

Rieß, Armin-Detlef

**Book — Digitized Version**

## Optimale Auslandsverschuldung bei potentiellen Schuldendienstproblemen

Allokation im marktwirtschaftlichen System, No. 27

**Provided in Cooperation with:**

Peter Lang International Academic Publishers

*Suggested Citation:* Rieß, Armin-Detlef (1988) : Optimale Auslandsverschuldung bei potentiellen Schuldendienstproblemen, Allokation im marktwirtschaftlichen System, No. 27, ISBN 978-3-631-74965-4, Peter Lang International Academic Publishers, Berlin, <https://doi.org/10.3726/b13534>

This Version is available at:

<https://hdl.handle.net/10419/182610>

**Standard-Nutzungsbedingungen:**

Die Dokumente auf EconStor dürfen zu eigenen wissenschaftlichen Zwecken und zum Privatgebrauch gespeichert und kopiert werden.

Sie dürfen die Dokumente nicht für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, öffentlich zugänglich machen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Sofern die Verfasser die Dokumente unter Open-Content-Lizenzen (insbesondere CC-Lizenzen) zur Verfügung gestellt haben sollten, gelten abweichend von diesen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

**Terms of use:**

*Documents in EconStor may be saved and copied for your personal and scholarly purposes.*

*You are not to copy documents for public or commercial purposes, to exhibit the documents publicly, to make them publicly available on the internet, or to distribute or otherwise use the documents in public.*

*If the documents have been made available under an Open Content Licence (especially Creative Commons Licences), you may exercise further usage rights as specified in the indicated licence.*



<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

ARMIN-DETLEF RIESS

**OPTIMALE AUSLANDS-  
VERSCHULDUNG  
BEI POTENTIELLEN  
SCHULDEN-  
DIENSTPROBLEMEN**



ARMIN-DETLEF RIESS

## **OPTIMALE AUSLANDSVERSCHULDUNG BEI POTENTIELLEN SCHULDENDIENSTPROBLEMEN**

Die aktuelle Schuldenkrise hat abermals gezeigt, daß Abweichungen von vereinbarten Schuldendienstzahlungen und somit Schuldendienstprobleme inhärente Begleiterscheinungen internationaler Kreditbeziehungen sind. Aufbauend auf der Hypothese, daß die Existenz potentieller Schuldendienstprobleme die Kreditwürdigkeit eines Landes und damit die Bedingungen der Auslandskreditaufnahme negativ beeinflußt, liefert die vorliegende Arbeit eine wirtschaftstheoretische Analyse optimaler Wachstums- und Auslandsverschuldungsprozesse. Unter Verwendung ausgewählter Indikatoren potentieller Schuldendienstprobleme als Determinanten des vom Schuldnerland zu zahlenden Kreditzinses wird die Problematik einer optimalen Auslandsverschuldung im Rahmen dynamischer Optimierungsmodelle erörtert. Hierbei zeigt sich insbesondere, daß auch in dezentral organisierten Volkswirtschaften korrigierende Interventionen in den marktwirtschaftlichen Lenkungsmechanismus notwendig werden können, um das volkswirtschaftlich optimale Verhalten individueller Entscheidungsträger herbeizuführen.

Armin-Detlef Rieß wurde 1957 in Koblenz geboren. Von 1976-1982 Studium der Volkswirtschaftslehre an der Johannes Gutenberg-Universität Mainz. 1982 Diplomprüfung für Volkswirte. Von 1982-1988 wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Allgemeine und Außenwirtschaftstheorie an der Universität Mainz. 1988 Promotion am Fachbereich Rechts- und Wirtschaftswissenschaften der Johannes Gutenberg-Universität Mainz.

**Optimale Auslandsverschuldung bei  
potentiellen Schuldendienstproblemen**



# STAATLICHE ALLOKATIONSPOLITIK IM MARKTWIRTSCHAFTLICHEN SYSTEM

Herausgegeben von  
Heinz König, Hans-Heinrich Nachtkamp,  
Ulrich Schlieper, Eberhard Wille

Band 27



**Verlag Peter Lang**

Frankfurt am Main · Bern · New York · Paris

ARMIN-DETLEF RIESS

**OPTIMALE  
AUSLANDS-  
VERSCHULDUNG  
BEI POTENTIELLEN  
SCHULDENDIENST-  
PROBLEMEN**



**Verlag Peter Lang**

Frankfurt am Main · Bern · New York · Paris

CIP-Titelaufnahme der Deutschen Bibliothek

Riess, Armin-Detlef:

**Optimale Auslandsverschuldung bei potentiellen  
Schuldendienstproblemen / Armin-Detlef Riess. -**

**Frankfurt am Main ; Bern ; New York ; Paris : Lang, 1988**

**(Staatliche Allokationspolitik im marktwirtschaftlichen  
System ; Bd. 27)**

**Zug.: Mainz, Univ., Diss., 1988**

**ISBN 3-631-40462-X**

**NE: GT**

Open Access: The online version of this publication is published on [www.peterlang.com](http://www.peterlang.com) and [www.econstor.eu](http://www.econstor.eu) under the international Creative Commons License CC-BY 4.0. Learn more on how you can use and share this work: <http://creativecommons.org/licenses/by/4.0>.



This book is available Open Access thanks to the kind support of ZBW – Leibniz-Informationszentrum Wirtschaft.

**D 77**

**ISSN 0721-2860**

**ISBN 3-631-40462-X**

ISBN 978-3-631-74965-4 (eBook)

**© Verlag Peter Lang GmbH, Frankfurt am Main 1988**

**Printed in Germany**

Vorbemerkungen:

Die vorliegende Arbeit ist als Dissertation am Fachbereich der Rechts- und Wirtschaftswissenschaften der Johannes Gutenberg-Universität Mainz entstanden.

In diesem Zusammenhang danke ich besonders Herrn Prof. Dr. Klaus Rose, der die Arbeit betreut und durch konstruktive Hinweise zu ihrer erfolgreichen Fertigstellung beigetragen hat. Darüber hinaus hat der von ihm in jeder Hinsicht großzügig gewährte Freiraum ein angenehmes Arbeiten sichergestellt.

Ebenso möchte ich Herrn Prof. Dr. Hermann Bartmann für die kritische Beurteilung des Manuskriptes danken.

Ganz herzlich danke ich meinen Freunden und Kollegen Diplom-Volkswirt Klaus Doch, Dr. Michael Frenkel, Dr. Klaus-Dieter John und Dr. Norbert Schmidt, die mit viel Geduld die Freuden und Mühen der Anfertigung durch die Durchsicht des Manuskriptes und zahlreiche Anregungen mitgetragen haben.

Für die nicht immer einfachen Schreibarbeiten bedanke ich mich gern bei Frau Ingeborg Evers, Frau Ilona Kerenyi und Frau Christiane Laibach.

Schließlich: Ohne Gaby wäre die vorliegende Arbeit nicht zu denken gewesen.



INHALTSVERZEICHNIS

Verzeichnis der im Teil C häufig verwendeten Symbole .....	i
Teil A: Einführung .....	1
1. Kapitel: Schuldendienstprobleme als inhärente Begleiterscheinung internationaler Kreditbeziehungen .....	1
2. Kapitel: Gegenstand, Einordnung und Aufbau der Arbeit .....	7
Teil B: Empirische Aspekte zur Problematik der Auslandsverschuldung .....	12
1. Kapitel: Entwicklung der internationalen Verschuldung seit 1973 .....	12
I. Die Entwicklung im Zeitraum 1973-82 .....	12
II. Die Entwicklung im Zeitraum 1983-87 .....	20
2. Kapitel: Indikatoren potentieller Schulden- dienstprobleme und Determinanten der Kreditaufnahmebedingungen .....	26
I. Identifikation geeigneter Indikatoren .....	26
II. Empirische Ergebnisse .....	42
3. Kapitel: Ausblick .....	49
Teil C: Optimale Auslandsverschuldung in wachstumstheoretischen Modellen bei alternativen Zinshypothesen .....	51
1. Kapitel: Wachstum in einer offenen Ein-Sektoren-Wirtschaft .....	51
I. Zum Begriff der Auslandsverschuldung im modelltheoretischen Kontext .....	51

## II

II.	Modellannahmen und produktionstheoretische Voraussetzungen .....	54
III.	Ersparnis, Investitionen und internationale Kapitalbewegungen .....	57
IV.	Heimischer Kapitalstock, nationaler Kapitalstock und Nettoauslandsverschuldung .	61
V.	Wachstumsgleichgewicht in einer offenen Volkswirtschaft .....	63
2. Kapitel:	Optimale Auslandsverschuldung bei gegebenem Kreditzins .....	73
I.	Vorbemerkungen .....	73
II.	Der konsummaximierende Steady-State-Pfad ...	73
III.	Optimaler Anpassungsprozeß an den konsummaximierenden Steady-State-Pfad .....	82
3. Kapitel:	Optimale Auslandsverschuldung bei ausschließlich verschuldungsdeterminiertem Kreditzins .....	87
I.	Vorbemerkungen .....	87
II.	Der Zusammenhang zwischen Kreditzins und Nettoauslandsverschuldung .....	88
III.	Konsummaximierende Wachstums- und Verschuldungsprozesse .....	92
1.	Der konsummaximierende Steady-State-Pfad .....	92
1.1	Bestimmung des konsummaximierenden Steady-State-Pfades für eine Schuldernation .....	92
1.2	Wohlfahrtstheoretische Implikationen verschuldungsdeterminierter Zinskonditionen .....	99
1.3	Das optimale Spar-, Investitions- und Verschuldungsverhalten im Konsummaximum .....	106
2.	Optimale Anpassungsprozesse bei unbegrenzten Kreditaufnahmemöglichkeiten ..	110

### III

2.1	Formulierung des dynamischen Optimierungsproblems .....	110
2.2	Notwendige Bedingungen für eine Optimallösung .....	117
2.3	Phase (1) des Anpassungsprozesses ....	124
2.4	Phase (2) des Anpassungsprozesses ....	128
3.	Optimale Anpassungsprozesse bei begrenzten Kreditaufnahmemöglichkeiten	141
3.1	Modelltheoretische Berücksichtigung und kontrolltheoretische Bedeutung begrenzter Kreditaufnahmemöglichkeiten	141
3.2	Dynamisches Optimierungsproblem, Optimalitätsbedingungen und Determinierung der Anpassungsprozesse.	147
3.3	Wohlfahrtstheoretische Implikationen begrenzter Kreditaufnahmemöglichkeiten	169
4.	Wirtschaftspolitische Schluß- folgerungen .....	171
IV.	Wohlfahrtsmaximierende Wachstums- und Verschuldungsprozesse unter Berücksichtigung einer sozialen Zeitpräferenzrate .....	180
1.	Formulierung des dynamischen Optimierungsproblems und Ableitung der Optimalitätsbedingungen .....	180
2.	Der wohlfahrtsmaximierende Steady-State-Pfad .....	194
3.	Optimale Anpassungsprozesse .....	211
V.	Zusammenfassung und Ausblick .....	217
4. Kapitel:	Optimale Auslandsverschuldung bei verschuldungs-, produktions- und ersparnisdeterminiertem Kreditzins.	220
I.	Auslandsverschuldung, Produktion und Ersparnis als Determinanten des Kredit- zinses .....	220
II.	Der Zusammenhang zwischen Kreditzins und den Zinsdeterminanten .....	222



## IV

III. Dynamischer Optimierungsansatz und Optimalitätsbedingungen .....	223
IV. Ökonomische Interpretation der Optimalitätsbedingungen .....	229
1. Grundsätzliche Eigenschaften des Optimalpfades .....	229
2. Charakterisierung des optimalen Steady-State-Pfades .....	238
V. Wirtschaftspolitische Schlußfolgerungen ...	243
5. Kapitel: Optimale Auslandsverschuldung unter Berücksichtigung außenwirtschaftlicher Determinanten des Kreditzinses .....	
I. Schuldendienstquote und Reserve-Import-Quote als Determinanten des Kreditzinses ..	248
II. Struktur des wachstumstheoretischen Zwei-Sektoren-Modells .....	252
1. Produktion, Konsum, Investition und außenwirtschaftliche Verflechtungen .	252
2. Kapital-, Reserve- und Schuldenakkumulation .....	262
3. Der Zusammenhang zwischen Kreditzins und den Zinsdeterminanten .....	266
III. Dynamischer Optimierungsansatz und Optimalitätsbedingungen .....	269
1. Formulierung des dynamischen Optimierungsproblems .....	269
2. Ableitung der Optimalitätsbedingungen .....	274
IV. Ökonomische Interpretation der Optimalitätsbedingungen .....	279
1. Grundsätzliche Eigenschaften des Optimalpfades .....	279
1.1 Optimale Aufteilung der Importersatzgutproduktion auf Konsum und Investition .....	279
1.2 Optimale Aufteilung der Exportgutproduktion auf Konsum und Export ....	279

V

1.3	Optimale Schulden- und Reserveakkumulation .....	282
1.4	Optimaler Investitionsgüterimport ....	284
1.5	Optimale Arbeitsallokation und optimale Produktionsstruktur .....	286
1.6	Optimale Investitionsgüterallokation .	294
1.7	Handelspolitische Maßnahmen zur Realisierung der optimalen Produktions-, Investitions- und Konsumstruktur .....	298
2.	Charakterisierung des optimalen Steady-State-Pfades .....	306
V.	Zusammenfassung .....	313
6.	Kapitel: Schlußbemerkungen .....	316
	Anhang .....	320
	Literaturverzeichnis .....	344



VERZEICHNIS DER IM TEIL C HÄUFIG VERWENDETEN SYMBOLE1. In allen Kapiteln verwendete Symbole

g	Wachstumsrate der Arbeit, natürliche Wachstumsrate
I	Inlandsinvestitionen
KB	Saldo der Kapitalbilanz im weiteren Sinne (einschließlich Währungsreserveänderungen)
LB	Saldo der Leistungsbilanz
L	Arbeit
$m_i$	Momentanwert der i-ten Kozustandsvariablen, i-te Kozustandsvariable in laufenden Werten
$P_i$	i-te Kozustandsvariable
r	Kreditzins
t	Zeitindex
U	gesellschaftlicher Nutzenindex (Zeitpunktbetrachtung)
W	gesellschaftlicher Wohlfahrtsindex (Zeitraumbetrachtung)
ZB	Saldo der Zahlungsbilanz $\hat{=}$ Saldo der zusammen- gefaßten Leistungs- und Kapitalbilanz (LB+KB)
$\varepsilon$	Elastizität der $r(\cdot)$ -Funktion
$\pi$	Optimaler Steuersatz auf Erträge des Auslandskapitals
$\rho$	soziale Zeitpräferenzrate

Ein Punkt ( $\cdot$ ) über einer Variablen kennzeichnet die Veränderung dieser Variablen in der als stetig angenommenen Zeit. Beispiel:  $dL/dt = \dot{L}$

Der optimale Steady-State-Wert einer Variablen wird durch einen der Variablen nachgestellten Stern (\*) gekennzeichnet.

Durch einen vorangestellten Stern (\*) werden "gewöhnliche" Steady-State-Werte einer Variablen kenntlich gemacht.

Ein Pfeil ( $\rightarrow$ ) unter einer Variablen bezeichnet den gesamten Zeitpfad dieser Variablen.

2. Ausschließlich in den Kapiteln (1)-(4)  
{Ein-Sektoren-Modelle} verwendete Symbole

$b = \dot{D}/L > 0$	Pro-Kopf-Auslandskreditaufnahme
$b = \dot{D}/L < 0$	Pro-Kopf-Auslandskreditvergabe
$C$	Konsum der Inländer
$c = C/L$	Pro-Kopf-Konsum der Inländer
$D$	Nettoauslandsverschuldung
$d = D/L$	Pro-Kopf-Nettoauslandsverschuldung
$h = h(d, \dots)$	Grenzkosten für die Inanspruchnahme von Auslandskapital falls $d > 0$ bzw. Grenzeinnahmen aus Auslandsvermögen falls $d < 0$ gilt.
$K$	heimischer Kapitalstock (im Inland eingesetzt)
$k = K/L$	Pro-Kopf-Kapitalstock
$K_n$	nationaler Kapitalstock (im Eigentum der Inländer)
$k_n = K_n/L$	nationaler Pro-Kopf-Kapitalstock
$Q$	Inlandsproduktion, Output
$Q/L$	Pro-Kopf-Produktion
$S$	Ersparnis der Inländer
$s = S/Y$	Sparquote
$s_i = I/Y$	Investitionsquote
$T$	zusammengefaßter Saldo der Handels- und Dienstleistungsbilanz ohne Nettofaktor- einkommen aus dem Ausland
$w$	Lohn
$Y$	Inländerprodukt, Volkseinkommen
$y = Y/L$	Pro-Kopf-Volkseinkommen
$\beta > 0$	Obergrenze für die Pro-Kopf-Auslands- kreditaufnahme
$\phi_i$	$i$ -ter Lagrangemultiplikator
$\psi_i$	Momentanwert des $i$ -ten Lagrangemultiplikators
$\xi$	partielle Produktionselastizität der Arbeit
$1 - \xi$	partielle Produktionselastizität des Kapitals

3. Ausschließlich im 5. Kapitel{Zwei-Sektoren-Modell} verwendete Symbole

A	Exportgutproduktion
$C_A$	Konsum des Exportproduktes
$c_A = C_A / L_A$	Pro-Kopf-Konsum des Exportproduktes
F	Importersatzgutproduktion
$C_F$	Konsum des Importersatzgutes
$c_F = C_F / L_F$	Pro-Kopf-Konsum des Importersatzgutes
D	Nettoauslandsverschuldung ohne Berücksichtigung der Reservehaltung
$GPK_A$	Grenzproduktivität des Kapitals in der A-Industrie
$GPK_F$	Grenzproduktivität des Kapitals in der F-Industrie
$GPL_A$	Grenzproduktivität der Arbeit in der A-Industrie
$GPL_F$	Grenzproduktivität der Arbeit in der F-Industrie
$K_A$	Kapitalstock der A-Industrie
$k_A = K_A / L_A$	Pro-Beschäftigten-Kapitalstock in der A-Industrie Kapitalintensität in der A-Industrie
$k^A = K_A / L$	Pro-Kopf-Kapitalstock der A-Industrie
$K_F$	Kapitalstock der F-Industrie
$k_F = K_F / L_F$	Pro-Beschäftigten-Kapitalstock in der F-Industrie Kapitalintensität in der F-Industrie
$k^F = K_F / L$	Pro-Kopf-Kapitalstock der F-Industrie
$L_A$	Arbeitseinsatz in der A-Industrie
$L_F$	Arbeitseinsatz in der F-Industrie
$l^A = L_A / L$	Beschäftigungsquotient hinsichtlich der A-Industrie
$l^F = L_F / L$	Beschäftigungsquotient hinsichtlich der F-Industrie
P	Weltmarktpreis des Exportgutes A in Einheiten des Importersatzgutes F (terms of trade)
$\tilde{P}$	inländischer Produzentenpreis des Exportgutes
$\hat{P}$	inländischer Konsumentenpreis des Exportgutes

X

$r_o$	Verzinsung internationaler Reserven
V	Investitionsgüterimporte
$v=V/L$	Pro-Kopf-Investitionsgüterimport
$w_A$	in Einheiten des Gutes A ausgedrückter Reallohn in der A-Industrie
$w_F$	in Einheiten des Gutes F ausgedrückter Reallohn in der F-Industrie
Z	Internationale Reserven
$z=Z/L$	Internationale Pro-Kopf-Reserven
X	Brutto-Auslandskreditaufnahme
$x=X/L$	Brutto-Auslandskreditaufnahme pro Kopf
$\alpha$	Anteil der Investitionen in der F-Industrie an den gesamten Inlandsinvestitionen (Kapitalallokationsquote)
$1-\alpha$	Anteil der Investitionen in der A-Industrie an den gesamten Inlandsinvestitionen
$\gamma$	Anteil der investiv verwendeten F-Produktion an der gesamten F-Produktion
$1-\gamma$	Anteil der konsumtiv verwendeten F-Produktion an der gesamten F-Produktion
$\delta$	Tilgungsrate
$\eta$	Anteil der exportierten A-Produktion an der gesamten A-Produktion (Exportquote)
$1-\eta$	Anteil der konsumtiv verwendeten A-Produktion an der gesamten A-Produktion

Teil A: EINFÜHRUNG1. Kapitel: SCHULDENDIENSTPROBLEME ALS INHÄRENTE  
BEGLEITERSCHEINUNG INTERNATIONALER  
KREDITBEZIEHUNGEN

Der wirtschaftliche Entwicklungsprozeß vieler Staaten, die heute zu den ökonomisch hoch entwickelten Ländern gerechnet werden, wurde von einer ausgeprägten Inanspruchnahme ausländischen Kapitals begleitet. Stellvertretend sei auf die Wirtschaftsentwicklung der Vereinigten Staaten von Amerika hingewiesen, die während des neunzehnten Jahrhunderts und noch bis zum Beginn des Ersten Weltkrieges durch umfangreiche Kapitalzuflüsse insbesondere aus Großbritannien, Frankreich und zu einem geringen Teil aus Deutschland vorangetrieben wurde<sup>1)</sup>. In ähnlicher Weise wird seit dem Zweiten Weltkrieg in vielen Entwicklungsländern versucht, interne Wachstums- und Entwicklungsprozesse durch den Rückgriff auf ausländische Kapitalquellen zu unterstützen. Erfolgt der Mittelzufluß nicht ausschließlich in Gestalt unentgeltlicher Übertragungen und/oder ausländischer Direktinvestitionen, so impliziert der durch ausländische Kreditgeber ermöglichte Ressourcentransfer eine Akkumulation externer Schulden. Verursacher der so entstehenden Auslandsverschuldung können private und öffentliche Kreditnehmer eines Landes sein.

---

1) Vgl. ABBOTT, G.C., International Indebtness and the Developing Countries, London-New York 1979, S.11 ff.



Aus der Sicht der Kreditgeber ist die Auslandskreditvergabe mit Risiken verbunden, die über jene hinausgehen, die auch bei einer Kreditvergabe im eigenen Land zu tragen sind. Bei jeder Kreditvergabe muß die Kreditwürdigkeit des jeweiligen Kreditnehmers, d.h. dessen Fähigkeit und Bereitschaft, die Zins- und Tilgungsverpflichtungen (≙ Schuldendienstverpflichtungen) zu erfüllen, eingeschätzt werden. Die Möglichkeit, daß ein individueller Kreditnehmer die vereinbarten Schuldendienstzahlungen nicht vornehmen kann oder will, wird im weiteren als Kreditrisiko bezeichnet<sup>1)</sup>. Erfolgt die Kreditvergabe an einen Kreditnehmer eines anderen Landes, so treten zu dem Kreditrisiko Risiken hinzu, die aus der grundlegenden ökonomischen und politischen Situation des betreffenden Landes resultieren. Eine hohe Kreditwürdigkeit des individuellen Kreditnehmers stellt dann eine notwendige, nicht aber eine hinreichende Bedingung dafür dar, daß die Gläubiger das eingesetzte Kapital verzinst zurückerhalten. Zur Illustration sei auf einen Kreditnehmer eines Entwicklungslandes verwiesen, der zwar in ausreichendem Umfang über Währungsbeträge des eigenen Landes verfügt (z.B. mexikanische Pesos), die in Fremdwährung (z.B. US-Dollar) zu leistenden Schuldendienstzahlungen jedoch nicht vornehmen kann, weil die Regierung des Entwicklungslandes durch Devisenbeschränkungen die freie Verfügbarkeit über Devisen einschränkt. Im weiteren sei das von den Gläubigern ebenfalls zu bewertende Risiko, das durch die

---

1) Vgl. zu dieser Begriffsbestimmung: CATAQUET, H., Country Risk Analysis: Art Science and Sorcery?, in: KRÜMMEL, H.-J. (Hrsg.), Internationales Bankgeschäft, Beihefte zu Kredit und Kapital, Heft 8, Berlin 1985, S. 81.

Gesamtsituation jenes Landes bedingt ist, in dem das Kreditengagement erfolgt, als Länderrisiko bezeichnet<sup>1)</sup>. Dieses Länderrisiko schließt das sogenannte souveräne Risiko ein, welches aus der Möglichkeit resultiert, daß an öffentliche Kreditnehmer vergebene Kredite nicht vereinbarungsgemäß verzinst und zurückgezahlt werden: "Country risk spans all loans made to a particular country, while sovereign risk refers to loans made ... to government and government agencies and/or enterprises which are backed by the full faith and credit of the government. Thus, sovereign risk is a proper subset of country risk."<sup>2)</sup> Die Einordnung des souveränen Risikos als Teil des Länderrisikos wird vor allem vor dem Hintergrund verständlich, daß die Steuereinnahmen als wesentliche Komponente der Einnahmen des öffentlichen Sektors in besonderem Maße von der ökonomischen und politischen Situation der Volkswirtschaft als Ganzes determiniert sind; hinzu kommt, daß auch der öffentliche Sektor die in heimischer Währung erhobenen Steuereinnahmen in Fremdwährung transferieren muß und daher auf die in der gesamten Volkswirtschaft verfügbaren Devisen angewiesen ist.

Unter Berücksichtigung der Überlegungen zum Länderrisiko lassen sich in Analogie zur Definition der Kreditwürdigkeit eines individuellen Kreditnehmers Aussagen bezüglich der Kreditwürdigkeit eines Landes ableiten. Mit einer durch private und öffentliche Kreditnehmer verursachten

---

1) Vgl. CATAQUET, H., Country Risk Analysis ..., a.a.O., S. 78.

2) EBENDA, S. 80.

Akkumulation externer Schulden geht das kreditaufnehmende Land die Verpflichtung ein, in Zukunft Schuldendienstzahlungen an ausländische Gläubiger zu leisten. Eine vertragsgemäße Erfüllung der Schuldendienstverpflichtungen ist an zwei Voraussetzungen geknüpft. Zum einen muß die Fähigkeit des Landes zur Leistung der Schuldendienstzahlungen gegeben sein. Neben der Schuldendienstfähigkeit bedarf es als zweiter Voraussetzung für die Realisierung der vereinbarten Zins- und Tilgungszahlungen der Bereitschaft, diese Zahlungen auch vornehmen zu wollen. Die Unterscheidung zwischen der Schuldendienstfähigkeit und der Schuldendienstbereitschaft ist insofern von Bedeutung, als die Möglichkeit in Betracht gezogen werden muß, daß "long before a developing country is unable to service its debts, it will choose not to do so"<sup>1)</sup>.

Schuldendienstprobleme werden einem Schuldnerland spätestens dann attestiert, wenn sich die Möglichkeit abzeichnet, daß das betreffende Land aufgrund einer beeinträchtigten Schuldendienstfähigkeit und/oder einer mangelnden Schuldendienstbereitschaft von den vereinbarten Zinszahlungs- und Tilgungsmodalitäten abweichen könnte<sup>2)</sup>. Erste Anzeichen für heraufziehende Schuldendienstprobleme können beispielsweise in dem Versuch eines Schuldnerlandes gesehen werden, durch die Behinderung

---

1) GERSOVITZ, M., Banks' International Lending Decisions: What We Know and Implications for Future Research, in: SMITH, G.W./CUDDINGTON, J.T. (Hrsg.), International Debt and the Developing Countries, Washington, D.C. 1984, S. 62.

2) Vgl. CLINE, W.R., International Debt: Systematic Risk and Policy Response, Cambridge/Mass. 1984, S. xv.

von Importen und/oder den Abbau von Währungsreserven eine vertragsgemäße Erfüllung der Schuldendienstverpflichtungen zu realisieren. Offensichtlicher werden die Zahlungsschwierigkeiten, wenn es infolge eines drohenden oder bereits eingetretenen Zahlungsverzuges zu Umschuldungsverhandlungen zwischen den Kreditvertragsparteien kommt. Zweck dieser Umschuldungsverhandlungen ist vor allem die Festlegung eines neuen Zinszahlungs- und Tilgungsplanes, der eine ordnungsgemäße Bedienung der Schulden erwarten läßt<sup>1)</sup>. Als gravierender sind die Schuldendienstprobleme eines Landes einzustufen, wenn der Schuldner einseitig verkündet bzw. damit droht, das Volumen seiner Schuldendienstzahlungen zu begrenzen oder ein partielles oder sogar alle Schulden betreffendes, zeitlich befristetes oder unbefristetes Schuldendienstmoratorium in Kraft zu setzen<sup>2)</sup>. Gewissermaßen als letzte Stufe möglicher Abweichungen von vorgesehenen Schuldendienstzahlungen kann die ausdrückliche Zurückweisung sämtlicher Schuldendienstverpflichtungen betrachtet werden<sup>3)</sup>.

Durch Mexikos Eingeständnis der drohenden Zahlungsunfähigkeit im August 1982<sup>4)</sup> wurde nicht zum ersten Male in der Geschichte internationaler Kreditbeziehungen deutlich, daß Abweichungen von vereinbarten Schuldendienstzahlungen und somit Schuldendienstprobleme

- 
- 1) Vgl. EATON, J./GERSOVITZ, M., Poor-Country Borrowing in Private Financial Markets and the Repudiation Issue, Princeton Studies in International Finance, No. 47, Princeton 1981, S. 2.
  - 2) Vgl. CLINE, W.R., International Debt ..., a.a.O., S. 26.
  - 3) Vgl. EBENDA, S. 26.
  - 4) Vgl. DEUTSCHE BUNDESBANK, Monatsberichte der Deutschen Bundesbank, 39. Jahrgang Nr. 1, Januar 1987, S. 40.

inhärente Begleiterscheinungen internationaler Kreditbeziehungen sind. Ohne auf die jeweiligen Ursachen, Konsequenzen und Besonderheiten früherer Problemfälle einzugehen, sei beispielhaft auf die völlige Einstellung der Schuldendienstzahlungen einer Reihe lateinamerikanischer Länder (u.a. Bolivien, Peru, Chile, Brasilien und Kolumbien) in den Jahren 1931-33<sup>1)</sup>, die völlige Zurückweisung der Schuldendienstverpflichtungen durch Kuba (1961)<sup>2)</sup> und Nord-Korea (1974)<sup>3)</sup> sowie auf die seit dem Zweiten Weltkrieg stark angestiegene Zahl von Umschuldungsabkommen zwischen Kreditnehmern und Kreditgebern hingewiesen<sup>4)</sup>.

- 
- 1) Vgl. ABBOTT, G.C., International Indebtness ..., a.a.O., S. 24 f.
  - 2) Vgl. CLINE, W.R., International Debt ..., a.a.O., S. 90.
  - 3) Vgl. EBENDA, S. 90.
  - 4) Vgl. SACHS, J., LDC Debt in the 1980s - Risks and Reforms, in: WACHTEL, P. (Hrsg.), Crisis in the Economic and Financial Structure, Lexington 1982, S. 229 ff.

## 2. Kapitel: GEGENSTAND, EINORDNUNG UND AUFBAU

### DER ARBEIT

Eine Vielzahl empirischer Studien<sup>1)</sup> bestätigt die Hypothese, daß die Aussicht auf potentielle Schuldendienstprobleme die Kreditwürdigkeit eines Landes beeinträchtigt und damit die Bedingungen der Auslandskreditaufnahme negativ beeinflusst. Hierauf aufbauend liefert die vorliegende Arbeit eine wirtschaftstheoretische Analyse der Wachstums- und Verschuldungsprozesse, die eine kapitalimportierende Volkswirtschaft angesichts kreditwürdigkeitsdeterminierter Kreditaufnahmebedingungen anstreben sollte. Dabei ist insbesondere der Erkenntnis Rechnung zu tragen, daß die Wahrscheinlichkeit für das Eintreten von Schuldendienstproblemen und damit die Kreditkonditionen nicht unwesentlich durch die Gesamtsituation des Schuldnerlandes determiniert und daher durch das Schuldnerland beeinflussbar sind. Hinsichtlich dieser Einflußmöglichkeiten werden wir auch der Frage nachgehen, durch welche makroökonomischen Maßnahmen ein Schuldnerland über eine Reduzierung der Wahrscheinlichkeit von Schuldendienstschwierigkeiten die Kreditaufnahmebedingungen zum eigenen Vorteil beeinflussen kann.

Wirtschaftstheoretische Modelle zur Analyse externer Verschuldungsprozesse lassen sich grob zwei Kategorien zuordnen<sup>2)</sup>:

Modelle der einen Kategorie beschränken sich im Sinne einer positiven Ökonomik auf die Erklärung

- 
- 1) Stellvertretend für die im Teil B ausführlich zu würdigenden Beiträge sei auf die Studie von EDWARDS, S., LDC Foreign Borrowing and Default Risk: An Empirical Investigation, 1976-80, in: The American Economic Review, Vol. 74 (1984), Supplementary Information, S. 726-734 hingewiesen.
  - 2) Vgl. zu einer ähnlichen Kategorisierung: McDONALD, D.C., Debt Capacity and Developing Country Borrowing: A Survey of the Literature, in: IMF Staff Papers, Vol. 29 (1982), S. 605 ff.

und Prognose der Akkumulation externer Schulden im langfristigen Entwicklungsprozeß einer Volkswirtschaft. Stellvertretend für die Vielzahl dieser Ansätze sei auf die Arbeiten von AVRAMOVIC<sup>1)</sup>, KING<sup>2)</sup>, SOLOMON<sup>3)</sup>, NEHER<sup>4)</sup>, FISCHER/FRENKEL<sup>5)6)</sup>, FEDER<sup>7)</sup>, TAKAGI<sup>8)</sup> und KATZ<sup>9)</sup> hingewiesen.

Modelle der zweiten Kategorie diskutieren die Problematik der Auslandsverschuldung im Sinne einer

- 
- 1) AVRAMOVIC, D. et.al., Economic Growth and External Debt, Baltimore 1964.
  - 2) KING, B.B., Notes on the Mechanics of Growth and Debt, World Bank Staff Occasional Papers, No. 6, Baltimore 1968.
  - 3) SOLOMON, R., A Perspective on the Debt of Developing Countries, in: Brooking Papers on Economic Activity, 2 (1977), S. 479-501.
  - 4) NEHER, P.A., International Capital Movements along Balanced Growth Paths, in: The Economic Record, Vol. 46 (1970), S. 393-401.
  - 5) FISCHER, S./FRENKEL, J.A., Investment, the Two-Sector Model and Trade in Debt and Capital Goods, in: Journal of International Economics, Vol. 2 (1972), S. 211-233.
  - 6) FISCHER, S./FRENKEL, J.A., Economic Growth and the Stages of the Balance of Payments - A Theoretical Model, in: HORWICH, G./SAMUELSON, P.A., Trade Stability and Macroeconomics - Essays in Honor of Lloyd A. Metzler, New York 1974, S. 503-521.
  - 7) FEDER, G., Growth and External Borrowing in Trade Gap Economies of Less Developed Countries, in: SCHWEIZERISCHES INSTITUT FÜR AUSSENWIRTSCHAFTS-, STRUKTUR- UND MARKTFORSCHUNG, ST. GALLEN (Hrsg.), Längerfristige Aspekte der internationalen Verschuldung von Entwicklungsländern, Zürich 1981, S. 381-395.
  - 8) TAKAGI, Y., Aid and Debt Problems in Less Developed Countries, in: Oxford Economic Papers, New Series, Vol. 33 (1981), S. 323-337.
  - 9) KATZ, M., The Cost of Borrowing, the Terms of Trade, and the Determination of External Debt, in: Oxford Economic Papers, New Series, Vol. 34 (1982), S. 332-345.

normativen Ökonomik. Gemeinsames Merkmal dieser Modelle ist das Bestreben, aus einem dynamischen Optimierungskalkül Hinweise zur Beantwortung der Frage abzuleiten, wie die Akkumulation externer Schulden im Hinblick auf ein gesellschaftliches Zielkriterium gestaltet werden sollte. Innerhalb dieser Optimierungsansätze lassen sich drei Grundströmungen erkennen: Eine dieser Strömungen - für die beispielhaft die Arbeiten von BARDHAN<sup>1)</sup>, HAMADA<sup>2)</sup>, BADE<sup>3)</sup> und BAZDARICH<sup>4)</sup> genannt seien - konzentriert sich auf die Analyse grundlegender Merkmale eines optimalen Wachstums- und Verschuldungsprozesses. Eine andere, weniger langfristig orientierte Ausrichtung der wohlfahrtstheoretischen Betrachtung der Akkumulation externer Schulden wird durch die Veröffentlichungen von McCABE/SIBLEY<sup>5)</sup>, SACHS<sup>6)</sup>, DORNBUSCH<sup>7)</sup>,

- 
- 1) BARDHAN, P.K., Optimum Foreign Borrowing, in: SHELL, K. (Hrsg.), Essays on the Theory of Optimal Economic Growth, Cambridge/Mass. 1967, S. 117-128.
  - 2) HAMADA, K., Optimal Capital Accumulation by an Economy Facing an International Capital Market, in: Journal of Political Economy, Vol. 77 (1969), S. 685-697.
  - 3) BADE, R., Optimal Growth and Foreign Borrowing with Restricted Mobility of Foreign Capital, in: International Economic Review, Vol. 13 (1972), S. 544-552.
  - 4) BAZDARICH, M.J., Optimal Growth and the Stages in the Balance of Payments, in: Journal of International Economics, Vol. 8 (1978), S. 425-443.
  - 5) McCABE, J.L./SIBLEY, D.S., Optimal Foreign Debt Accumulation with Export Revenue Uncertainty, in: International Economic Review, Vol. 17 (1976), S. 675-686.
  - 6) SACHS, J.D., The Current Account and Macroeconomic Adjustment in the 1970s, in: Brooking Papers on Economic Activity, 1 (1981), S. 201-268.
  - 7) DORNBUSCH, R., Real Interest Rates, Home Goods, and Optimal External Borrowing, in: Journal of Political Economy, Vol. 91 (1983), S. 141-153.



