

de Mendonça, Mário Jorge Cardoso; Lavagnol, Marcus Gerardus; Pereira, Amaro Olimpio; Cabral, Joilson de Assis

Working Paper

Um modelo econométrico para previsão de consumo residencial de energia elétrica no Brasil

Texto para Discussão, No. 2522

Provided in Cooperation with:

Institute of Applied Economic Research (ipea), Brasília

Suggested Citation: de Mendonça, Mário Jorge Cardoso; Lavagnol, Marcus Gerardus; Pereira, Amaro Olimpio; Cabral, Joilson de Assis (2019) : Um modelo econométrico para previsão de consumo residencial de energia elétrica no Brasil, Texto para Discussão, No. 2522, Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (IPEA), Brasília

This Version is available at:

<https://hdl.handle.net/10419/211473>

Standard-Nutzungsbedingungen:

Die Dokumente auf EconStor dürfen zu eigenen wissenschaftlichen Zwecken und zum Privatgebrauch gespeichert und kopiert werden.

Sie dürfen die Dokumente nicht für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, öffentlich zugänglich machen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Sofern die Verfasser die Dokumente unter Open-Content-Lizenzen (insbesondere CC-Lizenzen) zur Verfügung gestellt haben sollten, gelten abweichend von diesen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

Terms of use:

Documents in EconStor may be saved and copied for your personal and scholarly purposes.

You are not to copy documents for public or commercial purposes, to exhibit the documents publicly, to make them publicly available on the internet, or to distribute or otherwise use the documents in public.

If the documents have been made available under an Open Content Licence (especially Creative Commons Licences), you may exercise further usage rights as specified in the indicated licence.

TEXTO PARA **DISCUSSÃO**

2522

**UM MODELO ECONOMETRICO PARA
PREVISÃO DE CONSUMO RESIDENCIAL
DE ENERGIA ELÉTRICA NO BRASIL**

**Mário Jorge Mendonça
Marcus Gerardus Lavagnole
Amaro Olimpio Pereira Júnior
Joilson de Assis Cabral**



UM MODELO ECONOMETRICO PARA PREVISÃO DE CONSUMO RESIDENCIAL DE ENERGIA ELÉTRICA NO BRASIL

Mário Jorge Mendonça¹

Marcus Gerardus Lavagnole²

Amaro Olímpio Pereira Júnior³

Joilson de Assis Cabral⁴

1. Técnico de planejamento e pesquisa na Diretoria de Estudos e Políticas Regionais, Urbanas e Ambientais (Dirur) do Ipea. *E-mail*: <mario.mendonca@ipea.gov.br>.

2. Assistente de pesquisa na Dirur/Ipea. *E-mail*: <marcus.lavagnole@ipea.gov.br>.

3. Professor adjunto do Programa de Planejamento Energético no Instituto Alberto Luiz Coimbra de Pós-Graduação e Pesquisa de Engenharia (Coppe) da Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ). *E-mail*: <amaro@ppe.ufrj.br>.

4. Professor adjunto da Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro (UFRRJ). *E-mail*: <cabral.joilson@gmail.com>.

Governo Federal

Ministério da Economia

Ministro Paulo Guedes

ipea

Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada

Fundação pública vinculada ao Ministério da Economia, o Ipea fornece suporte técnico e institucional às ações governamentais – possibilitando a formulação de inúmeras políticas públicas e programas de desenvolvimento brasileiros – e disponibiliza, para a sociedade, pesquisas e estudos realizados por seus técnicos.

Presidente

Carlos von Doellinger

Diretor de Desenvolvimento Institucional

Manoel Rodrigues Junior

Diretora de Estudos e Políticas do Estado, das Instituições e da Democracia

Flávia de Holanda Schmidt

Diretor de Estudos e Políticas Macroeconômicas

José Ronaldo de Castro Souza Júnior

Diretor de Estudos e Políticas Regionais, Urbanas e Ambientais

Nilo Luiz Saccaro Júnior

Diretor de Estudos e Políticas Setoriais de Inovação e Infraestrutura

André Tortato Rauen

Diretora de Estudos e Políticas Sociais

Lenita Maria Turchi

Diretor de Estudos e Relações Econômicas e Políticas Internacionais

Ivan Tiago Machado Oliveira

Assessora-chefe de Imprensa e Comunicação

Mylena Fiori

Ouvidoria: <http://www.ipea.gov.br/ouvidoria>

URL: <http://www.ipea.gov.br>

Texto para Discussão

Publicação seriada que divulga resultados de estudos e pesquisas em desenvolvimento pelo Ipea com o objetivo de fomentar o debate e oferecer subsídios à formulação e avaliação de políticas públicas.

© Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada – ipea 2019

Texto para discussão / Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada.- Brasília : Rio de Janeiro : Ipea , 1990-

ISSN 1415-4765

1. Brasil. 2. Aspectos Econômicos. 3. Aspectos Sociais. I. Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada.

CDD 330.908

As publicações do Ipea estão disponíveis para *download* gratuito nos formatos PDF (todas) e EPUB (livros e periódicos).
Acesse: <http://www.ipea.gov.br/portal/publicacoes>

As opiniões emitidas nesta publicação são de exclusiva e inteira responsabilidade dos autores, não exprimindo, necessariamente, o ponto de vista do Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada ou do Ministério da Economia.

É permitida a reprodução deste texto e dos dados nele contidos, desde que citada a fonte. Reproduções para fins comerciais são proibidas.

JEL: Q4; Q43; L; L5; L94.

SUMÁRIO

SINOPSE

ABSTRACT

1 INTRODUÇÃO7

2 JUSTIFICATIVA E REVISÃO DA LITERATURA9

4 RESULTADOS.....17

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....23

REFERÊNCIAS23

BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTAR.....25

ANEXO A.....26

ANEXO B.....31

ANEXO C.....33

ANEXO D.....35

ANEXO E38

ANEXO F39

ANEXO G.....42

SINOPSE

Este trabalho aplica o modelo linear dinâmico (MLD) estimado com base na abordagem bayesiana a fim de projetar o consumo de eletricidade para cinco unidades regionais brasileiras. O apelo para o emprego do MLD no caso do consumo de energia se deve ao fato de que, nesse modelo, o ajuste ocorre na unidade de tempo, garantindo projeções mais precisas em séries com alto grau de variabilidade, como é o caso do consumo de energia. Os resultados vieram a corroborar a expectativa quanto à adequação do MLD para o propósito de efetuar projeções. Os diferentes critérios de validação da previsão calculados para um horizonte de doze meses mostraram resultados bastante satisfatórios. Para todos os casos, o MLD apresentou um erro de previsão situado dentro da faixa de 3%, valor tomado como de referência para as concessionárias. No caso das regiões Centro-Oeste, Nordeste e Sul, esse indicador ficou ainda menor. Testamos a robustez do MLD usando um modelo de dados em painel de coeficientes aleatórios (MCA) que permite obter um conjunto de coeficientes distintos para cada região, mas dentro de uma estrutura comum. No que se refere à previsão, o desempenho do MCA também se mostrou razoável, mesmo com desempenho inferior ao do MLD. Com exceção da região Sudeste, o *mean absolute percentage error* (Mape) do MCA ficou abaixo ou na faixa de 3% para as demais regiões.

Palavras-chave: consumo regional de energia; modelo linear dinâmico; dados em painel; efeito aleatório; projeção.

ABSTRACT

This paper applies the dynamic linear model (DLM) estimated based on the Bayesian approach to project electricity consumption for five Brazilian regional units. The appeal for the use of DLM in the case of energy consumption is due to the fact that in this model the adjustment occurs in the unit of time ensuring more accurate projections in series with a high degree of variability, such as energy consumption. The results corroborated the expectation regarding the adequacy of DLM for the purpose of making projections. The different forecast validation criteria calculated for a 12-month horizon showed very satisfactory results. In all cases, MLD had a forecast error within the 3% range, taken as a reference for the utilities. In the case of the Center, Northeast and South regions, this indicator was even lower. We tested the robustness of the MDL using a model panel data

with random coefficients (MRC) that allows to obtain a set of distinct coefficients for each region, but within a common structure. Regarding forecasting, MRC performance was also reasonable, even underperforming DLM. With the exception of the Southeast region, MRC's Mape was below or in the 3% range for the other regions.

Keywords: regional energy consumption; dynamic linear model; random coefficients; Mape; forecast.

1 INTRODUÇÃO

Concluída a segunda fase da reforma do setor elétrico nacional com a Lei nº 10.848, de 2004, ficou estabelecido que as diretrizes fundamentais a serem seguidas estariam calçadas nas seguintes metas: a universalização do acesso, a segurança do sistema e a modicidade tarifária. De modo a perseguir esse objetivo, o sistema foi desenhado para que uma parte da geração estivesse associada à gestão centralizada, enquanto a outra parcela da produção se daria por meio de um mecanismo de mercado. Esse tipo de regulação se tornou conhecida como abordagem reguladora “híbrida”. Dessa forma, a regulação no mercado de eletricidade no Brasil, no que se refere à comercialização, obedece a duas categorias distintas, uma denominada Ambiente de Contratação Regulada (ACR) e a outra, Ambiente de Contratação Livre (ACL).

No ACL operam consumidores com demanda igual ou superior a 3 megawatts (MW) para qualquer nível de tensão. O ACR, por sua vez, é composto de *concessionárias/distribuidoras* e seus consumidores “cativos”, para quem as transações seguem as regras definidas nos leilões (Souza e Legey, 2008). Nesse caso, cabe ressaltar que a regulação tem como propósito garantir que as unidades familiares sejam atendidas, tendo em vista que elas compõem 29% do consumo de energia, segundo maior mercado de eletricidade no Brasil (EPE, 2019). Além disso, parte do setor industrial e de serviços também é atendida pelas concessionárias cujos contratos também seguem as diretrizes do ACR. Tais diretrizes estipulam que o mercado das concessionárias esteja 100% coberto por contratos.

Portanto, é imperativo que as concessionárias garantam constantemente o equilíbrio entre a oferta e a demanda de eletricidade em seus respectivos mercados. Se isso não ocorrer, a concessionária incorrerá em multa. Em termos práticos, a penalidade ocorrerá caso o erro de previsão por parte da concessionária atinja mais de 3% ou esteja abaixo da demanda real. Assim, é necessário que as distribuidoras de energia disponham de instrumentos de previsão confiáveis para emprego efetivo a fim de garantir a segurança do sistema, assim como minimizar sua perda financeira.

Com o objetivo de agregar valor à tarefa de projetar o consumo de energia no Brasil, este trabalho usa a abordagem econométrica específica a fim de modelar as séries de consumo regional de eletricidade para cinco unidades regionais brasileiras (Norte,

Nordeste, Centro-Oeste, Sudeste e Sul). A análise das séries regionais permite considerar elementos importantes, proporcionando maior confiabilidade nas projeções na medida em que as particularidades de cada consumo regional ficam mais evidenciadas. O tratamento econométrico é feito com base no modelo linear dinâmico (MLD), no qual os parâmetros variam no tempo, permitindo que as variações sejam acompanhadas período a período.

A utilização do MLD (discutido, entre outros, por West e Harrison, 1997) permite obter projeções mais fidedignas na medida em que o ajuste ocorre na unidade de tempo, captando as mudanças ocorridas, sobretudo, nas séries com alto grau de variabilidade, como é o caso do consumo de energia. Essa conjectura é justificada pelo fato de que sucessivas alterações abruptas nas séries do consumo de energia se fazem refletir nas elasticidades relevantes, de modo a tornar contraindicado o uso de especificações com parâmetros fixos. Portanto, a aplicação do MLD também nos permite obter as elasticidades dinâmicas de cada série de consumo de energia.

Um ponto importante a ressaltar é a opção por modelar o componente sazonal das séries endogenamente. Em geral, a maneira como se modela a sazonalidade é artificial e puramente *ad hoc*. O que comumente se faz é dessazonalizar previamente a série por algum método convencional e estimar o modelo usando a série modificada. Quanto a isso, existe um problema sério quando o assunto é previsão. A sazonalidade é uma característica idiossincrática de cada série, o que faz com que a sua não consideração certamente contribua para diminuir a qualidade do ajustamento e da previsão. Pode-se, naturalmente, introduzir novamente a sazonalidade ao se efetuar tal exercício; entretanto, este é um processo mais custoso, com pouca garantia quanto ao seu resultado efetivo. Neste caso, os parâmetros que modelam a sazonalidade foram obtidos fora do modelo, isto é, não se levando em consideração a informação relevante.

O método adotado neste estudo permite ultrapassar todas essas dificuldades, pois a sazonalidade é vista como sendo um conjunto de parâmetros a mais dentro do modelo. Assim, apesar de pouco usual na literatura, tal procedimento permite obter estimativas significativamente mais ajustadas aos dados, assim como projeções mais confiáveis, sobretudo nas séries fortemente dominadas por elementos sazonais.

