

Heep-Altiner, Maria; Hoos, Sebastian; Krahforst, Christoph

Research Report

Fair Value Bewertung von zedierten Reserven

Forschung am iwvKöln, No. 4/2014

Provided in Cooperation with:

Technische Hochschule Köln – University of Applied Sciences, Institute for Insurance Studies

Suggested Citation: Heep-Altiner, Maria; Hoos, Sebastian; Krahforst, Christoph (2014) : Fair Value Bewertung von zedierten Reserven, Forschung am iwvKöln, No. 4/2014, Technische Hochschule Köln, Institut für Versicherungswesen (iwvKöln), Köln, <https://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:hbz:832-cos-612>

This Version is available at:

<https://hdl.handle.net/10419/226562>

Standard-Nutzungsbedingungen:

Die Dokumente auf EconStor dürfen zu eigenen wissenschaftlichen Zwecken und zum Privatgebrauch gespeichert und kopiert werden.

Sie dürfen die Dokumente nicht für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, öffentlich zugänglich machen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Sofern die Verfasser die Dokumente unter Open-Content-Lizenzen (insbesondere CC-Lizenzen) zur Verfügung gestellt haben sollten, gelten abweichend von diesen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

Terms of use:

Documents in EconStor may be saved and copied for your personal and scholarly purposes.

You are not to copy documents for public or commercial purposes, to exhibit the documents publicly, to make them publicly available on the internet, or to distribute or otherwise use the documents in public.

If the documents have been made available under an Open Content Licence (especially Creative Commons Licences), you may exercise further usage rights as specified in the indicated licence.



<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/>

Forschung am IVW Köln, 4/2014

Institut für Versicherungswesen

Fair Value Bewertung von zedierten Reserven

**Maria Heep-Altiner, Sebastian Hoos,
Christoph Krahforst**

Fair Value Bewertung von zedierten Reserven

Zusammenfassung

Für Schadenreserven existieren keine hinreichend fungiblen Märkte und somit auch keine Marktpreise im klassischen Sinn. Für eine Fair Value Bewertung bedarf es also eines geeigneten Modellansatzes. In der Schadenversicherung wird üblicherweise der Transaktionswert modelliert, wobei hier die korrekte Modellierung der Kapitalkosten einer der zentralen Punkte ist. Der Fair Value der zedierten Reserven kann als Differenz zwischen dem Fair Value der Bruttoreserven und dem Fair Value der Nettoreserven angesetzt werden. Dieser Ansatz berücksichtigt allerdings nicht das Bonitätsrisiko des Rückversicherers. Eine adäquate Anpassung des Bewertungsmodells ist demnach erforderlich.

Abstract

Due to non-existing deep and liquid markets for claims reserves, there does not exist a market price in the classical sense. With respect to a fair value valuation, a mark-to-model approach has to be applied. In non-life insurance, traditionally the transaction value is modeled. Here the correct approach for the capital costs is one of the most significant aspects. The fair value of ceded reserves could be defined as the difference between the fair value of gross reserves and the fair value of net reserves, but this approach does not consider the reinsurers default risk. Therefore, the model approach needs to consider the default risk as well.

Schlagwörter:

Rückversicherung, Fair Value von Reserven, zedierte Reserven, Effizienz einer Rückversicherungslösung

Inhaltsverzeichnis

1	VORBEMERKUNGEN	1
1.1	DER FAIR VALUE ALS TRANSAKTIONSWERT	1
1.2	BERECHNUNGSBEISPIEL	3
2	DER FAIR VALUE EINER ZEDIERTEN RESERVE.....	5
2.1	BERECHNUNGSBEISPIEL	5
2.2	MODELLIERUNG DES AUSFALLRISIKOS.....	6
3	EFFIZIENZ EINER RÜCKVERSICHERUNGSLÖSUNG	8
3.1	KAPITALKOSTENENTLASTUNG VS. KAPITALKOSTENBELASTUNG	8
3.2	BERECHNUNGSBEISPIEL	8
4	SIMULATIONSMODELL FÜR NAT CAT RISIKEN	11
4.1	MODELLIERUNG DES BRUTTO AUFWANDS	11
4.2	WIRKUNG EINER RÜCKVERSICHERUNGSLÖSUNG	13
4.3	EINBEZIEHUNG VON RÜCKVERSICHERUNGS-AUSFALL.....	14
5	BERECHNUNGSERGEBNISSE FÜR NAT CAT RISIKEN	17
5.1	VERTEILUNGEN	17
5.2	EIGENKAPITALBEDARFE	20
5.3	FAIR VALUE BERECHNUNG.....	21
5.4	EFFIZIENZ EINER RÜCKVERSICHERUNGSLÖSUNG.....	24
6	SIMULATIONSMODELL FÜR GROßSCHADENRISIKEN.....	26
7	ZUSAMMENFASSUNG	29
	LITERATURVERZEICHNIS	31
	ABBILDUNGSVERZEICHNIS	32

1 Vorbemerkungen

Da es in der Schadenversicherung keine tiefen und liquiden Märkte für Schadenreserven gibt, muss bei einer Fair Value Bewertung auf einen geeigneten Modellansatz abgestellt werden.

1.1 Der Fair Value als Transaktionswert

Bei Schadenreserven handelt es sich um einen „passivischen Cash Flow“. Bei einem Verkauf bekommt der Käufer einen festen Betrag zum Kaufdatum und muss später dafür variable Auszahlungen vornehmen. Das Risiko besteht also darin, dass der feste Betrag zu Beginn nicht ausreicht, um die späteren Zahlungen abzudecken. Der Käufer wird einen Aufschlag für dieses Risiko verlangen. Auf der anderen Seite wird der Verkäufer darauf hinweisen, dass die Auszahlungen erst zu einem späteren Zeitpunkt erfolgen und somit der Zeitwert des Geldes Preis mindernd in die Betrachtung einbezogen werden muss. Einigen sich also Käufer und Verkäufer, dann ergibt sich konsequenterweise der nachfolgende Transaktionswert:

$$\begin{aligned} \text{Transaktionswert} &= \text{Barwert der erwarteten zukünftigen Zahlungen} \\ &+ \text{Risikomarge.} \end{aligned}$$

Die erwarteten zukünftigen Zahlungen ergeben sich dabei aus einer Best Estimate Schätzung des Aufwands in Verbindung mit einer Schätzung des zukünftigen Auszahlungsmusters. Da bei einem Transaktionswert der Preis für das Risiko in der Risikomarge abgebildet ist, erfolgt die Diskontierung mit einer risikofreien Zinsstrukturkurve.

Neben (teilweise erheblich) abweichenden Ansichten über die Höhe der Best Estimate Schätzungen zwischen Käufer und Verkäufer gibt es auch keine festen Regeln für den Ansatz der Risikomarge. (Bei fungiblen Märkten ergibt sich der Marktpreis ja gerade aus einer Art „Durchschnittsbildung“ über alle individuellen Ansichten und Präferenzen.) In der Schadenversicherung finden Reservetransfers meistens nur in einer etwas angespannten Unternehmenssituation statt, wobei die Verkäufer hier in Mangel von ausreichend vielen Kaufinteressenten oft erhebliche Risikoaufschläge in Kauf nehmen müssen.

Im Rahmen einer ökonomischen Bewertung (insbesondere im Kontext von Solvency II) müssen Unternehmen den Fair Value einer Schadenreserve ermitteln. Bei einer unternehmensinternen Fair Value Bewertung spielen unterschiedliche Auffassungen über den Best Estimate einer Schadenreserve keine wesentliche Rolle; hier gilt es ein geeignetes Modell für die Risikomarge zu finden.

Im Kontext einer wertorientierten Unternehmenssteuerung muss der risikobehaftete Zahlungsstrom aus den Schadenreserven geeignet mit Eigenkapital hinterlegt werden. Der Eigenkapitalgeber kann hierbei eine Zusatzrendite (zusätzlich zur risikofreien Rendite) als angemessene Kompensation für das getragene Risiko erwarten. Daraus resultieren folgende prinzipiellen Zusammenhänge:

Zusatzdividende = Zusatzzins · erforderliches Eigenkapital je Periode,
Kapitalkosten = Barwert aller Zusatzdividenden über alle Perioden.

Die Kapitalkosten, als Preis für die Bereitstellung von Eigenkapital zur Risikoabdeckung, liefern somit im Kontext einer wertorientierten Steuerung ein geeignetes Konzept zur Modellierung einer Risikomarge. In diesem Zusammenhang bleibt die Frage, wie hoch das erforderliche Eigenkapital sein sollte und welcher Zusatzzins hierfür angemessen erscheint.

Bei der Auswahl geeigneter Parameter gibt es prinzipiell zwei verschiedene Ansätze: Beim Ansatz von **Entry Values** werden unternehmensindividuelle Produktionskosten (d. h. die Parameter aus der eigenen wertorientierten Steuerung) angesetzt, beim Ansatz von **Exit Values** die Produktionskosten des Käufers (z. B. aus dessen wertorientierter Steuerung).

Der Ansatz von Entry Values liefert für viele Unternehmen (insbesondere für große Aktiengesellschaften) aufgrund der hohen Anforderungen, die von den Shareholdern an die Eigenkapitalverzinsung gestellt werden, hohe Risikoaufschläge. Auch der Ansatz von Exit Values ist ebenfalls nicht immer zielführend, da es gerade den „idealtypischen“ Käufer nicht gibt und es in der Realität eine Vielzahl unterschiedlicher Parameter aus wertorientierten Steuerungssystemen der einzelnen Unternehmen gibt.

Auf Versicherungsmärkten existieren sowohl für die Nachfrage- als auch für die Anbieterseite neben Bereichen mit vergleichsweise hohem Wettbewerb (Privatkundenversicherung) auch Segmente mit Oligopol- oder sogar Monopolstrukturen (Industrierversicherung und Rückversicherung). Hierdurch ist zum Teil das Phänomen zu beobachten, dass ggf. bei besonders hohen Sicherheitsanforderungen verbunden mit extrem niedrigem Ausfallrisiko sehr hohe Zusatzrenditen gefordert werden. Dies scheint zunächst die plausible Aussage, dass es „mehr Rendite nur bei mehr Risiko gibt“, ad Absurdum zu führen. Hier handelt es sich aber eher um den Effekt, dass auf Oligopol- oder Monopolmärkten strukturbedingt ökonomische (Über-) Renditen erzielt werden können, die auf einem Wettbewerbsmarkt nicht realisierbar sind.

Im Zusammenhang mit Solvency II oder vergleichbaren Solvabilitätsystemen wird dieser „gordische Knoten“ dahingehend gelöst, dass die Aufsichtsbehörden die Definitionskriterien eines „idealtypischen“ Käufers vorgeben: Der Käufer sollte mindestens eine den Solvency II Anforderungen entsprechende Eigenkapitalhinterlegung mit einem Sicherheitsniveau von 99,5% haben. Dies kann mit einem guten BBB Rating (beispielsweise bei einem S&P Hebesatz von 125%) gleichgesetzt werden. Für das getragene Risiko kann eine Zusatzrendite von 6% gefordert werden (analog zur Vorgehensweise im Schweizer Solvenzmodell).

