

Schor, Adriana; Bonomo, Marco; Pereira, Pedro L. Valls

Working Paper

Arbitrage pricing theory (APT) e variáveis macroeconômicas

Texto para discussão, No. 391

Provided in Cooperation with:

Departamento de Economia, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro

Suggested Citation: Schor, Adriana; Bonomo, Marco; Pereira, Pedro L. Valls (1998) : Arbitrage pricing theory (APT) e variáveis macroeconômicas, Texto para discussão, No. 391, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-Rio), Departamento de Economia, Rio de Janeiro

This Version is available at:

<https://hdl.handle.net/10419/186635>

Standard-Nutzungsbedingungen:

Die Dokumente auf EconStor dürfen zu eigenen wissenschaftlichen Zwecken und zum Privatgebrauch gespeichert und kopiert werden.

Sie dürfen die Dokumente nicht für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, öffentlich zugänglich machen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Sofern die Verfasser die Dokumente unter Open-Content-Lizenzen (insbesondere CC-Lizenzen) zur Verfügung gestellt haben sollten, gelten abweichend von diesen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

Terms of use:

Documents in EconStor may be saved and copied for your personal and scholarly purposes.

You are not to copy documents for public or commercial purposes, to exhibit the documents publicly, to make them publicly available on the internet, or to distribute or otherwise use the documents in public.

If the documents have been made available under an Open Content Licence (especially Creative Commons Licences), you may exercise further usage rights as specified in the indicated licence.

DEPARTAMENTO DE ECONOMIA
PUC-RIO

TEXTO PARA DISCUSSÃO
Nº. 391

ARBITRAGE PRICING THEORY (APT) E VARIÁVEIS MACROECONÔMICAS
Um estudo empírico sobre o mercado acionário brasileiro¹

ADRIANA SCHOR²
MARCO ANTONIO BONOMO³
PEDRO L. VALLS PEREIRA⁴

DEZEMBRO 1998

¹ Os três autores agradecem ao CNPq pelo apoio parcial e os dois últimos ao PRONEX.

² Mestre em Economia pela PUC-RJ.

³ Departamento de Economia da PUC-RJ.

⁴ Departamento de Estatística da USP e Instituto de Economia da UNICAMP.

Resumo

Este trabalho utiliza retornos mensais de 10 portfólios de ações negociadas na Bovespa entre 1987 e 1997, a fim de testar a validade empírica do modelo APT. Foram criadas variáveis macroeconômicas como fatores de variância comum aos diversos portfólios. Além destes fatores serem estatisticamente significantes para explicar a relação entre os retornos dos diversos portfólios de uma maneira geral, foram encontradas evidências no sentido de validar o APT.

Abstract

This paper analyses monthly returns of 10 share portfolios negotiated at Bovespa between 1987 and 1997 in order to test the APT model. Macroeconomic factors were created as sources of common variance of these assets. The factors were statistically significant in explaining the relationship between the asset returns in general; besides, evidence was found in favor of the APT.

1. ARBITRAGE PRICING THEORY (APT)

1.1. Introdução

O CAPM (*Capital Asset Pricing Model*) foi durante muito tempo considerado o modelo ideal para a análise dos retornos dos diferentes ativos. Com apenas uma única equação foi capaz de responder inúmeras questões a respeito do comportamento do retorno dos ativos. Entretanto, o CAPM foi alvo de inúmeras críticas. A primeira delas vem de sua matriz teórica: a análise média-variância. Este tipo de análise requer restrições sobre a distribuição dos retornos ou sobre a função utilidade dos indivíduos que nem sempre são consistentes - a distribuição normal do retorno dos ativos não limitada inferiormente e a função utilidade quadrática apresentando aversão absoluta ao risco crescente são alguns exemplos. Uma segunda, a chamada crítica de Roll (Roll, 1977), ataca o CAPM pela sua incapacidade de ser testado empiricamente. A impossibilidade de se observar o portfólio de mercado e a crítica de que a real hipótese verificada nos testes propostos para o CAPM não é a hipótese de Sharpe, mas a hipótese de que o portfólio de mercado é eficiente, levaram à conclusão que nenhum teste já feito foi realmente um teste da teoria do CAPM.

O APT (*Arbitrage Pricing Model*) é um modelo teórico que se baseia na hipótese de não arbitragem e que se colocou como alternativa teórica e empírica ao CAPM. A partir de uma hipótese sobre a geração dos retornos dos ativos, a inexistência de arbitragem leva a uma relação linear entre os retornos dos ativos. Ross (1976) apresenta uma versão rigorosa do APT. Trata-se de um modelo de alguma forma semelhante ao CAPM, pois estabelece uma relação linear entre os retornos esperados dos ativos, mas com hipóteses alternativas que respondem a algumas das críticas que podem ser feitas ao modelo tradicional.

Do ponto de vista teórico, o modelo APT, diferentemente do CAPM, não necessita de hipóteses acerca da distribuição dos retornos dos ativos nem sobre a estrutura de preferências dos indivíduos. A relação estabelecida pelo CAPM é alcançada pela hipótese de que a economia está em equilíbrio. O APT, em contrapartida, vale também para situações de desequilíbrio, bastando este não ser tal que se tenha na economia oportunidades de arbitragem - embora "a existência de não arbitragem implique um certo comportamento dos retornos" dos ativos (Huberman, 1982).

O APT responde também a certas questões empíricas não resolvidas pelo CAPM. Ao descartar a idéia de portfólio de mercado, o APT deixa de lado a discussão sobre como identificá-lo e sobre como tratá-lo nos estudos empíricos. Também abre espaço para a discussão dos fatores macroeconômicos que afetam os retornos esperados dos ativos em conjunto, só captados pelo CAPM através do fator portfólio de mercado.

1.2. O modelo

Considere uma seqüência de economias com número crescente de ativos. Na n-ésima economia há n ativos com risco gerados por um modelo K-fatorial.

$$R_i = E(R_i) + b_{1i}F_1 + b_{2i}F_2 + \dots + b_{Ki}F_K + e_i \quad i = 1, 2, \dots, n$$

(1.1)

onde

$$E(F_j) = 0, \quad j = 1, 2, \dots, K$$

(1.2)

$$E(e_i) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

(1.3)

$$E(\varepsilon_i \varepsilon_j) = 0, \quad \text{se } i \neq j$$

(1.4)

$$\text{Var}(\varepsilon_i) = \sigma_{\varepsilon_i}^2 \leq \bar{\sigma}^2 < \infty, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

(1.5)

Em notação matricial:

$$R = E(R) + BF + \varepsilon$$

(1.6)

Seja w um portfólio de arbitragem, isto é, w é um vetor de comprometimentos em unidade monetária em cada ativo tal que $w'i = 0$, onde i é um vetor de uns, ou seja, cujo custo de aquisição seja nulo.

Por 1.6, o retorno deste portfólio é dado por:

$$R(\omega) = \omega.R = \omega E(R) + \omega BF + \omega \varepsilon$$

(1.7)

Dizemos que há oportunidade de arbitragem assintótica se existir uma subsequência n' de portfólios de arbitragem cujo retorno $R(\omega(n'))$ satisfazem:

$$\lim_{n' \rightarrow \infty} E(R(\omega(n'))) = +\infty, \quad \lim_{n' \rightarrow \infty} \text{Var}(R(\omega(n'))) = 0$$

(1.8)

O APT mostra que na ausência de arbitragem assintótica há relação aproximadamente linear entre o retorno dos ativos expressa por

$$E(R_i) \cong \lambda_0 + \lambda_1 B_{i1} + \dots + \lambda_K B_{iK}$$

(1.9)

Teorema 1.1: Suponha que os retornos dos investimentos com risco satisfaçam o processo gerador definido em 1.1 e não existam oportunidades de arbitragem. Então, para $n = 1, 2, \dots$, existe $\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_K$ e A tal que

$$\sum_{i=1}^n \left[E(R_i) - \lambda_0 - \sum_{j=1}^K \beta_{ij} \lambda_j \right]^2 \leq A$$

(1.10)

Demonstração: Ao fazermos a projeção ortogonal de $E(R)$ no espaço linear gerado por i e pelas colunas de B , obtemos a seguinte representação:

$$E(R) = I_0 i + BF + c$$

(1.11)

onde $\lambda \in \mathfrak{R}^K$

(1.12)

$i c = 0$

(1.13)

$$Bc = 0 \quad (1.14)$$

pelas propriedades da projeção ortogonal.