Outro ponto que se deve destacar é o fato de que os modelos foram estimados com base na abordagem bayesiana (Gamerman e Lopes, 1997; Kim e Nelson, 1999; West e Harrison, 1997), que, entre outras vantagens, permite a obtenção de estimativas, em pequenas amostras, mais confiáveis que os métodos frequentistas (Gelman *et al.*, 2003, p. 696). De modo a se testar a robustez do MLD frente a outras metodologias, o consumo de energia foi modelado usando-se a metodologia de dados em painel para um caso mais específico, denominado como modelo de coeficientes aleatórios (MCA), que permite obter um conjunto de coeficientes distintos para cada região.

A amostra consiste em dados mensais de janeiro de 2004 a dezembro de 2014. Os resultados vieram a corroborar a expectativa dos autores quanto à adequação do MLD para a finalidade proposta. Os exercícios de validação de previsão feitos dentro da amostra para um horizonte de doze meses com base em diversos critérios de avaliação de previsão foram bastante satisfatórios. Os resultados mostraram que, para todos os casos, o MLD apresentou um erro de previsão situado dentro da faixa de 3%. No caso das regiões Centro-Oeste, Nordeste e Sul, esse indicador ficou ainda menor. Por fim, os resultados obtidos por meio do MCA mostraram que os sinais e valores para os coeficientes estão em conformidade com a teoria.

Além desta introdução, o texto está estruturado da seguinte forma. A seção 2 tem como finalidade justificar a aplicação do modelo proposto com base nas características das séries individuais de consumo regional de energia elétrica no Brasil. Na terceira seção, descrevem-se as especificações econométricas e as suas motivações teóricas, bem como é feita a descrição dos dados utilizados. Detalhes sobre a metodologia econométrica utilizada foram acrescentados ao anexo A. Os resultados obtidos por meio destas especificações são apresentados e analisados na quarta seção. Por fim, os comentários finais são tecidos na seção 5.

2 JUSTIFICATIVA E REVISÃO DA LITERATURA

Nesta seção, é apresentada uma breve revisão da literatura no que diz respeito às metodologias empregadas para estimar a demanda de energia elétrica. Também nesta seção é justificada a escolha do MLD, visando à análise econométrica das séries regionais de consumo de energia. Conforme assinalam Cabral, Legey e Cabral (2017), o emprego

de métodos econométricos com essa finalidade aparece inicialmente em Houthaker (1951), que usou análise de regressão na previsão do consumo de eletricidade para a Inglaterra, assim como para obter as elasticidades. Procedimento semelhante também foi empregado por Andersen (1973) para estimar a demanda residencial de energia nos Estados Unidos.

Ao longo do tempo, novos métodos que permitiram obter parâmetros e previsões mais fidedignas foram incorporados, como, por exemplo, o modelo de suavização exponencial (Chrstiaanse, 1971; Infeld e Hilll, 1998), o modelo autorregressivo, integrado e de médias móveis – Arima (Elrazaz e Mazi, 1989) e os modelos vetor autorregressivo (VAR) e vetor de correção de erros – VEC (Lim, Lim e Yoo, 2014). Mais à frente, a metodologia de dados em painel, que combina dados de corte com séries de tempo, foi acrescentada aos modelos de previsão (Baltagi, 2008). Por fim, uma inovação de interesse aparece em modelos que agregam componentes de correlação espacial à estrutura de dados em painel (Elhorst, 2010). Cabral, Legey e Cabral (2017) usam diversas especificações destes modelos para projetar a demanda de energia elétrica no Brasil.

No caso brasileiro, existe um apelo interessante para aplicação de modelos com correlação espacial pelo fato de o Sistema Interligado Nacional (SIN) ter dimensão continental, com características específicas que o distinguem dos sistemas elétricos de outros países. No SIN, cerca de 76% da geração de energia é de base hídrica interconectada com as diversas unidades geradoras e distribuídas geograficamente ao longo do território nacional, o que garante grande eficiência alocativa. Esse ponto é fundamental para justificar o emprego de métodos de análise espacial nos modelos de previsão do consumo de energia.

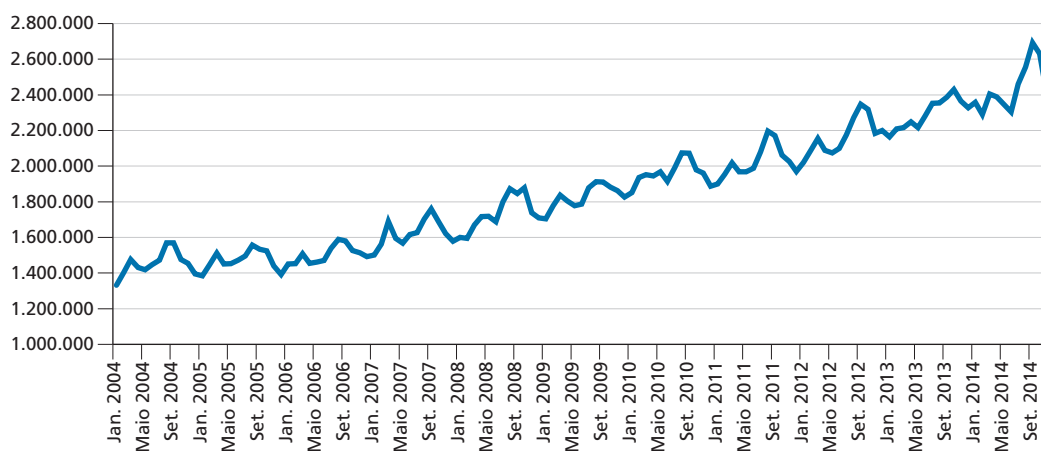
Cabe ressaltar que, para que os modelos com correlação espacial sejam aplicados com eficiência, é necessário que a estrutura geográfica seja desagregada o suficiente para captar a inter-relação entre as unidades – em outras palavras, para captar o efeito que uma unidade tem sobre outra que está na sua vizinhança. No entanto, a aplicação de modelos econométricos com correlação espacial numa dimensão espacial fortemente agregada pode implicar viés de especificação. No Brasil, as 64 concessionárias de energia não disponibilizam os dados mensais sobre seus mercados; o que se tem são informações agregadas para cinco regiões, o que pode pôr em questionamento a confiança no emprego de tais modelos.

Tendo feito essas colocações, optou-se pela escolha de um modelo que contemple as características estruturais das séries. Dito isso, os gráficos de 1 a 3 mostram as séries de consumo de energia de três regiões. Conforme pode ser observado, as regiões Centro-Oeste e Nordeste têm componentes sazonais mais regulares, enquanto para a região Sul a sazonalidade se entrelaça com o componente errático, tornando esta bem mais irregular. Nela ainda é percebida uma espécie de pico mais acentuado, possivelmente um dado aberrante, ao final da série. Vale notar que, em todos os casos, as séries exibem picos regulares, indicando a existência de provável estrutura sazonal. Assim, uma metodologia econométrica que objetive modelar o consumo de energia deve ser capaz de lidar com a sazonalidade, assim como com os fatores inerentes a essa variável.

GRÁFICO 1

Evolução do consumo de energia na região Centro-Oeste (jan. 2004-dez. 2014)

(Em kWh)

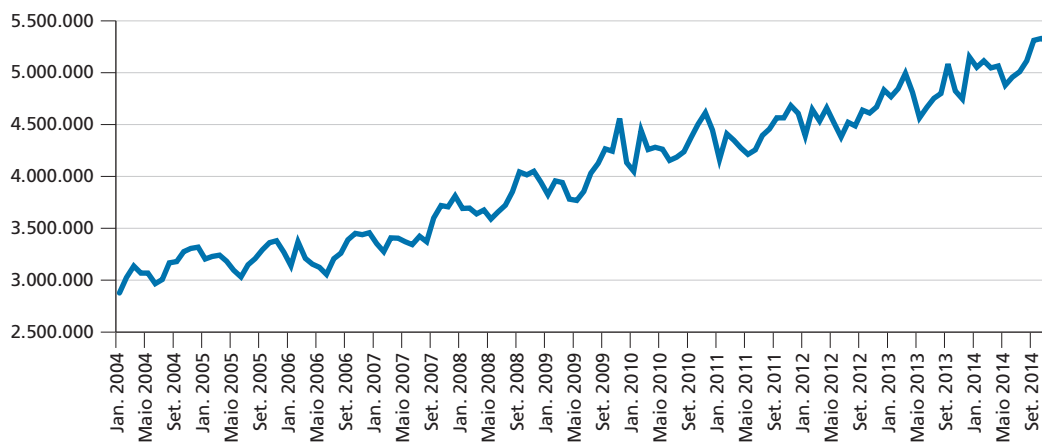


Elaboração dos autores.

GRÁFICO 2

Evolução do consumo de energia na região Nordeste (jan. 2004-dez. 2014)

(Em kWh)

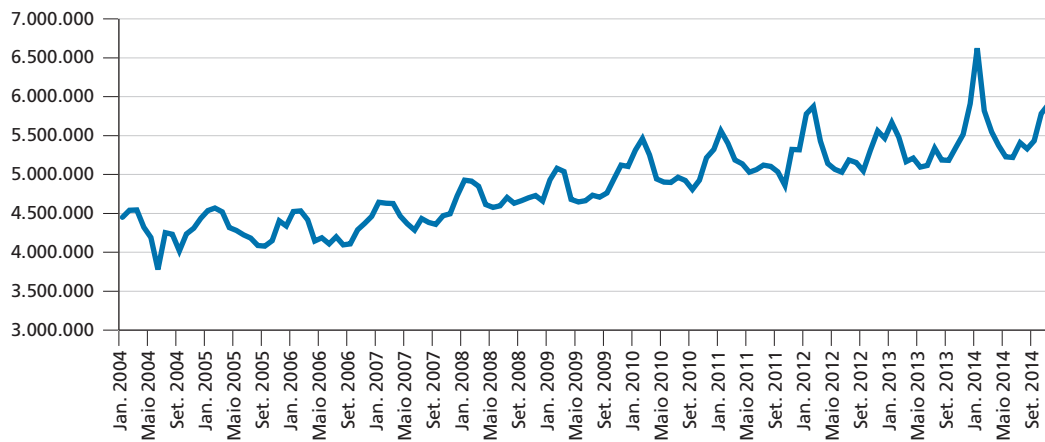


Elaboração dos autores.

GRÁFICO 3

Evolução do consumo de energia na região Sul (jan. 2004-dez. 2014)

(Em kWh)



Elaboração dos autores.

3 BASE DE DADOS E METODOLOGIA

3.1 Base de dados

A base de dados consiste em uma amostra mensal, começando em janeiro de 2004, com término em dezembro de 2014, para as cinco grandes unidades regionais brasileiras (Norte, Nordeste, Centro-Oeste, Sudeste e Sul). O banco de dados tem, portanto, 132 observações em cada região. Conforme colocam Cabral, Legey e Cabral (2017), pode-se classificar cada uma das cinco regiões brasileiras como *equivalent utilities*, visto que as 64 distribuidoras não disponibilizam os dados mensais sobre seus mercados. Para modelar as séries de consumo de energia elétrica (CONS), foram testados os seguintes regressores como variáveis explicativas do modelo: o número de residências atendidas em cada região (NRES); a tarifa média regional (TAR); uma *proxy* para renda regional média (SALM); e a temperatura média da região (TEMP).

Cabe mencionar que variáveis relacionadas ao preço e à renda são argumentos básicos em qualquer estudo de estimação de demanda (Mas-Colell, Whinston e Green, 1995). No caso aqui apresentado, essas variáveis são representadas por suas *proxies* TAR e SALM. Espera-se naturalmente encontrar uma relação negativa entre o consumo e a tarifa de energia, bem como uma relação positiva entre o consumo e a renda. Cabe ainda mencionar que, como é usual na prática econométrica, incluíram-se ainda duas variáveis de controle representadas pelas variáveis NRES e TEMP. Desnecessário dizer que quanto maior for o número de consumidores, maior também deve ser o consumo. No caso da temperatura, é possível que essa relação não seja tão óbvia assim, na medida em que o maior consumo de energia decorrente do emprego de aparelhos para mitigar o efeito do calor possa ser compensado por uma menor utilização de iluminação elétrica, considerando-se que a luz solar tem duração maior nas estações mais quentes, como na primavera e no verão.

As fontes dos dados são as seguintes. As variáveis CONS, NRES e TAR são oriundas do Sistema de Apoio à Decisão (SAD) da Agência Nacional de Energia Elétrica (Aneel). A *proxy* para a renda regional *per capita* média é a razão entre o salário regional mensal agregado, extraído do Cadastro Geral de Empregados e Desempregados (Caged), pelo número total de trabalhadores da região, obtido por meio da confrontação dos dados do Caged com os do Relatório Anual de Informações Sociais (Rais). As temperaturas médias das regiões foram retiradas do Banco de Dados Meteorológicos para o Ensino e Pesquisa do Instituto Nacional de Meteorologia (Inmet).