MARION/SVENSSON<sup>1)</sup> und KHARAS/SHISHIDO<sup>2)</sup> repräsentiert. Diese Autoren erörtern, wie das Instrumentarium der Auslandskreditaufnahme eingesetzt werden sollte, um die Wirkungen exogener Schocks - zu denken ist beispielsweise an ausgeprägte Ölpreissteigerungen, Zinssteigerungen und Exporterlösschwankungen - abzufedern. Einen dritten Schwerpunkt innerhalb der Modelle zur optimalen Auslandsverschuldung bilden die Forschungsbeiträge, die explizit der Existenz möglicher Schuldendienstprobleme Rechnung tragen. Diese Ansätze wurden u.a. von HANSON<sup>3)</sup>, FEDER/REGEV<sup>4)</sup>, FEDER/JUST<sup>5)</sup>, EATON/GERSOVITZ<sup>6)7)</sup>, SACHS<sup>8)9)</sup> und SACHS/COHEN<sup>10)</sup> initiiert.

- 
- 1) MARION, N.P./SVENSSON, L.E.O., Adjustment to Expected and Unexpected Oil Price Changes, Institute For International Economic Studies, Reprint Series No. 232, Stockholm 1984.
  - 2) KHARAS, H.J./SHISHIDO, H., Foreign Borrowing and Macroeconomic Adjustment to External Shocks, in: Journal of Development Economics, Vol. 25 (1987), S. 125-148.
  - 3) HANSON, J.A., Optimal International Borrowing and Lending, in: American Economic Review, Vol. 64 (1974), S. 616-630.
  - 4) FEDER, G./REGEV, U., International Loans, Direct Foreign Investment, and Optimal Capital Accumulation, in: The Economic Record, Vol. 51 (1975), S. 320-325.
  - 5) FEDER, G./JUST, R.E., Optimal International Borrowing, Capital Allocation and Creditworthiness Control, in: Kredit und Kapital, Vol. 12 (1979), S. 207-220.
  - 6) EATON, J./GERSOVITZ, M., Debt with Potential Repudiation - Theoretical and Empirical Analysis, in: Review of Economic Studies, Vol. 48 (1981), S. 289-309.
  - 7) EATON, J./GERSOVITZ, M., Poor-Country Borrowing..., a.a.O.
  - 8) SACHS, J., LDC Debt in the 1980s..., a.a.O.
  - 9) SACHS, J., Theoretical Issues in International Borrowing, Princeton Studies in International Finance, No. 54, Princeton 1984.
  - 10) SACHS/J./COHEN, D., LDC Borrowing with Default Risk, in: KRÜMMEL, H.-J. (Hrsg.), Internationales Bankgeschäft, a.a.O., S. 211-235.

Vor dem Hintergrund dieser Kategorisierung kann der vorliegende Beitrag als wohlfahrtstheoretische Analyse zur Problematik einer optimalen Auslandsverschuldung angesichts potentieller Schuldendienstprobleme verstanden werden. Dieser Thematik werden wir uns in folgenden Schritten widmen:

Die im anschließenden Teil B erfolgende Diskussion einiger empirischer Aspekte der internationalen Verschuldungsproblematik soll eine Vorstellung von jenen ökonomischen Faktoren vermitteln, die hinsichtlich der Wahrscheinlichkeit für das Eintreten von Schuldendienstproblemen bedeutsam sind und folglich die Kreditwürdigkeit eines Landes und damit die Kreditaufnahmebedingungen bestimmen. Insbesondere ist die Hypothese zu begründen, daß der von einem Schuldnerland zu zahlende Kreditzins wesentlich von bestimmten makroökonomischen Indikatoren der Kreditwürdigkeit determiniert wird.

Die modelltheoretischen Darstellungen im Teil C verfolgen das Ziel, auf der Grundlage der im Teil B identifizierten Determinanten des Kreditzinses eine systematische Analyse optimaler Wachstums- und Verschuldungsprozesse zu entwickeln. Zu diesem Zweck werden im 1. Kapitel von Teil C die für die gesamte theoretische Diskussion grundlegenden Merkmale einer offenen, wachsenden Volkswirtschaft erörtert. Hierauf aufbauend wird in den anschließenden Kapiteln die Thematik einer optimalen Auslandsverschuldung unter Berücksichtigung verschiedener Determinanten des Kreditzinses diskutiert<sup>1)</sup>. Hierbei ist zu beachten, daß die Determinanten des Kreditzinses die ökonomische Situation des Schuldnerlandes reflektieren und damit teilweise durch das Schuldnerland beeinflußt werden können.

---

1) Eine detaillierte Übersicht über Teil C wird im 3. Kapitel von Teil B gegeben.

Teil B:        EMPIRISCHE ASPEKTE ZUR PROBLEMATIKDER AUSLANDSVERSCHULDUNG1. Kapitel: ENTWICKLUNG DER INTERNATIONALENVERSCHULDUNG SEIT 1973

## I. DIE ENTWICKLUNG IM ZEITRAUM 1973-1982

Einen Eindruck von der raschen Zunahme der Auslandsverschuldung der Entwicklungsländer<sup>1)</sup> in den Jahren 1973-82 vermittelt die Tabelle 1. Hiernach haben sich die externen Schulden der Nicht-Öl-Entwicklungsländer<sup>2)</sup> in der Zeit von 1973 bis 1982 mehr als verfünffacht. Gleichzeitig ist der Anteil der kurzfristigen Verschuldung an der Gesamtverschuldung von 14% im Jahre 1973 auf 21% im Jahre 1982 angestiegen.

Begleitet wurde diese Akkumulation externer Schulden von einer auffallenden Veränderung diverser Kennzahlen zur Auslandsverschuldung: Die von 1973 bis 1982 zu beobachtende Zunahme der nominellen Exporterlöse der Nicht-Öl-Entwicklungsländer wurde deutlich vom Tempo der Schuldenakkumulation übertroffen, so daß sich die

---

1) Obwohl Entwicklungsländer keine homogene Gruppe darstellen, soll im folgenden in erster Linie auf eine grobe Unterscheidung zwischen Entwicklungs- und Industrieländern im Sinne der Länderklassifikation des INTERNATIONALEN WÄHRUNGSFONDS (IWF) abgestellt werden. Vgl. hierzu INTERNATIONAL MONETARY FUND (IMF), World Economic Outlook, April 1987, Washington, D.C. 1987, S. 109.

2) Vgl. die Erläuterungen bezüglich dieser Ländergruppe in Anmerkung (a) zur Tabelle 1.



Tabelle 1: Verschuldungssituation der Nicht-Öl-Entwicklungsländer<sup>a)</sup>

	1973	1974	1975	1976	1977	1978	1979	1980
	(in Milliarden US-Doll)							
Schuldenstand <sup>c)</sup>	130,1	160,8	190,8	228,0	280,3	344,7	439,1	524,9
kurzfristig	18,4	22,7	27,3	33,2	43,2	61,5	75,0	102,9
langfristig	111,8	138,1	163,5	194,9	237,2	283,2	364,1	422,0
	(in Prozent)							
Relation zwischen Schuldenstand und Exportenerlösen	115,4	104,6	122,4	125,5	126,1	132,1	125,2	118,3
Relation zwischen Schuldenstand und Bruttoinlands- produkt	22,4	21,8	23,8	25,7	23,7	24,8	26,4	26,9
Relation zwischen Schuldendienst und Exportenerlösen	15,9	14,4	16,1	15,3	14,8	19,1	19,8	18,7
Relation zwischen Zinszahlungen und Exportenerlösen	6,1	6,1	6,7	6,0	5,7	6,9	8,0	9,5

	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987 <sup>b)</sup>
1ar)							
	621,1	708,0	748,5	793,4	846,5	918,2	995,9
	127,4	147,1	128,8	134,1	127,2	127,0	129,0
	493,7	560,9	619,7	659,2	719,3	791,2	866,9
	133,1	157,8	164,6	159,7	172,0	176,3	176,4
	30,7	35,5	37,7	39,1	41,4	42,6	43,7
	22,7	25,7	22,6	23,0	22,6	22,8	21,1
	12,6	15,0	14,0	13,8	13,0	11,7	10,4

a) Die Bezeichnung Nicht-Öl-Entwicklungsländer ist insofern irreführend, als die hiermit angesprochene Ländergruppe auch Ölexportländer wie Mexiko und Ecuador einschließt. Andererseits ist zu bedenken, daß einige hoch verschuldete Länder wie Venezuela und Nigeria in dieser Ländergruppe nicht erfaßt sind. Trotz dieser Unzulänglichkeiten sei zur Charakterisierung der grundlegenden Verschuldungssituation der Entwicklungsländer (133 am 1.1.1987) das auf die Nicht-Öl-Entwicklungsländer (121 am 1.1.1987) bezogene Zahlenmaterial herangezogen, weil sich für diese Ländergruppe aus den genannten Veröffentlichungen des IWF unmittelbar die in der Tabelle angegebenen Zahlenreihen zusammenstellen lassen.

b) Prognose

c) Der gesamte Schuldenstand setzt sich zu einem größeren Teil aus öffentlichen und öffentlich garantierten Schulden und zu einem kleineren Teil aus privaten nicht garantierten Schulden zusammen.

Quelle: International Monetary Fund (IMF), World Economic Outlook, 1983, 1984, October 1986 und April 1987.

Relation zwischen dem Schuldenstand und dem Exportwert von 115,4% im Jahre 1973 um etwa 37% auf 157,8% im Jahre 1982 erhöhte. Noch ausgeprägter war die Zunahme der Relation zwischen dem Schuldenstand und dem Bruttoinlandsprodukt (Anstieg um 58%), da in dem betrachteten Zeitraum das Wachstum der Inlandsproduktion hinter der Expansion der Exporterlöse und somit hinter dem Anstieg der Auslandsverschuldung zurückblieb<sup>1)</sup>. Schließlich zeigt die deutliche Erhöhung der Schuldendienstquote um 62,2%, daß ein immer größer werdender Teil der Exporteinnahmen für Zins- und Tilgungszahlungen aufgewendet werden mußte.

Obwohl die Daten in Tabelle 1 zu erkennen geben, daß die Auslandsverschuldung für die Volkswirtschaften der Entwicklungsländer absolut und relativ an Bedeutung gewonnen hat, können sie naturgemäß nicht die kritische Verschuldungssituation bestimmter Länder widerspiegeln. Für Mexiko, Brasilien und Argentinien - drei der Länder, für die sich 1982 Zahlungsschwierigkeiten abzeichneten - sei daher die weit dramatischere Entwicklung der Verschuldungslage anhand der Veränderung der Schuldendienstquote nachgezeichnet. Diese Quote erhöhte sich in der Zeitspanne 1973-82 für Mexiko von 28,7% auf 58,5%, für Brasilien von 36,7% auf 87,1% und für Argentinien gar von 19,9% auf 102,9%<sup>2)</sup>. Die zunehmende Schuldendienstbelastung der Entwicklungsländer führte schließlich dazu, daß neben Mexiko, Brasilien und Argentinien 31 Länder Ende 1982 mit ihren Schuldendienstzahlungen in Verzug geraten waren<sup>3)</sup>.

---

1) Vgl. CLINE, W.R., International Debt ..., a.a.O., S.2.

2) Vgl. EBENDA, S. 295.

3) Vgl. EBENDA, S. xvi.

Als weiteres Symptom sich verschärfender Schuldendienstprobleme ist die zunehmende Häufigkeit von Umschuldungen, d.h. die Verschiebung ausstehender Fälligkeiten auf spätere Jahre, zu nennen. Wurden im Durchschnitt der Jahre 1975-1980 weniger als vier Umschuldungsabkommen zwischen privaten und/oder öffentlichen Kreditgebern auf der einen und verschuldeten Mitgliedsländern der Weltbank auf der anderen Seite abgeschlossen, so stieg die Zahl dieser Abkommen auf 13 im Jahre 1981 bzw. 10 im Jahre 1982<sup>1)</sup>.

Versucht man, die Frage nach den Gründen der 1982 aufgetretenen Zahlungsbilanzprobleme vieler Entwicklungsländer zu beantworten, dann bietet es sich an, zwischen äußeren und inneren Ursachen zu differenzieren. Diese Ursachen sollen im folgenden in geraffter Form präsentiert werden<sup>2)</sup>.

---

1) Vgl. WORLD BANK, World debt Tables, 1984-85 Edition, Washington, D.C. 1985, S. xiv und "Table 2" auf S. xvi.

2) Eine ausführliche Ursachenanalyse findet man beispielsweise in:  
 DEUTSCHE BUNDESBANK, Geschäftsbericht für das Jahr 1983, S. 81-86;  
 DEUTSCHE BUNDESBANK, Monatsberichte der Deutschen Bundesbank, Januar 1987, a.a.O., S. 38-40.  
 CLINE, W.R., International Debt ..., a.a.O., S. 8-19;  
 GLISMANN, H.H./NUNNENKAMP, P., Entwicklungsländer am Rande einer Verschuldungskrise, Kieler Diskussionsbeiträge 91, Kiel 1983, S. 8-19;  
 INTERNATIONAL MONETARY FUND (IMF), World Economic Outlook, April 1986, Washington, D.C. 1986, S. 86-91;  
 DORNBUSCH, R., External Debt, Budget Deficits and Disequilibrium Exchange Rates, in; SMITH, G.W./Cuddington, J.T. (Hrsg.), International Debt and the Developing Countries, Washington 1985, S. 213-235.



Zu den äußeren, von den Entwicklungsländern nicht beeinflussbaren Ursachen sind die abrupten Ölpreissteigerungen von 1973/74 und 1979/80 zu rechnen, die über eine Aufblähung der Ölrechnung den Finanzierungsbedarf der ölimportierenden Länder erhöhten. Bemerkenswert ist allerdings, daß auch Länder wie z.B. Mexiko, Venezuela und Nigeria, die im Zuge steigender Ölpreise erhöhte Exporteinnahmen verbuchen konnten, einen starken Anstieg der externen Verschuldung zu verzeichnen hatten. Zu erklären ist dies u.a. dadurch, daß die genannten Länder sich verstärkt im Ausland verschuldeten, um die bei den hohen Ölpreisen lukrative Ölförderung zu forcieren. Es kann daher nicht überraschen, daß gerade Ölexportländer sich Zahlungsproblemen gegenübergestellt sahen, als 1982 ein Rückgang der Ölpreise einsetzte<sup>1)</sup>.

Genauso wenig wie die Ölpreiserhöhung war der im Herbst 1979 einsetzende rasante Anstieg sowohl der nominellen als auch der realen Zinsen von den Entwicklungsländern beeinflussbar, sondern vielmehr Folge einer allgemeinen Hinwendung zu einer antiinflationären Geldpolitik, die in manchen Industrieländern von einer expansiven Fiskalpolitik begleitet wurde. Dieser Zinsanstieg - die London Interbank Offered Rate (LIBOR), d.h. der repräsentative Zinssatz für 6-Monatsgeld unter Banken am Eurodollarmarkt, erreichte im Durchschnitt des Jahres 1981 stattliche 16,7%<sup>2)</sup> - führte nicht nur über eine verteuerte Neuverschuldung, sondern auch über die mit einem variablen Zins ausgestatteten bereits existierenden Kreditverträge

- 
- 1) Vgl. IMF, World Economic Outlook, April 1986, a.a.O. S. 152.
  - 2) Vgl. DEUTSCHE BUNDESBANK, Monatsberichte der Deutschen Bundesbank, Januar 1987, a.a.O., S. 39.

zu einer Zunahme der Zinsbelastung. Diese Zunahme der Zinsbelastung hatte u.a. zur Folge, daß von 1978 bis 1982 die Relation zwischen den fälligen Zinszahlungen und den Exporteinnahmen (Zinszahlungsquote) von 6,9% auf 15% anstieg (vgl. Tabelle 1).

Die bedenkliche Zunahme der Zinszahlungsquote sowie insgesamt der Schuldendienstquote war sicher auch auf die unbefriedigende Entwicklung der Exporteinnahmen zurückzuführen. Sowohl das Exportvolumen als auch die Preise der Entwicklungsländerexporte wurden durch die Rezession in den Industrieländern im Zeitraum 1980-1982 ausgesprochen negativ beeinflußt.

Neben den genannten exogenen Ursachen haben interne Fehlentwicklungen in den Entwicklungsländern zur Zuspitzung der Verschuldungsproblematik beigetragen. Zu nennen ist hier vor allem die Überbewertung der eigenen Währung, die über einen Importsog und eine gleichzeitige Verminderung der Wettbewerbsfähigkeit der eigenen Exportsektoren hohe Leistungsbilanzdefizite induzierte. Diese negativen Leistungsbilanzeffekte wurden zudem durch eine expansive Geld- und Fiskalpolitik verstärkt. Problematisch war auch, daß das Festhalten an unrealistischen Wechselkursen die Kapitalflucht stimulierte und dadurch die Finanzierung der Leistungsbilanzdefizite erheblich erschwerte.

Zu bezweifeln ist ferner, ob die durch ausländische Kreditgeber finanzierte Absorption in ausreichendem Maße zu einer Entfaltung der internen Produktivkräfte beigetragen hat. Auf eine eher produktive Verwendung des Kapitalzuflusses kann geschlossen werden, wenn sich nachweisen läßt, daß im Zuge der Schuldenakkumulation

eine Erhöhung der Investitions- und/oder Sparquote in den kreditaufnehmenden Ländern zu beobachten war. In diese Richtung gehende Untersuchungen vermitteln ein sehr uneinheitliches Bild. So kommt beispielsweise SACHS zu dem Ergebnis, daß die Auslandskreditaufnahme der größten Schuldnerländer in den siebziger Jahren mit ansteigenden oder konstanten Sparquoten bei gleichzeitig steigenden Investitionsquoten einherging<sup>1)</sup>. Selbst im Falle von Problemländern wie Mexiko und den Philippinen wurde die rasche Schuldenakkumulation von einem Anstieg der Investitions- und der Sparquote begleitet<sup>2)</sup>, so daß aus der Entwicklung dieser makroökonomischen Aggregate nicht auf eine unproduktive Verwendung der Auslandskredite zu schließen ist<sup>3)</sup>. Im Unterschied zu dieser eher positiven Einschätzung hebt der IWF hervor, daß gerade im Falle der Länder mit Schuldendienstproblemen bei relativ konstanten Investitionsquoten die Sparquoten im Zeitraum 1978-1982 im Vergleich zur Mitte der siebziger Jahre tendenziell gesunken sind und somit der Kapitalimport nicht eine Zunahme der gesamtwirtschaftlichen Investitionen, sondern des Konsums finanziert hat<sup>4)</sup>. Darüber hinaus ist grundsätzlich zu bedenken, daß selbst

- 
- 1) Vgl. SACHS, J., The Current Account and Macroeconomic Adjustment in the 1970s, a.a.O., S. 243.
  - 2) Nach Berechnungen von SACHS hat sich die Investitionsquote Mexikos von einem Durchschnittswert in Höhe von 19,5% für die Jahre 1965-73 auf einen durchschnittlichen Wert in Höhe von 22,6% für den Zeitraum 1974-79 erhöht. Die entsprechenden Werte liefern für die Philippinen einen Anstieg der Investitionsquote von 16,2% auf 23%. Bezogen auf die gleichen Zeiträume ermittelte SACHS einen Anstieg der Sparquote für Mexiko (die Philippinen) von 18,6% auf 22,6% (21,4% auf 26,7%). Vgl. SACHS, J., The Current Account and Macroeconomic Adjustment in the 1970s, a.a.O., S. 234.
  - 3) Vgl. CLINE, W.R., International Debt ..., a.a.O., S.16.
  - 4) Vgl. IMF, World Economic Outlook, April 1986, S. 89.

eine investive Mittelverwendung nicht notwendigerweise mit einer profitablen Mittelverwendung gleichzusetzen ist.

Die durch innere und äußere Faktoren verursachten Zahlungsprobleme vieler Entwicklungsländer verschärften sich, als private Gläubigerbanken angesichts dieser Schuldendienstprobleme zurückhaltender bei der Vergabe von neuen Krediten wurden. Nach Angaben des Internationalen Währungsfonds verminderte sich beispielsweise die Nettokreditvergabe privater Geldgeber an Länder mit Verschuldungsproblemen von 57 Mrd US-Dollar im Jahre 1981 auf 33 Mrd US-Dollar im Jahre 1982<sup>1)</sup>. Zu beachten ist ferner, daß akute Zahlungsprobleme eines Landes einer Region die Gläubigerbanken zu einem insgesamt restriktiven Kreditvergabeverhalten gegenüber allen Ländern dieser Region veranlaßte (Regionalisierungseffekt). So kam es z.B. im Zuge der im August 1982 offen zutage getretenen Zahlungsschwierigkeiten Mexikos zu einer Kreditverknappung für ganz Lateinamerika, die u.a. darin ihren Niederschlag fand, daß die Kreditvergabe an Brasilien im September 1982 um 50% unter dem durchschnittlichen Mittelzufluß der vorangegangenen acht Monate lag<sup>2)</sup>.

---

1) Vgl. IMF, World Economic Outlook, April 1986, a.a.O., S. 91 in Verbindung mit "Table A 42" (S.234). Anzumerken ist, daß die Nettokreditvergabe im Jahre 1983 gar auf 0,2 Mrd US-Dollar zurückging; vgl. EBENDA, S. 91 und 234.

2) Vgl. CLINE, W.R., International Debt ..., a.a.O., S. 17f.

## II. DIE ENTWICKLUNG IM ZEITRAUM 1983-87

Nachdem die Entstehungsgeschichte der 1982 offen ausgebrochenen Schuldenproblematik skizziert wurde, ist es nun von Interesse nachzuvollziehen, durch welche Reaktionen ein drohender Kollaps des internationalen Finanzsystems mit seinen schwerwiegenden Folgen für die Weltwirtschaft abgewendet wurde und wie die Verschuldungssituation der Entwicklungsländer sich nach 1982 weiterentwickelt hat.

Kernstück der Reaktion auf akute Zahlungsschwierigkeiten der hoch verschuldeten Länder war die mehr oder weniger konfliktbeladene Zusammenarbeit aller Beteiligten - der Regierungen, Notenbanken, Gläubigerbanken und internationalen Organisationen. Diese auch als Krisen- oder Schuldenmanagement bezeichnete Kooperation basierte auf der Vorstellung, daß zur Überwindung der anstehenden Probleme Anpassungsprozesse in den Entwicklungs- und Industrieländern bei gleichzeitiger Reaktivierung der externen Finanzierung der wirtschaftlichen Entwicklung der Schuldnerländer notwendig sind<sup>1)</sup>. Vor dem Hintergrund dieser Einschätzung lassen sich die charakteristischen Merkmale des Schuldenmanagements wie folgt skizzieren: Die Bereitstellung sogenannter Überbrückungskredite durch die Bank für Internationalen Zahlungsausgleich (BIZ) und einzelne Notenbanken zielte im Sinne einer "Feuerwehraktion" darauf ab, die drohende Zahlungsunfähigkeit der Schuldnerländer und damit eine massive Gefährdung des internationalen Finanz- und Wirtschaftssystems abzuwenden.

---

1) Vgl. DEUTSCHE BUNDESBANK, Monatsberichte der Deutschen Bundesbank, Januar 1987, a.a.O., S. 43.

Überbrückt werden sollte mit diesen kurzfristigen Krediten der Zeitraum bis zur Gewährung von an wirtschaftspolitische Auflagen geknüpften IWF-Krediten und Krediten der privaten Gläubigerbanken. Hinsichtlich der konditionierten Kreditzusagen des Internationalen Währungsfonds ist hervorzuheben, daß der Fonds diese Mittelbereitstellung ausdrücklich von der Verpflichtung der Banken abhängig machte, sowohl neue Kredite ("fresh money") zu vergeben als auch eine Umschuldung eines Teils der fälligen Verbindlichkeiten vorzunehmen<sup>1)</sup>. Die Koppelung der IWF-Kreditzusagen nicht nur an die Zusicherung der Schuldnerländer, bestimmte wirtschaftspolitische Auflagen zu erfüllen, sondern auch an die Verpflichtung der Banken, Teile der Verbindlichkeiten umzuschulden und gleichzeitig "fresh money" bereitzustellen, wird in Verbindung mit der Umschuldung von Forderungen öffentlicher Gläubiger zuweilen als Paketlösung bezeichnet<sup>2)</sup>.

Im Zeitraum 1983-1986 wurden mehr als 100 Umschuldungsabkommen zwischen privaten und/oder öffentlichen Kreditgebern auf der einen und insgesamt 42 Schuldnerländern auf der anderen Seite ausgehandelt<sup>3)</sup>. Hierdurch wurden mittel- und langfristige Bankforderungen im Wert von etwa 205 Mrd US-Dollar sowie über den "Pariser Club" Forderungen öffentlicher Gläubiger im Wert von ca. 42 Mrd US-Dollar umgeschuldet<sup>4)</sup>.

---

1) Vgl. CLINE, W.R., International Debt ..., a.a.O., S. 30 und 32.

2) Vgl. z.B. DEUTSCHE BUNDESBANK, Geschäftsbericht für das Jahr 1983, S. 85.

3) Vgl. WORLD BANK, World Debt Tables, 1986-87 Edition, Washington D.C., 1987, "Table II-3" auf S. xxvi ff.

4) Vgl. EBENDA, "Table II-1" auf S. xxii.

Das Wachstum der externen Schulden hat sich seit 1982 aufgrund einer viel zurückhaltender gewordenen Kreditvergabe durch das internationale Bankensystem deutlich verlangsamt: Die durchschnittliche Wachstumsrate der Auslandsverschuldung der Nicht-Öl-Entwicklungsländer fiel von 20,7% im Zeitraum von 1973-82 auf eine voraussichtliche Durchschnittsrate von etwa 7,1% für die Zeitspanne 1983-1987<sup>1)</sup>. Trotz dieser moderateren Schuldenakkumulation ist - wie Tabelle 1 zeigt - die Relation zwischen dem Schuldenstand und den Exporterlösen sowie das Verhältnis zwischen dem Schuldenstand und dem Bruttoinlandsprodukt weiter gestiegen. Hervorzuheben ist ferner, daß der auf alle Nicht-Öl-Entwicklungsländer bezogene Rückgang des Schuldenwachstums nicht die überdurchschnittliche Verminderung der Mittelzuflüsse in Länder mit gravierenden Schuldendienstproblemen - wie etwa die lateinamerikanischen Schuldner - zu erkennen gibt<sup>2)</sup>. In diesem Zusammenhang ist zudem bemerkenswert, daß die Mittelbereitstellung für diese Ländergruppe aufgrund deren beeinträchtigter Kreditwürdigkeit nicht als Ergebnis einer rein freiwilligen Kreditvergabe der Banken, sondern vielmehr als der Beitrag zur Überwindung der Schuldenprobleme zu werten ist, den der IWF im Rahmen der Paketlösungen von den Banken erwartete<sup>3)</sup>. Eine spontane Kreditvergabe erfolgte überwiegend an Länder, die - wie ein Großteil der asiatischen Entwicklungsländer - es verstanden haben, "ihre Kreditwürdigkeit auf den internationalen Märkten zu wahren"<sup>4)</sup>.

---

1) Diese Zuwachsraten lassen sich anhand der ersten Zeile von Tabelle 1 ermitteln.

2) Vgl. DEUTSCHE BUNDESBANK, Monatsberichte der Deutschen Bundesbank, Januar 1987, a.a.O., S. 40.

3) Vgl. EBENDA, S. 40.

4) DEUTSCHE BUNDESBANK, Geschäftsbericht für das Jahr 1986, S. 80.

Die Einengung der Finanzierungsmöglichkeiten traf in den Jahren 1983 und 1984 mit einer konjunkturellen Erholung in den Industrieländern zusammen, die in Verbindung mit ersten Anpassungsbemühungen über eine Verbesserung der Leistungsbilanzen der hoch verschuldeten Länder zu einer tendenziellen Entspannung der Verschuldungslage führte<sup>1)</sup>. Diese für sich betrachtet positiven außenwirtschaftlichen Anpassungserfolge wurden allerdings "mit einer drastischen Einschränkung des Lebensstandards erkaufte"<sup>2)</sup>. Die aus dem Wachstum der Industrieländer resultierenden expansiven Impulse induzierten seit 1985 wieder eine Zunahme der gesamtwirtschaftlichen Aktivität in den hoch verschuldeten Entwicklungsländern, nachdem das reale Bruttosozialprodukt dieser Volkswirtschaften in den Vorjahren beträchtlich zurückgegangen war<sup>3)</sup>.

In dem Maße wie die Beschleunigung des wirtschaftlichen Wachstums der Industrieländer zur Entschärfung der Finanzierungsprobleme der Entwicklungsländer beitragen konnte, führte die Abflachung dieses Wachstumsprozesses seit 1985 zu einer erneuten Verschlechterung der Verschuldungssituation vieler Länder. Vor allem Länder, deren außenwirtschaftliche Position in hohem Maße durch den Export von Öl und anderen Rohstoffen bestimmt wird, haben die Lasten der fortgesetzten Preis- und Absatzeinbußen bei diesen Gütern zu tragen<sup>4)</sup>. Die gleichzeitige Verminderung der Zinsbelastung durch den Rückgang des internationalen Zinsniveaus konnte den Exporteinbußen nur zum Teil entgegenwirken<sup>5)</sup>.

---

1) Vgl. DEUTSCHE BUNDESBANK, Geschäftsbericht für das Jahr 1983, S. 81f. und Geschäftsbericht für das Jahr 1984, S. 75.

2) DEUTSCHE BUNDESBANK, Geschäftsbericht für das Jahr 1985, S. 81.

3) EBENDA, S. 81.

4) Ebenda, S. 80.

5) Vgl. DEUTSCHE BUNDESBANK, Geschäftsbericht für das Jahr 1986, S. 80.



Im Zusammenhang mit der Entwicklung von Exporteinnahmen und Zinsausgaben deutet eine Betrachtung der Veränderung der Schuldendienstquote sowie des Verhältnisses zwischen den fälligen Zinszahlungen und den Exporteinnahmen (Zinszahlungsquote) an, daß die Relation zwischen der Schuldendienstbelastung und der wirtschaftlichen Leistungsfähigkeit der Schuldnerländer trotz leichter Besserung seit 1982 immer noch ungünstiger ist als in den Jahren vor 1982 (vgl. Tabelle 1). Die weiterhin prekäre Verschuldungssituation kommt noch deutlicher durch die Schuldendienst- und Zinszahlungsquoten der 15 Hauptschuldnerländer<sup>1)</sup> zum Ausdruck. Für diese Ländergruppe ist ein Rückgang der Schuldendienstquote (Zinszahlungsquote) von 49,4% (30,8%) im Jahre 1982 auf 38,7% (26,8%) im Jahre 1985 und dann ein Wiederanstieg auf 42,4% (27,3%) im Jahre 1986 zu beobachten<sup>2)</sup>.

Die immer noch angespannte Verschuldungssituation zeichnet sich nicht zuletzt dadurch ab, daß sowohl bei den Gläubigerbanken als auch bei den Schuldnerländern die Konfrontationsbereitschaft wächst. Auf Seiten der Schuldnerländer zeigt sich dies beispielsweise an dem Zinszahlungsmoratorium, das im Februar 1987 von Brasilien verkündet wurde<sup>3)</sup>. Auf der anderen Seite sind einige Gläubigerbanken aufgrund der Tatsache, daß sie einen Teil ihrer Problemkredite abgeschrieben oder abgetreten haben, immer weniger gewillt bzw. dazu aufzufordern, den Hauptschuldnerländern durch eine Fortsetzung der Kreditvergabe die notwendigen Mittel für die Finanzierung

---

1) Zu diesen Ländern rechnet der IWF Argentinien, Bolivien, Brasilien, Chile, Ecuador, Elfenbeinküste, Jugoslawien, Kolumbien, Marokko, Mexiko, Nigeria, Peru, Philippinen, Uruguay und Venezuela. Vgl. IMF, World Economic Outlook, April 1987, a.a.O., S. 112.

2) Vgl. IMF, World Economic Outlook, April 1987, a.a.O., S. 188 f.

3) Vgl. DEUTSCHE BUNDESBANK, Geschäftsbericht für das Jahr 1986, S. 79.

des angestrebten Entwicklungsprozesses zur Verfügung zu stellen<sup>1)</sup>.

Die Betrachtungen zur Entwicklung der internationalen Verschuldungssituation seit 1973 lassen sich im Hinblick auf den Gegenstand dieser Arbeit wie folgt zusammenfassen: Erstens ist zu erkennen, daß das Eintreten massiver Zahlungsschwierigkeiten von einer ungünstigen Veränderung bestimmter makroökonomischer Variablen begleitet oder sogar angekündigt wurde. Hierdurch deutet sich die Eignung bestimmter makroökonomischer Variablen als Indikatoren potentieller Schuldendienstprobleme an. Zweitens ist offensichtlich geworden, daß aktuelle und/oder potentielle Schuldendienstprobleme die Kreditwürdigkeit der betroffenen Länder in Frage stellen und somit den Zugang zu ausländischen Kapitalquellen beeinträchtigen. Die Eignung bestimmter Variablen als Indikatoren potentieller Schuldendienstprobleme und damit der Kreditwürdigkeit sowie die Bedeutung dieser Variablen für die Bedingungen der Kreditaufnahme sollen im folgenden Kapitel konkretisiert werden.

---

1) Vgl. EBENDA, S. 80.

2. Kapitel: INDIKATOREN POTENTIELLER SCHULDENDIENST-  
PROBLEME UND DETERMINANTEN DER  
KREDITAUFNAHMEBEDINGUNGEN

I. IDENTIFIKATION GEEIGNETER INDIKATOREN

Zur Identifikation von Variablen, die sich als Indikatoren potentieller Schuldendienstprobleme eignen, soll als erstes die bisher vernachlässigte Frage nach den Motiven der Auslandskreditaufnahme beantwortet werden. Anschließend ist vor dem Hintergrund der Überlegung, daß Schuldendienstprobleme grundsätzlich durch eine unzureichende Schuldendienstfähigkeit und/oder eine mangelnde Schuldendienstbereitschaft bedingt sein können, zu klären, wodurch die Schuldendienstfähigkeit bzw. die Schuldendienstbereitschaft eines Landes determiniert wird. Hierbei wird sich zeigen, daß insbesondere bei der Beurteilung der Schuldendienstbereitschaft eines Landes den Motiven der Auslandskreditaufnahme Bedeutung zukommt. Vorauszuschicken ist, daß sich die nachfolgende Erörterung auf die Diskussion ökonomischer Aspekte beschränkt; politische und institutionelle Gegebenheiten eines Landes, die ebenfalls von Bedeutung für das Eintreten von Schuldendienstproblemen sein können, werden in der folgenden Analyse ausgeklammert. Darüber hinaus ist zu betonen, daß aufgrund der makroökonomischen Ausrichtung dieser Arbeit eine Identifikation von Indikatoren angestrebt wird, die Aufschluß über das Länderisiko und damit die Kreditwürdigkeit der Volkswirtschaft als Ganzes geben.

Die Inanspruchnahme ausländischer Kapitalquellen läßt sich durch eine Reihe elementarer Motive begründen<sup>1)</sup>. Zu nennen ist zunächst das sogenannte Investitionsmotiv, demzufolge ein Anreiz zur Nutzung ausländischen Kapitals besteht, wenn die Grenzproduktivität des Kapitals in der heimischen Wirtschaft die Grenzkosten der Inanspruchnahme von Auslandskapital übersteigt. Denn unter dieser Voraussetzung induziert - wie im Teil C explizit deutlich werden wird - die Auslandskreditaufnahme einen Anstieg der Inlandsproduktion, der die zusätzlich erforderlich werdenden Zinszahlungen an ausländische Gläubiger übertrifft, so daß per saldo das Inlandseinkommen steigt.

Ein weiterer Anreiz läßt sich aus dem sogenannten Konsummotiv der Auslandskreditaufnahme ableiten. Hiermit ist das Bestreben angesprochen, mittels einer Nutzung ausländischer Kapitalquellen eine von der aktuellen Volkseinkommensentwicklung unabhängige intertemporale Konsumstruktur zu realisieren: Zum einen bietet der Zugang zu internationalen Kreditquellen einem Land die Möglichkeit, im Vorgriff auf ein zukünftig höheres Volkseinkommen bereits in der Gegenwart mehr zu konsumieren, als dies auf der Grundlage des aktuellen Volkseinkommens möglich ist. Zum anderen ist unabhängig von langfristig positiven Wachstumsperspektiven eine Inanspruchnahme ausländischen Kapitals sinnvoll, um im Falle kurzfristiger Volkseinkommensschwankungen - verursacht etwa durch periodische Exporterlösschwankungen - einen

---

1) Vgl. zu den im folgenden erläuterten Motiven sowie zur verwendeten Terminologie:  
 EATON, J./GERSOVITZ, M., Poor-Country ..., a.a.O., S. 8f.; GERSOVITZ, M., Banks' International Lending Decisions, a.a.O., S. 61f.; SACHS, J./COHEN, D., LDC Borrowing ..., a.a.O., S. 215.

im Zeitablauf relativ stabilen Konsumstrom zu verwirklichen. Dieses Konsumglättungsverhalten erfordert eine Akkumulation externer Schulden in Perioden unterdurchschnittlicher Volkseinkommensentwicklung mit der Absicht, Zins- und Tilgungszahlungen aus einem überdurchschnittlichen Volkseinkommen anderer Perioden zu finanzieren.

Als dritter Grund für die Auslandskreditaufnahme läßt sich das sogenannte Anpassungsmotiv anführen. Zur Erläuterung sei beispielhaft auf die Situation einer Volkswirtschaft hingewiesen, die angesichts einer permanenten Realeinkommensminderung vor der Notwendigkeit steht, die gesamtwirtschaftliche Absorption (Konsum und Investition) dem verminderten Volkseinkommen anzupassen. In einer solchen Situation kann mittels einer Verschuldung im Ausland die erforderliche Korrektur der Absorption zeitlich gestreckt werden. Damit lassen sich Friktionen vermeiden, die mit einer raschen Anpassung der Konsum- und Investitionsausgaben verbunden sein könnten.