Hier bleibt die offene Frage, in welchem Maße Synergien in die Berechnungen Berücksichtigung finden dürfen. Da die Eigenkapitalhinterlegung für ein größeres Segment wegen der Synergie i. d. R. (relativ gesehen) kleiner ist als die Summe der Eigenkapitalhinterlegungen einzelner Teilsegmente, verhalten sich die Kapitalkosten nicht additiv und fallen insgesamt oft deutlich geringer aus. Hier handelt es sich grob gesprochen um den Effekt eines „Mengenrabatts“.

Es stellt sich die Frage: Welche Synergien können im Sinne von Mengenrabatten erzielt werden? Bei einem Entry Value Ansatz ist die Antwort klar: Das Unternehmen hat das Portfolio insgesamt erworben und kann somit die gesamte Synergie erzielen. Bei einem Exit Value Ansatz muss präzisiert werden, welche Verkäufe als realistisch angesehen werden. Aber auch hier kann zumindest im Zusammenhang mit Solvency II eine Definition vorgenommen werden: Dort sind Synergien häufig nur im Rahmen fest spezifizierter Segmente möglich.¹

1.2 Berechnungsbeispiel

In diesem Abschnitt werden anhand eines vereinfachten Berechnungsbeispiels die wichtigsten Eigenschaften des Fair Values einer Brutto Reserve erläutert. Diese Beispielrechnung wird im nachfolgenden Abschnitt weiter verwendet, um die Eigenschaften des Fair Values einer zedierten Reserve zu erläutern. Es wird von einer Brutto Reserve mit approximativ normal verteilten, voneinander unabhängigen Zahlungen der einzelnen Restperioden mit folgendem Cash Flow ausgegangen:

Periode	Diskont 4,0%		Zahlungen	
	JB	JM	nom.	diskont.
1	100,00%	98,06%	200,0	196,1
2	96,15%	94,29%	300,0	282,9
3	92,46%	90,66%	400,0	362,6
4	88,90%	87,17%	100,0	87,2
5	85,48%	83,82%		
6	82,19%	80,60%		
7	79,03%	77,50%		
Summe			1.000,0	928,8
STD ges / Var. Koeff ges			200,0	20,0%

Abbildung 1: Cash Flow – Brutto Schadenreserve.

Der Variationskoeffizient beträgt gemäß der getroffenen Annahmen für alle Zahlungen insgesamt 20,0%, d. h. für die gesamte Standardabweichung ergibt sich ein Wert von 200. Diese wird aber erst nach der gesamten Abwicklung beobachtet; die Einperioden-Volatilität² für die Variabilität der Reserveschätzung ist geringer.

Mit Hilfe eines „Diffusionsansatzes“ (der später noch genauer erläutert wird) ergeben sich unter einer Normalverteilungsannahme bei einem Sicherheitsniveau von 99,5% (dies entspricht bei der Normalverteilung einem Quantilswert von 2,58) die folgenden Eigenkapitalbedarfe zur Absicherung der Schwankungen der Reserveschätzung zu Periodenbeginn:

¹ Z. B. bei Anwendung der Standardformel, vergleiche dazu auch [2].

² Solvency II stellt ganz allgemein auf eine Einperiodenrechnung ab, vergleiche dazu auch [3].

Periode	Zahlung nom.	Rest- reserve	Eigen- Kapital
1	200,0	1.000,0	373,7
2	300,0	800,0	299,0
3	400,0	500,0	186,9
4	100,0	100,0	37,4
5			
6			
7			
Summe	1.000,0		
STD ges	200,0		

Abbildung 2: Eigenkapitalallokation – Brutto Schadenreserve.

Die Kapitalkosten CoC (Cost of Capital) ergeben sich in diesem Beispiel auf Basis eines Kapitalkostensatzes von 6%, siehe dazu die nachfolgende Tabelle:

Periode	Diskont		Eigen- Kapital	CoC	
	4,0% JM	6,0% diskont.		nom.	diskont.
1	100,00%	98,06%	373,7		
2	96,15%	94,29%	299,0	22,4	21,6
3	92,46%	90,66%	186,9	17,9	16,6
4	88,90%	87,17%	37,4	11,2	10,0
5	85,48%	83,82%		2,2	1,9
6	82,19%	80,60%			
7	79,03%	77,50%			
Summe				53,8	50,0
STD ges / Var. Koeff ges					

Abbildung 3: Kapitalkosten – Brutto Schadenreserve.

Der Fair Value FV dieser Schadenreserve ergibt sich aus den diskontierten Best Estimate Reserven DBE und den Kapitalkosten CoC wie folgt:

$$\text{FV Brutto Reserve} = \text{DBE} + \text{CoC} = 928,8 + 50,0 = 978,8.$$

An dieser Stelle muss darauf hingewiesen werden, dass die Kapitalkosten in Anlehnung an Solvency II und an das Schweizer Solvenzmodell gerechnet wurden. Die Kapitalkostenmodelle im Rahmen der unternehmensindividuellen wertorientierten Steuerung liegen i. d. R. deutlich höher.

2 Der Fair Value einer zedierten Reserve

Sofern Fair Value Bewertungen für die Brutto und Netto Schadenreserven im Sinne eines „passivischen Cash Flow“ existieren, kann der Fair Value der zedierten Reserven als Differenz der beiden Fair Values ermittelt werden.

2.1 Berechnungsbeispiel

Die Nettozahlungen werden ebenfalls approximativ als unabhängig und normalverteilt angenommen. Es werden 30% der Zahlungen im Schnitt zediert, wobei allerdings nur 50% der Entlastungen in der aktuellen Periode und 50% der Entlastungen in der Folgeperiode stattfinden. Folglich hat der zedierte Cash Flow eine höhere und der Netto Cash Flow eine niedrigere Duration als der Brutto Cash Flow. In der letzten Periode folgt unter diesen Annahmen sogar ein negativer Netto Cash Flow.

Durch die Rückversicherung reduziert sich der Variationskoeffizient der Reserven zu Periodenbeginn von 20,0% im Brutto auf 15,0% im Netto.

Periode	Diskont 4,0%		Zahlungen Netto		Rest-reserve	Eigen-Kapital	CoC 6,0%	
	JB	JM	nom.	diskont.			nom	diskont.
1	100,00%	98,06%	170,0	166,7	700,0	203,7		
2	96,15%	94,29%	225,0	212,1	530,0	154,2	12,2	11,7
3	92,46%	90,66%	295,0	267,4	305,0	88,7	9,3	8,6
4	88,90%	87,17%	25,0	21,8	10,0	2,9	5,3	4,7
5	85,48%	83,82%	-15,0	-12,6	-15,0	4,4	0,2	0,1
6	82,19%	80,60%					0,3	0,2
7	79,03%	77,50%						
Summe			700,0	655,5			27,2	25,4
STD ges / Var. Koeff ges			105,0	15,0%				

Abbildung 4: Fair Value Berechnung – Netto Schadenreserve.

Der Fair Value FV dieser Schadenreserve ergibt sich aus den diskontierten Best Estimate Reserven DBE und den Kapitalkosten CoC wie folgt:

$$\text{FV Netto Reserve} = \text{DBE} + \text{CoC} = 655,5 + 25,4 = 680,9.$$

In diesem Beispiel ergibt sich als Differenz zwischen dem Fair Value der Brutto Reserve und dem Fair Value der Netto Reserve folgender Betrag:

$$\text{FV Brutto Reserve} - \text{Fair Value Netto Reserve} = 978,8 - 680,9 = 297,9.$$

Dieser Betrag setzt sich aus dem Barwert der Schadenentlastung in Höhe von 273,3 und dem Barwert der Kapitalkostenentlastung in Höhe von 24,6 zusammen.

Diese Darstellung berücksichtigt aber nicht das Risiko eines Zahlungsausfalls des Rückversicherers. Somit muss bei einer Fair Value Bewertung der zedierten Reserven noch das Rating eines Rückversicherers in Form eines Bonitätsabschlags angesetzt werden:

$$\begin{aligned} \text{FV der zedierten Reserven} &= \text{Barwert der Schadenentlastung} \\ &+ \text{Barwert der Kapitalkostenentlastung} \\ &- \text{Bonitätsabschlag.} \end{aligned}$$

Der Bonitätsabschlag kann dabei ggf. als Prozentsatz aus der Summe der Schadenentlastung und der Kapitalkostenentlastung ermittelt werden.

2.2 Modellierung des Ausfallrisikos

Bei den zedierten Reserven handelt es sich um einen „aktivischen Cash Flow“, d. h. der Käufer zahlt dem Verkäufer zum Kaufdatum einen festen Betrag und bekommt später variable Rückzahlungen. Das Risiko aus Sicht des Käufers besteht darin, dass die Rückzahlungen geringer ausfallen als erwartet. Er wird zum Kaufdatum einen Risikoabschlag verlangen. Klassischerweise wird bei der Bewertung von riskanten festverzinslichen Wertpapieren hier ein Risikospread zusätzlich zum risikofreien Zins r angesetzt, so dass beispielsweise für den Fair Value (FV) eines Zerobonds mit Nominalwert N und Dauer D folgende Beziehung gilt:

$$\text{FV} = N / (1 + r + s)^D.$$

Aus dieser Darstellung kann ein Bonitätsabschlag BA wie folgt ermittelt werden:

$$BA = N / (1 + r)^D - N / (1 + r + s)^D \approx D \cdot s \cdot N.$$

Eine Möglichkeit einen Bonitätsabschlag für die zedierten Reserven zu ermitteln besteht also darin, im Hinblick auf das Rating und die Duration vergleichbare festverzinsliche Wertpapiere zu betrachten und näherungsweise mit den entsprechenden Bonitätsabschlägen zu arbeiten. Eine stochastische Modellierung eines Bonitätsabschlages in einem Jahr würde in einem solchen Ansatz mit den Techniken einer ökonomischen Szenariogeneration erfolgen.

Eine alternative Möglichkeit besteht darin, das Ausfallrisiko explizit zu modellieren. Für den erwarteten Ausfall gilt dabei folgende Beziehung:

$$\text{Erw. Ausfall} = \text{Ausfallwahrscheinlichkeit} \cdot \text{erw. Ausfallhöhe in \%} \cdot \text{Ausfallexposure.}$$

Dabei ergibt sich bei einer Rückversicherung das Ausfallexposure aus der Summe der Schadenentlastungen und der Kapitalkostenentlastungen. Die Ausfallwahrscheinlichkeiten a^* können den Tabellen der Ratingagenturen entnommen werden, wo die Ergebnisse ihrer Marktrecherchen zusammengefasst sind.