3.2 Modelo Linear Dinâmico

Tendo em vista as considerações apresentadas na seção 3.1, a especificação econométrica para o MLD é definida tal como aparece na equação (1)

$$\begin{aligned} CONS_i(t) &= \beta_{i1}NRES(t) + \beta_{i2}TAR(t) + \beta_{i3}SALM(t) + \beta_{i4}TEMP(t) + S_i(t) + v_i(t) \\ \beta_{ij}(t) &= \varphi_{ij}\beta_{ij}(t-1) + w_{ij}(t), \end{aligned} \quad (1)$$

onde $CONS_i(t)$ representa o consumo de energia da região i ($i = 1, \dots, N$) no período ($t = 1, \dots, T$); φ_{ij} é o coeficiente do parâmetro autorregressivo β_{ji} da j -ésima variável explicativa, para $j = 1, \dots, 4$; $w_{ji}(t) \sim N(0, W_{ji})$ é o distúrbio da equação do parâmetro β_{ij} ; e $v_i(t) \sim N(0, V_i)$ é o distúrbio da equação do consumo. A definição das variáveis explicativas está posta na seção anterior. Com exceção da variável TAR , espera-se que o sinal dos coeficientes estimados para os demais regressores seja positivo. Naturalmente, uma elevação da tarifa deve levar a um consumo menor de energia. $S_i(t)$ é o componente sazonal modelado de acordo com a representação de Fourier (West e Harrison, 1997), tal como é mostrado a seguir:

$$S_j(t) = \sum_{k=1}^2 \left[a_{jk} \sin\left(\frac{2\pi kt}{4}\right) + b_{jk} \cos\left(\frac{2\pi kt}{4}\right) \right] = Z_t \gamma_j, \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \text{onde } Z_t &= \left(\sin\left(\frac{2\pi t}{4}\right) \quad \sin\left(\frac{2\pi 2t}{4}\right) \quad \cos\left(\frac{2\pi t}{4}\right) \quad \cos\left(\frac{2\pi 2t}{4}\right) \right)^T \quad e \\ \gamma_i &= (\gamma_{i1}, \gamma_{i2}, \gamma_{i3}, \gamma_{i4}). \end{aligned}$$

A metodologia para a implementação desse modelo sob a ótica bayesiana aparece descrita no anexo A.

Cabe ainda tecer alguns comentários concernentes a um ponto específico. Quando se trabalha com a análise econométrica de séries de tempo, é comum ocorrer a discussão relacionada ao problema de ordem de integração devido às séries serem não estacionárias. No caso das séries deste estudo, pode-se, apenas pela inspeção dos

gráficos 1 a 3, pôr em questão se tais séries são não estacionárias. Quanto a esse ponto, deve-se ressaltar que a abordagem bayesiana desconsidera o problema da ordem de integração das séries, bem como diminui a relevância do tamanho da amostra.

3.3 Modelo de dados em painel com coeficientes aleatórios

Em geral, na abordagem econométrica básica de dados em painel (Baltagi, 2005), adota-se a especificação onde os interceptos são distintos, mas os parâmetros dos regressores (declividades) são os mesmos entre as unidades. Contudo, em alguns casos é desejável permitir que os parâmetros sejam diferentes entre as unidades (regiões), de modo que a equação (1) possa ser reescrita da seguinte forma.

$$CONS_{it} = \beta_{1i}NRES_{it} + \beta_{2i}TAR_{it} + \beta_{3i}SALM_{it} + \beta_{4i}TEMP_{it} + S_i + \varepsilon_{it} \quad (3)$$

Aqui temos $\beta_i \sim N(\mu, \Sigma)$, onde $\beta_i = (\beta_{i1}, \beta_{i2}, \beta_{i3}, \beta_{i4})'$ é o vetor de ordem k que inclui o intercepto e os coeficientes dos regressores e Σ é a matriz da variância de β_i .

O modelo da equação (3), conhecido na literatura como MCA, tem um apelo interessante. Desde que β_i difira entre as unidades, o modelo permite que elas tenham elasticidades distintas e, portanto, respostas quanto ao consumo de energia distintas, mesmo na hipótese de que os regressores tivessem o mesmo valor. Conforme coloca Koop (2005), a menos que T seja relativamente grande em relação a N , se torna muito difícil a estimação de todos os parâmetros do modelo com um grau razoável de precisão. Assim, é comum o emprego de uma distribuição *priori* hierárquica para os coeficientes da regressão.

O uso de uma distribuição *priori* hierárquica² força a existência de uma estrutura única sobre tais diferenças, implicando uma distribuição *a posteriori* comum. Assim, o modelo permite que os coeficientes das unidades sejam distintos, mas dentro de certa margem, ou seja, que eles não sejam tão diferentes entre si. No anexo A é descrita a metodologia para estimação bayesiana do MCA.

1. Por economia, não incluímos no vetor β_i os coeficientes da sazonalidade.

2. Ver anexo A.

Cabe ressaltar que o emprego do MCA tem um forte apelo referente ao caso em análise. Conforme dito na seção 2, alguns estudos aplicam modelos com dependência espacial do consumo de energia (Cabral, Legey e Cabral, 2017; Noonan, Hsieh e Matisoff, 2013). Contudo, o emprego dessa técnica pode levar a viés de especificação quando a estrutura espacial é pouco desagregada, não permitindo que as interações espaciais entre as unidades sejam captadas de forma fidedigna. Neste estudo, a estrutura hierárquica imposta sobre os parâmetros pelo MCA permite que os ditos “efeitos espaciais” possam ser também considerados.

3.4 Comentários específicos

Diversos autores (Dejong e Whiteman, 1991; Koop, 1992; Sims e Uhlig, 1991) advogam vigorosamente em favor da alternativa bayesiana sobre a abordagem clássica mais tradicional, usada no que se refere à questão da raiz unitária. Por exemplo, sabe-se que os testes do tipo Dickey-Fuller aumentado (ADF) são de baixa potência frente a alternativas plausíveis, especialmente em relação à hipótese alternativa de tendência estacionária. A abordagem bayesiana, por sua vez, revelaria que as hipóteses de raiz unitária e de tendência estacionária apresentariam probabilidades bastante similares quanto às suas funções *a posteriori*. Assim, a abordagem bayesiana fornece um tratamento mais fidedigno da informação amostral que a abordagem clássica.

Outro problema com os testes frequentistas de raiz unitária é a descontinuidade gerada na teoria assintótica (Sims, 1988). A abordagem bayesiana, por ser baseada na função de distribuição *posteriori*, não apresenta o problema da descontinuidade. Koop (1992) assinala que, na abordagem clássica, os valores críticos gerados a partir de pequenas amostras podem diferir substancialmente dos valores críticos assintóticos. A abordagem bayesiana, visto que é condicional à amostra observada, fornece resultados mais exatos para pequenas amostras.

Em resumo, o problema da raiz unitária não é um ponto crítico na estatística bayesiana. Afinal de contas, diferentemente da abordagem clássica, a prática bayesiana não é dependente do teorema central do limite, o que elimina o uso de propriedades assintóticas (Gelman *et al.*, 2003, p. 696). Isto traz uma importante vantagem em termos da habilidade de obter estimativas mais confiáveis num contexto de pequenas amostras e alta dimensionalidade paramétrica.

4 RESULTADOS

Nesta seção são apresentados os resultados obtidos a partir dos modelos descritos ao longo da seção 3. Conforme dito, foi estimado o MLD e o MCA. O objetivo principal diz respeito a fazer projeção. No entanto, para que se tenha alguma ideia da qualidade da projeção, é necessário antes fazer a avaliação da previsão com dados já conhecidos, dito de outra forma, efetuar um exercício de previsão dentro da amostra.

Os exercícios levados a cabo com base nos dois modelos foram os seguintes: avaliação da capacidade preditiva dentro da amostra para o período entre janeiro e dezembro de 2014, assim como a projeção doze passos à frente para o período entre janeiro e dezembro de 2015. Também foram obtidas as elasticidades relevantes. Conforme dito, a amostra é composta de dados mensais e abrange o período de janeiro de 2004 a dezembro de 2014.

Existem diversos critérios concorrentes para avaliar a capacidade preditiva do modelo, ou seja, o desempenho da previsão dentro da amostra.³ Entre eles têm-se a raiz do erro quadrado médio (RMSE),⁴ o desvio absoluto médio (*mean absolute deviation – MAD*),⁵ o erro percentual absoluto médio (*mean absolute percentage error – Mape*),⁶ o erro percentual médio (*mean percentage error – MPE*)⁷ e o erro acumulado percentual (EAP). Um critério costumeiramente usado na literatura econométrica teórica é o erro quadrático médio (EQM) (Stock e Watson, 2010; Lutkpohl, 2005; Hamilton, 1994). No entanto, deve-se ter em mente para qual propósito o modelo atende. Por exemplo,

3. Os critérios de informação de Akaike, teste de razão de verossimilhança, Hannan-Quinn e Schwarz Bayesiano são exemplos de critérios de escolha de modelos dentro da amostra (Lutkpohl, 2005).

4. $RSME = \sqrt{N^{-1} \sum_{t=1}^N e_t^2}$, onde $e_t = Y_t - \hat{F}_t$.

5. $MAD = N^{-1} \sum_{t=1}^N |e_t|$.

6. $MAPE = \left[\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \frac{|e_j|}{y_j} \right] \times 100$.

7. $MPE = \left[N^{-1} \sum_{t=1}^N \frac{e_t}{y_t} \right] \times 100$.

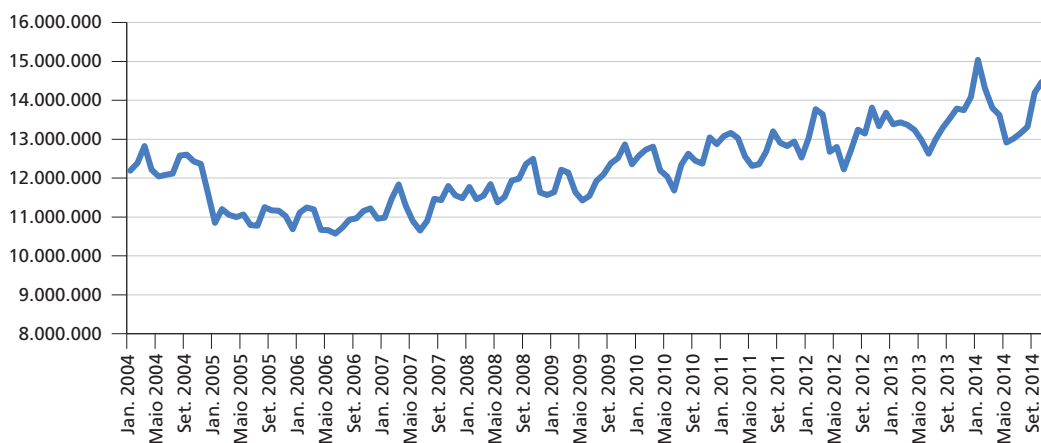
se o objetivo for prever a arrecadação tributária dentro de um período, um critério razoável poderia ser o EAP, pois os erros pontuais poderiam se compensar dentro do período, tornando o erro acumulado aceitável caso este esteja dentro de uma faixa aceitável especificada. No entanto, caso a previsão pontual seja importante, como é no modelo tratado neste estudo, o EAP perde sua importância, enquanto o critério do Mape deve ser ressaltado.

Como já dito antes, em ambos os modelos a projeção deve ser feita com conhecimento prévio das variáveis exógenas no horizonte fora da amostra. Assim, deve-se também perfazer o exercício de projeção para a variável exógena. Aqui foi usado o MLD para projetar cada variável explicativa tendo as defasagens da própria variável como regressores, ou seja, o processo gerador das variáveis explicativas é um modelo autorregressivo de ordem 1 – AR(1) – com coeficientes variando no tempo. A título de ilustração, são apresentados os resultados para a região Sudeste, cuja série é mostrada no gráfico 4. Os demais resultados são mostrados nos anexos. Percebe-se que essa série é fortemente errática e de difícil tratamento por métodos tradicionais.

GRÁFICO 4

Consumo de energia elétrica na região Sudeste (jan. 2004-nov. 2014)

(Em kWh)



Elaboração dos autores.

Inicialmente são apresentados os resultados obtidos a partir do MLD. Conforme se observa na tabela 1, o Mape ficou dentro da faixa aceitável de 3%. Pode-se ver, no anexo C, que, para as regiões Centro-Oeste e Nordeste, se situou numa faixa ainda

menor. O gráfico 5 ilustra a elasticidade dinâmica para a variável NRES. Os demais resultados da elasticidade dinâmica para essa variável estão no anexo B. Por economia, não serão mostrados todos os resultados obtidos para esse parâmetro referentes às demais variáveis. Embora, naturalmente, os resultados sejam distintos, pode-se ter ideia do comportamento das elasticidades com base nos resultados do MCA mostrados na tabela 1. Por fim, projeção fora da amostra é apresentada no gráfico 6. Os valores dessa projeção para todas as regiões aparecem no anexo D.

