

Mumm, Harald

Working Paper

Ermittlung der kürzesten Fahrstrecke für das Fahrzeugroutenproblem mit Zeitfenstern bei großer Ortsanzahl

Wismarer Diskussionspapiere, No. 01/2021

Provided in Cooperation with:

Hochschule Wismar, Wismar Business School

Suggested Citation: Mumm, Harald (2021) : Ermittlung der kürzesten Fahrstrecke für das Fahrzeugroutenproblem mit Zeitfenstern bei großer Ortsanzahl, Wismarer Diskussionspapiere, No. 01/2021, ISBN 978-3-948862-07-7, Hochschule Wismar, Fakultät für Wirtschaftswissenschaften, Wismar

This Version is available at:

<https://hdl.handle.net/10419/229200>

Standard-Nutzungsbedingungen:

Die Dokumente auf EconStor dürfen zu eigenen wissenschaftlichen Zwecken und zum Privatgebrauch gespeichert und kopiert werden.

Sie dürfen die Dokumente nicht für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, öffentlich zugänglich machen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Sofern die Verfasser die Dokumente unter Open-Content-Lizenzen (insbesondere CC-Lizenzen) zur Verfügung gestellt haben sollten, gelten abweichend von diesen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

Terms of use:

Documents in EconStor may be saved and copied for your personal and scholarly purposes.

You are not to copy documents for public or commercial purposes, to exhibit the documents publicly, to make them publicly available on the internet, or to distribute or otherwise use the documents in public.

If the documents have been made available under an Open Content Licence (especially Creative Commons Licences), you may exercise further usage rights as specified in the indicated licence.

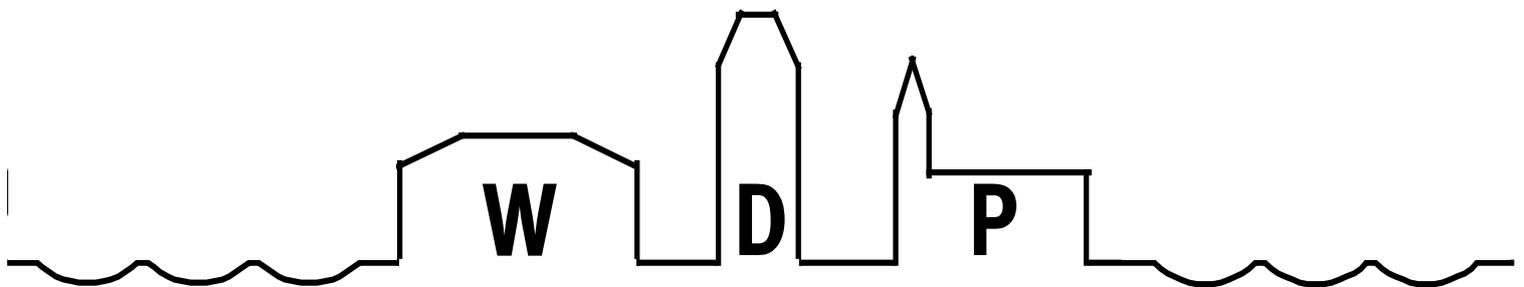


Fakultät für Wirtschaftswissenschaften
Wismar Business School

Harald Mumm

**Ermittlung der kürzesten Fahrstrecke für das
Fahrzeugroutenproblem mit Zeitfenstern bei
großer Ortsanzahl**

Heft 01/2021



Wismarer Diskussionspapiere / Wismar Discussion Papers

Die Fakultät für Wirtschaftswissenschaften der Hochschule Wismar, University of Applied Sciences – Technology, Business and Design bietet die Präsenzstudiengänge Betriebswirtschaft, Wirtschaftsinformatik und Wirtschaftsrecht sowie die Fernstudiengänge Betriebswirtschaft, Business Consulting, Business Systems, Facility Management, Quality Management, Sales and Marketing und Wirtschaftsinformatik an. Gegenstand der Ausbildung sind die verschiedenen Aspekte des Wirtschaftens in der Unternehmung, der modernen Verwaltungstätigkeit, der Verbindung von angewandter Informatik und Wirtschaftswissenschaften sowie des Rechts im Bereich der Wirtschaft. Nähere Informationen zu Studienangebot, Forschung und Ansprechpartnern finden Sie auf unserer Homepage im World Wide Web (WWW): <https://www.fww.hs-wismar.de/>. Die Wismarer Diskussionspapiere/Wismar Discussion Papers sind urheberrechtlich geschützt. Eine Vervielfältigung ganz oder in Teilen, ihre Speicherung sowie jede Form der Weiterverbreitung bedürfen der vorherigen Genehmigung durch den Herausgeber oder die Autoren.

Herausgeber: Prof. Dr. Hans-Eggert Reimers
Fakultät für Wirtschaftswissenschaften
Hochschule Wismar
University of Applied Sciences – Technology, Business and Design
Philipp-Müller-Straße
Postfach 12 10
D – 23966 Wismar
Telefon: ++49/(0)3841/753 7601
Fax: ++49/(0)3841/753 7131
E-Mail: hans-eggert.reimers@hs-wismar.de

Vertrieb: Fakultät für Wirtschaftswissenschaften
Hochschule Wismar
Postfach 12 10
23952 Wismar
Telefon: ++49/(0)3841/753-7468
Fax: ++49/(0) 3841/753-7131
E-Mail: Silvia.Kaetelhoen@hs-wismar.de
Homepage: <https://www.fww.hs-wismar.de/>

ISSN 1612-0884

ISBN 978-3-948862-07-7

JEL- Klassifikation: C61

Alle Rechte vorbehalten.

© Hochschule Wismar, Fakultät für Wirtschaftswissenschaften, 2021.

Printed in Germany

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	4
2	Grundbegriffe und Annahmen	5
3	Die Methode	6
4	Exemplarisches Vorgehen bei 1000 Orten	7
5	Berechnungsergebniss im Detail	8
6	Resultatsermittlung- und -bewertung	13
	Literaturverzeichnis	14
	Autorenangaben	14

1 Einleitung

Das in [Mu2020/1] beschriebene Fahrzeugroutenproblem mit Zeitfenstern konnte ebenda für nur relativ wenige Orte (bis 150) optimal gelöst werden. Die dort gewählte Methode bestand aus drei Schritten:

Schritt 1: Ermittlung aller Zeitfenster- und kapazitiv-möglichen effektiven Pfade vom Depot zu den Kunden (Orten) und zurück,

Schritt 2: Bestimmung der minimalen Touranzahl mit einer ganzzahligen Anfangslösung (Abk. ZF0-Problemtyp) für den Schritt 3 sowie

Schritt 3: Bestimmung des kostengünstigsten Tourenplans (bzgl. der Länge des zurückgelegten Weges) für die Touranzahl aus Schritt 2 (Abk. ZF1-Problemtyp) .

