

Hadas-Dyduch, Monika

**Working Paper**

## Wygladzenie falkowe jako kluczowy instrument w predykcji krotkookresowej

Institute of Economic Research Working Papers, No. 28/2016

**Provided in Cooperation with:**

Institute of Economic Research (IER), Toruń (Poland)

*Suggested Citation:* Hadas-Dyduch, Monika (2016) : Wygladzenie falkowe jako kluczowy instrument w predykcji krotkookresowej, Institute of Economic Research Working Papers, No. 28/2016, Institute of Economic Research (IER), Toruń

This Version is available at:

<https://hdl.handle.net/10419/219811>

**Standard-Nutzungsbedingungen:**

Die Dokumente auf EconStor dürfen zu eigenen wissenschaftlichen Zwecken und zum Privatgebrauch gespeichert und kopiert werden.

Sie dürfen die Dokumente nicht für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, öffentlich zugänglich machen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Sofern die Verfasser die Dokumente unter Open-Content-Lizenzen (insbesondere CC-Lizenzen) zur Verfügung gestellt haben sollten, gelten abweichend von diesen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

**Terms of use:**

*Documents in EconStor may be saved and copied for your personal and scholarly purposes.*

*You are not to copy documents for public or commercial purposes, to exhibit the documents publicly, to make them publicly available on the internet, or to distribute or otherwise use the documents in public.*

*If the documents have been made available under an Open Content Licence (especially Creative Commons Licences), you may exercise further usage rights as specified in the indicated licence.*



<https://creativecommons.org/licenses/by/3.0/>



**Institute of Economic Research Working Papers**

**No. 28/2016**

**Wyglądzenie falkowe jako kluczowy instrument  
w predykcji krotkookresowej**

**Monika Hadaś-Dyduch**

**Toruń, Poland 2016**

© Copyright: Creative Commons Attribution 3.0 License

Monika Hadaś-Dyduch  
[monika.dyduch@ue.katowice.pl](mailto:monika.dyduch@ue.katowice.pl)  
University of Economics in Katowice

## Wygładzenie falkowe jako kluczowy instrument w predykcji krótkookresowej

**Słowa kluczowe:** falki, predykcja, wyrównanie wykładnicze, analiza falkowa, transformata falkowa

**Klasyfikacja JEL:** G00, F00, C00

**Abstract:** Celem artykułu jest przedstawienie autorskiej aplikacji falek do predykcji krótkookresowej szeregów czasowych. Proponowany do predykcji krótkookresowych szeregów czasowych (w szczególności do predykcji wskaźników makroekonomicznych) model jest autorskim modelem. Model oparty jest na analizie falkowej z falką Daubechies oraz modelu wyrównania wykładniczego. Model wyrównania wykładniczego został odpowiednio zmodyfikowany poprzez wprowadzenie funkcji falkowej i połączony w jeden model prognostyczny.

## Alignment wavelet as main instruments in the short-term prediction

**Keywords:** wavelets, prediction, alignment exponential wavelet analysis, wavelet transform

**JEL classification:** G00, F00, C00

**Abstract:** The aim of the article is to present original application wavelets to forecast short-term time series. Proposed to predict short-term time series (in particular for predicting macroeconomic indicators) model is a model of copyright. The model is based on the

wavelet analysis with Daubechies wavelet and alignment exponential model. Alignment exponential model was appropriately modified by the introduction of wavelet function and combined into a single predictive model.

### **Wprowadzenie/Introduction**

Predykcja szeregu czasowego z matematycznego punktu widzenia polega na wyznaczeniu jego warunkowej wartości oczekiwanej dla chwili wyprzedzającej bieżący czas o ustaloną liczbę obserwacji zwaną horyzontem predykcji. Wykorzystuje się do tego celu formuły matematyczne. Wśród modeli opartych na formułach matematycznych wyrażonych w sposób jawny można wymienić m.in. modele regresyjne parametryczne i modele w przestrzeni stanu. Natomiast wśród modeli opartych na formułach matematycznych wyrażonych w sposób niejawny można wypunktować m.in. estymatory nieparametryczne i predykatory neuronowe.

W artykule do predykcji zastosowano analizę falkową oraz model wyrównania wykładniczego Browna. Poprzez właściwe – autorskie połączenie metody falkowej z metodą adaptacyjną uzyskano ciekawe wyniki predykcji, które zaprezentowano w dalszej części artykułu. Zastosowany do predykcji autorski model nazwano modelem wykładniczo-falkowym.

