-919	-9,47	844.367	9,47	919
Jan./2019	27.331	22.000	14.229	32.480	-5.331	-19,50	28.414.789	19,50	5.331
Fev./2019	14.648	8.904	5.987	13.512	-5.744	-39,21	32.995.442	39,21	5.744
Mar./2019	10.107	10.773	6.861	16.978	666	6,58	442.898	6,58	666
Abr./2019	15.777	13.989	9.072	20.868	-1.788	-11,33	-	11,33	1.788
Mai./2019	8.348	7.797	4.967	12.219	-551	-6,60	303.206	6,60	551
	156.021	134.465	89.987	197.227	-21.556		832.400		
Erro acumulado percentual				-13,82					
RMSE				R\$ 912					
MPE				-11,97%					
MAPE				14,51%					
MAD				R\$ 2.011					

Elaboração dos autores.

TABELA B.5

MLD: avaliação da previsão do Imposto sobre Produtos Industrializados (IPI) dentro da amostra (jun./2018-maio/2019)

Mês/ano	Real	Previsto	IC 95%		Erro	Erro (%)	Erro^2	erro (%)	erro
Jun./2018	4.336	4.530	3.973	5.090	194	4,48	37.757	4,48	194
Jul./2018	5.035	4.487	3.824	5.255	-548	-10,88	299.877	10,88	548
Ago./2018	4.700	4.661	3.855	5.547	-39	-0,82	1.486	0,82	39
Set./2018	4.821	4.798	3.903	5.754	-23	-0,47	520	0,47	23
Out./2018	4.893	5.105	4.052	6.334	212	4,32	44.779	4,32	212
Nov./2018	5.116	5.007	3.917	6.360	-109	-2,13	11.916	2,13	109
Dez./2018	4.984	5.031	3.941	6.532	47	0,94	2.209	0,94	47
Jan./2019	5.046	5.021	3.817	6.476	-25	-0,49	603	0,49	25
Fev./2019	4.321	3.982	3.013	5.369	-339	-7,84	114.737	7,84	339
Mar./2019	4.710	4.176	3.085	5.607	-534	-11,34	285.207	11,34	534

(Continua)

(Continuação)

Mês/ano	Real	Previsto	IC 95%		Erro	Erro (%)	Erro^2	erro (%)	erro
Abr./2019	4.716	4.639	3.500	6.216	-77	-1,63	5.918	1,63	77
Maio/2019	4.644	4.349	3.166	5.902	-295	-6,35	86.836	6,35	295
	57.322	55.788	44.047	70.444	-1.534		74.321		
Erro acumulado percentual				-2,68					
RMSE				R\$ 273					
MPE				-2,68%					
MAPE				4,31%					
MAD				R\$ 203					

Elaboração dos autores.

TABELA B.6

MLD: avaliação da previsão da Contribuição para o Financiamento da Seguridade Social (Cofins) dentro da amostra (jun./2018-maio/2019)

Mês/ano	Real	Previsto	IC 95%		Erro	Erro (%)	Erro^2	erro (%)	erro
Jun./2018	20.520	21.489	19.058	24.124	969	4,72	939.749	4,72	969
Jul./2018	20.684	21.147	18.225	24.309	463	2,24	214.784	2,24	463
Ago./2018	20.341	21.874	18.316	25.775	1.533	7,54	2.351.125	7,54	1.533
Set./2018	20.673	21.712	18.027	25.623	1.039	5,02	1.078.810	5,02	1.039
Out./2018	21.494	22.425	18.191	27.348	931	4,33	866.513	4,33	931
Nov./2018	21.668	22.656	18.220	27.990	988	4,56	976.935	4,56	988
Dez./2018	20.532	23.618	18.999	29.950	3.086	15,03	9.522.608	15,03	3.086
Jan./2019	23.309	23.906	18.651	30.187	597	2,56	356.930	2,56	597
Fev./2019	20.247	19.897	15.381	25.760	-350	-1,73	122.163	1,73	350
Mar./2019	19.905	19.727	15.052	25.819	-78	-0,89	31.682	0,89	178
Abr./2019	20.796	21.866	16.981	28.182	1.070	5,14	1.144.490	5,14	1.070
Maio/2019	20.860	20.723	15.682	27.380	-137	-0,65	18.639	0,65	137
	251.029	261.042	210.783	322.448	10.013		1.468.702		
Erro acumulado percentual				3,99					
RMSE				R\$ 1.212					
MPE				3,99%					
MAPE				4,54%					
MAD				R\$ 945					

Elaboração dos autores.

TABELA B.7

MLD: avaliação da previsão do Programa de Integração Social (PIS)/Patrimônio do Servidor Público (Pasep) dentro da amostra (jun./2018-maio/2019)

Mês/ano	Real	Previsto	IC 95%		Erro	Erro (%)	Erro ²	erro (%)	erro
Jun./2018	5.456	5.632	4.781	6.602	176	3,23	31.122	3,23	176
Jul./2018	5.522	5.526	4.549	6.653	4	0,08	17	0,08	4
Ago./2018	5.367	5.663	4.533	6.858	296	5,51	87.377	5,51	296
Set./2018	5.452	5.676	4.556	6.973	224	4,11	50.109	4,11	224
Out./2018	5.510	5.849	4.580	7.297	339	6,16	115.255	6,16	339
Nov./2018	5.796	5.832	4.551	7.344	36	0,62	1.275	0,62	36
Dez./2018	5.590	6.443	5.069	8.469	853	15,27	728.225	15,27	853
Jan./2019	6.425	6.476	4.881	8.299	51	0,80	2.640	0,80	51
Fev./2019	5.648	5.399	4.091	7.187	-249	-4,40	61.805	4,40	249
Mar./2019	5.489	5.344	4.006	7.133	-145	-2,65	21.156	2,65	145
Abr./2019	5.566	5.686	4.350	7.536	120	2,16	14.450	2,16	120
Maio/2019	5.504	5.503	4.057	7.475	-1	-0,02	1	0,02	1
	67.325	69.030	54.003	87.826	1.705		92.786		
Erro acumulado percentual					2,53				
RMSE					R\$ 305				
MPE					2,57%				
MAPE					3,75%				
MAD					R\$ 208				

Elaboração dos autores.