In [Mu2020/2] wurde wegen der kleinen Orstanzahl von 150 ein neuartiger Zugang für den Teil-Problemtyp 'ZF0' dargestellt. Der Gegenstand dieser Arbeit ist ein abweichendes, gegenüber [Mu2020/1], Vorgehen für den Teil-Problemtyp 'ZF1'. Wir verzichten auf die Dekomposition des ZF1-Problems und lösen es mit dem Solver CPLEX (siehe [CPLEX1210]) als Ganzes, d. h. wir verzichten auf die Dekomposition. Dadurch kann die Ortsanzahl auf bis zu 500 Orte angehoben werden.

Die Methode der Dekomposition ist schon 55 Jahre alt und stammt aus einer Zeit, wo man von den heutigen Rechnerleistungen nur träumen konnte. Mittlerweile benötigen moderne LP-Solver, wie CPLEX, selbst für Lineare Programme (Abk. LP) mit Millionen von Variablen nur wenige Minuten. Aus diesem Grunde werden hier alle Pfade, die nach der Variablenfixierung (VF) übrig geblieben sind, zu Variablen eines LPs, das dann mittels CPLEX gelöst wird. Eine Anfangslösung zur Spaltengenerierung, wie in [Mu2020/1] beschrieben, braucht man dann nur noch für die Bestimmung der Dualpreise von ZF1-Node0. Viele Heuristiken kennen die minimale Touranzahl gar nicht, sondern minimieren nur die Strecke. Zwar gehört zu jeder Strecke eine Touranzahl, aber die Strecke ist nicht unbedingt minimal bei minimaler Touranzahl. Es kann sein, dass sich die Streckenlänge verringert, wenn man die Touranzahl geringfügig erhöht oder umgekehrt sich die Streckenlänge erhöht, wenn man die Touranzahl verringert.

Die Software JORLIB (siehe [JORLIB2015]) wird für die Methode dieser Arbeit beim Problemtyp 'ZF1' für die Bestimmung der Dualwerte von Node0 eingesetzt, die man kennen muss, um Variablenfixierung (VF) einsetzen zu können. Man könnte aber auch die Duallösung des relaxierten LPs aus allen BM-Pfaden verwenden.

Außerdem fungiert JORLIB als Editor zum Zusammenbau des LP-Programmes im CPLEX-Format. Als experimentelles Beispiel wird hier u.a. das G/H-Beispiel r1_2_1.txt verwendet (wie auch schon in [Mu2020/1]), weil es in dieser Arbeit genau wie dort um den Problemtyp ZF1 geht. Die Anregung, uns mit kleineren Bedarfen wie z. B. 50 als im G/H-Benchmark mit 200 zu beschäftigen, stammt dankenswerterweise aus der Praxis von einem namhaften Hersteller von Standardsoftware auf dem Gebiet der Verkehrsplanung.

Es sei nochmals darauf hingewiesen, dass die Aufgabe der Bestimmung einer minimalen Fahrstrecke bei beliebiger Touranzahl eine andere Aufgabe ist als die hier beschriebene, wenn die minimale Touranzahl vorgegeben ist. Im letzteren Fall kann es vorkommen, dass die Fahrstrecke sich bei weiterer Reduktion der Touranzahl wieder erhöht.

Die Implementierungssprache ist Java in der Version 8, die Entwicklungsumgebung ist Netbeans 8.2 und der LP-Solver ist CPLEX in Version 12.10 (siehe [CPLEX1210]). Die Programmierarbeiten wurden auf einem Desktop TVA-5288 PC mit Intel(R) Core(TM) i9-9900K CPU 3,6 GHZ Taktfrequenz und 64 GB RAM unter Windows 10 durchgeführt. Die CPU-Auslastung lag beim CPLEX-Lauf oft nahe 100%, wodurch eine Leistungsaufnahme von 160 Watt erreicht wurde.

2 Grundbegriffe und Annahmen

Es werden in dieser Arbeit maximal 10 Orte je Tour zugelassen, d. h. alle weiteren Ausführungen garantieren nur eine Lösung bei Bedarfen größer als 5 für alle Kunden, was aber nicht bedeutet, dass bei gewissen Beispielen, wo auch wenige Kunden mit einem Bedarf von 1 vorkommen, die Methode dieser Arbeit nicht trotzdem angewendet werden kann.

Die mathematische Formulierung des VRPTW entnehme man [Feillet2010] oder als Zitat [Mu2018]. Die Summe aller Bedarfe wird mit \sum Bedarfe abgekürzt. Die Fahrzeugkapazität q betrage bis auf Widerruf 50. Als Ladequotient LQ wird der Quotient aus \sum Bedarfe und q definiert. Als untere Touranzahlsschranke UTAS wird die kleinste ganze Zahl angesehen, die größer ist als der Ladequotient LQ.

Für das Problem der minimalen Strecke ergeben sich die Tourkosten aus der Summe der euklidischen Abstände der angefahrenen Orte.

Der G/H-Benchmark geht von LKW-Kapazitäten von 200 Einheiten aus. In dieser Arbeit wird mit einer LKW-Kapazität von 50 gearbeitet. Man muss deshalb darauf achten, dass man keine Beispiele mit Bedarfen größer als 50 auswählt, weil dann die hier vorgestellte Methode nicht gilt, idealerweise sind alle Bedarfe zwischen 5 und 49.

Um eine erste Vorstellung von den G/H-Benchmark-Eingabedaten (siehe [Gehring/Homberger]) zu geben, sollen sie hier kurz vorgestellt werden:

Gegeben sind ein Depot und mehrere Orte. Ihre Lage wird durch zweidimensionale Koordinaten in der euklidischen Ebene beschrieben. Die Orte haben einen Bedarf an Gütern in gewissen Mengeneinheiten. Die Lieferung der Bedarfe kann nur innerhalb von Zeitfenstern, gegeben durch das Intervall $[ZFU, ZFO]$, erfolgen. Die Belieferung erfordert nach Ankunft der Fahrzeuge eine gewisse Servicezeit. Sie kann spätestens beim ZFO-Wert beginnen. Die Zeitfensterangaben und Servicezeiten sind hier keine Angaben in Minuten sondern Weglängen mit einem euklidischen Abstandsbegriff. Die Zeitfenstergrenzen 490 und 500 sowie die Servicezeit 10 stehen z. B. für eine Zeit, die das Fahrzeug für den euklidischen Abstand von 490, 500 bzw. 10 mit konstanter Geschwindigkeit benötigt.

