

Hecksher, Marcos; Silva, Pedro Luis do Nascimento; Corseuil, Carlos Henrique

**Working Paper**

## A contribuição dos ricos para a desigualdade de renda no Brasil

Texto para Discussão, No. 2411

**Provided in Cooperation with:**

Institute of Applied Economic Research (ipea), Brasília

*Suggested Citation:* Hecksher, Marcos; Silva, Pedro Luis do Nascimento; Corseuil, Carlos Henrique (2018) : A contribuição dos ricos para a desigualdade de renda no Brasil, Texto para Discussão, No. 2411, Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (IPEA), Brasília

This Version is available at:

<https://hdl.handle.net/10419/211360>

**Standard-Nutzungsbedingungen:**

Die Dokumente auf EconStor dürfen zu eigenen wissenschaftlichen Zwecken und zum Privatgebrauch gespeichert und kopiert werden.

Sie dürfen die Dokumente nicht für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, öffentlich zugänglich machen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Sofern die Verfasser die Dokumente unter Open-Content-Lizenzen (insbesondere CC-Lizenzen) zur Verfügung gestellt haben sollten, gelten abweichend von diesen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

**Terms of use:**

*Documents in EconStor may be saved and copied for your personal and scholarly purposes.*

*You are not to copy documents for public or commercial purposes, to exhibit the documents publicly, to make them publicly available on the internet, or to distribute or otherwise use the documents in public.*

*If the documents have been made available under an Open Content Licence (especially Creative Commons Licences), you may exercise further usage rights as specified in the indicated licence.*

# 2411

**A CONTRIBUIÇÃO DOS RICOS PARA A  
DESIGUALDADE DE RENDA NO BRASIL**

**TEXTO PARA DISCUSSÃO**

**Marcos Hecksher  
Pedro Luis do Nascimento Silva  
Carlos Henrique Corseuil**





## A CONTRIBUIÇÃO DOS RICOS PARA A DESIGUALDADE DE RENDA NO BRASIL

Marcos Hecksher<sup>1</sup>

Pedro Luis do Nascimento Silva<sup>2</sup>

Carlos Henrique Corseuil<sup>3</sup>

---

1. Assessor especializado do Ipea. *E-mail*: <marcos.hecksher@ipea.gov.br>.

2. Professor e pesquisador da Escola Nacional de Ciências Estatísticas (Ence) do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE). *E-mail*: <pedro-luis.silva@ibge.gov.br>.

3. Técnico de planejamento e pesquisa na Diretoria de Estudos e Políticas Sociais (Disoc) do Ipea. *E-mail*: <carlos.corseuil@ipea.gov.br>.



Fundação pública vinculada ao Ministério do Planejamento, Desenvolvimento e Gestão, o Ipea fornece suporte técnico e institucional às ações governamentais – possibilitando a formulação de inúmeras políticas públicas e programas de desenvolvimento brasileiros – e disponibiliza, para a sociedade, pesquisas e estudos realizados por seus técnicos.

**Presidente**

Ernesto Lozardo

**Diretor de Desenvolvimento Institucional**

Rogério Boueri Miranda

**Diretor de Estudos e Políticas do Estado,  
das Instituições e da Democracia**

Alexandre de Ávila Gomide

**Diretor de Estudos e Políticas  
Macroeconômicas**

José Ronaldo de Castro Souza Júnior

**Diretor de Estudos e Políticas Regionais,  
Urbanas e Ambientais**

Alexandre Xavier Ywata de Carvalho

**Diretor de Estudos e Políticas Setoriais de Inovação  
e Infraestrutura**

Fabiano Mezadre Pompermayer

**Diretora de Estudos e Políticas Sociais**

Lenita Maria Turchi

**Diretor de Estudos e Relações Econômicas  
e Políticas Internacionais**

Ivan Tiago Machado Oliveira

**Assessora-chefe de Imprensa e Comunicação**

Mylena Pinheiro Fiori

Ouvidoria: <http://www.ipea.gov.br/ouvidoria>

URL: <http://www.ipea.gov.br>

Publicação seriada que divulga resultados de estudos e pesquisas em desenvolvimento pelo Ipea com o objetivo de fomentar o debate e oferecer subsídios à formulação e avaliação de políticas públicas.

© Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada – **ipea** 2018

Texto para discussão / Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada.- Brasília : Rio de Janeiro : Ipea , 1990-

ISSN 1415-4765

1. Brasil. 2. Aspectos Econômicos. 3. Aspectos Sociais.  
I. Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada.

CDD 330.908

As publicações do Ipea estão disponíveis para *download* gratuito nos formatos PDF (todas) e EPUB (livros e periódicos).  
Acesse: <http://www.ipea.gov.br/portal/publicacoes>

As opiniões emitidas nesta publicação são de exclusiva e inteira responsabilidade dos autores, não exprimindo, necessariamente, o ponto de vista do Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada ou do Ministério do Planejamento, Desenvolvimento e Gestão.

É permitida a reprodução deste texto e dos dados nele contidos, desde que citada a fonte. Reproduções para fins comerciais são proibidas.

# SUMÁRIO

---

SINOPSE

ABSTRACT

|   |    |
|---|----|
| 1 INTRODUÇÃO .....  | 7  |
| 2 J-DIVERGÊNCIA E SUA RELAÇÃO COM OUTROS ÍNDICES DE DESIGUALDADE..... | 10 |
| 3 ANÁLISE DA PNAD (1981-2015) .....                                   | 15 |
| 4 ANÁLISE DE ROBUSTEZ PARA RENDAS NULAS .....                         | 26 |
| 5 CONCLUSÕES .....  | 28 |
| REFERÊNCIAS .....   | 29 |



## SINOPSE

A parcela da desigualdade de renda explicada pelos 10% mais ricos da população brasileira é superior a 50%. Esse percentual é maior no Brasil do que o encontrado em outros países, como Estados Unidos (45%), Alemanha (44%) e Grã-Bretanha (41%). A desigualdade foi medida por um indicador ainda pouco utilizado na literatura socioeconômica, a J-divergência, definida pela soma dos índices T e L de Theil. Ao contrário destes e do índice de Gini, a J-divergência populacional e suas correspondentes estimativas amostrais podem ser facilmente decompostas como a soma das contribuições individuais para a desigualdade total. Foram utilizados os microdados publicamente disponíveis sobre o rendimento mensal total domiciliar equivalente e *per capita* da Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios (Pnad), do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), com o objetivo de estimar a J-divergência a cada ano, de 1981 a 2015, e as correspondentes proporções da desigualdade explicadas por cada vigésimo da distribuição. No período 2001-2014, de redução da desigualdade na Pnad, o grupo central da distribuição reduz sua participação na J-divergência.

**Palavras-chave:** desigualdade de renda; decomposição; pesquisa domiciliar amostral.

## ABSTRACT

The share of the income inequality explained by the 10% richest members of the Brazilian population is higher than 50%. This percentage is higher in Brazil than what is found for the United States (45%), Germany (44%) and Great Britain (41%). Inequality was measured using an index which is still not much used in the socioeconomic literature, the J-divergence. It can be defined as the sum of Theil's T and L indices, but unlike these and the Gini index, the J-divergence of a population and its corresponding sample estimates can be easily decomposed as the sum of the individual contributions to the total inequality. Publicly available microdata on equivalised and per capita household total monthly income from the Brazilian National Household Sample Survey (PNAD) were used to estimate the J-divergence for each year from 1981 to 2015, and the corresponding shares of the inequality explained by each twentieth of the income distribution. In the period 2001-2014 of reduction of inequality in PNAD, the central group of the distribution reduces its share in J-divergence.

**Keywords:** income inequality; decomposition; household sample survey.



## 1 INTRODUÇÃO

O Brasil é conhecido por manter uma das mais altas desigualdades de renda do mundo. Não por acaso, reduzir as desigualdades é um dos objetivos fundamentais do país inscritos na Constituição Federal (CF) de 1988. Para definir indicadores de monitoramento e metas e avaliar as maneiras mais eficientes de cumprir esse objetivo, é importante saber a contribuição dos pobres e dos ricos para a referida desigualdade. Em particular, conhecer a contribuição desse último grupo para a desigualdade pode ajudar o país no (re)desenho de suas políticas redistributivas, tais como impostos progressivos sobre renda e patrimônio.

Trabalhos recentes trazem indícios de que a evolução da renda dos ricos tende a ser muito importante na determinação da desigualdade de renda do Brasil. Medeiros e Souza (2016) mostram que a evolução do índice de Gini muda consideravelmente quando se corrigem problemas de subamostragem dos mais ricos e/ou subdeclaração de sua renda em pesquisas domiciliares. Essa evidência levanta uma questão: qual seria a exata influência da renda dos mais ricos nas estimativas da desigualdade? Seria essa contribuição maior ou menor que a da renda dos mais pobres? Este trabalho visa exatamente determinar a contribuição da renda dos ricos para a desigualdade de renda no Brasil e compará-la com a contribuição da renda de outros grupos, em especial a dos pobres.