TABELA B.8

MLD: avaliação da previsão da Contribuição sobre o Lucro da Pessoa Jurídica (CLPJ) dentro da amostra (jun./2018-maio/2019)

Mês/ano	Real	Previsto	IC 95%		Erro	Erro (%)	Erro ²	erro (%)	erro
Jun./2018	4.191	4.556	3.187	6.440	365	8,70	132.865	8,70	365
Jul./2018	8.731	6.532	4.397	9.555	-2.199	-25,18	4.834.093	25,18	2.199
Ago./2018	5.544	4.767	3.188	6.943	-777	-14,02	604.000	14,02	777
Set./2018	5.326	4.525	2.987	6.524	-801	-15,04	641.448	15,04	801
Out./2018	8.554	8.001	5.191	12.004	-553	-6,47	305.839	6,47	553
Nov./2018	5.876	4.863	3.138	7.224	-1.013	-17,24	1.026.545	17,24	1.013
Dez./2018	5.327	5.018	3.294	7.885	-309	-5,80	95.526	5,80	309
Jan./2019	16.398	12.366	7.816	19.239	-4.032	-24,59	16.254.665	24,59	4.032
Fev./2019	7.015	5.143	3.362	8.084	-1.872	-26,69	3.504.977	26,69	1.872
Mar./2019	5.466	5.856	3.614	9.478	390	7,14	152.239	7,14	390

(Continua)

(Continuação)

Mês/ano	Real	Previsto	IC 95%		Erro	Erro (%)	Erro^2	erro (%)	erro
Abr./2019	8.022	7.763	4.874	11.905	-259	-3,22	66.892	3,22	259
Maio/2019	4.486	4.465	2.775	7.226	-21	-0,46	432	0,46	21
	84.936	73.855	47.823	112.508	-11.081		2.301.627		
Erro acumulado percentual					-13,05				
RMSE			R\$ 1.517						
MPE			-10,24%						
MAPE			12,88%						
MAD			R\$ 1.049						

Elaboração dos autores.

TABELA B.9

MLD: avaliação da previsão do Imposto sobre Importação (IMP) dentro da amostra (jun./2018-maio/2019)

Mês/ano	Real	Previsto	IC 95%		Erro	Erro (%)	Erro^2	erro (%)	erro
Jun./2018	3.708	3.389	2.958	3.835	-319	-8,61	101.892	8,61	319
Jul./2018	3.953	3.539	2.975	4.217	-414	-10,47	171.265	10,47	414
Ago./2018	4.053	3.841	3.094	4.685	-212	-5,23	45.013	5,23	212
Set./2018	3.624	3.667	2.934	4.529	43	1,17	1.811	1,17	43
Out./2018	4.037	3.988	3.081	5.141	-49	-1,21	2.368	1,21	49
Nov./2018	3.526	3.764	2.842	4.961	238	6,74	56.549	6,74	238
Dez./2018	2.838	3.560	2.689	4.854	722	25,43	521.060	25,43	722
Jan./2019	3.756	3.781	2.770	5.241	25	0,68	644	0,68	25
Fev./2019	3.205	3.300	2.391	4.640	95	2,97	9.067	2,97	95
Mar./2019	3.284	3.738	2.633	5.210	454	13,82	205.927	13,82	454
Abr./2019	3.504	3.436	2.491	4.860	-68	-1,94	4.634	1,94	68
Maio/2019	3.617	3.503	2.375	5.060	-114	-3,15	13.016	3,15	114
	43.105	43.506	33.232	57.235	401		94.437		
Erro acumulado percentual					0,93				
RMSE			R\$ 307						
MPE			1,68%						
MAPE			6,79%						
MAD			R\$ 229						

Elaboração dos autores.

TABELA B.10

MLD: avaliação da previsão do Imposto sobre Operações Financeiras (IOF) dentro da amostra (jun./2018-maio/2019)

Mês/ano	Real	Previsto	IC 95%		Erro	Erro (%)	Erro ²	erro (%)	erro
Jun./2018	3.336	3.147	2.638	3.749	-189	-5,67	35.739	5,67	189
Jul./2018	3.094	3.020	2.334	3.900	-74	-2,38	5.430	2,38	74
Ago./2018	3.008	3.048	2.239	4.143	40	1,31	1.563	1,31	40
Set./2018	3.175	2.964	2.046	4.102	-211	-6,64	44.427	6,64	211
Out./2018	3.034	3.058	2.061	4.434	24	0,80	591	0,80	24
Nov./2018	3.071	3.033	1.966	4.616	-38	-1,23	1.417	1,23	38
Dez./2018	3.705	3.339	2.161	5.190	-366	-9,87	133.756	9,87	366
Jan./2019	3.059	3.161	1.871	5.175	102	3,34	10.461	3,34	102
Fev./2019	3.403	3.120	1.853	5.108	-283	-8,33	80.299	8,33	283
Mar./2019	2.953	2.866	1.678	4.958	-87	-2,95	7.608	2,95	87
Abr./2019	3.571	3.309	2.017	5.935	-262	-7,34	68.729	7,34	262
Mai./2019	3.181	3.113	1.676	5.337	-68	-2,14	4.639	2,14	68
	38.590	37.178	24.539	56.649	-1.412		32.888		
Erro acumulado percentual				-3,66					
RMSE				R\$ 181					
MPE				-3,42%					
MAPE				4,33%					
MAD				R\$ 145					

Elaboração dos autores.

TABELA B.11

MLD: avaliação da previsão do Imposto sobre Circulação de Mercadorias e Serviços (ICMS) dentro da amostra (jun./2018-maio/2019)

Mês/ano	Real	Previsto	IC 95%		Erro	Erro (%)	Erro ²	erro (%)	erro
Jun./2018	37.695	41.924	38.985	45.147	4.229	11,22	17.886.947	11,22	4.229
Jul./2018	41.742	40.703	36.814	45.081	-1.039	-2,49	1.080.162	2,49	1.039
Ago./2018	42.050	42.064	37.083	47.800	14	0,03	203	0,03	14
Set./2018	43.611	42.363	36.857	48.109	-1.248	-2,86	1.557.792	2,86	1.248
Out./2018	42.048	43.309	37.127	50.573	1.261	3,00	1.589.725	3,00	1.261
Nov./2018	43.822	43.240	36.492	51.387	-582	-1,33	338.257	1,33	582
Dez./2018	44.604	45.160	37.942	54.328	556	1,25	309.342	1,25	556
Jan./2019	43.588	44.563	36.758	54.004	975	2,24	950.383	2,24	975
Fev./2019	40.437	41.208	33.833	50.417	771	1,91	593.940	1,91	771
Mar./2019	39.219	39.148	31.536	47.975	-71	-0,18	5.001	0,18	71

(Continua)

(Continuação)

Mês/ano	Real	Previsto	IC 95%		Erro	Erro (%)	Erro ²	erro (%)	erro
Abr./2019	41.714	42.676	35.059	52.942	962	2,31	925.472	2,31	962
Maio/2019	41.722	40.642	32.144	50.559	-1.080	-2,59	1.166.968	2,59	1.080
	502.252	507.000	430.632	598.323	4.748		2.200.349		
Erro acumulado percentual			0,95						
RMSE			R\$ 1.483						
MPE			1,04%						
MAPE			2,62%						
MAD			R\$ 1.066						

Elaboração dos autores.