Hier nun ein Auszug aus der G/H-Datei r1.2.1.txt für das Depot und drei Orte des G/H-Beispiels r1.2.1.txt zur Kontrolle der Tour LFD 65 in Tabelle 5 Seite 9.

Tabelle 1: Beispiel für Eingabedaten

Lfd	xKoord	yKoord	Bedarf	ZFU	ZFO	Servicezeit
0	70	70	0	0	634	0
...
119	71	70	9	490	500	10
...
132	78	63	19	10	20	10
...
154	86	80	21	384	394	10
...

Mit Hilfe der Eingabedaten kann die Tour Nr. 65 in Tabelle 5 Seite 9 auf ihre Plausibilität hin wie folgt überprüft werden. Die Summe der Bedarfe in den drei Orten beträgt 49, übersteigt also nicht die Ladekapazität von angenommenen 50. Die Reihenfolge Depot, 132, 154, 119 und zurück zum Depot in der Tour Nr. 65 passt auch zu den Zeitfenstern. Die Entfernungen zwischen den Orten:

Depot(0)-132: 10,63

132-154: 18,79

154-119: 18,03

119-Depot(0): 1,0

und die Gesamtstrecke plus Summe dreier Servicezeiten: $48,45 + 30 = 78,45$

stehen nicht im Widerspruch zu den Zeitfenstern.

3 Die Methode

Für große Ortsanzahlen (größer als 150) hat sich die reine BranchAndPrice-Methode nicht bewährt, weshalb im Folgenden eine Methode vorgestellt wird, die für die finale Optimierungsrechnung auf die Dekomposition verzichtet. Dadurch konnten Beispiele mit bis zu 500 Orten optimal berechnet werden.

1. Man bestimme alle BM-Pfade mittels Bellman-Moore-Algorithmus (siehe [Mu2020/1]).
2. Mittels Dualpreisabstieg (siehe [Mu2020/2]) wird die minimale Touranzahl und eine Anfangslösung für den ZF1-Problemtyp ermittelt, wobei die Ergebnistouren des Dualpreisabstiegs noch so nachbereitet werden müssen, dass die kürzeste Reihenfolge auftritt.
3. Man bestimme die Dualwerte von Node0 beim ZF1-Problem (= Dualwerte der relaxierten ZF1-Aufgabe) mittels BranchAndPrice-Methode.
4. Mittels Dualwerten aus Schritt 3 berechne man durch Variablenfixierung (VF) eine Teilmenge VF-BM aller BM-Pfade.
5. Die Elemente aus der Menge VF-BM werden als Variablen eines CPLEX-MILPs verwendet. Dazu nutzt man JORLIB als Editor. Da JORLIB nur ein LP im IBM-Format erstellt, muss man die Ganzzahligkeitsforderungen manuell ergänzen.
6. Man löse das CPLEX-MILP mit dem CPLEX-Solver (siehe [CPLEX1210]).

Ein CPLEX-MILP-Programm beinhaltet ein ganzzahliges Optimierungsproblem.

Die Bestimmung aller ressourcentauglichen Pfade (Schritt 1) ist ein Flaschenhals dieser Methode, wie man der folgende Tabelle entnehmen kann. Schon für 200 Orte kann der Hauptspeicher zu klein werden, wenn Bedarfe und Zeitfenster nicht einschränkend genug sind.

Tabelle 2: Rechenzeit von BM-Pfaden an ausgewählten Probleminstanzen

G/H-Beispiel	Anzahl Orte	BM-Pfade	Rechenzeit	Summe Bedarfe
r1.2.1	200	6.337.553	53 Sek.	3513
r1.2.2	200	55.698.151	70 Min. (*)	dito
r1.2.5	200	22.759.174	240 Sek.	dito
c1.2.1	200	4.566.917	34 Sek.	3530
c1.2.2	200	14.202.504	420 Sek.	dito
c1.2.3	200	27.137.779	92 Min. (*)	dito
c1.2.4	200	36.003.758	212 Min. (*)	3530
c1.2.5	200	10.524.203	100 Sek.	3530
c1.6.1	600	90.467.483	45 Min. (*)	10880
rc1.4.1	400	32.764.795	20 Min.	7127
rc1.4.2	400	out of memory	224 Min. (*)	dito
c1.10.1	300	1.232.729	9 Sek.	5360
c1.10.1	400	3.326.713	29 Sek.	7160
c1.10.1	500	7.685.786	87 Sek.	8850

Wenn die Rechenzeit mit einem * gekennzeichnet ist, musste auf einen langsameren PC mit 128 GB RAM und 2,7 GHz Taktfrequenz ausgewichen werden, weil es zu viele BM-Pfade gab.

Eine zentrale Bedeutung in dieser Arbeit spielt die sogenannte Variablenfixierung, bei der man wie folgt vorgeht. Mit allen BM-Pfaden in der Menge B wird der relaxierte (ohne Ganzzahligkeitsforderungen) Node0 von ZF1 berechnet. Der ZF1-Wert hierzu sei R^* . Mittels den Dualwerten von Node0 wird jetzt eine reduzierte Pfadmenge B^* wie folgt ermittelt: Gegeben ist eine beliebige ganzzahlige Lösung gL mit dem ZF1-Wert G . Die reduzierte Pfadmenge B^* ist die Menge der zulässigen Touren, deren Dualwert reduzierter Kostenwert $\leq G - R^*$ ist. Mittels B^* errechnet man erneut Node0 und alle weiteren Sohnknoten aus, bis eine ganzzahlige optimale Lösung gefunden ist, so beschrieben in [Mu2020/1], oder man editiert diese Touren in das Modell und rechnet es direkt mit CPLEX zum ganzzahligen Optimum, so wie in dieser Arbeit.