Os índices sintéticos mais usados no Brasil e no mundo para aferir o tamanho da desigualdade, como o de Gini e os T e L de Theil, não permitem estimar, a partir de dados amostrais, quanto da desigualdade total advém de cada pessoa ou de cada grupo, definido por faixas de renda. Contudo, a simples soma dos índices T e L de Theil equivale a outro indicador, menos difundido nesse campo de estudo até o momento, chamado de J-divergência. Este mantém as principais características desejadas em um índice de desigualdade e acrescenta outras propriedades matemáticas interessantes, como a simetria, a aplicabilidade a alguns testes estatísticos e, sobretudo, a possibilidade de estimar facilmente as contribuições individuais não negativas, que, somadas, resultam no valor da estimativa da desigualdade total (Rohde, 2016).

O que essa última propriedade permite não é apenas reconhecer a participação de cada indivíduo ou grupo *na renda total*, o que independe de qualquer índice de desigualdade para ser calculado, mas também estimar a participação de cada indivíduo ou grupo

*no tamanho da desigualdade total* e nas variações da desigualdade no tempo. Já é usual na literatura socioeconômica decompor outros índices segundo as desigualdades *em* cada faixa de renda, as quais – somadas à desigualdade *entre* as faixas de renda – resultam na desigualdade total. A J-divergência não somente permite esse tipo de decomposição, bastante conhecido, como também possibilita outro, em que se quantificam as contribuições de cada indivíduo – ou grupo de indivíduos, como os pertencentes a uma faixa de renda. A simples soma dessas contribuições já é igual à desigualdade total segundo o índice, sem restar nenhuma outra parcela. Essa última decomposição também pode ser feita com dados populacionais para o índice de Gini, porém, conforme argumentaremos mais adiante, não pode ser implementada com dados amostrais do tipo disponível na Pnad, ou em pesquisas domiciliares similares.

Essa propriedade adicional da J-divergência – até agora, ao que se sabe, inexplorada pela literatura especializada no Brasil – abre a possibilidade de investigar aspectos ainda não estudados da alta desigualdade de renda no país e de sua trajetória, o que configura a principal motivação deste trabalho.

Além do *objetivo geral* deste estudo de aplicar a J-divergência e decompor a desigualdade total entre as contribuições de cada faixa de renda, dos mais pobres aos mais ricos, esse índice permite responder de forma simples e direta a um conjunto adicional de questões interessantes. Entre essas questões, vale destacar:

- a) Como as participações dos mais ricos e dos mais pobres na desigualdade total se comparam às de outros países?
- b) Como essas participações variaram no tempo?

Além de responder numericamente a essas questões, pretende-se interpretar e analisar os resultados encontrados, relacionando-os ao que apontam outros estudos sobre desigualdade de renda no Brasil e no mundo.

Para isso, este estudo apresenta a evolução, de 1981 a 2015, da J-divergência estimada com dados obtidos pela Pnad. Os resultados dessa série estão sujeitos a restrições de ordem metodológica, relacionadas a valores extremos de renda. Testamos a robustez de nossos resultados à restrição imposta pela impossibilidade de computar a J-divergência quando há domicílios com renda nula.

Este trabalho se insere em uma vasta literatura, mais abrangente, sobre a mensuração da desigualdade de renda e de seus componentes. Os trabalhos disponíveis, baseados em dados da Pnad, apontam relevante queda da desigualdade de renda mensal domiciliar *per capita* (RDPC) por sucessivos anos, a partir de 2001 (Ipea, 2006; 2013; Neri, 2004). Por exemplo, Soares (2010) assinalou que o ritmo da redistribuição em curso no Brasil de 2001 a 2006 era mais intenso que o observado em quase todos os países da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), enquanto estes erigiram seus sistemas de bem-estar social no século XX – a única queda mais rápida no grupo ocorreu na Espanha.<sup>1</sup> Em contraste, Medeiros, Souza e Castro (2015) e Souza (2016) concluem que a redução da desigualdade observada entre os 90% mais pobres na Pnad se anula quando as rendas dos 10% mais ricos passam a ser estimadas a partir de dados tributários. Dada a divergência entre essas duas dinâmicas, parece importante examinar em que medida as contribuições dos mais ricos e dos mais pobres para a desigualdade de renda no Brasil variaram no tempo.

Exercícios de decomposição sobre o papel de distintas fontes de renda para a queda na desigualdade destacam a importância dos rendimentos do trabalho, mas também apontam para a relevância de instrumentos associados a domicílios pobres, tais como aposentadoria rural, Benefício de Prestação Continuada (BPC) e Bolsa Família (Ipea, 2013). Esses resultados poderiam ser interpretados como evidência indireta de que o grupo mais pobre contribui mais para a queda da desigualdade. As decomposições com a J-divergência aqui apresentadas testam essa hipótese de forma direta.

Este texto se divide em cinco seções, incluída na contagem esta introdutória. A seção 2 apresenta a definição e uma série de propriedades da J-divergência, além de cotejar suas potencialidades e seus limites aos de outros índices de desigualdade mais conhecidos. A seção 3 é dedicada à evolução dos indicadores ao longo de três décadas e meia de edições anuais da Pnad, de 1981 até 2015, detalhando o método de preparação da base e analisando os respectivos resultados. Em seguida, uma análise de robustez é conduzida na seção 4, que contempla a restrição da J-divergência a rendas positivas. As conclusões do trabalho, em resposta às questões de pesquisa levantadas como objetivos, são expostas na última seção.

---

1. O autor ainda mostra que, se pudesse ser mantido, tal ritmo seria suficiente para o Brasil atingir o nível de desigualdade então observado dos Estados Unidos em mais uma dúzia de anos e o do Canadá no dobro desse prazo.

## 2 J-DIVERGÊNCIA E SUA RELAÇÃO COM OUTROS ÍNDICES DE DESIGUALDADE

### 2.1 J-divergência e índices de Theil

Esta subseção se baseia essencialmente em Rohde (2016), com o objetivo de apresentar a definição das propriedades da J-divergência como índice de desigualdade e resumí-las. Formulada por diferentes autores, em épocas distintas, trata-se de estatística aplicada a diversas áreas temáticas, com nomes variados na literatura internacional: *symmetric Kullback-Leibler divergence*, *symmetric relative entropy*, *symmetric Theil measure* ou *J-divergence* – este último em homenagem ao artigo pioneiro de Jeffreys (1946).

Assim como os índices de desigualdade formulados por Theil (1967) pertencem ao conjunto mais amplo dos índices de entropia generalizada, a J-divergência filia-se a uma família próxima, a classe dos índices de entropia relativa simétrica generalizada. Todos esses índices, baseados na teoria da informação, buscam sintetizar em um número o quanto uma distribuição de probabilidades difere de outra tomada *a priori*. Em uma distribuição de renda plenamente igualitária, um subgrupo de quaisquer 18% dos indivíduos da população, por exemplo, teria exatamente 18% da renda total. No caso do índice *T* de Theil, parte-se das proporções da população em cada subgrupo e calcula-se quanto conteúdo informacional é preciso para transformar as proporções esperadas da renda – iguais às da população em uma distribuição igualitária – nas proporções da renda total efetivamente auferidas por cada subgrupo. Já o índice *L* de Theil calcula a informação necessária para percorrer o caminho inverso, das proporções de renda para as proporções da população. A J-divergência, por sua vez, é um indicador único, capaz de representar indistintamente a informação utilizada nos dois sentidos, o que caracteriza sua simetria.<sup>2</sup>

Os índices *T* e *L* de Theil para uma população com  $N$  indivíduos podem ser expressos, respectivamente, como

$$T = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{x_i}{\mu} \ln \left( \frac{x_i}{\mu} \right) \quad (1)$$

e

$$L = -\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \ln \left( \frac{x_i}{\mu} \right), \quad (2)$$

---

2. Simetria é uma das propriedades necessárias de uma divergência, conceito matemático que cumpre quase todas as propriedades de uma medida de distância ou métrica, exceto a desigualdade triangular.

em que  $x_i$  é a renda de cada indivíduo  $i$ , e  $\mu = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$  é a média populacional das rendas individuais. A J-divergência equivale à soma  $T + L$ , e pode ser expressa por:

$$J = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{x_i - \mu}{\mu} \ln \left( \frac{x_i}{\mu} \right). \quad (3)$$

Note-se que, enquanto o Theil-T recebe contribuições negativas de pessoas com renda inferior à média, o Theil-L recebe contribuições negativas de pessoas com renda superior à média.<sup>3</sup> Já na J-divergência, as contribuições individuais são positivas tanto abaixo como acima da média – ou nulas, no caso de rendas iguais à média. Assim, cada indivíduo ou grupo tem uma divergência em relação à média, que sempre é maior ou igual a zero. A soma dessas divergências parciais equivale à divergência (desigualdade) total, o que torna simples calcular a participação de cada pessoa ou grupo no nível de desigualdade atribuído à população.

Como Rohde (2016) destaca, além da propriedade adicional de ser decomponível em contribuições individuais não negativas, a J-divergência mantém também uma série de propriedades axiomáticas desejáveis em índices de desigualdade, tais como:

- *invariância à escala*: a desigualdade não muda se todos os valores forem multiplicados por um escalar positivo;
- *anonimato*: a desigualdade não muda se duas ou mais pessoas trocarem de posição, mantendo os mesmos valores da distribuição original;
- *replicação populacional*: mantidas as proporções com cada fração da renda, não importa o tamanho da população;
- *condição de Pigou-Dalton*: a desigualdade aumenta quando se faz uma transferência regressiva (de alguém mais pobre para alguém mais rico) mantendo a média;
- *transferências decrescentes*: o efeito anterior diminui conforme aumentam as rendas relativas das partes envolvidas; e
- *decomponibilidade aditiva*: o índice pode ser decomposto pelas desigualdades em cada subgrupo mais a desigualdade entre os subgrupos.