Zastosowanie falek do predykcji dało dobre efekty już w wcześniejszych badaniach [zob. Dyduch 2010, 2011, 2011a, 2013; Hadaś-Dyduch 2013, 2013a, 2013b, 2013c, 2014, 2014a, 2014b, 2015].

### **2. Methods/ Metodologia**

Trzon proponowanego, autorskiego modelu do predykcji krótkookresowej stanowi metoda Browna, która jak wiadomo należy do metod wygładzania wykładniczego i stosowana jest najczęściej w

przypadku szeregu bez trendu. Metoda Browna polega na tym, że szereg czasowy zmiennej prognozowanej wygładza się za pomocą średniej ruchomy przy czym wagi określone są według prawa wykładniczego. W proponowanym autorskim podejściu, szereg czasowy zmiennej prognozowanej wygładza się za pomocą falek. Zatem proponowany algorytm możemy opisać następująco.

W pierwszej kolejności, dokonujemy odpowiedniego rozszerzenia szeregu czasowego zmiennej prognozowanej  $(y_1, y_2, y_3, \dots, y_n)$ . W artykule proponuje się następujące rozszerzenie:

$$P_{n-1}, \dots, P_2, P_1, P_0 \quad P_0, P_1, P_2, \dots, P_{n-1} \quad P_n, P_{n+1}, \dots, P_{2n-1}$$

gdzie:  $P_0 = y_1$ ,  $P_1 = y_2$ , itd.

Dysponując rozszerzeniem wyznaczamy odpowiednie współczynniki  $a_k$ , na podstawie następującej zależności:

$$a_k = \sum_{r=k+0}^{k+3} \varphi(r-k) p_r, \quad k \in \{0, 1, 2, \dots, 2^n - 1\}$$

Następnie aplikujemy funkcję aproksymującą, postaci (przy założeniu, że szereg początkowy ma postać:  $P_0, P_1, \dots, P_{2^n-2}, P_{2^n-1}$ ):

$$\tilde{f}(r) = a_{-2} \varphi(r+2) + a_{-1} \varphi(r+1) + a_0 \varphi(r) + a_1 \varphi(r-1) + a_2 \varphi(r-2) \\ + \dots + a_{2^n-1} \varphi(r - [2^n - 1])$$

gdzie:  $\varphi$  jest funkcją skalującą falki Daubechies,  $(\text{supp } \varphi(x) = [s_1, s_2])$ ,  $[s_1, s_2] = [0, 2p - 1]$ ,  $[t_1, t_2] = [1 - p, p]$ ,

Stosując funkcje falkowe Daubechies [Hasiewicz, Śliwiński 2005]:

$$\varphi_{D,M_n}^p(x) = 2^{\frac{M}{2}} \varphi_D^p(2^M x - n)$$

$$\psi_{D,mn}^p(x) = 2^{\frac{m}{2}} \psi_D^p(2^m x - n)$$

oraz uwzględniając, że zachodzą warunki:

$$n_{\min}(\varphi, x, M) = \lfloor 2^M x - s_2 \rfloor$$

$$n_{\max}(\varphi, x, M) = \lfloor 2^M x - s_1 \rfloor$$

$$n_{\min}(\psi, x, m) = \lfloor 2^m x - t_2 \rfloor$$

$$n_{\max}(\psi, x, m) = \lfloor 2^m x - t_1 \rfloor$$

a zatem również warunki:

$$n_{\min}(\varphi_D^p, x, M) = \lfloor 2^M x \rfloor - 2p + 1$$

$$n_{\max}(\varphi_D^p, x, M) = \lfloor 2^M x \rfloor$$

$$n_{\min}(\psi_D^p, x, m) = \lfloor 2^m x \rfloor - p$$

$$n_{\max}(\psi_D^p, x, m) = \lfloor 2^m x \rfloor + p - 1$$

otrzymujemy następujące zdekomponowane modele falkowe:

$$\hat{g}_D^p(x, K) = \sum_{n=\lfloor 2^M x \rfloor - 2p + 1}^{\lfloor 2^M x \rfloor} \hat{\alpha}_{D,Mn}^{p,g} \varphi_D^p(2^M x - n) + \sum_{m=M}^{K-1} \sum_{n=\lfloor 2^M x \rfloor - p}^{\lfloor 2^M x \rfloor} \hat{\beta}_{D,mn}^{p,g} \psi_D^p(2^m x - n)$$