4 Exemplarisches Vorgehen bei 1000 Orten

Beispiele mit 1000 Orten sind mit den Methoden dieser Arbeit nur mit Beschränkung der Allgemeinheit berechenbar. Im ersten Beispiel werden dazu die 1000 Orte in fünf Gruppen eingeteilt, d. h. es werden de facto fünf ZF0- und fünf ZF1-Probleme gelöst, und im zweiten Beispiel die Bedarfe in den G/H-Daten so abgeändert, dass maximal drei Orte je Tour möglich sind. Dadurch waren vier ZF0-Probleme und ein ZF1-Problem zu lösen. Eine Reduzierung auf drei ZF0-Probleme war möglich. Nun sollen die Lösungen beider Beispiele im Detail vorgestellt werden.

Beispiel/Vorgehen 1

Wenn es zu viele BM-Pfade für alle 1000 Orte als Ganzes gibt, kann man die Orte in Cluster zu ca. 200 Orten aufteilen. Man kann versuchen, wie hier geschehen, die Aufteilung so vorzunehmen, dass die minimale Touranzahl trotzdem erreicht wird, was man daran erkennt, dass die Summe der fünf minimalen Touranzahlen den UTAS-Wert ergibt. Einen Algorithmus für die Clusterbildung gibt es noch nicht.

Die Datei `c1_10_2` mit 1000 Orten und $*Bedarfe = 17940$ und $UTAS = 359$ wurde in Gruppen von Orten mit den Nummern 1 bis 199, 200 bis 399, 400 bis 593, 594 bis 798 und 799 bis 1000 aufgeteilt, d. b. dass fünf ZF1-Probleme zu lösen waren.

Mittels DPA wurden die minimalen Ortsanzahlen von 71, 72, 65, 77 und 74 für die einzelnen Gruppen ermittelt. Damit wurde mit der Summe dieser fünf Werte der UTAS-Wert erreicht.

In den Gruppen wurde dann die Methode dieser Arbeit angewandt, was zu den fünf Fahrstreckenoptima 31547.73, 31394.13, 28241.64, 33193.82 und 31979.94 führte, was insgesamt 156357.26 ergibt.

Beispiel/Vorgehen 2

In der G/H-Beispieldatei `c1_10_2` gibt es ursprünglich nur Bedarfswerte von 10, 20, 30 und 40.

Um die Anzahl der BM-Pfade zu reduzieren, wurden die Bedarfs-Eingabedaten in `c1_10_2` so modifiziert, dass nur maximal drei Orte je Tour vorkommen können. Dazu wurden alle Bedarfe, die bisher kleiner als 13 waren (also 10), auf 13 angehoben und die Bedarfe von größer als 37 (also von 40) auf 37 reduziert, um möglichst wenig Pendeltouren mit nur einem Ort zu berechnen. Dadurch war es möglich, sämtliche 19.338.275 BM-Pfade in ca. 14 Minuten Rechenzeit zu erzeugen. Die Berechnung von Node0 mit allen ca. 19 Mio Pfaden für das ZF1-Problem dauerte ca. 22 Minuten. Der Zielfunktionswert betrug ca. 166096. Für das VF wurde eine obere Schranke von 166300 geschätzt, wodurch 1.671.068 BM-Pfade übrig geblieben sind. Das Lösen des nicht dekomponierten Modells mit CPLEX dauerte bis zu einem GAP von 0,43% ca 48 Minuten.

Für die Berechnung der minimalen Touranzahl wurden die Orte in vier Gruppen von jeweils 250 Orten aufgeteilt. Es ergaben sich die Werte 101 (RZ=240 Sekunden), 101 (RZ=220 Sekunden), 101 (RZ=240 Sekunden) und 103 (RZ=480 Sekunden), was insgesamt 406 Touren ergibt. Eine Aufteilung in 500+500 Orte war wegen Speicherplatzproblemen nicht möglich, aber eine Aufteilung in 500+250+250 Orte, wodurch sich die Gesamtanzahl auf 405 reduziert hätte. Sowohl mit den 4 Lösungen der ZF0-Berechnungen als Anfangslösung als auch mit den 3 Lösungen der ZF0-Berechnungen als Anfangslösung für die ZF1-Berechnung wurden dann die ZF1-Gesamtberechnungen gemäss der Methode dieser Arbeit ermittelt.

5 Berechnungsergebniss im Detail

Im Detail soll die erste Lösung von Tabelle 5, von r1_2.1, vorgestellt werden mit den Parametern: Fahrstrecke=9208,89, US=9146, OS=9230, VF-Pfade: 104909/6337553, Rechenzeit=62 Sek.

Tabelle 3: Touren der ZF1-Lösung von r1_2.1.txt mit 200 Orten

LFD	Granularität	Ort1	Ort2	Ort3	Ort4	Ort5	Ort6	Ladung	Summe
1	2	1	143	0	0	0	0	49	49
2	6	30	34	98	6	189	102	50	99
3	2	80	28	0	0	0	0	49	148
4	3	117	5	130	0	0	0	50	198
5	3	104	95	74	0	0	0	49	247
6	2	105	24	0	0	0	0	50	297
7	2	140	59	0	0	0	0	46	343
8	4	114	23	47	82	0	0	50	393
9	2	176	31	0	0	0	0	50	443
10	3	85	191	110	0	0	0	49	492
11	3	71	166	33	0	0	0	50	542
12	2	13	10	0	0	0	0	50	592
13	3	158	131	160	0	0	0	50	642
14	3	19	127	77	0	0	0	48	690
15	4	93	199	182	107	0	0	50	740
16	3	152	32	90	0	0	0	49	789
17	3	12	58	22	0	0	0	50	839
18	3	178	177	198	0	0	0	50	889
19	2	72	109	0	0	0	0	49	938
20	2	151	43	0	0	0	0	50	988
21	4	120	50	66	11	0	0	50	1038
22	2	113	124	0	0	0	0	49	1087
23	3	115	171	122	0	0	0	49	1136
24	2	111	52	0	0	0	0	50	1186
25	4	188	15	129	141	0	0	49	1235
26	2	54	164	0	0	0	0	47	1282
27	3	7	67	91	0	0	0	50	1332
28	2	16	78	0	0	0	0	48	1380
29	2	41	75	0	0	0	0	50	1430
30	3	38	118	183	0	0	0	49	1479
31	3	155	165	169	0	0	0	50	1529
32	3	39	37	65	0	0	0	49	1578
33	3	26	139	162	0	0	0	50	1628
34	3	55	150	137	0	0	0	50	1678
35	2	68	25	0	0	0	0	49	1727
36	2	44	3	0	0	0	0	48	1775
37	4	157	133	195	27	0	0	50	1825
38	2	121	192	0	0	0	0	50	1875
39	2	168	123	0	0	0	0	50	1925
40	3	173	136	159	0	0	0	50	1975
41	2	187	170	0	0	0	0	50	2025
42	3	196	45	108	0	0	0	50	2075
43	4	20	163	100	138	0	0	50	2125
44	4	14	79	172	197	0	0	49	2174
45	4	147	135	167	70	0	0	50	2224

Die erste Tour beschreibt den Weg vom Depot zum Ort Nr. 1, danach zum Ort Nr. 143 und zurück zum Depot und liefert dabei 49 Einheiten aus. Die zweite Tour steuert sogar sechs Orte an, deren Nummern und die Reihenfolge wären: 30, 34, 98, 6, 189 und 102, wobei 50 Einheiten ausgeliefert werden.