Ferner ist das sogenannte Transaktionsmotiv der Auslandskreditaufnahme zu nennen: Die Inanspruchnahme ausländischer Kredite in Gestalt kurzfristiger Handelskredite erleichtert das Zustandekommen und die Abwicklung internationaler Gütertransaktionen. In diesem Zusammenhang ist auch auf die Einräumung von Handelskreditlinien zu verweisen, durch die die Transaktionsmöglichkeiten der kreditaufnehmenden Volkswirtschaft erhöht werden.

Schließlich ist anzumerken, daß die Auslandskreditaufnahme durch das Bestreben motiviert sein kann, die Währungsreserven des Landes aufzustocken. Dieses Bestreben erklärt sich aus den grundsätzlichen Funktionen der

Reservehaltung. Zunächst ist zu bedenken, daß das bereits genannte Ziel, im Falle einer zyklischen Einkommensentwicklung einen relativ stabilen Konsumpfad zu realisieren, auch durch einen entsprechenden Einsatz der Währungsreserven angestrebt werden kann; auf die Inanspruchnahme von Auslandskapital ist man nicht oder nur teilweise angewiesen. Der Einsatz der Währungsreserven bietet auch die Möglichkeit einer moderaten Anpassung der Absorption an eine dauerhafte Einkommensreduktion, so daß während der Anpassungsphase keine oder nur eine begrenzte Abhängigkeit von der ausländischen Mittelbereitstellung gegeben ist. Letztlich ist zu beachten, daß die Akkumulation von Währungsreserven eine Signalwirkung für das künftige Kreditvergabeverhalten ausländischer Gläubiger haben kann; geht man beispielsweise von der Hypothese aus, daß ein relativ hohes Reservevolumen potentielle Gläubiger zu einer bereitwilligen Kreditvergabe veranlaßt, dann mag es ein Land als sinnvoll erachten, den Zugang zu ausländischen Kreditquellen auch für die Aufstockung der Währungsreserven zu nutzen. Im weiteren sei das eben erläuterte Motiv der Auslandskreditaufnahme als "Reserveakkumulationsmotiv" bezeichnet.

Die Bedienung der wie auch immer motivierten Auslandsverschuldung setzt die Fähigkeit und die Bereitschaft des Landes zur Schuldendienstleistung voraus. Im Hinblick auf die Schuldendienstfähigkeit soll im weiteren in Analogie zu Überlegungen bezüglich der Zahlungsschwierigkeiten eines Unternehmens zwischen einer nachhaltig wirksamen Schuldendienstunfähigkeit (Insolvenz) und einer nur vorübergehenden Schuldendienstunfähigkeit (Illiquidität)

einer Volkswirtschaft unterschieden werden<sup>1)</sup>; entsprechend bietet es sich an, zwischen einer nachhaltigen Schuldendienstfähigkeit (Solvenz) und einer aktuellen Schuldendienstfähigkeit (Liquidität) zu differenzieren.

Zur Einschätzung der nachhaltigen Schuldendienstfähigkeit und damit der Solvenz eines Landes müssen ökonomische Variablen in Betracht gezogen werden, die Hinweise auf die zukünftige Schuldienstkapazität einer Volkswirtschaft geben. Ein vom theoretischen Standpunkt wünschenswertes Solvenzkriterium könnte aus dem Vergleich des Gegenwartswertes zukünftiger Schuldendienstzahlungen mit dem Gegenwartswert der maximal für den Schuldendienst zur Verfügung stehenden Ressourcen hergeleitet werden<sup>2)</sup>: Übersteigt der Gegenwartswert dieser Ressourcen den Gegenwartswert der Schuldendienstverpflichtungen, dann kann von der Solvenz des Schuldnerlandes ausgegangen werden. Anzumerken ist, daß die Höhe der maximal für den Schuldendienst zur Verfügung stehenden Ressourcen nicht nur von der zukünftigen Entwicklung des Produktionsvolumens, sondern auch davon abhängt, ob das Produktionsergebnis für den Schuldendienst geeignet und abzweigbar ist<sup>3)</sup>.

Angesichts dieses Solvenzkriteriums läßt sich die Bedeutung produktiver Investitionen für die Kreditwürdigkeit eines Landes ermessen: Je größer diese in der

---

1) Vgl. zur Übertragung der unternehmensbezogenen Unterscheidung zwischen Illiquidität und Insolvenz auf die Schuldenproblematik ganzer Volkswirtschaft, z.B.: CLINE, W.R., International Debt ..., a.a.O., S. 39 f; EATON, J./GERSOVITZ, M., Poor-Country Borrowing ..., a.a.O., S. 29; EDWARDS, S., LDC Foreign Borrowing ..., a.a.O., S. 728.

2) Vgl. GERSOVITZ, M., Banks' International Lending Decisions, a.a.O., S. 62.

3) Vgl. EBENDA, S. 62.

Gegenwart sind, um so mehr Ressourcen stehen tendenziell für den Schuldendienst in der Zukunft zur Verfügung; um so geringer ist dann die Wahrscheinlichkeit für das Eintreten insolvenzbedingter Schuldendienstprobleme. Angesichts der Unterscheidung zwischen Kredit- und Länderrisiko ist jedoch einschränkend zu konstatieren, daß selbst produktive Investitionen die nachhaltige Schuldendienstfähigkeit eines Landes nicht notwendigerweise fördern. Zur Illustration sei beispielhaft auf ein in einem Entwicklungsland beheimatetes Unternehmen verwiesen, das zur Realisierung eines Investitionsvorhabens einen Fremdwährungskredit bei einer Bank eines Industrielandes aufnimmt und damit gleichzeitig die Verpflichtung übernimmt, zu einem späteren Zeitpunkt Zins- und Tilgungszahlungen in fremder Währung vorzunehmen. Selbst wenn die interne Verzinsung des eingesetzten Kapitals den Kreditzins übersteigt, und folglich das Kreditrisiko keinen Anlaß zur Sorge gibt, ist eine Aufbringung der erforderlichen Währungsbeträge nicht garantiert, falls beispielsweise das betrachtete Unternehmen die gesamte Güterproduktion ausschließlich am heimischen Markt absetzt, folglich selbst keine Devisen erwirtschaftet und somit auf jene Deviseneinnahmen angewiesen ist, die von den exportorientierten Sektoren erwirtschaftet werden und/oder über Kapitalimporte sowie unentgeltliche Übertragungen in die heimische Volkswirtschaft strömen.

Die Bedeutung der Investitionen für die zukünftige Schuldendienstkapazität eines Landes ist auch dann zu relativieren, wenn es sich um Investitionen des öffentlichen Sektors handelt und zudem - wie in vielen Schuldnerländern - ein Großteil der Auslandsverschuldung auf Kreditaufnahmen des öffentlichen Sektors zurückzuführen ist. Zur



Veranschaulichung sei angenommen, daß Auslandskredite zur Realisierung von Infrastrukturinvestitionen eingesetzt werden, die - wie etwa der Ausbau eines Straßennetzes - zwar insgesamt die Produktionsbedingungen in der Volkswirtschaft verbessern, aber keine direkten Erträge abwerfen. Damit der Staat seinen Schuldendienstverpflichtungen nachkommen kann, muß über eine entsprechende Besteuerung ein Teil des zukünftigen Volkseinkommens abgeschöpft und in ausländische Währung transferiert werden. Zur Bewältigung des Abschöpfungs- bzw. Aufbringungsproblems bedarf es nicht nur eines funktionsfähigen Steuersystems, sondern vor allem einer ausreichenden Steuerbasis. Die Lösung des Transferproblems hängt wieder entscheidend vom außenwirtschaftlichen Erfolg der Volkswirtschaft ab.

Da das auf einen Vergleich von Gegenwartswerten beruhende theoretische Solvenz-kriterium empirisch schwer mit Inhalt zu füllen ist, soll nun geklärt werden, durch welche ökonomischen Größen das theoretische Solvenz-kriterium approximiert werden kann. Aufgrund der vorangegangenen Überlegungen bietet es sich an, auf die Relation zwischen dem Schuldenstand und den Exporteinnahmen (Schuldenquote) sowie auf die Relation zwischen dem Schuldenstand und dem Bruttoinlandsprodukt zurückzugreifen<sup>1)</sup>, da diese Relationen einen Eindruck von der langfristigen Schuldenlast vermitteln<sup>2)</sup>. Darüber hinaus liefert sowohl die Wachstumsrate der Exporte als auch die Entwicklung der Investitionsquote Anhaltspunkte für

---

1) Vgl. EATON, J./GERSOVITZ, M., Poor-Country Borrowing..., a.a.O., S. 29 und EDWARDS, S., LDC Foreign Borrowing ..., a.a.O., S. 728.

2) Vgl. IMF, World Economic Outlook, April 1987, a.a.O., S. 76.

die Diagnose der langfristigen Schuldendienstkapazität einer Volkswirtschaft, denn eine hohe Wachstumsrate der Exporte und eine hohe Investitionsquote induzieren die Erwartung einer Fortsetzung des ausgeprägten Exportwachstums<sup>1)</sup>. Die angestellten Überlegungen bezüglich der Solvenzindikatoren lassen sich zu folgender Hypothese verdichten: Je größer die genannten Relationen sind, je unbefriedigender sich die Exporteinnahmen entwickeln und je kleiner die Investitionsquote ist, um so eher müssen Kreditgeber mit Schuldendienstproblemen des kreditaufnehmenden Landes rechnen.

Zur Beurteilung der aktuellen Schuldendienstfähigkeit und damit der Liquidität eines Landes müssen ökonomische Variablen herangezogen werden, die Auskunft über die laufenden Schuldendienstverpflichtungen sowie die aktuell für den Schuldendienst einsetzbaren Ressourcen geben. Einen Eindruck von der aktuellen Schuldendienstfähigkeit des Schuldnerlandes vermittelt erstens die Schuldendienstquote, da sie in Form der Exporteinnahmen eine der wichtigsten Deviseneinnahmequellen und in Gestalt der fixierten Zins- und Tilgungszahlungen eine bedeutende Komponente der Devisenverwendung erfaßt<sup>2)</sup>. Ein permanenter Anstieg dieser Quote signalisiert eine

- 
- 1) Vgl. zur Bedeutung des Exportwachstums für die zukünftige Schuldendienstkapazität:  
 EATON, J./GERSOVITZ, M., Poor-Country Borrowing ..., a.a.O., S. 29;  
 FEDER, G./JUST, R.E., A Study of Debt Servicing Capacity Applying Logit Analysis, in: Journal of Development Economics, Vol. 4 (1977), S. 28;  
 CLINE, W.R., International Debt ..., a.a.O., S. 219; IMF, World Economic Outlook, April 1987, a.a.O., S. 90. Zur Relevanz der Investitionsquote für die Schuldendienstfähigkeit vgl. z.B. SACHS, J., The Current Account and Macroeconomic Adjustment in the 1970s, a.a.O., S. 245 sowie EDWARDS, S., LDC Foreign Borrowing ..., a.a.O., S. 728.
- 2) Vgl. FEDER, G./JUST, R./ROSS, K., Projecting Debt Servicing Capacity of Developing Countries, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis, Vol. 16 (1981), S. 657.

zunehmende Liquiditätsanspannung in der betrachteten Volkswirtschaft - bei unverändertem Kapitalzuström wird es immer schwieriger, einerseits Zins- und Tilgungszahlungen vorzunehmen und andererseits den Import essentieller Güter zu finanzieren<sup>1)</sup>. Da dieser Liquiditätsverknappung durch einen Rückgriff auf Währungsreserven und eine Drosselung der Einfuhren nur begrenzt entgegengewirkt werden kann, wächst mit steigender Schuldendienst- bzw. Zinszahlungsquote die Gefahr einer Abweichung von vereinbarten Schuldendienstmodalitäten.

Rückschlüsse auf die aktuelle Schuldendienstfähigkeit lassen sich zweitens aus der Relation zwischen den akkumulierten Währungsreserven und den Importausgaben (Reserve-Import-Quote) ziehen, denn "the availability of reserves can mean the difference between prompt payment of debt service and the emergence of arrears"<sup>2)</sup>: Je größer das Reservevolumen im Vergleich zu den Importausgaben ist, um so eher können trotz einer möglichen Verminderung der Devisenzuflüsse gleichzeitig notwendige Importe finanziert sowie Schuldendienstzahlungen vorgenommen werden<sup>3)</sup>. Daher ist es plausibel anzunehmen, daß mit sinkender Relation zwischen den Währungsreserven und den Importausgaben einer Volkswirtschaft die Wahrscheinlichkeit von liquiditätsbedingten Schuldendienstproblemen steigt<sup>4)</sup>. Der Vollständigkeit wegen sei angemerkt, daß als Meßziffer für die internationale Liquidität eines Landes auch das Verhältnis zwischen den Währungsreserven und dem Bruttosozialprodukt vorgeschlagen wurde<sup>5)</sup>.

- 
- 1) Vgl. IMF, World Economic Outlook, April 1986, a.a.O., S. 86.
  - 2) IMF, World Economic Outlook, April 1986, a.a.O., S. 68.
  - 3) Vgl. beispielsweise: FEDER, G./JUST, R.E./ROSS, K., Projecting Debt Servicing Capacity ..., a.a.O., S.657.
  - 4) Vgl. beispielsweise EBENDA, S. 657.
  - 5) Vgl. EDWARDS, S., LDC Foreign Borrowing, ..., a.a.O., S. 726.

In Anbetracht der Überlegung, daß Schuldendienstprobleme auch durch eine mangelnde Schuldendienstbereitschaft verursacht sein können, sind nun die Gründe zu erläutern, die ein Land trotz gegebener Schuldendienstfähigkeit dazu bewegen könnten, die Erfüllung der Schuldendienstverpflichtungen ganz oder teilweise zu verweigern. Grundsätzlich läßt sich festhalten, daß eine Zahlungsverweigerung um so erstrebenswerter und damit um so wahrscheinlicher ist, je größer die Vorteile im Vergleich zu den Nachteilen einer Zahlungsverweigerung sind<sup>1)</sup>. Die Vorteile kommen unmittelbar dadurch zum Ausdruck, daß die für den Schuldendienst bestimmten Ressourcen nunmehr konsumtiven und/oder investiven Zwecken zugeführt werden können. Die im folgenden ausführlich zu diskutierenden Nachteile - im weiteren sei auch von Zahlungsverweigerungskosten die Rede - werden wesentlich durch die Wirksamkeit von Vergeltungsmaßnahmen determiniert, die gegen den Zahlungsverweigerer ergriffen werden können<sup>2)</sup>.

---

1) Vgl. zu dieser Sichtweise:

EATON, J./GERSOVITZ, M., Debt with Potential Repudiation, a.a.O., S. 290;

SACHS, J., Theoretical Issues ..., a.a.O., S. 17;

KALETSKY, A., The Costs of Default, New York 1985, S. 17;

GERSOVITZ, M., Banks' International Lending Decisions, a.a.O., S. 62.

2) Eine umfassende Analyse möglicher Vergeltungsmaßnahmen und der hiermit verbundenen Nachteile erfolgt in KALETSKY, A., The Costs of Default, a.a.O., Kapitel 4 und 5. Vgl. auch:

EATON, J./GERSOVITZ, M., Poor-Country ..., a.a.O., S. 10 ff; SACHS, J., Theoretical Issues ..., a.a.O., S. 17f; GERSOVITZ, M., Banks' International Lending Decisions, a.a.O., S. 63; KRUGMAN, P., International Debt Strategies in an Uncertain World, in: SMITH, G.W./CUDDINGTON, J.T. (Hrsg.), International Debt ..., a.a.O., S. 80ff.

Nachteile können sich ergeben, wenn es ausländischen Gläubigern gelingt, Zugriff auf Vermögenswerte des zahlungsunwilligen Landes im Ausland zu bekommen. Zu denken ist etwa an die Möglichkeit, im Ausland gehaltene Guthaben des Schuldnerlandes - u.a. auch Währungsresern - zu konfiszieren. Darüber hinaus könnten getäuschte Gläubiger bestrebt sein, andere Vermögenswerte des Schuldners - z.B. Verkehrsflugzeuge, Schiffe usw. - zu beschlagnahmen. Neben diesen juristischen Schritten muß ein die Schuldendienstzahlungen verweigernder Schuldner mit politischen Reaktionen seitens der Gläubigerländer rechnen. Nicht auszuschließen sind etwa protektionistische Maßnahmen zur Behinderung der Exporte des Schuldnerlandes, ein Handelsboykott zur völligen Unterbindung dieser Exporte und/oder ein die Importe treffendes Handelsembargo.

Die Durchführbarkeit und die Wirksamkeit von juristischen und politischen Maßnahmen mit dem Ziel, das Verhalten eines zahlungsunwilligen Schuldners zu sanktionieren, werden im allgemeinen als begrenzt angesehen<sup>1)</sup>. Gravierender könnten Zahlungsverweigerungskosten sein, die zu erwarten sind, wenn einem Zahlungsverweigerer der Zugang zu ausländischen Kapitalquellen auf unbestimmte Zeit verwehrt bleibt<sup>2)</sup>. Der aus einem Kreditembargo resultierende Schaden ist um so größer, je stärker die Anreize für ein Land sind, entsprechend den eingangs

---

1) Vgl. z.B. EATON, J./GERSOVITZ, M., Poor-Country Borrowing ..., a.a.O., S. 10 und KALETSKY, A., The Costs of Default, a.a.O., S. 21.

2) Vgl. z.B. EATON, J./GERSOVITZ, M., Poor-Country Borrowing ..., a.a.O., S. 11f. und KALETSKY, A., The Costs of Default, a.a.O., S. 33ff.

diskutierten Motiven die Auslandskreditaufnahme zur Unterstützung des internen Wachstums- und Entwicklungsprozesses zu nutzen: Je mehr rentable Investitionsvorhaben verwirklicht werden könnten und je wichtiger die Inanspruchnahme ausländischen Kapitals für die Realisierung eines im Zeitablauf relativ stabilen Konsums ist, um so nachteiliger ist der Ausschluß von einer künftigen Kreditaufnahme<sup>1)</sup>. Schließt das Kreditembargo auch Handelskredite ein, dann kommt es zu einer Behinderung der aus dem Transaktionsmotiv resultierenden Auslandskreditaufnahme. Von der hiermit verbundenen Erschwerung der Außenhandelsbeziehungen ist ein die Schuldendienstzahlungen verweigerndes Land insbesondere dann betroffen, wenn der Außenhandel von relativ großer Wichtigkeit für dieses Land ist<sup>2)</sup>.

Unter Berücksichtigung der skizzierten Vor- und Nachteile einer Zahlungsverweigerung soll nun analysiert werden, welche Aussagen die im Zusammenhang mit der Schuldendienstfähigkeit diskutierten Indikatoren im Hinblick auf die Schuldendienstbereitschaft zulassen. Insbesondere ist zu klären, ob für den Fall, daß der Wert eines Indikators eine gefährdete bzw. gesicherte Schuldendienstfähigkeit anzeigt, gleichzeitig auf eine gefährdete bzw. gesicherte Schuldendienstbereitschaft geschlossen werden kann.

---

1) Vgl. SACHS, J./COHEN, D., LDC Borrowing ..., a.a.O., S. 217.

2) Vgl. EATON, J./GERSOVITZ, M., Poor-Country Borrowing..., a.a.O., S. 16.

Bezüglich der Relation zwischen dem Schuldenstand und den Exporterlösen, der Relation zwischen dem Schuldenstand und dem Bruttoinlandsprodukt sowie hinsichtlich der Schuldendienstquote läßt sich annehmen, daß hohe Werte dieser Indikatoren nicht nur eine kritische Lage der Schuldendienstfähigkeit, sondern auch eine Gefährdung der Schuldendienstbereitschaft andeuten. Denn hohe Werte dieser Indikatoren lassen auf eine merkliche Schuldenlast schließen, derer man sich durch eine Zahlungsverweigerung entledigen kann.

Wertet man eine hohe Wachstumsrate der Exporte als Indiz für eine weitreichende Außenhandelsorientierung der betrachteten Volkswirtschaft, dann ist ein deutliches Exportwachstum nicht nur im Hinblick auf die Schuldendienstfähigkeit, sondern auch hinsichtlich der Schuldendienstbereitschaft als positiv zu interpretieren; denn bei einer relativ ausgeprägten Außenhandelsorientierung ist der Schaden einer Zahlungsverweigerung in Gestalt einer Behinderung der Handelsbeziehungen vergleichsweise schwerwiegend und damit die Versuchung, die Schuldendienstzahlungen zu verweigern, relativ gering<sup>1)</sup>.

Eine in einer hohen Investitionsquote zum Ausdruck kommende intensive Investitionstätigkeit, die eine Stärkung der Schuldendienstfähigkeit signalisiert, kann die Schuldendienstbereitschaft sowohl vermindern als auch erhöhen. Eine Verminderung (Erhöhung) der Schuldendienstbereitschaft ist zu erwarten, wenn die Investitionen letztlich

---

1) Vgl. COOPER, R.N./SACHS, J.D., Borrowing Abroad: The Debtor's Perspective, in: SMITH, G.W./CUDDINGTON, J.T., International Debt ..., a.a.O., S. 40.

die Wirksamkeit von Vergeltungsmaßnahmen vermindern (erhöhen), die von ausländischen Gläubigern im Fall der Zahlungsverweigerung ergriffen werden können. Zwei Überlegungen verdeutlichen die relevanten Zusammenhänge<sup>1)</sup>:

Die erste Überlegung setzt an der Erkenntnis an, daß Investitionen die Bedeutung des Außenhandels für ein Land vermindern oder erhöhen können. Tätigt beispielsweise ein rohstoffexportierendes Land Investitionen mit dem Ziel, die Rohstoffe vermehrt in der heimischen Wirtschaft zu verarbeiten und die dabei erzeugten, auch importierten Produkte im eigenen Land abzusetzen, dann reduziert sich ceteris paribus die Bedeutung sowohl des Imports als auch des Exports für dieses Land. Da damit auch die Zahlungsverweigerungskosten in Gestalt einer Beeinträchtigung der Außenhandelsmöglichkeiten sinken, wächst die Versuchung, die Erfüllung der Schuldendienstverpflichtungen zu verweigern; die Schuldendienstbereitschaft wird geringer. Tätigt umgekehrt ein rohstoffimportierendes Land Investitionen, um die Verarbeitung dieser Rohstoffe und den Export der dabei erzeugten Produkte zu forcieren, dann steigt ceteris paribus die Bedeutung des Außenhandels und damit letztlich die Schuldendienstbereitschaft des Landes.

Zweitens ist zu beachten, daß hinter der Investitionstätigkeit die Absicht stehen kann, die Ursachen kurzfristiger Volkseinkommensschwankungen zu beseitigen.

---

1) Vgl. zu den folgenden Gedanken: GERSOVITZ, M., Banks' International Lending Decisions, a.a.O., S. 65.



Beispielhaft sei auf Anstrengungen eines Landes verwiesen, die Exportstruktur der Volkswirtschaft zu diversifizieren, um damit Exporterlösschwankungen, die eine Ursache kurzfristiger Volkseinkommensfluktuationen sein können, zu vermeiden. Gelingt die Stabilisierung der Einkommensentwicklung, so kann ein im Zeitablauf stabiler Konsum verwirklicht werden, ohne daß gemäß des Konsummotives der Auslandsverschuldung temporär auf Auslandskredite zurückgegriffen werden muß. Unter diesen Umständen ist die Wirksamkeit eines möglichen Kreditembargos herabgesetzt, so daß für das betreffende Schuldnerland die Versuchung zunehmen könnte, durch eine Zahlungsverweigerung der Schuldenlast zu entgehen. Damit induziert diese Investitionstätigkeit letztlich eine Abnahme der Schuldendienstbereitschaft.

Eine hohe Relation zwischen den Währungsreserven und den Importausgaben, die sich als Indiz einer gesicherten Schuldendienstfähigkeit werten läßt, kann als Zeichen einer gefährdeten Schuldendienstbereitschaft interpretiert werden<sup>1)</sup>. Denn je höher der Bestand an Währungsreserven ist, um so unabhängiger ist das Schuldnerland von der Mittelbereitstellung des Auslands; um so weniger gravierend sind dann die Folgen eines Kreditembargos, mit dem das Schuldnerland im Falle einer Zahlungsverweigerung rechnen muß: "The very liquidity of resources in the form of reserves may make them ideal for surviving sanctions after default."<sup>2)</sup> Einschränkung ist jedoch

---

1) Vgl. EATON, J./GERSOVITZ, M., Poor-Country Borrowing ..., a.a.O., S. 29.

2) GERSOVITZ, M., Banks' International Lending Decisions, a.a.O., S. 65.

festzuhalten, daß der angedeutete Zusammenhang zwischen der Reservehaltung und der Schuldendienstbereitschaft nur relevant ist, falls die Währungsreserven vor einer Beschlagnahme gesichert werden können.

Die Betrachtungen zur Identifikation makroökonomischer Variablen, die sich als Indikatoren potentieller Schuldendienstprobleme eignen, lassen sich wie folgt zusammenfassen:

Eine hohe und im Zeitablauf steigende Schuldendienstquote, eine hohe und im Zeitablauf steigende Relation zwischen dem Schuldenstand und den Exporterlösen, eine hohe und im Zeitablauf steigende Relation zwischen dem Schuldenstand und dem Bruttoinlandsprodukt sowie ein mäßiges Wachstum der Exporterlöse lassen eine Gefährdung sowohl der Schuldendienstfähigkeit als auch der Schuldendienstbereitschaft und damit eine Zunahme der Wahrscheinlichkeit von Schuldendienstproblemen vermuten.

Keine eindeutigen Hypothesen lassen sich aus der Höhe und der Entwicklung der Investitionsquote und der Relation zwischen den Währungsreserven und den Importausgaben (Reserve-Import-Quote) ableiten. Während eine hohe Investitionsquote und eine hohe Reserve-Import-Quote mit Blick auf die Schuldendienstfähigkeit positiv zu beurteilen sind, können aus hohen Werten dieser Quoten unter Umständen Bedenken hinsichtlich der Schuldendienstbereitschaft abgeleitet werden. Damit ist a priori offen, ob hohe Werte dieser Indikatoren Schuldendienstprobleme wahrscheinlicher oder unwahrscheinlicher erscheinen lassen; diesbezüglich soll die im nächsten Abschnitt erfolgende Präsentation empirischer Analysen Klarheit verschaffen.

Abschließend sei angemerkt, daß neben den erwähnten Größen andere Variablen als Indikatoren potentieller Schuldendienstprobleme vorstellbar sind. Zu denken ist beispielsweise an die durchschnittlichen Kreditlaufzeiten, die Inflationsrate, die Geldmengenwachstumsrate und die in der Vergangenheit zu beobachtende Abwertung der Landeswährung als Ausdruck der Bereitschaft, die Wechselkurspolitik in den Dienst der Zahlungsbilanzanpassung zu stellen<sup>1)</sup>. Mit der Auswahl der in diesem Abschnitt ausführlich erörterten Variablen sollte vor allem solchen Faktoren Rechnung getragen werden, deren Einfluß auf das Länderrisiko und damit die Kreditwürdigkeit eines Landes von relativ vielen der im nächsten Abschnitt zu würdigenden Untersuchungen betont worden ist.

## II. EMPIRISCHE ERGEBNISSE

Erste Hinweise für die empirische Relevanz der diskutierten Variablen hinsichtlich der Wahrscheinlichkeit des Eintretens von Schuldendienstproblemen können der Tabelle 2 entnommen werden. Diese Tabelle zeigt sowohl für "kapitalimportierende Entwicklungsländer mit Schuldendienstproblemen"<sup>2)</sup> (Problemländer) als auch für "kapitalimportierende Entwicklungsländer ohne Schuldendienstprobleme"<sup>2)</sup> (Nicht-Problemländer) die Entwicklung der genannten makroökonomischen Variablen sowie der Zinszahlungsquote für die Jahre von 1977 bis 1987.

---

1) Vgl. zu den genannten Variablen: EDWARDS, S., LDC Foreign Borrowing ..., a.a.O., S. 729 sowie McFADDEN, D./ECKAUS, R./FEDER, G./HAJIVASSILIOU, V./O'CONNELL, S., Is There Life after Debt? An Econometric Analysis of the Creditworthiness of Developing Countries, in: SMITH, G./CUDDINGTON, J.T., International Debt ..., a.a.O., S. 188.

2) Zu dieser vom IWF verwendeten Länderklassifikation vgl. die Anmerkung (b) in Tabelle 2.

Tabelle 2: Entwicklung ausgewählter makroökonomischer Variablen für die Gruppe der kapitalimportierenden Entwicklungsländer<sup>a)</sup>

	Länder mit Schuldendienstproblemen <sup>b)</sup>				Länder ohne Schuldendienstprobleme <sup>b)</sup>			
	1977-78 <sup>c)</sup>	1979-80 <sup>c)</sup>	1981	1982-87 <sup>d)</sup>	1977-78 <sup>c)</sup>	1979-80 <sup>c)</sup>	1981	1982-87 <sup>d)</sup>
Schuldendienstquote	25,4	26,5	32,6	36,5	10,9	11,6	13,1	15,7
Zinszahlungsquote	9,2	12,0	18,5	22,2	4,4	5,5	7,0	7,3
Relation zwischen Währungsreserven und Importausgaben	25,9	19,9	13,3	15,7	27,3	22,6	20,3	26,5
Relation zwischen Schuldenstand und Bruttoinlandsprodukt	29,5	33,8	38,5	51,9	21,2	20,3	22,1	29,2
Relation zwischen Schuldenstand und Exporterlösen	175,4	157,8	185,5	270,3	95,1	82,5	82,1	104,1
Relation zwischen Bruttoinvestitionen und Bruttoinlandsprodukt	27,4	24,9	24,8	18,8	28,7	28,4	27,1	26,5
<u>Nachrichtlich:</u>								
Veränderung der Exporterlöse in Prozent <sup>e)</sup> im Zeitraum:								
	1977-81		115,7			88,6		
	1982-87		-16,1			36,1		

a) Alle Entwicklungsländer in der Abgrenzung des IWF ausschließlich acht ölexportierender Staaten des Mittleren Ostens. Vgl. IMF, World Economic Outlook, April 1985, S. 199 sowie IMF, World Economic Outlook, April 1987, S. 111.

b) Zu den Ländern mit Schuldendienstproblemen werden die kapitalimportierenden Entwicklungsländer gerechnet, die im Zeitraum 1981-1985 mit externen Zahlungen in Rückstand geraten waren oder deren Auslandsschulden in den Jahren von 1981 bis 1986 umgeschuldet worden sind; 65 der 125 kapitalimportierenden Entwicklungsländer wurden 1987 vom IWF der Gruppe der Länder mit Schuldendienstproblemen zugeordnet. Den restlichen 60 kapitalimportierenden Entwicklungsländern wurden keine Schuldendienstprobleme attestiert. Nachzutragen bleibt, daß die Gruppe der kapitalimportierenden Entwicklungsländer die 121 im vorangegangenen Kapitel erwähnten Nicht-Oil-Entwicklungsländer sowie Algerien, Indonesien, Nigeria und Venezuela umfaßt. Vgl.: IMF, World Economic Outlook, April 1985, S. 197 ff; IMF, World Economic Outlook, April 1986, S. 171 ff; IMF, World Economic Outlook, April 1987, S. 109 ff.

c) Im Durchschnitt der angegebenen Jahre.

d) Prognose der Jahresdurchschnitte.

e) Auf der Grundlage der Einnahmen in US-Dollar.

Quelle: IMF; World Economic Outlook; April 1985, April 1986, April 1987; Statistical Appendix; eigene Berechnungen

Will man aus den Daten der Tabelle 2 Anzeichen dafür ableiten, daß aus relativ kritischen Werten der ökonomischen Variablen letztlich auf das Eintreten von Zahlungsschwierigkeiten geschlossen werden kann, dann ist es geboten, lediglich den Zeitraum vor dem Eintreten ausgeprägter Zahlungsschwierigkeiten zu betrachten. Denn insbesondere der in einer Phase massiver Schuldendienstprobleme zu beobachtende Rückgang von Variablen wie der Investitionsquote und der Reserve-Import-Quote kann nicht als Ursache der Schuldendienstprobleme gewertet werden, sondern ist vielmehr Begleiterscheinung aktueller Schuldendienstprobleme. Konzentriert man sich folglich auf einen Vergleich der entsprechenden Zahlenreihen bis zum Jahre 1981, so kann folgendes festgehalten werden:

Für Problemländer hat sich die Schuldendienstquote, die Relation zwischen dem Schuldenstand und dem Bruttoinlandsprodukt sowie die Relation zwischen dem Schuldenstand und den Exporterlösen ausgehend von einem ein höheres Länderrisiko signalisierenden Niveau ungünstiger entwickelt als im Fall der Nicht-Problemländer. Diese Resultate unterstützen die Hypothese, daß das Eintreten von Schuldendienstproblemen um so wahrscheinlicher ist, je höhere Werte die genannten Indikatoren annehmen.

Ein vergleichbares Resultat läßt sich im Hinblick auf das Exportwachstum als Indikator potentieller Schuldendienstprobleme nicht ziehen. Wie Tabelle 2 zu erkennen gibt, haben die Exporterlöse der Problemländer im Zeitraum 1977-1981 kräftiger zugenommen als die der Nicht-Problemländer.

Schließlich zeigt Tabelle 2, daß sowohl die Relation zwischen den Währungsreserven und den Importausgaben (Reserve-Import-Quote) als auch die Relation zwischen den Bruttoinvestitionen und dem Bruttoinlandsprodukt (Investitionsquote) im Fall der Problemländer ausgehend von einem geringeren Niveau stärker gesunken ist als im Fall der Nicht-Problemländer. Dies gibt Anlaß zu der Vermutung, daß Schuldendienstprobleme um so eher eintreten, je niedriger die Reserve-Import-Quote und je kleiner die Investitionsquote ist.

Der durch Tabelle 2 sich abzeichnende Zusammenhang zwischen den genannten makroökonomischen Größen und der Wahrscheinlichkeit von Schuldendienstproblemen ist von zahlreichen Autoren im Rahmen ökonomischer Untersuchungen unter Anwendung von Diskriminanzanalysen<sup>1)</sup> oder unter Verwendung von Logit-Analysen<sup>2)</sup> hinsichtlich seiner statistischen Signifikanz überprüft worden. Andere Autoren<sup>3)</sup> sind unter Anwendung der Logit-Analyse bei

- 
- 1) Stellvertretend sei auf die Arbeit von FRANK, C.R./CLINE, W.R., Measurement of Debt Servicing Capacity - An Application of Discriminant Analysis, in: Journal of International Economics, Vol. 1 (1971), S.327-344 hingewiesen.  
Einen umfassenden Einstieg in die Methodik der Diskriminanzanalyse vermittelt z.B. FAHRMEIR, L./HÄUSSLER, W./TUTZ, G., Diskriminanzanalyse, in: FAHRMEIR, L./HAMERLE, A. (Hrsg.), Multivariate statistische Verfahren, Berlin-New York 1984, S. 301-370.
- 2) Verwiesen sei auf die Studien von FEDER, G./JUST, R.E., A Study of Debt Servicing Capacity..., a.a.O., FEDER, G./JUST, R.E./ROSS, K., Projecting Debt Servicing Capacity..., a.a.O., und CLINE, W.R., International Debt..., a.a.O..  
Zu den Grundlagen der Logit-Analyse vgl. z.B. HAMERLE, A./KEMENY, P./TUTZ, G., Kategoriale Regression, in: FAHRMEIR, L./HAMERLE, A. (Hrsg.), Multivariate statistische Verfahren, a.a.O., S. 211-256.
- 3) Zu nennen sind hier FEDER, G./JUST, R.E., An Analysis of Credit Terms in the Eurodollar Market, in: European Economic Review, Vol. 9 (1977), S. 221-243 und EDWARDS, S., LDC Foreign Borrowing..., a.a.O..

ihren empirischen Studien insofern einen Schritt weitergegangen, als auf der Grundlage der Hypothese, daß eine höhere Wahrscheinlichkeit potentieller Schuldendienstprobleme zu steigenden Kreditzinsen führt<sup>1)</sup>, untersucht wurde, ob sich eine systematische Beziehung zwischen bestimmten makroökonomischen Variablen und dem Risikozuschlag (Spread) zum LIBOR nachweisen läßt. Für die in Tabelle 2 erfaßten Variablen sind die Ergebnisse bezüglich der statistischen Signifikanz dieser Variablen für die Wahrscheinlichkeit von Schuldendienstproblemen bzw. den Risikozuschlag zum LIBOR in Tabelle 3 zusammenfassend dargestellt<sup>2)</sup>.

Der Tabelle 3 ist zu entnehmen, daß alle genannten Studien, obwohl sie auf differierende Ländergruppen und unterschiedliche Betrachtungszeiträume bezogen sind, die Schuldendienstquote sowie die Relation zwischen den Währungsreserven und den Importausgaben bzw. dem Brutto-sozialprodukt als statistisch signifikant für die Wahrscheinlichkeit von Schuldendienstschwierigkeiten und damit für die Höhe des Risikozuschlages identifiziert haben. Hervorzuheben ist hierbei, daß in Übereinstimmung mit der aus Tabelle 2 abgeleiteten Vermutung ein negativer Zusammenhang zwischen der Reserve-Import-Quote und der Wahrscheinlichkeit von Schuldendienstproblemen und damit dem Risikozuschlag ermittelt wurde<sup>3)</sup>.

---

1) Diese Hypothese wird beispielsweise auch von O'BRIEN vertreten; vgl. O'BRIEN, R., Private Bank Lending to Developing Countries, World Bank Staff Working Papers No. 482, Washington, D.C. 1981, S. 7 und S.32.

2) Tabelle 3 enthält nicht die Resultate von FEDER, G./JUST, R.E., A Study of Debt Servicing Capacity ..., a.a.O., da sich diese Resultate mit denen von FEDER, G./JUST, R.E./ROSS, K., Projecting Debt Servicing Capacity ..., a.a.O., decken.

3) Vgl. Zeile (2) in Tabelle 3.