Die erwartete Ausfallhöhe in % wird üblicherweise – unter der Annahme einer Gleichverteilung im Intervall $[0, 1]$ – mit 50% angesetzt, so dass für den Ausfall A in % die Beziehungen

$$\begin{aligned} E(A) &= a^*/2 && = a, \\ \text{VAR}(A) &= a^* \cdot (1/3 - a^*/4) && = a \cdot (2/3 - a). \end{aligned}$$

gelten. Sofern sich das Exposure nicht auf einen Rückversicherer konzentriert, sondern beispielsweise relativ gleichmäßig auf n unabhängige Rückversicherer mit identischen Ausfallereigenschaften verteilt wird, ergeben sich für

$$A^* = 1/n \cdot \sum_{1 \leq i \leq n} A_i$$

folgende Beziehungen:

$$\begin{aligned} E(A^*) &= E(A), \\ \text{VAR}(A^*) &= \text{VAR}(A) / n. \end{aligned}$$

Diese Zufallsvariable kann geeignet durch einfache Zufallsvariablen approximiert werden, beispielsweise durch ein Zweiklassen-Histogramm $H_{u,v}$ ³ derart, dass im Intervall $[0, 2u - v]$ insgesamt $(1 - v)\%$ der Werte und im Intervall $[2u - v, 1]$ die restlichen $v\%$ der Werte liegen. Aus der Definition dieser Verteilung folgt sofort, dass $u = a$ gilt. Der Parameter v ergibt sich dann aus der Lösung der quadratischen Gleichung

$$(a/n) \cdot (2/3 - a) = 1/3 \cdot (v \cdot (1 - v) + (a - v)^2).$$

Man kann dann ein stochastisches Modell für den Ausfall im Sinne einer Erhöhung des entsprechenden Nettoexposures modellieren. Dieses Modell führt dann in der Konsequenz zu einem höheren und volatileren Nettoexposure, so dass sowohl die Schadenentlastung als auch die Kapitalkostenentlastung nicht so hoch ausfallen, wie ursprünglich errechnet. Dadurch ergibt sich dann der Bonitätsabschlag, der in jedem Fall deutlich über dem erwarteten Ausfall von $a\%$ liegt.

³ Vergleiche dazu auch die Erläuterungen in [4].

3 Effizienz einer Rückversicherungslösung

Der Fair Value der zedierten Reserven ergibt sich aus der Summe der Schadenentlastung und der Kapitalkostenentlastung abzüglich eines Bonitätsabschlages, wobei der Bonitätsabschlag verbessert werden kann, wenn das RV Exposure gleichermaßen auf mehrere Rückversicherer mit identischer Bonität verteilt wird.

3.1 Kapitalkostenentlastung vs. Kapitalkostenbelastung

Die Kapitalkostenentlastung hängt dabei auch von unternehmensindividuellen Parametern ab. Bei Rückversicherungslösung mit hohem Risikotransfer findet in der Regel eine hohe Eigenkapitalentlastung und somit eine hohe Kapitalkostenentlastung statt.

Das Rückversicherungsunternehmen zeichnet i. d. R. aber mehrere ähnlich gelagerte Risiken, so dass sich hier Synergieeffekte ergeben. Die Eigenkapitalbelastung des Rückversicherungsunternehmens (RVU) für das zedierte Risiko ist normalerweise deutlich geringer als die Eigenkapitalentlastung des Erstversicherungsunternehmens (EVU). Somit kann es passieren, dass trotz höheren Anforderungen an die Kapitalkostenmodelle im Rückversicherungssektor die Kapitalkostenentlastung des Erstversicherers bei den zedierten Reserven höher ausfällt, als die in der Rückversicherungsprämie eingerechnete Kapitalkostenbelastung des Rückversicherers. In einer Fair Value Betrachtung macht der Erstversicherer im Unterschied zu einer klassischen Betrachtung hier nicht nur in extremen Entlastungsfällen, sondern auch ganz normal im Durchschnitt einen Gewinn. Die Rückversicherungslösung ist also in einem solchen Fall sehr effizient.

Dieser Effekt kann durch einen hohen Bonitätsabschlag zunichte gemacht werden. Zusammengefasst liegt Effizienz dann vor, wenn gilt:

$$\text{Kapitalkostenbelastung des RVU} \leq \text{Kapitalkostenentlastung des EVU} \\ \text{./. Bonitätsabschlag.}$$

Im nachfolgenden Abschnitt wird der Unterschied zwischen Kapitalkostenbelastung und Kapitalkostenentlastung für das Berechnungsbeispiel skizziert.

3.2 Berechnungsbeispiel

Da RVU tendenziell höhere Risiken übernehmen, ergibt sich im vorliegenden Berechnungsbeispiel für die zedierten Reserven ein Variationskoeffizient von 41,9%. Bei der Berechnung des Kapitalkostenmodells wird in diesem Beispiel allerdings nicht von den zuvor angesetzten Parametern ausgegangen, sondern von den deutlich höheren Entry Values des Rückversicherungsunternehmens, da diese ja bereits im Sinne eines (Markt) Preises in der Rückversicherungsprämie angesetzt wurden.

Die höheren Kapitalkostenanforderungen des Rückversicherers (höhere Volatilität, höheres Sicherheitsniveau, höherer Kapitalkostensatz) werden dadurch teilweise kompensiert, dass der Rückversicherer diese Anforderungen auf mehrere Verträge „verteilen“ kann und

dadurch Synergien erzielt. Geht man bei den Zessionären von relativ gleich großen unabhängigen Risiken aus, dann sinken die Anforderungen mit $1/\sqrt{n}$, n die Anzahl der Zessionäre.

Periode	Diskont 4,0%		Zahlungen		Rest-reserve	Eigen-Kapital	CoC 15,0%	
	JB	JM	nom.	diskont.			nom.	diskont.
1	100,00%	98,06%	30,0	29,4	300,0	80,5		
2	96,15%	94,29%	75,0	70,7	270,0	72,5	12,1	11,6
3	92,46%	90,66%	105,0	95,2	195,0	52,3	10,9	10,0
4	88,90%	87,17%	75,0	65,4	90,0	24,2	7,9	7,0
5	85,48%	83,82%	15,0	12,6	15,0	4,0	3,6	3,1
6	82,19%	80,60%						
7	79,03%	77,50%						
Summe			300,0	273,3			34,4	31,7
STD ges / Var. Koeff ges			125,6	41,9%				

Abbildung 5: Kapitalkostenbelastung – 10 Zessionäre.

Der im vorherigen Abschnitt ermittelten Kapitalkostenentlastung in Höhe von 24,6 steht in diesem Beispiel mit 10 gleichartigen, unabhängigen Verträgen eine Kapitalkostenbelastung in Höhe von 31,7 entgegen. Somit ist selbst bei einem Rückversicherer mit einer extrem guten Bonität die Rückversicherung nicht effizient. Die Synergieeffekte des Rückversicherers sind in diesem Fall nicht hoch genug, um das ambitionierte Kapitalkostenmodell zu kompensieren.

Periode	Diskont 4,0%		Zahlungen		Rest-reserve	Eigen-Kapital	CoC 15,0%	
	JB	JM	nom.	diskont.			nom.	diskont.
1	100,00%	98,06%	30,0	29,4	300,0	56,9		
2	96,15%	94,29%	75,0	70,7	270,0	51,2	8,5	8,2
3	92,46%	90,66%	105,0	95,2	195,0	37,0	7,7	7,1
4	88,90%	87,17%	75,0	65,4	90,0	17,1	5,6	4,9
5	85,48%	83,82%	15,0	12,6	15,0	2,8	2,6	2,2
6	82,19%	80,60%						
7	79,03%	77,50%						
Summe			300,0	273,3			24,3	22,4
STD ges / Var. Koeff ges			125,6	41,9%				

Abbildung 6: Kapitalkostenbelastung – 20 Zessionäre.

Bei 20 gleichförmigen und unabhängigen Verträgen ist die Kapitalkostenbelastung in Höhe von 22,4 jetzt kleiner als die Entlastung in Höhe von 24,6. Falls das Rückversicherungsausfallrisiko derart klein ist, dass es kaum eine Rolle spielt, dann ist die Rückversicherung in diesem Fall effizient.

Die Duration der zedierten Reserve beträgt im vorliegenden Beispiel 2,4. Falls der Rückversicherer allerdings ein niedriges Rating hat, welches bei einem vergleichbaren Wertpapier einen Zinsspread von $s = 1\%$ generiert, dann kann man näherungsweise den Bonitätsabschlag BA in % mit

$$\text{BA in \%} = 2,4 \cdot 1,0\% = 2,4\%$$

abschätzen. Wendet man diesen Abschlagsprozentsatz auf das „Ausfallexposure“ in Höhe von 297,9 an so ergibt sich:

$$\text{BA} = 2,4\% \cdot 297,9 = 7,1.$$

Nach Abzug dieses Bonitätsabschlags ist die Rückversicherung jetzt nicht mehr effizient. Hierbei ist jedoch Folgendes noch anzumerken: Aufgrund des (zu Solvency II kompatiblen)⁴ Exit Value Ansatzes ist beim Erstversicherungsunternehmen ein extrem niedriges Kapitalkostenmodell angesetzt worden, so dass die Kapitalkostenentlastung nur sehr gering ausfällt. In der Regel sind die Kapitalkostenmodelle der Erstversicherer deutlich höher, so dass auch im vorliegenden Berechnungsbeispiel die Rückversicherung bei einem Ansatz von Entry Values beim Erstversicherer effizient sein könnte. Eine derartige Sichtweise im Rahmen der unternehmensinternen Steuerung würde allerdings dann nicht unbedingt mit den Anforderungen von Solvency II einhergehen.

⁴ Solvency II stellt ganz allgemein auf den Fair Value im Sinne eines (externen) Marktwertes ab, siehe dazu auch [3].

4 Simulationsmodell für Nat Cat Risiken

In den vorherigen Abschnitten sind alle relevanten Aspekte für die Fair Value Bewertung von zedierten Reserven sowie die Prüfung der Effizienz einer Versicherungslösung konzeptionell eingeführt und an vergleichsweise einfachen Beispielen erläutert worden. Solche einfachen Beispiele können aber die wirklich gravierenden Entlastungen von Rückversicherungslösungen (insbesondere von nicht-proportionaler Rückversicherung) an den Rändern der Schadenverteilung nicht illustrieren; hierfür benötigt man i. d. R. Berechnungen auf der Basis von Monte Carlo Simulationen. Daher soll in diesem Abschnitt für ein einfach konzipiertes Nat Cat Modell ein solcher Simulationsansatz erläutert werden.⁵

4.1 Modellierung des Brutto Aufwands

Nat Cat Risiken werden üblicherweise mit Hilfe von Event Loss Tabellen modelliert, die von externen Anbietern bezogen werden – häufig zu erheblichen Kosten. Diese Anbieter aktualisieren regelmäßig ihre Modelle auf Basis der neuesten Schadenerfahrungen und arbeiten mit interdisziplinären Teams von Meteorologen, Physikern, Aktuaren etc.