$$\hat{f}_D^p(x, K) = \sum_{n=\lfloor 2^M x \rfloor - 2p + 1}^{\lfloor 2^M x \rfloor} \hat{\alpha}_{D,Mn}^{p,f} \varphi_D^p(2^M x - n) + \sum_{m=M}^{K-1} \sum_{n=\lfloor 2^M x \rfloor - p}^{\lfloor 2^M x \rfloor} \hat{\beta}_{D,mn}^{p,f} \psi_D^p(2^m x - n)$$

gdzie:

$$\hat{\alpha}_{D,Mn}^{p,g} = 2^M \sum_{\{k:u_{Mn,k} \in [0,2^p-1]\}} y_k \varphi_D^p(u_{Mn,k})$$

$$\hat{\alpha}_{D,Mn}^{p,f} = 2^M \sum_{\{k:u_{Mn,k} \in [0,2^p-1]\}} \varphi_D^p(u_{Mn,k})$$

$$\hat{\beta}_{D,Mn}^{p,g} = 2^m \sum_{\{k:u_{mn,k} \in [1-p,p]\}} y_k \psi_D^p(u_{mn,k}) \quad u_{mn,k} = 2^m x_k - n$$

$$\hat{\beta}_{D,Mn}^{p,g} = 2^m \sum_{\{k:u_{mn,k} \in [1-p,p]\}} \psi_D^p(u_{mn,k})$$

Dysponując wygładzonym szeregiem, który celem uproszczenia zapisujemy jako:  $\hat{y}_1, \hat{y}_2, \hat{y}_3, \dots, \hat{y}_n$ , podejmujemy się rozwiązania prostego zadania:

$$\text{Min} \left\{ \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n ((\alpha \hat{y}_t + (1-\alpha)y_{t-1}) - y_t)^2} \right\}$$

przy założeniu:

$$\alpha \in \langle 0,1 \rangle$$

Następnie, dla przyjętego parametru  $\alpha$ , z rozwiązanego zadania minimalizacji, wyznaczamy prognozę na jeden okres do przodu ze wzoru:

$$\hat{y}_{t+1}^p = \alpha \cdot \hat{y}_t + (1-\alpha) \cdot y_t$$

przy czym  $\hat{y}_t$  oznacza wartość wygładzoną falką, a parametr  $\alpha \in [0, 1]$  - nazywany stałą wygładzania, dobieraną tak, by minimalizować błędy prognoz *ex post*.

### 3. Results/ Resultaty badania

W tej części pracy przedstawiono implementację autorskiego modelu opisanego w rozdziale 1. Celem implementacji, jest predykcja wskaźników makroekonomicznych państw strefy euro. Szczegółowy opis implementacji modelu przedstawiono dla liczby bezrobotnych osób państw strefy euro (szereg uwzględniony w badaniu prezentuje okres 1997-2014 rok ((EA11-2000, EA12-2006, EA13-2007, EA15-2008, EA16-2010, EA17-2013, EA18-2014, EA19), średnia roczna, 1000 osób).). Dane dotyczące liczby bezrobotnych w strefie euro, wykorzystane do implementacji modelu pobrano z bazy Eurostat.

Na podstawie opisanego algorytmu oraz oszacowanej wartości parametru  $\alpha \in [0, 1]$  wyznaczamy prognozę liczby bezrobotnych państw strefy euro na kolejny okres, tj. na okres 18-ty. W pierwszej kolejności dokonujemy rozszerzenia a następnie wygładzenia szeregu falkami.

Przewidywana liczba bezrobotnych państw strefy euro w 2014 roku według obliczeń modelem autorskim, tj. modelem wyrównania wykładniczo-falkowego, wynosi 18495,3 [w 100 osób]. Otrzymana wartość nie pokrywa się w 100% z wartością rzeczywistą, obarczona jest błędem. Dla alfa minimalizującego błąd prognoz wygasłych predykcja obarczona jest następującymi błędami: AE – 46,4; PE – (-0,3%), APE – 0,3%.



### 3. Discussion/ Dyskusja

Otrzymane wyniki predykcji są dopuszczalne. Błąd predykcji zaproponowanym autorskim modelem jest niski w porównaniu z predykcją innymi metodami z tej samej kategorii.