**Tabelle 3:** Zur statistischen Signifikanz ausgewählter makroökonomischer Variablen für das Eintreten von Schuldendienstproblemen<sup>a)</sup>

	FRANK/CLINE <sup>b)</sup>	FEDER/JUST/ROSS <sup>c)</sup>	CLINE <sup>d)</sup>	FEDER/JUST <sup>e)</sup>	EDWARDS <sup>f)</sup>
(1) Schuldendienstquote	+	+	+	+	+
(2) Relation zwischen Währungsreserven und Importausgaben	-	-	-	-	
(3) Relation zwischen Währungsreserven und Bruttosozialprodukt					-
(4) Relation zwischen Schuldenstand und Bruttoinlandsprodukt				(+)	+
(5) Relation zwischen Schuldenstand und Exporterlösen			+		
(6) Relation zwischen Bruttoinvestitionen und Bruttoinlandsprodukt					-
(7) Wachstum der Exporterlöse	(-)		(-)		

a) Die in der Tabelle erfaßten Vorzeichen geben die Richtung des Zusammenhangs zwischen der jeweiligen ökonomischen Variablen und der Wahrscheinlichkeit von Schuldendienstproblemen an. Vorzeichen, die nicht eingeklammert sind, zeigen an, daß der ermittelte Zusammenhang statistisch signifikant war. Analog sind nicht signifikante Zusammenhänge durch eine Einklammerung des jeweiligen Vorzeichens kenntlich gemacht. Unbesetzte Plätze in der Tabelle bringen zum Ausdruck, daß in der jeweiligen Studie die Relevanz der entsprechenden Variablen nicht überprüft wurde.

b) Vgl. FRANK, C.R./CLINE, W.R., Measurement of Debt Servicing Capacity..., a.a.O., S. 336.

c) Vgl. FEDER, G./JUST, R.E./ROSS, K., Projecting Debt Servicing Capacity..., a.a.O., S. 659 ff.

d) Vgl. CLINE, W.R., International Debt, a.a.O., S. 225 ff.

e) Vgl. FEDER, G./JUST, R.E., An Analysis of Credit Terms..., a.a.O., S. 233 ff.

f) Vgl. EDWARDS, S., LDC Foreign Borrowing..., a.a.O., S. 730 ff.



Weiter zeigt Tabelle 3, daß mit Ausnahme der Wachstumsrate der Exporterlöse jede der restlichen Variablen von einer der Untersuchungen als signifikant für die Wahrscheinlichkeit von Schuldendienstproblemen und damit für den Risikozuschlag eingestuft wurde. Anzumerken ist hierbei, daß die Untersuchung von EDWARDS eine negative Abhängigkeit der Risikoprämie zum LIBOR von der Investitionsquote feststellt<sup>1)</sup>; dies bestätigt die auf der Grundlage von Tabelle 2 formulierte Vermutung.

Die aus Tabelle 2 gewonnenen Informationen und insbesondere die in Tabelle 3 wiedergegebenen Ergebnisse empirischer Untersuchungen berechtigen dazu, eine negative Abhängigkeit des Kreditzinses von der Reserve-Import-Quote und der Investitionsquote sowie eine positive Abhängigkeit des Kreditzinses von der Schuldendienstquote, der Relation zwischen Schuldenstand und Exporterlösen sowie der Relation zwischen Schuldenstand und Bruttoinlandsprodukt anzunehmen. Darüber hinaus ist es angesichts der zinssteigernden Wirkung einer steigenden Relation zwischen dem Schuldenstand und dem Bruttoinlandsprodukt bzw. den Exporterlösen plausibel, eine positive Abhängigkeit des Kreditzinses vom Umfang der Auslandsverschuldung, d.h. vom Schuldenstand, zu unterstellen.

---

1) Vgl. Spalte "EDWARDS", Zeile (6) in Tabelle 3. Bemerkt sei, daß der gleiche statistische Zusammenhang auch von SACHS festgestellt wurde; vgl. SACHS, J., *The Current Account and Macroeconomic Adjustment in the 1970s*, a.a.O., S. 244.

### 3. Kapitel: AUSBLICK

Vor dem Hintergrund der durch empirische Studien bestätigten Eignung bestimmter ökonomischer Variablen als Indikatoren potentieller Schuldendienstprobleme und damit als Determinanten des Kreditzinses bietet sich für die im Teil C vorzunehmenden modelltheoretischen Analysen folgendes Vorgehen an:

Im 1. Kapitel werden grundlegende Elemente des Modells einer offenen, wachsenden Volkswirtschaft herausgearbeitet. Diese Ausführungen bilden die Grundlage aller weiteren theoretischen Betrachtungen.

Unter der Annahme eines exogen gegebenen Kreditzinses erfolgt im 2. Kapitel eine Beschreibung konsummaximierender Wachstums- und Verschuldungsprozesse. Die hierbei ermittelten Resultate dienen vor allem als Vergleichsmaßstab für die im 3. Kapitel abzuleitenden Modellergebnisse.

Im 3. Kapitel wird eine umfassende Erörterung jener optimalen Wachstums- und Verschuldungsprozesse vorgenommen, die sich ableiten lassen, wenn von der Hypothese einer positiven Abhängigkeit des Kreditzinses vom Ausmaß der Auslandsverschuldung ausgegangen wird.

Stellvertretend für die vier im Zusammenhang mit der Solvenz eines Schuldnerlandes diskutierten Variablen - diese sind in den Zeilen (4) - (7) der Tabelle 3 festgehalten - wird im 4. Kapitel die Relation zwischen dem Schuldenstand und dem

Bruttoinlandsprodukt sowie die Relation zwischen den Bruttoinvestitionen und dem Bruttoinlandsprodukt als zinsrelevante Variablen in Rechnung gestellt.

Schließlich werden im 5. Kapitel jene Zinsdeterminanten bei der Analyse optimaler Wachstums- und Verschuldungsprozesse berücksichtigt, die im Hinblick auf die Beurteilung der Liquidität eines Schuldnerlandes als aussagekräftig identifiziert wurden; von diesen in den Zeilen (1) - (3) der Tabelle 3 erfaßten Größen werden wir die Schuldendienstquote sowie die Relation zwischen den Währungsreserven und den Importausgaben berücksichtigen. Die diesbezüglichen modelltheoretischen Darlegungen unterscheiden sich insofern von den vorhergehenden, als die explizite Berücksichtigung der Importausgaben und der in der Schuldendienstquote enthaltenen Exporterlöse die Konstruktion eines Modells einer Zwei-Sektoren-Wirtschaft notwendig macht.

Teil C: OPTIMALE AUSLANDSVERSCHULDUNG IN  
WACHSTUMSTHEORETISCHEN MODELLEN BEI  
ALTERNATIVEN ZINSHYPOTHESEN

1. Kapitel: WACHSTUM IN EINER OFFENEN  
EIN-SEKTOREN-WIRTSCHAFT

I. ZUM BEGRIFF DER AUSLANDSVERSCHULDUNG IM  
MODELLTHEORETISCHEN KONTEXT

Der im modelltheoretischen Kontext zum Tragen kommende Begriff der Auslandsverschuldung ist der Terminologie der Volkswirtschaftlichen Gesamtrechnung (VGR) entlehnt. Dieser unterscheidet sich in zweifacher Hinsicht von jenem Begriff, auf dem die Darstellung der empirischen Aspekte zur Problematik der Auslandsverschuldung basiert.

Bezüglich des ersten Unterschiedes ist festzuhalten, daß in der VGR alle Anrechte auf Teile des eigenen Volkvermögens, die sich in der Hand von Ausländern befinden, als Auslandsverbindlichkeiten bezeichnet werden. Der so definierte Begriff der Auslandsverbindlichkeiten ist umfassender als jener, welcher der Erörterung der Verschuldungsproblematik zugrunde liegt. Der Unterschied zwischen beiden Begriffen wird klar, wenn man bedenkt, daß zahlungsbilanztechnisch gesehen die Finanzierung von Leistungsbilanzdefiziten etwa durch die Aufnahme von Bankdarlehen, die Inanspruchnahme von Krediten öffentlicher Geldgeber im Ausland, die Ausgabe von Anleihen und/oder durch Direktinvestitionen erfolgen kann.

Gemeinsam ist den genannten Finanzierungsarten, daß sie eine Zunahme der Verbindlichkeiten des Inlandes gegenüber dem Ausland im Sinne der VGR beinhalten. Allerdings bezieht sich der Begriff der Auslandsverschuldung bzw. der externen Schulden im Rahmen der wirtschaftspolitischen Schuldendiskussion lediglich auf jene Auslandsverbindlichkeiten, die z.B. wie aufgenommene Bankdarlehen und emittierte Anleihen einen vertraglich fixierten, ertragsunabhängigen Anspruch auf Schuldendienstzahlungen verbriefen<sup>1)</sup>. Im Gegensatz zu diesen festgelegten Schuldendienstzahlungen ist im Falle von Direktinvestitionen zum einen das Entgelt für die Kapitalüberlassung ertragsabhängig und zum anderen eine Rückzahlung des importierten Kapitals zumindest kurz- bis mittelfristig nicht vorgesehen. Eine durch ausländische Direktinvestitionen gespeiste Zunahme der Auslandsverbindlichkeiten wird typischerweise nicht als Beitrag zur Auslandsverschuldung angesehen. So tituliert beispielsweise der IWF diese Kapitalbewegungen als "non-debt-creating"<sup>2)</sup>, die Deutsche Bundesbank spricht in diesem Kontext vom "verschuldungsneutralen" Mittel der Leistungsbilanzfinanzierung<sup>3)</sup> und auch den definitiven Erläuterungen der Weltbank zu dem von dieser Institution veröffentlichten Zahlenmaterial zur Verschuldungslage der Entwicklungsländer ist zu entnehmen, daß durch Direktinvestitionen entstandene Verbindlichkeiten nicht zur Auslandsverschuldung gerechnet werden<sup>4)</sup>.

---

1) Vgl. SACHS, J., LDC Debt ..., a.a.O., S. 202.

2) Vgl. z.B. IMF, World Economic Outlook, April 1987, a.a.O., "Table A 40", S. 167.

3) Vgl. DEUTSCHE BUNDESBANK, Monatsberichte der Deutschen Bundesbank, Januar 1987, a.a.O., S. 43.

4) Vgl. WORLD BANK, World Debt Tables, 1986-87 Edition, a.a.O., S. xxxvi f.

Die für viele Fragestellungen durchaus sinnvolle Unterscheidung zwischen ertragsabhängigen und ertragsunabhängigen Kapitalzuflüssen darf nicht darüber hinwegtäuschen, daß erstens auch durch Direktinvestitionen ein Anspruch der ausländischen Kapitalgeber auf das zukünftige Produktionsergebnis des kapitalimportierenden Landes entsteht<sup>1)</sup> und zweitens Gewinntransfers die Zahlungsbilanz des kreditnehmenden Landes in der gleichen Weise tangieren wie der Transfer anderer Kapitaleinkommen<sup>2)</sup>. Da in den nachstehenden modelltheoretischen Erörterungen alle Ansprüche des Auslandes an das zu erwartende Produktionsergebnis des Inlandes berücksichtigt werden sollen, wird im weiteren auf eine explizite Unterscheidung zwischen "verschuldungsneutralen" und "verschuldungswirksamen" Auslandsverbindlichkeiten verzichtet und gleichsam jede Auslandsverbindlichkeit im Sinne der VGR als Auslandsverschuldung bezeichnet.

Zur Verdeutlichung des zweiten Unterschiedes ist anzumerken, daß bei der Diskussion der empirischen Aspekte nicht vom Nettovolumen, sondern vom Bruttovolumen der vergleichsweise eng abgegrenzten Auslandsschulden ausgegangen wurde. Eine Vorstellung von der Diskrepanz zwischen der Netto- und der Bruttoverschuldung vermittelt folgende Einschätzung des Internationalen Währungsfonds: "The gross debt of capital importing developing countries is estimated at \$ 883 billion in 1985, but the net debt - that is gross debt less total foreign assets - was probably less than half that amount. Rough estimates of the stock of all foreign assets held by the capital

---

1) SACHS, J., LDC Debt ..., a.a.O., S. 202.

2) Vgl. OHLIN, G., Debts Development and Default, in: HELLEINER, G.K. (Hrsg.), A World Divided. The Less Developed Countries in the International Economy, Cambridge 1976, S. 207 f.

importing countries,..., suggests that these amounted to some \$ 450 billion in 1985, of which official reserves accounted for about \$ 138 billion. The balance consists mainly of trade-related credits, working balances of trading companies held abroad, and the like, but also includes flight capital."<sup>1)</sup>

In den folgenden theoretischen Analysen wird grundsätzlich vom Nettovolumen der umfassender abgegrenzten Auslandsverschuldung (Nettoauslandsverschuldung) ausgegangen. Von diesem grundsätzlichen Vorgehen wird erst abgewichen, wenn im 5. Kapitel explizit die Akkumulation von internationalen Reserven berücksichtigt wird.

## II. MODELLANNAHMEN UND PRODUKTIONSTHEORETISCHE VORAUSSETZUNGEN

Zur Analyse wesentlicher Eigenschaften optimalen Verschuldungsverhaltens im langfristigen Entwicklungsprozeß einer Volkswirtschaft ist es zweckmäßig, einen modelltheoretischen Rahmen zu konstruieren, der kurzfristige, konjunkturelle Erscheinungen außer acht läßt<sup>2)</sup>. Konkret werden für die weitere Analyse folgende Prämissen gesetzt:

- a) Die gesamtwirtschaftliche Produktion erfolgt unter Einsatz der in sich homogenen, untereinander substitutionalen Produktionsfaktoren Arbeit und Kapital.
- b) Die Entlohnung der Produktionsfaktoren erfolgt gemäß der Grenzproduktivitätstheorie, d.h. die Faktorpreise stimmen mit den jeweiligen Grenzproduktivitäten überein.
- c) Ein voll flexibler Faktorpreismechanismus gewährleistet in jedem Zeitpunkt die Vollbeschäftigung beider Produktionsfaktoren.

---

1) IMF, World Economic Outlook, April 1986, a.a.O., S. 71.

2) Vgl. KRELLE, W., Theorie des wirtschaftlichen Wachstums, Berlin/Heidelberg/New York/Tokyo 1985, S. 83.

- d) In jedem Zeitpunkt existiert ein Gütermarktgleichgewicht im Sinne einer Übereinstimmung der gesamtwirtschaftlichen Produktion mit der gesamtwirtschaftlichen Nachfrage.

Die genannten Prämissen, welche konstituierend für die neoklassische Produktions- bzw. Wachstumstheorie sind<sup>1)</sup>, werden für die folgenden Zwecke durch die Annahme ergänzt, daß von der Existenz des Geldes abstrahiert wird; analysiert werden folglich neoklassische Realmodelle.

Darüber hinaus soll sich die Analyse zunächst auf den Fall einer Ein-Sektoren-Volkswirtschaft beschränken. Unter dieser Voraussetzung ist der Output als homogenes Produkt zu betrachten, welches sowohl investiv als auch konsumtiv verwendbar ist. Zur Spezifizierung der produktionstheoretischen Voraussetzungen sei angenommen, daß der Zusammenhang zwischen der gesamtwirtschaftlichen Güterproduktion (Q) und dem Einsatz von Kapital (K) und Arbeit (L) durch eine linear-homogene Produktionsfunktion (F) erfaßt werden kann:

$$(1) \quad Q(t) = F(K(t), L(t))$$

Die Produktionsfunktion (1) ist dabei so zu interpretieren, daß die Stromgröße "Güterproduktion" durch die Stromgröße "Arbeits- bzw. Kapitaleistungen", welche die Bestandsgrößen "Arbeit" und "Kapital" abgeben, determiniert ist<sup>2)</sup>. Die Zeit t sei eine stetige Variable; im weiteren wird das Symbol t als Argument aller zeitabhängigen ökonomischen Variablen nur dann explizit notiert, wenn dies für das Verständnis der jeweiligen Zusammenhänge unbedingt erforderlich ist.

Die Annahme der linearen Homogenität der Produktionsfunktion gibt die Möglichkeit, aus (1) eine Funktion

---

1) Vgl. ROSE, K., Grundlagen der Wachstumstheorie, 4. Auflage, Göttingen 1984, S. 85.

2) Vgl. BURMEISTER, E./DOBELL, A.R., Mathematical Theories of Economic Growth, London 1970, S. 8.



abzuleiten, die den Zusammenhang zwischen der Produktion pro Arbeitseinheit ( $Q/L$ ) und der Kapitalintensität widerspiegelt:

$$(2) \quad \frac{Q}{L} = f(k) \quad k = K/L$$

Mißt man den gesamtwirtschaftlichen Arbeitseinsatz anhand der Zahl der Arbeitskräfte und unterstellt vereinfachend eine Übereinstimmung der Bevölkerungszahl mit der Zahl der Arbeitskräfte, dann gibt (2) auch die Produktion pro Kopf der Bevölkerung bzw. die Pro-Kopf-Produktionsfunktion an<sup>1)</sup>.

Bezüglich der Pro-Kopf-Produktionsfunktion  $f(k)$  sei von folgenden Eigenschaften ausgegangen:

$$(3) \quad \left. \begin{array}{l} f(k) > 0 \\ \frac{\partial Q}{\partial K} = \frac{\partial f(k)}{\partial k} = f'(k) > 0 \\ \frac{\partial^2 f(k)}{\partial k^2} = f''(k) < 0 \end{array} \right\} \text{für } k > 0$$

$$\lim_{k \rightarrow 0} f'(k) = \infty \quad \lim_{k \rightarrow \infty} f'(k) = 0$$

Der zweiten Zeile in (3) ist die für linear-homogene Produktionsfunktionen zutreffende Aussage zu entnehmen, daß die Grenzproduktivität des Kapitals ( $\partial Q/\partial K$ ) durch die erste Ableitung der Pro-Kopf-Produktionsfunktion nach dem Pro-Kopf-Kapitalstock bzw. der Kapitalintensität ( $f'(k)$ ) ausgedrückt werden kann. Unter Berücksichtigung dieser Information beinhaltet die dritte Zeile in (3) die für linear-homogene Produktionsfunktionen typische Eigenschaft einer positiven, aber abnehmenden

1) Hier und im folgenden wird zwar von technischem Fortschritt abstrahiert, eine der Gleichung (2) entsprechende Produktionsfunktion läßt sich jedoch auch ermitteln, wenn Harrod-neutraler technischer Fortschritt vorausgesetzt wird. Arbeit wird dann allerdings nicht in tatsächlichen Einheiten, sondern in Effizienzeinheiten gemessen. Vgl. BURMEISTER, E. und A.R. DOBELL, *Mathematical...*, a.a.O., S. 77 f.

Grenzproduktivität des Kapitals. Die vierte Zeite in (3) stellt die sogenannten Inada-Bedingungen<sup>1)</sup> dar, die eine Aussage hinsichtlich der Grenzproduktivität des Kapitals ermöglichen, falls die Kapitalintensität dem unteren oder dem oberen Grenzwert zustrebt.

Hinsichtlich der Annahmen und produktionstheoretischen Voraussetzungen ist schließlich anzumerken, daß diese sich auf jenes Land beziehen, welches im folgenden als Inland bezeichnet wird. Entsprechende Annahmen und Voraussetzungen für den Rest der Welt (Ausland) werden explizit nicht formuliert.

Die in diesem Abschnitt dargelegten Elemente der neoklassischen Wachstumstheorie sind zweifellos nicht unumstritten<sup>2)</sup>. Bedenken können vor allem gegen jene Annahmen erhoben werden, die das Auftreten von in der Realität beobachtbaren Phänomenen wie Arbeitslosigkeit und Unterauslastung des Kapitalstocks von vornherein ausschließen. Wie eingangs bereits bemerkt, sei diese Abstraktion durch die Absicht gerechtfertigt, einen Modellrahmen zu entwickeln, in dem die Problematik einer optimalen Auslandsverschuldung im langfristigen Entwicklungsprozeß einer Volkswirtschaft in relativ einfacher Weise diskutiert werden kann.

### III. ERSPARNIS, INVESTITIONEN UND INTERNATIONALE KAPITALBEWEGUNGEN

Ausgangspunkt der folgenden Herleitungen ist die Überlegung, daß sich der zusammengefaßte Saldo der Handels- und Dienstleistungsbilanz (T) einer Volkswirtschaft aus der Differenz zwischen Inlandsproduktion (Q) und der Summe aus inländischem Konsum (C) und inländischen Investitionen (I) ergibt:

$$(4) \quad T = Q - C - I.$$

1) Vgl. INADA, K.-I., On the Stability of Growth Equilibria in Two-Sector-Models, in: Review of Economic Studies, Vol. 31 (1964), S. 137.

2) Eine Diskussion der kritischen Einwände gegen diese Theorie sowie Bemerkungen zur empirischen Relevanz findet sich z.B. in KRELLE, W., Theorie des ..., a.a.O., S.786 ff.

Im Rahmen des hier zur Diskussion stehenden Realmodells einer Ein-Sektoren-Volkswirtschaft enthält (4) implizit die Annahme, daß nur das homogene "composite good"  $Q$  international gehandelt wird. Diese Annahme vereinfacht die Analyse erheblich, da dadurch terms of trade-Effekte unberücksichtigt bleiben (müssen). Weiter ist hervorzuheben, daß der mittels (4) formulierte Handels- und Dienstleistungsbilanzsaldo (T) entgegen der üblichen Definition die Nettofaktoreinkommen aus dem Ausland nicht einschließt.

Abstrahiert man von unentgeltlichen Übertragungen vom und an das Ausland, dann ergibt sich der Leistungsbilanzsaldo (LB) durch die Zusammenfassung von Handels- und Dienstleistungsbilanzsaldo (T) mit den Nettofaktoreinkommen aus dem Ausland. Letztere werden bei internationaler Immobilität des Produktionsfaktors Arbeit lediglich durch die Höhe der Nettoauslandsverschuldung (D) und die Verzinsung dieser Nettoverschuldung determiniert. Unterstellt man, daß In- und Ausland zu einem Welt(kapital)markt verschmelzen, auf dem sich ein einheitlicher Zinssatz ( $r$ ) bildet, dann kann der Leistungsbilanzsaldo (LB) durch

$$(5) \quad LB = T - rD$$

wiedergegeben werden. Bezeichnen wir im weiteren eine positive (negative) Nettoauslandsverschuldung  $D > 0$  ( $D < 0$ ) als Auslandsverschuldung (Auslandsvermögen) und das eine Auslandsverschuldung (ein Auslandsvermögen) aufweisende Land als Schuldernation (Gläubignation), dann zeigt (5), daß der Leistungsbilanzsaldo einer Schuldernation (Gläubignation) um die an das Ausland (vom Ausland) zu zahlenden Kapitaleinkommen kleiner (größer) ist als der gemäß (4) definierte Handelsbilanzsaldo.

Berücksichtigt man neben der Leistungsbilanz die - auch Reserveveränderungen erfassende - Kapitalbilanz als zweite Komponente der immer ausgeglichenen Zahlungsbilanz, so ergibt sich

$$(6) \quad \begin{array}{l} \text{LB} + \text{KB} = \text{ZB} \quad \text{bzw. mit } \text{ZB} = 0 \\ -\text{KB} = \text{LB} \end{array}$$

als Beziehung zwischen dem Zahlungsbilanzsaldo (ZB), dem Leistungsbilanzsaldo (LB) und dem Kapitalbilanzsaldo (KB). Ein positiver (negativer) Kapitalbilanzsaldo, d.h.  $\text{KB} > 0$  ( $\text{KB} < 0$ ), ist gleichbedeutend mit einem Überschuß der Kapitalimporte (Kapitalexporte) über die Kapitalexporte (Kapitalimporte) und führt folglich zu einer Zunahme (Abnahme) der Nettoauslandsverschuldung. Bezeichnen wir die Veränderung der Nettoverschuldung in der Zeit mit  $dD/dt = \dot{D}$ , dann kann unter Berücksichtigung von  $\text{KB} = \dot{D}$  aus (5) und (6) die Identitätsbeziehung

$$(7) \quad \dot{D} = -T + rD$$

abgeleitet werden: Realisiert die betrachtete Volkswirtschaft ein Defizit im Leistungsverkehr mit dem Ausland ( $-T+rD > 0$ ), dann muß zur Finanzierung dieses Leistungsbilanzdefizits eine Zunahme der in Gütereinheiten ausgedrückten Nettoauslandsverschuldung ( $\dot{D} > 0$ ) eingegangen werden. Kommt es hingegen zu einem Leistungsbilanzüberschuß ( $-T+rD < 0$ ), so implizieren die hiermit verknüpften Kapitalbewegungen eine Abnahme der Nettoauslandsverschuldung ( $\dot{D} < 0$ ).

Im Mittelpunkt dieser Arbeit steht die Diskussion externer Verschuldungsprozesse. Aus diesem Grund ist es zweckmäßig, sich bei der weiteren Betrachtung der ökonomischen Verknüpfung des Inlandes mit dem Rest der Welt auf die Analyse der in Gütereinheiten ausgedrückten Kapitalbewegungen und somit auf die linke Seite der Gleichung (7) zu konzentrieren

Vom Zustrom bzw. Abfluß des homogenen Produktes, nunmehr als internationale Kapitalbewegungen ( $\dot{D}$ ) interpretiert, soll jetzt der Bezug zu den makroökonomischen Größen Ersparnis und Investitionen aufgezeigt werden, indem erstens die Verbindung zwischen dem bisher ausschließlich erwähnten Inlandsprodukt ( $Q$ ), dem Inländerprodukt bzw. Volkseinkommen ( $Y$ ) und dem Nettokapitaleinkommen ( $-rD$ ) verwendet wird:

$$(8) \quad Y = Q - rD.$$

Gemäß (8) ergibt sich das reale Volkseinkommen ( $Y$ ), welches den Produktionsfaktoren zufließt, die sich im Eigentum der Inländer befinden, aus dem Realeinkommen der im Inland genutzten Produktionsfaktoren ( $Q$ ) und den Nettokapitaleinkommen aus dem Ausland ( $-rD$ )<sup>1)</sup>. Unter Verwendung von (4) und (7) kann (8) auch in der Form

$$(9) \quad Y = C + I - \dot{D}$$

notiert werden.

Zweitens ist zu beachten, daß auch in einer offenen Volkswirtschaft gemäß der Aufteilungsgleichung

$$(10) \quad Y = C + S$$

das Volkseinkommen konsumiert ( $C$ ) und/oder gespart ( $S$ ) wird. Kombiniert man schließlich (9) mit (10), so erhält man

$$(11) \quad \dot{D} = I - S \quad \text{bzw.} \quad S = I - \dot{D}.$$

---

1) In der Volkswirtschaftlichen Gesamtrechnung wird  $Y$  ( $Q$ ) als Bruttoinlandsprodukt (Bruttoinlandsprodukt) bezeichnet.

Diese Gleichung kann im Sinne einer ex post Betrachtung wie folgt interpretiert werden: Waren während einer Periode aufgrund einer regen Investitionstätigkeit im Inland und/oder wegen hoher Konsumausgaben die Inlandsinvestitionen (I) größer als die Ersparnisse der Inländer (S), dann waren entsprechende Güterkreditaufnahmen und somit Kapitalimporte ( $\dot{D} > 0$ ) erforderlich, um den Investitionsüberhang zu finanzieren. Sind hingegen die Ersparnisse der Inländer größer als die Inlandsinvestitionen gewesen, dann ist dieser Sparüberhang als Kapitalexport ( $I - S = \dot{D} < 0$ ) in das Ausland geflossen.

Greifen wir nun die für den neoklassischen Wachstumsansatz charakteristische Prämisse eines permanent realisierten Gütermarktgleichgewichtes auf, dann kann (11) auch im Sinne einer ex ante Aussage gedeutet werden: Übersteigen (unterschreiten) die geplanten Inlandsinvestitionen die geplante Ersparnis der Inländer, dann führt gewinnmaximierendes Verhalten internationaler Kapital"gut"eigentümer zu einem unendlich schnellen Kapital"gut"zustrom (-abfluß), d.h. es gilt  $\dot{D} > 0$  ( $\dot{D} < 0$ ), in Höhe der positiven (negativen) Differenz zwischen I und S in das Inland (aus dem Inland)<sup>1)</sup>.

#### IV. HEIMISCHER KAPITALSTOCK, NATIONALER KAPITALSTOCK UND NETTOAUSLANDSVERSCHULDUNG

Unter heimischem Kapitalstock (K) ist das im Inland zur Erstellung des Inlandproduktes (Q) eingesetzte Produktivvermögen zu verstehen, welches aufgrund der Existenz von internationalen Kapitalbewegungen nur zufällig mit dem Kapitalstock übereinstimmt, welcher sich im Eigentum der Inländer befindet. Etikettiert man

---

1) Vgl. HANSON, J./NEHER, P.A., The Neoclassical Theorem Once Again: Closed and Open Economies, in: American Economic Review, Vol. 57 (Sept. 1967), S. 873 .

den zuletzt genannten Kapitalstock mit dem Begriff "nationaler Kapitalstock" ( $K_n$ ), dann läßt sich folgender Bezug zwischen heimischem Kapitalstock<sup>1)</sup>, nationalem Kapitalstock und der Nettoauslandsverschuldung ( $D$ ) beschreiben:

$$(12) \quad D = K - K_n \text{ bzw. bei Verwendung von Pro-Kopf-Größen}$$

$$d = k - k_n; \quad d = \frac{D}{L}, \quad k = \frac{K}{L}, \quad k_n = \frac{K_n}{L}$$

Eine Volkswirtschaft befindet sich folglich in einer Schuldnerposition (Gläubigerposition), d.h. es gilt  $D > 0$  ( $D < 0$ ), wenn der heimische Kapitalstock  $K$  den nationalen Kapitalstock  $K_n$  übersteigt (unterschreitet).

Abschließend soll noch gezeigt werden, daß die bereits durch (11) erklärte Veränderung der Nettoauslandsverschuldung ( $\dot{D}$ ) sich auch angeben läßt, wenn erstens aus (12) die Gleichung

$$(13) \quad \dot{D} = \dot{K} - \dot{K}_n; \quad \dot{K} = dK/dt; \quad \dot{K}_n = dK_n/dt$$

ermittelt und zweitens eine Beschreibung der heimischen ( $\dot{K}$ ) und der nationalen ( $\dot{K}_n$ ) Kapitalakkumulation vorgenommen wird. Verzichtet man vereinfachend auf die Berücksichtigung jeglicher Kapitalabnutzung, dann resultiert aus dem Volumen der Inlandsinvestitionen ( $I$ ) eine Veränderung des heimischen Kapitalstocks ( $\dot{K}$ ) im Ausmaß dieser Investitionen:

$$(14) \quad \dot{K} = I$$

---

1) Sollte im folgenden zuweilen vom "Kapitalstock" die Rede sein, so soll damit immer der heimische Kapitalstock gemeint sein.

Die Veränderung des nationalen Kapitalstocks ( $\dot{K}_n$ ) ist bei Vernachlässigung der Kapitalabnutzung ausschließlich durch die Inländerinvestitionen ( $I_n$ ) determiniert. Diese stimmen entsprechend der neoklassischen Modellbildung mit den Ersparnissen der Inländer ( $S$ ) überein. Gehen wir von der Hypothese aus, daß die Inländer beabsichtigen, gemäß einer konstanten durchschnittlichen Sparquote ( $s$ ) Teile des Inländerproduktes ( $Y$ ) zu sparen, so lassen sich die Überlegungen bezüglich der nationalen Kapitalakkumulation ( $\dot{K}_n$ ) durch

$$(15) \quad \dot{K}_n = S = sY; \quad S = I_n, \quad s \geq 0$$

zusammenfassen. Aus (13), (14) und (15) läßt sich wieder (11) herleiten.

#### V. WACHSTUMSGLEICHGEWICHT IN EINER OFFENEN VOLKSWIRTSCHAFT

Die in den vorhergehenden Abschnitten entwickelten Modellzusammenhänge bilden die Grundlage für die nachstehende Ableitung des gleichgewichtigen Wachstumspfades einer offenen Volkswirtschaft. Die diesbezüglichen Ausführungen werden sich auf den Fall eines Landes beschränken, welches sich sowohl als Kapitalimporteur wie auch als Kapitalexporteur mit einem exogen gegebenem Kreditzins ( $\bar{r}$ )

$$(16) \quad r = \bar{r}$$

konfrontiert sieht.

Entsprechend dem Gleichgewichtsbegriff in der Wachstumstheorie wollen wir von einem Wachstumsgleichgewicht sprechen, wenn alle Variablen des Systems mit einer



konstanten Rate wachsen<sup>1)</sup>. Um den gleichgewichtigen Wachstumspfad einer offenen Volkswirtschaft angemessen charakterisieren zu können, ist es zunächst hilfreich, kurz einige Eigenschaften des Wachstumsgleichgewichtes einer geschlossenen Volkswirtschaft in Erinnerung zu rufen.

Trifft man die übliche Annahme einer konstanten, exogen gegebenen und mit der Wachstumsrate der Bevölkerung ( $g$ ) identischen Wachstumsrate der Arbeit ( $\dot{L}/L$ )

$$(17) \quad \frac{\dot{L}}{L} = g \quad \text{mit} \quad \dot{L} = \frac{dL}{dt},$$

dann zeichnet sich der gleichgewichtige Wachstumspfad einer Volkswirtschaft, deren Produktionstechnologie durch konstante Skalenerträge geprägt ist, u.a. durch die Übereinstimmung der konstanten Wachstumsraten von Arbeit ( $\dot{L}/L=g$ ), Kapital ( $\dot{K}/K$ ) und Output ( $\dot{Q}/Q$ ) aus. Folglich kann

$$(18) \quad g = \frac{\dot{L}}{L} = \frac{\dot{K}}{K} = \frac{\dot{Q}}{Q} \quad \text{mit} \quad \dot{K} = \frac{dK}{dt} \quad \text{und} \quad \dot{Q} = \frac{dQ}{dt}$$

notiert werden. Ein gleichgewichtiger Wachstumspfad soll im folgenden auch als Steady-State-Pfad bezeichnet werden<sup>2)</sup>. Die Änderung der Kapitalintensität ( $\dot{k}$ ), für die sich die Gleichung

$$(19) \quad \dot{k} = sf(k) - gk \quad \text{mit} \quad \dot{k} = \frac{dk}{dt}$$

ermitteln läßt<sup>3)</sup>, muß bei Gleichgewichtswachstum demnach

1) Vgl. ROSE, K., Grundlagen..., a.a.O., S. 37.

2) In diesem Sinne wird dieser Begriff u.a. von WALTER verwendet. Vgl. WALTER, H., Wachstums- und Entwicklungstheorie, Stuttgart/New York 1983, S. 36.

3) Vgl. z.B. DIXIT, A.K., The Theory of Equilibrium Growth, Oxford 1982, S. 50.

Null sein. Mit  $\dot{k} = 0$  determiniert (19) einen eindeutigen Wert der gleichgewichtigen Kapitalintensität ( $*k$ ) und damit der Pro-Kopf-Produktion ( $*(Q/L) = f(*k)$ ) im Steady-State<sup>1)</sup>.

Anzumerken ist schließlich, daß mit  $\dot{k} = 0$  aus (19) die Beziehung

$$(20) \quad sf(*k) = g *k$$

folgt. Diese Gleichung impliziert die Aussage, daß im Steady-State die mit der Pro-Kopf-Ersparnis übereinstimmende Pro-Kopf-Investition  $sf(*k)$  gerade ausreichen muß, um die zusätzlichen Arbeitskräfte mit dem gleichen Sachkapital auszustatten wie die bisher Beschäftigten.

Im Modell einer offenen Volkswirtschaft würde es sich nun anbieten, eine mit (19) vergleichbare Gleichung für die Veränderung der Kapitalintensität zu entwickeln, um dann die Beschreibung des Wachstumsgleichgewichtes wiederum aus der Überlegung abzuleiten, daß auf einem Gleichgewichtspfad die Veränderung der Kapitalintensität Null sein wird. Ein solcher Ansatz ist jedoch in diesem Modell der offenen Volkswirtschaft untauglich, weil bei Existenz völliger Kapitalmobilität und einer durch das Inland nicht beeinflussbaren, exogen gegebenen Zinsrate  $\bar{r}$  die Kapitalintensität in der heimischen Volkswirtschaft während des gesamten Wachstumsprozesses und nicht nur auf dem Gleichgewichtspfad konstant ist. Die Richtigkeit

---

1) Zur Unterscheidung von später zu berücksichtigenden "optimalen" Steady-State-Werten sollen "gewöhnliche" Steady-State-Werte durch einen der Variablen vorangestellten Stern (\*) gekennzeichnet sein. Aufgrund der in (3) formulierten "Inada-Bedingungen" ist die Existenz einer gleichgewichtigen Kapitalintensität  $*k$  gesichert. Vgl. INADA, K.-I., On Neoclassical Models of Economic Growth, in: Review of Economic Studies, Vol. 32 (1965), S. 155f.

dieser Behauptung offenbart sich, wenn man sich ver-  
gegenwärtigt, daß gewinnmaximierendes Verhalten der  
Produzenten gemäß der Grenzproduktivitätsregel die  
Erfüllung der Beziehung

$$(21) \quad \bar{r} = f'(\bar{k})$$

sichert, wodurch bei konstantem Kreditzins eine Kapi-  
talintensität ( $\bar{k}$ ) einschließlich der zugehörigen Pro-  
Kopf-Produktion ( $f(\bar{k})$ ) eindeutig festgelegt wird. Die  
heimische Kapitalakkumulation ( $\dot{K}$ ) und damit gleichzeitig  
die Inlandsinvestitionen ( $I$ ), welche die Konstanz der  
gesamtwirtschaftlichen Kapitalintensität garantieren,  
können entsprechend der Forderung  $g = \dot{K}/K$  durch die  
Gleichung

$$(14a) \quad \dot{K} = I = gK$$

wiedergegeben werden. Dieses Investitionsvolumen ist bei  
völliger Kapitalmobilität in jedem Zeitpunkt realisier-  
bar, auch wenn der Beitrag, den die inländischen Wirt-  
schaftssubjekte mittels der durch eigene Spartätigkeit  
gespeisten nationalen Kapitalakkumulation leisten, nicht  
mit den notwendigen Investitionen in Höhe von  $gK$  über-  
einstimmt.