Uma desvantagem da J-divergência em relação ao Theil-T e a outros índices, como os de Gini e Mehran, por sua vez, é que a primeira deixa de ser aplicável quando a

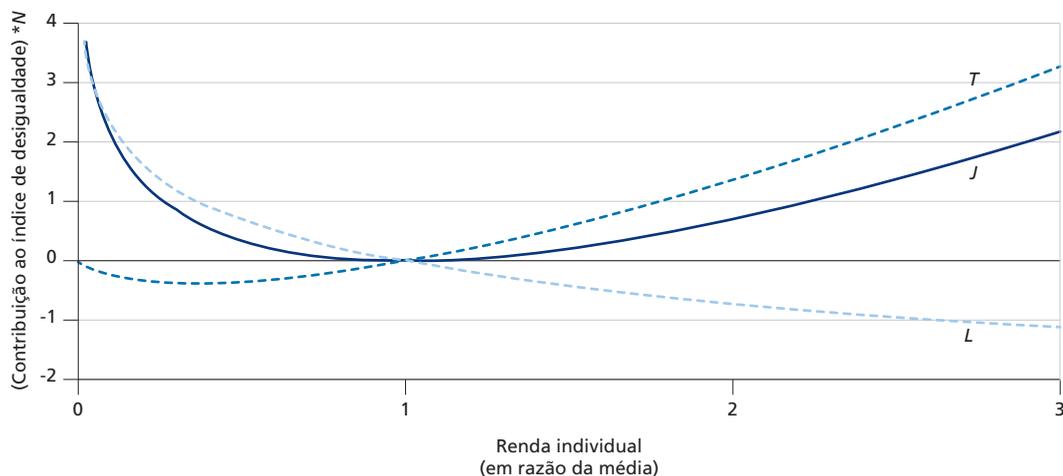
3. Para ver isso, basta notar que  $\ln \left( \frac{x_i}{\mu} \right) = \ln(x_i) - \ln(\mu)$  e que  $\ln(\cdot)$  é uma transformação monotônica.

distribuição inclui rendas nulas. Essa limitação, também encontrada no Theil-L, deriva do fato de que basta a renda de uma pessoa ir para zero para que tanto a J-divergência como a contribuição da pessoa em questão tendam a infinito.<sup>4</sup> No caso do Theil-T, embora não seja possível definir  $\ln(0)$  para os indivíduos com renda nula, toma-se como zero o valor de  $0 \cdot \ln(0)$ , tendo-se em vista que a expressão  $\frac{x_i}{\mu} \ln\left(\frac{x_i}{\mu}\right)$  tende a zero quando  $x_i$  se aproxima de zero (Foster, 1983). O primeiro exemplo de aplicação do índice apresentado por Theil (1967) já incluía rendas nulas: quando apenas uma pessoa concentra toda a renda da população,  $T = \ln(N)$ .

O gráfico 1 permite contrastar visualmente algumas dessas características dos índices  $T$ ,  $L$  e  $J$ . No eixo horizontal, estão níveis de renda individual expressos em razão da renda média  $\left(\frac{x_i}{\mu}\right)$ . Em cada ponto dessa razão, o eixo vertical mostra o valor assumido pela *função de avaliação* de cada um dos três índices, igual à expressão dentro de cada somatório na respectiva fórmula, apresentada anteriormente – no caso de  $L$ , multiplicada por -1, devido ao sinal deixado fora do somatório. Portanto, a contribuição para cada índice de desigualdade de um indivíduo, em cada nível de renda, será igual à sua, ordenada no gráfico, dividida pelo tamanho da população ( $N$ ).

GRÁFICO 1

Função de avaliação de três índices segundo a renda (em razão da média)



Fonte: Rohde (2016).

4. Entretanto, os dados brasileiros mostrarão que – até mesmo na presença de rendas positivas muito baixas – a contribuição dos mais pobres para a J-divergência total ainda pode ser menor que a dos mais ricos.

As curvas evidenciam que essa contribuição, conforme já foi dito, nunca será negativa para a J-divergência – o que a distingue dos Theils  $T$  e  $L$  –, e será nula para os três índices quando a renda individual for igual à renda média ( $\frac{x_i}{\mu} = 1$ ). Assim, no caso de  $J$ , a função de avaliação em cada ponto representado no gráfico também pode ser entendida como uma espécie de “divergência individual” (nunca negativa) de cada pessoa em relação à média.<sup>5</sup> Além disso, o gráfico torna nítido que, quando a renda se aproxima de zero, a contribuição individual para  $T$  tende a zero, mas as contribuições para  $L$  e  $J$  tendem a infinito.

Não só a função de avaliação, mas também as taxas de variação da J-divergência estarão sempre no intervalo entre as de  $T$  e  $L$ , dado que a primeira é uma combinação linear das outras duas. Há trabalhos – como o de Borrell e Talih (2011) – que utilizam como índice de desigualdade, em vez da soma, a média aritmética de  $T$  e  $L$ . Apenas o nível desta é igual à metade da J-divergência aqui utilizada, o que redundava nas mesmas propriedades gerais e taxas de variação – intermediárias às de  $T$  e  $L$  e mais importantes que os próprios índices em nível.

Dada a controvérsia atual sobre a evolução da desigualdade no Brasil e a importância da renda dos ricos nessa evolução, outra propriedade importante a ser considerada é a sensibilidade dos índices à renda dos mais ricos. Assim como as taxas de variação, a sensibilidade da J-divergência às fatias de pobres e ricos na renda total – ou às relações entre suas respectivas rendas individuais e a renda média – também deverá situar-se, necessariamente, em algum ponto no caminho entre as de  $L$  e  $T$ .

## 2.2 J-divergência e índice de Gini

Vimos, na subseção 2.1, que a principal vantagem da J-divergência em relação aos índices de Theil é a possibilidade de decompô-la em contribuições individuais não negativas. Mas essa propriedade não é exclusividade da J-divergência. Outro índice de

5. Note-se, contudo, que essa “divergência individual” não é simétrica, o que justifica as aspas. Afinal, se intercambiarmos os valores de  $x_i$  e  $\mu$ , na fórmula de  $J$ , a divisão por  $\mu$  dará lugar a uma divisão por  $x_i$ . A simetria da J-divergência refere-se ao fato de que seu valor agregado é sempre o mesmo entre duas distribuições quaisquer, sendo indiferente tomar qualquer uma delas *a priori*. A fórmula apresentada aqui se restringe ao caso, particularmente relevante para estudar a desigualdade, da J-divergência entre uma distribuição qualquer e uma distribuição plenamente igualitária com a mesma média  $\mu$ .

desigualdade, muito popular, também a possui. Trata-se do índice de Gini.<sup>6</sup> Conforme destacado por Ceriani e Verme (2015), existem treze maneiras de expressar esse índice, sendo que oito destas permitem decomposição em parcelas individuais não negativas.

Esses autores analisam em que medida a expressão referente à contribuição individual para o Gini, em cada uma dessas oito alternativas, satisfaz sete propriedades desejáveis. Embasados nessa análise, os autores elegem a formulação proposta por Kendall e Stuart (1958) como a única a atender a todas as propriedades.<sup>7</sup> Essa formulação é expressa como:

$$G = \frac{1}{N\mu} \cdot \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \frac{|x_i - x_j|}{2N}.$$

De acordo com a expressão, a contribuição de cada indivíduo para o índice de Gini é definida em razão da distância total entre a renda do indivíduo em questão ( $x_i$ ) e cada uma das rendas dos demais indivíduos ( $x_j$ ). Isso traz uma dificuldade quando se pretende estimar o referido índice com base em dados amostrais. Seria necessário conhecer a probabilidade de inclusão na amostra de cada um dos demais indivíduos (representados pelo subscrito  $j$ ), condicionada à inclusão na amostra do indivíduo cuja contribuição estaria sendo estimada (representado por  $i$ ). Essas probabilidades condicionais não estão disponíveis na Pnad, nem em pesquisas domiciliares similares.

No que diz respeito à J-divergência, definida em (3), não há nenhuma dificuldade em estimá-la com base em dados amostrais. Isso pode ser feito com o uso do seguinte estimador:

$$\hat{J} = \sum_{i \in S} \omega_i \left( \frac{x_i - \bar{x}}{\bar{x}} \right) \ln \left( \frac{x_i}{\bar{x}} \right), \quad (4)$$

em que  $S$  é o conjunto de rótulos dos elementos da amostra,  $\bar{x}$  é a média amostral ponderada,  $\omega_i = \frac{w_i}{\sum_{i \in S} w_i}$  e  $w_i$  é o fator de expansão ou peso amostral da unidade  $i$ .

---

6. Os autores agradecem a Sergei Soares e Stephen Jenkins por terem chamado nossa atenção para esse ponto.

7. A maioria das propriedades elencadas por Ceriani e Verme (2015) para as contribuições individuais ao Gini são análogas às propriedades que listamos para a J-divergência na subseção 2.1.

Em suma, quando há dados populacionais, pode-se questionar a relevância da J-divergência diante da alternativa de usar o índice de Gini, que é igualmente decomponível em contribuições individuais não negativas. Porém, quando existem apenas dados amostrais de pesquisas complexas, a estimação não enviesada das parcelas individuais componentes do índice de Gini não é simples, e pode ser inviável se não estiverem disponíveis probabilidades de inclusão na amostra de segunda ordem.