TABELA 1
Previsão dentro da amostra (jan. 2014-dez. 2014)

Região Sudeste									
	Real	Previsto	IC 95%		Erro	Erro (%)	Erro^2	Erro (%)	Erro
Jan. 2014	14082792	13500926	12267417	14791248	- 581.866	-4,13	338.567.699.908	4,13	581.866
Fev. 2014	15038425	13637964	12092297	15356143	- 1.400.461	-9,31	1.961.290.443.743	9,31	1.400.461
Mar. 2014	14304844	13876131	12038002	15883167	- 428.713	-3,00	183.794.786.230	3,00	428.713
Abr. 2014	13804064	13869428	11744078	16423388	65.364	0,47	4.272.391.874	0,47	65.364
Mai. 2014	13620654	13447724	11239570	16029349	- 172.930	-1,27	29.904.753.488	1,27	172.930
Jun. 2014	12915394	13321545	10896068	16153437	406.151	3,14	164.958.819.423	3,14	406.151
Jul. 2014	13014360	13056172	10597896	15991793	41.812	0,32	1.748.256.149	0,32	41.812
Ago. 2014	13150218	13303813	10713404	16665688	153.595	1,17	23.591.293.903	1,17	153.595
Set. 2014	13321599	13848959	10910714	17353095	527.360	3,96	278.108.887.945	3,96	527.360
Out. 2014	14187534	13717927	10852853	17816341	- 469.607	-3,31	220.530.676.787	3,31	469.607
Nov. 2014	14469968	13974137	10816078	17818130	- 495.831	-3,43	245.847.992.023	3,43	495.831
Dez. 2014	13906486	14148398	10814498	18504805	241.912	1,74	58.521.535.938	1,74	241.912
Erro acumulado percentual			1,74%						
Raiz do erro quadrático médio (RMSE)			R\$ 241.912,00						
Mean percentual error (MPE)			-1,40%						
Mean absolute percentual error (MAPE)			3,05%						
Mean absolute deviation (MAD)			R\$ 431.244,00						

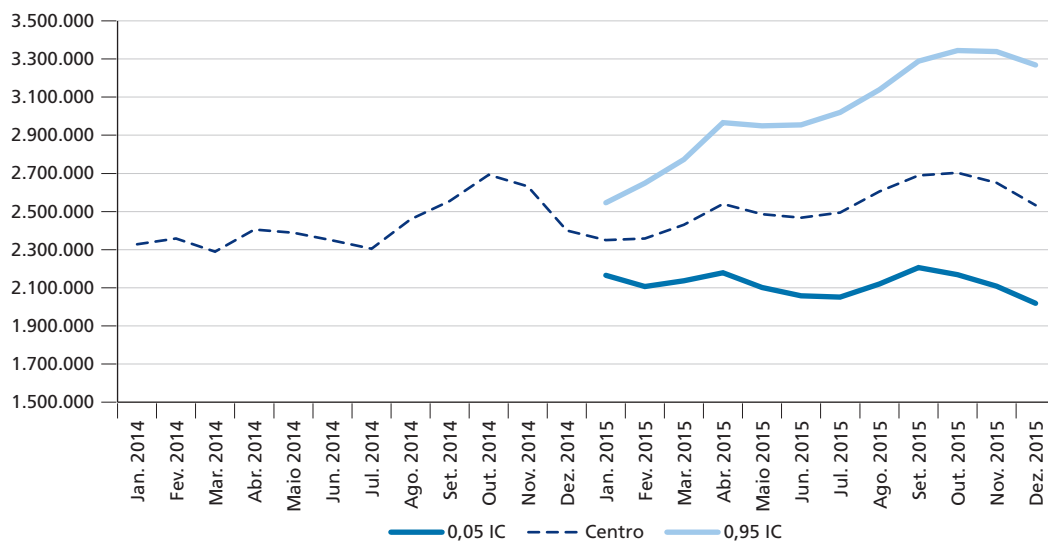
Elaboração dos autores.

GRÁFICO 5
Elasticidade dinâmica (NRES – média)



Elaboração dos autores.

GRÁFICO 6
Previsão fora da amostra (jun. 2019-maio 2020)
(Em kWh)



Elaboração dos autores.

Quanto à análise de MCA, nas tabelas 2 e 3 são mostrados, respectivamente, os resultados para a média e a banda bayesiana de 95% dos coeficientes estimados (elasticidades), enquanto na tabela 3 são mostrados os resultados referentes à avaliação da previsão dentro da amostra para a região Sudeste, mesma região com que analisamos,

acima, o MLD. Na tabela 2, as variáveis erro acumulado percentual, RMSE, MPE, Mape e MAD são não significativas.⁸ Por economia, foram omitidos os coeficientes relacionados à sazonalidade. Conforme também se pode observar, apenas em poucos casos encontram-se sinais distintos entre regiões para a mesma variável.

Foi também verificado se os sinais obtidos para os coeficientes estão em acordo com o esperado. No que se refere à variável de controle SALM, tem-se que, com exceção da região Sudeste, o sinal dessa variável é positivo, em conformidade com o esperado. Para a variável TAR, por sua vez, tem-se que o sinal é negativo para a média do seu coeficiente, o que também está em concordância com a teoria. Essa variável só não é estatisticamente significativa para o modelo estimado da região Sudeste.

No que se refere às variáveis de controle, tem-se, para todos os casos, o sinal positivo para a média do coeficiente de NRES, o que está em conformidade com o esperado. O problema parece estar na variável TEMP, na medida em que ela apresentou significância apenas para a região Sul e, ainda assim, com sinal em desacordo com o esperado. Uma possível explicação para essa variável não possuir significância pode estar no fato de que seu caráter sazonal já é captado pelos termos inclusos no modelo para tratar a sazonalidade.

Por fim, a análise dos resultados da tabela 3 ilustra os resultados da avaliação de previsão para o MCA referente à região Sudeste. Comparando esses resultados com os da tabela 1, pode-se ver que o MLD registra uma *performance* dentro da amostra superior ao do MCA. Contudo, com base nos resultados desse modelo para as demais regiões, mostrados no anexo E, percebe-se que o desempenho do MCA se mostra razoável, mesmo com desempenho inferior ao do MLD. Com exceção da região Sudeste, o Mape ficou abaixo ou na faixa de 3%.

8. Na abordagem bayesiana, uma variável é não significativa se o zero está dentro do intervalo de confiança.

TABELA 2
MCA – Elasticidades

Variáveis	Centro			Nordeste			Norte			Sudeste			Sul		
	q05	média	q95	q05	média	q95	q05	média	q95	q05	média	q95	q05	média	q95
CTE	0,520	2,519	3,996	1,672	2,753	3,967	1,548	2,625	3,761	1,527	3,318	7,833	1,622	2,982	4,933
NRES	0,665	0,787	0,922	0,616	0,714	0,795	0,742	0,826	0,914	0,633	0,942	1,039	0,536	0,678	0,779
TAR	-0,366	-0,285	-0,204	-0,224	-0,172	-0,122	-0,418	-0,351	-0,283	-0,329	-0,254	-0,191	-0,032	0,036	0,102
SALM	0,087	0,179	0,264	0,132	0,194	0,256	0,113	0,187	0,267	-0,274	-0,189	-0,102	0,057	0,120	0,194
TEMP	-0,019	0,087	0,171	-0,010	0,178	0,335	-0,114	0,017	0,164	-0,128	-0,022	0,102	0,031	0,110	0,203

Elaboração dos autores.

TABELA 3
MCA – Previsão dentro da amostra (jan. 2014-dez. 2014)

	Região Sudeste								
	Real	Previsto	IC 95%		Erro	Erro (%)	Erro ²	Erro (%)	Erro
Jan. 2014	14082792	13965580	13670073	14251816,13	-117.212	-0,83	13.738.667.052	0,83	117.212
Fev. 2014	15038425	13811996	13530896	14083917,05	-1.226.429	-8,16	1.504.127.365.960	8,16	1.226.429
Mar. 2014	14304844	14616326	14329365	14934795,67	311.482	2,18	97.021.072.721	2,18	311.482
Abr. 2014	13804064	14407859	14132764	14709394,82	603.795	4,37	364.568.045.037	4,37	603.795
Mai. 2014	13620654	13905395	13629108	14178511,98	284.741	2,09	81.077.389.233	2,09	284.741
Jun. 2014	12915394	13977519	13681509	14290717,97	1.062.125	8,22	1.128.108.547.278	8,22	1.062.125
Jul. 2014	13014360	13585581	13312924	13860845,18	571.221	4,39	326.293.140.706	4,39	571.221
Ago. 2014	13150218	14039358	13744997	14336332,54	889.140	6,76	790.570.210.474	6,76	889.140
Set. 2014	13321599	14225655	13953642	14488955,22	904.056	6,79	817.316.552.840	6,79	904.056
Out. 2014	14187534	14042645	13799501	14285612,81	-144.889	-1,02	20.992.721.739	1,02	144.889
Nov. 2014	14469968	14324737	14085344	14595616,84	-145.231	-1,00	-	1,00	145.231
Dez. 2014	13906486	14371056	14086861	14637749,44	464.570	3,34	215.825.729.975	3,34	464.570
Erro acumulado percentual	3,34%								
Raiz do erro quadrático médio (RMSE)	R\$ 464.570,00								
Mean percentual error (MPE)	2,16%								
Mean absolute percentual error (MAPE)	4,17%								
Mean absolute deviation (MAD)	R\$ 569.120,00								

Elaboração dos autores.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este estudo procurou avançar na literatura de previsão de consumo de energia com base nas contribuições especificadas a seguir. Primeiro, tendo em vista que a série de consumo de energia mostra alto grau de variabilidade, utilizou-se o MLD, no qual o ajuste ocorre na unidade de tempo, com o intuito de melhorar as projeções. Segundo, considerando que as séries em questão possuem sazonalidade, mas específica para cada uma das regiões analisadas, empregamos um método usado para tratar a sazonalidade endogenamente. Esse ponto foi também fundamental para alcançar os resultados obtidos. Em terceiro lugar, os modelos foram estimados com base na abordagem bayesiana, que apresenta melhor desempenho em pequenas amostras frente à abordagem frequentista (Gelman *et al.*, 2003, p. 696). Por fim, empregou-se o MCA, também estimado por método bayesiano, que permite obter um conjunto de coeficientes⁹ distintos para cada região.

REFERÊNCIAS

- ANDERSEN, K. P. **Residential energy use: an econometric analysis**. Santa Monica, California: The Rand Corporation, 1973.
- BALTAGI, B. H. Forecasting with Panel Data. **Journal of Forecasting**, v. 27, n. 2, p. 153-173, Jan. 21, 2008.
- _____. **Econometric Analysis of Panel Data**. Chichester, England: John Wiley & Sons, 2005.
- CABRAL, J. A.; LEGEY, L. F. L.; CABRAL, M. V. F. Electricity consumption forecasting in Brazil: a spatial econometric approach. **Energy Journal**, v. 126, p. 124-131, May, 2017.
- CHRISTIAANSE, W. R. **Short-term load forecasting using general exponential smoothing**. New Jersey: IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, v. PAS-90, n. 2, 900-911, 1971.
- DEJONG, N.; WHITEMAN, C. H. The case for trend-stationarity is stronger than we thought. **Journal of Applied Econometrics**, v. 6, n. 4, p. 413-421, 1991.
- ELHORST, J. P. **Spatial econometrics from cross-sectional data to spatial panels**. Heidelberg: Springer, 2010. (Série Springer Briefs in Regional Science).

9. O termo *coeficiente* aqui empregado diz respeito ao conjunto de parâmetros associados aos regressores.

EPE – EMPRESA DE PESQUISA ENERGÉTICA. **Anuário Estatístico**, 2019.

ELRAZAZ, Z. S.; MAZI, A. A. **Unified weekly peak load forecasting for fast growing power system**. IEEE Proceedings C - Generation, Transmission and Distribution. v. 136, n. 1, p. 29-34, 1989.

GAMERMAN, D.; LOPES, H. **Markov chain Monte Carlo**. United Kingdom: Chapman & Hall, May. 1997.

GELMAN, A. *et al.* **Bayesian Data Analysis**. 3. ed. [s.l.]: Chapman & Hall/CRC Press, 2003.

HAMILTON, J. **Time series analysis**. Princeton University Press, 1994.

HOUTHAKER, H. S. **Some calculations of electricity consumption in Great Britain**. Journal of the Royal Statistical Society, v. 114, n. 3, p. 359-371, 1951.

INFELD, D. G.; HILL, D. C. Optimal smoothing for trend removal in short term electricity demand forecasting. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 13, n. 3, Aug. 1998.

KIM, C. J.; NELSON, C. R. **State-Space models with regime switching**. Massachusetts: The MIT Press, 13 May 1999.

KOOP, G. 'Objective' Bayesian unit root tests. **Journal of Applied Econometrics**, v. 7, n. 1, p. 65-82, 1992.

_____. **Bayesian econometrics**. John Wiley, 2005.

LIM, K-M.; LIM, S-Y.; YOO, S-H. Short- and long-run elasticities of electricity demand in the Korean service sector. **Energy Policy, Elsevier**, v. 67, n. C, 517-521, 2014.

LUTKPOHL, H. **New introduction to multiple time series analysis**. Heidelberg: Springer, 2005.

MAS-COLELL, A.; WHINSTON, M. D.; GREEN, J. R. **Microeconomic theory**. Oxford, United Kingdom: Oxford University Press, 1995.