Als Ausgangspunkt für die Schilderung der Merkmale  
einer im Gleichgewicht fortschreitenden offenen Volks-  
wirtschaft wählen wir die das statische Vollbeschäfti-  
gungsgleichgewicht repräsentierende Gleichung (11).  
Setzt man in (11) sukzessive (15), (8), (14), (12),  
(13), (16) und (1) ein, so erhält man nach wenigen  
Umstellungen die Gleichung

$$(22) \quad \dot{K}_n = s\{F(K, L) - \bar{r}K\} + s\bar{r}K_n.$$

Hieraus kann unter Verwendung von (2) sowie der Definitionsgleichung

$$(23) \quad \frac{\dot{k}_n}{L} = \dot{k}_n + gk_n \quad \text{mit} \quad \dot{k}_n = dk_n/dt$$

folgende lineare Differentialgleichung erster Ordnung ermittelt werden:

$$(24a) \quad \dot{k}_n = s\{f(\bar{k}) - \bar{r}\bar{k}\} - (g - s\bar{r})k_n, \quad k = \bar{k}.$$

Diese Gleichung beschreibt die Veränderung des nationalen Pro-Kopf-Kapitalstocks im Zeitablauf, welche bei gegebenen Werten von  $g$ ,  $s$  und  $\bar{r}$  (und damit  $\bar{k}$ ) lediglich von der Höhe des bereits erreichten nationalen Pro-Kopf-Kapitalstocks  $k_n$  abhängt. (24a) läßt sich weiter vereinfachen, indem die für linear-homogene Produktionsfunktionen zutreffende Aussage verwertet wird, daß sich der Lohn ( $w$ ) aus der Differenz zwischen Pro-Kopf-Produktion ( $f(k)$ ) und Zinseinkommen pro Kopf ( $rk$ ) ergibt:

$$(24) \quad \dot{k}_n = s\bar{w} - (g - s\bar{r})k_n \quad ^1)$$

Die Lösung der Differentialgleichung (24) lautet:

$$(25) \quad k_n(t) = \frac{s\bar{w}}{g - s\bar{r}} + \left( k_n(0) - \frac{s\bar{w}}{g - s\bar{r}} \right) e^{-(g - s\bar{r})t}$$

Zusätzlich zu dem immer existierenden kurzfristigen

---

1) Vgl. NEHER, P.A., Economic Growth and Development: A Mathematical Introduction, New York 1971, S. 265. Da bei linear-homogener Produktionsfunktion der Lohn lediglich eine Funktion der Kapitalintensität ist und diese ihrerseits durch den konstanten Weltmarktzins fixiert wird, kann zu Recht in (24) von einem ebenfalls konstanten Lohn  $w$  ausgegangen werden.

Gütermarktgleichgewicht stellt sich ein langfristiges Wachstumsgleichgewicht ein, wenn  $\dot{k}_n$  in (24) Null wird bzw.  $k_n(t)$  in (25) für  $t \rightarrow \infty$  einem endlichen Grenzwert zustrebt. (24) und (25) zeigen, daß dies nur für  $g - s\bar{r} > 0$  möglich ist, da andernfalls  $k_n$  über alle Schranken wächst. Setzen wir die Konstellation  $g - s\bar{r} > 0$  voraus, dann läßt sich mit  $\dot{k}_n = 0$  aus (24) der Steady-State-Wert des nationalen Pro-Kopf-Kapitalstocks ( $*k_n$ ) als

$$(26) \quad *k_n = \frac{s\bar{w}}{g - s\bar{r}}$$

ermitteln.

Aus (26) läßt sich durch wenige Umformulierungen die Gleichung

$$(27) \quad s(\bar{w}L + \bar{r}K_n) = sY = gK_n \quad \text{mit } Y = \bar{w}L + \bar{r}K_n$$

ermitteln: Die Ersparnis der Inländer und somit die nationale Kapitalakkumulation ( $s = sY = \dot{K}_n$ ) nimmt auf dem Steady-State-Pfad gerade die Höhe ( $gK_n$ ) an, welche notwendig ist, um neue Mitglieder der Gesellschaft mit dem gleichen nationalen Kapitalstock zu versorgen wie die bisherigen.

Wir wollen uns nun der Frage zuwenden, welche Faktoren darüber entscheiden, ob eine Volkswirtschaft im Wachstumsgleichgewicht eine Schuldner- oder Gläubigerposition innehält. Ein erster Schritt zur Beantwortung dieser Frage ist die Formulierung der aus (12) bekannten Beziehung zwischen Nettoauslandsverschuldung, heimischem und nationalem Kapitalstock (jeweils in Pro-Kopf-Größen) für die Steady-State-Konstellation:

$$(12a) \quad *d = \bar{k} - *k_n$$

Da wir  $*k_n$  schon aus (26) kennen, gilt es nun im zweiten Schritt, einen ökonomisch interpretierbaren Ausdruck für  $\bar{k}$  zu gewinnen. Hierzu bezeichnen wir zunächst mit  $\zeta$  die partielle Produktionselastizität der Arbeit und mit  $1-\zeta$  die partielle Produktionselastizität des Kapitals<sup>1)</sup>. Aus der Definition der Produktionselastizität lassen sich unter Beachtung von (3), (21) und der Tatsache, daß im Konkurrenzmodell auch der Produktionsfaktor Arbeit gemäß der Grenzproduktivität ( $\partial Q/\partial L$ ) entlohnt wird, für  $\zeta$  bzw.  $1-\zeta$  nachstehende Formulierung angeben:

$$(28) \quad \zeta = \frac{\frac{\partial Q}{\partial L}}{\frac{Q}{L}} = \frac{w}{Q} = \frac{wL}{Q}$$

$$(29) \quad 1-\zeta = \frac{\frac{\partial Q}{\partial K}}{\frac{Q}{K}} = \frac{f'(k)}{\frac{Q}{K}} = \frac{rK}{Q}$$

Division von (29) durch (28) führt mit  $r=\bar{r}$ ,  $w=\bar{w}$  und  $k=\bar{k}$  nach einigen Umstellungen zu

$$(30) \quad \bar{k} = \frac{1-\zeta}{\zeta} \frac{\bar{w}}{\bar{r}} \quad 2)$$

Mit (26) und (30) läßt sich im dritten und letzten Schritt aus (12a) entwickeln, daß

$$(31) \quad *d = \frac{1-\zeta}{\zeta} \frac{\bar{w}}{\bar{r}} - \frac{s\bar{w}}{g-s\bar{r}} \underset{<}{>} 0 \text{ ist, falls}$$

$$(32) \quad g(1-\zeta) \underset{>}{<} s\bar{r} \text{ gilt.}$$

1) Nach dem Wicksell-Johnson-Theorem stimmt die Summe der partiellen Produktionselastizitäten mit dem Homogenitätsgrad der Funktion ( $q$ ) überein. Für unser Modell gilt:  $q=1$ .

2) Vgl. NEHER, P.A., Economic Growth..., a.a.O., S. 268.

Im langfristigen dynamischen Gleichgewicht ist eine kleine, offene Volkswirtschaft also um so eher ein Schuldnerland (Gläubigerland), d.h. es gilt  $\dot{d} > 0$  ( $\dot{d} < 0$ ), je größer (kleiner) die natürliche Wachstumsrate  $g$ , je größer (kleiner) die partielle Produktionselastizität des Kapitals  $1-\zeta$ , je niedriger (höher) die konstante Weltzinsrate  $\bar{r}$  und je kleiner (größer) die Sparquote  $s$  ist.

Eine hohe natürliche Wachstumsrate ( $g$ ) macht umfangreiche Investitionen in den heimischen Kapitalstock notwendig, um die stark wachsende Zahl der Arbeitskräfte mit Sachkapital auszustatten. Dies erhöht ceteris paribus den Kapitalbedarf, der durch das Ausland befriedigt werden muß.

Ein großer Wert der partiellen Produktionselastizität des Kapitals ( $1-\zeta$ ) bzw. ein kleiner Wert der Produktionselastizität der Arbeit ( $\zeta$ ) hat, wie (30) veranschaulicht, bei alternativen Faktorpreisrelationen eine verhältnismäßig kapitalintensive Outputerstellung zur Folge. Unter sonst gleichen Bedingungen steigert eine hohe gleichgewichtige Kapitalintensität das Volumen der Investitionen, die erforderlich sind, um die einmal erreichte Kapitalintensität auf dem Steady-State-Pfad konstant zu halten. Bei gegebenem Sparverhalten erhöht sich dann die Wahrscheinlichkeit, daß zur Realisierung der erforderlichen Investitionen auf ausländische Kapitalquellen zurückgegriffen werden muß.

Vergleichbar mit der Argumentation im Falle einer hohen Produktionselastizität des Kapitals sind die Überlegungen, wenn der Zins ( $\bar{r}$ ) ceteris paribus auf einem vergleichsweise niedrigen Niveau liegt: Ein niedriger Zins macht eine kapitalintensive Produktion attraktiv, was wiederum ceteris paribus eine Schuldnerposition für das betrachtete Land wahrscheinlich werden läßt.

Schließlich ist die nicht unerhebliche Bedeutung der Sparquote ( $s$ ) zu betonen. Eine hohe Sparquote verringert ceteris paribus über eine ausgeprägte nationale Kapitalbildung die Notwendigkeit, zur Verwirklichung der zur Konservierung der gleichgewichtigen Kapitalintensität erforderlichen Investitionen auf Kapitalimporte zu setzen.

Abschließend wollen wir noch eine für das in diesem Kapitel entwickelte Modell charakteristische Eigenschaft herausstreichen, indem wir aus  $d = k - k_n$  (vgl. (12)) die Gleichung

$$(33) \quad \dot{d} = \dot{k} - \dot{k}_n$$

bzw., da  $\dot{k} = 0$  wegen  $k = \bar{k}$  permanent erfüllt ist, die Beziehung

$$(34) \quad \dot{d} = -\dot{k}_n$$

deduzieren. (34) verdeutlicht für ungleichgewichtige Wachstumsprozesse ( $\dot{d} = \dot{k}_n \neq 0$ ), daß die durch (24) bestimmte Variation von  $k_n$  mit einer gleich großen, aber entgegengesetzten Variation von  $d$  Hand in Hand geht. Dies bedeutet z.B., daß eine existierende Pro-Kopf-Auslandsverschuldung ( $d > 0$ ) im Zuge einer Erhöhung des nationalen Pro-Kopf-Kapitalstocks ( $\dot{k}_n > 0$ ) genau im Umfang der Zunahme des nationalen Pro-Kopf-Kapitals reduziert wird. Wirtschaftspolitische Maßnahmen, welche z.B. die Spartätigkeit der Inländer stimulieren, induzieren in diesem Modell keine gesamtwirtschaftliche Kapitalintensivierung, sondern lediglich eine Substitution von Auslandskapital durch den Inländern gehörendes Sachkapital.

Mit diesem Ergebnis eng verbunden ist die Aussage, daß eine Variation der Sparquote weder im noch außer-



halb des Wachstumsgleichgewichtes einen Einfluß auf das Niveau der Pro-Kopf-Inlandsproduktion ( $Q/L=f(\bar{k})$ ) ausübt. Beeinflußbar ist allerdings das Niveau der Pro-Kopf-Inländerproduktion ( $\hat{=}$  Pro-Kopf-Volkseinkommen:  $Y/L=y$ ). Dies wird klar, wenn zunächst aus (8) mit  $Q/L=f(\bar{k})$  und  $r=\bar{r}$  eine Definitionsgleichung für das Pro-Kopf-Einkommen

$$(35) \quad y = f(\bar{k}) - \bar{r}d$$

abgeleitet wird. Das Pro-Kopf-Einkommen ( $y$ ) hängt bei gegebenem  $\bar{r}$  und damit determiniertem  $\bar{k}$  nur von der Pro-Kopf-Nettoauslandsverschuldung ( $d$ ) ab. Über diese Pro-Kopf-Nettoauslandsverschuldung wird der Einfluß der nationalen Spartätigkeit auf das Pro-Kopf-Einkommen wirksam. Denn wie (31) für den gleichgewichtigen Wachstumspfad verdeutlicht, ist bei gegebenem  $\bar{r}$  und damit determiniertem Lohn ( $\bar{w}$ ), bei gegebener partieller Produktionselastizität des Faktors Kapital ( $1-\zeta$ ) sowie gegebener Wachstumsrate der Arbeit ( $g$ ) der Steady-State-Wert der Pro-Kopf-Nettoauslandsverschuldung allein von der Sparquote ( $s$ ) abhängig. In ähnlicher Weise zeigt (34) in Verbindung mit (24) für den ungleichgewichtigen Wachstumsprozeß, daß die Veränderung von  $d$  und somit von  $y$  maßgeblich durch die Sparquote bestimmt wird.

Angesichts der Bedeutung der nationalen Spartätigkeit für das Volkseinkommen stellt sich die Frage, welches Sparverhalten eine Gesellschaft wählen sollte. Für die in diesem Kapitel entwickelte Modellwirtschaft soll diese normative Frage im nächsten Kapitel beantwortet werden.

## 2. Kapitel: OPTIMALE AUSLANDSVERSCHULDUNG

### BEI GEGEBENEM KREDITZINS

#### I. VORBEMERKUNGEN

Aufbauend auf dem Modellrahmen des vorgehenden Kapitels soll in diesem Kapitel untersucht werden, welche durch ein bestimmtes Sparverhalten induzierte Akkumulation von Nettoauslandsschulden optimal im Hinblick auf das gesellschaftliche Zielkriterium "Maximierung des Pro-Kopf-Konsums" ist. Hierbei werden wir in zwei Schritten vorgehen. Erstens ist der gleichgewichtige Wachstumspfad zu beschreiben, der von allen möglichen Gleichgewichtspfaden mit dem höchsten Pro-Kopf-Konsum verbunden ist (Abschnitt II). Hat man den konsummaximierenden Steady-State-Pfad identifiziert, dann ist zweitens für den Fall einer nicht bereits auf diesem Pfad wachsenden Wirtschaft der optimale Anpassungsprozeß an den konsummaximierenden Steady-State-Pfad zu ermitteln (Abschnitt III).

#### II. DER KONSUMMAXIMIERENDE STEADY-STATE-PFAD

Im Modell einer geschlossenen Volkswirtschaft wird konsummaximierendes Wirtschaftswachstum durch die Realisierung einer Sparquote ( $s^*$ ) erzielt, die im Steady-State eine Kapitalintensität ( $k^*$ ) determiniert<sup>1)</sup>,

---

1) Optimale Steady-State-Werte werden jetzt und im folgenden durch einen der jeweiligen Variablen nachgestellten Stern (\*) gekennzeichnet.

welche mit einer Grenzproduktivität bzw. Verzinsung des Kapitals verbunden ist, die ihrerseits mit der Wachstumsrate der Arbeit übereinstimmt<sup>1)</sup>. Den ökonomischen Gehalt der Optimalbedingung

$$(1) \quad r = f'(k^*) = g$$

kann man sich folgendermaßen plausibel machen: Wird eine Sparquote  $s < s^*$  und somit eine Steady-State-Kapitalintensität  $k < k^*$  verwirklicht, dann ergibt sich aufgrund der produktionstheoretischen Gegebenheiten, daß  $f'(k) > g$  vorliegt. Ausgehend von dieser Konstellation würde eine (infinitesimale) Erhöhung der Sparquote und damit der Anstieg der Steady-State-Kapitalintensität einen Pro-Kopf-Produktionszuwachs schaffen ( $f'(k)\Delta k$ ), der über den Zuwachs an Pro-Kopf-Ersparnissen ( $g\Delta k$ ) hinausgeht, welcher notwendig ist, um die Kapitalintensität auf dem erhöhten Niveau zu stabilisieren<sup>2)</sup>. Da die Differenz zwischen dem ersten und dem zweiten Zuwachs zur Steigerung des Pro-Kopf-Konsums eingesetzt werden kann, lohnt sich die Kapitalintensivierung, falls die Konstellation  $f'(k) > g$  vorliegt. Die optimale Kapitalintensität ist durch

---

1) Vgl. PHELPS, E.S., Second Essays on the Golden Rule of Accumulation, in: American Economic Review, Vol. 55 (1965), S. 793.

2) Vgl. SOLOW, R.M., Comment on the Golden Rule, in: Review of Economic Studies, Vol. 29 (1962), S. 256 f.

sukzessive Erhöhung der Sparquote erreicht, wenn sich die Grenzproduktivität des Kapitals an die exogen gegebene Wachstumsrate der Arbeit angeglichen hat<sup>1)</sup>.

Zur Vervollständigung und zum Zwecke der besseren Vergleichbarkeit mit den abzuleitenden Ergebnissen im Modell der offenen Volkswirtschaften wollen wir noch festhalten, daß sich die optimale Sparquote einer geschlossenen Volkswirtschaft mit

$$(2) \quad s^* = \frac{rK}{Q} = 1 - \zeta$$

aus (1) bestimmen läßt<sup>2)</sup>. Konsummaximierendes Verhalten erfordert folglich eine Spar- und Investitionsquote in Höhe der Produktionselastizität des Kapitals bzw. im Umfang der Zinseinkommens- bzw. Gewinnquote<sup>3)</sup>. Diese Bedingung wird in der Literatur als "Goldene Regel der Kapitalakkumulation" bezeichnet<sup>4)</sup>.

---

1) Anhand einer vergleichbaren Argumentation läßt sich nachweisen, daß ausgehend von  $r=f'(*k) < g$  eine Reduktion der Sparquote den Pro-Kopf-Konsum im Steady-State erhöht.

2) Aus (1) folgt  $r=g=\dot{K}/K$ . Aus  $r=\dot{K}/K$  kann mit  $\dot{K}=sQ$ , dieser Zusammenhang gilt im Modell der geschlossenen Volkswirtschaft,  $rK=sQ$  bzw.  $s=rK/Q$  abgeleitet werden. Da auch im Modell einer geschlossenen Volkswirtschaft (1.29) relevant ist, folgt schließlich (2).

3) Vgl. PHELPS, E.S., The Golden Rule of Accumulation: A Fable for Growthmen, in: American Economic Review, Vol. 51 (1961), S. 641.

4) Vgl. EBENDA, S. 642.

Für eine offene Wirtschaft, die sich mit einem konstanten Kreditzins ( $\bar{r}$ ) konfrontiert sieht, stellt sich die Frage nach der Wahl einer optimalen Sparquote unter grundlegend anderen Vorzeichen<sup>1)</sup>. Unterstellen wir beispielsweise auf einem beliebigen Gleichgewichtspfad eine von der Optimalbedingung (1) abweichende Konstellation  $\bar{r} = f'(\bar{k}) \neq g$ , erinnern wir uns gleichzeitig daran, daß eine erfolgreiche Einflußnahme auf das Sparverhalten keine Änderung der durch den Weltmarktzins determinierten Kapitalintensität induzieren kann, dann wird deutlich, daß weder (1) noch (2) geeignete Bedingungen darstellen, um den konsummaximierenden Steady-State-Pfad einer offenen Volkswirtschaft zu identifizieren. Im Unterschied zur geometrischen Herleitung der optimalen Sparquote bei HANSON/NEHER<sup>2)</sup> wollen wir eine analytische Lösung des volkswirtschaftlichen Optimierungsproblems entwickeln.

Als Ausgangspunkt für die Bestimmung der optimalen Sparquote, welche - wie sich zeigen wird - die Festlegung einer konsummaximierenden Nettoauslandsverschuldung beinhaltet, wählen wir die sich aus

$$(3) \quad T = Q - C - I \quad (1.4)^3$$

nach Einsetzen von

$$(4) \quad Q = F(K, L) \quad (1.1)$$

$$(5) \quad \dot{D} = -T + rD \quad (1.7)$$

$$(6) \quad \dot{K} = I = gK \quad (1.14a)$$

1) Vgl. HANSON, J./NEHER, P.A., The Neoclassical Theorem..., a.a.O., S. 873.

2) Vgl. EBENDA, S. 873 f.

3) Jetzt und im folgenden geben die einer Gleichung nachgestellten Ziffern an, in welchem Kapitel und unter welcher Nummer diese Gleichung zuerst formuliert wurde.

ergebende Gleichung

$$(7) \quad Q = F(K,L) = C + gK - \dot{D} + rD.$$

Diese läßt sich unter Berücksichtigung der Definitionsgleichung

$$(8) \quad \frac{\dot{D}}{L} = \dot{d} + gd,$$

der Tatsache, daß eine Auswahl unter Steady-State-Pfaden ( $\dot{d}=0$ ) getroffen werden soll und durch Verwendung von  $Q/L=f(\bar{k})$ ,  $r=\bar{r}$  sowie

$$(9) \quad *d = \bar{k} - *k_n \quad (1.12a)$$

$$(10) \quad *k_n = \bar{s}\bar{w}/(g-s\bar{r}) \quad (1.26)$$

in nachstehende Gleichung für den Pro-Kopf-Konsum (c) auf einem gleichgewichtigen Wachstumspfad umformulieren:

$$(11) \quad c(s) = f(\bar{k}) - \bar{r}\bar{k} - (g-\bar{r})\frac{\bar{s}\bar{w}}{g-s\bar{r}}$$

Im Rahmen eines Optimierungsansatzes wird (11) als zu maximierende Zielfunktion betrachtet. Bei der Ableitung der Bedingungen für ein Maximum der Zielfunktion müssen wir beachten, daß die als Instrumentvariable interpretierbare Sparquote nicht völlig frei gewählt werden darf, sondern vielmehr die Existenz der Nicht-Negativitätsbedingung

$$(12) \quad s \geq 0$$

sowie der Nebenbedingung

$$(13) \quad s \leq \frac{g}{\bar{r}} - \psi, \quad \psi > 0 \text{ und } \psi \rightarrow 0^1)$$

den zulässigen Wertebereich für  $s$  beschränkt.

Um das Maximum von (11) unter Beachtung der Restriktionen (12) und (13) zu bestimmen, konstruieren wir entsprechend den Methoden der nichtlinearen Programmierung (KUHN-TUCKER-Ansatz)<sup>2)</sup> die von der Instrumentvariablen  $s$  und den nichtnegativen Lagrangemultiplikatoren  $\phi_1 \geq 0$  und  $\phi_2 \geq 0$  abhängige Lagrange-Funktion:

$$(14) \quad L(s, \phi_1, \phi_2) = f(\bar{k}) - \bar{r}\bar{k} - (g - \bar{r}) \frac{s\bar{w}}{g - s\bar{r}} + \phi_1 s + \phi_2 \left( \frac{g}{\bar{r}} - \psi - s \right)$$

- 1) Bei der Diskussion von (1.24) und (1.25) wurde darauf hingewiesen, daß ein Steady-State-Pfad nur für  $g - s\bar{r} > 0$ , d.h.  $s < g/\bar{r}$  existiert. Soll die Realisierung der konsummaximierenden Sparquote diese Existenz des Wachstumsgleichgewichtes nicht gefährden, dann stehen nur Sparquoten zur Auswahl, die strikt kleiner als  $g/\bar{r}$  sind. Um im folgenden die Methoden der nichtlinearen Programmierung (KUHN-TUCKER-Ansatz) anwenden zu können, muß in (13) das " $\leq$ "-Zeichen verwendet werden. Die Forderung  $s \leq g/\bar{r} - \psi$  ist mit  $s < g/\bar{r}$  kompatibel, falls  $\psi > 0$  gilt. Dabei wird die positive Abweichung der Zahl  $\psi$  von Null als infinitesimal angenommen.
- 2) Die grundlegenden Elemente der nichtlinearen Programmierung sind in KUHN, H.W./TUCKER, A.W., Nonlinear Programming, in: NEYMAN, J. (Hrsg.), Proceedings of the Second Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability, Berkeley (Ca.) 1951, S. 481-492 dargestellt. Eine leicht verständliche Darstellung der Methoden der nichtlinearen Programmierung liefert CHIANG, A.C., Fundamental Methods of Mathematical Economics, 3. Aufl., Singapore 1985, S. 716-755.

Aus (14) lassen sich die sogenannten Kuhn-Tucker-Bedingungen

$$(15) \quad \frac{\partial L}{\partial s} = (\bar{r}-g) \frac{\bar{w}g}{(g-s\bar{r})^2} + \phi_1 - \phi_2 = 0$$

$$(16) \quad \frac{\partial L}{\partial \phi_1} = s \geq 0, \quad \phi_1 \geq 0, \quad \frac{\partial L}{\partial \phi_1} \phi_1 = 0$$

$$(17) \quad \frac{\partial L}{\partial \phi_2} = \frac{g}{\bar{r}} - \psi - s \geq 0, \quad \phi_2 \geq 0, \quad \frac{\partial L}{\partial \phi_2} \phi_2 = 0$$

ermitteln. Die Erfüllung dieser Bedingungen ist notwendig und hinreichend für ein Maximum der Zielfunktion (11) und damit des Pro-Kopf-Konsums im Steady-State<sup>1)</sup>.

Will man aus (15) - (17) die Optimallösung ableiten, so ist zunächst zu erkennen, daß nicht gleichzeitig  $\phi_1 > 0$  und  $\phi_2 > 0$  gelten kann. Denn einerseits müßte mit  $\phi_1 > 0$  zur Erfüllung des dritten Teils in (16)  $\partial L / \partial \phi_1 = s = 0$  gelten; andererseits müßte wegen  $\phi_2 > 0$  zur Erfüllung des dritten Teils in (17)  $\partial L / \partial \phi_2 = g/\bar{r} - \psi - s = 0$  gelten. Beides ist jedoch nicht gleichzeitig realisierbar, da die Sparquote nicht gleichzeitig den unteren ( $s=0$ ) und den oberen Wert ( $s=g/\bar{r}-\psi$ ) aus dem zulässigen Bereich annehmen kann. Unter Berücksichtigung dieses Ergebnisses kann nun für drei verschiedene Parameterkonstellationen versucht werden, aus (15) - (17) die Optimallösung zu bestimmen:

---

1) Im einzelnen ist festzuhalten, daß das hier zu diskutierende Optimierungsproblem den Anforderungen des "Arrow-Enthoven Sufficiency Theorem" genügt; unter dieser Voraussetzung ist die Erfüllung der Kuhn-Tucker-Bedingungen hinreichend für ein Maximum der Zielfunktion. Da die Nebenbedingung (13) darüber hinaus die sogenannten "constraint qualifications" erfüllt, sind die Kuhn-Tucker-Bedingungen notwendig und hinreichend für ein Maximum. Vgl. allgemein zu dieser Problematik: CHIANG, A.C., Fundamental Methods..., a.a.O., S. 744 ff.



- (1) Übersteigt die natürliche Wachstumsrate des Systems den konstanten Kreditzins ( $g > \bar{r}$ ), dann ist der erste Summand in (15) auf jeden Fall kleiner als Null. Die Optimalitätsbedingung (15) ist unter diesen Umständen nur erfüllbar, wenn  $\phi_1 > 0$  und  $\phi_2 = 0$  gilt. Mit  $\phi_1 > 0$  ist der dritte Teil der Bedingung (16) nur zu erfüllen, falls  $\partial L / \partial \phi_1 = 0$  und damit  $s = 0$  gilt. Folglich nimmt die optimale Sparquote für  $g > \bar{r}$  den Wert Null an.

Wie eine unmittelbare Betrachtung des Differentialquotienten  $dc/ds = (\bar{r}-g)\bar{w}g/(g-s\bar{r})^2$  bestätigt, ist dieser Ausdruck im Fall  $g > \bar{r}$  für alternative Werte von  $s$  negativ, so daß jede Reduktion der Sparquote eine Erhöhung des gleichgewichtigen Pro-Kopf-Konsums beinhaltet. Ökonomisch läßt sich der Anstieg des Pro-Kopf-Konsums dadurch plausibel machen, daß ein Rückgang der Sparquote über eine Verringerung des gleichgewichtigen nationalen Pro-Kopf-Kapitalstocks zwar einerseits eine Reduktion der Pro-Kopf-Inländerproduktion ( $\bar{r}\Delta \cdot k_n$ ) induziert, andererseits aber auch eine Abnahme jener Pro-Kopf-Ersparnis ( $g\Delta \cdot k_n$ ) zur Folge hat, welche erforderlich ist, um den nationalen Pro-Kopf-Kapitalstock auf dem verminderten Gleichgewichtsniveau im Zeitablauf konstant zu halten. Da wegen  $g > \bar{r}$  der zweite (konsumerhöhende) Effekt ständig den ersten (konsumsenkenden) Effekt dominiert, ist für die Gesellschaft erst dann keine weitere Konsumausweitung möglich, wenn auf einem Steady-State-Pfad ein völliger Sparverzicht geübt wird. (9) zeigt in Verbindung mit (10), daß mit der Wahl der Extremlösung  $s^* = 0$  der heimische Kapitalstock vollkommen im Eigentum des Auslandes ist bzw. durch die Spartätigkeit des Auslandes finanziert wurde; für die betrachtete Volkswirtschaft erweist sich eine extreme

Schuldnerposition ( $d^* = \bar{k} > 0$ ) als optimal. Die Inländer beziehen dann kein Zins- sondern lediglich Lohn-einkommen, welches sie vollständig für konsumtive Zwecke einsetzen.

- (2) Übersteigt der konstante Weltmarktzins die natürliche Wachstumsrate, ist also die Parameterkonstellation  $\bar{r} > g$  gegeben, dann muß wegen  $\bar{r} - g > 0$  zur Erfüllung der Kuhn-Tucker-Bedingung (15)  $\phi_1 = 0$  und  $\phi_2 > 0$  gelten. Mit  $\phi_2 > 0$  folgt aus (17) unmittelbar, daß nun die Extremllösung  $s = g/\bar{r} - \psi$  die optimale Sparquote liefert. Der Differentialquotient  $dc/ds = (\bar{r} - g)\bar{w}g/(g - s\bar{r})^2$  hat in diesem Fall immer ein positives Vorzeichen, sukzessive Anhebungen der Sparquote steigern den Steady-State-Pro-Kopf-Konsum. In Analogie zur Konstellation  $g > \bar{r}$  durchführbare ökonomische Plausibilitätsüberlegungen würden für den Fall  $\bar{r} > g$  bestätigen, daß der gesparte Teil des Inländerproduktes unter Beachtung der Existenzbedingung  $s < g/\bar{r}$  so groß wie möglich und damit  $s^* = g/\bar{r} - \psi$  gewählt werden sollte. Setzen wir  $s^* = g/\bar{r} - \psi$  in (10) ein und verwenden den so ermittelten  $k_n^*$ -Wert in (9), dann läßt sich mit  $\psi \rightarrow 0$  zeigen, daß die betrachtete Volkswirtschaft eine extreme Gläubigerposition ( $d^* = \bar{k} - \infty < 0$ ) anstreben sollte.
- (3) Analysieren wir schließlich den Fall  $\bar{r} = g$ , so zeigt schon eine Betrachtung von (11), daß der zu maximierende Pro-Kopf-Konsum nicht durch die Wahl der Sparquote zu beeinflussen ist. Die Irrelevanz der Sparquote für den Pro-Kopf-Konsum wird auch durch den Umstand widerspiegelt, daß mit  $\bar{r} = g$  aus (15) und (16) ein eindeutiger Wert für die Höhe der optimalen Sparquote nicht ableitbar ist. Im Unterschied zum Modell der geschlossenen Volkswirtschaft, in dem eine angemessene Spartätigkeit die Maximierung des

Pro-Kopf-Konsums gewährleistet, wenn die Konstellation  $r=g$  erreicht ist, folgt im Modell der offenen Volkswirtschaft aus der zufälligen Übereinstimmung der Parameter  $\bar{r}$  und  $g$  die Gleichgültigkeit der Gesellschaft gegenüber der Spartätigkeit. Aus dieser Indifferenz der Gesellschaft bezüglich der Höhe der Sparquote folgt aus (9) in Verbindung mit (10), daß sich anhand ökonomischer Kriterien in diesem Modellzusammenhang kein optimaler Wert für die Höhe der Nettoauslandsverschuldung finden läßt.

Nachdem es uns gelungen ist, zumindest für den Fall  $\bar{r}=g$  eine Goldene Regel der Akkumulation und der mit dieser Regel verbundenen Pro-Kopf-Nettoauslandsverschuldung zu bestimmen, wollen wir uns im nächsten Abschnitt der Frage zuwenden, wie die Anpassung an einen konsummaximierenden Wachstumspfad erfolgen soll, wenn sich die betrachtete Volkswirtschaft noch nicht auf dem konsummaximierenden Pfad befindet.

### III. OPTIMALER ANPASSUNGSPROZESS AN DEN KONSUMMAXIMIERENDEN STEADY-STATE-PFAD

Die optimale Anpassung an den konsummaximierenden Wachstumspfad, der im weiteren auch als Golden-Rule-Pfad bezeichnet wird, läßt sich besonders anschaulich verdeutlichen, wenn man die Annahme trifft, daß die Modellwirtschaft in der Autarkiesituation, d.h. vor Einführung internationaler Kapitalbewegungen, den durch

$$(18) \quad g = r_a = f'(k_n^a); \quad k_n^a > 0; \quad s_a > 0 \quad 1)$$

---

1) Der hoch- bzw. tiefgestellte Buchstabe "a" zeigt in (18) an, daß es sich um die Werte der entsprechenden Variablen in der Autarkiesituation handelt.

charakterisierten Golden-Rule-Pfad erreicht hat. Ausgehend von diesem dynamischen Gleichgewicht wollen wir vom Zeitpunkt  $t=0$  an die Möglichkeit internationaler Kapitalbewegungen zulassen und die Prozesse analysieren, die sich beim Übergang vom konsummaximierenden Wachstumspfad der geschlossenen Volkswirtschaft zu dem für die offene Volkswirtschaft relevanten Pfad ergeben.

Da die vorliegende Arbeit die Ökonomie eines Schuldnerlandes zum Gegenstand haben soll, beschränken wir die Analyse auf die Anpassungsprozesse, welche sich ausgehend von der Konstellation

$$(19) \quad g = r_a = f'(k_n^a) > \bar{r}$$

einstellen, weil nur bei dieser Parameterkonstellation der optimale Steady-State-Pfad einer offenen Volkswirtschaft eindeutig durch die Existenz einer positiven Nettoauslandsverschuldung geprägt ist.

Unter dieser Annahme läßt sich der Übergang von der für die geschlossene Volkswirtschaft optimalen Konstellation ( $s_a > 0$ ,  $k_n^a > 0$ ,  $g = r_a = f'(k_n^a)$ ) zum optimalen Wachstumspfad einer offenen Volkswirtschaft ( $s^* = 0$ ,  $k_n^* = 0$ ,  $g > \bar{r} = f'(\bar{k})$ ,  $d^* = \bar{k}$ ) relativ einfach beschreiben, indem man den gesamten Anpassungsvorgang in zwei Phasen zerlegt: Erstens erfolgt unmittelbar in  $t=0$  eine Reduktion der Sparquote vom Niveau  $s_a$  auf das Niveau  $s^* = 0$ . Diese sofortige und vollständige Anpassung der Sparquote ist eindeutig sinnvoll, weil dadurch nicht nur in  $t=0$ , sondern auch in allen Folgeperioden ( $t \rightarrow \infty$ ) ein höherer Pro-Kopf-Konsum

realisiert werden kann<sup>1)</sup>. Gleichzeitig kommt es unmittelbar nach Öffnung der Grenzen zu einem Kapitalzustrom in Höhe der Differenz zwischen dem beim Kreditzins  $\bar{r}$  im Inland rentabel einsetzbaren Pro-Kopf-Kapitalstock  $\bar{k}$  und dem zunächst noch unveränderten nationalen Pro-Kopf-Kapitalstock der Autarkiesituation  $k_n^a$ . In  $t=0$  entsteht somit eine Pro-Kopf-Auslandsverschuldung in Höhe von  $d_0 = \bar{k} - k_n^a$ . Anstatt (19) gilt nunmehr die Beziehung

$$(20) \quad g > f'(k_n^a + d_0) = f'(\bar{k}) = \bar{r}.$$

Während der zweiten Phase des Anpassungsvorganges nimmt aufgrund des völligen Sparverzichts der Inländer der nationale Pro-Kopf-Kapitalstock  $k_n$  unter Wahrung von  $g > f(\bar{k}) = \bar{r}$  gemäß

$$(21) \quad \dot{k}_n = -gk_n \quad (1.24) \text{ mit } s=0$$

allein wegen des Bevölkerungswachstums kontinuierlich ab.

---

1) Allgemein läßt sich festhalten, daß die Golden-Rule-Sparquote  $s^*$  insofern eine Trennlinie darstellt, als ausgehend von jedem  $s > s^*$  durch eine Reduktion der Sparquote immer ein Wachstumspfad gefunden werden kann, der zu bestimmten Zeitpunkten einen höheren, zu keinem Zeitpunkt jedoch einen niedrigeren Pro-Kopf-Konsum impliziert. Eine vergleichbare eindeutige Aussage läßt sich für den Fall  $s < s^*$  nicht machen. Vgl. BURMEISTER, E., Capital Theory and Dynamics, Cambridge/Mass. 1980, S. 64 f; DIXIT, A.K., The Theory..., a.a.O., S. 59. Würde in dem hier diskutierten Modellansatz beispielsweise  $s^*$  den Wert  $s_a$  übersteigen - was z.B. der Fall sein könnte, wenn das betrachtete Land auf dem optimalen Wachstumspfad eine Gläubigerposition anstrebt - dann ist das Erreichen eines zukünftig höheren Pro-Kopf-Konsums nur durch gegenwärtige Konsumeinschränkungen möglich. Die Suche nach einer optimalen Anpassung an  $s^*$  erfordert dann ein Abwägen zwischen zukünftigen Konsumsteigerungen mit gegenwärtigen Konsumeinschränkungen, eine sofortige und vollständige Anpassung der Sparquote an  $s^*$  ist dann nicht notwendigerweise empfehlenswert.