In einer EXCEL basierten Beispielrechnung kann diese professionelle Expertise natürlich auch nicht annähernd abgebildet werden; dennoch können die wichtigsten Modellaspekte relativ gut illustriert und getestet werden.

Aus diesem Grund wurde für ein vereinfachtes EXCEL Beispiel eine Event Loss Tabelle mit 26 (synthetischen) Events konzipiert. Professionelle Event Loss Tabellen beinhalten natürlich deutlich mehr Events. Die Simulation wurde so aufgebaut, dass eine einzelne Simulation vollumfänglich in EXCEL programmiert wurde und nur die Ablaufsteuerung eines Simulationslaufes über ein Visual Basic Programm erfolgte. Dadurch konnte man bei der einzelnen Simulation sehr gut überprüfen, ob die gewünschte Modelllogik programmtechnisch korrekt umgesetzt wurde.

In diesem Zusammenhang wurden auch vergleichsweise hohe Eventeintrittswahrscheinlichkeiten modelliert, so dass man bei einer einzelnen oder einigen wenigen Simulationen schon genügend Eventeintritte beobachten konnte.

Zur Vereinfachung wurde für den Eventeintritt nur mit einer Binomialverteilung gearbeitet, d. h. ein einzelnes Event kann entweder gar nicht oder nur exakt einmal eintreten, wobei für eine gezogene Zufallszahl $Z(\omega)$ und einer Eventeintrittswahrscheinlichkeit p_i die Beziehung

$$\text{Eventeintritt} = \{ZF(\omega) \geq (1 - p_i)\}$$

gilt. Professionelle Modelle arbeiten hier mindestens mit einer Poisson Verteilung. Für die spätere Modellierung einer Rückversicherungslösung wurde darüber hinaus noch eine

⁵ Das Beispiel ist aus der Masterarbeit „Fair Value Bewertung von zedierten Reserven“ von Christoph Krahorst am Institut für Versicherungswesen an der FH Köln (2012) entnommen, siehe dazu auch [1].

Eventreihenfolge gezogen, da bei einer solchen Lösung ggf. nur die ersten Events abgedeckt sind. Komplexere Modelle wie Wiederauffüllungen wurden nicht betrachtet.

Zu jedem eingetretenen Event wird die Eventhöhe gezogen. Dies geschieht in diesem einfachen Modell mittels einer Lognormal Verteilung – bezogen auf ein Basisexposure (z. B. ein Marktexposure). Dieser Ansatz ermöglicht es, auch individuelle Exposures zu modellieren. Im konkreten Berechnungsbeispiel wurde aber zwischen Basisexposure und individuellen Exposure nicht unterschieden. In der nachfolgenden Tabelle ist ein Auszug aus der Eventtabelle mit den jeweiligen Eventeintrittswahrscheinlichkeiten und Basisexposures aufgelistet.

Event Nr.	Eintrittswahrsch.	Basisexposure	
		EW	Var. Koeff.
1	0,50%	600,00	25,0%
2	0,50%	500,00	25,0%
3	0,75%	300,00	25,0%
4	0,75%	212,50	25,0%
5	0,75%	106,25	25,0%
6	0,75%	100,00	25,0%
21	1,00%	50,00	25,0%
22	2,50%	49,50	25,0%
23	2,50%	49,00	25,0%
24	2,00%	75,00	25,0%
25	5,00%	74,50	25,0%
26	5,00%	74,00	25,0%

Abbildung 7: Auszug aus der Event Loss Tabelle.

Geht man davon aus, dass alle Events unabhängig voneinander sind, dann gilt für den Erwartungswert EW und die Varianz des Bruttoschadenaufwands die Beziehung

$$EW = \sum p_i \cdot EXP_i$$

$$VAR = \sum p_i \cdot EXP_i^2 \cdot (VK_i^2 + (1 - p_i))$$

Die nachfolgende Tabelle illustriert ein Szenario, bei dem die Events Nr. 1, Nr. 3 und Nr. 22 aus dieser Tabelle gezogen wurden – und zwar genau in dieser Reihenfolge.

Event Nr.	Eintrittswahrsch.	Zufallszahl	Event eintritt?	Event Reihenfolge
Summe / Erwartungswert				3
1	0,50%	100,0%	1	1
3	0,75%	99,9%	1	2
22	2,50%	98,5%	1	3

Abbildung 8: Gezogene Nat Cat Events.

Die ersten beiden Events treten ausgesprochen selten ein, so dass die gezogenen Zufallszahlen schon nahe bei 100% liegen müssen. Das dritte Event hingegen tritt im Schnitt alle 40 Jahre einmal ein. Die Kombination der beiden seltenen Ereignisse in dieser Ziehung ist somit eine noch seltenere Konstellation; in einem Simulationslauf ist somit entscheidend, wie oft solche seltenen Konstellationen auftreten. Zu jedem der drei gezogenen Events wurden auch die Eventhöhen gezogen, siehe dazu die nachfolgende Tabelle:

Event Nr.	Basisexposure EW	Var. Koeff.	Zufallszahl	Brutto Sch.Höhe
Summe / Erwartungswert				887,6
1	600,00	25,0%	45,0%	564,4
3	300,00	25,0%	50,0%	291,0
22	49,50	25,0%	5,3%	32,3

Abbildung 9: Gezogene Eventhöhen.

Obwohl in allen drei Fällen Eventhöhen unterhalb des Erwartungswertes gezogen wurden, handelt es sich bei den ersten beiden Events doch um ausgesprochen seltene Ereignisse mit hoher Schadenbelastung, so dass der gezogene Gesamtbruttoaufwand ungewöhnlich hoch ist. Im Hinblick auf die Wirkung einer Rückversicherungslösung handelt es sich hier um ein extremes Szenario.

4.2 Wirkung einer Rückversicherungslösung

In diesem Abschnitt soll die Auswirkung einer Rückversicherungslösung auf dieses Extrem-szenario analysiert werden. Konkret soll dabei ein Layer 500 xs 5 betrachtet werden mit einer freien Wiederauffüllung (d. h. es sind nur maximal zwei Events ohne weitere Wiederauffüllungsprämien abgedeckt) bei einer Gesamtkapazität von 750. Bei dieser Konstruktion ist jetzt die Eventreihenfolge bedeutsam, insbesondere dass die beiden teuersten Schadenergebnisse auch genau die ersten beiden sind. Die nachfolgende Tabelle illustriert die Wirkung dieser Vertragskonstruktion auf die gezogene Konstellation:

Event Nr.	Brutto Sch.Höhe	Layer Prio. 5,0 XS 500,0	Limitierung Events 2 Kapaz. 750,0	Rück Sch.Höhe	Netto Sch.Höhe
Summe	887,6	813,3	2	750,0	137,6
1	564,4	500,0	1	500,0	
3	291,0	286,0	1	286,0	
22	32,3	27,3	0	0,0	

Abbildung 10: Auswirkung eines Kumulschadenexzedenten.

Im konkreten Fall ist also die maximale Kapazität ausgeschöpft und es verbleibt eine doch noch ausgesprochen hohe Netto Schadenbelastung von 137,6. Die gezogene Konstellation ist zugegebener Maßen äußerst selten, zeigt aber deutlich, dass bestimmte Effekte nur mit Simulationsansätzen erkannt werden können.

Bei einem Simulationslauf erhält man empirische Verteilungen für den Brutto- und den Nettoaufwand. Sofern man ausreichend viele Simulationen betrachtet, sind die empirischen Verteilungen gute Approximationen der wahren Verteilungen, wobei man allerdings bei sehr (rechts) schiefen Verteilungen deutlich mehr Simulationen für eine gute Approximation braucht als bei symmetrischen Verteilungen.

Aus dem Vergleich der Brutto und Netto Verteilung ergibt sich dann die Eigenkapitalentlastung durch den Rückversicherungsvertrag und man erhält durch den Vergleich der eigenen Kapitalkostenentlastung mit der in der RV Prämie eingerechneten Kapitalkostenbelastung ein Kriterium, um die Effizienz der RV Lösung zu beurteilen.

4.3 Einbeziehung von Rückversicherungsausfall

Wie bereits zuvor im vereinfachten Beispiel illustriert, kann bei einem sehr schlechten Rating des Rückversicherers die Effizienz eines Rückversicherungsvertrages durch einen hohen Bonitätsabschlag beeinflusst werden.

Der Bonitätsabschlag ist ein Preis für das Risiko eines Rückversicherungsausfalls. Aus diesem Grund wurde bei der Simulation der Auswirkung einer Rückversicherung auf Nat Cat Risiken auch ein stochastisches Modell für den Rückversicherungsausfall einbezogen – bei einem gegebenen (Durchschnitts-) Rating und einer dazu korrespondierenden Ausfallfallwahrscheinlichkeit a^* .

Sofern man nur ein einziges RVU betrachtet, kann der RV Ausfall durch die Faltung der Binomialverteilung B_{a^*} mit einer Gleichverteilung auf dem Intervall $[0, 1]$ modelliert werden. Erwartungswert und Standardabweichung dieser Ausfallverteilung wurden bereits in einem vorherigen Abschnitt angegeben.

Diese Ausfallverteilung ist ein Spezialfall eines Zweiklassen Histogramms $H_{u,v}$ auf dem Intervall $[0, 1]$ mit einer diskreten Masse auf dem Nullpunkt (mit Gewicht $1 - v$) und einer Gleichverteilung auf dem restlichen Intervall (mit Gewicht v).

Betrachtet man n Rückversicherer mit paarweise unkorrelierten Ausfällen und den Gewichten w_1, \dots, w_n , dann ergibt sich für die Gesamtvarianz die folgende Formel:

$$\sigma_n^2 = \sigma_1^2 \cdot \sum w_i^2.$$

Den Wert $\sum w_i^2$ bezeichnet dabei den sogenannten Herfindahl-Index HFI⁶, der ein Maß für die Konzentration darstellt. Bei totaler Konzentration beträgt der Herfindahl-Index 1; bei totaler Gleichverteilung $1/n$. Im vorliegenden Modell konnte eine Herfindahl-Konzentration HFK eingegeben werden, die durch die Beziehung

$$\text{HFI} = 1/n + \text{HFK} \cdot (1 - 1/n)$$

definiert wurde. Der Parameter HFK ist unabhängig von der Anzahl n und beträgt 0 bei der absoluten Gleichverteilung und 1 bei der absoluten Konzentration. Definiert man bei korrelierten Ausfällen die mittlere Korrelation ρ^* als

$$\rho^* := (\sum_{i \neq j} w_i \cdot w_j \cdot \rho_{i,j} \cdot \sigma_i \cdot \sigma_j) / (\sum_{i \neq j} w_i \cdot w_j \cdot \sigma_i \cdot \sigma_j),$$

dann gilt für n Rückversicherer mit Herfindahl-Index HFI und mittlerer Korrelation ρ^* die Beziehung

$$\sigma_n^2 = \sigma_1^2 \cdot ((1 - \rho^*) \cdot \text{HFI} + \rho^*).$$

Herfindahl-Konzentration und mittlere Korrelation konnten im Modell vorgegeben werden. Da für $n = 1$ ein Spezialfall des Zweiklassenhistogramms vorliegt, wurde zur Vereinfachung auch für $n > 1$ diese Verteilungsannahme (die recht plausible Eigenschaften aufweist) mit den zuvor ermittelten Parametern für den Erwartungswert und die Varianz ermittelt. Alternativ wäre auch eine Zugrundlegung einer Vasicek Verteilung möglich.