TABELA B.12

MLD: avaliação da previsão do Regime Geral de Previdência Social (RGPS) dentro da amostra (jun./2018-maio/2019)

Mês/ano	Real	Previsto	IC 95%		Erro	Erro (%)	Erro ²	erro (%)	erro
Jun./2018	31.367	32.796	30.742	35.121	1.429	4,56	2.042.978	4,56	1.429
Jul./2018	31.661	32.393	29.500	35.557	732	2,31	535.630	2,31	732
Ago./2018	32.302	33.253	29.701	37.210	951	2,94	904.162	2,94	951
Set./2018	30.805	31.816	28.070	35.905	1.011	3,28	1.022.556	3,28	1.011
Out./2018	32.730	32.695	28.286	37.616	-35	-0,11	1.223	0,11	35
Nov./2018	32.691	33.064	28.238	38.570	373	1,14	139.215	1,14	373
Dez./2018	54.686	54.988	46.754	64.770	302	0,55	91.272	0,55	302
Jan./2019	32.929	31.199	26.017	37.345	-1.730	-5,25	2.992.201	5,25	1.730
Fev./2019	32.116	32.254	26.912	38.811	138	0,43	19.021	0,43	138
Mar./2019	31.409	31.984	26.173	38.725	575	1,83	331.019	1,83	575
Abr./2019	34.107	34.664	28.999	42.485	557	1,63	310.582	1,63	557
Maio/2019	32.702	32.738	26.221	39.886	36	0,11	1.270	0,11	36
	409.505	413.845	355.614	482.002	4.340		699.261		
Erro acumulado percentual			1,06						
RMSE			R\$ 836						
MPE			1,12%						
MAPE			2,01%						
MAD			R\$ 656						

Elaboração dos autores.

APÊNDICE C

TABELA C.1

Modelo Linear Dinâmico (MLD): previsão fora da amostra (jun./2019-maio/2020)

(Em R\$ milhões)

C.1A – Imposto de Renda Total (IRT)

Data	0,05 IC	IRT	0,95 IC
Jun./2019	24.439	35.612	53.029
Jul./2019	25.548	36.992	53.524
Ago./2019	19.198	28.750	41.931
Set./2019	19.406	28.623	43.251
Out./2019	26.692	40.747	63.693
Nov./2019	21.980	32.312	51.069
Dez./2019	26.518	43.183	66.892
Jan./2020	32.913	53.228	82.074
Fev./2020	17.384	27.723	45.376
Mar./2020	21.246	33.432	53.758
Abr./2020	23.143	38.245	60.237
Mai./2020	18.706	30.404	53.016

C.1B – Imposto de Renda Pessoa Física (IRPF)

Data	0,05 IC	IRPF	0,95 IC
Jun./2019	1.166	2.428	5.096
Jul./2019	709	1.942	5.156
Ago./2019	545	1.851	7.289
Set./2019	429	1.834	7.779
Out./2019	432	2.071	11.832
Nov./2019	382	2.169	14.051
Dez./2019	219	1.612	10.895
Jan./2020	213	1.489	10.802
Fev./2020	136	1.130	9.216
Mar./2020	147	1.442	14.425
Abr./2020	418	4.968	51.023
Mai./2020	241	3.008	32.901

C.1C – Imposto de Renda Retido na Fonte (IRRF)

Data	0,05 IC	IRRF	0,95 IC
Jun./2019	20.084	22.994	26.741
Jul./2019	14.564	16.853	19.586
Ago./2019	13.500	15.942	18.779
Set./2019	13.625	16.365	19.460
Out./2019	14.828	17.873	21.869
Nov./2019	16.081	19.428	23.981
Dez./2019	24.504	30.563	38.138
Jan./2020	19.563	24.563	30.509
Fev./2020	12.414	15.679	19.645
Mar./2020	14.441	18.254	23.137
Abr./2020	14.687	18.915	24.037
Maio/2020	13.470	17.320	22.671

C.1D – Imposto de Renda Pessoa Jurídica (IRPJ)

Data	0,05 IC	IRPJ	0,95 IC
Jun./2019	5.977,5	8.418	11.860
Jul./2019	9.323,5	14.885	21.435
Ago./2019	4.951,9	8.917	13.794
Set./2019	4.455,4	8.596	14.520
Out./2019	9.341,8	17.730	29.258
Nov./2019	4.631,2	9.487	17.122
Dez./2019	4.408,6	9.860	18.345
Jan./2020	1.0806	23.932	42.706
Fev./2020	4.718,2	10.134	20.177
Mar./2020	5.675,3	12.384	27.692
Abr./2020	6.724,3	15.636	35.275
Maio/2020	3.756,4	8.815	22.967

C.1E – Imposto sobre Produtos Industrializados (IPI)

Data	0,05 IC	IPI	0,95 IC
Jun./2019	4.076	4.593	5.245
Jul./2019	4.080	4.693	5.455
Ago./2019	4.014	4.740	5.690
Set./2019	4.114	5.028	6.037
Out./2019	4.305	5.239	6.545
Nov./2019	4.127	5.193	6.546
Dez./2019	4.033	5.205	6.627
Jan./2020	3.897	5.089	6.566
Fev./2020	3.137	4.099	5.278
Mar./2020	3.327	4.423	5.833
Abr./2020	3.542	4.719	6.266
Maio/2020	3.354	4.604	6.275

C.1F – Contribuição para o Financiamento da Seguridade Social (Cofins)

Data	0,05 IC	Cofins	0,95 IC
Jun./2019	18.908	21.122	23.927
Jul./2019	18.599	21.171	24.269
Ago./2019	18.410	21.442	25.264
Set./2019	18.287	22.007	26.120
Out./2019	18.793	22.382	27.462
Nov./2019	18.471	22.689	28.020
Dez./2019	18.780	23.488	29.178
Jan./2020	18.390	23.421	29.302
Fev./2020	15.559	19.670	24.823
Mar./2020	15.558	20.110	26.113
Abr./2020	16.633	21.449	27.693
Mai/2020	16.253	21.210	27.785

C.1G – Imposto sobre Operações Financeiras (IOF)

Data	0,05 IC	IOF	0,95 IC
Jun./2019	2.861,0	3.383	4.030,3
Jul./2019	2.625,1	3.287	4.110,2
Ago./2019	2.469,1	3.260	4.439,7
Set./2019	2.304,8	3.244	4.522,1
Out./2019	2.291,4	3.284	4.863,7
Nov./2019	2.251,7	3.317	5.042,0
Dez./2019	2.323,1	3.764	5.831,9
Jan./2020	2.147,0	3.332	5.294,8
Fev./2020	2.077,6	3.417	5.429,7
Mar./2020	1.936,5	3.285	5.412,7
Abr./2020	2.031,2	3.598	6.006,7
Mai/2020	1.940,1	3.453	5.860,6

C.1H – Contribuição sobre o Lucro de Pessoa Jurídica (CLPJ)

Data	0,05 IC	CLPJ	0,95 IC
Jun./2019	3.461	4.895	7.083
Jul./2019	5.122	7.243	10.180
Ago./2019	3.509	5.099	7.193
Set./2019	3.374	4.939	7.221
Out./2019	5.773	8.612	13.061
Nov./2019	3.643	5.287	8.091
Dez./2019	3.473	5.502	8.281
Jan./2020	8.377	13.329	20.052
Fev./2020	3.514	5.540	8.777
Mar./2020	4.150	6.455	10.142
Abr./2020	5.083	8.293	12.764
Mai/2020	3.024	4.819	7.975