Unter Berücksichtigung von

$$(22) \quad \dot{d} = -\dot{k}_n \quad (1.34)$$

und

$$(23) \quad d = \bar{k} - k_n \quad (1.12) \text{ mit } k = \bar{k}$$

läßt sich aus (21) folgern, daß die Pro-Kopf-Auslandsverschuldung im Ausmaß der Reduktion des nationalen Pro-Kopf-Kapitalstocks kontinuierlich zunimmt:

$$(24) \quad \dot{d} = -\dot{k}_n = g(\bar{k} - d)$$

Schließlich sei der erst im Unendlichen zum Abschluß kommende optimale Anpassungsprozeß geometrisch im  $(d, k_n)$ -Diagramm der Abbildung 1 dargestellt.

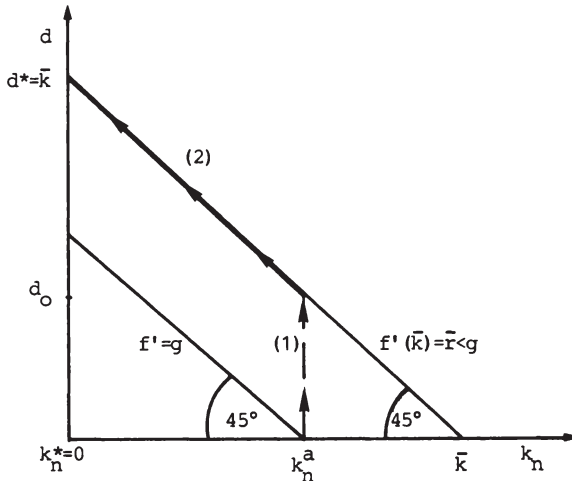


Abbildung 1

Die  $(f'=g)$ -Kurve in Abbildung 1 stellt den geometrischen Ort aller  $(d, k_n)$ -Kombinationen dar, welche jene gesamtwirtschaftliche Kapitalintensität beinhalten, für die die Grenzproduktivität des Kapitals mit der vorgegebenen Wachstumsrate der Arbeit ( $g$ ) übereinstimmt. Da unterstellt wurde, daß das betrachtete Land in der Autarkielage den Golden-Rule-Pfad für die geschlossene Volkswirtschaft erreicht hat, ist die Kombination  $(d=0, k_n=k_n^a)$  ein Punkt auf der  $(f'=g)$ -Kurve.

Die  $(f'(\bar{k})=\bar{r})$ -Kurve in Abbildung 1 erfaßt alle  $(d, k_n)$ -Kombinationen, für welche die Summe aus  $d$  und  $k_n$  jene Kapitalintensität  $\bar{k}$  liefert, die bei Existenz internationaler Kapitalbewegungen durch den exogen gegebenen Weltmarktzins  $\bar{r}$  determiniert wird.

Werden nun ausgehend von  $d=0$  und  $k_n = k_n^a < \bar{k}$  internationale Kapitalbewegungen zugelassen, so springt der Wert der Pro-Kopf-Auslandsverschuldung in Phase (1) bei zunächst unverändertem  $k_n$  auf  $d_0$ . Phase (2) des Anpassungsprozesses wird durch die Bewegung entlang der  $(f'(\bar{k})=\bar{r})$ -Linie veranschaulicht. Der optimale, weil konsummaximierende Steady-State-Pfad ist erreicht, wenn schließlich  $k_n^*=0$  und  $d^*=\bar{k}$  gilt.

3. Kapitel: OPTIMALE AUSLANDSVERSCHULDUNG BEI  
AUSSCHLIESSLICH VERSCHULDUNGS-  
DETERMINIERTEM KREDITZINS

I. VORBEMERKUNGEN

Die unter der Annahme eines exogen gegebenen Kreditzinses durchgeführte Beschreibung einer konsummaximierenden Akkumulation externer Schulden kann lediglich als geeigneter Ausgangspunkt für weitere Erörterungen zur Problematik einer optimalen Auslandsverschuldung verstanden werden. Auf der Grundlage des im 1. Kapitel formulierten Modells einer offenen, wachsenden Volkswirtschaft werden in diesem Kapitel wesentliche Merkmale optimaler Wachstums- und Verschuldungsprozesse für den Fall eines vom Ausmaß der Verschuldung abhängigen Kreditzinses erörtert. Hierbei werden auch einige methodische Aspekte diskutiert, die bei der Formulierung und Lösung dynamischer Optimierungsprobleme zu beachten sind.

Die Kerngedanken der folgenden Ausführungen basieren auf den Arbeiten von BARDHAN<sup>1)</sup>, HAMADA<sup>2)</sup>, BADE<sup>3)</sup> und HANSON<sup>4)</sup>. Diese Arbeiten gilt es hinsichtlich der theoretischen Analyse zu vertiefen und hinsichtlich der wirtschaftspolitischen Schlußfolgerungen zu erweitern: Im Abschnitt II

- 
- 1) BARDHAN, P.K., Optimum Foreign Borrowing, a.a.O., S. 117-128.
  - 2) HAMADA, K., Optimal Capital Accumulation ..., a.a.O., S. 685-697.
  - 3) BADE, R., Optimal Growth and Foreign Borrowing ..., a.a.O., S. 544-552.
  - 4) HANSON, J.A., Optimal International Borrowing ..., a.a.O., S. 616-630.



wird der für die Ausführungen in diesem Kapitel zentrale Zusammenhang zwischen dem Kreditzins und der Nettoauslandsverschuldung beschrieben. Der Abschnitt III liefert eine umfassenden Analyse der optimalen Wachstums- und Verschuldungsprozesse, die sich aus dem gesellschaftlichen Ziel "Konsummaximierung" ableiten lassen; neben einer Charakterisierung des konsummaximierenden Steady-State-Pfades (III.1.) erfolgt eine eingehende Erörterung der optimalen Anpassung an diesen Pfad; letzteres geschieht sowohl unter der Annahme, daß die betrachtete Volkswirtschaft unbegrenzt auf ausländische Kapitalquellen zurückgreifen kann (III.2.), als auch unter der realistischeren Prämisse, daß das betrachtete Land einer Kreditrationierung unterliegt (III.3.). Im Abschnitt III.4. widmen wir uns einigen wirtschaftspolitischen Schlußfolgerungen, die sich aus den modelltheoretischen Ergebnissen ziehen lassen. Der Abschnitt IV behandelt Variationen der im Abschnitt III hergeleiteten Modellergebnisse, die sich zeigen, wenn erstens das spezielle Ziel der Konsummaximierung durch das allgemeinere Ziel der Maximierung der gesellschaftlichen Wohlfahrt ersetzt und zweitens eine gesellschaftliche Zeitpräferenzrate berücksichtigt wird.

## II. DER ZUSAMMENHANG ZWISCHEN KREDITZINS UND NETTOAUSLANDSVERSCHULDUNG

Obwohl wir uns später auf den Fall einer im Ausland verschuldeten Volkswirtschaft beschränken werden, muß der Zusammenhang zwischen Kreditzins und Nettoauslandsverschuldung zunächst für ein Schuldnerland und ein Gläubigerland präzisiert werden. Der von dem Land als

Schuldner zu zahlende Zins werde durch die Höhe der vorhandenen Pro-Kopf-Auslandsverschuldung ( $d > 0$ ) in der Weise determiniert, daß mit steigender Pro-Kopf-Verschuldung der Zins überproportional zunimmt. Als Gläubiger würde das Land einen Zins empfangen, der von der Höhe des Pro-Kopf-Auslandsvermögens ( $d < 0$ ) unabhängig ist. Bezeichnen wir wieder mit  $r$  den für importiertes bzw. exportiertes Kapital relevanten Zins und mit  $d$  die Pro-Kopf-Nettoauslandsverschuldung, dann lassen sich die verbal erläuterten Zusammenhänge algebraisch durch Gleichung

$$(1) \quad r=r(d) > 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial r}{\partial d} = r' > 0, \quad \frac{\partial^2 r}{\partial d^2} = r'' > 0 \text{ für } d \geq 0 \\ \frac{\partial r}{\partial d} = \frac{\partial^2 r}{\partial d^2} = 0 \quad \text{für } d < 0 \\ r = r(0) = \bar{r} \quad \text{für } d = 0 \end{array} \right.$$

und geometrisch durch Abbildung 2

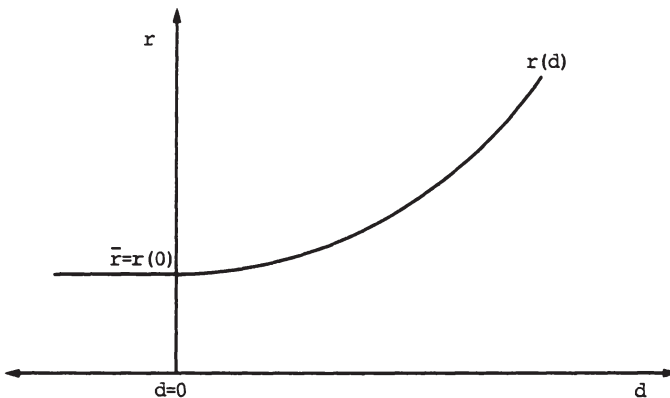


Abbildung 2

veranschaulichen.

Die durch Abbildung 2 dargestellte  $r(d)$ -Funktion ist wie folgt zu interpretieren: Ausgehend vom exogen gegebenen Zins bei einer Nettoauslandsverschuldung in Höhe von Null ( $r(0)$ ) kann das betrachtete Land ein Pro-Kopf-Auslandsvermögen bilden ( $d < 0$ ), welches sich entsprechend dem konstanten Weltmarktzins  $\bar{r} = r(0)$  verzinst. Als Schuldner ( $d > 0$ ) kann das Land ausgehend von  $r(0)$  einen sukzessiven Anstieg der Pro-Kopf-Auslandsverschuldung nur über eine Inkaufnahme eines steigenden Kreditzinses realisieren. Dieser zinssteigernde Effekt einer Expansion der Pro-Kopf-Auslandsverschuldung wird im folgenden nicht durch die relative Größe des Schuldnerlandes erklärt. Selbst für ein im Vergleich zum Rest der Welt kleines Land sind steigende Zinsen bei steigender Pro-Kopf-Verschuldung zu erwarten, wenn potentielle Kreditgeber bei einer steigenden Pro-Kopf-Verschuldung die Gefahr anwachsen sehen, daß aufgrund tatsächlicher oder vermeintlicher Zahlungsschwierigkeiten des Schuldners eine vertragsmäßige Vornahme der Schuldendienstleistungen unterbleibt und sie daher einen angemessenen Risikoaufschlag in ihr Kreditangebot einbeziehen. Diese auf die Ausführungen im Teil B beruhende Hypothese wird im Rahmen modelltheoretischer Überlegungen z.B. von HAMADA<sup>1)</sup>, CLINE<sup>2)</sup> und HARBERGER<sup>3)</sup> verwendet.

---

1) Vgl. HAMADA, K., Optimal Capital Accumulation, a.a.O., S. 684.

2) Vgl. CLINE, W.R., International Debt..., a.a.O., S. 208 ff.

3) Vgl. HARBERGER, A.C., Lessons for Debtor Country Managers and Policymakers, in: SMITH, G.W./ CUDDINGTON, J.T. (Hrsg.), International Debt..., a.a.O., S. 236.

Zur Charakterisierung der  $r(d)$ -Funktion seien noch folgende Bemerkungen nachgetragen:

Erstens ist festzuhalten, daß im wachstumstheoretischen Kontext eine Ausweitung des Gesamtschuldenstandes  $D$  keine Zinswirkung hat, wenn die Zunahme von  $D$  von einer prozentual gleich großen Zunahme der Bevölkerung bzw. des Arbeitskräfteangebotes begleitet wird, da dann die Pro-Kopf-Auslandsverschuldung konstant bleibt. Diese Konstruktion erfordert eine geeignete Expansion des internationalen Kapitalmarktes, da nur dann trotz Zunahme der Gesamtverschuldung eine Konstanz des Zinssatzes zu rechtfertigen ist<sup>1)</sup>.

Zweitens ist zu betonen, daß die Annahme einer progressiv ansteigenden  $r(d)$ -Funktion nicht essentiell für die in diesem Kapitel zu diskutierenden Modellzusammenhänge ist. Alle Ergebnisse ließen sich auch ableiten, wenn in (1) " $\partial^2 r / \partial d^2 = 0$  für  $d \geq 0$ " anstatt " $\partial^2 r / \partial d^2 > 0$  für  $d \geq 0$ " notiert wäre. Hält man am progressiven Verlauf der  $r(d)$ -Funktion fest, so deutet sich dadurch an, daß ein Niveau der Pro-Kopf-Verschuldung erreicht werden kann, von dem aus selbst noch so große Zinssteigerungen die Kreditgeber nicht veranlassen können, dem Schuldner eine weitere Erhöhung der Pro-Kopf-Verschuldung zu ermöglichen.

Schließlich sei angemerkt, daß die unterstellte Hypothese hinsichtlich der Begründung des Zusammenhangs zwischen  $(r)$  und  $(d)$  eine Interpretation von  $r(0)$  impliziert. Dieser Zins spiegelt die Verzinsung jener

---

1) Vgl. BARDHAN P.K., Optimum Foreign Borrowing, a.a.O., S. 118.

Kapitalanlagen wider, bei denen ein Risikozuschlag aufgrund einer möglichen Zahlungsunfähigkeit oder Zahlungsunwilligkeit nicht gerechtfertigt ist. Unter Berücksichtigung dieser Deutung bietet es sich an, den Zins  $r(0)$  als modelltheoretisches Pendant zur "London Interbank Offered Rate" (LIBOR) und die Differenz  $r(d)-r(0)$  als den mit steigender Verschuldung zunehmenden Risikozuschlag (Spread) zum LIBOR zu interpretieren<sup>1)</sup>.

### III. KONSUMMAXIMIERENDE WACHSTUMS- UND VERSCHULDUNGS-PROZESSE

#### 1. Der konsummaximierende Steady-State-Pfad

##### 1.1 Bestimmung des konsummaximierenden Steady-State-Pfades für eine Schuldernation

Unter Verwendung der erläuterten funktionalen Beziehung zwischen  $d$  und  $r$  ist zunächst der konsummaximierende Steady-State-Pfad zu determinieren. Um sich im weiteren wieder auf die Analyse einer Schuldernation beschränken zu können, ist außerdem herauszuarbeiten, welche Faktoren darüber entscheiden, ob ein Land auf dem Golden-Rule-Pfad eine Schuldner- oder Gläubigerposition anstreben sollte.

Für konsumtive Zwecke ( $C$ ) steht einer Gesellschaft die nicht für Inlandsinvestitionen ( $I$ ) verbrauchte Inlandsproduktion ( $Q$ ) abzüglich der Nettokapitaleinkommenszahlungen an das Ausland ( $rD$ ) zuzüglich der Nettokapitalimporte ( $\dot{D}$ ) zur Verfügung. Demzufolge läßt sich

---

1) Vgl. z.B. HARBERGER, A.C., Lessons..., a.a.O., S. 256 sowie CLINE, W.R., International Debt, a.a.O., S. 209.

$$(2) \quad C = Q - rD - I + \dot{D} \quad 1)$$

bzw. bei Verwendung von Pro-Kopf-Größen sowie Beachtung von  $r=r(d)$  und  $k=k_n+d$

$$(3) \quad c = f(k_n+d) - r(d)d - I/L + \dot{D}/L \quad \text{mit } Q/L=f(k_n+d)$$

formulieren. Da von jeglichem Kapitalverschleiß abgesehen wird, kann in (3)  $\dot{K}=I$  gesetzt werden. Beachtet man zudem die Definitionsgleichung  $\dot{K}/L=\dot{k}+gk$  und  $\dot{D}/L=\dot{d}+gd$  dann geht (3) über in

$$(4) \quad c = f(k_n+d) - r(d)d - \dot{k} - gk + \dot{d} + gd.$$

Da es zunächst wieder um die Auswahl eines Pfades aus der Vielzahl der Steady-State-Pfade geht, ist es gerechtfertigt, in (4)  $\dot{k}=0$  und  $\dot{d}=0$  zu setzen. Berücksichtigen wir gleichzeitig, daß der Pro-Kopf-Kapitalstock ( $k$ ) aus der Addition von nationalem Pro-Kopf-Kapitalstock ( $k_n$ ) und Pro-Kopf-Nettoauslandsverschuldung ( $d$ ) folgt, dann erhalten wir

$$(4a) \quad c(k_n, d) = f(k_n+d) - r(d)d - gk_n \quad \text{mit } k_n=k-d$$

als Gleichung für den Pro-Kopf-Konsum ( $c$ ) auf einem gleichgewichtigen Wachstumspfad. Aus (4a) lassen sich unmittelbar folgende notwendige Bedingungen für ein Maximum des Pro-Kopf-Konsums ermitteln:

$$(5) \quad \frac{\partial c}{\partial k_n} = f' - g \stackrel{!}{=} 0 \Rightarrow f' = g$$

---

1) Gleichung (2) läßt sich auch herleiten, indem Gleichung (1.8) mit Gleichung (1.9) gleichgesetzt und anschließend nach  $C$  aufgelöst wird. (1.8) bzw. (1.9) bezeichnet Gleichung (8) bzw. (9) des ersten Kapitels.

$$(6) \quad \frac{\partial c}{\partial d} = f' - r'd - r \stackrel{!}{=} 0 \Rightarrow f' = r'd + r \quad 1)$$

Gleichsetzen von (5) und (6) liefert schließlich

$$(7) \quad f' = g = h(d) \quad \text{mit } r'd + r = h(d).$$

Wie im Modell der geschlossenen Volkswirtschaft ist der Golden-Rule-Pfad durch die Übereinstimmung der Grenzproduktivität des Kapitals ( $f'$ ) mit der natürlichen Wachstumsrate des Systems ( $g$ ) gekennzeichnet. Da diese exogen gegeben ist, wird durch (5) eine optimale gesamtwirtschaftliche Kapitalintensität ( $k^*$ ) eindeutig determiniert. Zusätzlich erfordert der konsummaximierende Steady-State-Pfad im Modell der offenen Volkswirtschaft gemäß (7), daß die Grenzproduktivität des Kapitals bei Realisierung der optimalen gesamtwirtschaftlichen Kapitalintensität ( $k^*$ ) dem Ausdruck  $r'd+r=h(d)$  entsprechen soll.

Im Falle eines Schuldnerlandes stellt  $r(d)d$  die gesamten Pro-Kopf-Kapitaleinkommen dar, welche das Inland an Ausländer für die Nutzung ausländischen Kapitals übertragen muß. Da demzufolge  $r'd+r=h(d)$  die Grenzkosten der Pro-Kopf-Verschuldung repräsentiert, ist der Anteil des ausländischen Pro-Kopf-Kapitalstocks ( $d^*$ ) an dem durch  $g$  bestimmten optimalen Pro-Kopf-Kapitalstock ( $k^*$ )

---

1) Es läßt sich zeigen, daß die Koeffizientenmatrix der zweiten partiellen Ableitungen der Zielfunktion  $c(k, d)$  negativ definit und folglich die Zielfunktion strikt konkav ist. Damit erfüllt der durch (5) und (6) determinierte Extremwert auch die hinreichenden Bedingungen für ein Maximum. Vgl. hierzu allgemein: CHIANG, A.C., Fundamental Methods..., a.a.O., S. 337 ff.

so zu wählen, daß die Grenzproduktivität des Kapitals ( $f'(k^*)$ ) und damit die Grenzproduktivität des Auslandskapitals mit den Grenzkosten der Pro-Kopf-Verschuldung ( $h(d^*)$ ) übereinstimmt. Da für ein Schuldnerland  $r'd^* > 0$  gilt, impliziert die Optimalbedingung (6) die Forderung, daß ein Schuldnerland die Konstellation  $f'(k^*) > r(d^*)$  anstreben sollte. Diese Konstellation beinhaltet die Aussage, daß dem Ausland für die Kapitalüberlassung ein Zins  $r(d^*)$  entgolten werden sollte, der niedriger als die Grenzproduktivität des Kapitals ( $f'(k^*)$ ) und damit auch niedriger als die Grenzproduktivität des Auslandskapitals ist. Eine ökonomische Begründung für diese Maxime sowie deren wirtschaftspolitische Bedeutung wird im Abschnitt III.4 diskutiert.

Handelt es sich bei der betrachteten Volkswirtschaft um ein Gläubigerland, so werden durch  $-r(d)d$  die Pro-Kopf-Kapitaleinkommen erfaßt, die den Inländern aufgrund der als negativ angenommenen Nettoauslandsverschuldung zufließen. Der Term  $r'd + r$  zeigt nunmehr die Grenzeinnahmen aus dem Auslandsvermögen an. Folglich beinhaltet die Gleichheit von  $f'$  und  $r'd + r = h(d)$  für ein Gläubigerland die ökonomische Handlungsmaxime, den Besitz an ausländischem Produktivvermögen so zu wählen, daß die letzte im Ausland investierte Gütereinheit den gleichen Einkommenszuwachs liefert wie die alternative Verwendung dieser Gütereinheit im eigenen Land<sup>1)</sup>.

Zwar haben wir nun jeweils für ein Gläubigerland und ein Schuldnerland die Bedingungen kennengelernt, die ein Golden-Rule-Pfad aufweisen muß, offengeblieben ist jedoch, welche Faktoren darüber entscheiden, ob das betrachtete Land im konsummaximierenden Steady-State eine Gläubiger-

---

1) Anzumerken ist, daß wegen  $\partial r / \partial d = r' = 0$  für  $d < 0$   
 - vgl. die in (1) beschriebene  $r(d)$ -Funktion - die  
 Grenzeinnahmen aus Auslandsvermögen mit dem Zins  $F$   
 übereinstimmen.



oder eine Schuldnernation sein sollte. Für den im zweiten Kapitel behandelten Modellansatz einer offenen Volkswirtschaft bei konstantem Kreditzins  $\bar{r}$  ist dargelegt worden, daß eine Verschuldung im Ausland (der Aufbau eines Auslandsvermögens) konsumsteigernd ist, falls die natürliche Wachstumsrate  $g$  den gegebenen Zins  $\bar{r}$  übertrifft (unterschreitet). Dieses Kriterium ist bei verschuldungsdeterminiertem Kreditzins dahingehend zu modifizieren, daß nunmehr diejenige Relation zwischen  $g$  und  $h$  zur Beurteilung herangezogen werden muß, die sich einstellen würde, wenn ein Land wie in der Autarkiesituation vor Einführung internationaler Kapitalbewegungen weder Auslandsvermögen noch Auslandsschulden besitzt: Übersteigt in der durch  $d=0$  gekennzeichneten Autarkiesituation die natürliche Wachstumsrate  $g$  den mit dem Zins  $r(0)$  übereinstimmenden Wert von  $h(0)$ , d.h. gilt  $g > h(0) = r(0)$ , dann empfiehlt sich die Schuldnerposition auf dem konsummaximierenden Steady-State-Pfad; ist hingegen von  $g < h(0) = r(0)$  auszugehen, dann sollte eine Gläubigerposition angestrebt werden<sup>1)</sup>.

Da wir uns im folgenden wieder auf die Ökonomie eines Schuldnerlandes konzentrieren wollen, soll es genügen, lediglich die aus der Relation  $g > h(0) = r(0)$  abgeleitete Aussage anhand einer bedingungstheoretischen Argumentation sowie durch eine ökonomische Plausibilitätsüberlegung zu begründen: Da die Optimierungsbedingung (7) u.a.  $g = h(d^*)$  fordert, muß ausgehend von  $g > h(0)$  der Ausdruck  $h(d)$  ansteigen, damit letztlich  $g = h(d^*)$  realisiert werden kann; ein Anstieg von  $h(d)$  ist aufgrund des gemäß

$$(8) \quad h(d) = r'(d)d + r(d), \quad \frac{\partial h}{\partial d} = h' = r''d + 2r' > 0$$

---

1) Vgl. z.B. HAMADA, K., Optimal Capital Accumulation..., a.a.O., S. 696 und HANSON, J.A., Optimal International Borrowing and Lending, a.a.O., S. 625.

positiven Zusammenhangs zwischen  $h$  und  $d$  nur bei einem Anstieg vom Wert  $d=0$  auf einen Wert  $d^*>0$  zu verzeichnen. Die ökonomische Plausibilitätsüberlegung ist leicht nachvollziehbar, wenn man vereinfachend annimmt, daß die durch Optimalbedingung (5) determinierte Kapitalintensität ( $k^*$ ) bereits in der Autarkiesituation ( $d=0$ ) verwirklicht ist. Da unter dieser Voraussetzung  $g=f'(k^*)>h(0)=r(0)$  gilt, ist es offensichtlich vorteilhaft bei konstanter gesamtwirtschaftlicher Kapitalintensität ( $k^*$ ), so lange Teile des nationalen Pro-Kopf-Kapitalstocks ( $k_n$ ) durch ausländischen Pro-Kopf-Kapitalstock ( $d$ ) zu substituieren, bis die Grenzkosten der Pro-Kopf-Verschuldung  $h(d)$  die Höhe der optimalen Grenzproduktivität ( $g=f'(k^*)$ ) des Gesamtkapitalstocks erreicht haben.

Zur Charakterisierung der konsummaximierenden  $(d, k_n)$ -Konstellation läßt sich zusammenfassend feststellen, daß Bedingung (5) eine optimale gesamtwirtschaftliche Kapitalintensität  $k^*$  determiniert. Darüberhinaus legt (7) eine optimale Pro-Kopf-Nettoauslandsverschuldung  $d^*$  fest. Diese ist aufgrund der im folgenden relevanten Annahme  $g>h(0)=r(0)$  größer als Null und spiegelt damit eine Pro-Kopf-Auslandsverschuldung ( $d^*>0$ ) wider. Wegen  $k^*=k_n^*+d^*$  ist damit auch der optimale Wert ( $k_n^*$ ) des nationalen Kapitalstocks festgelegt. Geometrisch lassen sich die Zusammenhänge im  $(d, k_n)$ -Diagramm der Abbildung 3 veranschaulichen<sup>1)</sup>.

---

1) Vgl. BADE, R., Optimal Growth and Foreign Borrowing..., a.a.O., S. 546.

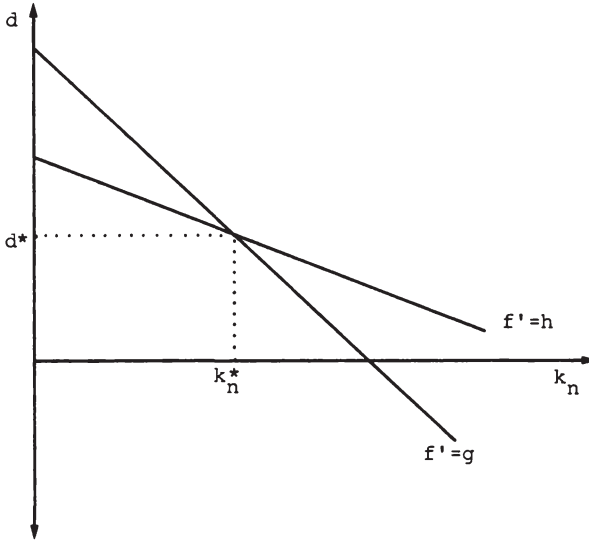


Abbildung 3

Die in Abbildung 3 mit dem Steigungsmaß Eins verlaufende ( $f'=g$ )-Kurve stellt die Optimalbedingung (5) und daher den geometrischen Ort aller  $(d, k_n)$ -Kombinationen dar, die mit  $f'(k^*)=g$  bei konstantem  $k^*$  vereinbar sind.

Optimalbedingung (6) wird durch die ( $f'=h$ )-Kurve veranschaulicht. Diese Kurve, deren Lage durch die Annahme  $g > h(0) = r(0)$  bestimmt ist<sup>1)</sup>, verläuft flacher als die ( $f'=g$ )-Kurve. Dies kann mittels einer bedingungstheoretischen Argumentation nachgeprüft werden, indem man ausgehend vom Schnittpunkt beider Kurven ceteris paribus

1) Treffen wir die Annahme  $g < h(0) = r(0)$ , dann wird die ( $f'=g$ )-Kurve unterhalb der  $k_n$ -Achse von der ( $f'=h$ )-Kurve geschnitten.

eine Reduktion von  $k_n$  und damit von  $k$  unterstellt. Der hierdurch hervorgerufene Anstieg der Grenzproduktivität des Kapitals hat sowohl  $f' > g$  als auch  $f' > h$  zur Folge. Zur Restaurierung der Konstellation  $f' = g$  ist eine den Rückgang von  $k_n$  genau kompensierende Erhöhung von  $d$  erforderlich; zur Wiederherstellung von  $f' = h$  bedarf es einer geringeren Erhöhung von  $d$ , da der Anstieg von  $d$  außer einer Verringerung von  $f'$  gleichzeitig eine Erhöhung von  $h$  bewirkt<sup>1)</sup>.

Optimalbedingung (7), durch die die optimalen Werte des Pro-Kopf-Kapitalstocks ( $k^*$ ), des nationalen Pro-Kopf-Kapitalstocks ( $k_n^*$ ) und der Pro-Kopf-Auslandsverschuldung ( $d^*$ ) determiniert sind, wird durch den Schnittpunkt der ( $f' = g$ )-Kurve mit der ( $f' = h$ )-Kurve verdeutlicht.

## 1.2 Wohlfahrtstheoretische Implikationen verschuldungs-determinierter Zinskonditionen

Wir sind nun in der Lage, die Abbildungen (1) und (3) miteinander zu kombinieren, um auf diese Weise den konsummaximierenden Steady-State-Pfad des Modells bei gegebenem Kreditzins - um die nachstehenden Erläuterungen zu erleichtern, soll dieses Modell als Grundmodell bezeichnet werden - mit dem konsummaximierenden Pfad des Modells bei verschuldungsdeterminiertem Kreditzins (Vergleichsmodell) zu vergleichen. Bedenkt man, daß ein steigender Zins bei steigender Pro-Kopf-Verschuldung durch Risikoüberlegungen

---

1) Die Steigung der ( $f' = h$ )-Kurve läßt sich auch analytisch bestimmen. Totales differenzieren von  $f'(k_n + d) = r'(d)d + r(d)$  liefert:  $f'' dk_n = (r'' d + 2r' - f'') dd$ .<sup>n</sup> Daraus folgt für das Steigungsmaß der  $(f' = h)$ -Kurve:  $dd/dk_n = 1 / \{-1 + (r'' d + 2r') / f''\} > -1$ . Folglich ist der Betrag von  $dd/dk_n$  kleiner als Eins.

der Kreditgeber begründet wurde, dann wird durch diesen Vergleich deutlich, welche Wohlfahrtswirkungen von der Existenz potentieller Schuldendienstprobleme ausgehen.

Eine Gegenüberstellung der Modellergebnisse ist nur unter der Annahme einer für beide Modelle gleichen natürlichen Wachstumsrate  $g$  sowie einer übereinstimmenden Produktionstechnologie durchführbar. Darüber hinaus erfordert eine sinnvolle Gegenüberstellung die Prämisse, daß der konstante Kreditzins  $\bar{r}$  des Grundmodells mit jenem variablen Zins  $r(0)$  im Vergleichsmodell übereinstimmt, mit dem sich das potentielle Schuldnerland vor Nutzung der internationalen Kapitalbewegungen konfrontiert sieht. Diese Prämisse läßt sich in Anlehnung an den rechten Teil der Abbildung 2 anhand der Abbildung 4 zum Ausdruck bringen.

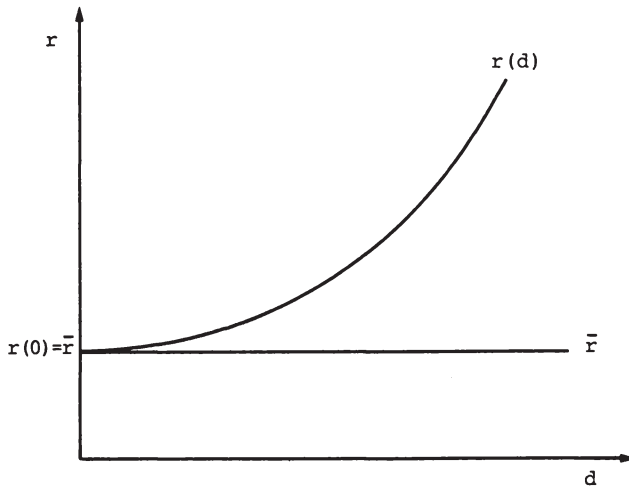


Abbildung 4

Unter Berücksichtigung der beiden Prämissen lassen sich die Kurven der Abbildung 1 und 3 im  $(d, k_n)$ -Diagramm der Abbildung 5 zusammenfügen.

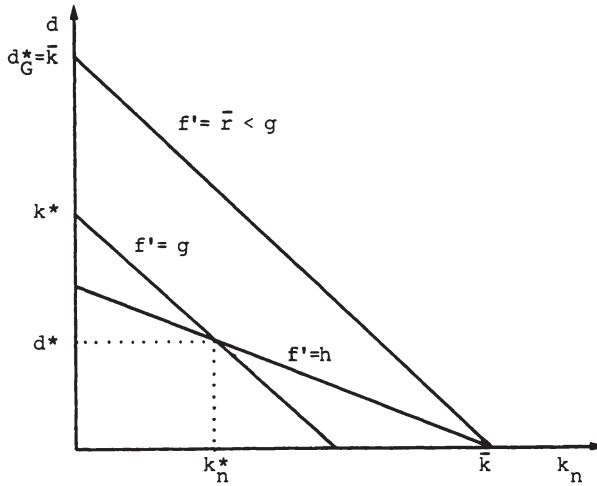


Abbildung 5

Die  $(f'=g)$ -Kurve repräsentiert den für beide Modelle identischen geometrischen Ort aller  $(d, k_n)$ -Kombinationen, welche jene gesamtwirtschaftliche Kapitalintensität beinhalten, für die  $f'(k_n+d)=g$  erfüllt ist. Die  $(f'=\bar{r})$ -Kurve bzw. die  $(f'=h)$ -Kurve stellt für das Grundmodell bzw. für das Vergleichsmodell die  $(d, k_n)$ -Kombinationen dar, bei denen die Modellwirtschaft ausländische Kapitalquellen in optimaler Weise nutzt. Beide Kurven setzen im gleichen Punkt auf der  $k_n$ -Achse an, da an der Stelle  $d = 0$  die Grenzkosten der Auslandsverschuldung  $h(0)$  mit  $r(0)$  und daher aufgrund der Annahme  $\bar{r} = r(0)$  mit  $\bar{r}$  übereinstimmen. Die Beziehung  $h(0)=f'$  macht dann die gleiche gesamtwirtschaftliche Kapitalintensität und wegen  $d = 0$  den gleichen nationalen Pro-Kopf-Kapitalstock erforderlich wie die Beziehung  $\bar{r} = f'$ .

Der Vergleich der Modellergebnisse offenbart erstens, daß unter der Annahme eines konstanten Kreditzinses sich im konsummaximierenden Steady-State eine höhere gesamtwirtschaftliche Kapitalintensität ergibt ( $\bar{k}$  in Abbildung 5) als im Modell mit variablem Zins ( $k^*=k_n^*+d^*$  in Abbildung 5). Dieses Resultat findet man bestätigt, wenn man bedenkt, daß der Golden-Rule-Pfad im Grundmodell durch  $f'=\bar{r}<g$ , hingegen bei variablem Zins durch  $f'=h=g$  geprägt ist. Bei identischer Wachstumsrate der Arbeit ist die optimale Grenzproduktivität des Kapitals im Grundmodell kleiner und daher die Kapitalintensität größer als im Vergleichsmodell. Aus den unterschiedlichen optimalen Kapitalintensitäten folgt unmittelbar, daß die Pro-Kopf-Produktion im Grundmodell größer als im Vergleichsmodell ist.

Da im Grundmodell der im Inland genutzte Pro-Kopf-Kapitalstock  $\bar{k}$  mit der optimalen Pro-Kopf-Auslandsverschuldung  $d_G^*$  übereinstimmt, im Modell mit variablem Zins ein geringerer Pro-Kopf-Kapitalstock  $k^*$  jedoch teilweise im Eigentum der Inländer ist, kann zweitens gefolgert werden, daß die optimale Pro-Kopf-Verschuldung im Grundmodell ( $d_G^*$ ) größer ist als im Vergleichsmodell ( $d^*$ ).

Unter wohlfahrtstheoretischem Gesichtspunkt ist es drittens von Interesse zu zeigen, daß der konsummaximierende Steady-State-Pfad des Grundmodells einen höheren Pro-Kopf-Konsum ermöglicht als der entsprechende Pfad im Vergleichsmodell. Um dies nachzuvollziehen, sei Gleichung

$$(9) \quad c(s) = f(\bar{k}) - \bar{r}\bar{k} - (g-\bar{r})\frac{s\bar{w}}{g-s\bar{r}} \quad (2.11)$$

wiederholt, die für das Modell mit gegebenem Kreditzins den Pro-Kopf-Konsum auf einem Steady-State-Pfad angibt.

Setzt man in (9) die im Grundmodell für ein Schuldnerland optimale Sparquote  $s^*=0$  ein, dann gelangt man zu

$$(9a) \quad c_G^* = f(\bar{k}) - \bar{r}d_G^*, \quad d_G^* = \bar{k}.$$

Der maximale Pro-Kopf-Konsum auf einem gleichgewichtigen Wachstumspfad ( $c_G^*$ ) entspricht der Pro-Kopf-Produktion abzüglich der Zinszahlungen an die ausländischen Gläubiger.

Eine Gleichung für den maximalen Pro-Kopf-Konsum im Modell mit variablem Zins ( $c^*$ ) erhält man durch Einsetzen von  $k_n^*$  und  $d^*$  in (4a):

$$(4b) \quad c^* = f(k^*) - r(d^*)d^* - gk_n^*; \quad k^* = k_n^* + d^*$$

Zwei Faktoren deuten an, daß  $c_G^* > c^*$  gilt. Erstens übersteigt die Pro-Kopf-Produktion im Grundmodell ( $f(\bar{k})$ ) die Pro-Kopf-Produktion  $f(k^*)$ . Zweitens ist im Vergleichsmodell eine Pro-Kopf-Ersparnis in Höhe von  $gk_n^*$  erforderlich, um den nationalen Pro-Kopf-Kapitalstock auf dem Niveau  $k_n^*$  zu stabilisieren; der gesparte Teil der Produktion steht konsumtiver Verwendung nicht mehr zur Verfügung.