Tabelle 4: Fortsetzung Pfade der ZF1-Lösung von r1_2.1.txt mit 200 Orten

LFD	Granularität	Ort1	Ort2	Ort3	Ort4	Ort5	Ort6	Ladung	Summe
46	2	73	97	0	0	0	0	50	2274
47	2	112	88	0	0	0	0	48	2322
48	3	106	89	29	0	0	0	50	2372
49	3	161	76	53	0	0	0	50	2422
50	2	86	49	0	0	0	0	49	2471
51	3	146	185	148	0	0	0	50	2521
52	3	92	8	42	0	0	0	50	2571
53	2	51	126	0	0	0	0	48	2619
54	3	63	36	116	0	0	0	50	2669
55	2	46	125	0	0	0	0	50	2719
56	3	57	84	83	0	0	0	50	2769
57	2	48	200	0	0	0	0	50	2819
58	3	87	21	156	0	0	0	50	2869
59	3	94	96	174	0	0	0	50	2919
60	2	149	103	0	0	0	0	49	2968
61	3	64	180	61	0	0	0	50	3018
62	3	69	134	101	0	0	0	50	3068
63	3	175	56	9	0	0	0	47	3115
64	3	62	142	128	0	0	0	50	3165
65	3	132	154	119	0	0	0	49	3214
66	3	60	99	194	0	0	0	50	3264
67	3	145	35	181	0	0	0	50	3314
68	3	2	17	40	0	0	0	49	3363
69	3	4	153	190	0	0	0	50	3413
70	2	81	18	0	0	0	0	50	3463
71	5	184	193	144	186	179	0	50	3513

Die Spalte 'Summe geladen' dient der Kontrolle der Plausibilität der gefundenen Lösung. Man kann mittels Tabellenkalkulationsprogramm schnell überprüfen, dass die Summe der Bedarfe aller Orte ebenfalls 3513 beträgt (siehe [Gehring/Homberger]).

Es folgt eine grafische Darstellung der Ortslagen und der errechneten Touren von r1_2.1.txt mit 200 Orten. Die gelben Kreise stellen die Ortslagen dar und die Polygone die Touren. Da es sich um ein r-Beispiel handelt, sind die Ortslagen zufällig gewählt worden. Das Depot liegt in der Mitte.

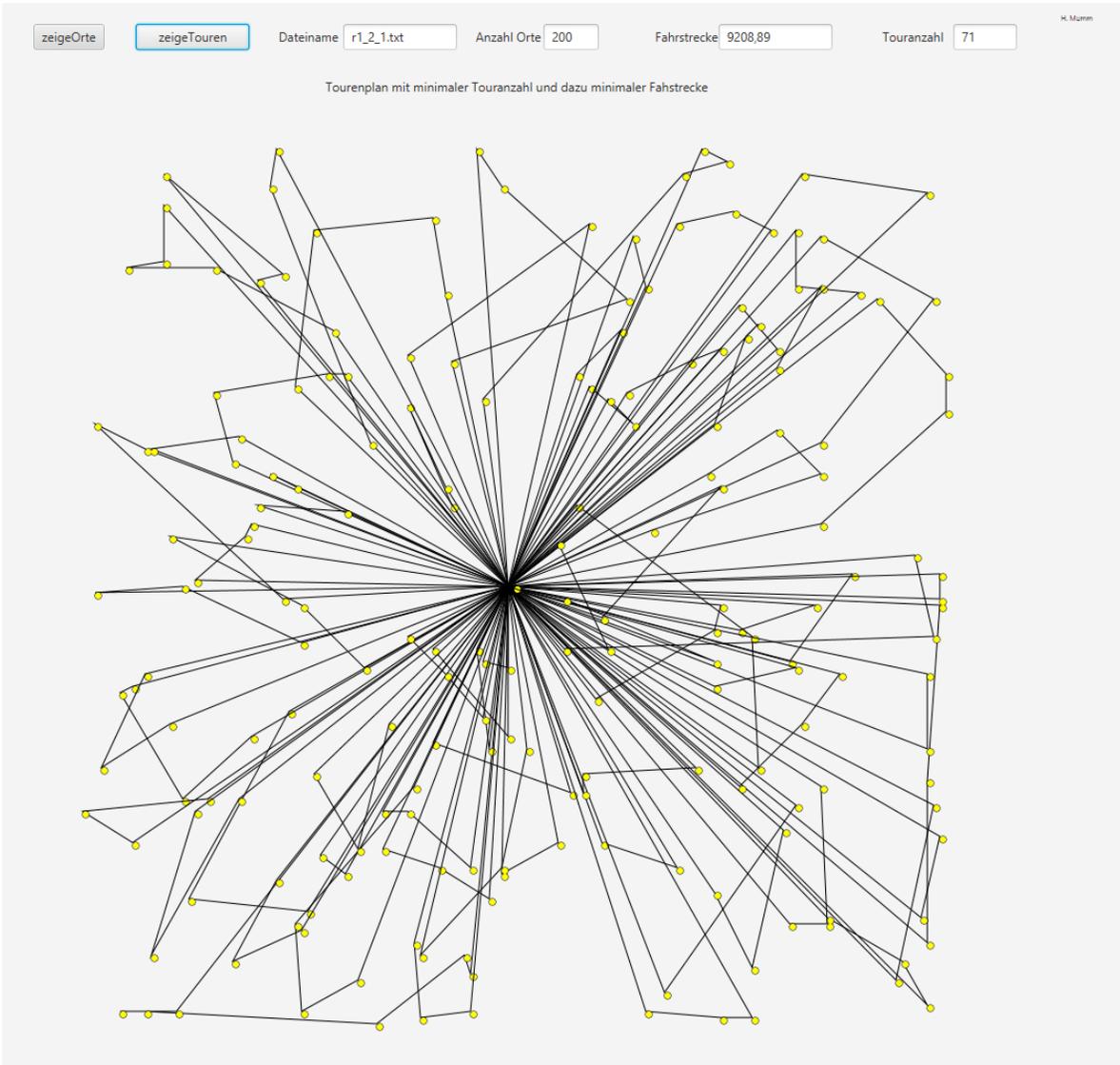


Abbildung 1: Grafische Darstellung der Touren der ZF1-Lösung von r1_2.1, Fahrstrecke 9208,89

Es folgt eine grafische Darstellung der Ortslagen und der errechneten Touren von c1_10.1.txt mit den ersten 300 Orten. Die gelben Kreise stellen die Ortslagen dar und die Polygone die Touren. Da es sich um ein c-Beispiel handelt, sind die Ortslagen geclustert gewählt worden. Das Depot liegt in der Mitte.