### 3 ANÁLISE DA PNAD (1981-2015)

#### 3.1 Base e preparação de dados da Pnad

A Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios anual saiu de campo pela última vez em outubro de 2015, quando o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística encerrou sua série histórica. Desde 2012, o levantamento da Pnad anual vinha sendo feito em paralelo ao de sua substituta, a Pnad Contínua (PnadC), que é coletada pelo IBGE todos os meses, ininterruptamente, para gerar estatísticas mensais, trimestrais e anuais.

Nas últimas décadas, a série da Pnad anual tem sido o principal instrumento de acompanhamento e análise da desigualdade de renda no Brasil. Até mesmo com seu encerramento, permanecerá como fonte importante para o conhecimento de uma miríade de características socioeconômicas do país, bem como das persistências ou alterações de muitas destas no período histórico mais recente.

Para facilitar e homogeneizar a leitura e o tratamento de variáveis da Pnad, este trabalho se valeu das rotinas de programação para o *software* Stata disponibilizadas pelo Departamento de Economia da Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-Rio) no *site* Data Zoom,<sup>8</sup> o que também favorece a eventual replicação dos resultados. Esse recurso permite ler os microdados e compatibilizar variáveis de todas as edições da Pnad de 1981 a 2015, período analisado neste trabalho.

Nas análises desta subseção, foram excluídos os dados de áreas rurais da região Norte, cobertas pela Pnad somente a partir de 2004. Para permitir o cálculo da J-divergência, foram excluídas também as observações com rendas mensais nulas

8. Disponível em: <goo.gl/mHACFx>.

ou indisponíveis na base (*missing values*). Um tratamento melhor e mais sofisticado passaria pela imputação de rendas positivas conforme outras características de cada unidade observada e sua relação empírica com a renda, o que será feito em extensões deste trabalho. Já a alternativa de simplesmente imputar um valor arbitrário muito pequeno, por sua vez, teria duas desvantagens: o índice poderia ser muito afetado pelo valor arbitrado e realidades muito díspares passariam a ser indistintas.

O questionário da Pnad, aplicado pessoalmente por um entrevistador a um morador do domicílio, que pode responder por si mesmo e pelos demais, inclui uma árvore de seqüências com várias perguntas, como “Qual era o rendimento mensal que [você/ele/ela] ganhava normalmente em setembro de [ano da pesquisa], nesse trabalho?”. Questões semelhantes referem-se a diferentes trabalhos, aposentadorias, pensões, abonos de permanência, aluguéis, doações recebidas de outros domicílios e “outros rendimentos (juros de caderneta de poupança e de outras aplicações, dividendos)”.

A informação sobre uma renda pode não ser disponibilizada porque a pergunta não cabe, já que a renda não existe, ou porque o entrevistado não soube ou não quis responder. O período de referência de um mês é curto, e é comum que pessoas e domicílios com os mais diversos níveis de riqueza passem um mês sem auferir renda alguma, consumindo o que pouparam antes, endividando-se ou subsistindo com recursos não monetizados. A rigor, como são computados retornos de aplicações, e as rendas de trabalho consideradas incluem as de empregadores e trabalhadores por conta própria, os prejuízos seriam rendas negativas, mas a Pnad não registra valores menores que zero.

O conjunto de rendas positivas, nulas e indisponíveis na base de dados resulta, portanto, da maneira como a pesquisa foi desenhada e conduzida, que deve ser levada em conta em qualquer método de análise. A opção por excluir zeros e *missings*, adotada por simplicidade, decerto não é ideal. Afinal, a subamostra excluída, mesmo que se comparem rendas habituais ou permanentes, tende a ser diferente daquela que foi mantida. Além disso, as proporções de zeros e *missings* variam bastante entre as edições da Pnad, e atingem níveis mais altos nos anos finais da série.

Dessa forma, é importante ressaltar que as séries da J-divergência a serem apresentadas neste capítulo se referem à desigualdade entre os domicílios que informam ter alguma renda na Pnad, não a todos os domicílios do país. Para dimensionar o que

foi deixado de lado e pode afetar as estimativas, serão apresentadas séries históricas das proporções de zeros e *missings* e do índice Theil-T com e sem a inclusão das rendas informadas com valor zero.

Para a estimação da J-divergência e dos índices  $T$  e  $L$  de Theil, foram adaptadas rotinas de Stata disponibilizadas por Rohde (2016) na página de seu artigo, no *site* do *Journal of the Royal Statistical Society*. A programação adaptada para este trabalho pode ser consultada em Hecksher (2017).

Em busca de comparabilidade com os resultados obtidos por Rohde (2016), com fundamento em pesquisas domiciliares amostrais realizadas nos Estados Unidos, na Alemanha e na Grã-Bretanha, são apresentadas séries brasileiras da J-divergência da renda mensal domiciliar equivalente (RDEq), dada pela renda de todas as fontes de todos os membros do domicílio dividida pela raiz quadrada do número de moradores.<sup>9</sup> Para ser comparável à maioria dos estudos brasileiros sobre desigualdade, são analisadas também séries da RDPC, definida pela renda de todas as fontes de todos os membros do domicílio dividida pelo número de moradores.

Como é comum em comparações internacionais, os números cotejados podem ser afetados por especificidades das fontes de dados de cada país. As bases dos três países analisados por Rohde (2016) provêm de versões nacionais do Cross-National Equivalent File (CNEF), elaboradas para manter homogeneidade de conceitos e variáveis, mas também algumas idiosincrasias locais.

Um aspecto potencialmente relevante para o estudo da desigualdade é a previsão, na metodologia daquelas pesquisas, de critérios heterogêneos de *top coding* – ou seja, truncamento das rendas acima de diferentes valores em cada país. No entanto, Rohde (2016) argumenta que essa restrição costuma ser inócua na maioria das edições analisadas, com raras observações nos tetos pré-definidos e frequentes ondas sem nenhuma renda truncada. As notas metodológicas da Pnad não mencionam truncamento de rendas, para as quais o questionário mostra campos a serem preenchidos com um inteiro

9. Há diversas outras escalas de equivalência usadas na literatura, sempre com vistas a descontar possíveis economias de escala ignoradas quando se calcula a renda domiciliar *per capita*. A hipótese é que o custo de prover o mesmo nível de bem-estar a um morador adicional seja menor que o dos anteriores. A escala adotada neste capítulo foi escolhida para garantir comparabilidade aos dados internacionais disponíveis.

de até doze dígitos.<sup>10</sup> Embora os tetos do CNEF nos outros países – convertidos em reais mensais – não sejam tão altos quanto esse limite computável na Pnad, são mais altos do que qualquer renda de fato registrada nessa pesquisa. Na hipótese do artigo de Rohde (2016), tomado como base, esse aspecto não impede a comparação.

Outra diferença está nos períodos de referência. Enquanto a Pnad registra as rendas obtidas em um mês de referência, a CNEF permite ao entrevistado definir a frequência em que costuma ser remunerado e, então, informar a renda obtida no seu próprio período de referência. Depois, na base de dados, as rendas são apresentadas em termos anuais. Isso evita a ocorrência de rendas nulas, sequer consideradas neste texto ou na programação de Stata que o acompanha. No caso da Pnad, como foi mencionado, serão apresentadas séries que ajudam a dimensionar os potenciais problemas resultantes da exclusão de rendas nulas e indisponíveis.

A terceira diferença entre os indicadores utilizados é que os dados estrangeiros se referem à renda disponível – ou seja, após o desconto de impostos e outros tributos. As notas metodológicas da Pnad fazem referência a um conceito de renda bruta como base teórica ao rendimento do trabalho de empregados e trabalhadores domésticos investigados, mas o questionário, por si só, não deixa isso explícito para o entrevistado. É razoável esperar que, entre esses grupos, a maioria das respostas sobre o “rendimento mensal que [você/ele/ela] ganhava normalmente” tenda a excluir os tributos descontados em folha.<sup>11</sup>

### 3.2 Principais resultados com a série da Pnad

As trajetórias de índices de desigualdade de variáveis de renda calculáveis com a Pnad anual têm sido acompanhadas e analisadas em muitas publicações. Com base nos domicílios com informação de rendas totais positivas nos microdados da Pnad de todo o Brasil – exceto da área rural da região Norte –, esta subseção apresenta séries, no período 1981-2015, da J-divergência da RDPC e da RDEq, além de decomposições desse índice de desigualdade por estrato de renda.