Assuma que o resultado do teorema seja falso. Desta forma, existe uma subsequência crescente tal que

$$\lim_{n' \rightarrow \infty} \|c(n')\| = +\infty \quad (1.15)$$

Suponha p fixo $\in]-1, -1/2[$ e considere o portfólio $\omega(n') = \alpha c(n')$ onde

$$\alpha = \|c(n')\|^{2p} \quad (1.16)$$

$\omega(n') = \alpha c(n')$ é um portfólio de arbitragem pois

$$\alpha c(n')_i = \omega(n')_i = 0 \quad (1.17)$$

e cujo retorno e variância são descritos por

$$\begin{aligned} R(\omega) &= R(\alpha c) = \alpha cR \\ \alpha cR &= \alpha cE(R) + \alpha cB\lambda + \alpha c\varepsilon \quad \text{por 1.6} \\ &= \alpha c[\lambda_0 i + B\lambda + c] + \alpha c\varepsilon \quad \text{por 1.11} \end{aligned}$$

$$R(\omega) = \alpha \|c\|^2 + \alpha c\varepsilon \quad \text{por 1.12-1.14} \quad (1.18)$$

$$E(R(\omega)) = \alpha \|c\|^2 = \|c\|^{2+2p} \quad \text{por 1.16} \quad (1.19)$$

Então, usando 1.15 em 1.19 temos:

$$\lim_{n' \rightarrow \infty} E(R(\omega(n'))) = +\infty \quad (1.20)$$

Mas,

$$\begin{aligned} \text{Var}(R(\omega)) &\leq \bar{\sigma}^2 \alpha^2 \|c\|^2 \quad \text{por 1.5 e 1.18} \\ \text{Var}(R(\omega)) &\leq \bar{\sigma}^2 \|c\|^{2+4p} \quad \text{por 1.16} \end{aligned} \quad (1.21)$$

e por 1.15 e pelo fato de $p \in]-1, -1/2[$,

$$\lim_{n' \rightarrow \infty} \text{Var}[R(\omega(n'))] = 0 \quad (1.22)$$

ou seja, há oportunidade de arbitragem, que é uma contradição.

Agora suponha que haja nesta economia um ativo sem risco, isto é, existe um ativo adicional nesta n -ésima economia cujo retorno satisfaz $R_0 = R_f$. Seja $y_i = R_i - R_f$, $i = 1, 2, \dots, n$, o excesso de retorno do ativo com risco sobre a taxa de juros sem risco.

Qualquer portfólio de arbitragem $(\omega_0, \omega_1, \dots, \omega_N) \in \mathfrak{R}^{N+1}$ de R_0, R_1, \dots, R_N (que satisfaça $\omega_i = 0$) é equivalente a um vetor $(c_1, \dots, c_N) \in \mathfrak{R}^N$ indicando a alocação de riqueza entre os ativos com risco. Desta forma podemos reconstruir a demonstração do Teorema apresentado acima com o vetor de retornos y . A decomposição 1.9 seria então substituída, em forma matricial, por:

$$E(\mathbf{R}) - R_f \mathbf{i} = \mathbf{B}\boldsymbol{\lambda} + c. \quad (1.23)$$

Assim, chegamos ao APT originado por Ross que pode ser então descrito por um modelo fatorial linear:

$$\mathbf{R} = E(\mathbf{R}) + \mathbf{B}\mathbf{F} + \boldsymbol{\varepsilon} \text{ onde } E(\mathbf{F}) = E(\boldsymbol{\varepsilon}) = \mathbf{0} \quad (1.24)$$

com a restrição

$$E(\mathbf{R}) = R_f \mathbf{i} + \mathbf{B}\boldsymbol{\lambda} \quad (1.25)$$

Temos então a relação linear desejada não fosse por uma discrepância que só é grande para um pequeno número ativos. Podemos dizer então que uma relação linear entre os retornos esperados dos ativos vale aproximadamente para a maioria dos ativos.

A relação linear entre os retornos dos ativos obtida pelo APT é bastante similar a do CAPM. Ambos os modelos estabelecem a relação entre risco e retorno de um ativo e os demais ativos onde o preço do risco relevante é determinado não pelo risco do próprio ativo, mas através da sua relação com os demais ativos transacionados na economia. O CAPM relaciona o ativo com o portfólio de mercado, o APT o relaciona com os fatores comuns a todos os ativos estudados. Pode-se então estabelecer uma relação entre o CAPM e o APT (Wei, 1988), como se o portfólio de mercado sintetizasse os fatores comuns, embora a derivação teórica dos dois modelos partam de hipóteses bastantes distintas.

2. ESTUDOS EMPÍRICOS

Os estudos empíricos realizados com base na teoria do APT proposta por Ross podem ser classificados em dois tipos básicos: aqueles que utilizam fatores não-observáveis e aqueles que utilizam fatores observáveis. Como a teoria não determina quantos nem quais os fatores relevantes do processo gerador dos retornos, fica a critério do pesquisador a determinação da forma de análise⁵. Também não são discutidos no corpo teórico do modelo a ser testado os sinais esperados de cada um dos coeficientes de sensibilidade, nem dos prêmios de risco dos diversos fatores.

O primeiro estudo realizado (Roll e Ross, 1980) utilizou a análise fatorial a fim de determinar simultaneamente o número de fatores, as realizações dos fatores ao longo do tempo e os coeficientes de sensibilidade (β_{ij}) de cada um dos ativos em relação aos fatores encontrados. Uma vez determinados os fatores a serem utilizados e os coeficientes de sensibilidade, são feitas análises em *cross-section* a fim de determinar os prêmios de risco associados a cada fator.

O procedimento padrão é admitir uma estrutura fatorial estrita para os retornos dos ativos. Ou seja, os fatores encontrados explicam toda a covariância comum entre os retornos. A matriz de covariâncias dos resíduos é então diagonal - é composta apenas da variância idiosincrática de cada ativo. A análise fatorial se encaixa perfeitamente na estrutura do APT proposta por Ross (1976). Apesar de não ser necessária a hipótese de modelo fatorial estrito

⁵O teste do APT é um teste conjunto de (i) a restrição imposta ao modelo fatorial, (ii) as hipóteses adicionais requeridas para que a restrição de desigualdade se torne igualdade, (iii) o próprio modelo fatorial linear e (iv) o método utilizado para testá-lo.

para a que as restrições impostas pelo APT sejam válidas, Ross parte desta estrutura em sua demonstração.

As principais críticas feitas a esta abordagem estatística são a indeterminação do número de fatores e os problemas de identificação subjacentes. Alguns estudos empíricos feitos para a economia norte-americana - por exemplo Dhrymes, Friend e Gultekin (1984) - apresentam evidências de que o número de fatores encontrados varia positivamente de acordo com o número de ativos.

Depois de obtidos os fatores e a matriz dos coeficientes de sensibilidade, é testada a restrição que o APT impõe sobre o modelo fatorial linear. A análise em *cross-section* (bastante similar à proposta por Fama e MacBeth (1973) no teste do CAPM) visa a estimar os prêmios de risco associados aos fatores. A evidência de prêmios de risco não nulos é a evidência da validade empírica do APT.