Ob durch die Zinszahlungen an das Ausland ( $\bar{r}d_G^*$  bzw.  $r(d^*)d^*$ ) die Konsummöglichkeiten im Modell mit variablem Zins stärker eingeschränkt werden als im Grundmodell, läßt sich nicht eindeutig feststellen. Einerseits spricht das Ergebnis  $d_G^* > d^*$  für eine stärkere Beschränkung im Grundmodell; andererseits ist für den konsummaximierenden Pro-Kopf-Schuldenstand im Grundmodell ( $d_G^*$ ) ein geringerer Zins ( $\bar{r}$ ) zu entrichten als für  $d^*$  im Vergleichsmodell ( $\bar{r} < r(d^*)$ ).

Um hinsichtlich des Vergleichs der beiden Konsummaxima zu einem eindeutigen Gesamturteil zu gelangen, tragen wir in Abbildung (6) die  $f'(k)$ -Kurve ab, die den Produk-



tionstheoretischen Zusammenhang zwischen der Grenzproduktivität des Kapitals und der Kapitalintensität wieder gibt<sup>1)</sup>.

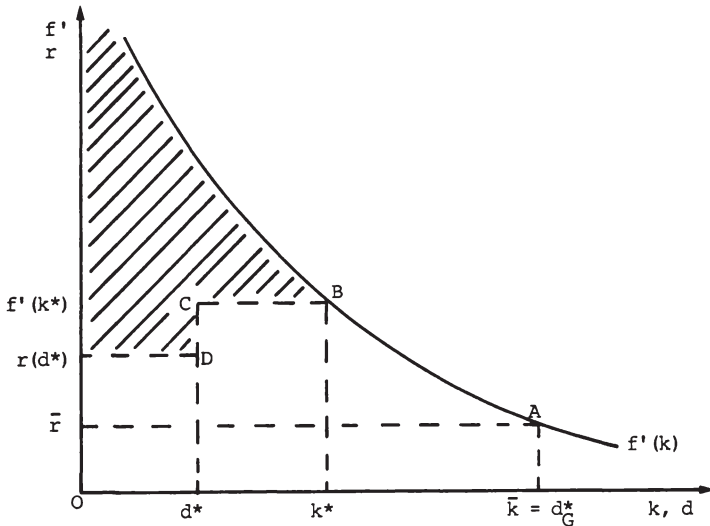


Abbildung 6

Im Grundmodell wird durch  $f'=\bar{r}$  die gesamtwirtschaftliche Kapitalintensität  $\bar{k}$  determiniert. Die (Pro-Kopf)-Zinszahlungen der Inländer an das Ausland ( $\bar{r}d_G^*$ ) entsprechen wegen  $\bar{k}=d_G^*$  der Fläche  $O\bar{k}A\bar{r}$ . Da die Gesamtfläche unterhalb der  $f'(k)$ -Kurve die Pro-Kopf-Produktion angibt<sup>2)</sup>,

1) Der Verlauf der Grenzproduktivitätskurve des Kapitals folgt aus den in Gleichung (1.3) getroffenen produktionstheoretischen Annahmen.

2) Es gilt  $\int f'(k) dk = f(k)$ .

repräsentiert die Fläche zwischen der  $f'(k)$ -Kurve und der  $\bar{r}A$ -Horizontalen die Pro-Kopf-Inländerproduktion - d.h. das Pro-Kopf-Volkseinkommen - im Grundmodell. Gemäß (9a) wird dieses Volkseinkommen in voller Höhe konsumiert.

Der Pro-Kopf-Konsum im Vergleichsmodell läßt sich geometrisch ermitteln, indem man zunächst von der die Pro-Kopf-Produktion  $f(k^*)$  darstellenden Fläche, welche durch die  $f'(k)$ -Kurve, die  $\bar{k}^*B$ -Vertikale und die beiden Achsen eingeschlossen wird, die Fläche  $d^*k^*BC$  subtrahiert. Durch die zuletzt genannte Fläche wird wegen  $\bar{d}^*k^* = k^* - d^* = k_n^*$  und  $\bar{B}k^* = f'(k^*) = g$  die Pro-Kopf-Ersparnis  $gk_n^*$  graphisch erfaßt. Die Subtraktion liefert eine Fläche, die den Ausdruck  $f(k^*) - gk_n^*$  aus (4b) veranschaulicht. Um letztlich ein graphisches Abbild des Pro-Kopf-Konsums zu erhalten, ist von dem aus der Subtraktion hervorgegangenen Flächenstück noch die Fläche  $Od^*Dr(d^*)$  abzuziehen, denn diese Fläche spiegelt die Pro-Kopf-Zinszahlungen  $r(d^*)d^*$  an das Ausland wider<sup>1)</sup>; die verbleibende, in Abbildung 6 schraffierte Fläche repräsentiert das Maximum des Pro-Kopf-Konsums im Vergleichsmodell.

Die Gegenüberstellung der Flächen, welche die Konsummaxima abbilden, gibt zu erkennen, daß der maximale Pro-Kopf-Konsum des Grundmodells den des Vergleichsmodells im Ausmaß der Fläche  $\bar{r}ABCD_r(d^*)$  übersteigt. Damit ist der wohlfahrtstheoretisch relevante Nachweis erbracht worden, daß die gegenüber dem Grundmodell modifizierten Bedingungen der Auslandskreditaufnahme sich nachteilig für das Schuldnerland erweisen. Die wirtschaftspolitischen Implikationen dieses Resultats werden im Abschnitt III.4 beleuchtet.

1) Abbildung 6 bringt deutlich zum Ausdruck, daß bei verschuldungsdeterminiertem Kreditzins das Schuldnerland die Relation  $f'(k^*) > r(d^*)$  anstreben sollte. Diese Beziehung folgt wegen  $r'd^* > 0$  unmittelbar aus der Optimalbedingung (6).

### 1.3 Das optimale Spar-, Investitions- und Verschuldungsverhalten im Konsummaximum

Im Modell der geschlossenen Volkswirtschaft lautet die Empfehlung der "Goldenen Regel der Akkumulation", eine Spar- und somit Investitionsquote anzustreben, deren Höhe dem Anteil der Zinseinkommen am Volkseinkommen entspricht. Die Realisierung dieser Spar- und Investitionsquote sichert die Entwicklung der Volkswirtschaft auf dem einmal erreichten konsummaximierenden Wachstumspfad. Im Rahmen des Modells einer wachsenden Volkswirtschaft bei gegebenem Kreditzins wurde für ein Schuldnerland eine Sparquote von Null als optimal herausgearbeitet. Da in diesem Modell die Inländer auf dem konsummaximierenden Wachstumspfad keine Kapitaleigner sind ( $k_n^* = 0$ ), ist auch der Anteil des Zinseinkommens der Inländer am Volkseinkommen gleich Null; damit zeigt sich eine gewisse Analogie zur "Goldenen Regel" für eine geschlossene Volkswirtschaft. Im folgenden ist nun für ein Schuldnerland, dessen Verschuldungsaktivitäten die Kreditkonditionen beeinflussen, das Spar-, Investitions- und Verschuldungsverhalten zu finden, welches die Konstanz des nationalen Pro-Kopf-Kapitalstocks und der Pro-Kopf-Auslandsverschuldung auf dem konsummaximierenden Niveau ( $k_n^*, d^*$ ) im Zeitablauf gewährleistet.

Greifen wir wieder auf die für den neoklassischen Modellrahmen typische Hypothese zurück, daß die Ersparnisse der Inländer ( $S=sY$ ) mit den Investitionen in den nationalen Kapitalstock ( $I_n=\dot{K}_n$ ) übereinstimmen, dann kann aus

$$(10) \quad \dot{K}_n = S = sY \quad (1.15)$$

unter Verwendung von  $\dot{K}_n/L = k_n + gk_n$  die den nationalen Pro-Kopf-Kapitalstock betreffende Akkumulationsgleichung

$$(11) \quad \dot{k}_n = sy - gk_n$$

hergeleitet werden. Setzt man voraus, die Volkswirtschaft habe den konsummaximierenden Wachstumspfad mit  $k_n = k_n^*$ ,  $d = d^*$  und  $f'(k^*) = g$  erreicht, dann folgt aus (11) unter zusätzlicher Beachtung der Steady-State-Eigenschaft  $\dot{k}_n^* = 0$  die Gleichung

$$(12) \quad s^* = \frac{f'k_n^*}{y^*} = \frac{f'K_n}{Y} \text{ mit } y^* = f(k_n^* + d^*) - r(d^*)d^*.$$

Um sicher zu stellen, daß der Volkswirtschaft der einmal erreichte nationale Pro-Kopf-Kapitalstock  $k_n^*$  erhalten bleibt, sollte die Sparquote ( $s^*$ ) dem Anteil der Zins-einkommen der Inländer am Volkseinkommen ( $f'K_n/Y$ ) entsprechen.

In analoger Weise läßt sich aus der Definitionsgleichung für die Veränderung der Pro-Kopf-Auslandsverschuldung

$$(13) \quad \dot{d} = \frac{\dot{D}}{L} - gd \quad (2.8)$$

mit  $d = d^*$  und der Optimalbedingung  $f'(k^*) = g$  sowie unter Berücksichtigung der Steady-State-Eigenschaft  $\dot{d}^* = 0$  die Gleichung

$$(14) \quad \dot{D} = f'D \quad \text{bzw.} \quad \dot{D}/D = f'$$

entwickeln. Das Fortschreiten der Volkswirtschaft auf dem konsummaximierenden Wachstumspfad erfordert in jedem Zeitpunkt eine Zunahme der Auslandsverschuldung ( $\dot{D}$ ), deren Höhe mit dem Beitrag des Auslandskapitals ( $f'D$ ) zur Gesamt-

produktion (Q) übereinstimmt<sup>1)</sup>. Weitere Einsichten in die Verschuldungsstrategie auf dem Golden-Rule-Pfad lassen sich gewinnen, wenn in (14) die Optimalbedingung (6)  $f' = r'd* + r$  verwendet wird:

$$(15) \quad \dot{D} = r'd*D + rD \Rightarrow \dot{D} > rD \text{ wegen } r'd*D > 0$$

Die Ungleichung  $\dot{D} > rD$  impliziert, daß auf dem Golden-Rule-Pfad die Auslandskreditaufnahme die Zinszahlungen an ausländische Gläubiger übersteigt. Bezeichnet man die Differenz zwischen der Auslandskreditaufnahme ( $\dot{D} > 0$ ) und den Zinszahlungen an ausländische Gläubiger ( $rD$ ) als Netto-Ressourcentransfer<sup>2)</sup>, so läßt sich für den hier entwickelten Modellrahmen festhalten, daß optimales Verschuldungsverhalten einen dauerhaften

1) Gemäß des Euler-Theorems läßt sich der unter Einsatz einer linear-homogenen Produktionstechnologie erzeugte Output (Q) durch die Summe der mit den jeweiligen Grenzproduktivitäten gewichteten Produktionsfaktormengen ausdrücken:  
 $Q = (\partial Q/\partial K)K + (\partial Q/\partial L)L$ ; mit  $\partial Q/\partial K = f'$  und  $K = K_n + D$  folgt schließlich:  
 $Q = f'K_n + f'D + (\partial Q/\partial L)L$ .

2) Vgl. z.B. OHLIN, G., Debts, Development and Default, in: HELLEINER, G.K. (Hrsg.), A World Divided. The Less Developed Countries in the International Economy, Cambridge 1976, S. 208 und CLINE, W.R., International Debt, a.a.O., S. 66.

Ressourcentransfer vom Ausland an das Inland bewirkt<sup>1)</sup>. Besonders deutlich läßt sich dies anhand der im 1. Kapitel formulierten Beziehung

$$(16) \quad KB = \dot{D} = -T + rD = -LB \quad (1.7)$$

zwischen dem Kapitalbilanzsaldo ( $KB = \dot{D}$ ) und dem Leistungsbilanzsaldo ( $LB = T - rD$ ) demonstrieren. Mit  $\dot{D} - rD > 0$  folgt aus (16)  $-T > 0$  und folglich  $T < 0$ : Der konsummaximierende Steady-State-Pfad ist mit einem permanenten Handelsbilanzdefizit verbunden.

Erinnert man sich schließlich der immer erfüllten Gütermarktgleichgewichtsbedingung

$$(17) \quad \dot{D} = I - S, \quad (1.11.)$$

dann wird deutlich, daß mit der Bestimmung des den konsummaximierenden Wachstumspfad sichernden Spar- und Verschuldungsverhaltens gleichzeitig ein entsprechendes Investitionsverhalten festgelegt ist. Zur Beschreibung dieses Investitionsverhaltens sei der Anteil der Inlandsinvestitionen (I) am Inländerprodukt (Y) mit  $s_1$  bezeichnet. Der Beziehung zwischen den Inlandsinvestitionen und dem Inländerprodukt kann nun durch

---

1) Andere Ergebnisse aufgrund anderer Modellspezifikationen werden auf S. 205f. und S. 242 f. dieser Arbeit diskutiert.

$$(18) \quad I = s_1 Y, \quad s_1 \geq 0^1)$$

Ausdruck verliehen werden. Einsetzen von (18) und  $S=sY$  in (17) liefert nach wenigen Umstellungen:

$$(19) \quad s_1 = s + \frac{\dot{D}}{Y}$$

Die optimale "Investitionsquote"  $s_1^*$  geht aus (19) nach Berücksichtigung von (12) und (14) hervor:

$$(19a) \quad s_1^* = \frac{f'K_n}{Y} + \frac{f'D}{Y} \text{ bzw. } s_1^* = \frac{f'K}{Y} \text{ mit } K = K_n + D.$$

Um zu gewährleisten, daß der einmal erreichte Golden-Rule-Pfad nicht wieder verlassen wird, sollte die Investitionsquote ( $s_1^*$ ) so groß sein wie der Anteil der durch den Kapitaleinsatz verursachten<sup>2)</sup> Güterproduktion am Inländerprodukt ( $f'K/Y$ ). Zu betonen und im Abschnitt III.4 zu würdigen ist, daß  $f'K = f' \cdot (K_n + D)$  nicht das Kapital- bzw. Zinseinkommen darstellt, das inländischen und ausländischen Kapitaleigentümern zufließen sollte, da der ausländische Kapitalstock  $D$  nicht gemäß seiner Grenzproduktivität  $f'$  sondern lediglich mit dem Zins  $r$  entlohnt werden sollte.

2. Optimale Anpassungsprozesse bei unbegrenzten Kreditaufnahmemöglichkeiten

2.1 Formulierung des dynamischen Optimierungsproblems

Nach der Ermittlung und Charakterisierung des konsum-

- 1) Die Nicht-Negativitätsforderung  $s_1 \geq 0$  impliziert bei Vernachlässigung einer Kapitalabnutzung die Unmöglichkeit, einen einmal vorhandenen Kapitalstock zu reduzieren.
- 2) Wieder ist auf das Euler-Theorem zu verweisen. Vgl. FN 1) S. 108 dieser Arbeit.

maximierenden Wachstumsgleichgewichtes sowie der Erörterung des Spar-, Investitions- und Verschuldungsverhaltens, welches dieses einmal erreichte Wachstumsgleichgewicht auf Dauer sichert, ist nun die Akkumulation von nationalem Kapitalstock, heimischem Kapitalstock und Auslandsverschuldung zu analysieren, welche von alternativen Ausgangskonstellationen  $(d^0, k_n^0, k^0)$  zur konsummaximierenden Konstellation  $(d^*, k_n^*, k^*)$  führt. Allerdings geht es nicht um die Analyse irgendeines Anpassungsprozesses an diese Konstellation, sondern vielmehr um die Suche nach dem Prozeß, der unter Berücksichtigung eines bestimmten Optimalitätskriteriums anderen möglichen Anpassungsprozessen überlegen ist. Bedenkt man, daß wegen  $k = k_n + d$  für konkrete Werte von  $d$  und  $k_n$  auch  $k$  determiniert ist, dann reicht es, ausgehend von alternativen  $(d^0, k_n^0)$ -Kombinationen, die optimale Anpassung des nationalen Pro-Kopf-Kapitalstocks bzw. der Pro-Kopf-Nettoauslandsverschuldung an die Zielwerte  $k_n^*$  bzw.  $d^*$  zu bestimmen. Ein Blick auf die bereits formulierten Gleichungen

$$(11) \quad \dot{k}_n = sy - gk_n \quad \text{und}$$

$$(13) \quad \dot{d} = \dot{D}/L - gd$$

zeigt, daß die Anpassung an  $k_n^*$  und  $d^*$  bei gegebenen Anfangswerten  $(d^0, k_n^0)$  und somit  $y^0$  durch die Wahl der Sparquote ( $s$ ) und der Pro-Kopf-Auslandskreditaufnahme bzw. -vergabe ( $\dot{D}/L$ ) zu steuern ist.

Aufbauend auf der für die Theorie des optimalen Wachstums grundlegende Arbeit von RAMSEY<sup>1)</sup> wollen wir unterstellen, daß eine Volkswirtschaft die Minimierung der Differenz zwischen dem Maximalkonsum  $c^*$  und dem tatsächlichen Pro-Kopf-Konsum während des von  $t=0$  bis  $t=T$  andauernden Anpassungsprozesses anstrebt. Da die Zeit als kontinuierlich angenommen wird, läßt sich das gesellschaftliche

---

1) RAMSEY, F.P., A Mathematical Theory of Saving, in: The Economic Journal, Vol. 38 (1928), S. 543-559.



Ziel als

$$(20a) \quad \min R = \int_0^T \{c^* - c(t)\} dt$$

formulieren. Bezeichnet man eine Abfolge von Werten einer ökonomischen Variablen im Zeitablauf als Zeitpfad, dann kann das volkswirtschaftliche Optimierungsproblem als Suche nach dem Zeitpfad des Pro-Kopf-Konsums  $c(\underline{t})$ <sup>1)</sup> aufgefaßt werden, der R minimiert.

Anstatt das Minimum von R zu bestimmen, kann ebenso ein Maximum von  $J = -R$  angestrebt werden. Wählt man diesen Ansatz, dann lautet die Aufgabe:

$$(20b) \quad \max J = \int_0^T \{c(t) - c^*\} dt.$$

Zu ermitteln ist folglich der Zeitpfad für den Pro-Kopf-Konsum, der J maximiert.

Um deutlich werden zu lassen, durch welche ökonomischen Größen  $c(t)$  und somit  $c(\underline{t})$  zu beeinflussen ist, sei die den Pro-Kopf-Konsum angegebende Gleichung

$$(3) \quad c = f(k_n + d) - r(d)d - \frac{1}{L}(I - \dot{D})$$

wiederholt. Einsetzen von (17) und  $S = sY$  in (3) liefert unter Berücksichtigung von

$$(21) \quad y = f(k_n + d) - r(d)d$$

---

1) Der Pfeil unter der zeitabhängigen Variablen  $c(t)$  soll deutlich machen, daß es sich um den Zeitpfad dieser Variablen handelt.

die Gleichung

$$(3a) \quad c = (1-s)\{f(k_n+d) - r(d)d\} \quad 0 \leq s \leq 1.$$

Der Pro-Kopf-Konsum hängt in jedem Zeitpunkt demnach bei alternativen Werten von  $k_n$  und  $d$  von der Wahl der Sparquote  $s$  ab; die Restriktion  $s \leq 1$  ist gleichbedeutend mit der plausiblen Forderung nach einem nicht-negativen Konsum. Im wachstumstheoretischen Kontext erhält die Sparquote weitergehende Bedeutung, da mit der Entscheidung für ein bestimmtes Sparvolumen nicht nur der gegenwärtige Konsum determiniert ist, sondern gleichzeitig auf zukünftige Konsummöglichkeiten Einfluß genommen wird. Dieser Einfluß wird über die durch das Sparen ermöglichte nationale Kapitalakkumulation und die dadurch induzierten zukünftigen Produktionssteigerungen wirksam. In jedem Zeitpunkt stellt sich folglich ein intertemporales Entscheidungsproblem: Bei der Wahl von  $s$  ist nicht nur die Wirkung auf den Konsum des selben Zeitpunktes, sondern auch die Wirkung auf die, von der gegenwärtigen nationalen Kapitalakkumulation

$$(11) \quad \dot{k}_n = s\{f(k_n + d) - r(d)d\} - gk_n$$

abhängigen, zukünftigen Konsummöglichkeiten zu berücksichtigen.

Das aufgezeigte intertemporale Entscheidungsproblem stellt sich auch im Zusammenhang mit der Akkumulation externer Schulden: Führen wir die Bezeichnung

$$(22) \quad \frac{\dot{D}}{L} = b$$

ein, dann ist hinsichtlich der Relevanz gegenwärtiger Entscheidungen für zukünftige Konsummöglichkeiten zu bedenken, daß eine gegenwärtige Auslandskreditaufnahme bzw. -vergabe ( $b > 0$  bzw.  $b < 0$ ) gemäß

$$(13) \quad \dot{d} = b - gd$$

die zukünftige Nettoauslandsverschuldung ( $d$ ) und damit das für die Konsummöglichkeiten bedeutsame Inländerprodukt ( $y$ ) beeinflusst.

Mit  $s$  und  $b$  sind genau die Variablen als konsumbeeinflussend identifiziert worden, über die die Anpassung an  $(d^*, k_n^*)$  gesteuert werden kann. Diese Variablen können allerdings nicht frei gewählt werden, sondern müssen bestimmten Restriktionen genügen:

Wie in (3a) angedeutet wurde, muß bei der Wahl der Sparquote die Restriktion  $0 \leq s \leq 1$  beachtet werden. Demzufolge kann

$$(23) \quad s \leq 1$$

$$(24) \quad s \geq 0$$

formuliert werden.

Mit  $\dot{D}/L=b$  läßt sich aus (19) die Gleichung  $s_1 = s + b/y$  herleiten, der zu entnehmen ist, daß in einem bestimmten Zeitpunkt, d.h. für ein vorgegebenes Pro-Kopf-Einkommen ( $y$ ), mit der Wahl von  $s$  und  $b$  gleichzeitig die Investitionsquote ( $s_1$ ) festliegt. (18) liefert die Information, daß  $s_1 \geq 0$  gelten soll; hieraus folgt, daß bei der Festlegung von  $s$

und  $b$  die Ungleichung

$$(25) \quad s + \frac{b}{y} \geq 0$$

erfüllt bleiben muß.

Die Restriktion  $s+b/y \geq 0$  impliziert in Verbindung mit  $0 \leq s \leq 1$  eine Untergrenze für die Variable  $b$ , denn mit  $s=1$  erhält man aus (25) die Forderung  $b \geq -y$ : Falls das betrachtete Land Kapital exportiert ( $b < 0$ ), was während des Anpassungsprozesses auch bei einer Schuldnation der Fall sein kann, dann ist diese Kreditvergabe höchstens im Umfang des Volkseinkommens möglich. Im Unterschied zu den Ausführungen im Abschnitt III.3 wird jetzt noch von der Berücksichtigung einer Obergrenze für die Variable  $b$  abgesehen. Ökonomisch bedeutet dies, daß die betrachtete Volkswirtschaft in jedem Zeitpunkt die Möglichkeit zur unbegrenzten Kreditaufnahme hat, das Volumen der Kapitalimporte ( $b > 0$ ) kann beliebig hoch sein.

Schließlich ist zu bedenken, daß der optimale Anpassungsprozeß bei Kenntnis der Ausgangssituation  $(d^0, k_n^0)$  und der Endsituation  $(d^*, k_n^*)$  zu bestimmen ist. Das volkswirtschaftliche Optimierungsproblem läßt sich nun nach Einsetzen von (3a) in (20b), unter Verwendung von (11) und (13) sowie unter Berücksichtigung der Restriktionen hinsichtlich der Variablen  $s$  und  $b$  wie folgt formulieren:

$$(20) \quad \max_{s(\underline{t}), b(\underline{t})} J = \int_0^T \left( (1-s) \{f(k_n+d) - r(d)d\} - c^* \right) dt \quad 1)$$

unter Beachtung der Differentialgleichungen

$$(11) \quad \dot{k}_n = s\{f(k_n+d) - r(d)d\} - gk_n$$

$$(13) \quad \dot{d} = b - gd$$

der Nebenbedingung

$$(23) \quad s \leq 1$$

der Nicht-Negativitätsbedingungen

$$(24) \quad s \geq 0$$

$$(25) \quad s + b/y \geq 0$$

und der Anfangs- und Endbedingungen

$$(26) \quad \begin{aligned} k_n(0) &= k_n^0, & k_n(T) &= k_n^* \\ d(0) &= d^0, & d(T) &= d^* \end{aligned}$$

Die Lösung des Maximierungsproblems liefern die Zeitpfade  $s^*(\underline{t})$  und  $b^*(\underline{t})$  der beiden Variablen  $s(t)$  und  $b(t)$ , die das in (20) formulierte Integral maximieren. Von der ökonomischen Perspektive aus betrachtet, beinhaltet der Zeitpfad  $s^*(\underline{t})$  das gesamtwirtschaftliche Sparverhalten, welches zusammen mit den durch  $b^*(\underline{t})$  ausgedrückten Auslandskreditaufnahme- bzw.

---

1) Die Pfeile unter den zeitabhängigen Variablen  $s(t)$  und  $b(t)$  deuten an, daß der gesamte Zeitpfad der Variablen so zu wählen ist, daß  $J$  maximal wird.

-vergabeentscheidungen die Differenz zwischen dem maximal erreichbaren Pro-Kopf-Konsum ( $c^*$ ) und dem aktuellen Pro-Kopf-Konsum ( $c$ ) im Zeitablauf minimiert. Mit der Bestimmung von  $s^*(\underline{t})$  und  $b^*(\underline{t})$  ist für alternative  $y$  wegen  $s_1 = s + b/y$  auch die optimale gesamtwirtschaftliche Investitionstätigkeit determiniert.

Zur analytischen Bestimmung der Lösung eines durch (20), (11), (13), (23)-(26) charakterisierten Optimierungsproblems muß auf Methoden der dynamischen Optimierung zurückgegriffen werden. Gebräuchliche Ansätze der dynamischen Optimierung<sup>1)</sup> sind die Variationsrechnung, die dynamische Programmierung sowie das Pontrjaginsche Maximum-Prinzip der Kontrolltheorie. Letzteres soll im nächsten Abschnitt zur Lösung des Optimierungsproblems eingesetzt werden<sup>2)</sup>.

## 2.2 Notwendige Bedingungen für eine Optimallösung

In der Terminologie des Pontrjaginschen Maximum-Prinzips<sup>3)</sup> zur Lösung dynamischer Optimierungsprobleme sind die Sparquote  $s$  und die Pro-Kopf-Auslandskreditaufnahme bzw.

---

1) Einen geeigneten Einstieg in die Methoden der dynamischen Optimierung liefern INTRILIGATOR, M.D., Mathematical Optimization and Economic Theory, Englewood Cliffs 1971 und LAMBERT, P.J., Advanced Mathematics for Economists: Static and Dynamic Optimization, Oxford/New York 1985. Ausführliche Erörterungen sowie eine Fülle ökonomischer Anwendungen der Methoden vermitteln TU, P.N. van, Introductory Optimization Dynamics, Berlin/Heidelberg/New York/Tokyo 1984 und KAMIEN, M.I./SCHWARTZ, N.L., Dynamic Optimization: The Calculus of Variations and Optimal Control in Economics and Management, New York 1981.

2) Im Anhang I wird das Grundproblem der dynamischen Optimierung sowie das zur Problemlösung häufig verwendete Pontrjaginsche Maximum-Prinzip in allgemeiner Form erläutert.

3) Vgl. zur im weiteren verwendeten Terminologie den Anhang I.

-vergabe  $b$  als Kontroll- oder Steuervariablen des durch (20), (11), (13), (23)-(26) formulierten Problems zu bezeichnen. Die Pro-Kopf-Nettoauslandsverschuldung und der nationale Pro-Kopf-Kapitalstock  $k_n$  stellen die Zustandsvariablen dar; deren Veränderung in der Zeit wird durch die Differentialgleichungen (11) und (13) beschrieben. Diese Differentialgleichungen werden im kontrolltheoretischen Kontext auch als dynamische Nebenbedingungen bezeichnet.

Bezeichnen wir mit  $p_1(t)$  bzw.  $p_2(t)$ <sup>1)</sup> die Kozustandsvariable der Zustandsvariablen  $k_n$  bzw.  $d$ , dann läßt sich aus dem Integranden des zu maximierenden Integrals  $J$ , den Kozustandsvariablen und den Differentialgleichungen (11) und (13) die Hamilton-Funktion (H)

$$(27) \quad H(s, b, k_n, d, p_1, p_2) = (1-s)\{f(k_n+d) - r(d)d\} - c * \\ + p_1 \left( s\{f(k_n+d) - r(d)d\} - gk_n \right) + p_2 (b - gd)$$

bilden.

Wie im Anhang I gezeigt wird, besteht der Kern des Pontrjaginschen Maximum-Prinzips darin, die Lösung des dynamischen Optimierungsproblems durch die Lösung einer Schar statischer Maximierungsaufgaben zu bestimmen. Im Gegensatz zur Vorgehensweise bei der allgemeinen Beschreibung der Technik des Maximum-Prinzips (vgl. Anhang I) ist es bei dem vorliegenden Optimierungsproblem nicht möglich, die für ein Maximum des Integrals  $J$  notwendigen Optimalitätsbedingungen direkt aus der Hamilton-Funktion (27) herzuleiten, weil die Kontrollvariablen  $s$  und  $b$

---

1) Im folgenden wird die Zeit als Argument der Kozustandsvariablen nicht explizit in die Formulierungen aufgenommen. Dennoch darf nicht vergessen werden, daß auch  $p_1$  und  $p_2$  im Zeitablauf unterschiedliche Werte annehmen können.

nicht frei gewählt werden können, sondern den Restriktionen (23)-(25) genügen müssen. In Anlehnung an die Kuhn-Tucker-Theorie berücksichtigen wir diese Beschränkungen der Kontrollvariablen<sup>1)</sup>, indem wir unter Verwendung der Hamilton-Funktion (27), der Restriktionen (23)-(25) und der nicht-negativen Lagrangemultiplikatoren  $\phi_i \geq 0$  ( $i=1,2,3$ ) die Lagrange-Funktion

$$(28) \quad L(s, b, k_n, d, p_1, p_2, \phi_1, \phi_2, \phi_3) = H + \phi_1(1-s) + \phi_2 s + \phi_3 \left(s + \frac{b}{y}\right)$$

bilden<sup>2)</sup>. Mit (27) und unter Verwendung von  $f(k_n + d) - r(d)d = y$  erhält man schließlich

$$(29) \quad L = (1-s)y - c^* + p_1(sy - gk_n) + p_2(b - gd) \\ + \phi_1(1-s) + \phi_2 s + \phi_3 \left(s + \frac{b}{y}\right).$$

Aus (29) lassen sich notwendige Bedingungen für eine Optimallösung des dynamischen Optimierungsproblems, d.h.

- 1) Zur Technik des Maximum-Prinzips bei beschränkten Kontrollvariablen vgl. z.B. KAMIEN, M.I./SCHWARTZ, N.L., Dynamic Optimization, a.a.O., S. 170 ff.
- 2) Zu der u.a. in (28) berücksichtigten Restriktion (25) ist zu bemerken, daß die Beschränkung der Kontrollvariablen von  $y = f(k_n + d) - r(d)d$  und damit von den Zustandsvariablen  $k_n$  und  $d$  beeinflußt wird. Vgl. zu dieser speziellen Problematik bei der Anwendung des Maximum-Prinzips: KAMIEN, M.I./SCHWARTZ, N.L., Dynamic Optimization, a.a.O., S. 182 ff.



für ein Maximum des Integrals (20), ableiten<sup>1)</sup>.

Diese Optimalitätsbedingungen (Hamilton-Bedingungen) können wie folgt systematisiert werden:

- a) Partielle Differentiation der Lagrange-Funktion nach  $s$  und  $b$  liefert als erste Komponente der Hamilton-Bedingungen die notwendigen Bedingungen für ein Maximum der Hamilton-Funktion hinsichtlich der Kontrollvariablen  $s$  und  $b$ <sup>2)</sup>.

$$(30) \quad \frac{\partial L}{\partial s} = y(p_1 - 1) - \phi_1 + \phi_2 + \phi_3 \stackrel{!}{=} 0$$

$$(31) \quad \frac{\partial L}{\partial b} = p_2 + \frac{\phi_3}{y} \stackrel{!}{=} 0$$

- 
- 1) Die Erfüllung dieser Bedingungen ist zwar notwendig, im allgemeinen aber nicht hinreichend für ein Maximum des in (20) notierten Integrals. Die notwendigen Optimalitätsbedingungen sind gleichzeitig hinreichend für ein Maximum von (20), falls der Integrand sowie die dynamischen Nebenbedingungen ( $\hat{=}$  Differentialgleichungen (11) und (13)) oder die Hamilton-Funktion bestimmten Konkavitätsanforderungen genügt; vgl. KAMIEN, M.I./SCHWARTZ, N.L., Dynamic Optimization, a.a.O., S. 204 ff. Wir wollen hier und bei allen weiteren dynamischen Optimierungsproblemen auf die explizite Überprüfung dieser Konkavitätsanforderungen verzichten und uns darauf beschränken, bei der ökonomischen Interpretation der Optimalitätsbedingungen klar werden zu lassen, daß die durch die Erfüllung dieser Bedingungen charakterisierte Lösung tatsächlich ein Maximum des jeweiligen Integrals liefert.
- 2) Diese Bedingungen sind in allgemeiner Form im Anhang I als Gleichungen (6) erfaßt.

- b) Partielle Differentiation von (29) nach der Zustandsvariablen  $k_n$  bzw.  $d$  und Gleichsetzen der partiellen Ableitung mit  $-\dot{p}_1$  bzw.  $-\dot{p}_2$  liefert<sup>1)</sup>:

$$(32) \quad -\dot{p}_1 \stackrel{!}{=} \frac{\partial L}{\partial k_n} \Rightarrow \dot{p}_1 = p_1 (g - sf') - f' (1 - s - \phi_3 \frac{b}{y^2})$$

$$(33) \quad -\dot{p}_2 \stackrel{!}{=} \frac{\partial L}{\partial d} \Rightarrow \dot{p}_2 = p_2 g - (f' - h) (1 - s + p_1 s - \phi_3 \frac{b}{y^2})$$

Die Differentialgleichungen (32) und (33) sind ebenfalls Teil der Hamilton-Bedingungen<sup>2)</sup>.

- c) Schließlich sind die Hamilton-Bedingungen<sup>3)</sup>

$$(34) \quad \frac{\partial L}{\partial p_1} = \frac{\partial H}{\partial p_1} \stackrel{!}{=} \dot{k}_n \Rightarrow \dot{k}_n = sy - gk_n$$

$$(35) \quad \frac{\partial L}{\partial p_2} = \frac{\partial H}{\partial p_2} \stackrel{!}{=} \dot{d} \Rightarrow \dot{d} = b - gd$$

zu formulieren.

- d) Die Existenz der Ungleichheitsrestriktionen (23)-(25) macht entsprechend der Kuhn-Tucker-Theorie eine Ergänzung der unter a) formulierten notwendigen Bedingungen für ein Maximum der Hamilton-Funktion durch die sogenannten komplementären Schlupfbedingungen

$$(36) \quad \frac{\partial L}{\partial \phi_1} = 1 - s \geq 0, \quad \phi_1 \geq 0, \quad \frac{\partial L}{\partial \phi_1} \phi_1 = 0$$

- 
- 1) Zur leichteren Nachvollziehbarkeit der partiellen Differentiation sei angemerkt, daß  $y = f(k_n + d) - r(d)d$ ,  $\partial y / \partial k_n = f'$  und  $\partial y / \partial d = f' - r'd - r$  mit  $r'd + r = h$  gilt. Vgl. auch (21) und (7).
- 2) (32) und (33) sind Spezifikationen der Gleichungen (7) des Anhangs I.
- 3) Diese Gleichungen, die mit (11) bzw. (13) übereinstimmen, sind mit den Gleichungen (8) des Anhangs I vergleichbar.

$$(37) \quad \frac{\partial L}{\partial \phi_2} = s \geq 0, \quad \phi_2 \geq 0, \quad \frac{\partial L}{\partial \phi_2} \phi_2 = 0$$

$$(38) \quad \frac{\partial L}{\partial \phi_3} = s + \frac{b}{y} \geq 0, \quad \phi_3 \geq 0, \quad \frac{\partial L}{\partial \phi_3} \phi_3 = 0$$

erforderlich. Jede der Bedingungen (36)-(38) reproduziert in ihrem ersten Teil ( $\partial L/\partial \phi_i \geq 0$ ) die jeweilige Restriktion hinsichtlich der Kontrollvariablen. Da der Lagrangemultiplikator  $\phi_i$  angibt, wie der Optimalwert der zu maximierenden Zielfunktion - dies ist in diesem Fall die Hamilton-Funktion - auf eine Lockerung der i-ten Nebenbedingung reagiert<sup>1)</sup>, beinhaltet die Forderung nicht-negativer Lagrangemultiplikatoren, daß die Lockerung einer Restriktion den maximalen Wert der Hamilton-Funktion ansteigen bzw. im ungünstigsten Fall unverändert läßt. Der dritte Teil der Bedingungen (36)-(38) impliziert jeweils, daß mindestens einer der beiden Ausdrücke, die das Produkt  $(\partial L/\partial \phi_i) \phi_i$  bilden, Null sein muß. Ist eine Restriktion bei Vorliegen der Optimallösung inaktiv, d.h. gilt  $\partial L/\partial \phi_i > 0$ , dann kann die Lockerung dieser Restriktion den Optimalwert der Zielfunktion nicht beeinflussen, d.h. es gilt  $\phi_i = 0$ <sup>2)</sup>. Würde hingegen die Lockerung einer Restriktion den Optimalwert beeinflussen, d.h. gilt  $\phi_i > 0$ , dann sind die beschränkten Variablen so zu wählen, daß die Restriktion tatsächlich wirksam und somit  $\partial L/\partial \phi_i = 0$  ist.