Da dies eine stetige Approximation ist, wird immer etwas Rückversicherungsausfall gezogen. In den meisten Fällen handelt es sich aber um sehr kleine Werte, die eher einem Zinsverlust durch zu spät eingegangene Rückversicherungszahlungen entsprechen als einem echten Rückversicherungsausfall. Trotz dieser Approximation ist der Modellansatz also relativ plausibel.

Das Zweiklassen Histogramm wird eindeutig durch die Parameter (u, v) bestimmt, wobei u in diesem Fall mit dem erwarteten Ausfall $a = a^*/2$ übereinstimmt. Der Parameter v ergibt sich dann aus der Beziehung

$$\sigma_n^2 = 1/3 \cdot (a^2 + v \cdot (1 - 2 \cdot a)).$$

Um im Modellansatz noch die Tatsache abzubilden, dass Rückversicherungsausfall und Schadenaufwand miteinander korrelieren, wurde approximativ eine Rangkorrelation wie folgt abgebildet: Falls

$$\rho = 1 - \prod (1 - \rho_i)$$

⁶ Siehe dazu auch [5].

die Wahrscheinlichkeit bezeichnet, dass mindestens ein Event eintritt, dann kann man in einer sehr groben Näherung die Brutto Schadenverteilung für die Nat Cat Risiken als eine Faltung aus einer Binomial Verteilung B_p und einer Lognormal Verteilung mit den Parametern EW^* und VAR^* approximieren. Man erhält dann folgende Beziehung mit den Parametern EW und VAR (die zuvor berechnet wurden) der Brutto Schadenverteilung:

$$EW = p \cdot EW^*$$

$$VAR = p \cdot (VAR^* + (EW^*)^2) - EW^2 \cdot (EW^*)^2.$$

Für einen positiven Schadenaufwand kann man mit dieser Approximation näherungsweise das Quantil oberhalb von $(1 - p)$ bestimmen und dieses mit der Zufallszahl für den gezogenen Ausfall über eine Rangkorrelation miteinander verknüpfen.

Unterhalb des $(1 - p)$ Quantils ist dieser Wert natürlich nicht eindeutig; aber da in diesen Fällen kein Schadenaufwand gezogen wurde, spielt ein gezogener RV Ausfall in solchen Fällen auch keine Rolle.

Trotz einiger Näherungsformeln bekommt man insgesamt ein stimmiges Modell, bei dem alle wichtigen Aspekte plausibel abgebildet sind.

5 Berechnungsergebnisse für Nat Cat Risiken

Im vorherigen Abschnitt wurde das Modell für die Simulation anhand eines Extremszenarios illustriert. Mit Hilfe eines gesamten Simulationslaufs mit ausreichend vielen Simulationen erhält man durch die empirischen Verteilungen eine gute Approximation der wahren Verteilungen für den Brutto und den Netto Schadenaufwand.

5.1 Verteilungen

In der nachfolgenden Tabelle sind die Ergebnisse eines Simulationslaufes mit 10.000 Simulationen illustriert. Da die Wahrscheinlichkeit eines Eventeintritts nur bei ca. 28,8% liegt, wurden nur Quantile oberhalb von 75% aufgelistet.

Verteilungsparameter	Event Anzahl	Schadenaufwand ohne BA			Quote 8,0%
		Brutto	Rück	Netto	Netto
Mittelwerte	0,3	32,2	29,6	2,6	2,6
Std. Abw.	0,6	76,0	67,7	14,2	6,1
Var. Koeff	169%	236%	229%	551%	236%
Maximum	3	1.090,4	709,6	575,7	87,0
Quantile					
75,00%	1	50,8	45,8	5,0	4,1
90,00%	1	96,1	90,5	5,0	7,7
95,00%	1	140,9	130,1	5,0	11,2
97,50%	2	215,9	198,7	10,0	17,2
99,00%	2	393,5	388,5	10,0	31,4
99,27%	2	456,0	444,2	36,4	36,4
99,50%	2	513,9	500,0	72,5	41,0
99,90%	3	724,3	578,4	200,2	57,8

Abbildung 11: Simulationsergebnisse – Schadenaufwand ohne Bonitätsabschlag.

In der Simulation wurde mit erwarteten 0,3 Events pro Simulation eine Eintrittswahrscheinlichkeit von ca. 30% realisiert, was etwas oberhalb des theoretischen Wertes liegt. Bei einer derart schiefen Verteilung sind 10.000 Simulationen ggf. aber auch noch nicht ausreichend, um alle Effekte schon hinreichend gut zu treffen.

Um den Effekt der betrachteten RV Lösung (noch vor Berücksichtigung eines Ausfallrisikos) zu verdeutlichen, wurden die Quantile für den Netto Schadenaufwand mit den entsprechenden Quantilen bei einer reinen quotalen Rückversicherung mit ca. 92,0% Quote verglichen, da diese Quote den gleichen Erwartungswert liefert wie der betrachtete Kumulschadenexzedent.

Bis zu einem Quantil von ca. 99,27% entlastet die nicht-proportionale Rückversicherung besser als die entsprechende Quote. Darüber hinaus beobachtet man aufgrund der Begrenzungen in der RV Lösung den umgekehrten Effekt – in diesem Bereich entlasten die Kapazitäts-

begrenzungen den Rückversicherer. Es würde sich in der Praxis aber auch kaum ein Rückversicherer finden lassen, der in einem so riskanten Segment eine Quote in einer derartigen Höhe anbietet.

Zusammengefasst beobachtet man also hohe Eigenkapitalentlastungseffekte für den Erstversicherer, wobei aber aufgrund der Kapazitätsbegrenzungen für den Rückversicherer das Nettoergebnis stärker schwankt, da man ca. einmal in 136 Jahren beobachtet, dass die gewählte nicht-proportionale Rückversicherung schlechter entlastet als eine vergleichbare Quote.

In der nachfolgenden Tabelle sind für den Brutto, zedierten und Netto Schadenaufwand die Simulationen aufgelistet, bei denen maximale Werte erzeugt wurden.

Sim. Nr.	5.373			6.553		
	Brutto	Zediert	Netto	Brutto	Zediert	Netto
Event 1	875,7	500,0	375,7	1.075,7	500,0	575,7
Event 2	214,6	209,6	5,0			
Event 3						
Gesamt	1.090,4	709,6	380,7	1.075,7	500,0	575,7

Abbildung 12: Simulationsergebnisse – Maxima für Brutto & Netto Schadenaufwand.

In Szenario Nr. 5.373 realisieren sich die Maxima für den Brutto und den zedierten Aufwand, in Szenario Nr. 6.553 tritt ein derart extremes Event ein, dass der Nettoaufwand auch bei nur einem einzigen Event aufgrund der Begrenzung am höchsten ist. Das zuvor erläuterte Szenario, bei dem bei drei Events die maximale Kapazität von 750,0 ausgeschöpft wurde, ist in den 10.000 Simulationen nicht einmal annähernd aufgetreten.

Die zuvor skizzierten Ergebnisse berücksichtigen noch nicht den Effekt des Rückversicherungsausfalls. In der nachfolgenden Tabelle sind die Ergebnisse diesbezüglich aufgelistet:

Verteilungsparameter	BA in %	Schadenaufwand mit BA		
		BA	RV ./. BA	Netto + BA
Mittelwerte	0,5%	0,7	28,9	3,2
Std. Abw.	4,5%	12,6	65,7	20,9
Var. Koeff	896%	1861%	227%	645%
Maximum	98,5%	475,0	619,0	672,4
Quantile				
75,00%	0,3%	0,1	44,9	5,1
90,00%	0,4%	0,3	89,1	5,3
95,00%	0,4%	0,4	127,8	8,8
97,50%	0,4%	0,7	187,0	10,5
99,00%	0,4%	1,7	361,2	39,8
99,50%	16,6%	2,3	486,3	101,6
99,90%	82,6%	180,3	540,3	340,1

Abbildung 13: Simulationsergebnisse – Schadenaufwand mit Bonitätsabschlag.

Wie bereits zuvor erläutert, wurde der RV Ausfall in einem einfachen Modell durch einen stetigen Bonitätsabschlag (BA) modelliert, der mit dem Brutto Schadenaufwand korreliert werden kann. Wie der Tabelle entnommen werden kann, ist dieser Abschlag (in % des zedierten Schadenaufwands und absolut) in den meisten Fällen nur marginal; es gibt aber extreme Szenarien mit einem annähernden Totalausfall. Die Auswirkungen auf den Netto Schadenaufwand sind signifikant; Erwartungswert und Volatilität erhöhen sich spürbar.

Es sollte an dieser Stelle angemerkt werden, dass ein extremes Szenario mit einer sehr schlechten (mittleren) Bonität der Rückversicherer gerechnet wurde, die im Rahmen von Solvency II vermutlich gar nicht zulässig wäre oder extrem mit Eigenkapitalaufschlag „bestraft“ würde. Insofern ist dieses Modell natürlich extrem, wodurch sich die Effekte signifikant erkennen lassen.

Sim. Nr.	Netto	Bonitätsabschlag		Netto inkl. BA
		in %	absolut	
9.475	137,3	95,0	475,0	612,3
4.307	227,6	89,0	444,8	672,4
6.604	5,0	98,5	63,0	68,0

Abbildung 14: Simulationsergebnisse – Maxima für den Bonitätsabschlag.

In der Tabelle zuvor sind besonders extreme Szenarien im Hinblick auf den Bonitätsabschlag aufgelistet, insbesondere

- der maximale Abschlag absolut (Szenario 9.475),
- der maximale Netto Schadenaufwand inkl. Bonitätsabschlag (Szenario 4.307) und
- der maximale Bonitätsabschlag in % (Szenario 6.604).