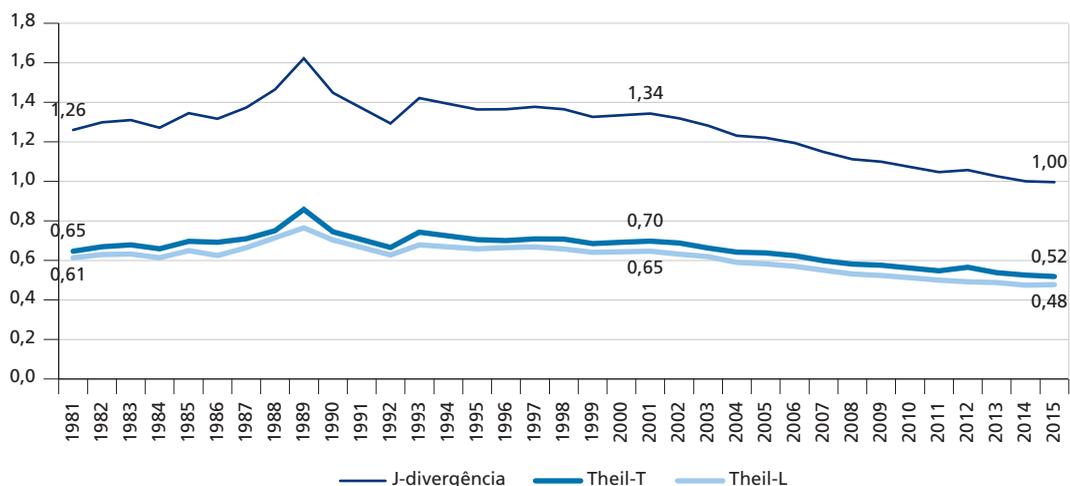
---

10. Isso permitiria registrar rendas mensais de quase R\$ 1 trilhão, mais que o dobro do produto interno bruto (PIB) mensal do país. A mais alta renda individual de todas as fontes registrada na Pnad foi de R\$ 351,6 mil, em 2012.

11. Segundo o IBGE (2016, p. 24), “entende-se por remuneração bruta o pagamento sem excluir o salário família e os descontos correspondentes aos pagamentos de instituto de previdência, imposto de renda, faltas etc., e não incluindo o 13º salário (14º, 15º etc.) e a participação nos lucros paga pelo empreendimento aos empregados.”

O gráfico 2 mostra a evolução da J-divergência e dos índices  $T$  e  $L$  de Theil da RDPC. Como  $J = T + L$ , a linha de cima representa a soma dos valores das duas outras linhas. Neste e em outros gráficos a seguir, os valores referentes aos anos não rotulados no eixo horizontal são interpolações lineares, porque nessas ocasiões a pesquisa não foi coletada.

GRÁFICO 2  
Índices de desigualdade da RDPC – Brasil (1981-2015)



Fonte: Pnad/IBGE.

Os dois índices de Theil descrevem trajetórias parecidas, e, por definição, todas as variações percentuais da J-divergência são intermediárias às de  $T$  e  $L$ . No período 1981-2001, as três linhas oscilaram fortemente em anos específicos, mas o século XXI começou com os índices em níveis superiores aos de vinte anos antes. A partir de 2001, os três índices diminuem quase continuamente. A estimativa pontual do Theil-L aumenta apenas na terceira casa decimal em 2015, enquanto as do Theil-T e da J-divergência sobem em 2012, mas voltam a cair e chegam a seus menores níveis em 2015.

Essas trajetórias são consistentes com as estimativas de vários outros trabalhos. O índice de Gini dos rendimentos do trabalho das pessoas economicamente ativas já seguia trajetória de queda desde 1998, desacelerada a partir de 2011 e revertida em 2015 (Hoffmann, 2016), mas o Gini da RDPC – o indicador de desigualdade mais destacado nas análises brasileiras – também só começa a diminuir persistentemente a partir da variação observada entre 2001 e 2002.

Há muitos trabalhos sobre as causas da queda da desigualdade de RDPC observada na Pnad a partir de 2001, decompondo a dinâmica de diferentes índices de desigualdade pelas fontes de renda investigadas na pesquisa. Ipea (2013) destaca a importância dos rendimentos do trabalho, a principal fonte das rendas observadas na pesquisa e responsável por 55% da redução do índice de Gini de 2002 a 2012, seguida por rendas de previdência (21%), do Bolsa Família e seus antecessores (12%), do BPC (6%) e de outras (6%). Também ressalta a redução das desigualdades entre grupos da população, com crescimento mais intenso das rendas de pessoas com menor escolaridade, domicílios chefiados por mulheres, pessoas declaradas pretas ou pardas, bem como de moradores da região Nordeste, de áreas definidas como rurais e de municípios pequenos.

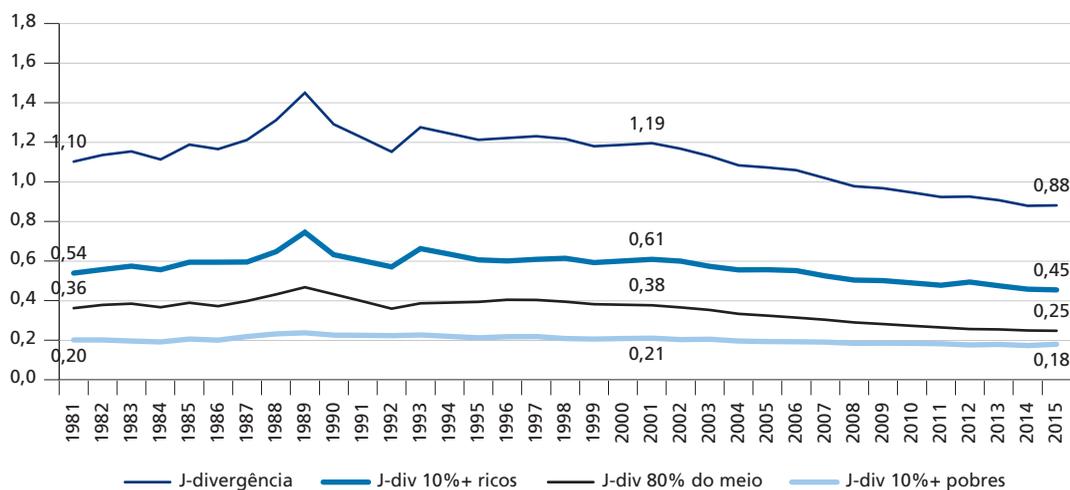
Diversas análises sublinham a contribuição da educação para a queda da desigualdade de renda na Pnad, por terem caído a desigualdade entre níveis de escolaridade na população e o prêmio salarial por anos adicionais de estudo (Ipea, 2006). Outras enfatizam o papel dos aumentos reais de salário mínimo e de benefícios previdenciários e assistenciais a este vinculados (Brito, Machado e Kerstenetzky, 2013). A queda do prêmio aos trabalhadores mais experientes, por sua vez, é a principal causa apontada por Ferreira, Firpo e Messina (2017).

A J-divergência permite um tipo complementar de análise do nível e da trajetória da desigualdade, em que se decompõe o valor total do índice pelas contribuições de cada faixa de renda, dos mais pobres até os mais ricos. Já é usual decompor outros índices segundo as desigualdades *em* cada faixa de renda, as quais – somadas à desigualdade *entre* as faixas de renda – resultam na desigualdade total. A J-divergência permite não apenas esse tipo de decomposição, mas também o apresentado a seguir, em que se quantifica a contribuição de cada indivíduo ou grupo e a simples soma dessas contribuições já é igual à desigualdade total segundo o índice, sem restar nenhuma outra parcela.

Para garantir comparabilidade aos resultados disponíveis para outros países, aqui se decompõe dessa forma a J-divergência da *renda mensal domiciliar equivalente*, igual ao total das rendas de todas as fontes dos moradores de um domicílio dividido pela raiz quadrada do número de moradores do mesmo domicílio. Ao suavizar o denominador dos domicílios com mais de uma pessoa, a RDEq é sempre maior ou igual à RDPC. Como o tamanho dos domicílios é negativamente correlacionado à renda, a desigualdade da RDEq tende a ser menor que a da RDPC.

O gráfico 3 mostra a evolução da J-divergência total e sua decomposição entre as contribuições dos 10% mais ricos, dos 10% mais pobres e dos 80% do meio na distribuição da renda mensal domiciliar equivalente, segundo a Pnad. A linha de cima descreve a soma das outras três. Comparando-se as linhas superiores dos gráficos 2 e 3, confirma-se que a desigualdade da RDEq é menor que a da RDPC. As variações no tempo, porém, costumam ser parecidas. De 2001 a 2015, a J-divergência da RDPC caiu 25,9% e a da RDEq, 26,2%. De 2014 a 2015, no entanto, a primeira diminuiu 0,4% e a segunda aumentou 0,3%. As outras linhas do gráfico 3 ajudam a entender.

GRÁFICO 3  
J-divergência da RDEq e contribuições de três estratos de renda – Brasil (1981-2015)



Fonte: Pnad/IBGE.

Chama atenção que a linha referente aos 10% mais ricos corre em nível bem superior ao das duas outras faixas de renda e registra inflexões nos mesmos anos em que a J-divergência total. Todas as linhas declinam entre 2001 e 2015, o que significa que os três estratos contribuíram para reduzir a desigualdade, com as rendas de seus membros tornando-se menos “divergentes” da média. A maior queda absoluta é a do grupo mais rico (-0,15), que mantém o nível mais alto de contribuição à desigualdade total. Contudo, a queda relativa mais acentuada dá-se entre os 80% do meio (-34%). O grupo mais pobre contribui menos para o nível da desigualdade total e, também, para a redução observada entre 2001 e 2015, tanto em termos absolutos (-0,03) como em termos relativos (-15%). As contribuições dos 10% mais ricos e dos 80% do meio para a desigualdade atingem seus menores níveis em 2015. Já os 10% mais pobres tiveram sua menor contribuição para a desigualdade em 2014, e a elevaram no ano seguinte.