NOONAN, D. S., HSIEH, L.-H. C., MATISOFF, D. Spatial effects in energy-efficient residential HVAC technology adoption. **Environment and Behavior**, v. 45, n. 4, p. 476-503, 2013.

SIMS, C. Bayesian skepticism on unit root econometrics. **Journal of Economic Dynamics and Control**, v. 12, n. 2-3, p. 463-474, 1988.

SIMS, C., UHLIG, H. Understanding unit rooters: a helicopter tour. **Econometrica**, v. 59, n. 6, p. 1591-1599, 1991.

SOUZA, F. C.; LEGEY, L. F. L. Brazilian electricity market structure and risk management tools. *In*: Dave VPE (Ed.). **2008 IEEE Power and Energy Society General Meeting: Conversion and Delivery of Electrical Energy in the 21st Century**, 2008.

STOCK, J. H.; WATSON M. W. **Introduction to econometrics**. London: Pearson, 2010. (Pearson Series in Economics).

WEST, M.; HARRISON, J. **Bayesian forecasting and dynamic models**. Springer, 1997. (Springer Series in Statistics).

BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTAR

GELMAN, A.; RUBIN, D. R. Inference from iterative simulation using multiple sequences (with discussion), **Statist. Sci.** v. 7, n. 4, p. 457-511, 1992.

SOUZA, F. C.; LEGEY, L. F. L. Dynamics of risk management tools and auctions in the second phase of the Brazilian Electricity Market reform. **Energy Policy**, v. 38, n. 4, p. 1715-1733, 2010.

ZHOU, S.; TENG, F. Estimation of urban residential electricity demand in China using household survey data. **Energy Policy**, v. 61, p. 394-402, Oct. 2013.

ANEXO A

A METODOLOGIA DE ESTIMAÇÃO DO MODELO DINÂMICO LINEAR**A.1 MODELO DE REGRESSÃO LINEAR DINÂMICO**

A forma geral do modelo DLM (*dynamic linear model*) pode ser definida da seguinte maneira:

$$y_t = X_t \theta_t + S_t + v_t' \quad (\text{A.1})$$

$$\theta_t = \Gamma_1 \theta_{t-1} + \dots + \Gamma_p \theta_{t-p} + \omega_t' \quad (\text{A.2})$$

onde y_t é a variável endógena e X_t é um vetor $k \times 1$ de variáveis exógenas. Este modelo permite ainda a presença de um componente sazonal, S_t , que pode ser modelado segundo a representação do tipo de Fourier (West e Harrison, 1997), de modo que

$$S_t = \sum_{j=1}^2 \left[a_j \sin\left(\frac{2\pi j t}{4}\right) + b_j \cos\left(\frac{2\pi j t}{4}\right) \right] = Z_t \varphi, \text{ onde}$$

$$Z_t = \left(\sin\left(\frac{2\pi t}{4}\right) \quad \sin\left(\frac{2\pi 2t}{4}\right) \quad \cos\left(\frac{2\pi t}{4}\right) \quad \cos\left(\frac{2\pi 2t}{4}\right) \right)^T \text{ e } \varphi = (a_1 \quad a_2 \quad b_1 \quad b_2),$$

sendo θ_t o vetor $k \times 1$ de parâmetros que segue um processo autorregressivo de ordem P , em que os coeficientes estão contidos na matriz diagonal Γ_i , $k \times k$, para $i = 1, \dots, p$. Supõe-se que $\omega_t' \sim N(0_{k \times 1}, W_{k \times k})$ e $v_t' \sim N(0, V)$, admitindo-se ainda que ω_t' e v_t' não são correlacionados. Por simplicidade, admite-se também que $W = \text{diag}(w_1, \dots, w_k)$.

A ideia da aplicação da forma de Fourier para tratar sazonalidade está ligada ao fato de que qualquer padrão cíclico pode ser representado em termos da combinação

linear de funções periódicas.¹ Outra motivação para o uso desta abordagem, além da flexibilidade, é a facilidade de se obter interpretação, já que as trajetórias em forma de ondas podem ser associadas aos variados padrões observados na prática. Outra forma de tratar a sazonalidade seria introduzi-la diretamente na equação de estado. Neste caso, a equação A.2 assumiria a seguinte forma:

$$\theta_t = \Gamma_1 \theta_{t-1} + \dots + \Gamma_p \theta_{t-p} + S_t + \omega_t' \quad (\text{A.2.1})$$

Por fim, a sazonalidade pode tomar uma forma dinâmica. Neste caso, seria possível ter-se um modelo no qual a equação da medida é dada da seguinte forma: $y_t = F_t \theta_t^* + v_t'$, onde $F = [X_t, Z_t]$ e $\theta_t^* = [\theta_t, \varphi_t]$.

Será feito agora uso da seguinte notação para encaixar as equações numa forma mais compacta, que reduz o sistema expresso pelas equações (A.1; A.2) numa forma de espaço-estado de ordem 1:

$$\underline{\theta}_t = \begin{bmatrix} \theta_t \\ \theta_{t-1} \\ \vdots \\ \theta_{t-p+1} \end{bmatrix}_{kp \times 1}, \quad G = \begin{bmatrix} \Gamma_1 & \Gamma_2 & \dots & \Gamma_{p-1} & \Gamma_p \\ I_k & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & I_k & 0 \end{bmatrix}_{kp \times kp}, \quad \underline{\omega}_t = \begin{bmatrix} \omega_t' \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}_{kp \times 1} \quad \text{e} \quad F_t' = \begin{bmatrix} X_t' \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}_{kp \times 1}$$

Visto isso, tem-se que:

$$y_t = F_t' \underline{\theta}_t + z_t \varphi + v_t' \quad (\text{A.3})$$

$$\underline{\theta}_t = G \underline{\theta}_{t-1} + \underline{\omega}_t \quad (\text{A.4})$$

onde (A.3) representa a equação da medida ou do movimento, enquanto (A.4) define a equação de estado.

1. Uma função $g(t)$ é dita periódica se, para algum inteiro $p > 1$, e todo $n, t > 0$, tem-se que $g(t + np) = g(t)$.

A função de verossimilhança de (θ, G, φ, V) é dada por $p(y|\theta, G, \varphi, V) = (2\pi)^{-T/2} V^{T/2} \exp\left(-\frac{1}{2V} \sum_{t=1}^T (y_t - F_t \underline{\theta}_t - z, \varphi)^2\right)$, onde $y = (y_1 \dots y_T)$, $\theta = (\underline{\theta}_1 \dots \underline{\theta}_T)$ e $\Gamma = (\Gamma_1 \dots \Gamma_p)$.

A.2 PROCEDIMENTO DE INFERÊNCIA

Nesta seção, é realizado um procedimento de inferência baseado no paradigma bayesiano. Inicialmente apresentam-se distribuições *a priori* para todos os parâmetros. Em seguida, o algoritmo MCMC é utilizado para obter amostras *a posteriori* de todos os parâmetros do modelo.

A.2.1 Distribuição *a priori*

Por simplicidade, distribuições *a priori* conjugadas são utilizadas para todos os parâmetros. A distribuição *a priori* para θ_t é especificada na equação (A.4) e completada pela informação inicial θ_0 tal que $\theta_0 \sim N(m_0, C_0)$, onde m_0 e C_0 são hiperparâmetros conhecidos. As distribuições *a priori* para os parâmetros V , W , Γ e φ são as seguintes: *i*) $V \sim GI(n_V / 2, n_V S_V / 2)$; *ii*) $w_j \sim GI(n_W / 2, n_W S_W / 2)$, $j = 1, \dots, k$; *iii*) $\Gamma_j \sim N(m_\Gamma, S_\Gamma)$, $j = 1, \dots, p$; e *iv*) $\varphi \sim N(m_\varphi, S_\varphi)$, onde $n_V, S_V, n_W, S_W, m_\Gamma, S_\Gamma, m_\varphi$ e S_φ são hiperparâmetros conhecidos. Os valores dos hiperparâmetros utilizados foram os seguintes:

$$m_0 = 0, \quad C_0 = 100, \quad n_V = 2, n_V S_V = 0.1, \quad n_W = 2, n_W S_W = 0.1, \quad m_\Gamma = 0, S_\Gamma = 100, \\ m_\varphi = 0, S_\varphi = 100$$

A.2.2 Inferência *a posteriori*

A distribuição *a posteriori* conjunta de $(\theta, \Gamma, \varphi, V, W)$ é dada por

$$p(\theta, G, \varphi, V, W | y) \propto \prod_{t=1}^T p(y_t | \underline{\theta}_t, \varphi, V) \prod_{t=1}^T p(\underline{\theta}_t | \underline{\theta}_{t-1}, W, G) p(\underline{\theta}_0 | m_0, C_0) P(\varphi) p(V) p(W) p(\Gamma),$$

a qual é analiticamente intratável e, por conseguinte, a inferência *a posteriori* exata é feita utilizando-se o esquema MCMC. Neste caso, o vetor da variável de estado é amostrado conjuntamente, utilizando-se o algoritmo FFBS (*forward filtering backward sampling*) de Carter e Kohn (1994) e Frühwirth-Schnatter (1994). Para o resto

de parâmetros Γ , φ , V e W , todas as distribuições condicionais completas são distribuições normais ou distribuições gama inversa. Todas as distribuições condicionais completas estão listadas a seguir.

1) A distribuição condicional de V é $(V | \theta, W, \varphi, \Gamma) \sim GI(n_V^* / 2, n_V^* S_V^* / 2)$, onde $n_V^* = n_V + T$ e $n_V^* S_V^* = n_V S_V + \sum_{t=1}^T (y_t - F_t' \theta_t - z_t' \varphi)^2$.

2) A distribuição condicional de $W = \text{diag}(w_1, \dots, w_k)$ é $(w_j | \theta, V, \varphi, \Gamma) \sim GI(n_W^* / 2, n_W^* S_W^* / 2)$ para $j = 1, \dots, k$, onde $n_W^* = n_W + T - 1$ e $n_W^* S_W^* = n_W S_W + \sum_{t=2}^T (\theta_t - G \theta_{t-1})^T (\theta_t - G \theta_{t-1})$.

3) A distribuição condicional de $\Gamma = (\Gamma_1 \dots \Gamma_p)$ é $(\Gamma_j | \theta, V, W, \varphi) \sim N(m_\Gamma^*, S_\Gamma^*)$ para $j = 1, \dots, k$, onde $S_\Gamma^* = (S_\Gamma^{-1} I_{p \times p} + w_j^{-1} H_j^T H_j)^{-1}$ $m_\Gamma^* = S_\Gamma^{-1} (S_\Gamma^{-1} I_{p \times p} 1_p + w_j^{-1} B_j^T H_j)$ para

$$H_j = \begin{pmatrix} \theta_{p,j} & \theta_{p-1,j} & \dots & \theta_{1,j} \\ \theta_{p+1,j} & \theta_{p,j} & \dots & \theta_{2,j} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \theta_{T-1,j} & \theta_{T-2,j} & \dots & \theta_{T-p,j} \end{pmatrix} e \quad B_j = \begin{pmatrix} \theta_{p+1,j} \\ \theta_{p+2,j} \\ \vdots \\ \theta_{T,j} \end{pmatrix}.$$

4) A distribuição condicional de φ é $(\varphi | \theta, V, W, \Gamma) \sim N(m_\varphi^*, S_\varphi^*)$, onde $S_\varphi^* = (S_\varphi^{-1} I_{4 \times 4} + V^{-1} Z^T Z)^{-1}$ e $m_\varphi^* = S_\varphi^{-1} (S_\varphi^{-1} I_{4 \times 4} 1_4 + V^{-1} Z^T (y - F \theta))$.

Os estados $\theta_1, \dots, \theta_T$ são amostrados conjuntamente, utilizando-se o algoritmo FFBS, condicional sobre Γ , φ , V e W . A distribuição condicional completa conjunta segue a decomposição retrospectiva $p(\theta | y) = p(\theta_T | D_T) \prod_{t=1}^{T-1} p(\theta_t | \theta_{t+1}, D_t)$, onde $D_T = \{y_1, y_2, \dots, y_T\}$, $t = 1, \dots, T$ e D_0 representam a informação inicial. Iniciando-se com $\theta_0 \sim N(m_0, C_0)$, através do Filtro de Kalman pode ser mostrado que $\theta_t | D_t \sim N(m_t, C_t)$ onde $m_t = a_{t-1} + A(y_t - f_t - z_t' \varphi)$, $C_t = R_t - A_t Q_t A_t'$ $a_t = G m_{t-1}$, $R_t = G C_{t-1} G' + W$ $f_t = F_t' a_t + z_t' \varphi$, $Q_t = F_t' R_t F_t + V$ e $A_t = R_t F_t Q_t^{-1}$ para $t = 1, \dots, T$; θ_T é amostrado de $p(\theta_T | D_T)$ (passo denominado *forward filtering*). Para $t = T-1, T-2, \dots, 2, 1$, θ_t é amostrado de $p(\theta_t | \theta_{t+1}, D_t) = N(\tilde{a}_t, \tilde{C}_t)$, onde $\tilde{a}_t = m_t + B_t(f_{t+1} - a_{t+1})$, $\tilde{C}_t = C_t - B_t R_{t+1} B_t'$ e $B_t = C_t G' R_{t+1}^{-1}$ (passo denominado *backward sampling*).