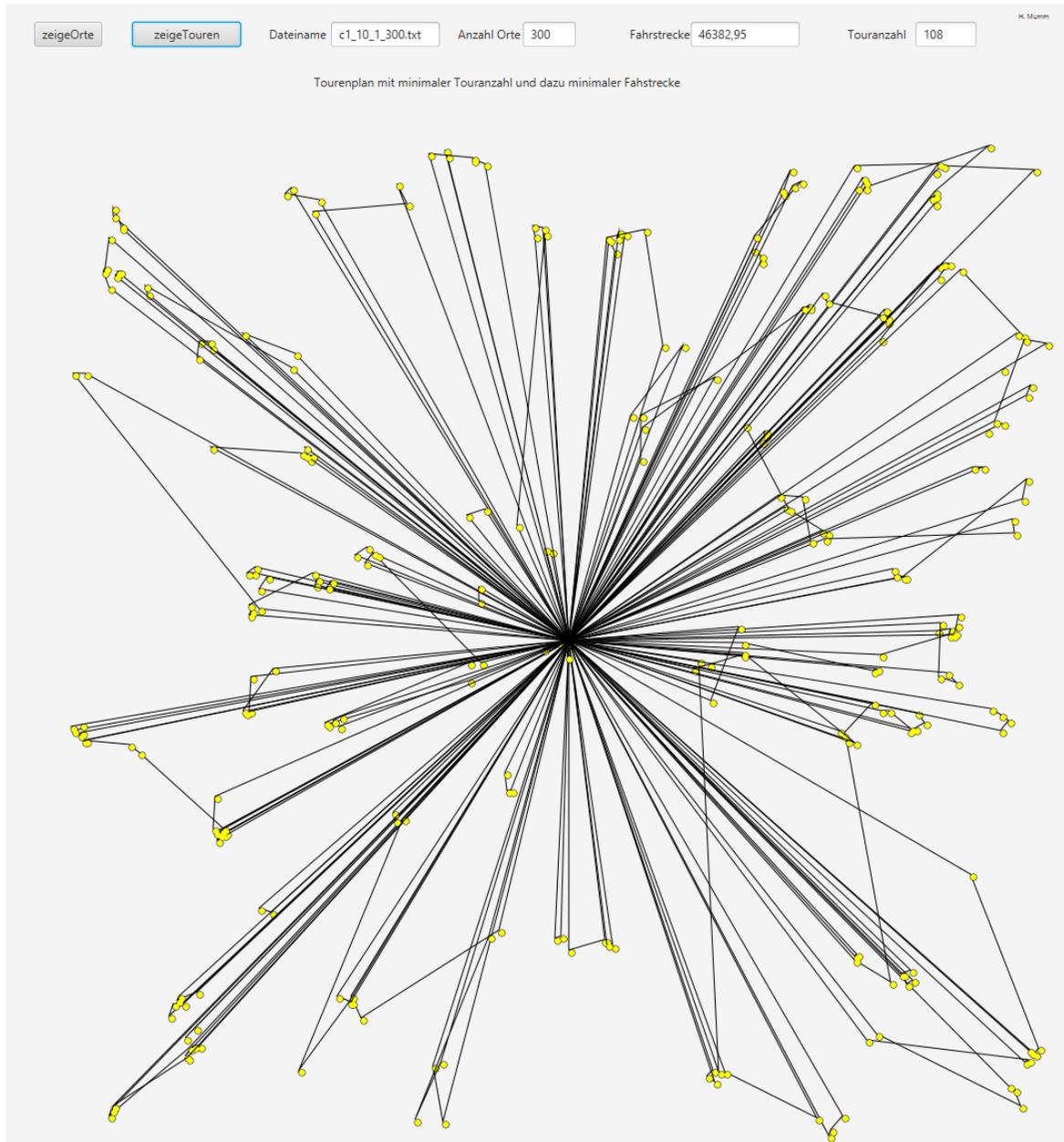


Abbildung 2: Grafische Darstellung der 108 Touren der ZF1-Lösung von c1_10.1.300 mit den ersten 300 Orten, Fahrstrecke 46324,21

Es folgt eine grafische Darstellung der Ortslagen und der errechneten Touren von rc1_4_1.txt mit 400 Orten. Die gelben Kreise stellen die Ortslagen dar und die Polygone die Touren. Da es sich um ein rc-Beispiel handelt, sind die Ortslagen sowohl zufällig als auch geclustert gewählt worden. Das Depot liegt in der Mitte.