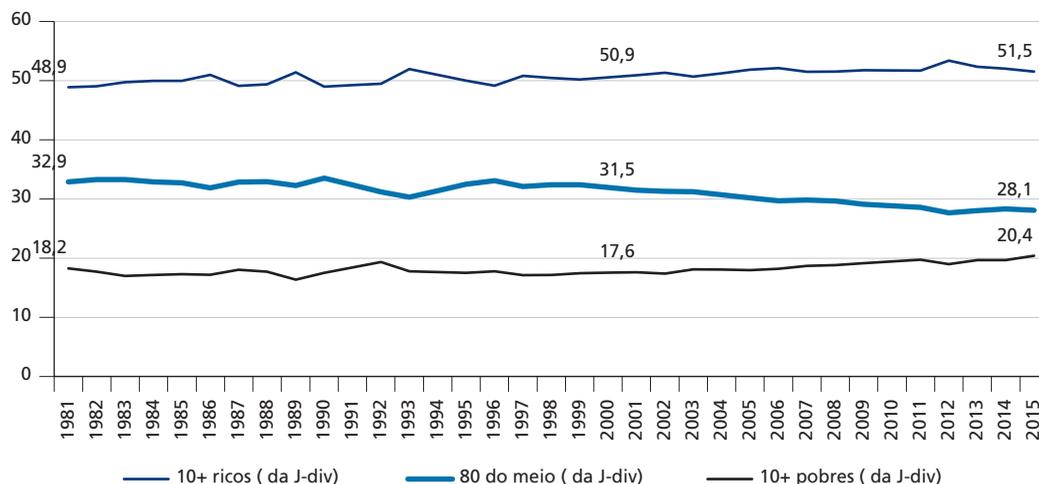
Entre a Pnad de 2014 e a de 2015, a renda média teve queda, mas as rendas dos mais pobres e dos mais ricos na pesquisa caíram mais do que a média, enquanto as rendas do grupo do meio caíram menos do que a média. Assim, a contribuição à desigualdade dos mais pobres aumentou e a dos mais ricos diminuiu. Contudo, quando se analisa a RDEq, a contribuição dos 10% mais pobres à J-divergência elevou-se mais e a dos 10% mais ricos reduziu-se bem menos do que quando se analisa a RDPC. Por isso, de 2014 a 2015, a estimativa da J-divergência registra leve redução no gráfico 2, mas leve alta no gráfico 3.

Ao dividirem-se os valores das três linhas inferiores pelos valores da linha superior do gráfico 3, obtêm-se as participações dos 10% mais ricos, dos 80% do meio e dos 10% mais pobres na desigualdade total em cada ano. Essas séries são apresentadas em percentuais no gráfico 4. O primeiro fato a ser destacado neste é que os 10% mais ricos respondem por mais de 50% da desigualdade total na maioria das edições da Pnad analisadas e em todos os anos desde 1998. No fim da série, a participação dos 10% mais ricos na J-divergência é de 51,5%. Esse nível supera os encontrados por Rohde (2016) nos três países que analisou: Grã-Bretanha (41%), Alemanha (44%) e Estados Unidos (45%).

Além de o Brasil registrar maiores níveis de desigualdade e maior participação dos mais ricos na renda total que esses três outros países, o que já é bastante conhecido, constata-se que o país também tem fração maior de sua desigualdade total determinada pelas fatias da renda total auferidas pelos mais ricos. Movimentos distributivos entre os 90% mais pobres afetam menos da metade da desigualdade total, segundo a J-divergência. Por sua vez, mais da metade da desigualdade total é afetada por redistribuições entre os 10% mais ricos.

Como explicado na seção 2, a sensibilidade da J-divergência às rendas mais altas é maior que a de outros índices, mas é menor que a do Theil-T. Nesse último índice, portanto, a desigualdade entre os mais ricos tende a ser ainda mais preponderante.

GRÁFICO 4  
Participações de três estratos de renda na J-divergência da RDEq – Brasil (1981-2015)  
(Em %)

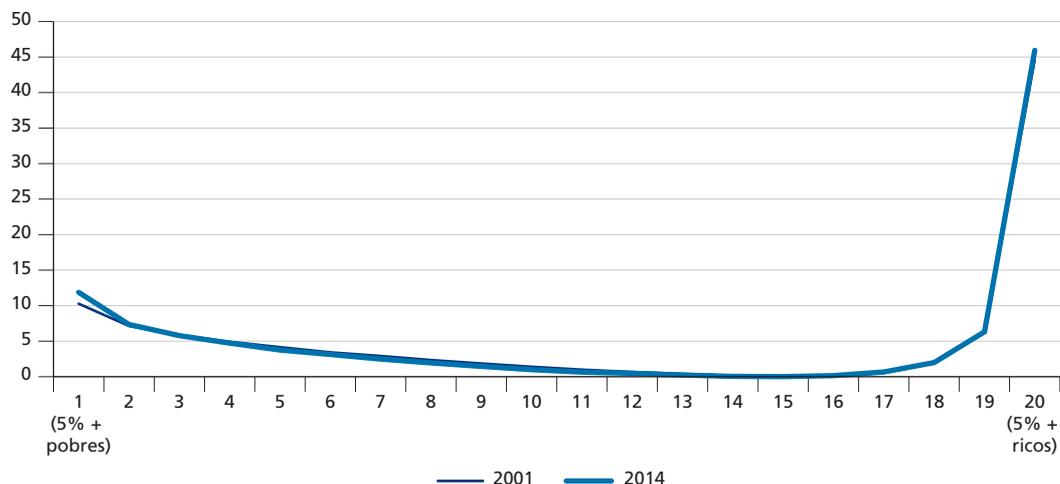


Fonte: Pnad/IBGE.

Outro fato relevante, que se torna mais nítido no gráfico 4, é que – no período 2001-2015, em que a desigualdade na Pnad diminuiu – os 80% do meio reduzem sua participação na desigualdade (-3,4 pontos percentuais – p.p. –, de 31,5% para 28,1%), o que é compensado por aumentos nas participações do grupo mais pobre (+2,8 p.p., de 17,6% para 20,4%) e do grupo mais rico (+0,6 p.p., de 50,9% para 51,5%).

Ainda que se exclua 2015 da análise, permanece a conclusão de que o grupo do meio deu a maior contribuição relativa para a queda da desigualdade entre 2001 e 2014, enquanto os dois grupos extremos, ao contribuírem menos, aumentaram suas participações na desigualdade total. O gráfico 5 compara as participações na J-divergência total de cada vigésimo da distribuição da RDPC – dos 5% mais pobres até os 5% mais ricos –, em 2001 e 2014.

GRÁFICO 5  
Participação na J-divergência da RDPC por vigésimo da distribuição (2001 e 2014)  
(Em %)



Fonte: Pnad/IBGE.

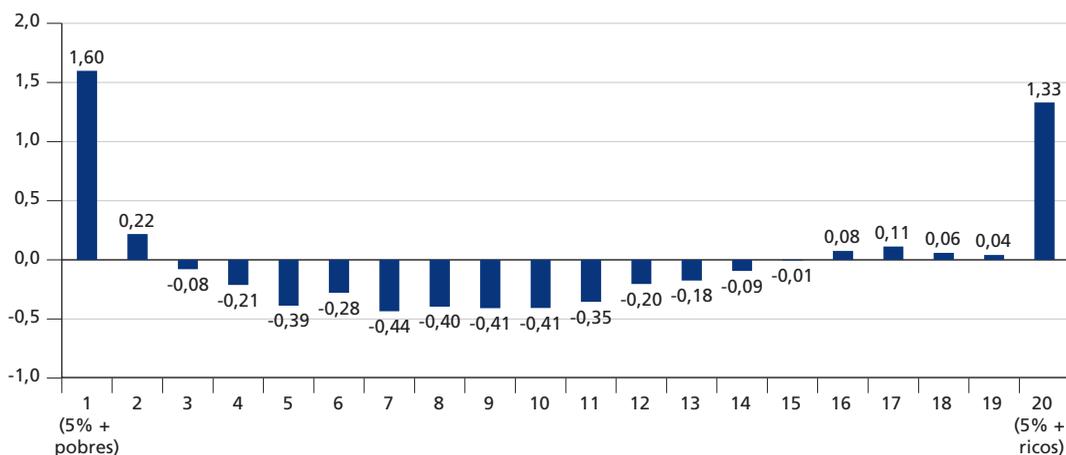
O 15º vigésimo é o que inclui a média em ambos os anos,<sup>12</sup> o que limita grandes níveis e variações da “divergência local” em relação à média. Em contraste, há forte concentração das “divergências” no vigésimo mais rico da população. Como foi dito anteriormente, o décimo mais rico responde por mais de 50% da desigualdade total, mas a maior parte dessa sua participação está concentrada na metade mais rica do grupo, que corresponde sozinha a mais de 45% da J-divergência total. A distinção entre as duas linhas é tênue na maioria dos pontos, mas chama atenção o aumento da participação dos 5% mais pobres na desigualdade total entre 2001 e 2014.