Wie bereits erläutert wurden in den vorliegenden Berechnungen Bonitätsabschlag und Bruttoschadenhöhe über eine Rangkorrelation der Quantile der Ausfallfunktion und des Bruttoschadenaufwandes (sofern dieser positiv war) miteinander korreliert. Da der Brutto Schadenaufwand in 71,2% der Fälle Null ist, wurden daher die modifizierten Quantile

$$Q_{\text{mod}} = (Q - 71,2\%) / (100,0\% - 71,2\%)$$

für den Brutto Schadenaufwand betrachtet. In der nachfolgenden Tabelle sind für fünf ausgewählte Szenarien die jeweiligen Quantile (für den Bonitätsabschlag) bzw. die modifizierten Quantile (für alle Aufwandsvariablen) aufgelistet:

Simul. Nr.	modifiziertes Quantil					Quantil BA in %
	Brutto	Zediert	Netto	BA	Netto + BA	
5.373	Max.	Max.	99,9%	99,9%	100,0%	99,6%
6.553	100,0%	98,2%	Max.	97,4%	99,9%	98,5%
9.475	99,2%	98,2%	99,3%	Max.	99,9%	100,0%
4.307	99,7%	98,2%	99,8%	99,9%	Max.	99,9%
6.604	35,8%	35,8%	35,8%	99,1%	97,4%	Max.

Abbildung 15: Simulationsergebnisse – Quantile für die ausgewählten Szenarien.

Obwohl es natürlich kein wissenschaftlicher Beweis im strengen Sinne ist, erkennt man dennoch gut die Zusammenhänge zwischen den Aufwandsvariablen und dem Bonitätsabschlag.

5.2 Eigenkapitalbedarfe

Im vorherigen Abschnitt wurden die Ergebnisse eines Simulationslaufs mit 10.000 Simulationen illustriert, insbesondere die daraus resultierenden empirischen Verteilungen als Approximationen der wahren Verteilungen. Auf Basis dieser Ergebnisse kann nun eine Eigenkapitalallokation vorgenommen werden, wobei zur Vereinfachung eine Eigenkapitalallokation nach dem Value-at-Risk Prinzip betrachtet werden soll, d. h. für den Eigenkapitalbedarf zu einem Risikoniveau α soll

$$EK_{\alpha}[X] = VaR_{\alpha}[X] - E[X]$$

gelten. Da natürlich ein Versicherungsunternehmen nicht nur Nat Cat Risiken zeichnet, ergibt sich durch die Mischung mit dazu relativ unabhängigen Risiken ein Diversifikationseffekt. Um diesen zumindest näherungsweise zu modellieren, soll wieder mit dem Herfindahl-Index und der mittleren Korrelation gearbeitet werden.

Falls n die Anzahl der Geschäftssegmente, HFK die Konzentration dieser Segmente und ρ^* die mittlere Korrelation zwischen den Geschäftssegmenten bezeichnet, dann erhält man über diesen Ansatz eines Reduktionsfaktor RF

$$RF = ((1/n + HFK \cdot (1 - 1/n)) \cdot (1 - \rho^*) + \rho^*)^{0,5}.$$

Die Wurzel muss gezogen werden, da sich der im vorherigen Abschnitt definierte Faktor auf die Varianz bezogen hat. Für den Eigenkapitalbedarf nach Synergie kann man dann approximativ

$$EK_{\alpha}[X]^{Synergie} = EK_{\alpha}[X] \cdot RF$$

setzen. In der nachfolgenden Tabelle ist eine solche Berechnung zum Niveau 99,8% (dies entspricht in etwa einem angestrebten A-Rating) illustriert.

Verteilungsparameter	Schadenaufwand ohne BA			Schadenaufwand mit BA	
	Brutto	Rück	Netto	BA	Netto + BA
Quantil 99,8% EK-Bedarf	613,6		136,2		190,0
Segmente 20					
HF Konz. 20,0% Synergie	34,4%		34,4%		34,4%
mittl. Korr. 25,0% EK-Bedarf	402,4		89,3		124,6
Red. Fkt. 65,6% nach Syn.					

Abbildung 16. Eigenkapitalbedarf – vor und nach Synergie.

Mit der Ermittlung eines Eigenkapitalbedarfs nach Synergie (Brutto, Netto und Netto unter Berücksichtigung von Rückversicherungsausfall) hat man jetzt die wichtigsten Parameter für die Ermittlung eines Fair Values von zedierten Reserven – mit und ohne Berücksichtigung von Rückversicherungsausfall.

5.3 Fair Value Berechnung

Zunächst einmal muss das Modell um eine angemessene Cash Flow Modellierung ergänzt werden. Um möglichst viele Durationen abbilden zu können, ohne separat immer wieder neue Cash Flow Muster eingeben zu müssen, wurde ein Modellansatz

$$CF_{kum.}(t) = 1 - a \cdot b^{-(t-1)}$$

angesetzt. In der ersten Periode beobachtet man also einen Anteil von $(1 - a)$ %, danach ergibt sich eine geometrische Absenkung auf jeweils b %. Um aus Praktikabilitätsgründen den Bestand auslaufen zu lassen, wurden die Werte so normiert, dass ab einem fest gewählten Zeitpunkt (im konkreten Fall $t = 30$) der Wert genau 100% beträgt.

Gibt man einen festen Parameter für a und somit für das Volumen ab der zweiten Periode vor (z. B. 75%), dann kann man beispielsweise durch die Zielwertsuche den Absenkungsparameter b so bestimmen, dass eine gewünschte Duration für den Brutto Schaden Cash Flow generiert wird. In der nachfolgenden Tabelle ist für die ersten Perioden das gewählte Brutto Cash Flow Modell illustriert.

Periode	Brutto Schadenhöhe		
	Offset 0,7500	Absenk. 0,6250	Einzel Zahlungen
Dur. / BW		2,50	30,0
Summe		100,0%	32,2
1	25,0%	25,0%	8,0
2	53,1%	28,1%	9,1
3	70,7%	17,6%	5,7
4	81,7%	11,0%	3,5
5	88,6%	6,9%	2,2

Abbildung 17: Fair Value Berechnungen – Brutto Cash Flows.

Für die zedierten Zahlungen wurde eine Verschiebung von ca. 6 Wochen (d. h. 1,5 Monate) angesetzt, d. h. $v = 1,5/12 = 12,5\%$ aller Zahlungen verschieben sich in die nächste Periode. Somit gilt also:

$$CF_{zed.}(t) = CF(t) \cdot (1 - v) + CF(t - 1) \cdot v.$$

In der nachfolgenden Tabelle sind für die ersten Perioden die modellierten Rückversicherungs-Cash Flows sowie die daraus resultierenden Netto Cash Flows illustriert.

Periode	Rück Schadenhöhe		Netto Schadenhöhe
	Dur.Shift 12,5%	Einzel Zahlungen	
Dur. / BW	2,63	27,5	2,5
Summe		29,6	2,6
1	21,9%	6,5	1,6
2	27,7%	8,2	0,8
3	18,9%	5,6	0,1
4	11,8%	3,5	0,0
5	7,4%	2,2	0,0

Abbildung 18: Fair Value Berechnungen – zedierter & Netto Cash Flows.

Die Cash Flows für den erwarteten RV Ausfall wurden proportional zu den Cash Flows der zedierten Schadenaufwendungen angesetzt, wobei sich dann folgende Ergebnisse ergeben:

Periode	Netto Schadenhöhe	Bonitätsabschlag	Netto zuzgl. BA
Dur. / BW	2,5	0,6	3,1
Summe	2,6	0,7	3,2
1	1,6	0,1	1,7
2	0,8	0,2	1,0
3	0,1	0,1	0,2
4	0,0	0,1	0,1
5	0,0	0,1	0,1

Abbildung 19: Fair Value Berechnungen – Cash Flow des Rückversicherungsausfalls.

Alle Cash Flows wurden als zur Mitte der Periode ausgezahlt angenommen und mit einem Zins von 3% diskontiert. Die Barwerte sind in den Tabellen zuvor mit angegeben. Durch die Einbeziehung des RV Ausfalls erhöhen sich die erwarteten Netto Cashflows um 0,7 bzw. die diskontierten Cash Flows um 0,6. Die Erhöhung der Erwartungswerte bildet den ersten Teil des Bonitätsabschlags für den Rückversicherungsausfall.

Für eine endgültige Fair Value Berechnung benötigt man nun noch die Kapitalkostenberechnung (CoC), d. h. insbesondere einen Kapitalkostensatz und ein Eigenkapitalmodell über den Zeitablauf. Das Eigenkapital wurde im vorliegenden Modell proportional auf die undiskontierte Restreserve umgelegt, wobei ein Diffusionsfaktor

$$\lambda = v_1 / (\sum v_i^2)^{0,5}$$

v_i für die relativen Anteile der Restreserven, zur Berücksichtigung der Einperiodenvolatilität angesetzt wurde.⁷ In der folgenden Tabelle sind die Brutto CoC Berechnungen für die ersten Perioden illustriert.

Periode	Brutto Schadenhöhe			Brutto CoC		
	Offset 0,7500	Absenk. 0,6250	Einzel Zahlungen	Rest- reserve	EK-Bedarf 1249,8%	CoC 10,0%
Dur. / BW		2,50	30,0	Diffusion	Anw end.	80,3
Summe		100,0%	32,2	72,1%	1	87,1
1	25,0%	25,0%	8,0	32,2	290,2	
2	53,1%	28,1%	9,1	24,1	217,6	29,0
3	70,7%	17,6%	5,7	15,1	136,0	21,8
4	81,7%	11,0%	3,5	9,4	85,0	13,6
5	88,6%	6,9%	2,2	5,9	53,1	8,5

Abbildung 20: Fair Value Berechnungen – CoC Brutto

⁷ Vergleiche hierzu auch [6].

Mit den gleichen Ansätzen kann man jetzt die Kapitalkosten Netto bzw. Netto inklusive Rückversicherungsausfall wie folgt berechnen:

Periode	Netto CoC vor BA			Netto CoC nach BA		
	Rest-reserve	EK-Bedarf 3476,6%	CoC 10,0%	Rest-reserve	EK-Bedarf 3836,2%	CoC 10,0%
Dur. / BW	Diffusion	Anw end.	13,3	Diffusion	Anw end.	22,1
Summe	92,9%	1	13,9	89,0%	1	23,5
1	2,6	89,3		3,2	124,6	
2	1,0	34,8	8,9	1,5	58,7	12,5
3	0,2	5,7	3,5	0,5	19,4	5,9
4	0,1	3,5	0,6	0,3	12,1	1,9
5	0,1	2,2	0,4	0,2	7,6	1,2

Abbildung 21: Fair Value Berechnungen – CoC Netto mit und ohne RV Ausfall.

Die Kapitalkostenbarwerte erhöhen sich doch ziemlich durch die Einbeziehung von Rückversicherungsausfall um 8,8, was den zweiten Teil des Bonitätsabschlags bildet. Insgesamt erhält man also

$$\begin{aligned}
 \text{BA} &= \Delta \text{BW} + \Delta \text{CoC} \\
 &= 0,6 + 8,8 \\
 &= 9,4,
 \end{aligned}$$

was – aufgrund des schlechten Durchschnittsratings im vorliegenden Beispiel – zu einem erheblichen Abschlag auf die zedierten Reserven führt.