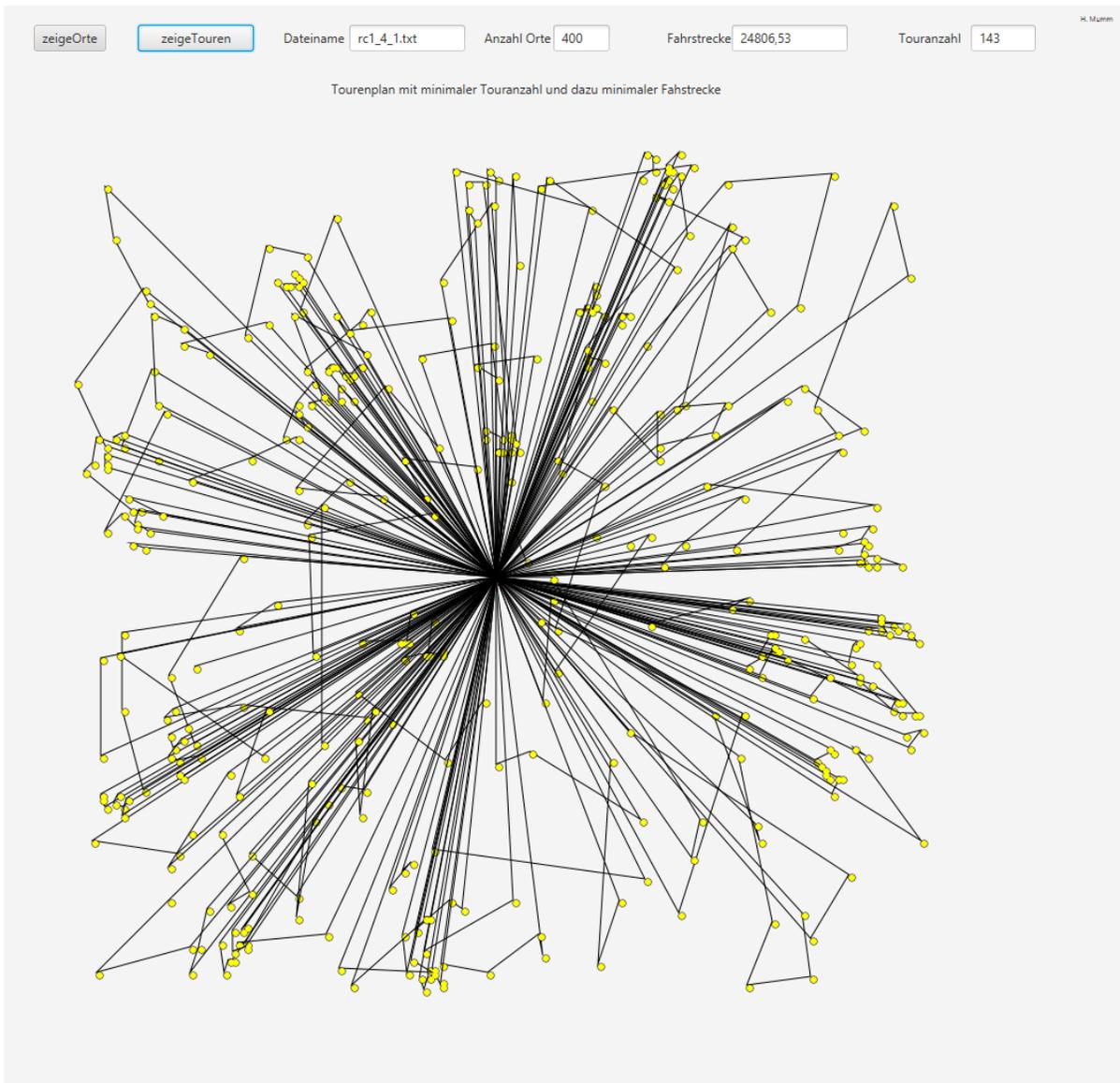


Abbildung 3: Grafische Darstellung der 143 Touren der ZF1-Lösung von rc1_4_1, Fahrstrecke 24806,53

6 Resultatsermittlung- und -bewertung

Die folgenden Beispiele wurden im Rahmen der hier vorgestellten Methode berechnet. Als Verzweigungsstrategie wurde Best-Bound-First gewählt.

Die Zielfunktion beinhaltet die zu minimierende Fahrstrecke bei vorgegebener minimaler Touranzahl. Mit den Abkürzungen OAZ für Ortsanzahl, TAZ für minimale Touranzahl, US für untere Schranke, OS für obere Schranke und VF-Pfade für die Anzahl der Pfade nach der Reduzierung durch die Variablenfixierung ergibt sich die folgende Tabelle:

Tabelle 5: ZF1-Ergebniswerte für ausgewählte Probleminstanzen

G/H-Beispiel	OAZ	TAZ	Fahrstrecke	Rechenzeit	US	OS	VF-Pfade
r1_2.1	200	71	9208.89	62 Sek.	9146	9230	104.909
c1_10.1	300	108	46382,95	1000 Sek.	45842	46100	195.076
rc1_4.1	400	143	24806,53	6733 Sek.	24484	24600	673.468
c1_10.1	500	177	74929,08	3600 Sek.	73756	74000	696.972

Im Zielfunktionswert des Beispiels rc1_4.1 ist eine maximale Abweichung vom Optimum (Abk. GAP) von 0,59% (absolut 147,261) enthalten. Ein kleiner Schönheitsfehler an dieser Lösung ist, dass die Fahrstrecke nach Abzug des GAP mit 24659,269 geringfügig oberhalb des OS-Wertes liegt, ebenso beim Beispiel c1_10.1 mit 300 Orten und einem GAP von 0,16% (=70,09) und beim Beispiel c1_10.1 mit 500 Orten und einem GAP von 0,77% (=577,73). Das liegt an der etwas zu klein gewählten oberen Schranke OS.

Die hier beschriebene Methode steht und fällt mit den Möglichkeiten,

1. alle ressourcentauglichen Pfade vom Depot zu allen Orten und zurück mit maximal 10 Orten je Tour bestimmen und
2. die minimale Touranzahl a priori zu berechnen zu können.

Die Ressourcen sind die LKW-Kapazität und die Zeitfenster. Schon für 200 Orte war das mit dem verwendeten Rechner nicht für alle G/H-Beispiele möglich, weil der Hauptspeicher mit 64 GB RAM noch zu klein war. Allerdings gab es mindestens ein G/H-Beispiel, bei dem alle derartigen Pfade sogar für 500 Orte berechenbar waren. Sind diese Pfade ermittelt, wurde mittels Variablenfixierung(VF) deren Anzahl drastisch reduziert, so dass ein CPLEX-LP das ZF1-Problem lösen konnte, wobei ein geringfügiges GAP unter einem Prozent verbleiben kann, wenn man die Rechenzeit nicht endlos ausdehnen möchte. Im Beispiel mit 400 Orten betrug z. B. die Rechenzeit für das ZF1-Problem 6733 Sekunden bei einem GAP von 0,59%.

Besonders das erste Beispiel r_1.2.1 ist ermutigend, denn mittels kompletter BranchAndPrice-Methode wäre diese kurze Rechenzeit von 62 Sekunden nicht erreichbar gewesen. (Hinzu kommen noch die 53 Sekunden für die Berechnung der BM-Pfade, die RZ für die Berechnung der Dualpreise von Node0 (72 Sekunden) und die Berechnung der minimalen Touranzahl (287 Sekunden, siehe [Mu2020/2] Tabelle 4 S.9), so dass man auf insgesamt ca. 8 Minuten RZ kommt.