Najniższym błędem z zaproponowanych alternatywnych metod predykcji (z tej samej grupy, tzn. z grupy metod adaptacyjnych) jest obarczona predykcja metodą naiwną (APE wynosi 2,6%). Jest to jednak tylko przypadek. Gdyż błędy prognoz wygasłych w latach 1997-2013 wyznaczone metodą naiwną są bardzo duże, tj.: ME: 282,7059; MSE: 1366690,3529; RMSE: 1169,0553; nRMSE: 1017,5887; MAE: 877,8824; MAPE: 1536,1561%; RMSPE: 2044,2497%.

Zastosowanie do predykcji tylko metody wyrównania wykładniczego daje błędy oscylujące wokół 8%, tj. APE wynosi 8,5%; AE wynosi 1573.

### Conclusion / Podsumowanie

W artykule przedstawiono połączenie metodę wyrównania wykładniczego z analizą falkową. Otrzymane wyniki przedstawionej autorskiej metody predykcji są stosunkowo niskie w porównaniu z wynikami uzyskanymi innymi metodami adaptacyjnymi. Przykładowo błąd APE dla alfa minimalizującego błąd prognoz wygasłych w klasycznej metodzie wyrównania wykładniczego wynosi 8,5267%, natomiast w klasycznej metodzie trendu pelzającego z predykcją metodą wag harmonicznych wynosi 8,3336%. *Uzyskane wyniki pokazują, że zaproponowany algorytm może służyć również do długookresowej predykcji, ponieważ uzyskane błędy prognoz są stosunkowo małe. Można stwierdzić, że przedstawiony model może być skutecznym narzędziem prognozowania wskaźników makroekonomicznych, których przewidywanie jest bardzo trudne ze względu na złożoność mechanizmu tego rynku, a zwłaszcza czynników oddziałujących na ten rynek.*

### References:

Dyduch, M. (2010). Współczynniki transformaty falkowej jako narzędzie generujące prognozę przedziałową szeregów czasowych. *Prace Naukowe/Akademia Ekonomiczna w Katowicach*, 35-45.

Dyduch, M. (2011). Niekonwencjonalna metoda prognozy wartości jednostek funduszy emerytalnych. *Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu*, (207), 69-78.

Dyduch, M. (2011a). Prognozowanie szeregów czasowych w oparciu o współczynniki transformaty falkowej, optymalizowane przez sztuczną sieć neuronową. *Prace Naukowe/Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach*, 59-69.

Dyduch, M. (2013). Prognozowanie kursu wymiany euro z zastosowaniem transformaty falkowej. *Prace Naukowe/Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach*, 134-157.

Hadaś-Dyduch, M. (2013). Efektywność inwestycji kapitałowych mierzona modelem opartym na analizie falkowej w niestabilnym otoczeniu gospodarczym. *Studia Ekonomiczne*, 174, 307-313.

Hadaś-Dyduch, M. (2013a). Metoda wspomagająca wycenę składowych inwestycji alternatywnych. *Prace Naukowe/Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach*, 80-90.

Hadaś-Dyduch, M. (2013b). Prognozowanie szeregów czasowych w oparciu o współczynniki transformaty falkowej, optymalizowane przez sztuczną sieć neuronową, [w:]. *Metody matematyczne, ekonometryczne i komputerowe w finansach i ubezpieczeniach 2009*, 59-69.

Hadaś-Dyduch, M. (2013c). Prognozowanie wskaźników makroekonomicznych z uwzględnieniem transformaty falkowej na

przykładzie wskaźnika inflacji. *Zeszyty Naukowe Wyższej Szkoły Bankowej we Wrocławiu*, 2, 175-186.

Hadaś-Dyduch, M. (2014). Analiza efektywności i predykcja OFE modelem integralnym MH. *Prace Naukowe/Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach*, 164-178.

Hadaś-Dyduch, M. (2014a). Non-classical algorithm for time series prediction of the range of economic phenomena with regard to the interaction of financial market indicators. *Chinese Business Review*, 13(4), 221-231.

Hadaś-Dyduch, M. (2014b). Wykorzystanie transformaty falkowej w analizie i predykcji wskaźników makroekonomicznych. *Studia Ekonomiczne/Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach*, 187, 124-135.

Hadaś-Dyduch M., (2015), Wavelets in prediction. Theory, Method, Simulation. *Scholars' Press*, ISBN 978-3-639-76844-2.