Outra vertente de estudos empíricos acerca do APT envolve a pré-determinação dos fatores. São três as alternativas para a escolha das variáveis a serem utilizadas como fatores na estimação do modelo fatorial restrito pelo APT. Como novamente a teoria não fornece nenhuma indicação, fica a critério do pesquisador (e das evidências empíricas) a escolha dos fatores observáveis.

A primeira alternativa é a utilização de variáveis relacionadas com os atributos específicos de cada ativo. Estas podem ser a série de dividendos pagos por cada empresa, o tamanho da firma e o setor da indústria a que a firma pertence. Uma segunda alternativa é a utilização de portfólios de ativos suficientemente diversificados que representem os riscos sistemáticos do mercado acionário. A terceira e última alternativa é a utilização de variáveis que explicitem as influências sobre o processo gerador dos retornos dos ativos. Estas variáveis, geralmente variáveis macroeconômicas, têm como objetivo relacionar as fontes de risco sistemático da economia.

Chen, Roll e Ross (1986) iniciaram o estudo da influência de variáveis macroeconômicas no retorno dos ativos. Neste estudo, os autores constroem séries de fatores relacionados às variáveis macroeconômicas que representam os riscos sistemáticos do mercado de ações. A construção dos fatores visa a adaptar os testes do APT a fatores observáveis, de forma que a estrutura original de Ross (1976) seja respeitada.

Embora a concepção do teste tenha sido bastante nova, a metodologia utilizada foi a de estimação em dois estágios proposta por Fama e Macbeth (1973). Uma vez obtidos os coeficientes de sensibilidade em relação aos fatores determinados, são estimados os prêmios de risco associado a cada fator. Este foi o primeiro estudo que apresentou uma alternativa clara ao CAPM, na medida em que, além de evidenciar as fontes de riscos sistemáticos sobre os retornos dos ativos, sugere interpretações para os resultados obtidos.

Ao invés de testar a validade do APT através da existência de prêmio de risco estatisticamente diferente de zero como discutido acima, Campbell, Lo e MacKinlay (1997) propõem um teste de razão de verosimilhança a fim de comprovar a validade empírica do APT.⁶

⁶ Elton, Gruber e Blake (1995) utilizam metodologia muito similar à proposta por Campbell, Lo e MacKinlay.

O ponto de partida dos autores é um modelo fatorial linear:

$$r_t = a + Bf_{Kt} + \varepsilon_t \quad (2.1)$$

tal que

$E(\varepsilon_t) = 0$, $E(\varepsilon_t \varepsilon_t') = \Sigma$, $E(f_{Kt}) = \mu_K$, $E[(f_{Kt} - \mu_K)(f_{Kt} - \mu_K)'] = \Omega_K$, $Cov(f_{Kt}, \varepsilon_t) = 0$
onde r é o vetor de retornos dos N ativos, B a matriz de cargas dos retornos dos ativos em relação aos fatores, f o vetor de fatores e ε o vetor de perturbações.

O modelo é estimado usando excesso de retorno do ativo em relação ao retorno do portfólio zero-beta (γ_0) (não pressupõe a existência de uma taxa de juros sem risco) e o excesso de retorno do fator em relação à sua média.

Seja $\gamma_1 \equiv \mu_K + \lambda_K$ onde μ_K é a média do K -ésimo fator e λ_K é o prêmio de risco a ele associado.

O modelo restrito pode ser então descrito por:

$$r_t = (ig_0 - Bg_1) + Bf_{Kt} + e_t \quad (2.2)$$

Os estimadores de máxima verossimilhança do modelo restrito são obtidos através de um processo iterativo, usando como valores iniciais os estimadores de máxima verossimilhança do modelo irrestrito. A restrição⁷ imposta sobre a constante é $a = i\gamma_0 - B\gamma_1$. A restrição pode então ser testada usando a estatística de razão de verossimilhança $\theta = -(T - N - K) [\ln|\hat{\Sigma}| - \ln|\hat{\Sigma}^*|]$, ajustada para pequenas amostras, cuja distribuição assintótica sob a hipótese nula é chi-quadrado com $N - K - 1$ graus de liberdade. A estimativa dos prêmios de risco é obtida indiretamente através de γ_1 .⁸

O teste de razão de máxima verossimilhança requer, entretanto, a estimação dos modelos restrito e irrestrito e a utilização de métodos de estimação em dois estágios, que é ineficiente. McElroy e Burmeister (1988) apresentam como alternativa ao método de estimação de dois estágios, a estimação do APT (o modelo fatorial com a restrição imposta à constante) através de um modelo de regressão multivariada não-linear.

O APT pode então ser escrito como

$$r_{it} = I_{0t} + \sum_{j=1}^K b_{ij} I_j + \sum_{j=1}^K b_{ij} f_{jt} + e_t, \quad i = 1, \dots, N \quad e \quad t = 1, \dots, T \quad (2.3)$$

Temos então um sistema de N equações não lineares em T períodos de tempo. São T observações de N retornos de ativos a partir das quais temos que estimar os NK e K parâmetros β_{ij} e λ_j , respectivamente. As restrições que caracterizam o APT são descritas como uma restrição sobre a constante e uma restrição entre as equações do modelo. Assim, o modelo pode ser tratado como um sistema de equações não-lineares com uma restrição entre as equações.

⁷Pode-se observar que se existir uma taxa de juros sem risco e se a média do fator (μ_K) for nula, a restrição imposta à constante é equivalente à restrição imposta pelo APT original de Ross (1976).

⁸ Ribenboim (1996) utiliza estatística semelhante para testar a hipótese do CAPM com dados de ativos brasileiros e encontra resultados que corroboram tanto a versão de Sharpe-Lintner quanto a versão de Black para o modelo.

A estimação do modelo como um sistema de equações não é apenas devido à existência da restrição entre as constantes das equações. Caso o modelo seja descrito por um modelo fatorial não-estrito⁹, a matriz de covariância dos resíduos - como obtida através da análise fatorial - pode ser não-diagonal¹⁰. Assim, a estimação do sistema com técnicas de SURE (*Seemingly Unrelated Regression Estimators*) fornece estimadores eficientes.

Os estimadores são obtidos em três estágios. O primeiro deles é estimar os parâmetros através da estimação por mínimos quadrados ordinários, equação por equação. Neste estágio os $\lambda\beta$ não são identificados e então são substituídos por uma constante. Este primeiro estágio coincide com o primeiro estágio da estimação em dois estágios proposta por Fama e MacBeth (1973), mas neste caso o resultado utilizado não são os parâmetros estimados, mas os resíduos. A partir dos resíduos é estimada então, num segundo estágio, a matriz de covariância dos resíduos $\hat{\Sigma}$. No terceiro estágio, utiliza-se esta matriz estimada para estimar os parâmetros do sistema não-linear que minimizem a forma quadrática

$$Q(\mathbf{I}, \mathbf{b}; \hat{\Sigma}) = \left\{ \mathbf{r} - [\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{X}(\mathbf{I})] \mathbf{b} \right\}' (\hat{\Sigma} \otimes \mathbf{I}_T) \left\{ \mathbf{r} - [\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{X}(\mathbf{I})] \mathbf{b} \right\} \quad (2.4)$$

onde \otimes simboliza o produto Kronecker e obtida a partir de

$$\mathbf{r}_i = \sum_{j=1}^K (\mathbf{I}_j \mathbf{I}_t + f_j) \mathbf{b}_{ij} + \mathbf{e}_i, \quad i = 1, \dots, N \quad (2.5)$$

onde

$$\rho_i = (r_i(1) - \lambda_0(1), \dots, r_i(T) - \lambda_0(T)), \quad f_j = (f_j(1), \dots, f_j(T)), \quad j = 1, \dots, K,$$

$$\varepsilon_i = (\varepsilon_i(1), \dots, \varepsilon_i(T)), \quad i = 1, \dots, N$$

são vetores $T \times 1$.