C.1I – Programa de Integração Social (PIS)/Patrimônio do Servidor Público (Pasep)

Data	0,05 IC	PIS/Pasep	0,95 IC
Jun./2019	4.842	5.628	6.653
Jul./2019	4.761	5.601	6.612
Ago./2019	4.637	5.602	6.773
Set./2019	4.683	5.775	7.029
Out./2019	4.746	5.870	7.426
Nov./2019	4.717	5.892	7.502
Dez./2019	5.032	6.465	8.280
Jan./2020	4.870	6.386	8.150
Fev./2020	4.137	5.399	6.985
Mar./2020	4.181	5.492	7.233
Abr./2020	4.239	5.671	7.481
Maio/2020	4.225	5.618	7.673

C.1J – Imposto sobre Importações (IMP)

Data	0,05 IC	IMP	0,95 IC
Jun./2019	3.150	3.581	4.131
Jul./2019	3.233	3.823	4.525
Ago./2019	3.313	4.059	5.096
Set./2019	3.112	3.950	5.125
Out./2019	3.314	4.267	5.706
Nov./2019	3.024	3.992	5.532
Dez./2019	2.748	3.767	5.065
Jan./2020	2.855	3.969	5.487
Fev./2020	2.434	3.473	4.891
Mar./2020	2.818	4.019	5.850
Abr./2020	2.408	3.598	5.200
Maio/2020	2.535	3.819	5.713

C.1K – Imposto sobre Circulação de Mercadorias e Serviços (ICMS)

Data	0,05 IC	ICMS	0,95 IC
Jun./2019	39.101	42.054	45.671
Jul./2019	38.291	42.173	46.330
Ago./2019	38.608	42.955	48.399
Set./2019	38.616	44.428	50.704
Out./2019	38.927	44.670	52.193
Nov./2019	38.341	44.615	52.805
Dez./2019	39.189	46.617	55.131
Jan./2020	37.431	45.165	53.732
Fev./2020	34.716	41.895	50.166
Mar./2020	33.795	41.344	50.276
Abr./2020	35.116	43.173	52.709
Maio/2020	34.457	42.921	52.772

C.1L – Regime Geral de Previdência Social (RGPS)

Data	0,05 IC	RGPS	0,95 IC
Jun./2019	30.754	32.812,21	35.108,02
Jul./2019	30.281	33.077,86	36.117,21
Ago./2019	30.209	33.646,62	37.696,82
Set./2019	29.085	32.928,60	37.266,41
Out./2019	29.362	33.563,18	38.905,52
Nov./2019	29.080	33.693,03	39.562,31
Dez./2019	47.420	56.067,22	65.859,30
Jan./2020	26.359	31.429,40	37.302,28
Fev./2020	27.170	32.552,56	38.778,73
Mar./2020	27.545	33.443,27	40.452,92
Abr./2020	28.438	34.774,05	42.043,43
Mai./2020	27.520	34.169,42	41.583,40

C.1M – Carga Tributária Bruta (CTB)

Data	0,05 IC	CTB	0,95 IC
Jun./2019	75.420	85.626	98.781
Jul./2019	83.148	95.691	110.957
Ago./2019	68.615	80.826	95.425
Set./2019	67.369	81.860	97.649
Out./2019	87.185	105.419	129.575
Nov./2019	74.959	91.757	113.599
Dez./2019	77.658	96.874	121.241
Jan./2020	94.509	119.997	150.085
Fev./2020	59.523	75.851	95.612
Mar./2020	64.843	82.894	106.253
Abr./2020	79.079	102.589	131.794
Mai./2020	62.303	80.819	106.447

Elaboração dos autores.
Obs.: IC - índice de confiança.

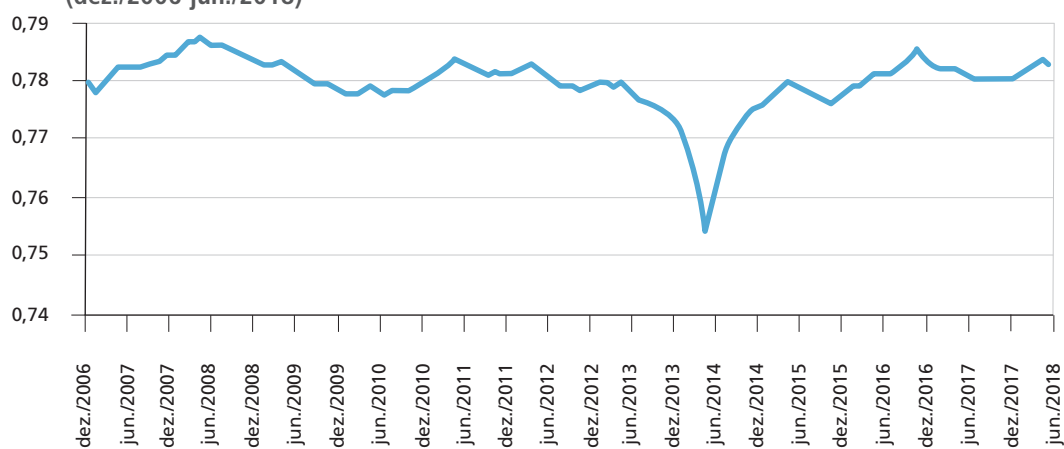
APÊNDICE D

D.1 ELASTICIDADES DINÂMICAS PELO MODELO LINEAR DINÂMICO (MLD)

O resultado da estimação para a elasticidade-renda dinâmica pelo modelo MLD para Carga Tributária Bruta (CTB) foi apresentado no gráfico 6. A seguir, apresentamos os gráficos das elasticidades dinâmicas para os demais tributos

GRÁFICO D.1

Elasticidade dinâmica para o Imposto de Renda Total (IRT) (IRRF+IRPJ+IRPF)
(dez./2006-jun./2018)

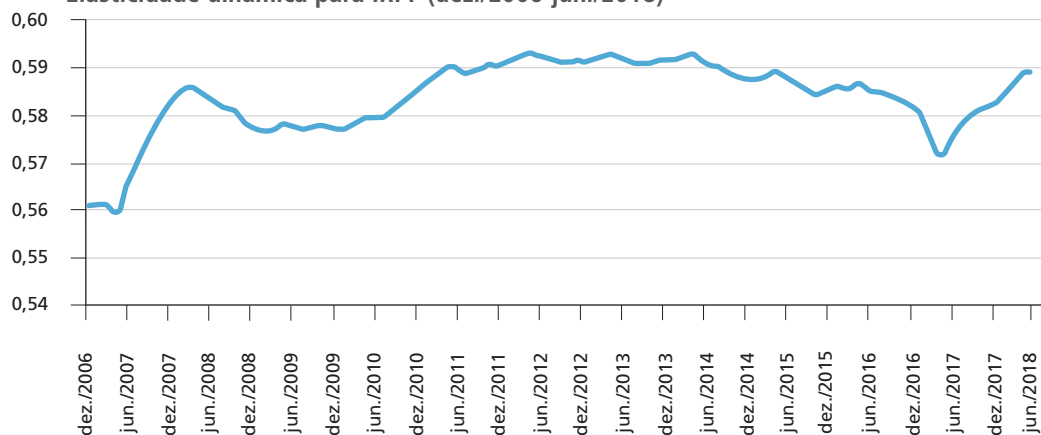


Elaboração dos autores.