A.2.3 Previsão modelo de regressão linear dinâmico

Fazer previsão nesta classe de modelos é teoricamente direto. Frequentemente surge o interesse de aprender a densidade preditiva h passos à frente, $p(y_{T+h} | y)$, ou seja,

$$p(y_{T+h} | y) = \int p(y_{T+h} | \underline{\theta}_{T+h}, \varphi, V) p(\underline{\theta}_{T+h} | \underline{\theta}_T, W, \Gamma) p(\underline{\theta}_T, W, \Gamma, V | y) d\underline{\theta}_{T+h} d\underline{\theta}_T d\varphi dV dW d\Gamma,$$

onde

$$(y_{T+h} | \underline{\theta}_{T+h}, \varphi, V) \sim N(F_{T+h}, V), \quad (\underline{\theta}_{T+h} | \underline{\theta}_T, W, \Gamma) \sim N(\mu_h, V_h), \quad \mu_h = G^h \underline{\theta}_t \quad \text{e} \\ V_h = \sum_{j=1}^h G^{j-1} W (G^{j-1})' \quad \text{para } h > 0.$$

Portanto, se é uma amostra de $p(\underline{\theta}_t, W, \Gamma, V | y)$, é fácil amostrar $\underline{\theta}_{T+h}^{(j)}$ de $p(\underline{\theta}_{T+h} | \underline{\theta}_T^{(j)}, W^{(j)}, \Gamma^{(j)})$, para todo $j = 1, \dots, L$, tal que $p(y_{T+h} | y) = \frac{1}{L} \sum_{j=1}^L p(y_{T+h} | \underline{\theta}_{T+h}^{(j)}, \varphi^{(j)}, V^{(j)})$ é a aproximação via Monte Carlo de $p(y_{T+h} | y)$.

Analogamente, se $y_{T+h}^{(j)}$ é amostrado de $p(y_{T+h} | \underline{\theta}_{T+h}^{(j)}, \varphi^{(j)}, V^{(j)})$, para $j = 1, \dots, L$, então $\{y_{T+h}^{(1)}, \dots, y_{T+h}^{(L)}\}$ representa uma amostra de $p(y_{T+h} | y)$.

ANEXO B

METODOLOGIA PARA ESTIMAÇÃO DO MCA

B.1 INFERÊNCIA BAYESIANA

Neste anexo, apresentamos a metodologia para estimação do MCR no contexto de painel por meio do amostrador de Gibbs. Mais detalhes desse procedimento aparecem em Koop (2005). De início, tratemos de escrever o modelo da equação (3) de uma forma mais geral. Tomando $y_i = (y_{i1}, \dots, y_{iT})'$ como sendo o vetor da variável dependente para a unidade i , $x_i = (x_{it}^k, \dots, x_{iT}^k)'$ o vetor referente ao regressor k da unidade i , e $\varepsilon_i = (\varepsilon_{i1}, \dots, \varepsilon_{iT})'$ o vetor dos distúrbios referentes à unidade i , temos que $y_i = x_i \beta_i + \varepsilon_i$. A forma da função de verossimilhança depende das hipóteses acerca dos distúrbios. Nesse caso, assumimos as seguintes hipóteses:

$$H1: \varepsilon_i \sim N(0_T, \tau^{-1} I_T);$$

$$H2: \varepsilon_i \text{ e } \varepsilon_j \text{ são independentes para } i \neq j.$$

Posto isso, a função de verossimilhança pode ser escrita da seguinte forma

$$p(y | \beta, \tau) = \prod_{i=1}^N \frac{\tau^{T/2}}{(2\pi)^{T/2}} \left\{ \exp \left[-\frac{\tau}{2} (y_{it} - x_{it}' \beta_i) (y_{it} - x_{it}' \beta_i) \right] \right\}$$

$$\text{onde } y = (y_1', \dots, y_N')', \text{ e } \beta = (\beta_1', \dots, \beta_N')'.$$

B.1.1 Distribuições *a posteriori* postuladas

Para $\beta_i \sim N(\mu, \Sigma)$, onde β_i é o vetor de ordem k que inclui o intercepto e os coeficientes dos regressores e Σ é a matriz da variância de β_i . No segundo estágio, para a distribuição *a priori* hierárquica, temos $\mu \sim N(\mu_0, \Sigma_0)$, e $\Sigma \sim WI(\delta, \Psi)$; e $\tau^2 \sim GI(\alpha_0, \gamma_0)$ para a variância.

A derivação das distribuições *a posteriori* condicionais é feita pela multiplicação da função de verossimilhança com as distribuições *priori* postuladas acima. As distribuições *a posteriori* condicionais para os β_i 's são independentes entre si para cada $i = 1, \dots, N$. Dito isso, temos as seguintes distribuições *a posteriori*:

$$1) \beta_i \sim N \left(\left[\frac{x_i y_i}{\tau^2} + \Sigma^{-1} \mu \right] \left[\frac{x_i x_i'}{\tau^2} + \Sigma^{-1} \right]^{-1}, \left[\frac{x_i x_i'}{\tau^2} + \Sigma^{-1} \right]^{-1} \right).$$

$$2) \mu \sim N \left(\left[\Sigma_0^{-1} + \Sigma^{-1} \sum_{i=1}^N \beta_i \right] \left[\Sigma_0^{-1} + N \Sigma^{-1} \right]^{-1}, \left[\Sigma_0^{-1} + N \Sigma^{-1} \right]^{-1} \right).$$

$$3) \Sigma \sim IW \left(\delta + N, \Psi + \sum_{i=1}^N (\beta_i - \mu)(\beta_i - \mu)' \right).$$

$$4) \tau^2 \sim IG \left(\alpha_0 + \frac{NT}{2}, \gamma_0 + \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (y_{it} - x_{it}' \beta_i)^2}{2} \right).$$

B.1.2 Amostrador de Gibbs

O amostrador de Gibbs para o MCA requer os seguintes passos:

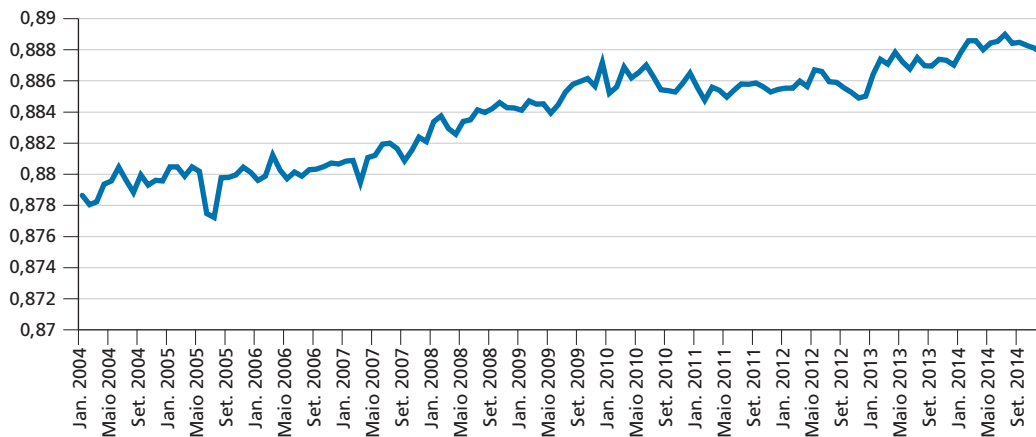
- 1) Iniciar com $k=1$ e os valores de $\Sigma^{(0)}, \mu^{(0)}, \beta^{(0)}, \tau^{2(0)}$.
- 2) Amostrar $\Sigma^{(k)}$ de $p(\Sigma | \beta^{(k-1)}, \mu^{(k-1)})$.
- 3) Amostrar $\mu^{(k)}$ de $p(\mu | \beta^{(k-1)}, \Sigma^{(k)})$.
- 4) Amostrar $\beta_i^{(k)}$ de $p(\beta_i | x, y, \Sigma^{(k)}, \mu^{(k)}, \tau^{2(k-1)})$.
- 5) Amostrar $\tau^{2(k)}$ de $p(\tau^2 | x, y, \beta^{(k-1)})$.
- 6) Tomar $k=k+1$ e repetir os passos 2 a 5 até se atingir um número de N interações.

ANEXO C

ELASTICIDADE: NÚMERO DE RESIDENTES

GRÁFICO C.1

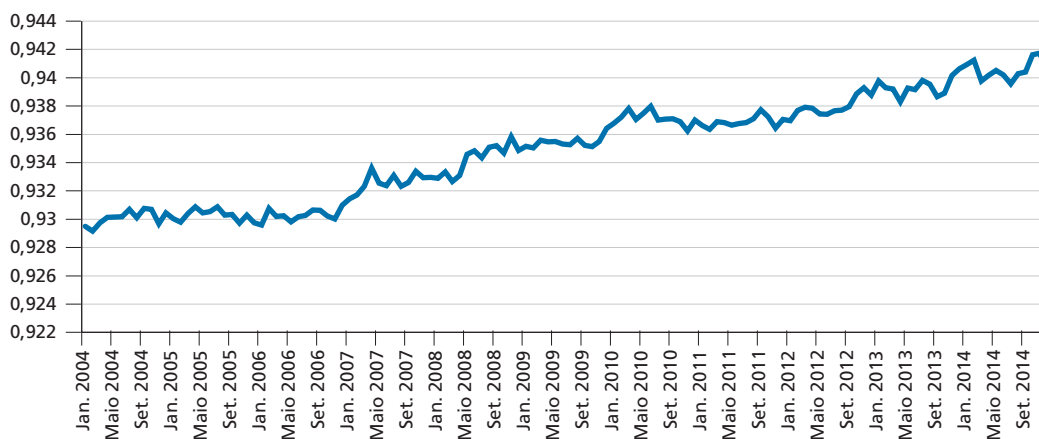
Média *a posteriori* de β_1 na região Nordeste (NRES)



Elaboração dos autores.

GRÁFICO C.2

Média *a posteriori* de β_{1v} na região Centro-Oeste (NRES)



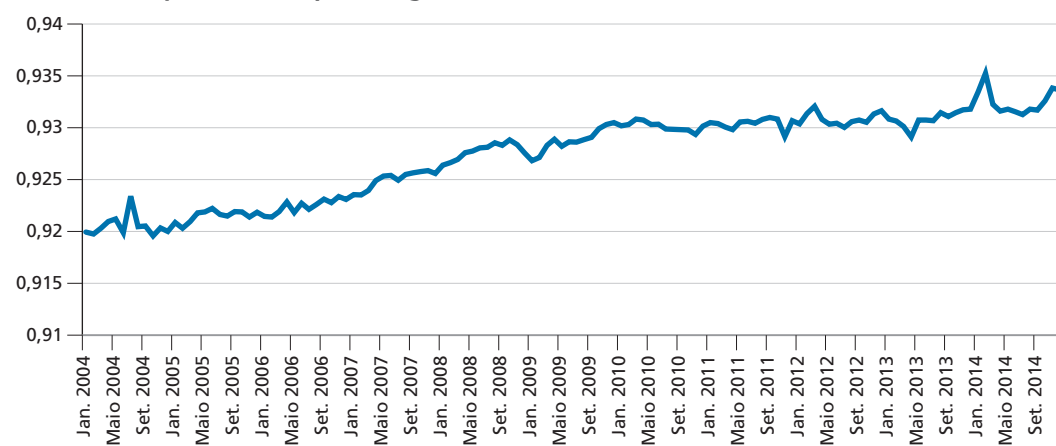
Elaboração dos autores.

GRÁFICO C.3
Média *a posteriori* de β_1 na região Norte (NRES)



Elaboração dos autores.

GRÁFICO C.4
Média *a posteriori* de β_1 na região Sul (NRES)



Elaboração dos autores.

ANEXO D

MODELO LINEAR DINÂMICO

TABELA D.1
Consumo de energia elétrica na região Centro-Oeste¹

	Real	Previsto	IC 95%		Erro	Erro (%)	Erro^2	Erro (%)	Erro
Jan. 2014	2327867	2306606	2116964	2517277	-21.261	-0,91	452.026.830	0,91	21.261
Fev. 2014	2358426	2332985	2084086	2599384	-25.441	-1,08	647.247.347	1,08	25.441
Mar. 2014	2289399	2399747	2092705	2722942	110.348	4,82	12.176.665.570	4,82	110.348
Abr. 2014	2405027	2468581	2136418	2850889	63.554	2,64	4.039.138.516	2,64	63.554
Mai 2014	2389311	2421003	2059954	2840295	31.692	1,33	1.004.383.754	1,33	31.692
Jun. 2014	2347675	2424901	2033415	2903182	77.226	3,29	5.963.892.533	3,29	77.226
Jul. 2014	2304673	2435352	2013986	2940314	130.679	5,67	17.077.069.869	5,67	130.679
Ago. 2014	2459619	2502858	2045241	3085315	43.239	1,76	1.869.622.576	1,76	43.239
Set. 2014	2555250	2614999	2116632	3204989	59.749	2,34	3.569.968.290	2,34	59.749
Out. 2014	2692102	2616919	2087498	3297740	-75.183	-2,79	5.652.448.792	2,79	75.183
Nov. 2014	2631708	2540909	2022319	3174181	-90.799	-3,45	8.244.501.540	3,45	90.799
Dez. 2014	2399965	2511733	1927456	3204436	111.767	4,66	12.491.934.251	4,66	111.767
	29161022	29576593	24736674	35340945	415.571		6.099.074.989		
Erro acumulado percentual			0,01%						
Raiz do erro quadrático médio (RMSE)			R\$ 78.097,00						
Mean percentual error (MPE)			0,02%						
Mean absolute percentual error (MAPE)			0,03%						
Mean absolute deviation (MAD)			R\$ 70.078,28						

Elaboração dos autores.