Definindo então

$$\lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_K)', \quad \mathbf{F} = (f_1, \dots, f_K)', \quad \beta_i = (\beta_{i1}, \dots, \beta_{iK})', \quad i = 1, \dots, N, \quad \mathbf{X}(\lambda) = (\lambda' \otimes \mathbf{i}_T) + \mathbf{F}$$

e empilhando-os temos

$$\mathbf{r} = [\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{X}(\mathbf{I})] \mathbf{b} + \mathbf{e}. \quad (2.6)$$

Estes estimadores são, mesmo na ausência da normalidade na distribuição dos resíduos, fortemente consistentes e com distribuição assintoticamente normal. Assim, formam a base para os testes de hipóteses clássicos, o que não ocorre com os estimadores obtidos através da análise fatorial. Se os resíduos tiverem distribuição normal, então o método iterativo fornece estimadores de máxima verossimilhança. A iteração ocorre entre os estágios dois e três, ou seja, entre a matriz de covariância Σ e os parâmetros β e λ .

3. VARIÁVEIS MACROECONÔMICAS

O modelo original do APT, como descrito acima, não fornece nenhuma teoria para a escolha de variáveis macroeconômicas que expliquem o retorno dos ativos. Os vários artigos que testam o APT com dados norte americanos se utilizam da mesma fonte original, o artigo de Chen, Roll e Ross (1986). São quatro as variáveis escolhidas: produto, inflação, estrutura a

⁹ A imposição de que o APT parta de um modelo fatorial estrito é condição suficiente, mas não necessária, para a validade do modelo.

¹⁰ Qualquer modelo de n-fatores pode ser escrito como um modelo de 1 (ou n-k) fator cuja matriz de resíduos seja não-diagonal.

termo da taxa de juros e o risco de crédito. A razão da utilização destas variáveis é que afetam, de alguma forma, o preço das ações - ou o fluxo de caixa futuro das empresas, ou a taxa de desconto utilizada para trazer a valor presente este fluxo.

A utilização de variáveis macroeconômicas na estimação do APT deve satisfazer algumas características para que o espírito original do modelo seja preservado. Ou seja, as variáveis devem ter média nula, variância positiva e não serem autocorrelacionadas. Como afirmaram Chen, Roll e Ross (1986), os fatores devem ser vistos como inovações, movimentos não antecipados nas variáveis macroeconômicas que afetam os retornos dos ativos.

3.1. Produto

A construção do fator que representa a produção industrial¹¹ é similar a encontrada em artigo de McElroy e Burmeister (1988). Ao contrário destes autores, entretanto, utilizamos a produção industrial e não um indicador de vendas. A variável criada foi a diferença entre a previsão no início e no fim do período para a taxa de crescimento da produção industrial do período de referência.

O modelo escolhido para descrever a série de taxa de crescimento da produção industrial, e posteriormente ser utilizado como preditor da série, foi um modelo estrutural univariado. A série foi dividida em três componentes não-observáveis: tendência, ciclo e sazonalidade como descrito em Harvey (1989). A tendência e a sazonalidade representam as componentes permanentes da série e o ciclo, a componente transitória.

$$y_t = \mu_t + \Psi_t + \gamma_t + \varepsilon_t \quad (3.1)$$

onde y_t é a série a ser decomposta; μ_t é a tendência; Ψ_t é o ciclo; γ_t é a componente sazonal e ε_t é a perturbação estocástica tipo *white-noise*.

A tendência representa os movimentos de longo prazo da série que podem ser extrapolados para o futuro. De uma forma parcimoniosa, a tendência foi descrita como um processo estocástico linear: $\mu_t = \mu_{t-1} + \beta_{t-1} + h_t$, onde μ_t representa o nível e β_t a inclinação da tendência e $\beta_t = \beta_{t-1} + z_t$. η_t representa as mudanças no nível da série e ζ_t permite alterações na inclinação da tendência. As perturbações têm média zero e são não-correlacionadas.

A forma reduzida deste processo é um modelo ARIMA (0,2,2). Como a série utilizada é a taxa de crescimento do índice de produção industrial, e as evidências são no sentido de ser estacionária, espera-se que a variância da inclinação seja nula. Ou seja, $\beta_t = \beta_{t-1}$. De fato, a variância estimada da inclinação é nula. Além disso, o coeficiente da inclinação é muito próximo de zero. O nível da série também tem variância estimada nula e coeficiente não significativamente diferente de zero - sinais de que a série é estacionária. Assim, a tendência estimada da série tem tanto a inclinação quanto o nível próximos de zero.

A componente cíclica da série é a componente estacionária da decomposição. O ciclo pode ser descrito como uma combinação de senos e co-senos do tipo

¹¹ Foram utilizados dados do índice de produção industrial nacional calculado pelo IBGE. A série usada foi a série de produção industrial geral sem ajuste sazonal, e a amostra abrange o período de janeiro de 1980 a dezembro de 1997.

$\Psi_t = a \cos I_c t + b \sin I_c t$, onde λ_c é a frequência do ciclo. A fim de termos o ciclo estocástico, permitimos que α e β variem ao longo do tempo. Seja ψ_t^* tal que $\psi_0^* = \beta$. Temos então

$$\begin{bmatrix} \Psi_t \\ \Psi_t^* \end{bmatrix} = \mathbf{r} \begin{bmatrix} \cos I_c & \sin I_c \\ -\sin I_c & \cos I_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_t \\ \Psi_{t-1}^* \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_t \\ k_t^* \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

Para que o ciclo seja estacionário, temos que $|\rho| < 1$. A estimação da componente cíclica aponta para ρ próximo de 1, embora menor que unidade. Os choques, apesar de transitórios, demoram a se dissipar.

A sazonalidade de uma série, quando descrita de forma determinística, requer que seus efeitos sazonais somem zero. Ao introduzir uma perturbação, os efeitos sazonais podem variar ao longo do tempo. Como a perturbação introduzida tem média zero, na previsão da série os efeitos somados continuam sendo nulos.

Através dos instrumentos de Filtro de Kalman as componentes da série podem ser estimadas a cada instante do tempo. Além das componentes não observáveis, foi considerada como variável explicativa o número de dias úteis em cada mês (x_t). A partir destas componentes, foi feita a previsão da produção industrial para cada mês da amostra. Como o indicador de produção industrial do IBGE somente é divulgado em $t+2$, a variável utilizada em cada período foi a diferença, em cada período, da previsão em t e $t+1$ do crescimento industrial. A única variável utilizada como preditor da série (exceto o número de dias úteis) é o passado da própria série. Não há no início do período outra série ligada à produção que ajude a prevê-la.

TABELA IA - ESTIMAÇÃO DO MODELO ESTRUTURAL - PRODUÇÃO

Desvio padrão estimado das perturbações		
Componentes		(q-ratio)
Irregular	0.041231	(1.0000)
Nível	0.000000	(0.0000)
Inclinação	0.000000	(0.0000)
Ciclo	0.001808	(0.0439)
Sazonalidade	0.000000	(0.0000)
Ciclo		
	parâmetros	
Coeficiente rho	0.98054	
Período	11.0811	(0.923 anos)
Variância	0.000085	

TABELA IB - ESTIMAÇÃO DO MODELO ESTRUTURAL - PRODUÇÃO

Coefficientes estimados do vetor final		
	coeficiente	Estat. t
Nível	0.0082	1.47
Inclinação	4.6 e-5	1.00
Sazonal_1	-0.1309	-13.23
Sazonal_2	-0.0276	-2.60
Sazonal_3	0.0066	0.66
Sazonal_4	-0.0168	-1.73
Sazonal_5	-0.0250	-2.31
Sazonal_6	0.0023	0.21
Sazonal_7	0.0404	4.11
Sazonal_8	0.0762	7.82
Sazonal_9	-0.0130	-1.23
Sazonal_10	0.0817	8.20
Sazonal_11	0.0354	2.92
Variável explicativa		
dias úteis	0.0355	9.19

Assim temos: fator = $y_{t/t-2} - y_{t/t-1}$.

onde $y_{t/t-1} = \mathbf{m}_{t-1} + \mathbf{b}_{t-1} + 2\mathbf{r} \cos I_c \Psi_{t-1} - \mathbf{r}^2 \Psi_{t-2} + \mathbf{g}_{t-12} + \mathbf{b}x_t$, é a soma das esperanças condicionais das componentes da série mais a variável explicativa conhecida no tempo t (b é o coeficiente de sensibilidade estimado).