Obs.: IRRF – Imposto de Renda Retido na Fonte; IRPJ – Imposto de Renda de Pessoa Jurídica; IRPF – Imposto de Renda de Pessoa Física.

GRÁFICO D.2

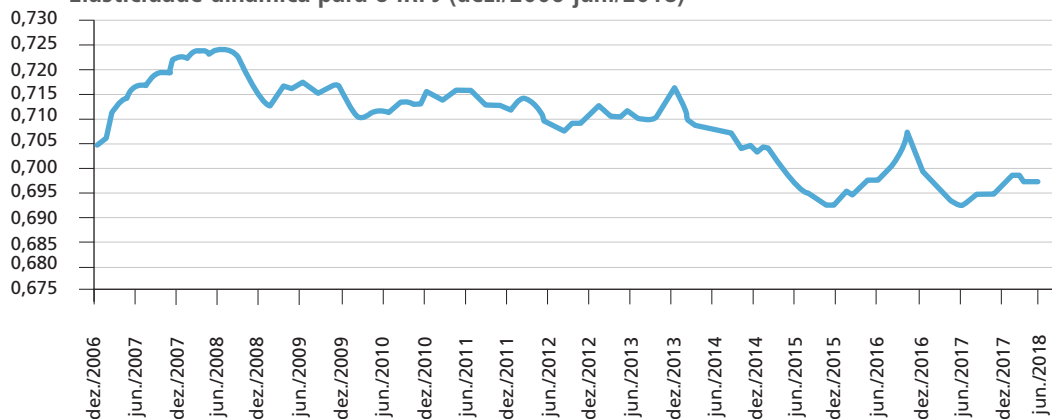
Elasticidade dinâmica para IRPF (dez./2006-jun./2018)



Elaboração dos autores.

GRÁFICO D.3

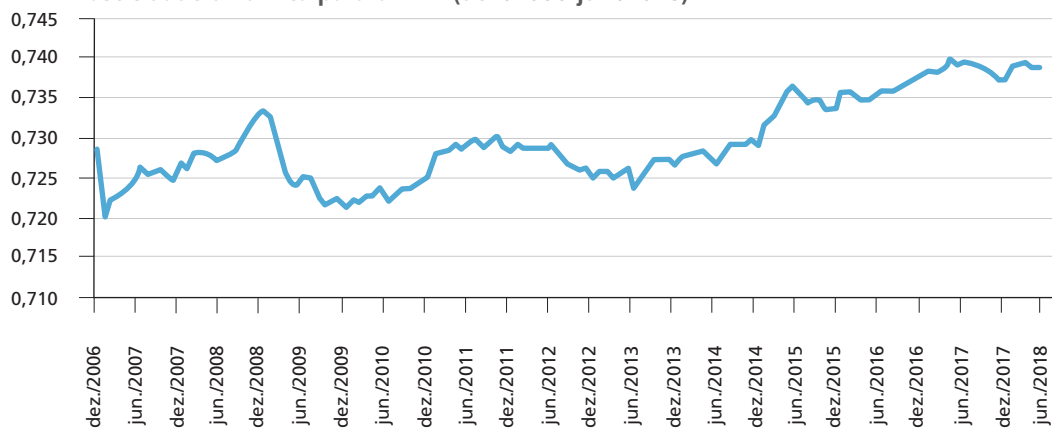
Elasticidade dinâmica para o IRPJ (dez./2006-jun./2018)



Elaboração dos autores.

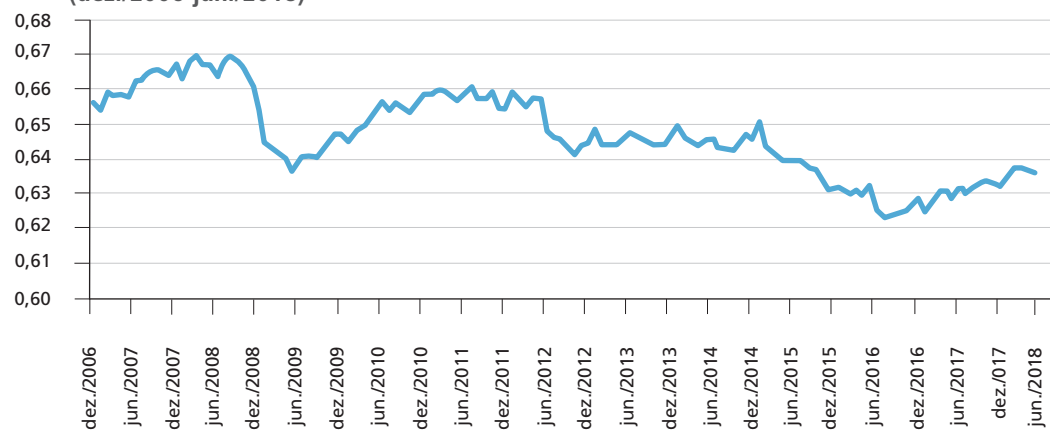
GRÁFICO D.4

Elasticidade dinâmica para o IRRF (dez./2006-jun./2018)



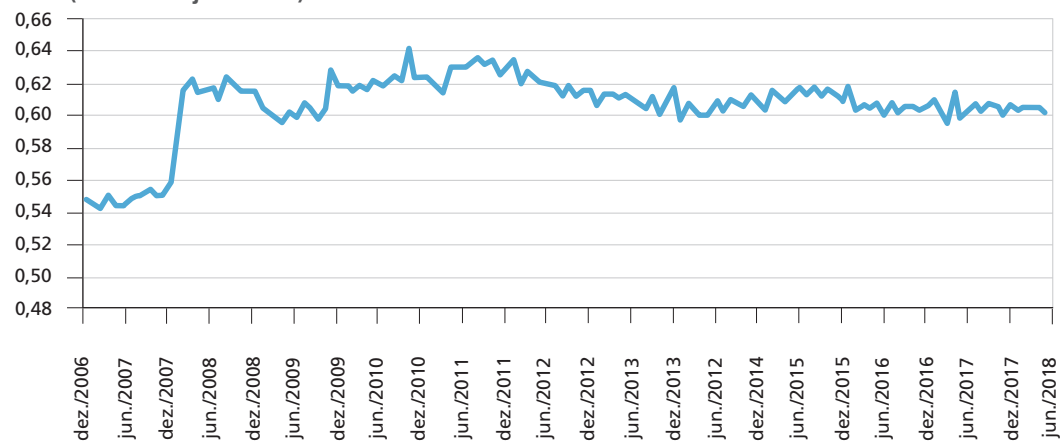
Elaboração dos autores.