Nota: ¹ Avaliação da previsão dentro da amostra de janeiro de 2014 a dezembro de 2014.

TABELA D.2
Consumo de energia elétrica na região Nordeste¹

	Real	Previsto	IC 95%		Erro	Erro (%)	Erro^2	Erro (%)	Erro
Jan. 2014	5151402	5121470	4633317	5704367	-29.932	-0,58	895.898.823	0,58	29.932
Fev. 2014	5051998	4954336	4364789	5658955	-97.662	-1,93	9.537.866.270	1,93	97.662
Mar. 2014	5115813	4976007	4286775	5764108	-139.806	-2,73	19.545.788.515	2,73	139.806
Abr. 2014	5045645	5053276	4267716	6024004	7.631	0,15	58.234.884	0,15	7.631
Mai. 2014	5066146	5001147	4155248	6069264	-64.999	-1,28	4.224.857.041	1,28	64.999
Jun. 2014	4879627	4765300	3926887	5901410	-114.327	-2,34	13.070.773.206	2,34	114.327
Jul. 2014	4956206	4773121	3817487	5992631	-183.085	-3,69	33.520.045.598	3,69	183.085
Ago. 2014	5008281	4870480	3846181	6171710	-137.800	-2,75	18.988.851.903	2,75	137.800
Set. 2014	5113941	4998042	3904071	6409265	-115.899	-2,27	13.432.481.841	2,27	115.899
Out. 2014	5311995	5179084	4061955	6961178	-132.911	-2,50	17.665.329.555	2,50	132.911
Nov. 2014	5329936	5282821	3946565	6960844	-47.114	-0,88	2.219.769.424	0,88	47.114
Dez. 2014	5302073	5388979	4051712	7211427	86.906	1,64	7.552.662.598	1,64	86.906
	61333061	60364063	49262703	74829163	-968.998		11.726.046.638		
Erro acumulado percentual					-1,58%				
Raiz do erro quadrático médio (RMSE)					R\$ 108.287,00				
Mean percentual error (MPE)					-1,60%				
Mean absolute percentual error (MAPE)					1,90%				
Mean absolute deviation (MAD)					R\$ 96.506,00				

Elaboração dos autores.

Nota: ¹ Avaliação da previsão dentro da amostra de janeiro de 2014 a dezembro de 2014.

TABELA D.3
Consumo de energia elétrica na região Norte¹

	Real	Previsto	IC 95%		Erro	Erro (%)	Erro^2	Erro (%)	Erro
Jan. 2014	1684896	1742492	1582334	1918822	57.596	3,42	3.317.272.441	3,42	57.596
Fev. 2014	1655029	1701006	1506725	1903967	45.977	2,78	2.113.901.672	2,78	45.977
Mar. 2014	1691326	1721651	1494547	1982343	30.325	1,79	919.611.615	1,79	30.325
Abr. 2014	1698669	1739594	1479006	2063877	40.925	2,41	1.674.860.839	2,41	40.925
Mai. 2014	1777587	1741517	1464245	2088914	-36.070	-2,03	1.301.040.535	2,03	36.070
Jun. 2014	1753350	1827213	1503415	2215825	73.863	4,21	5.455.703.366	4,21	73.863
Jul. 2014	1891390	1838319	1481155	2287908	-53.071	-2,81	2.816.558.623	2,81	53.071
Ago. 2014	1733739	1840943	1485992	2325693	107.205	6,18	11.492.850.433	6,18	107.205
Set. 2014	1900765	1977457	1567291	2514040	76.692	4,03	5.881.692.168	4,03	76.692
Out. 2014	1896252	2003051	1577324	2598866	106.799	5,63	11.406.114.655	5,63	106.799
Nov. 2014	1883564	1976334	1532323	2578128	92.770	4,93	8.606.213.322	4,93	92.770
Dez. 2014	1909788	1979147	1534006	2597902	69.359	3,63	4.810.701.447	3,63	69.359
	21.476.355	22.088.725	18.208.365	27.076.286	612.370		4.983.043.426		
Erro acumulado percentual					2,85%				
Raiz do erro quadrático médio (RMSE)					R\$ 70.591,00				
Mean percentual error (MPE)					2,85%				
Mean absolute percentual error (MAPE)					3,65%				
Mean absolute deviation (MAD)					R\$ 65.888,00				

Elaboração dos autores.

Nota: ¹ Avaliação da previsão dentro da amostra de janeiro de 2014 a dezembro de 2014.

TABELA D.4

Consumo de energia elétrica na região Sul¹

	Real	Previsto	IC 95%		Erro	Erro (%)	Erro^2	Erro (%)	erro
Jan. 2014	5911748	5567315	5065564	6113669	-344.433	-5,83	118.633.959.252	5,83	344.433
Fev. 2014	6623068	5856758	5201023	6556747	-766.310	-11,57	587.230.599.939	11,57	766.310
Mar. 2014	5821126	5830723	5097083	6678693	9.597	0,16	92.094.937	0,16	9.597
Abr. 2014	5549815	5648559	4825267	6619195	98.745	1,78	9.750.554.111	1,78	98.745
Mai 2014	5371944	5408961	4605943	6417601	37.018	0,69	1.370.312.932	0,69	37.018
Jun. 2014	5227008	5345966	4418539	6432974	118.959	2,28	14.151.220.144	2,28	118.959
Jul. 2014	5219885	5393473	4425347	6633976	173.589	3,33	30.133.091.425	3,33	173.589
Ago. 2014	5409019	5410927	4418268	6786182	1.908	0,04	3.642.016	0,04	1.908
Set. 2014	5329014	5426532	4350347	6736241	97.519	1,83	9.509.930.914	1,83	97.519
Out. 2014	5431687	5339682	4237361	6861919	-92.005	-1,69	8.464.918.429	1,69	92.005
Nov. 2014	5783165	5450995	4260438	7043635	-332.170	-5,74	10.336.724.591	5,74	332.170
Dez. 2014	5900745	5772668	4499760	7461204	-128.077	-2,17	16.403.697.970	2,17	128.077
	67.578.220	66.452.560	55.404.940	80.342.034	-1.125.660		75.506.728.888		
Erro acumulado percentual			-1,67%						
Raiz do erro quadrático médio (RMSE)			R\$ 274.785,00						
Mean percentual error (MPE)			-1,41%						
Mean absolute percentual error (MAPE)			3,09%						
Mean absolute deviation (MAD)			R\$ 183.361,00						

Elaboração dos autores.

Nota: ¹ Avaliação da previsão dentro da amostra de janeiro de 2014 a dezembro de 2014.

ANEXO E

MODELO LINEAR DINÂMICO

TABELA E.1
Consumo de energia elétrica¹
 (Em kWh)

Data	0,05 IC	Centro	0,95 IC	0,05 IC	Nordeste	0,95 IC	0,05 IC	Norte	0,95 IC
Jan. 2015	2.165.560	2.350.504	2.545.921	4.748.639	5.195.561	5.645.607	1.668.717	1.827.486	1.978.473
Fev. 2015	2.105.994	2.358.385	2.648.415	4.433.830	5.026.423	5.732.362	1.556.767	1.766.461	1.990.518
Mar. 2015	2.136.685	2.429.863	2.772.537	4.486.971	5.157.709	5.928.110	1.562.174	1.794.975	2.070.971
Abr. 2015	2.179.082	2.539.081	2.965.861	4.391.111	5.215.948	6.136.553	1.570.105	1.845.124	2.170.234
Mai. 2015	2.101.417	2.486.273	2.949.089	4.317.468	5.140.114	6.211.288	1.581.157	1.870.750	2.245.028
Jun. 2015	2.058.408	2.467.992	2.953.952	4.090.099	5.034.827	6.120.342	1.597.125	1.939.958	2.348.313
Jul. 2015	2.051.357	2.493.717	3.020.253	4.059.974	4.975.165	6.113.127	1.599.823	1.968.103	2.417.358
Ago. 2015	2.119.274	2.604.759	3.138.989	4.149.499	5.152.539	6.439.784	1.600.807	1.988.777	2.448.279
Set. 2015	2.205.898	2.689.198	3.288.983	4.182.796	5.226.607	6.643.788	1.664.849	2.049.288	2.559.029
Out. 2015	2.168.957	2.703.124	3.344.373	4.232.194	5.412.059	6.881.308	1.639.248	2.060.217	2.596.524
Nov. 2015	2.108.347	2.650.668	3.339.353	4.280.064	5.493.186	7.075.328	1.614.650	2.053.487	2.602.909
Dez. 2015	2.018.603	2.533.641	3.269.191	4.327.219	5.586.171	7.504.580	1.559.627	2.015.034	2.575.267
Data	0,05 IC	Sudeste	0,95 IC	0,05 IC	Sul	0,95 IC			
Jan. 2015	12.566.846	13.689.366	14.827.763	5.463.204	5.973.197	6.493.901			
Fev. 2015	12.189.548	13.812.441	15.610.608	5.515.944	6.278.436	7.110.248			
Mar. 2015	12.207.458	14.039.736	16.050.015	5.378.055	6.175.546	7.155.969			
Abr. 2015	11.958.881	14.152.383	16.744.637	5.103.684	6.108.919	7.164.907			
Mai. 2015	11.441.467	13.578.218	16.405.835	4.858.826	5.817.085	7.044.336			
Jun. 2015	11.000.453	13.373.054	16.202.160	4.698.286	5.690.260	6.919.484			
Jul. 2015	10.833.108	13.303.233	16.324.540	4.674.425	5.759.277	7.100.869			
Ago. 2015	11.038.162	13.687.199	16.843.709	4.728.086	5.889.943	7.330.849			
Set. 2015	11.285.814	14.051.657	17.704.463	4.745.303	5.791.314	7.424.282			
Out. 2015	11.117.784	14.096.096	17.787.306	4.447.858	5.719.851	7.261.810			
Nov. 2015	11.086.919	14.343.254	18.321.029	4.685.350	5.894.398	7.563.512			
Dez. 2015	10.989.182	14.160.609	18.415.504	4.741.716	6.100.626	7.958.672			

Elaboração dos autores.

Nota: ¹ Previsão fora da amostra de janeiro de 2015 a dezembro de 2015.

ANEXO F

MODELO DE COEFICIENTES ALEATÓRIOS (MCA)

TABELA F.1
Consumo de energia elétrica na região Centro-Oeste¹

	Real	Previsto	IC 95%		Erro	Erro (%)	Erro^2	Erro (%)	Erro
Jan. 2014	2327867	2288100	2239639	2333836	-39.767	-1,71	1.581.441.154	1,71	39.767
Fev. 2014	2358426	2300170	2256298	2344541	-58.256	-2,47	3.393.753.076	2,47	58.256
Mar. 2014	2289399	2286373	2239912	2339601	-3.026	-0,13	9.156.942	0,13	3.026
Abr. 2014	2405027	2444332	2393128	2494757	39.305	1,63	1.544.875.070	1,63	39.305
Mai. 2014	2389311	2398810	2345432	2454070	9.499	0,40	90.240.435	0,40	9.499
Jun. 2014	2347675	2352400	2304482	2405197	4.725	0,20	22.326.859	0,20	4.725
Jul. 2014	2304673	2383329	2334241	2432682	78.657	3,41	6.186.868.677	3,41	78.657
Ago. 2014	2459619	2427537	2371684	2481752	-32.082	-1,30	1.029.264.702	1,30	32.082
Set. 2014	2555250	2529436	2477674	2587524	-25.814	-1,01	666.371.062	1,01	25.814
Out. 2014	2692102	2503200	2457462	2555210	-188.901	-7,02	35.683.621.390	7,02	188.901
Nov. 2014	2631708	2396984	2345235	2447345	-234.724	-8,92	55.095.367.439	8,92	234.724
Dez. 2014	2399965	2299080	2251444	2349161	-100.885	-4,20	10.177.752.996	4,20	100.885
	29161022	28609752	28016632	29225676	-551.269		9.623.419.984		
Erro acumulado percentual					-0,02%				
Raiz do erro quadrático médio (RMSE)					R\$ 98.099,03				
Mean percentual error (MPE)					-0,02%				
Mean absolute percentual error (MAPE)					0,03%				
Mean absolute deviation (MAD)					R\$ 67.970,15				

Elaboração dos autores.

Nota: ¹ Previsão dentro da amostra de janeiro de 2014 a dezembro de 2014.