O gráfico 6 resalta as variações, em pontos percentuais, das participações de cada vigésimo da distribuição entre 2001 e 2014 – ou seja, as diferenças entre as duas linhas do gráfico anterior, mas em escala ampliada. Variações no 15º vigésimo são limitadas por construção, já que este inclui a média nos dois anos comparados. O que ocorre nos demais vigésimos, por sua vez, deve ter correspondência com fatores importantes para o crescimento das rendas em cada grupo. Por isso, a evidência de que os grupos extremos contribuíram relativamente menos que o do meio para reduzir a desigualdade na Pnad desde 2001 levanta questões importantes sobre as relações entre as políticas

12. O 15º vigésimo, que abrange os quantis entre 0,7 e 0,75, inclui a média em quase todas as edições da Pnad desde 1981. A única exceção é 1989, pico das séries de desigualdade, quando a média superou 75,2% dos valores positivos da renda mensal domiciliar *per capita* (RDPC). De 2001 a 2014, a média aproximou-se da mediana, mas passando do quantil 0,743 ao 0,718.

públicas e as dinâmicas de mercado experimentadas no Brasil, bem como seus efeitos sobre índices de desigualdade.

GRÁFICO 6  
Variação da participação na J-divergência da RDPC por vigésimo da distribuição em pontos percentuais (2001-2014)



Fonte: Pnad//BGE.

É possível que a formalização do trabalho e os aumentos do salário mínimo tenham sido importantes para reduzir a participação do grupo do meio na J-divergência. Entretanto, como os mais pobres podem ter contribuído menos para a queda desse índice de desigualdade do que o grupo do meio se sua renda cresceu mais?

Segundo a fórmula da J-divergência, a contribuição de uma pessoa ao índice é proporcional ao produto de duas distâncias entre sua renda ( $x_i$ ) e a renda média da população ( $\mu$ ): a distância linear em razão da média  $\left| \frac{x_i - \mu}{\mu} \right|$  e a distância em logaritmo natural  $|\ln(x_i) - \ln(\mu)|$ . No caso desta última distância, quando duas rendas permanecem abaixo da média tendo experimentado a mesma taxa de crescimento, seus movimentos de aproximação à média são idênticos. Já no caso da distância linear em razão da média, o nível de partida importa. Os 5% mais pobres podem ter experimentado o mesmo crescimento de 6% ao ano que o 4º vigésimo entre 2001 e 2014, mas é claro que o aumento absoluto na renda dos mais pobres – expresso em pontos percentuais da média – foi mais modesto.<sup>13</sup> Isso explica por que a participação dos 5% mais pobres na J-divergência aumenta enquanto a do quarto vigésimo cai.

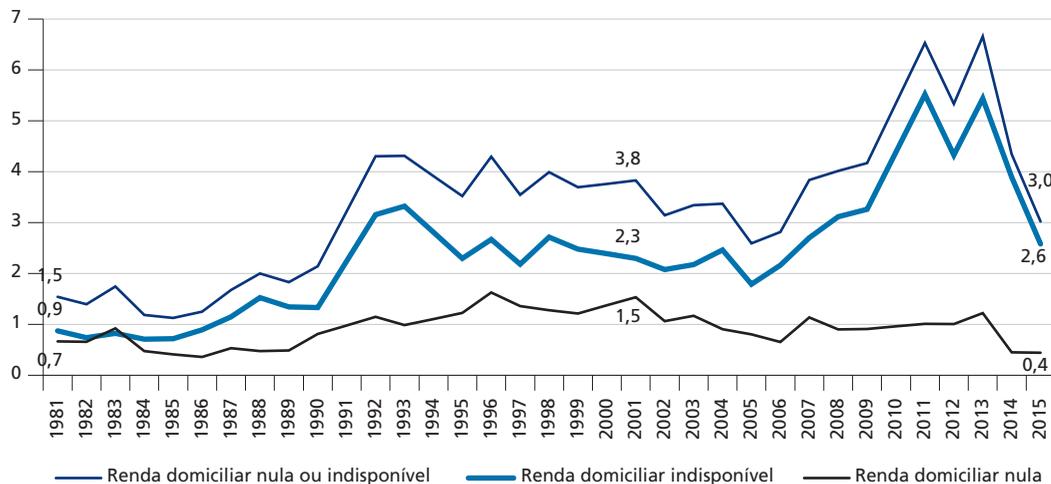
13. Dito de outra forma, o aumento da fração dos mais pobres na renda total foi menor, em pontos percentuais da renda total, já que a mesma taxa de crescimento incidiu sobre uma fração menor.

## 4 ANÁLISE DE ROBUSTEZ PARA RENDAS NULAS

Como as estimativas apresentadas até aqui simplesmente descartam domicílios com renda reportada como nula ou indisponível na Pnad, o gráfico 7 mostra como a proporção de pessoas nessas situações varia no tempo. A linha superior desse gráfico registra que em 1981 essa proporção era de apenas 1,5%; no entanto, esta cresce, chegando a 6,7% em 2013. Note-se que, para uma análise baseada exclusivamente na J-divergência, o problema da renda nula é mais incômodo, visto que há outros índices cujo cômputo permite a incorporação de domicílios com renda nula. Já o problema da indisponibilidade de valores de renda para alguns domicílios afeta todo e qualquer índice de desigualdade.

As demais linhas do gráfico mostram que a indisponibilidade de valores para a renda é problema mais frequente que a renda nula e responsável pelo crescimento mencionado. No período analisado, a proporção de rendas indisponíveis aumentou, mas a de rendas nulas diminuiu, tornando-se inferior a 0,5% em 2015.

GRÁFICO 7  
Proporções da população com renda mensal domiciliar nula e indisponível (1981-2015)  
(Em %)



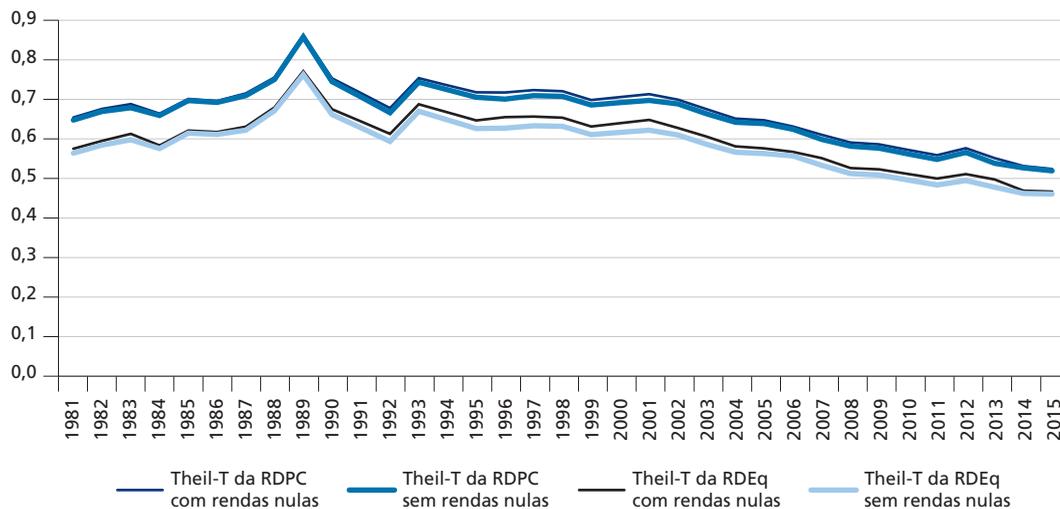
Fonte: Pnad/IBGE.

Apesar de termos percentual relativamente pequeno de domicílios com renda nula, é possível que nossas análises da seção anterior tenham tido influência considerável da exclusão desses domicílios, haja vista a alta sensibilidade da J-divergência a valores de renda baixos. O objetivo desta seção é apresentar resultados que permitam – de forma indireta – apontar indícios dessa influência da retirada de domicílios com renda

nula no cômputo da contribuição da renda dos mais ricos na desigualdade. Explora-se o fato de que o Theil-T pode ser computado incorporando domicílios com renda nula, conforme já mencionado.<sup>14</sup>

O gráfico 8 mostra como as trajetórias do Theil-T da renda mensal domiciliar *per capita* e da renda mensal domiciliar equivalente são afetadas pela inclusão ou não das rendas nulas da Pnad, o que ajuda a dimensionar quanta desigualdade ou variação desta deixou de ser considerada nas análises da última seção, pela necessidade de excluir o conjunto de domicílios com renda reportada como nula. Pode-se observar que a incorporação dos domicílios com renda nula no cômputo do Theil-T faz pouca diferença. Em 2001, ano com frequência relativamente alta de domicílios com renda nula na Pnad, a inclusão desses domicílios no cômputo do Theil-T da RDPC aumentou seu valor em 2,27% e o Theil-T da RDEq, em 4,21%. Com a menor proporção de rendas nulas na Pnad de 2015, esses percentuais caem, respectivamente, para 0,87% e 1,41%.

GRÁFICO 8  
Evolução do índice de Theil-T com e sem domicílios com renda mensal domiciliar nula (1981-2015)



Fonte: Pnad/IBGE.

14. Rendas muito baixas exercem maior influência sobre a J-divergência – e o Theil-L – do que sobre o Theil-T, mas as situações em que a renda domiciliar é reportada como nula no mês de referência nem sempre se assemelham às de renda muito baixa. Embora a J-divergência e o Theil-L não possam ser definidos na presença de rendas nulas, este exercício explora a viabilidade de observar ao menos como varia o Theil-T – que, somado ao Theil-L, resulta na J-divergência – quando considera as situações de renda nula, a parte de seu domínio que não é compartilhada pelos dois outros índices de desigualdade.