Da zederte Reserven ein Asset darstellen, kann man auch ganz klassisch den internen Zins (z. B. mit Hilfe einer Zielwertsuche) ermitteln, mit dem man die Cash Flows der zedierten Reserven vor Einbeziehung von RV Ausfall diskontieren muss, um den zuvor ausgerechneten Bonitätsabschlag zu generieren; im konkreten Fall, d. h. bei 3% risikofreiem Zins ergibt sich ein interner Zins von 7,2% (und somit ein Zinsspread von 4,2%).

5.4 Effizienz einer Rückversicherungslösung

Jetzt sind im Prinzip alle Parameter zur Verfügung gestellt worden, um bei gegebener Brutto und RV Prämie die Effizienz einer Nat Cat Rückversicherung zu testen.

Dazu gehen wir zunächst einmal davon aus, dass der Erstversicherer die gewünschten Kapitalkosten von 10% Brutto (bei 3% risikofreiem Zins) auch in seine Prämie korrekt eingerechnet hat. Für dieses Unternehmen sollen folgende Parameter gelten:

VW Kostenquote Brutto	30,0%
VW Kostenquote Netto	33,0%
SchaRe in % des Bruttoaufw.	2,0%
CoC-Rate	10,0%

Unter Anwendung des Äquivalenzprinzips ergibt sich die Bruttoprämie in diesem Fall aus der Gleichung

$$\begin{aligned} \text{BW Pr} &= \text{BW SA inkl. SRE} + \text{BW VWK} + \text{BW CoC} \\ &= 30,0 \cdot (1 + 2\%) + 30 \% \text{ BW Pr} + 80,3 \end{aligned}$$

mit $\text{BW Pr} = \text{Pr} / (1 + 3\%)^{0,5}$. Löst man diese Gleichung nach der Prämie auf, dann ergibt sich eine Prämie in Höhe von 160,8. Geht man bei der Rückversicherung von einer Zielschadenquote von **50%** aus, dann resultiert eine RV Prämie von

$$\text{RV Pr} = 29,6 / 50\% = 59,3.$$

Unter diesen Annahmen kann man nun das Rückversicherungsergebnis in einer Fair Value Betrachtung wie folgt zusammenfassen:

Position	Barwerte		
	Brutto	Zediert	Netto
Prämie	158,4	58,4	100,0
Kosten	48,1	15,1	33,1
Schadenaufw and	30,0	26,8	3,1
CoC	80,3	58,2	22,1
Ergebnis	0,0	-41,7	41,7

Abbildung 22: Fair Value Berechnungen – Rückversicherungsergebnis.

Vor Rückversicherung war das Fair Value Ergebnis aufgrund des Äquivalenzprinzips („No initial Profits“) ausgeglichen; das Sollergebnis war in Form des Kapitalkostenbarwertes eingerechnet. Nach Rückversicherung ergibt sich in einer Fair Value Betrachtung ein positives Ergebnis in Höhe von 41,7, d. h. die RV Lösung ist bei diesem Preisniveau extrem effizient.

Dieses Resultat muss man etwas näher kommentieren, sieht es doch so aus, als würde der Rückversicherer erwartete Verluste übernehmen. Der Rückversicherer kann jedoch die zedierete Reserve eines Erstversicherers mit vergleichbaren Risiken anderer Erstversicherer ausgleichen, so dass seine Eigenkapitalbelastung kleiner ist als die Eigenkapitalentlastung des Erstversicherers – was sozusagen einem Mengenrabatteffekt entspricht, der bei derartig extremen Risiken wie Nat Cat Risiken sehr hoch ausfallen kann.

Man muss hier allerdings beachten, dass Nat Cat Risiken über die lokalen Events stark miteinander korreliert sind, so dass der Rückversicherer solche Effekte nur bei einer guten überregionalen Diversifikation erzielen kann. Sofern der Rückversicherer seine Prämie „adäquat“ gerechnet und ausreichend diversifiziert hat, können beide Seiten profitieren.

6 Simulationsmodell für Großschadenrisiken

Eine analoge Modellierung wurde für Großschadenrisiken und Einzelschadenexzedenten durchgeführt, wobei die Entlastungseffekte hier i. d. R. weniger stark ausgeprägt sind als bei Nat Cat Risiken.

Dieser Abschnitt beschränkt sich daher nur auf die Skizzierung des unterschiedlichen Modelldesigns. Modellierungsaspekte wie

- Rückversicherungsausfallmodell,
- Eigenkapitalallokation,
- Fair Value Berechnungen und
- Effizienzüberlegungen,

die für beide Modelle identisch sind, werden nicht näher erläutert. Wie allgemein üblich wurde auch im vorliegenden Fall das Großschadenmodell als Frequency / Severity Modell konzipiert, da dadurch Einzelschadenexzedenten unter Berücksichtigung von unterschiedlichen Limitierungen korrekt abgebildet werden können. Im konkreten Fall erfolgte

- die Modellierung der Schadenanzahlverteilung durch eine Poisson Verteilung mit einem Poisson Parameter $\lambda = 4,32$ und
- die Modellierung der Schadenhöhenverteilungen durch eine Pareto Verteilung mit einer Kappungsgrenze von 5,0 und einem Pareto Parameter $\alpha = 3,57$,

wobei auch andere Verteilungsanpassungen denkbar sind. Auch in diesem Fall erfolgte die Modellierung einer einzelnen Simulation in EXCEL und nur die Steuerung des gesamten Simulationslaufes durch ein Visual Basic Programm. Diese Vorgehensweise ermöglicht eine Validierung des Modelldesigns.

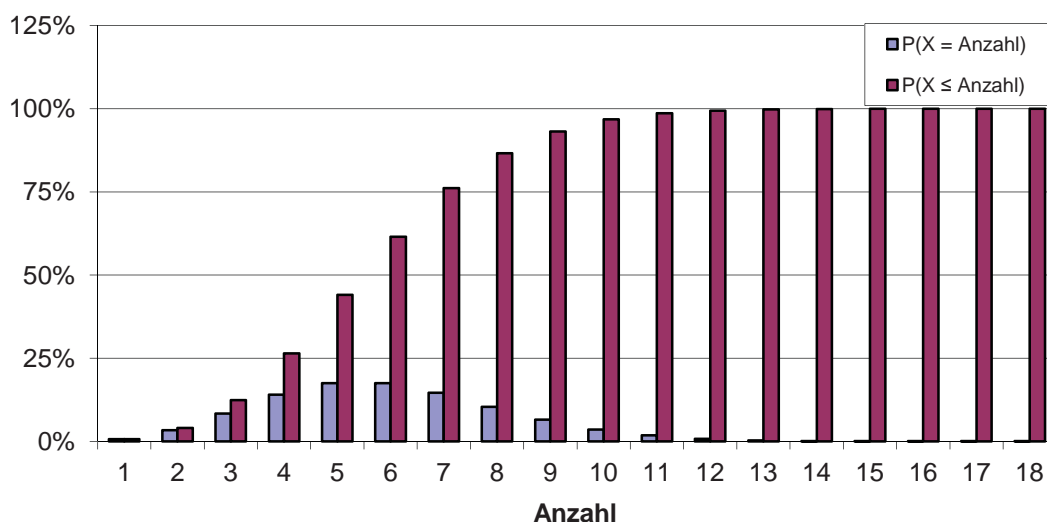


Abbildung 23: Häufigkeiten der modellierten Poisson Verteilung.

In der obigen Abbildung sind die Häufigkeiten für die modellierte Poisson Verteilung illustriert; Dichte- und Verteilungsfunktion der modellierten Pareto Verteilung sind nachfolgend dargestellt.

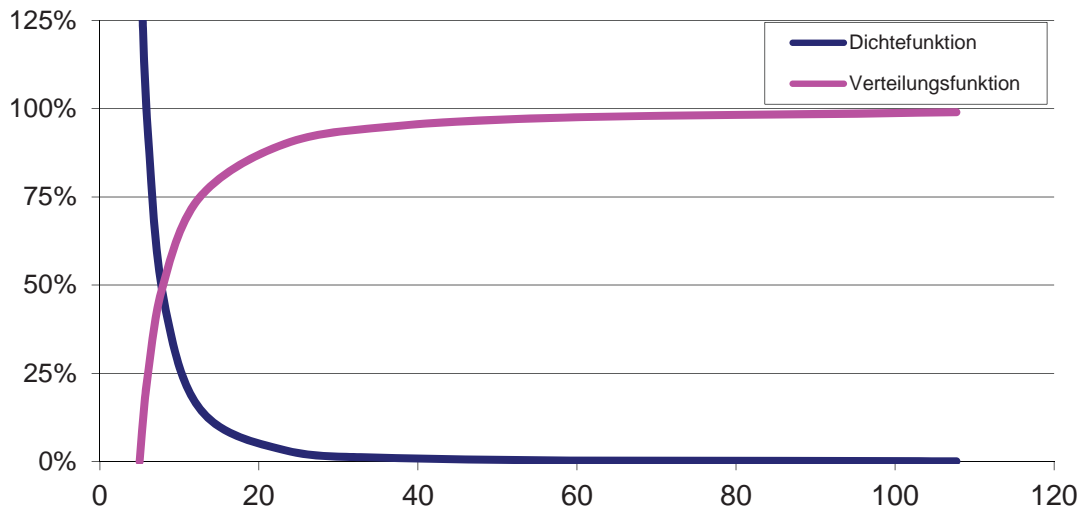


Abbildung 24: Dichte und Verteilungsfunktion der modellierten Pareto Verteilung.

Weiterhin wird ein Szenario skizziert, bei dem (durch eine gezogene Zufallszahl von 99,5%) eine relativ hohe Schadenfrequenz mit 10 Großschäden angenommen wird. Auf dem jeweiligen Bruttoaufwand in diesem Szenario wird ein Layer von 5,0 xs 5,0 angesetzt. Eine maximale Kapazität von 35,0 bei insgesamt nur 7 Schäden ohne Wiederauffüllungsprämie wird getragen. Nachfolgend wurde dieser Layer auf das gezogene Bruttoszenario angewendet.

N	Schadenhöhe Brutto	Anteil im Layer	Schadenhöhe	
			RV unlim.	Netto
Summe	76,42	14,40	12,24	64,18
1	6,61	1,61	1,61	
2	6,50	1,50	1,50	
3	7,37	2,37	2,37	
4	6,24	1,24	1,24	
5	22,02	5,00	5,00	
6	5,14	0,14	0,14	
7	5,38	0,38	0,38	
8	5,43	0,43	0,00	
9	6,29	1,29	0,00	
10	5,44	0,44	0,00	

Abbildung 25: Einzelsimulation – Brutto und Netto Schadenaufwand.