TABELA F.2
Consumo de energia elétrica na região Nordeste¹

	Real	Previsto	IC 95%		Erro	Erro (%)	Erro^2	Erro (%)	Erro
Jan. 2014	5151402	5180781	5077592	5289615	29.380	0,57	863.161.334	0,57	29.380
Fev. 2014	5051998	4960552	4853175	5054087	-91.446	-1,81	8.362.444.156	1,81	91.446
Mar. 2014	5115813	4944147	4837546	5054021	-171.666	-3,36	29.469.120.431	3,36	171.666
Abr. 2014	5045645	5095752	4998924	5192633	50.107	0,99	2.510.696.841	0,99	50.107
Mai. 2014	5066146	4995625	4905256	5091574	-70.521	-1,39	4.973.147.018	1,39	70.521
Jun. 2014	4879627	4679295	4586448	4774623	-200.332	-4,11	40.132.793.791	4,11	200.332
Jul. 2014	4956206	4746768	4655456	4844523	-209.438	-4,23	43.864.141.148	4,23	209.438
Ago. 2014	5008281	4803817	4697997	4913192	-204.464	-4,08	41.805.502.445	4,08	204.464
Set. 2014	5113941	4828285	4717600	4934299	-285.656	-5,59	81.599.374.374	5,59	285.656
Out. 2014	5311995	5098629	5000819	5198246	-213.366	-4,02	45.525.143.325	4,02	213.366
Nov. 2014	5329936	5095878	4996059	5196906	-234.057	-4,39	54.782.762.515	4,39	234.057
Dez. 2014	5302073	5165153	5078302	5269984	-136.920	-2,58	18.747.037.558	2,58	136.920
	61333061	59594682	58405175	60813705	-1.738.379		31.052.943.745		
Erro acumulado percentual					-2,83%				
Raiz do erro quadrático médio (RMSE)					R\$ 176.218,00				
Mean percentual error (MPE)					-2,83%				
Mean absolute percentual error (MAPE)					3,09%				
Mean absolute deviation (MAD)					R\$ 158.113,00				

Elaboração dos autores.

Nota: ¹ Previsão dentro da amostra de janeiro de 2014 a dezembro de 2014.

TABELA F.3
Consumo de energia elétrica na região Norte¹

	Real	Previsto	IC 95%		Erro	Erro (%)	Erro^2	Erro (%)	Erro
Jan. 2014	1684896	1680472,89	1646505,15	1712770,676	-4.423	-0,26	19.562.798	0,26	4.423
Fev. 2014	1655029	1631027,65	1597923,43	1663878,637	-24.001	-1,45	576.070.791	1,45	24.001
Mar. 2014	1691326	1612784,05	1581753,47	1643673,483	-78.541	-4,64	6.168.759.870	4,64	78.541
Abr. 2014	1698669	1695580,24	1662299,77	1729970,733	-3.089	-0,18	9.538.879	0,18	3.089
Mai. 2014	1777587	1696967,9	1664468,36	1728924,117	-80.619	-4,54	6.499.479.877	4,54	80.619
Jun. 2014	1753350	1707091,96	1673927,55	1742347,747	-46.258	-2,64	2.139.817.582	2,64	46.258
Jul. 2014	1891390	1744636,91	1713541,25	1777214,334	-146.753	-7,76	21.536.541.498	7,76	146.753
Ago. 2014	1733739	1711180,71	1680967,49	1744615,135	-22.558	-1,30	508.859.629	1,30	22.558
Set. 2014	1900765	1794848,73	1761828,07	1830317,435	-105.917	-5,57	11.218.309.989	5,57	105.917
Out. 2014	1896252	1833445,76	1798667,68	1866067,404	-62.806	-3,31	3.944.607.855	3,31	62.806
Nov. 2014	1883564	1804887,11	1769928,46	1840624,707	-78.677	-4,18	6.190.111.448	4,18	78.677
Dez. 2014	1909788	1757445,69	1723038,56	1790717,071	-152.342	-7,98	23.208.216.707	7,98	152.342
	21.476.355	20.670.370	20.274.849	21.071.121	-805.986		6.834.989.744		
Erro acumulado percentual					-3,75%				
Raiz do erro quadrático médio (RMSE)					R\$ 82.674,00				
Mean percentual error (MPE)					-3,65%				
Mean absolute percentual error (MAPE)					3,65%				
Mean absolute deviation (MAD)					R\$ 67.165,00				

Elaboração dos autores.

Nota: ¹ Previsão dentro da amostra de janeiro de 2014 a dezembro de 2014.

TABELA F.4
Consumo de energia elétrica na região Sul¹

	Real	Previsto	IC 95%		Erro	Erro (%)	Erro^2	$\frac{ \text{Erro} }{(\%)}$	Erro
Jan. 2014	5911748	5602019,402	5488917,157	5709393,33	-309.728	-5,24	95.931.494.881	5,24	309.728
Fev. 2014	6623068	5931937,654	5799907,435	6061903,94	-691.130	-10,44	477.661.154.634	10,44	691.130
Mar. 2014	5821126	5790449,574	5674593,111	5904523,45	-30.676	-0,53	941.043.114	0,53	30.676
Abr. 2014	5549815	5690231,611	5573677,824	5802157,02	140.417	2,53	19.716.965.098	2,53	140.417
Mai 2014	5371944	5427616,544	5318513,537	5536915,55	55.673	1,04	3.099.487.858	1,04	55.673
Jun. 2014	5227008	5284370,221	5179240,341	5394776,88	57.363	1,10	3.290.481.749	1,10	57.363
Jul. 2014	5219885	5365804,63	5265850,197	5466537,14	145.920	2,80	21.292.684.197	2,80	145.920
Ago. 2014	5409019	5426176,696	5326238,4	5526195,62	17.158	0,32	294.403.698	0,32	17.158
Set. 2014	5329014	5453517,247	5352812,705	5543982,08	124.504	2,34	15.501.182.989	2,34	124.504
Out. 2014	5431687	5369276,335	5266605,978	5478531,61	-62.411	-1,15	3.895.091.076	1,15	62.411
Nov. 2014	5783165	5449389,634	5349991,025	5543695,11	-333.775	-5,77	111.405.995.276	5,77	333.775
Dez. 2014	5900745	5629179,819	5532067,088	5738411,84	-271.565	-4,60	73.747.375.726	4,60	271.565
	67.578.220	66.419.969	65.128.415	67.707.024	-1.158.251		68.898.113.358		
Erro acumulado percentual			-1,71%						
Raiz do erro quadrático médio (RMSE)			R\$ 262.485,00						
Mean percentual error (MPE)			-1,47%						
Mean absolute percentual error (MAPE)			3,15%						
Mean absolute deviation (MAD)			R\$ 186.693,00						

Elaboração dos autores.

Nota: ¹ Previsão dentro da amostra de janeiro de 2014 a dezembro de 2014.

ANEXO G

MODELO DE COEFICIENTES ALEATÓRIOS (MCA)

TABELA G.1
Consumo de energia elétrica¹
 (Em kWh)

Data	0,05 IC	Centro	0,95 IC	0,05 IC	Nordeste	0,95 IC	0,05 IC	Norte	0,95 IC
Jan. 2015	2.131.698	2.173.683	2.225.349	4.892.218	4.989.074	5.076.726	1.605.952	1.636.310	1.667.036
Fev. 2015	2.111.632	2.160.011	2.214.180	4.731.787	4.822.473	4.908.524	1.554.888	1.587.843	1.618.716
Mar. 2015	2.134.693	2.185.419	2.247.934	4.802.905	4.896.625	4.992.161	1.561.739	1.591.754	1.627.013
Abr. 2015	2.233.809	2.284.898	2.345.435	4.822.834	4.917.919	5.016.545	1.618.478	1.652.992	1.688.128
Mai. 2015	2.218.308	2.268.371	2.322.779	4.829.808	4.916.723	5.011.078	1.636.102	1.668.609	1.700.063
Jun. 2015	2.197.031	2.243.305	2.302.105	4.747.149	4.827.319	4.912.626	1.694.420	1.728.237	1.766.218
Jul. 2015	2.195.335	2.244.180	2.301.479	4.691.868	4.772.214	4.854.319	1.710.539	1.744.494	1.784.920
Ago. 2015	2.258.584	2.306.168	2.372.237	4.749.402	4.835.256	4.931.952	1.704.960	1.740.372	1.779.275
Set. 2015	2.359.365	2.409.942	2.475.361	4.777.319	4.879.289	4.975.984	1.787.587	1.824.718	1.863.232
Out. 2015	2.369.676	2.425.663	2.492.088	5.005.954	5.099.757	5.196.893	1.793.411	1.829.583	1.871.219
Nov. 2015	2.340.877	2.387.909	2.452.277	5.063.207	5.161.638	5.269.078	1.787.127	1.825.707	1.862.802
Dez. 2015	2.272.867	2.321.546	2.377.494	5.236.303	5.331.861	5.430.655	1.777.196	1.813.299	1.846.461
Data	0,05 IC	Sudeste	0,95 IC	0,05 IC	Sul	0,95 IC			
Jan. 2015	13.394.854	13.747.325	13.997.623	5.649.696	5.756.661	5.861.617			
Fev. 2015	13.363.239	13.724.410	13.978.495	5.918.609	6.045.804	6.155.392			
Mar. 2015	13.664.741	14.039.377	14.300.334	5.807.351	5.926.742	6.035.573			
Abr. 2015	13.508.897	13.903.433	14.170.437	5.712.656	5.825.810	5.932.894			
Mai. 2015	13.214.950	13.569.703	13.802.893	5.524.309	5.636.651	5.734.163			
Jun. 2015	12.899.034	13.242.387	13.472.979	5.436.115	5.535.244	5.634.708			
Jul. 2015	12.766.246	13.115.156	13.359.394	5.392.791	5.500.226	5.606.745			
Ago. 2015	13.189.924	13.600.264	13.852.523	5.432.619	5.539.065	5.640.726			
Set. 2015	13.535.382	13.915.934	14.189.492	5.418.785	5.528.139	5.626.625			
Out. 2015	13.655.426	14.038.990	14.265.499	5.338.377	5.448.937	5.549.223			
Nov. 2015	13.770.266	14.169.465	14.417.387	5.538.402	5.640.134	5.738.027			
Dez. 2015	13.605.564	13.969.648	14.217.832	5.809.911	5.915.836	6.022.099			

Elaboração dos autores.

Nota: ¹ Previsão fora da amostra de janeiro de 2015 a dezembro de 2015.

REFEFÊNCIAS

CARTER, C. K.; KOHN, R. On gibbs sampling for state space models. **Biometrika**, Oxford, United Kingdom, v. 81, n. 3, p. 541-553, Aug. 1994.

FRÜHWIRTH-SCHNATTER, S. Data augmentation and dynamic linear models. **Journal of Time Series Analysis**, v. 15, n. 2, p. 183-202, 1994.

WEST, M.; HARRISON, J. **Bayesian forecasting and dynamic models**. Springer, 1997. (Série Springer Series in Statistics).

Ipea – Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada

EDITORIAL

Coordenação

Reginaldo da Silva Domingos

Assistente de Coordenação

Rafael Augusto Ferreira Cardoso

Supervisão

Camilla de Miranda Mariath Gomes

Everson da Silva Moura

Revisão

Ana Clara Escórcio Xavier

Ângela Pereira da Silva de Oliveira

Clícia Silveira Rodrigues

Idalina Barbara de Castro

Luiz Gustavo Campos de Araújo Souza

Olavo Mesquita de Carvalho

Regina Marta de Aguiar

Alice Souza Lopes (estagiária)

Amanda Ramos Marques (estagiária)

Ana Luíza Araújo Aguiar (estagiária)

Hellen Pereira de Oliveira Fonseca (estagiária)

Ingrid Verena Sampaio Cerqueira Sodré (estagiária)

Isabella Silva Queiroz da Cunha (estagiária)

Lauane Campos Souza (estagiária)

Editoração

Aeromilson Trajano de Mesquita

Bernar José Vieira

Cristiano Ferreira de Araújo

Danilo Leite de Macedo Tavares

Herllyson da Silva Souza

Jeovah Herculano Szervinsk Junior

Leonardo Hideki Higa

Capa

Danielle de Oliveira Ayres

Flaviane Dias de Sant'ana

Projeto Gráfico

Renato Rodrigues Bueno

*The manuscripts in languages other than Portuguese
published herein have not been proofread.*

Livraria Ipea

SBS – Quadra 1 – Bloco J – Ed. BNDES, Térreo

70076-900 – Brasília – DF

Tel.: (61) 2026-5336

Correio eletrônico: livraria@ipea.gov.br

Missão do Ipea

Aprimorar as políticas públicas essenciais ao desenvolvimento brasileiro por meio da produção e disseminação de conhecimentos e da assessoria ao Estado nas suas decisões estratégicas.

ipea Instituto de Pesquisa
Econômica Aplicada

MINISTÉRIO DA
ECONOMIA



**PÁTRIA AMADA
BRASIL**
GOVERNO FEDERAL

ISSN 1415-4765