Da mesma forma¹²,

$$y_{t/t-2} = \mathbf{m}_{t-2} + 2\mathbf{b}_{t-2} + \mathbf{r}^2 \Psi_{t-2} [4 \cos^2 I_c - 1] - 2\mathbf{r}^3 \cos I_c \Psi_{t-3} + \mathbf{g}_{t-12} + \mathbf{b}x_t.$$

3.2. Inflação

A taxa de inflação inesperada foi obtida através da diferença entre a taxa observada de inflação e a taxa esperada de inflação no início do período. A estimação da taxa esperada de inflação foi feita a partir de um modelo que introduz na série uma tendência estocástica e seis variáveis *dummies* (em nível ou inclinação).¹³

As *dummies* de nível corrigem as mudanças ocorridas apenas em um período, ou seja, têm valor 1 no período e zero nos demais. São sinais de que há um *outlier* na série. Já as *dummies* de inclinação têm como objetivo corrigir mudanças que ocorrem num momento, mas que permanecem por vários períodos, sinal de que há mudança estrutural na série. As variáveis *dummies* correspondem aos planos de estabilização introduzidos durante o período

¹² Foram criados outros fatores relacionados com a produção industrial que expressam a diferença de previsão do nível de atividade no início e no fim do mês de referência a partir da série do nível de produção industrial, mas as séries apresentaram autocorrelação, o que as difere da proposta de fator macroeconômico do APT.

¹³ A série de taxa de inflação usada na construção deste fator foi o índice geral de preços - disponibilidade interna (IGP-DI) calculado pela Fundação Getúlio Vargas. A amostra compreendeu o período entre janeiro de 1980 e dezembro de 1997. Em julho de 1994, mês em que foi introduzido o Plano Real, foi utilizado o índice de inflação em URV (Unidade Real de Valor) calculado pelo mesmo instituto.

estudado¹⁴ e foram introduzidas como uma forma de refletir o conhecimento dos agentes sobre queda imediata da inflação no mês imediatamente subsequente à introdução do plano de estabilização.

TABELA II - ESTIMAÇÃO DO MODELO ESTRUTURAL - INFLAÇÃO

Desvio padrão estimado das perturbações		
Componentes		(q-ratio)
Irregular	0.0000	(0.000)
Nível	0.0333	(1.000)
Inclinação	0.0000	(0.000)
Variáveis explicativas – dummies		
	Coefficiente	estat. T
Inclinação 1986.4	0.0222	3.77
Nível 1987.7	-0.1867	-5.56
Nível 1989.2	-0.2689	-8.01
Nível 1990.4	-0.7212	-21.47
Inclinação 1991.3	-0.0170	-2.92
Nível 1994.7	-0.4154	-12.40

A estimação foi feita através das componentes filtradas do filtro de Kalman (isto é, somente utilizando informação até o instante t) e a série de resíduos obtida identificada como a série de inflação inesperada.

Uma outra forma de construir a variável inflação inesperada (como sugerida em Bonomo e Garcia, 1996) é através da diferença entre uma taxa de juros pré-fixada e uma taxa de juros pós-fixada. Caso não haja alteração na política monetária (isto é, na taxa real de juros), a diferença tem uma forte correlação negativa com a inflação não antecipada.

Foi construído então mais um fator macroeconômico a partir da diferença entre o retorno do CDB pré-fixado e do CDI (taxa de overnight) na expectativa de que esta diferença reflita o erro de previsão da taxa de inflação. O CDB é um título pré-fixado que incorpora à taxa real de juros a expectativa de inflação ao longo do mês. Como o CDI expressa a taxa nominal de juros efetiva do período, a diferença entre as duas taxas é a inflação não esperada pelos agentes no início do período.¹⁵

Como as duas séries não são fortemente correlacionadas, utilizamos como fator inflação inesperada os resíduos da série obtida com a decomposição da série de taxa de inflação através de um modelo estrutural. A nova série foi denominada CDB-CDI e usada como fator alternativo em uma nova estimação.

3.3. Risco de Crédito

Em Chen, Roll e Ross (1986) e Burmeister e McElroy (1988), o risco de crédito é medido pela diferença entre os retornos de um título público e de um título de empresa

¹⁴ Foram utilizadas variáveis *dummies* nos meses de introdução dos planos de estabilização como descrito em Perron, Cati e Garcia (1996).

¹⁵ A fim de compatibilizar as duas taxas de juros (pré e pós fixadas) para o período de 1 mês e obtermos a taxa de inflação inesperada ao longo deste mesmo período, foi escolhida a taxa de CDB pré-fixado no primeiro dia útil de cada mês. Foi feito um ajuste de número de dias corridos até o vencimento do título para que as duas taxas (CDB e CDI) fossem expressas para o mesmo período.

privada, ambos de mesma maturidade. Como no Brasil a maior parte das empresas privadas não se financia através da emissão de títulos de renda fixa - não há inclusive amostra de títulos de renda fixa privados fora os Certificados de Depósitos Bancários durante o período estudado -, foi usada como taxa de retorno do investimento em renda fixa numa empresa privada a taxa de juros de capital de giro. Da mesma forma, o governo brasileiro se financiou, durante o longo período de elevada inflação, através de títulos públicos de curta maturação e que eram recomprados diariamente caso o sistema bancário não os pudesse carregar em suas carteiras. Assim, a taxa de retorno dos títulos públicos, no período estudado, pode ser aproximada pela taxa de juros do mercado interbancário (Certificados de Depósitos Interbancários - CDI diário).

Utilizamos a diferença entre a taxa de juros de capital de giro mensal média e a taxa de juros CDI diário acumulada no mês como *proxy* do risco de crédito. A diferença entre a taxa de juros CDI e a taxa de juros de capital de giro não tem, como é de se esperar, média zero. Há um prêmio por investir em empresa privada, o risco de crédito, que no caso do Brasil entre abril de 1986 e dezembro de 1997 ficou em torno de 1,80% ao mês, ou 24% ao ano. Assim, a série foi normalizada de forma a ter média zero.

3.4. Taxa Real de Juros

A utilização da taxa real de juros como fator macroeconômico parte de duas hipóteses alternativas e de resultados contraditórios. A primeira é de que taxa real de juros elevada inibe o retorno dos ativos do mercado acionário, na medida em que proporciona alternativa de investimento mais rentável no mercado de renda fixa. A segunda hipótese é de que, durante o período estudado, as empresas se utilizaram das aplicações financeiras como fonte de lucro. O maior lucro das empresas, mesmo sendo ele financeiro, provoca maior retorno de suas ações.

O fator a ser utilizado na estimação do modelo foi construído pela diferença entre a taxa de juros do mercado interbancário (CDI) e da taxa de inflação esperada para o mês de referência. A taxa de inflação esperada foi obtida pelo mesmo processo usado na construção da inflação inesperada. Também foi necessário normalizar a série para tornar a média nula. As estimativas sugerem uma taxa média mensal de juros reais de 1,16%, ou 14% ao ano no período.