GRÁFICO D.5
Elasticidade dinâmica para o Imposto sobre Produtos Industrializados (IPI)
 (dez./2006-jun./2018)



Elaboração dos autores.

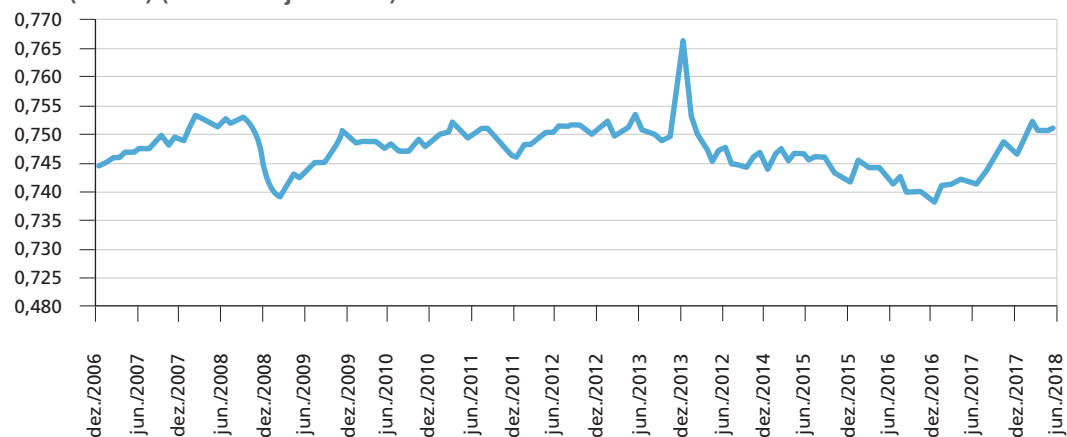
GRÁFICO D.6
Elasticidade dinâmica para o Imposto sobre Operações Financeiras (IOF)
 (dez./2006-jun./2018)



Elaboração dos autores.

GRÁFICO D.7

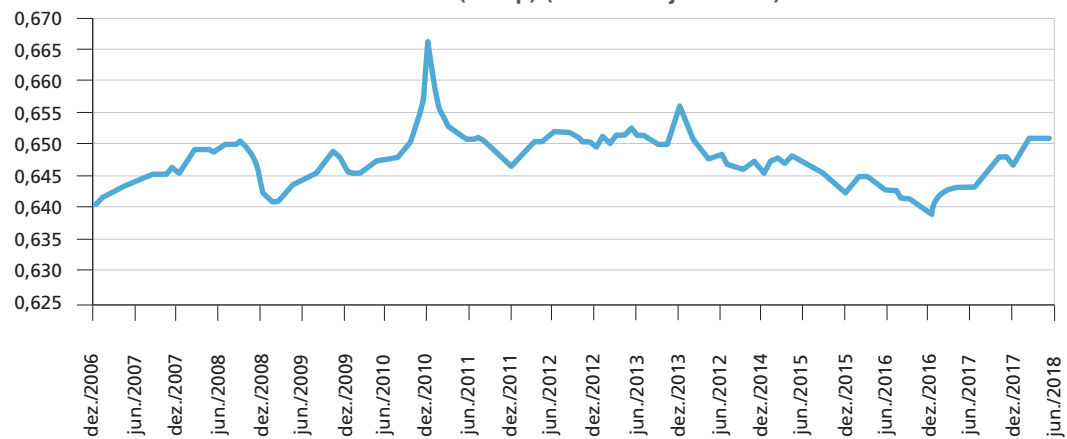
Elasticidade dinâmica para a Contribuição para o Financiamento da Seguridade Social (Cofins) (dez./2006-jun./2018)



Elaboração dos autores.

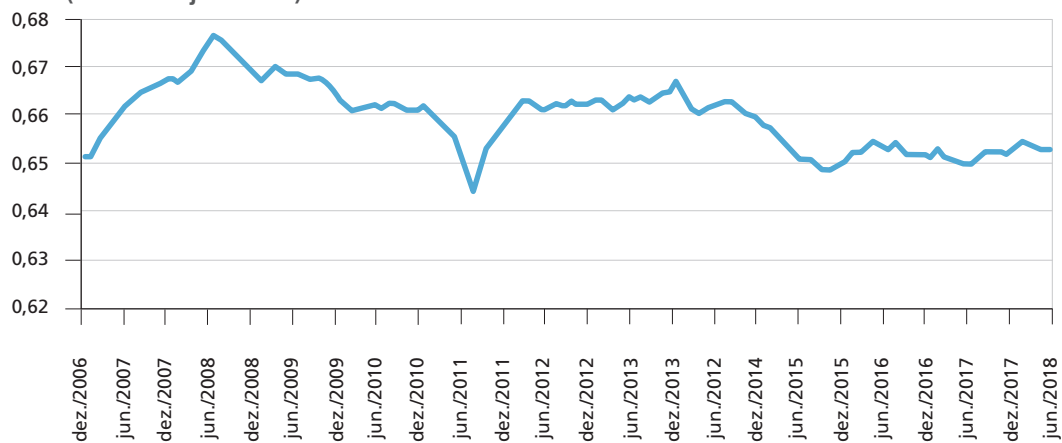
GRÁFICO D.8

Elasticidade dinâmica para o Programa de Integração Social (PIS)/Programa de Formação do Patrimônio do Servidor Público (Pasep) (dez./2006-jun./2018)



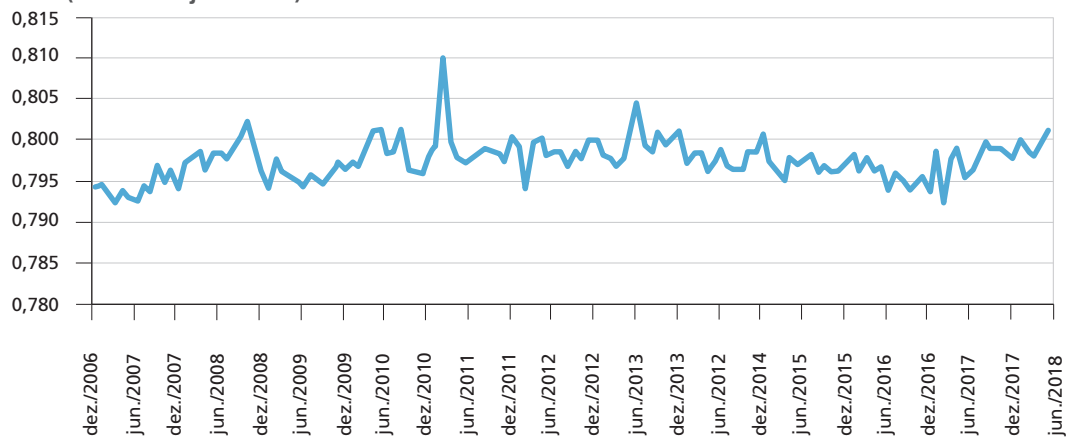
Elaboração dos autores.