Die Berechnung der minimalen Touranzahl wurde mit einem Programm vorgenommen, dass nur maximal drei Orte je Tour zulässt. Es hat sich gezeigt, dass in allen hier ausgewählten Beispielen trotzdem das Minimum der Touranzahl erreicht wurde, weil wegen der beschränkten Ladekapazität von 50 keine weitere Einsparung von Touren mehr möglich war, d. h. der UTAS-Wert erreicht wurde.

Für die Berechenbarkeit der Beispiele ist nicht die Ortsanzahl alleine entscheidend, sondern auch wesentlich die Einschränkungen durch die Verteilung der Kundenbedarfswerte und Zeitfenster. Dadurch ist zu erklären, dass Beispiele mit 500 Orten exakt berechenbar waren, wogegen mit 200 Orten nicht. Für eine online-Berechnung beim Kunden ist auch diese Methode aus Zeitgründen nicht geeignet. Ausserdem wurde herausgefunden, dass Einsparungen kurz vor dem Optimum sehr rechenzeitintensiv waren. Z. B. benötigte bei einem Beispiel mit 500 Orten eine Verbesserung um nur eine Tour auf das Optimum 94% der gesamten Rechenzeit, d. h. hätte man mit einer Tour mehr als das Optimum vorlieb genommen, wären nur 6% der Rechenzeit notwendig gewesen und statt 102 nur 7 Minuten Rechenzeit.

Im Anhang sind grafische Darstellungen von optimalen Beispieltourenplänen zu finden.

Literatur

- [CPLEX1210] <https://www.ibm.com/de-de/products/ilog-cplex-optimization-studio>
- [Feillet2010] Dominique Feillet, A tutorial on column generation and branch-and-price for vehicle routing problems, Operations Research 2010, S.407 bis 424
- [Gehring/Homberger] Benchmarkdaten für das VRPTW bei großen Kundenanzahlen, <https://www.sintef.no/projectweb/top/vrptw/homberger-benchmark>
- [JORLIB2015] Java Operations Research Library, <https://github.com/coin-or/jorlib/releases>
- [Mu2018] Harald Mumm, Didaktischer Zugang zur Theorie und Praxis moderner Softwarebibliotheken(Frameworks) für die Unternehmensforschung (OR), Wismarer Diskussionspapiere, Heft 8/ 2018 .
- [Mu2020/1] Harald Mumm, Hybrider Ansatz zur Lösung des Fahrzeugrouten-Problems mit Zeitfenstern bei großen Ortsanzahlen, Heft 2/ 2020 .
- [Mu2020/2] Harald Mumm, Ermittlung der minimalen Touranzahl für das Fahrzeugroutenproblem mit Zeitfenstern (VRPTW) bei kleiner Fahrzeugkapazität und großer Ortsanzahl, Heft 5/ 2020 .

Autorenangaben

Prof. Dr. rer. nat. Harald Mumm
Wirtschaftswissenschaftliche Fakultät
Hochschule Wismar
Philipp-Müller-Straße 14
Postfach 12 10
D-23966 Wismar
E-mail: harald.mumm@hs-wismar.de

WDP - Wismarer Diskussionspapiere / Wismar Discussion Papers

- Heft 02/2017: Florian Knebel, Uwe Lämmel: Einsatz von Wiki-Systemen im Wissensmanagement
- Heft 03/2017: Harald Mumm: Atlas optimaler Touren
- Heft 01/2018: Günther Ringle: Verfremdung der Genossenschaften im Nationalsozialismus – Gemeinnutzzvortrag und Führerprinzip
- Heft 02/2018: Sonderheft: Jürgen Cleve, Erhard Alde, Matthias Wißotzki (Hrsg.) WIWITA 2018. 11. Wismarer Wirtschaftsinformatiktag 7. Juni 2018. Proceedings
- Heft 03/2018: Andreas Kneule: Betriebswirtschaftliche Einsatzmöglichkeiten von Cognitive Computing
- Heft 04/2018: Claudia Walden-Bergmann: Nutzen und Nutzung von E-Learning-Angeboten im Präsenzstudium
Analyse von Daten des Moduls Investition
- Heft 05/2018: Sonderheft: Katrin Schmallowsky, Christian Feuerhake, Empirische Studie zum Messeverhalten von kleinen und mittleren Unternehmen in Mecklenburg-Vorpommern
- Heft 06/2018: Dieter Gerdesmeier, Barbara Roffia, Hans-Eggert Reimers: Unravelling the secrets of euro area inflation – a frequency decomposition approach
- Heft 07/2018: Harald Mumm: Didaktischer Zugang zur Theorie und Praxis moderner Softwarebibliotheken (Frameworks) für die Unternehmensforschung (OR)
- Heft 01/2019: Astrid Massow: Deutsche Bank AG und Commerzbank AG – Neubewertung der Unternehmen im Rahmen einer potenziellen Bankenfusion
- Heft 02/2019: Günther Ringle: Das genossenschaftliche Identitätsprinzip: Anspruch und Wirklichkeit

- Heft 01/2020: Luisa Lore Ahlers: Einführung eines Wissensmanagements in kleinen und mittleren Unternehmen am Beispiel der Stadtwerke Wismar GmbH
- Heft 02/2020: Harald Mumm: Didaktischer Zugang zur Theorie und Praxis moderner Softwarebibliotheken (Frameworks) für die Unternehmensforschung (OR)
- Heft 03/2020: Martin Seip: Automatisches Validieren von Melddaten der EU-Bankenaufsicht
- Heft 04/2020: Friederike Diaby-Pentzlin: Deficiencies of International Investment Law – What Chances for “Critical Lawyers“ to Civilize Global Value Chains and/or to Transform the Status Quo of the Economic World Order?
- Heft 06/2020: Alica Weckwert: Umsetzung der Inklusion hörbeeinträchtigter Studierender in deutschen Hochschulen
- Heft 07/2020: Günther Ringle: Perspektiven des genossenschaftlichen Kooperationsmodells
- Heft 08/2020: Tim-Michael Kretzschmar: IT-Betreuung für Berufliche Schulen – Konzeptionierung des Einsatzes digitaler Medien
- Heft 09/2020: Nicki Lukas Erdmann: Der Weg zum Inklusiven Campus: Entwicklung von Handlungsempfehlungen zur nachhaltigen Verbesserung der Barrierefreiheit an Hochschulen in Baden-Württemberg