3.5. Portfólio

Um dos principais argumentos na utilização do APT como alternativa empírica ao CAPM é a ausência da utilização do portfólio de mercado como fator explicativo dos retornos dos ativos. Entretanto, Wei (1988) mostra que alguns dos principais problemas colocados pela estimação do APT - como a validade apenas aproximada da restrição do APT sobre a constante e a necessidade de que o número de fatores seja pré-determinado - podem ser tratados com a adição do portfólio de mercado como fator na estimação do modelo.

Wei também generaliza o modelo, de modo a fazer com que alguns fatores possam ser omitidos dos modelos econométricos utilizados usualmente para testar a teoria. Ao adicionar o portfólio de mercado ao grupo de fatores macroeconômicos, a omissão de outros fatores não impede a validade do APT. No caso extremo de que nenhum fator seja omitido, vale o modelo original de Ross. No outro extremo, caso todos os fatores forem omitidos, o modelo é reduzido ao CAPM.

Burmeister e McElroy (1988) também se utilizam do portfólio de mercado como fator adicional. Segundo estes autores, a introdução do portfólio de mercado tem como objetivo captar os fatores de risco sistemáticos que não podem ser observados, como variáveis políticas e sentimento de mercado.

O fator, a fim de que sejam válidas as hipóteses do APT e de Wei, foi construído a partir dos resíduos da regressão do excesso de retorno do índice Bovespa (Bolsa de Valores de São Paulo) em relação à taxa de juros sem risco (CDI) sobre os demais fatores¹⁶.

4. DADOS UTILIZADOS

Os retornos dos ativos utilizados na estimação do modelo são os retornos médios mensais de 39 ações de empresas negociadas na Bovespa no período entre janeiro de 1987 e novembro de 1997, distribuídas em 10 grupos de empresas selecionadas por setor de atividade. Este agrupamento de ativos foi feito exclusivamente com o objetivo de reduzir o número de parâmetros a serem estimados.

Os ativos foram selecionados, além do critério do período de negociação, por um critério de liquidez. Aqueles ativos que não apresentam pelo menos uma cotação em algum dos meses da amostra foram eliminados. Um segundo critério foi o de ter pelo menos sete cotações no mês. Alguns ativos não se encaixaram neste critério, mas foram mantidos de forma discricionária pelo fato de representarem ações líquidas com poucos meses com menos de sete cotações. As séries de preços utilizadas foram os preços diários dos ativos negociados no período entre janeiro de 1987 e novembro de 1997. Os dados foram obtidos através do banco de dados *Economática*¹⁷.

Como os retornos nominais das ações são em grande parte influenciados pela inflação crescente no período estudado, foram calculados os retornos reais mensais das ações. Isto é, foram calculados os excessos de retorno dos diversos ativos em relação à taxa de juros nominal do período. Assim, podemos observar que os retornos dos ativos se comportam de forma semelhante aos retornos de ativos encontrados na literatura internacional.

¹⁶ A inclusão, ou exclusão, de novos fatores faz com que novas regressões sejam estimadas.

¹⁷No caso dos preços das ações da Telebrás foram encadeadas duas fontes de dados. Como na *Economática* só estavam disponíveis as cotações a partir de 1989, utilizou-se outro banco de dados (*Ergondata*) para completar a série. As séries foram encadeadas de forma que não houvesse superposição de dados das duas fontes.

TABELA III - ANÁLISE DESCRITIVA DOS EXCESSOS DE RETORNOS DOS PORTFÓLIOS

	Média	Desvio Padrão	Assimetria	Kurtose	Autocorrelação (3)	Normalidade (X^2)
Alimentos	0.004	0.168	0.044	5.352	2, 14	29.994 [0.0000]*
Bancos	0.023	0.207	0.204	6.566	1, 3, 20	69.766 [0.0000]*
Metalurgia	-0.007	0.202	0.138	5.287	1, 3, 10	28.736 [0.0000]*
Papel e Celulose	-0.003	0.164	0.164	6.290	-	59.226 [0.0000]*
Química	0.005	0.211	0.806	6.523	2	81.287 [0.0000]*
Têxtil	-0.013	0.238	0.210	4.94	1, 10, 16	21.347 [0.0000]*
Mineração	0.002	0.191	0.079	5.788	7	42.227 [0.0000]*
Material Eletrônico	-0.016	0.223	0.438	5.205	1	30.497 [0.0000]*
Telecomunicação	0.029	0.262	1.065	5.873	1, 4, 10	69.270 [0.0000]*
Energia	0.051	0.349	3.302	21.620	8, 10, 15	2114.301 [0.0000]*

1. Teste de normalidade de Jarque-Bera.

2.*Probabilidade de aceitar a hipótese nula de normalidade da série.

3. Defasagens em que as autocorrelações são significativas.

A Tabela III mostra os quatro primeiros momentos da distribuição dos retornos dos portfólios. A assimetria da distribuição observada em um terço dos ativos é resultado principalmente de *outliers* das séries. Este é também o caso do excesso de *kurtose* observado em alguns ativos. Não nos parece razoável corrigir estas distorções - em relação à distribuição normal - pois os *outliers* podem ser importantes na determinação da relação entre fatores macroeconômicos - que no caso brasileiro apresentam vários outliers - e o excesso de retorno dos ativos em questão.

Na tabela também estão descritos os graus de autocorrelação encontrados nas séries de excesso de retornos dos ativos. Embora haja evidência de autocorrelação nos excessos de retornos, as séries não foram ajustadas pois a ênfase do teste proposto está não na descrição da dinâmica de curto prazo dos retornos, mas na relação de longo prazo entre os excessos de retornos e as variáveis macroeconômicas. Assim, mesmo que a autocorrelação não seja reflexo desta relação e resulte em resíduos autocorrelacionados, os estimadores a serem utilizados são estimadores consistentes. A ineficiência destes estimadores se dá pela superestimação do desvio padrão dos parâmetros, o que eleva a probabilidade de rejeitar a hipótese nula de que os estimadores são diferentes de zero quando ela é verdadeira.

5. RESULTADOS EMPÍRICOS

A estimação do modelo foi feita a partir da metodologia proposta por Burmeister e McElroy (1988) descrita anteriormente. As N equações

$$r_{it} - I_{0t} = \sum_{j=1}^K b_{ij} I_j + \sum_{j=1}^K b_{ij} f_{jt} + e_{it}, \quad i = 1, \dots, N \text{ e } t = 1, \dots, T$$

(5.1)

foram estimadas conjuntamente como um sistema de equações pelo método de *Iterative Seemingly Unrelated Regression Estimators* disponível no pacote estatístico Eviews. Como condições iniciais foram utilizados os parâmetros estimados por Mínimos Quadrados Ordinários em dois estágios (os β_{ij} são obtidos num primeiro estágio e os λ_j através de regressão de *cross-section* como proposta por Fama e MacBeth (1973)).

Os resultados obtidos estão descritos nas Tabelas IV e V abaixo¹⁸. Há evidência de que os resíduos não têm distribuição normal e são autocorrelacionados temporalmente. Embora os estimadores obtidos acima não sejam eficientes, são consistentes, fazendo com que sejam válidos os testes de hipóteses propostos.

Como pode-se observar, nem todos os coeficientes associados aos fatores macroeconômicos são significativos, mas alguns deles são significativos para alguns portfólios. Os fatores risco de *crédito* e inflação inesperada, por exemplo, são significantes (a 10%) para 8 e 7 dos 10 portfólios, respectivamente.

Os prêmios de risco, por outro lado, não são significativos para nenhum fator. Há ganho em relação ao CAPM na medida em que adiciona variáveis com valor explicativo aos retornos dos portfólios. Embora não haja evidência de que todos os fatores contribuam de forma generalizada para os retornos dos ativos, a omissão de alguns fatores para alguns portfólios significa a omissão de variáveis explicativas e traz com ela todos os problemas econométricos (e de interpretação) conhecidos.