GRÁFICO D.9
Elasticidade dinâmica para a Contribuição sobre o Lucro de Pessoa Jurídica (CLPJ)
(dez./2006-jun./2018)



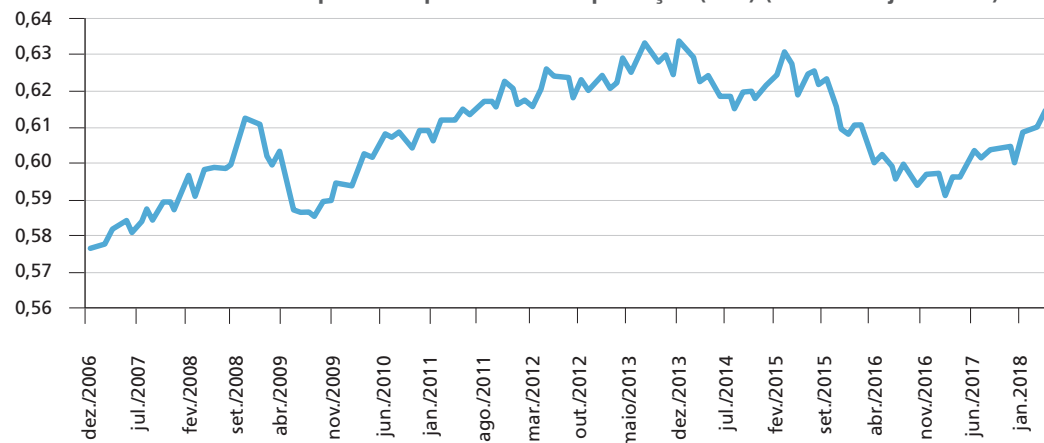
Elaboração dos autores.

GRÁFICO D.10
Elasticidade dinâmica para o Imposto sobre Circulação de Mercadorias e Serviços (ICMS)
(dez./2006-jun./2018)



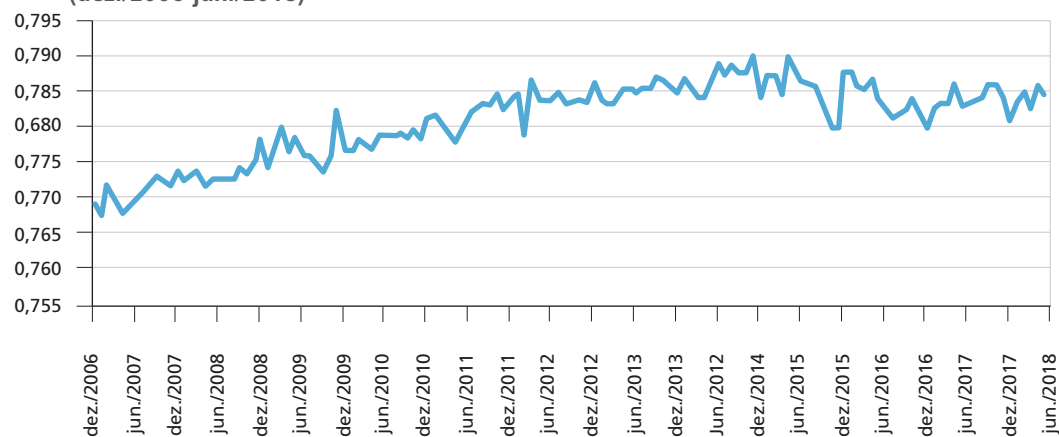
Elaboração dos autores.

GRÁFICO D.11
Elasticidade dinâmica para o Imposto sobre Importação (IMP) (dez./2006-jan./2018)



Elaboração dos autores.

GRÁFICO D.12
Elasticidade dinâmica para receitas do Regime Geral de Previdência Social (RGPS) (dez./2006-jun./2018)



Elaboração dos autores.

APÊNDICE E

TABELA E.1

Modelo Fatorial Dinâmico (MFD): previsão fora da amostra (jun./2019-maio/2020)

E.1A – Imposto de Renda Total (IRT)

Data	0,05 IC	IRT	0,95 IC
Jun./2019	21.493	34.557	47.516
Jul./2019	21.622	35.697	49.435
Ago./2019	15.622	28.834	42.212
Set./2019	15.000	29.089	43.038
Out./2019	25.357	39.138	53.256
Nov./2019	18.259	31.405	45.275
Dez./2019	27.549	40.526	54.447
Jan./2020	37.489	51.598	64.746
Fev./2020	16.327	28.848	42.164
Mar./2020	18.806	32.468	46.065
Abr./2020	25.776	39.525	53.287
Mai/2020	16.578	29.575	44.265

E.1B – Imposto de Renda Pessoa Física (IRPF)

Data	0,05 IC	IRPF	0,95 IC
Jun./2019	860	2.980	5.150
Jul./2019	568	2.722	4.973
Ago./2019	584	2.775	4.887
Set./2019	703	2.589	4.736
Out./2019	444	2.683	4.699
Nov./2019	451	2.614	4.782
Dez./2019	-417	1.641	3.783
Jan./2020	-323	1.755	3.847
Fev./2020	-654	1.394	3.474
Mar./2020	-569	1.345	3.479
Abr./2020	5.145	7.273	9.461
Mai/2020	1.156	3.432	5.573

E.1C – Imposto de Renda Retido na Fonte (IRRF)

Data	0,05 IC	IRRF	0,95 IC
Jun./2019	15.213	19.818	24.532
Jul./2019	10.110	14.615	19.483
Ago./2019	9.351	13.888	18.571
Set./2019	9.642	14.515	18.966
Out./2019	10.674	15.308	19.704
Nov./2019	12.107	16.714	21.845
Dez./2019	20.846	25.649	30.496
Jan./2020	16.694	21.386	26.048
Fev./2020	9.456	13.911	18.331
Mar./2020	11.200	15.597	20.359
Abr./2020	11.609	16.194	20.509
Mai./2020	10.147	15.060	19.834

E.1D – Imposto de Renda Pessoa Jurídica (IRPJ)

Data	0,05 IC	IRPJ	0,95 IC
Jun./2019	2.380	9.096	15.845
Jul./2019	8.640	15.579	22.868
Ago./2019	2.424	9.507	16.782
Set./2019	2.904	9.610	17.339
Out./2019	11.860	19.138	26.642
Nov./2019	3.148	9.998	16.807
Dez./2019	3.557	10.782	17.934
Jan./2020	18.300	25.508	32.623
Fev./2020	3.785	10.726	17.844
Mar./2020	5.922	12.557	19.909
Abr./2020	8.977	15.979	23.415
Mai./2020	1.338	8.986	16.372

E.1E – Imposto sobre Produtos Industrializados (IPI)