## 5 CONCLUSÕES

O uso da J-divergência como indicador de desigualdade, ainda pouco difundido na literatura socioeconômica, permite explorar questões até agora não muito estudadas, mas relevantes para a compreensão do fenômeno. Os resultados para o Brasil apresentados neste trabalho mostram que, além de a renda nacional ser muito concentrada nos estratos mais ricos, o que já era sabido, a participação desses grupos é muito preponderante em ao menos um índice sintético de desigualdade. A concentração de mais da metade da J-divergência no décimo mais rico da população em todas as variáveis analisadas adiciona novo aspecto à já conhecida excepcionalidade da desigualdade brasileira. Afinal, desde 1981, a participação desse grupo na J-divergência total supera as encontradas nos três países para os quais Rohde (2016) calculou séries análogas (Estados Unidos, Alemanha e Grã-Bretanha).

Além disso, os resultados evidenciam que, ao menos no Brasil, esse indicador sintético de desigualdade – assim como é provável ocorrer a outros, em diferentes graus – é majoritariamente determinado pelo que ocorre às participações na renda total das pessoas mais ricas, sendo muito menos afetado pelas frações da renda total auferidas pelos mais pobres.

Essa preponderância dos mais ricos sobre o nível e a trajetória da J-divergência pode ajudar a compreender melhor a controvérsia sobre o que, afinal, aconteceu com a desigualdade de renda no Brasil desde o início deste século. Pesquisas domiciliares mostram uma queda considerável, sobretudo a Pnad anual, cujos dados sempre foram os mais usados para acompanhar o fenômeno. No entanto, as séries de Medeiros, Souza e Castro (2015a) e Souza (2016) apontam estabilidade do índice de Gini quando as rendas dos 10% mais ricos encontradas na Pnad são substituídas por estimativas a partir de tabulações anuais do Imposto de Renda – Pessoa Física (IRPF).

Este trabalho não permite responder definitivamente se o “verdadeiro” índice de Gini das rendas caiu ou não no Brasil, mas pode ajudar a qualificar melhor a discrepância entre as histórias contadas pela Pnad e pelo IRPF e as conclusões tiradas a partir destas. Se a desigualdade considerada mais relevante for aquela que define a meta 10.1 da agenda da Organização das Nações Unidas (ONU) para 2030, por exemplo, para concluir que esta caiu desde 2001, basta aceitar como crível o crescimento dos 40%

mais pobres indicado pela Pnad e observar que este supera o da renda média na própria pesquisa ou nas contas nacionais. Se a aversão à concentração entre os mais ricos for maior, por sua vez, talvez outro indicador seja até mais apropriado para monitorar nosso mal-estar social. Enfim, os dados disponíveis indicam que certas desigualdades diminuíram enquanto outras aumentaram, diferentes fontes apontam sinais contraditórios, e não é óbvio qual destas tende a errar menos quando aponta o crescimento das rendas.

Espera-se que a estimação da J-divergência e de sua decomposição com dados brasileiros possa contribuir para o entendimento das relações entre os diferentes estratos da distribuição de renda e os índices de desigualdade. Conhecer melhor essas relações pode ser um passo útil na definição de novas metas e ações, com o objetivo de reduzir as desigualdades sociais.

## REFERÊNCIAS

- BORRELL, L. N.; TALIH, M. A symmetrized Theil index measure of health disparities: an example using dental caries in U.S. children and adolescents. **Statistics in Medicine**, v. 30, n. 3, p. 277-290, 2011.
- BRITO, A. S.; MACHADO, D. C.; KERSTENETZKY, C. L. **A contribuição do salário mínimo para a redução recente da desigualdade na distribuição de renda no Brasil**: uma aplicação do método *RIF regression*. Niterói: Cede/UFF, set. 2013. (Texto para Discussão, n. 87).
- CERIANI, L.; VERME, P. Individual diversity and the Gini decomposition. **Social Indicators Research**, v. 121, n. 3, p. 637-646, 2015.
- FERREIRA, F. H. G.; FIRPO, S. P.; MESSINA, J. **Ageing poorly?** Accounting for the decline in earnings inequality in Brazil, 1995-2012. Inter-American Development Bank, mar. 2017. (IDB Working Paper Series, n. 792).
- FOSTER, J. E. An axiomatic characterization of the Theil measure of income inequality. **Journal of Economic Theory**, v. 31, n. 1, p. 105-121, 1983.
- HECKSHER, M. D. **Preponderância dos ricos na desigualdade de renda no Brasil (1981-2016)**: aplicação da J-divergência a dados domiciliares e tributários. 2017. Dissertação (Mestrado) – Escola Nacional de Ciências Estatísticas, Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, Rio de Janeiro, 2017. Disponível em: <goo.gl/UxrKYMcontent\_copy>.
- HOFFMANN, R. **A desigualdade relevante não caiu de 2014 a 2015**. Rio de Janeiro: Iepe/CdG, 2016. (Texto para Discussão Iepe/CdG, n. 37.)

IBGE – INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. **Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios: síntese de indicadores – 2015**. Rio de Janeiro: IBGE, 2016.

IPEA – INSTITUTO DE PESQUISA ECONÔMICA APLICADA. Sobre a recente queda da desigualdade de renda no Brasil. *In*: BARROS, R. P.; FOGUEL, M. N.; ULYSSEA, G. (Eds.). **Desigualdade de renda no Brasil: uma análise da queda recente**. Brasília: Ipea, 2006.

\_\_\_\_\_. **Dois décadas de desigualdade e pobreza no Brasil medidas pela Pnad/IBGE**. Brasília: Ipea, 2013. (Comunicados do Ipea, n. 159).

JEFFREYS, H. F. R. S. An invariant form for the prior probability in estimation problems. **Proceedings of the Royal Society of London**, v. 186, n. 1007, p. 453-461, 1946. (Series A: Mathematical and Physical Sciences).

KENDALL, M. G.; STUART, A. **The advanced theory of statistics**. 1st. Nova Iorque: Hafner Publishing, 1958. v. 1.

MEDEIROS, M.; SOUZA, P. H. G. F. A estabilidade da desigualdade no Brasil entre 2006 e 2012: resultados adicionais. **Pesquisa e Planejamento Econômico**, v. 46, n. 3, p. 7-31, 2016.

MEDEIROS, M.; SOUZA, P. H. G. F.; CASTRO, F. A. A estabilidade da desigualdade de renda no Brasil, 2006 a 2012: estimativa com dados do Imposto de Renda e pesquisas domiciliares. **Ciência & Saúde Coletiva**, v. 20, n. 4, p. 971-986, 2015.

NERI, M. **Evolução recente da miséria**. Rio de Janeiro: CPS/Ibre/FGV, 2004.

ROHDE, N. J-divergence measurements of economic inequality. **Journal of the Royal Statistical Society**, v. 179, n. 3, p. 847-870, 2016. (Series A: Statistics in Society).

SOARES, S. S. D. O ritmo na queda da desigualdade no Brasil é aceitável? **Revista de Economia Política**, v. 30, n. 3, p. 364-380, 2010.

SOUZA, P. H. G. F. **A desigualdade vista do topo: a concentração de renda entre os ricos no Brasil, 1926-2013**. 2016. Tese (Doutorado) – Universidade de Brasília, Brasília, 2016.

THEIL, H. **Economics and information theory**. Amsterdã: North-Holland, 1967.



## **Ipea – Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada**

### **Assessoria de Imprensa e Comunicação**

#### **EDITORIAL**

##### **Coordenação**

Cláudio Passos de Oliveira

##### **Supervisão**

Everson da Silva Moura

Leonardo Moreira Vallejo

##### **Revisão**

Ana Clara Escórcio Xavier

Camilla de Miranda Mariath Gomes

Clícia Silveira Rodrigues

Idalina Barbara de Castro

Olavo Mesquita de Carvalho

Regina Marta de Aguiar

Reginaldo da Silva Domingos

Alice Souza Lopes (estagiária)

Amanda Ramos Marques (estagiária)

Isabela Monteiro de Oliveira (estagiária)

Isabella Silva Queiroz da Cunha (estagiária)

Lauane Campos Souza (estagiária)

Lynda Luanne Almeida Duarte (estagiária)

Polyanne Alves do Santos (estagiária)

##### **Editores**

Aeromilson Trajano de Mesquita

Bernar José Vieira

Cristiano Ferreira de Araújo

Danilo Leite de Macedo Tavares

Herllyson da Silva Souza

Jeovah Herculano Szervinsk Junior

Leonardo Hideki Higa

##### **Capa**

Danielle de Oliveira Ayres

Flaviane Dias de Sant'ana

##### **Projeto Gráfico**

Renato Rodrigues Bueno

*The manuscripts in languages other than Portuguese  
published herein have not been proofread.*

##### **Livraria Ipea**

SBS – Quadra 1 – Bloco J – Ed. BNDES, Térreo

70076-900 – Brasília – DF

Tel.: (61) 2026-5336

Correio eletrônico: [livraria@ipea.gov.br](mailto:livraria@ipea.gov.br)







### **Missão do Ipea**

Aprimorar as políticas públicas essenciais ao desenvolvimento brasileiro por meio da produção e disseminação de conhecimentos e da assessoria ao Estado nas suas decisões estratégicas.

**ipea** Instituto de Pesquisa  
Econômica Aplicada

MINISTÉRIO DO  
PLANEJAMENTO,  
DESENVOLVIMENTO E GESTÃO

ISSN 1415-4765



9 771415 476001