A fim de testarmos a restrição do CAPM sobre o APT, isto é, que todos os coeficientes com exceção dos coeficientes de sensibilidade dos portfólios com relação ao excesso de retorno do índice Bovespa sobre o CDI são nulos, foi feito um teste de Wald (χ^2). Temos que a probabilidade da restrição ser válida é nula. Assim, há mais uma evidência de que o APT acrescenta informação ao descrever o excesso de retorno dos ativos.

¹⁸ As mesmas estimações foram feitas com os retornos dos ativos calculados sobre os preços médios mensais em dólares e os resultados obtidos foram bastante semelhantes aos descritos nas tabelas IV e V.

TABELA IV - MATRIZ DE CARGAS FATORIAIS (BETAS) – APT

	Risco de Crédito	Inflação Inesperada	Taxa Real de Juros	Produção Industrial	CDB - CDI	Portfólio de Mercado
Alimentos	-0,699 (0,002)	-0,622 (0,009)	0,008 (0,005)	-0,004 (0,981)	0,008 (0,000)	0,691 (0,000)
Bancos	-1,299 (0,000)	-1,436 (0,000)	0,007 (0,108)	0,483 (0,057)	0,010 (0,000)	0,728 (0,000)
Telecomunicação	-0,499 (0,200)	-1,534 (0,000)	0,010 (0,058)	0,308 (0,308)	0,009 (0,000)	1,042 (0,000)
Material Eletrônico	-0,827 (0,015)	-1,467 (0,000)	0,008 (0,070)	0,193 (0,467)	0,011 (0,000)	0,832 (0,000)
Energia	-0,497 (0,427)	0,778 (0,245)	0,019 (0,028)	0,412 (0,398)	0,010 (0,004)	1,225 (0,000)
Metalurgia	-1,149 (0,000)	-1,213 (0,000)	0,008 (0,045)	-0,210 (0,346)	0,009 (0,000)	0,780 (0,000)
Mineração	-1,337 (0,000)	-0,181 (0,472)	0,000 (0,914)	-0,176 (0,345)	0,008 (0,000)	0,805 (0,000)
Química	-0,943 (0,003)	-1,021 (0,003)	0,007 (0,102)	-0,266 (0,280)	0,008 (0,000)	0,819 (0,000)
Papel e Celulose	-1,141 (0,000)	0,229 (0,480)	-0,003 (0,537)	-0,300 (0,204)	0,006 (0,001)	0,560 (0,000)
Têxtil	-0,964 (0,015)	-0,896 (0,035)	0,011 (0,036)	-0,266 (0,392)	0,010 (0,000)	0,854 (0,000)

Os números entre parênteses são a probabilidade de aceitar a hipótese nula de que os coeficientes estimados são nulos.

TABELA V - PRÊMIOS DE RISCO DOS FATORES MACROECONÔMICOS – APT

Risco de Crédito	-0,04373 (0,4304)
Inflação Inesperada	0,006065 (0,7784)
Taxa Real de Juros	2,868469 (0,4844)
Produção Industrial	0,05126 (0,2537)
CDB – CDI	-11,9245 (0,3310)
Portfólio de Mercado	0,076603 (0,3176)

Os números entre parênteses são a probabilidade de aceitar a hipótese nula de que os coeficientes estimados são nulos.

A evidência de prêmios de risco não diferentes de zero é, entretanto, evidência contra a formulação do APT. A fim de testar a hipótese de que a restrição do APT imposta às constantes das equações dos N portfólios, construímos um teste de razão de máxima verossimilhança a partir da formulação de Elton, Gruber e Blake (1995). O teste proposto é um teste F com q graus de liberdade no numerador e T.N-p graus de liberdade no denominador onde q é o número restrições, T é o número de observações, N o número de equações e p o número de parâmetros estimados (modelo irrestrito). A hipótese nula de que a

restrição é válida é rejeitada caso $qF < L$ onde $L = T(\ln|\Sigma^*| - \ln|\Sigma|)$, Σ e Σ^* são respectivamente as matrizes de covariância dos resíduos dos modelos irrestrito e restrito.

A hipótese nula não pode ser rejeitada ao nível de 1% de significância pois $L = 2,4114 < qF = 24,1$. Assim, mesmo com prêmios de risco não diferentes de zero, há evidência a favor das restrições impostas pelo APT ao modelo fatorial. O teste proposto é, entretanto, sensível ao número de observações e da diferença do número de parâmetros a serem estimados nos modelos restrito e irrestrito.

Foi feito também um teste baseado na minimização do critério de informação. Ajustado para um sistema de equações, o BIC (*Bayesian Information Criterion*) pode ser descrito por (Harvey, 1989)

$$BIC = -2 \cdot \ln|\Sigma| + n \cdot \ln(T \cdot R) \quad (5.2)$$

onde Σ é a matriz de covariância dos resíduos, n o número de parâmetros estimados, T o tamanho da amostra e R o número de equações. Mais uma vez foi encontrada evidência a favor do modelo restrito já que $BIC_{\text{restrito}} = 560,9 < 589,6 = BIC_{\text{irrestrito}}$.

Como o coeficiente de sensibilidade do ativo em relação ao fator Produção não é estatisticamente diferente de zero em nenhum dos portfólios da amostra, eliminamos este fator da lista de variáveis explicativas. Os resultados estão descritos nas Tabelas IV' e V'.

TABELA V' - PRÊMIOS DE RISCO DOS FATORES MACROECONÔMICOS – APT

Risco de Crédito	-0,112814 (0,5379)
Inflação Inesperada	-0,014604 (0,7698)
Taxa Real de Juros	6,641487 (0,5524)
CDB – CDI	-27,24334 (0,5249)
Portfólio de Mercado	0,111791 (0,5428)

Os números entre parênteses são a probabilidade de aceitar a hipótese nula de que os coeficientes estimados são nulos.

Como podemos observar, não houve alteração significativa nem nos coeficientes, nem nas suas significâncias estatísticas e nem nas estimativas de prêmios de risco. O teste de Wald aceita a hipótese nula de que os coeficientes associados ao fator Produção são estatisticamente nulos com 75% de probabilidade. Assim como no caso anterior (modelo com o fator produção incluído nas variáveis explicativas), realizamos um teste de razão de verossimilhança a fim de testar a restrição do APT contra um modelo fatorial linear. Novamente temos evidência a favor do APT já que $L = 2,86 < 23,2 = qF$ e que $BIC_{\text{restrito}} = 481,8 < 517,7 = BIC_{\text{irrestrito}}$.

TABELA IV' - MATRIZ DE CARGAS FATORIAIS (BETAS) – APT

	Risco de Crédito	Inflação Inesperada	Taxa Real De Juros	CDB - CDI	Portfólio de Mercado
Alimentos	-0,701 (0,002)	-0,623 (0,008)	0,008 (0,005)	0,008 (0,000)	0,691 (0,000)
Bancos	-1,293 (0,000)	-1,500 (0,000)	0,007 (0,102)	0,010 (0,000)	0,728 (0,000)
Comunicação	-0,514 (0,186)	-1,622 (0,000)	0,010 (0,051)	0,009 (0,000)	1,040 (0,000)
Material Eletrônico	-0,831 (0,014)	-1,465 (0,000)	0,009 (0,069)	0,010 (0,000)	0,837 (0,000)
Energia	-0,501 (0,423)	-0,831 (0,210)	0,019 (0,027)	0,010 (0,003)	1,227 (0,000)
Metalurgia	-1,226 (0,000)	-1,156 (0,000)	0,007 (0,053)	0,010 (0,000)	0,778 (0,000)
Mineração	-1,335 (0,000)	-0,150 (0,549)	0,000 (0,887)	0,008 (0,000)	0,805 (0,000)
Química	-0,900 (0,004)	-0,910 (0,007)	0,007 (0,125)	0,009 (0,000)	0,818 (0,000)
Papel e Celulose	-1,128 (0,000)	0,302 (0,349)	-0,003 (0,499)	0,006 (0,000)	0,562 (0,000)
Têxtil	-0,946 (0,017)	-0,817 (0,052)	0,011 (0,041)	0,011 (0,000)	0,855 (0,000)

Os números entre parênteses são a probabilidade de aceitar a hipótese nula de que os coeficientes estimados são nulos.