Data	0,05 IC	IPI	0,95 IC
Jun./2019	3.298	4.861	6.341
Jul./2019	3.429	4.951	6.470
Ago./2019	3.500	5.010	6.522
Set./2019	3.793	5.359	6.867
Out./2019	4.113	5.492	7.022
Nov./2019	3.951	5.501	6.969
Dez./2019	3.975	5.464	7.144

(Continua)

(Continuação)

Data	0,05 IC	IPI	0,95 IC
Jan./2020	4.020	5.525	7.128
Fev./2020	2.762	4.384	5.855
Mar./2020	3.210	4.676	6.138
Abr./2020	3.443	5.038	6.432
Maio/2020	3.286	4.828	6.395

E.1F – Contribuição para o Financiamento da Seguridade Social (Cofins)

Data	0,05 IC	Cofins	0,95 IC
Jun./2019	15.908	20.551	25.321
Jul./2019	15.327	20.315	25.373
Ago./2019	15.724	20.507	25.617
Set./2019	16.470	21.114	26.082
Out./2019	16.231	21.397	26.114
Nov./2019	16.766	21.851	26.882
Dez./2019	17.636	22.711	27.309
Jan./2020	17.582	22.574	27.682
Fev./2020	14.469	19.178	23.845
Mar./2020	14.613	19.278	24.112
Abr./2020	15.698	20.059	25.173
Maio/2020	15.316	20.228	25.381

E.1G – Imposto sobre Operações Financeiras (IOF)

Data	0,05 IC	IOF	0,95 IC
Jun./2019	2.266	3.590	4.957
Jul./2019	2.093	3.485	4.910
Ago./2019	2.051	3.446	4.821
Set./2019	2.071	3.459	4.790
Out./2019	2.077	3.516	4.851
Nov./2019	2.124	3.494	4.954
Dez./2019	2.316	3.694	5.077
Jan./2020	1.956	3.401	4.787
Fev./2020	2.092	3.388	4.771
Mar./2020	1.723	3.175	4.617
Abr./2020	2.161	3.483	4.846
Maio/2020	2.042	3.423	4.797

E.1H – Contribuição sobre o Lucro de Pessoa Jurídica (CLPJ)

Data	0,05 IC	CLPJ	0,95 IC
Jun./2019	2.629	5.098	7.470
Jul./2019	5.227	7.730	10.301
Ago./2019	2.752	5.346	8.105
Set./2019	2.751	5.272	7.812
Out./2019	6.077	8.762	11.400
Nov./2019	2.862	5.431	7.991
Dez./2019	3.055	5.694	8.328
Jan./2020	11.264	13.639	16.217
Fev./2020	3.398	5.739	8.463
Mar./2020	3.818	6.507	9.022
Abr./2020	5.680	8.236	10.824
Mai./2020	2.359	4.933	7.606

E.1I – Programa de Integração Social (PIS)/Patrimônio do Servidor Público (Pasep)

Data	0,05 IC	PIS/Pasep	0,95 IC
Jun./2019	3.953	5.457	7.067
Jul./2019	3.775	5.351	6.926
Ago./2019	3.846	5.400	7.026
Set./2019	4.089	5.600	7.084
Out./2019	4.068	5.569	7.097
Nov./2019	4.116	5.713	7.144
Dez./2019	4.814	6.350	7.915
Jan./2020	4.539	6.147	7.739
Fev./2020	3.647	5.233	6.796
Mar./2020	3.675	5.246	6.773
Abr./2020	3.841	5.314	6.853
Mai./2020	3.831	5.354	6.970

E.1J – Imposto sobre Importações (IMP)

Data	0,05 IC	IMP	0,95 IC
Jun./2019	2.043	3.535	4.968
Jul./2019	2.153	3.650	5.074
Ago./2019	2.473	3.848	5.332
Set./2019	2.358	3.784	5.187
Out./2019	2.515	3.973	5.501
Nov./2019	2.329	3.747	5.205
Dez./2019	2.051	3.441	4.821

(Continua)

(Continuação)

Data	0,05 IC	IMP	0,95 IC
Jan./2020	2.374	3.780	5.203
Fev./2020	1.904	3.332	4.728
Mar./2020	2.294	3.679	5.116
Abr./2020	1.967	3.287	4.802
Maio/2020	2.180	3.482	4.963

E.1K – Imposto sobre Circulação de Mercadorias e Serviços (ICMS)

Data	0,05 IC	ICMS	0,95 IC
Jun./2019	30.477	39.604	48.376
Jul./2019	30.529	39.448	47.679
Ago./2019	31.004	40.034	48.472
Set./2019	32.483	41.239	50.542
Out./2019	31.914	41.215	50.207
Nov./2019	32.326	41.663	50.637
Dez./2019	33.593	42.866	51.915
Jan./2020	33.383	42.244	50.901
Fev./2020	30.316	39.037	47.891
Mar./2020	29.310	37.942	46.698
Abr./2020	30.419	39.311	48.442
Maio/2020	30.811	39.676	48.402

E.1L – Carga Tributária Bruta (CTB)

Data	0,05 IC	CTB	0,95 IC
Jun./2019	75.420	85.626	98.781
Jul./2019	83.148	95.691	110.957
Ago./2019	68.615	80.826	95.425
Set./2019	67.369	81.860	97.649
Out./2019	87.185	105.419	129.575
Nov./2019	74.959	91.757	113.599
Dez./2019	77.658	96.874	121.241
Jan./2020	94.509	119.997	150.085
Fev./2020	59.523	75.851	95.612
Mar./2020	64.843	82.894	106.253
Abr./2020	79.079	102.589	131.794
Maio/2020	62.303	80.819	106.447

Elaboração dos autores.
Obs.: IC - índice de confiança.

Ipea – Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada

Assessoria de Imprensa e Comunicação

EDITORIAL

Coordenação

Reginaldo da Silva Domingos

Supervisão

Carlos Henrique Santos Vianna

Revisão

Bruna Oliveira Ranquine da Rocha

Carlos Eduardo Gonçalves de Melo

Elaine Oliveira Couto

Lis Silva Hall

Mariana Silva de Lima

Marlon Magno Abreu de Carvalho

Vivian Barros Volotão Santos

Laysa Martins Barbosa Lima (estagiária)

Editores

Aline Cristine Torres da Silva Martins

Mayana Mendes de Mattos

Louise de Freitas Sarmiento (estagiária)

Capa

Danielle de Oliveira Ayres

Flaviane Dias de Sant'ana

Projeto Gráfico

Renato Rodrigues Bueno

The manuscripts in languages other than Portuguese published herein have not been proofread.

Livraria Ipea

SBS – Quadra 1 - Bloco J - Ed. BNDES, Térreo.

70076-900 – Brasília – DF

Fone: (61) 2026-5336

Correio eletrônico: livraria@ipea.gov.br

Missão do Ipea

Aprimorar as políticas públicas essenciais ao desenvolvimento brasileiro por meio da produção e disseminação de conhecimentos e da assessoria ao Estado nas suas decisões estratégicas.

ipea Instituto de Pesquisa
Econômica Aplicada

MINISTÉRIO DA
ECONOMIA



ISSN 1415-4765