Es zeigt sich, dass ein gewisser Aufwand vom Layer nicht getragen wird. Im Vergleich zum Beispielszenario bei den Nat Cat Risiken realisiert sich ein derartiges Szenario bei den Großschäden in 10.000 Simulationen relativ gesehen öfter. Darüber hinaus reicht die Haftungstrecke des Layers kaum aus, höhere Schadenaufwendungen abzufedern. Diese RV Struktur wird das Unternehmen an den Rändern der Verteilung kaum entlasten. Man kann also schon jetzt „ahnen“, dass bei einer Simulation eine derartige RV Struktur nicht effizient ist.

Nicht immer ist das Ergebnis im Prinzip schon durch eine einfache Plausibilitätsüberlegung offensichtlich. Bei RV Lösungen mit höheren Haftungstrecken hat man im Prinzip keine andere Wahl, als mit den zuvor für das Beispiel der Nat Cat Risiken beschriebenen Methoden die Effizienz zu überprüfen. Dies ist umso kritischer, da Einzelschadenexzedenten i. d. R. keine derartigen Eigenkapitalentlastungen produzieren wie Kumulschadenexzedenten. Bei Einzelschadenexzedenten sind demnach die Preiskonditionen einer RV Lösung sehr sorgfältig zu überprüfen und ggf. für eine höhere Aussagekraft mehr als 10.000 Simulationen durchzuführen.

7 Zusammenfassung

In den vorherigen Abschnitten wurde intensiv am Beispiel von Nat Cat Risiken (und exemplarisch am Beispiel von Großschadenrisiken) ein Simulationsmodell diskutiert, mit dem nicht nur der Eigenkapitalbedarf – und somit auch die Kapitalkosten – sondern auch die Auswirkungen eines Rückversicherungsausfalls mit Hilfe eines einfachen stochastischen Modells mit einbezogen wird. Hier sind natürlich auch alternative Ansätze – beispielsweise mit Hilfe einer Vasicek Verteilung – denkbar.

Mit Hilfe eines derartigen Modellansatz kann man konzeptionell (im Sinne eines Mark-to-Model Ansatzes) einen Bonitätsabschlag auf die zedierten Reserven ermitteln. Dieser Bonitätsabschlag setzt sich zusammen aus

- der Erhöhung des risikofrei diskontierten erwarteten Nettoaufwandes und
- der Erhöhung des Netto Kapitalkostenbarwertes.

Die Parametrisierung des Ausfallmodells ist natürlich der „kritische“ Punkt. Das vorgeschlagene Modell benötigt neben der Ausfallwahrscheinlichkeit (die man aus den Tabellen der Rating Agenturen entnehmen kann) nur noch einen Varianzparameter, der zumindest aus der bekannten Varianz bei einem einzigen Rückversicherer hergeleitet werden kann.

Da der RV Ausfall zur Vereinfachung stetig modelliert wurde, gibt es in jedem Szenario immer etwas RV Ausfall, der aber in den meisten Szenarien vernachlässigbar gering ist – und somit eher einem Zinsverlust durch verzögerte RV Zahlungen entspricht als einen echten Ausfall.

Der RV Ausfall kann – was durchaus plausibel ist – mit der Höhe des Bruttoschadenaufwandes korreliert werden. Dies spiegelt die Tatsache wider, dass Nat Cat Ereignisse zusammenhängen und somit viele Erstversicherungsunternehmen gleichzeitig betreffen. Ein extremes Nat Cat Ereignis trifft somit nicht nur ein Einzelunternehmen, sondern ganze Märkte und tangiert dadurch natürlich die Belastbarkeit der Rückversicherungsindustrie.

In dieser Ausarbeitung wurden nur die wichtigsten Modellierungsaspekte detailliert erläutert, um dadurch die Konzeption des Fair Values einer zedierten Reserve zu beleuchten. In [1] sind darüber hinaus die Auswirkungen von Parameteränderungen getestet und diskutiert worden. Dies ist umso wichtiger, da in der Praxis – anders als bei den hier skizzierten synthetischen Beispielen – die korrekte Parametrisierung des Modells ein wichtiger Punkt darstellt. Hier zeigen Sensitivitätsrechnungen die Auswirkungen von Fehleinschätzungen bei den Parametrisierungen.

Korrekterweise sollte man abschließend anmerken, dass man bei der Modellierung von RV Ausfall eigentlich mehrjährig mit Übergangsmatrizen arbeiten sollte, bei denen der Wechsel von einer Ratingklasse in eine andere abgebildet ist, was aber den Rahmen des hier vorgestellten Modells deutlich überstiegen hätte.

Eine Modellierung einer Einzelsimulation in EXCEL (und anschließender Steuerung des Simulationslaufes durch Visual Basic) bietet den Vorteil von Transparenz und relativ flexibler Modellgestaltung. Dynamische Effekte können hingegen nicht wirklich abgebildet werden. Hier muss man ggf. immer mit geeigneten mittleren Werten arbeiten. Weitere Nachteile der EXCEL Lösung sind das Laufzeitverhalten (z. B. beim Übergang von 10.000 zu 20.000 Simulationen) und die häufig kritisierte mangelnde Qualität des EXCEL Zufallszahlengenerators.

Man wird also mit einem EXCEL basierten Modell nur allgemeine Effekte testen können. Für genaue und schnelle Rechnungen – insbesondere bei den sehr schiefen Nat Cat Risiken – wird man wohl kaum auf professionelle Simulationssoftware verzichten können.

Literaturverzeichnis

- [1] Krahorst, Christoph: Fair Value Bewertung von zedierten Reserven. Masterarbeit, Institut für Versicherungswesen der FH Köln, Köln, 2012.
- [2] European Commission (Editor): QIS 5 Technical Specifications, Brussels, 05.07.2010.
http://www.bafin.de/SharedDocs/Downloads/DE/Versicherer_Pensionsfonds/QIS/dl_adapted_technical_specifications.pdf;jsessionid=A92F65FB9540E5315DB337B3BD17970E.1_cid372?_blob=publication-File&v=6 (Status 27.04.2013).
- [3] DIRECTIVE 2009/138/EC OF THE EUROPEAN PARLIAMENT AND OF THE COUNCIL, 17.12.2009, <http://eur-lex.europa.eu/LexUriServ/LexUriServ.do?uri=OJ:L:2009:335:0001:0155:en:PDF> (Status 16.03.2013).
- [4] Heep-Altiner, Kaya, Krenzlin, Welter: Interne Modelle nach Solvency II. Schritt für Schritt zum internen Modell in der Schadenversicherung. Verlag Versicherungswirtschaft, Karlsruhe, 2010.
- [5] Hirschman, Albert Otto: The Paternity of an Index, in: The American Economic Review, Nr. 5, S. 761 ff., 1964.
- [6] Heep-Altiner: Ein vereinfachtes Modell zur Ermittlung der Einperiodenvolatilität einer Reserve. Der Aktuar, Heft 2, Juni 2008.

Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1: Cash Flow – Brutto Schadenreserve.....	3
Abbildung 2: Eigenkapitalallokation – Brutto Schadenreserve.....	4
Abbildung 3: Kapitalkosten – Brutto Schadenreserve.....	4
Abbildung 4: Fair Value Berechnung – Netto Schadenreserve.....	5
Abbildung 5: Kapitalkostenbelastung – 10 Zessionäre.....	9
Abbildung 6: Kapitalkostenbelastung – 20 Zessionäre.....	9
Abbildung 7: Auszug aus der Event Loss Tabelle.....	12
Abbildung 8: Gezogene Nat Cat Events.....	13
Abbildung 9: Gezogene Eventhöhen.....	13
Abbildung 10: Auswirkung eines Kumulschadenexzedenten.....	14
Abbildung 11: Simulationsergebnisse – Schadenaufwand ohne Bonitätsabschlag.....	17
Abbildung 12: Simulationsergebnisse – Maxima für Brutto & Netto Schadenaufwand.....	18
Abbildung 13: Simulationsergebnisse – Schadenaufwand mit Bonitätsabschlag.....	19
Abbildung 14: Simulationsergebnisse – Maxima für den Bonitätsabschlag.....	19
Abbildung 15: Simulationsergebnisse – Quantile für die ausgewählten Szenarien.....	20
Abbildung 16: Eigenkapitalbedarf – vor und nach Synergie.....	21
Abbildung 17: Fair Value Berechnungen – Brutto Cash Flows.....	22
Abbildung 18: Fair Value Berechnungen – zedierte & Netto Cash Flows.....	22
Abbildung 19: Fair Value Berechnungen – Cash Flow des Rückversicherungsausfalls.....	23
Abbildung 20: Fair Value Berechnungen – CoC Brutto.....	23
Abbildung 21: Fair Value Berechnungen – CoC Netto mit und ohne RV Ausfall.....	24
Abbildung 22: Fair Value Berechnungen – Rückversicherungsergebnis.....	25
Abbildung 23: Häufigkeiten der modellierten Poisson Verteilung.....	26
Abbildung 24: Dichte und Verteilungsfunktion der modellierten Pareto Verteilung.....	27
Abbildung 25: Einzelsimulation – Brutto und Netto Schadenaufwand.....	27

Impressum

Diese Veröffentlichung erscheint im Rahmen der Online-Publikationsreihe „Forschung am IVW Köln“. Alle Veröffentlichungen dieser Reihe können unter www.ivw-koeln.de oder [hier](#) abgerufen werden.

Forschung am IVW Köln, 4/2014

**Heep-Altiner, Hoos, Krahforst: Fair Value Bewertung von zedierten Reserven
Köln, Juni 2014**

ISSN (online) 2192-8479

Herausgeber der Schriftenreihe / Series Editorship:

Prof. Dr. Lutz Reimers-Rawcliffe
Prof. Dr. Peter Schimikowski
Prof. Dr. Jürgen Strobel

Institut für Versicherungswesen /
Institute for Insurance Studies

Fakultät für Wirtschafts- und Rechtswissenschaften /
Faculty of Business, Economics and Law

Fachhochschule Köln / Cologne University of Applied Sciences

Web www.ivw-koeln.de

Schriftleitung / Contact editor's office:

Prof. Dr. Jürgen Strobel

Tel. +49 221 8275-3270
Fax +49 221 8275-3277

Mail juergen.strobel@fh-koeln.de

Institut für Versicherungswesen /
Institute for Insurance Studies

Fakultät für Wirtschafts- und Rechtswissenschaften /
Faculty of Business, Economics and Law

Fachhochschule Köln / Cologne University of Applied Sciences
Gustav Heinemann-Ufer 54
50968 Köln

Kontakt Autor / Contact author:

Prof. Dr. Maria Heep-Altiner
Institut für Versicherungswesen /
Institute for Insurance Studies

Fakultät für Wirtschafts- und Rechtswissenschaften /
Faculty of Business, Economics and Law

Fachhochschule Köln / Cologne University of Applied Sciences
Gustav Heinemann-Ufer 54
50968 Köln

Tel. +49 221 8275-3449
Fax +49 221 8275-3277

Mail maria.heep-altiner@fh-koeln.de