6. CONCLUSÃO

Os fatores macroeconômicos construídos são estatisticamente significantes para a maioria dos portfólios. Há então ganho na explicação dos retornos dos ativos com a utilização do APT como alternativa ao CAPM.

O fator risco de crédito só não é significativo para os portfólios Energia e Telecomunicação. Para demais grupos, os coeficientes de sensibilidade dos excessos de retorno em relação ao fator são significantes a 10% e, como esperado, têm sinal negativo. O risco de crédito mede o excesso de risco de empresas privadas (que se financiaram no período através do sistema financeiro à taxa de capital de giro) sobre o governo federal (que se financiava à taxa overnight). Maior probabilidade de *default* das empresas deve estar associada à sua capacidade de pagamento e, conseqüentemente à perspectiva de menor rentabilidade. Os grupos Energia e Telecomunicação são compostos apenas de empresas estatais, o que provavelmente explica a menor sensibilidade dos retornos destes ativos em relação ao risco de crédito.

O fator juros reais tem correlação positiva com a maioria dos portfólios estudados, diferentemente do esperado. Como discutido anteriormente, taxa reais de juros elevadas, além de elevar o custo de financiamento das empresas, reduz a atratividade do mercado acionário. Entretanto, durante o período de elevada inflação (que compõe a maior parte a amostra), as empresas brasileiras tiveram sensíveis ganhos financeiros. Em seus balanços, pode-se observar que, muitas vezes, o lucro era composto apenas do lucro financeiro, já que o resultado operacional era, na maioria das vezes, negativo. Assim, taxas reais de juros elevadas acrescentavam rentabilidade às ações.

Ambos os fatores correlacionados com a inflação inesperado têm poder explicativo sobre a maioria dos portfólios estudados. Ambos indicam que o erro de previsão de inflação afeta negativamente o retorno dos ativos. Os coeficientes de sensibilidade da variável CDB-CDI são positivos na medida em que a variável construída tem correlação negativa com a inflação inesperada (quando a diferença entre o CDB e o CDI é positiva, a inflação estimada é maior que a taxa de inflação observada). De forma análoga, no caso da inflação inesperada, os coeficientes de sensibilidade são negativos.

A variável portfólio de mercado continua tendo elevado poder explicativo no modelo. Apesar da inclusão de diversas variáveis macroeconômicas que captam as fontes de risco sistemático no mercado de ações, ainda há uma parcela deste risco que não é explicada por nenhuma delas. Há então espaço para futura pesquisa nesta área, na medida em que devem descobertas novas variáveis que, junto com as aqui utilizadas, possam ampliar o entendimento das fontes de risco da economia brasileira.

A evidência de prêmios de risco associados às variáveis macroeconômicas nulos refletem as baixas médias e as elevadas variâncias dos excessos de retorno das ações. O índice Bovespa, que teoricamente espelha o mercado acionário na medida em que é composto das ações mais negociadas, tem excesso de retorno médio estimado de 0,8% ao mês (10% ao ano, nada desprezível). No entanto, o desvio padrão estimado é de 20% ao mês. Assim, a média estimada (e consequentemente os prêmios de risco) não é significativamente diferente de zero.

A utilização do APT no mercado de ações brasileiro deve proporcionar mais um instrumento de gerenciamento de carteiras de ativos. Do ponto de vista de uma administração passiva de carteiras, como um portfólio que mimetiza um índice, o APT pode garantir que o portfólio (geralmente com um número menor de ativos que o índice) tenha a mesma sensibilidade a todas as fontes importantes de risco da economia que o índice escolhido, bastando que tenham os mesmos coeficientes de sensibilidade (betas) em relação aos diversos fatores. Esta forma de administração também pode ser útil ao excluir (ou incluir) ativos que não compõem o índice a ser seguido. Pode-se também reduzir ou eliminar toda a exposição de uma carteira de ativos a um determinado risco, como, por exemplo, inflação. Do ponto de vista de uma administração ativa, o uso do APT aumenta as oportunidades de apostas em relação aos fatores de risco. Por exemplo, caso o investidor acredite que a inflação será maior que a esperada pelo mercado financeiro, aumenta a sua exposição (beta) em relação à inflação inesperada, de forma que o seu portfólio tenha maior correlação positiva com o fator.

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

Bonomo, M. e Garcia, R. (1996) "Tests of Conditional Asset Pricing Models in the Brazilian Stockmarket". mimeo.

Burmeister, E. e McElroy, M. B. (1988) "Joint Estimation of Factor Sensitivities and Risk Premia for the Arbitrage Pricing Theory". *The Journal of Finance*. Vol. 43, julho.

Campbell, J. Y., Lo, A. W. e MacKinlay, C. (1997) *The Econometrics of Financial Market*. Princeton University Press.

Chen, N-F., Roll, R. e Ross, S. (1986) "Economics Forces and the Stock Market". *Journal of Business*. Vol. 59, nº 3.

Dhrymes, P. J., Friend, I. e Gultekin, N. B. (1984). "A Critical Reexamination of the Empirical Evidence on the Arbitrage Pricing Theory". *The Journal of Finance*. Vol. 39, nº 2, junho.

Doornik, P.J. e Hendry, D.F. (1997) PcGIVE 9.0 – International Thomson Publisher PcGive Professional.

Elton, E. J., Gruber, M. J. e Blake, C. K. (1995) "Fundamental Economic Variables, Expected Returns, and Bound Fund Performance". *The Journal of Finance*. Vol. 50, nº 4.

Eviews 3.0 (1997) - Quantitative Micro Software.

Fama, E. F. e MacBeth, J. D. (1973) "Risk, Return, and Equilibrium: Empirical Tests". *Journal of Political Economy*. Vol. 81.

Harvey, A. C. (1989) *Forecasting, Structural Time Series Models and the Kalman Filter*. Cambridge, Cambridge University Press.

Huberman, G. (1982) "A Simple Approach to Arbitrage Pricing Theory". *Journal of Economic Theory*. Vol. 28, nº 1.

Koopman, S., Harvey, A.C. (1996) STAMP 5.0 – *Structural Time Series Analyser, Modeller and Predictor*, International Thomson Plublisher.

McElroy, M. B. e Burmeister, E. (1988) "Arbitrage Pricing Theory as a Restricted Nonlinear Multivariate Regression Model". *Journal of Business & Economic Statistics*. Vol. 6, nº 1, janeiro.

Perron, P., Cati, R. C. e Garcia, M. G. P. (1996) "Unit Roots in the Presence of Abrupt Governmental Interventions with an Application to Brazilian Data". mimeo.

Ribenboim, G. (1996) "Teste do Modelo CAPM". Trabalho de Finanças. PUC/RJ.

Roll, R. e Ross, S. (1980) "An Empirical Investigation of the Arbitrage Pricing Theory". *The Journal of Finance*. Vol. XXXV, nº 5, dezembro.

Roll, R. (1977) "A Critique of the Asset Pricing Theory's Tests: Part I: On Past and Potential Testability of the Theory". *Journal of Financial Economics*. Vol. 4.

Ross, S. (1976) "The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing". *Journal of Economic Theory*. Vol. 13.

Wei, K. C. J. (1988) "An Asset-Pricing Theory Unifying the CAPM and APT". *The Journal of Finance*. Vol. XLIII, n° 4, setembro.