---

1) Vgl. z.B.: CHIANG, A.C., Fundamental Methods..., a.a.O., S. 728.

2) Sehr plastisch wird dieser Zusammenhang von CHIANG verdeutlicht: "...if the i-th constraint is optimally not binding (d.h.,  $\partial L/\partial \phi_i > 0$ , d. Verf.), then relaxing that particular constraint will not affect the optimal value of the (objective function, d. Verf.) - just as loosening a belt which is not constricting one's waist to begin with will not produce any greater comfort." CHIANG, A.C., Fundamental Methods..., a.a.O., S. 728.

Aus den getroffenen Aussagen bezüglich des Zusammenspiels zwischen  $\partial L/\partial \phi_i$  und  $\phi_i$  können Umkehrschlüsse im allgemeinen nicht gezogen werden. Beispielsweise kann aus der Tatsache, daß die  $i$ -te Restriktion aktiv ist und somit  $\partial L/\partial \phi_i = 0$  gilt, im allgemeinen nicht geschlossen werden, daß  $\phi_i > 0$  gilt, denn der dritte Teil der Bedingungen (36)-(38) wäre auch mit  $\partial L/\partial \phi_i = 0$  und  $\phi_i = 0$  erfüllt. Der Umkehrschluß ist jedoch zulässig, wenn die zu maximierende Zielfunktion linear in den Variablen ist, welche der Restriktion unterworfen sind. Genau dies trifft für die hier zu maximierende Hamilton-Funktion (27) zu, so daß in diesem Optimierungsansatz  $\phi_i > 0$  gefolgert werden kann, falls  $\partial L/\partial \phi_i = 0$  vorliegt.

- e) Schließlich ist bei der Bestimmung der Lösung des dynamischen Optimierungsproblems darauf zu achten, daß durch die Wahl der Zeitpfade  $\underline{s}$  und  $\underline{p}$  der Zustand  $(d^0, k_n^0)$  tatsächlich in den Zustand  $(d^*, k_n^*)$  überführt wird. Notwendig für eine Optimallösung ist folglich die Beachtung der in (25) erfaßten Anfangs- und Endbedingungen.

Da der Endzeitpunkt  $T$  des Anpassungsprozesses nicht exogen gegeben ist, muß zusätzlich der Transversalitätsbedingung

$$(39) \quad H(T) = 0$$

Rechnung getragen werden<sup>1)</sup>. Die Hamilton-Funktion muß im Endzeitpunkt  $T$  den Wert Null annehmen.

---

1) Vgl. TU, P.N. van, Introductory Optimization..., a.a.O., S. 161. Vgl. zur Bedeutung der Transversalitätsbedingung die Ausführungen im Anhang I.

Nach der Herleitung der notwendigen Bedingungen für eine Optimallösung sind wir nun in der Lage, ausgehend von der Autarkiesituation, in der das betrachtete Land weder Schuldner noch Gläubiger ist ( $d=0$ ), eine vollständige Beschreibung des optimalen Anpassungsprozesses an den durch eine positive<sup>1)</sup> Nettoauslandsverschuldung gekennzeichneten konsummaximierenden Gleichgewichtspfad vorzunehmen. Wie im Rahmen des Optimierungsmodells bei gegebenem Kreditzins (2.Kapitel) wird der gesamte Anpassungsprozeß in zwei Phasen unterteilt. Der mittels (20), (11), (13) und (23)-(26) formulierte dynamische Optimierungsansatz sowie die aus diesem Ansatz abgeleiteten notwendigen Bedingungen (30)-(39) sind dabei ausschließlich für die Analyse der zweiten Phase von Bedeutung.

### 2.3 Phase (1) des Anpassungsprozesses

Hinsichtlich der Situation vor Einführung internationaler Kapitalbewegungen sei angenommen, daß die betrachtete Volkswirtschaft sich durch eine relative Kapitalknappheit auszeichnet und daher

$$(40) \quad f'(k_n^a) > h(0) = r(0)$$

gilt: Die Kapitalintensität in der Autarkielage  $k_n^a$  beinhaltet eine Grenzproduktivität des Kapitals  $f'(k_n^a)$ , welche die Grenzkosten für die potentielle Inanspruchnahme ausländischen Kapitals  $h(0)$  übersteigt. Da in der Autarkiesituation  $d=0$  gilt, stimmt der Zins für Auslandskapital  $r(0)$  mit den Grenzkosten überein.

---

1) Es sei noch einmal daran erinnert, daß der Golden-Rule-Pfad durch  $d^*>0$  gekennzeichnet ist, weil für die betrachtete Volkswirtschaft  $g>h(0)=r(0)$  angenommen wurde.

Läßt man nun internationale Kapitalbewegungen zu, dann sollte die Volkswirtschaft die Möglichkeit zur unbegrenzten Auslandskreditaufnahme so in Anspruch nehmen, daß bei zunächst unverändertem nationalen Pro-Kopf-Kapitalstock  $k_n^a$  unmittelbar, d.h. innerhalb einer theoretisch unendlich kleinen Zeitspanne, nach Öffnung der Grenzen eine Pro-Kopf-Auslandsverschuldung entsteht, die zusammen mit  $k_n^a$  eine gesamtwirtschaftliche Kapitalintensität  $k^o = k_n^a + d^o$  erzeugt, für die

$$(41) \quad f'(k_n^a + d^o) = h(d^o)$$

gilt. Damit erreicht das Schuldnerland eine sofortige Realisierung der Bedingung für eine optimale Nutzung ausländischer Kapitalquellen.

Hinsichtlich der Relation zwischen  $g$  und  $f'$  kann sich als Resultat der ersten Phase eine der folgenden Konstellationen einstellen:

$$(42a) \quad g = f'(k_n^a + d^o)$$

$$(42b) \quad g < f'(k_n^a + d^o)$$

$$(42c) \quad g > f'(k_n^a + d^o)$$

Vernachlässigt man das Zustandekommen der Konstellation  $f'(k_n^a + d^o) = h(d^o) = g$ <sup>1)</sup>, dann läßt sich die Realisierung der verbleibenden Konstellationen ( $f'=h$  in Verbindung mit  $f'>g$  oder  $f'<g$ ) geometrisch in Abbildung 7 durch einen auf die ( $f'=h$ )-Kurve weisenden gestrichelten Pfeil andeuten.

---

1) Die unmittelbare Erfüllung der Optimalbedingung (7) impliziert, daß direkt nach Öffnung der nationalen Grenzen der konsummaximierende Gleichgewichtspfad erreicht wird, weiterer Anpassungsprozesse bedarf es nicht. Um das Fortschreiten auf dem Golden-Rule-Pfad zu sichern, ist das in Abschnitt 1.3 erläuterte Spar-, Investitions- und Verschuldungsverhalten zu realisieren.

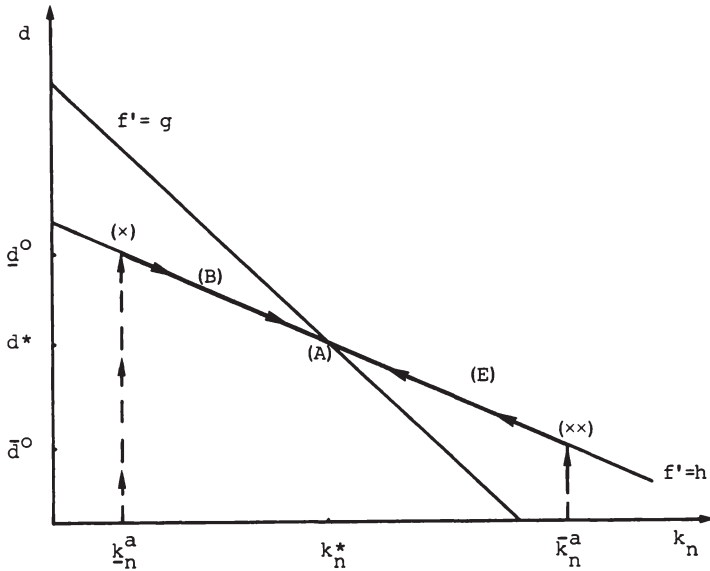


Abbildung 7

Betrachtet man anhand der Abbildung 7 zunächst die Autarkiesituation  $k_n^a < k_n^*$ , in der - weil die tatsächliche gesamtwirtschaftliche Kapitalintensität geringer als die optimale gesamtwirtschaftliche Kapitalintensität ist - zusätzlich  $f' > g$  gilt, dann bieten unbegrenzte Kreditaufnahmemöglichkeiten die Gelegenheit, unmittelbar im Anschluß an die Aufnahme von Kreditbeziehungen mit dem Ausland die gesamtwirtschaftliche Kapitalintensität allein über eine externe Verschuldung dem optimalen Wert  $k^*$  anzunähern. Obwohl unbegrenzte Kreditaufnahmemöglichkeiten es erlauben würden, eine vollständige Anpassung an die optimale Kapitalintensität  $k^*$  schon während der ersten Phase zu erzielen - der gestrichelte Pfeil in Abbildung 7 würde dann von  $k_n^a$  bis zur  $(f'=g)$ -Kurve reichen - sollte unter wohlfahrtstheoretischen Gesichtspunkten die unmittelbare Annäherung zum Stillstand kommen, wenn sich die im Zuge der Kapitalintensivierung sinkende Grenzproduktivität

des Kapitals ( $f'$ ) den mit zunehmender Pro-Kopf-Verschuldung steigenden Grenzkosten der Verschuldung ( $h$ ) angeglichen hat. Bei gegebenem  $k_n^a$  wird die Gleichheit zwischen  $f'$  und  $h$  bei der Pro-Kopf-Auslandsverschuldung  $\underline{d}^0$  erreicht. Eine Anhebung von  $d$  über  $\underline{d}^0$  hinaus ist nicht sinnvoll, weil dann  $f' < h$  gelten würde und somit der marginale Beitrag der kreditfinanzierten Kapitalintensivierung zum Produktionsergebnis kleiner wäre als die Grenzkosten dieser Kapitalintensivierung.

Um das Bild von der ersten Phase des Anpassungsprozesses zu vervollständigen, sei nun eine mögliche Autarkiesituation unterstellt, die durch  $\bar{k}_n^a > k_n^*$  in Verbindung mit  $f' < g$  gekennzeichnet ist. Die Relation  $f' < g$  zeigt an, daß schon in der Autarkielage die tatsächliche gesamtwirtschaftliche Kapitalintensität ihren optimalen Wert übersteigt. Dennoch ist bei zunächst konstantem nationalen Pro-Kopf-Kapitalstock  $\bar{k}_n^a$  eine durch das Ausland finanzierte Kapitalintensivierung sinnvoll, solange  $f' > h$  gilt, denn unter dieser Voraussetzung übertrifft die durch die Kapitalintensivierung induzierte Produktionssteigerung ( $f' \Delta k$ ) die mit dem kreditfinanzierten Anstieg von  $k$  verknüpften zusätzlichen Kosten ( $h \Delta k$ ). In Abbildung 7 wird die unmittelbare Anpassung durch den von  $\bar{k}_n^a$  auf die  $(f'=h)$ -Kurve weisenden Pfeil widergespiegelt.

Zusammenfassend läßt sich hinsichtlich der ersten Phase des Anpassungsprozesses festhalten, daß es unmittelbar nach Aufnahme von Kreditbeziehungen mit dem Ausland noch nicht zur Realisierung der optimalen gesamtwirtschaftlichen Kapitalintensität ( $f' \neq g$ ), wohl aber zu einer optimalen Zusammensetzung ( $f'=h$ ) der noch nicht optimalen Kapitalintensität kommt. Für alternative Autarkiesituationen ergeben sich bei optimalem Verschuldungsverhalten alternative auf der  $(f'=h)$ -Kurve liegende  $(\underline{d}^0, k_n^a)$ -Konstellatio-



nen. Diese bilden die Anfangsbedingungen für die nun zu analysierenden Anpassungsprozesse während der zweiten Phase.

#### 2.4 Phase (2) des Anpassungsprozesses

Bei der Beantwortung der Frage, wie ausgehend von auf der  $(f'=h)$ -Kurve liegenden  $(d, k_n)$ -Kombinationen in optimaler Weise die konsummaximierende Steady-State-Konstellation  $(d^*, k_n^*)$  erreicht werden kann, ist nun auf den dynamischen Optimierungsansatz sowie auf die aus diesem Ansatz abgeleiteten Optimalitätsbedingungen zurückzugreifen. Beispielfhaft werden wir dabei von den  $(d, k_n)$ -Konstellationen  $(\times)$  und  $(\times\times)$  ausgehen (vgl. Abbildung 7).

Die  $(d, k_n)$ -Konstellationen  $(\times)$  und  $(\times\times)$  repräsentieren zwei alternative Anfangsbedingungen, die es gemäß (26) bei der Maximierung des Integrals (20) zu beachten gilt. Im folgenden wird es sich als zweckmäßig erweisen, lediglich bestimmte Eigenschaften dieser Ausgangskonstellationen im Auge zu behalten:  $(\times)$  ist durch  $f'=h$  sowie  $f'>g$  und  $(\times\times)$  durch  $f'=h$  sowie  $f'<g$  charakterisiert. In gleicher Weise sei die gemäß (26) zu beachtende Endbedingung  $(k_n(T)=k_n^*, d(T)=d^*)$  durch die entsprechende Eigenschaft  $f'=g=h$  erfaßt. Unter diesen Voraussetzungen kann die Forderung, die Konstellation  $(\times)$  bzw.  $(\times\times)$  in die Konstellation  $(d^*, k_n^*)$  zu überführen, durch die Forderung ersetzt werden, daß von einer durch  $f'=h$  sowie  $f'>g$  bzw.  $f'=h$  sowie  $f'<g$  charakterisierten Konstellation aus der durch  $f'=g=h$  gekennzeichnete Endzustand erreicht werden soll.

Das Spar-, Investitions- und Verschuldungsverhalten, welches von alternativen durch  $f'=h$  sowie  $f'\neq g$  geprägten Ausgangskonstellationen einen optimalen Übergang zum Golden-Rule-Pfad gewährleisten soll, muß so gestaltet

werden, daß es während des Übergangs nicht zu einer Abweichung von der bereits erfüllten Bedingung für eine optimale Nutzung ausländischer Kapitalquellen kommt. Geometrisch in Abbildung 7 veranschaulicht bedeutet dies, daß von alternativen Punkten auf der  $(f'=h)$ -Kurve aus die Bewegung zur Konstellation  $(d^*, k_n^*)$  entlang der  $(f'=h)$ -Kurve zu erfolgen hat. Zur genaueren Bestimmung der optimalen Spar-, Investitions- und Verschuldungsentscheidungen werden jetzt bestimmte Verhaltensweisen hinsichtlich der Wahl der Kontrollvariablen - allein über diese Variablen kann der Anpassungsprozeß gesteuert werden - klassifiziert.

Die in (23)-(25) bzw. (36)-(38) festgehaltenen Restriktionen bezüglich der Kontrollvariablen ermöglichen es, sechs verschiedene Verhaltensweisen bzw. Verhaltensmuster hinsichtlich der Wahl der Kontrollvariablen zu klassifizieren. Bezeichnet man eine bestimmte Verhaltensweise als "Politik", womit angedeutet wird, daß sich die Verhaltensweisen durch Maßnahmen der wirtschaftspolitischen Instanzen initiieren lassen, dann können unter Rückgriff auf die Erläuterungen der Bedingungen (36)-(38) die sechs möglichen Politiken in Tabelle 4 zusammengestellt werden.

Tabelle 4: Klassifizierung möglicher Politiken

Politik	$1 - s$	$s$	$s_1 = s + b/y$	$\phi_1$	$\phi_2$	$\phi_3$
A	+	+	+	0	0	0
B	0	+	+	+	0	0
C	+	0	0	0	+	+
D	+	+	0	0	0	+
E	+	0	+	0	+	0
F	0	+	0	+	0	+

Ein Pluszeichen (+) in Tabelle 4 zeigt an, daß die betreffende Variable größer als Null ist. Ohne an dieser Stelle eine intensive Beschreibung der verschiedenen Politiken vorzunehmen, sei gesagt, daß beispielsweise Politik (B) eine positive Investitionsquote ( $s_1 > 0$ ), eine Konsumquote der Höhe Null ( $1-s=0$ ) und damit eine maximale Sparquote ( $s=1$ ) impliziert.

Die Politiken (C), (D) und (F) sind nicht geeignet, um eine auf der ( $f'=h$ )-Kurve liegende Ausgangskonstellation in optimaler Weise in den angestrebten Endzustand zu überführen, weil alle drei Politiken Veränderungen des Pro-Kopf-Kapitalstocks und der Pro-Kopf-Auslandsverschuldung implizieren, die eine Entfernung von der ( $f'=h$ )-Kurve beinhalten. Dies läßt sich leicht nachvollziehen, wenn in (11) und (13) bzw. (34) und (35) die jeweiligen mit einer Politik verbundenen Werte für  $s$  und  $b$  eingesetzt werden.

Für Politik (C) folgt mit  $s=s_1=0$  und somit  $b=0$ , daß

$$(C\ 34) \quad \dot{k}_n = -gk_n < 0$$

$$(C\ 35) \quad \dot{d} = -gd < 0$$

gilt. Wählt man Politik (C), dann würde sich - wie (C 34) und (C 35) zeigen - eine Reduktion sowohl des nationalen Pro-Kopf-Kapitalstocks als auch der Pro-Kopf-Auslandsverschuldung ergeben. Ausgehend von der ( $f'=h$ )-Kurve wäre im ( $d, k_n$ )-Diagramm der Abbildung 7 eine Bewegung nach links unten in eine ( $d, k_n$ )-Region zu verzeichnen, in der  $f' > h$  gilt. Das Zustandekommen der Relation  $f' > h$  erklärt sich zum einen durch die Verringerung der Grenzkosten der Nutzung ausländischen Kapitals ( $h$ ), die durch den Abbau der Pro-Kopf-Auslandsverschuldung bewirkt wird. Zum anderen

beinhaltet der Rückgang von  $k_n$  und  $d$  eindeutig eine Verminderung der gesamtwirtschaftlichen Kapitalintensität ( $k$ ), so daß die Grenzproduktivität des Kapitals ( $f'$ ) ansteigt.

Für Politik (D) liefert Tabelle 4  $b=-sy<0$  und somit

$$(D\ 34) \quad \dot{k}_n = sy - gk_n$$

$$(D\ 35) \quad \dot{d} = -sy - gd < 0.$$

Die vollständige Verwendung der nationalen Ersparnisse für die Auslandskreditvergabe ( $b=-sy<0$ ) schlägt sich in einem Abbau der Pro-Kopf-Verschuldung nieder. Dieser Abbau induziert einen Rückgang von  $h$ . Gemäß (D 34) und (D 35) ist gleichzeitig wegen  $\dot{k}=\dot{k}_n+\dot{d}=-g(k_n+d)<0$  eine Reduktion der gesamtwirtschaftlichen Kapitalintensität und deshalb ein Anstieg von  $f'$  zu verzeichnen. Ausgehend von der ( $f'=h$ )-Kurve würde also auch die Politik (D) die Relation  $f'>h$  hervorbringen. Geometrisch interpretiert löst (D) im  $(d, k_n)$ -Diagramm eine Bewegung in den Bereich unterhalb der ( $f'=h$ )-Kurve aus.

Für Politik (F) folgt schließlich mit  $s=1$  und  $b=-y$

$$(F\ 34) \quad \dot{k}_n = y - gk_n$$

$$(F\ 35) \quad \dot{d} = -y - gd < 0.$$

Da sich (F) lediglich durch die Höhe der Sparquote von (D) unterscheidet, bedarf die Tatsache, daß auch (F) eine Entfernung von der ( $f'=h$ )-Kurve in eine durch  $f'>h$  geprägte  $(d, k_n)$ -Region herbeiführt, keiner weiteren Erläuterungen.

Um aus den verbleibenden Politikategorien (A), (B) und (E) die optimale auswählen zu können, sind nun die Hamilton-Bedingungen (30)-(35) für die jeweiligen Politiken zu konkretisieren<sup>1)</sup>:

## Politik (A)

$$\begin{aligned} \text{(A 30)} \quad p_1 &= 1 \\ \text{(A 31)} \quad p_2 &= 0 \\ \text{(A 32)} \quad \dot{p}_1 &= g - f' \stackrel{!}{\leq} 0 \\ \text{(A 33)} \quad \dot{p}_2 &= h - f' \stackrel{!}{\leq} 0 \\ \text{(A 34)} \quad \dot{k}_n &= sy - gk_n \\ \text{(A 35)} \quad \dot{d} &= b - gd \end{aligned}$$

## Politik (B)

$$\begin{aligned} \text{(B 30)} \quad p_1 &> 1 \\ \text{(B 31)} \quad p_2 &= 0 \\ \text{(B 32)} \quad \dot{p}_1 &= p_1(g - f') \\ \text{(B 33)} \quad \dot{p}_2 &= p_1(h - f') \stackrel{!}{\leq} 0 \\ \text{(B 34)} \quad \dot{k}_n &= y - gk_n \\ \text{(B 35)} \quad \dot{d} &= b - gd \end{aligned}$$

## Politik (E)

$$\begin{aligned} \text{(E 30)} \quad p_1 &< 1 \\ \text{(E 31)} \quad p_2 &= 0 \\ \text{(E 32)} \quad \dot{p}_1 &= p_1g - f' \\ \text{(E 33)} \quad \dot{p}_2 &= (h - f') \stackrel{!}{\leq} 0 \\ \text{(E 34)} \quad \dot{k}_n &= -gk_n < 0 \\ \text{(E 35)} \quad \dot{d} &= b - gd \end{aligned}$$

---

1) Eine Herleitung der Gleichungen (30)-(35) für die Politiken (A), (B) und (E) liefert Anhang II.

Der Zusammenhang zwischen einer bestimmten Politik und den konkretisierten Bedingungen ist so zu verstehen, daß beispielsweise Politik (A) nur dann optimal ist, wenn die Kozustandsvariable  $p_1$  den Wert Eins und die Kozustandsvariable  $p_2$  den Wert Null annimmt (vgl. (A 30) und (A 31)). Damit diese Werte für  $p_1$  bzw.  $p_2$  im Zeitablauf erhalten bleiben, d.h.  $\dot{p}_1=0$  und  $\dot{p}_2=0$  erfüllt wird, muß  $h=f'$  und  $g=f'$  und somit  $h=f'=g$  vorliegen (vgl. (A 32) und (A 33)): Die Politik (A) ist folglich nur optimal, falls die natürliche Wachstumsrate ( $g$ ), die Grenzproduktivität des Kapitals ( $f'$ ) und die Grenzkosten der Nutzung des Auslandskapitals ( $h$ ) übereinstimmen. Da dies nur auf dem konsummaximierenden Steady-State-Pfad der Fall ist, repräsentiert (A) nur eine optimale Politik, wenn das durch  $k_n^*$  und  $d^*$  gekennzeichnete Wachstumsgleichgewicht bereits erreicht ist. In Tabelle 4 wurde (A) lediglich durch die Forderungen  $0 < s < 1$  und  $s_1 > 0$  grob charakterisiert. Nunmehr wissen wir, daß (A) ausschließlich eine optimale Politik auf dem Golden-Rule-Pfad darstellt. Auf diesem Pfad ist genau das im Abschnitt III.1.3 beschriebene Spar-, Investitions- und Verschuldungsverhalten optimal, welches das Fortschreiten der Wirtschaft auf dem Golden-Rule-Pfad dauerhaft sichert. Aufgrund dieser Überlegungen gelangt man schließlich zu der Schlußfolgerung, daß die Politik (A) mit dem in Abschnitt III.1.3 erörterten optimalen Spar-, Investitions- und Verschuldungsverhalten im Konsummaximum übereinstimmt.

Da sowohl in (x) als auch in (xx)  $h=f' \neq g$  gilt und somit Politik (A) nicht zur Disposition steht, verbleiben (B) und (E) als potentielle Kandidaten für eine Politik, die eine optimale Anpassung an  $(d^*, k_n^*)$  bewerkstelligt. Die bisherigen Überlegungen zur Ermittlung einer optimalen

Politik während der Phase (2) erforderten keine Unterscheidung zwischen den beiden durch (x) bzw. (xx) erfaßten Anfangsbedingungen; gemeinsamer Ausgangspunkt aller Überlegungen war vielmehr eine durch  $h=f' \cdot g$  gekennzeichnete  $(d, k_n)$ -Konstellation. Die weiteren Erörterungen machen nun eine Unterscheidung zwischen (x)-Konstellationen, in denen  $f'=h$  sowie  $f' > g$  gilt, und (xx)-Konstellationen, die durch  $f'=h$  und  $f' < g$  geprägt sind, erforderlich.

Ausgehend von der Anfangsbedingung (x) seien zunächst die Chancen der Politik (E) geprüft, eine Anpassung an die  $(d^*, k_n^*)$ -Konstellation zu induzieren. Tabelle 4 erinnert daran, daß (E) durch eine Sparquote von Null und somit durch einen Abbau des nationalen Pro-Kopf-Kapitalstocks (vgl. (E 34)) charakterisiert ist. Die Optimalitätsbedingung (E 33) verlangt, daß die Übereinstimmung von  $h$  mit  $f'$  im Zeitablauf gesichert werden soll, die Verminderung von  $k_n$  hat folglich entlang der  $(f'=h)$ -Kurve in Abbildung 7 zu erfolgen. Insofern deckt sich die Forderung an die Gestaltung der Politik (E) mit dem oben gesetzten Anspruch, ein Spar-, Investitions- und Verschuldungsverhalten zu determinieren, welches während der zweiten Phase der Anpassung an  $(d^*, k_n^*)$  nicht zu einer Abweichung von der Bedingung für eine optimale Inanspruchnahme ausländischer Kapitalquellen führt. Allerdings bewirkt eine die Forderung  $f'=h$  erfüllende Politik (E) ausgehend von (x) in Abbildung 7 eine Bewegung von rechts unten nach links oben entlang der  $(f'=h)$ -Kurve und somit eine Entfernung von  $(d^*, k_n^*)$ . Politik E wird damit nicht den in (26) berücksichtigten Endbedingungen des dynamischen Optimierungsproblems gerecht. Dies läßt sich auch nachvollziehen, wenn man sich der Eigenschaft  $(f'=h=g)$  des anzustrebenden Steady-State-Pfades erinnert: Da eine Bewegung von rechts

unten nach links oben auf der ( $f'=h$ )-Kurve einem Anstieg von  $h$  und  $f'$  gleichkommt<sup>1)</sup>, vergrößert sich die schon in der Ausgangslage ( $\times$ ) existierende positive Differenz zwischen  $f'$  und  $g$ . Zwar garantiert die Bewegung auf der ( $f'=h$ )-Kurve einen Teil der Bedingung für einen konsummaximierenden Steady-State-Pfad, der andere Teil der Bedingung ( $f'=g$ ) wird aber in zunehmendem Maße verletzt.

Schließlich läßt sich zeigen, daß die Politikategorie (B) als einzige das Spar-, Investitions- und Verschuldungsverhalten einschließt, welches ausgehend von einer Ausgangslage der Art ( $\times$ ) das Erreichen des konsummaximierenden Steady-State-Pfades ermöglicht. Tabelle 4 weist für (B)  $s=1$  aus, d.h. die Modellwirtschaft sollte eine größtmögliche Akkumulation des nationalen Pro-Kopf-Kapitalstocks anstreben<sup>2)</sup>. Diese nationale Kapitalakkumulation hat entlang der ( $f'=h$ )-Kurve zu erfolgen, denn (B 33) verlangt in Verbindung mit (B 30), daß die Übereinstimmung von  $h$  mit  $f'$  im Zeitablauf gesichert werden soll. Die Bewegung in Richtung des B-Pfeiles auf der ( $f'=h$ )-Kurve in Abbildung 7 zeigt, daß der Anstieg von  $k_n$  von einem Rückgang der Pro-Kopf-Verschuldung ( $d$ ) und somit von einer Verminderung von  $h$  begleitet wird. Der insgesamt im Inland eingesetzte Pro-Kopf-Kapitalstock ( $k$ ) nimmt bei einer Bewegung auf der ( $f'=h$ )-Kurve von links oben nach rechts unten zu, weil der Anstieg von  $k_n$  die Reduktion von  $d$  mehr als kompensiert. Dieser Anstieg der gesamtwirtschaftlichen Kapitalintensität ermöglicht aufgrund der produktionstheoretisch erklärbaren Verminderung der Grenzproduktivität des Kapitals ( $f'$ ), daß bei sinkendem  $h$  die Übereinstimmung zwischen  $f'$  und  $h$  erhalten bleibt.

---

1) Die Grenzproduktivität des Kapitals steigt bei einer Bewegung von rechts unten nach links oben auf der ( $f'=h$ )-Kurve, weil der Anstieg von  $d$  durch einen Abbau von  $k_n$  überkompensiert wird und daher die gesamtwirtschaftliche Kapitalintensität ( $k=k_n+d$ ) abnimmt.

2) Vgl. auch (B 34)



Der Abbildung 7 ist nicht nur zu entnehmen, daß Politik (B) eine Bewegung zur Konstellation  $(d^*, k_n^*)$  einleitet und somit den Endbedingungen (26) Rechnung getragen wird. Sie zeigt auch, daß Politik (B) einerseits zu einer Erhaltung von  $h=f'$  und andererseits über eine Verringerung der Grenzproduktivität des Kapitals ( $f'$ ) zu einer Verminderung der in der Ausgangslage ( $\times$ ) positiven Differenz zwischen  $f'$  und  $g$  beiträgt. Wird im Zuge des Anpassungsprozesses schließlich neben  $h=f'$  auch  $g=f'$  realisiert, dann ist der konsummaximierende Steady-State-Pfad erreicht; jetzt ist Politik (B) durch Politik (A) zu ersetzen, um die Fortentwicklung der Modellwirtschaft auf dem Golden-Rule-Pfad dauerhaft zu sichern<sup>1)</sup>.

Die mit (B) verbundene Entscheidung für  $s=1$  scheint befremdlich, da in real existierenden Volkswirtschaften sicher kaum die Bereitschaft anzutreffen ist, auf eine konsumtive Verwendung des Volkseinkommens völlig zu verzichten, um die nationale Kapitalbildung gemäß (B 34) in extremer Weise zu forcieren. Das modelltheoretische Ergebnis " $s=1$ " läßt sich ökonomisch sinnvoll interpretieren, wenn man bedenkt, daß dieses Resultat nur zustandekommen kann, weil für die Sparquote aus Gründen der formalen Einfachheit der Wertebereich  $0 \leq s \leq 1$  zugelassen wurde. Hätte man bei der Festlegung des zulässigen Bereiches für  $s$  von vornherein realistischerweise berücksichtigt, daß zur Aufrechterhaltung einer existenznotwendigen Güterversorgung die Sparquote einen kritischen Wert  $\bar{s} < 1$  nicht überschreiten und damit die gesamtwirtschaftliche Konsumquote den Wert  $1-\bar{s}$  nicht unterschreiten

1) Der Vollständigkeit halber sei ergänzt, daß auch die Transversalitätsbedingung (39) erfüllt ist. Zum Endzeitpunkt (T) des Anpassungsprozesses ist der mit dem Golden-Rule-Pfad verbundene Pro-Kopf-Konsum ( $c^*$ ) tatsächlich realisiert, d.h. es gilt  $(1-s^*)\{f(k_n^*+d^*) - r(d^*)d^*\} = c^*$ . Berücksichtigt man diesen Wert  $\bar{n}$  in (27) und bedenkt gleichzeitig, daß der konsummaximierende Steady-State-Pfad sich durch  $\dot{k}_n = s^*f(k_n^*+d^*) - r(d^*)d^* - gk_n^* = 0$  und  $\dot{d} = b - gd^* = 0$  auszeichnet, dann liefert (27):  $H(T) = 0$ .

darf, dann würde eine der Politik (B) vergleichbare Politik die Wahl der größtmöglichen Sparquote  $\bar{s}$  implizieren. Im Sinne einer Wahl der größtmöglichen Sparquote und somit im Sinne einer Entscheidung für die schnellstmögliche Akkumulation des nationalen Pro-Kopf-Kapitalstocks  $k_n$  ist das modelltheoretische Ergebnis "s=1" zu interpretieren.

Die ökonomische Logik einer schnellstmöglichen Erhöhung des nationalen Pro-Kopf-Kapitalstocks wird nachvollziehbar, wenn man erstens die Interpretation der Kozustandsvariablen  $p_1$  beachtet, zweitens die mit Politik (B) verknüpfte Optimalbedingung  $p_1 > 1$  berücksichtigt und drittens sich daran erinnert, daß als gesellschaftliches Ziel "max  $J = \int (c - c^*) dt$ " formuliert wurde: Der Wert der Kozustandsvariablen  $p_1(\tau)$  gibt an, wie der Optimalwert des zu maximierenden Integrals ( $J_{opt}$ ) reagiert, wenn zum Zeitpunkt  $\tau$  ceteris paribus eine infinitesimale Veränderung der Zustandsvariablen  $k_n$  eintritt<sup>1)</sup>. Aus  $p_1(\tau) > 1$  kann geschlossen werden, daß die Verwendung einer Einheit des Pro-Kopf-Einkommens für die Aufstockung von  $k_n$  zum Zeitpunkt  $\tau$  den Optimalwert des Integrals vom Zeitpunkt  $\tau$  an um mehr als eine Gütereinheit pro Kopf erhöht. Im Vergleich hierzu würde die alternative Verwendung einer Pro-Kopf-Einkommenseinheit für konsumtive Zwecke den Wert des zu maximierenden Integrals lediglich zum Zeitpunkt  $\tau$  im Ausmaß der Vergrößerung der Differenz zwischen  $c(\tau)$  und  $c^*$  um eine Pro-Kopf-Einkommenseinheit erhöhen. Solange  $p_1(t) > 1$  gilt, trägt demzufolge die Verwendung einer Pro-Kopf-Einkommenseinheit für die Erhöhung von  $k_n$  mehr zur Vergrößerung des zu maximierenden Integrals bei als die alternative Verwendung derselben Einkommenseinheit für konsum-

1) Analytisch läßt sich dieser Zusammenhang wie folgt ausdrücken

$$p_1(\tau) = \frac{\partial J_{opt}}{\partial k_n(\tau)} = \frac{\partial}{\partial k_n(\tau)} \left\{ \int_{t=\tau}^T (c(t) - c^*) dt \right\}$$

Vgl. Zur Interpretation der Kozustandsvariablen die Ausführungen im Anhang I.

tive Zwecke. Da unter diesen Umständen der unmittelbare Wohlfahrtsverlust, der aufgrund des Konsumverzichts zum Zeitpunkt  $t$  entsteht, durch einen späteren Wohlfahrtsge-  
 winn mehr als kompensiert wird, beinhaltet die optimale Strategie eines Schuldnerlandes eine extreme Bevorzugung der nationalen Kapitalakkumulation während der zweiten Phase des Anpassungsprozesses.

Die dadurch induzierte Zunahme von  $k_n$  erzeugt ceteris paribus eine Reduktion der Grenzproduktivität des Kapitals ( $f'$ ). Damit die Bedingung für eine optimale Inanspruchnahme des Auslandskapitals ( $f'=h$ ) weiterhin erfüllt bleibt, muß der Anstieg von  $k_n$  von einer geeigneten Reduktion der Pro-Kopf-Auslandsverschuldung begleitet werden. Da diese Reduktion gemäß (B 35) über eine geeignete Wahl der Kontrollvariablen  $b$  gesteuert werden kann, ist zu klären, welchen Wert  $b$  annehmen muß, damit die Anpassung an den Golden-Rule-Pfad unter Wahrung von  $f'=h$  erfolgt.

Zur Klärung dieser Frage sei zunächst darauf hingewiesen, daß die optimale Nutzung ausländischer Kapitalquellen auch durch  $p_2=0$  und  $\dot{p}_2=0$  (vgl. (B 31) und (B 33)) widerspiegelt wird. Die Kozustandsvariable  $p_2$  zeigt an, wie sich der Optimalwert des zu maximierenden Integrals verändert, wenn ceteris paribus, d.h. bei gegebenem Wert für  $k_n$ , eine Veränderung der Zustandsvariablen  $d$  erfolgt;  $p_2=0$  läßt sich so interpretieren, daß für alternative  $k_n$  die Höhe der Pro-Kopf-Verschuldung in einer Weise gewählt wird, daß eine Variation von  $d$  den Wert des zu maximierenden Integrals weder erhöhen noch vermindern würde. Die Konstanz von  $p_2$  setzt  $\dot{p}_2=\ddot{p}_2=0$  voraus. Differenziert man  $\dot{p}_2$  nochmals nach der Zeit<sup>1)</sup>, dann erhält man unter Ver-

---

1) Vgl. allgemein zur folgenden Vorgehensweise: TU, P.N. van, Introductory Optimization..., a.a.O., S. 206 ff.

wendung von (B 33) die Gleichung

$$(43) \quad \ddot{p}_2 = \dot{p}_1 (h-f') + p_1 (h'\dot{d} - f''\dot{k}_n - f''\dot{d}) \stackrel{!}{=} 0$$

Mit  $h=f'$  und  $p_1 > 1$  erfordert  $\ddot{p}_2=0$ , daß

$$(44) \quad 0 = (h'-f'')\dot{d} - f''\dot{k}_n$$

bzw. mit (B 34) und (B 35)

$$(45) \quad b = \frac{f''(y-gk_n)}{h'-f''} + gd$$

gilt. (45) ist die Bestimmungsgleichung für die optimale Wahl der Kontrollvariablen  $b$ . Da der erste Term auf der rechten Seite von (45) negativ und der zweite Term positiv ist<sup>1)</sup>, kann über das Vorzeichen von  $b$  nur bei genauer Kenntnis der Produktionsfunktion sowie der  $h(d)$ -Funktion eine definitive Aussage getroffen werden. Angenommen  $b$  sei kleiner (größer) als Null, dann ist der Abbau der Pro-Kopf-Verschuldung mit einer Auslandskreditvergabe (Fortsetzung der Auslandskreditaufnahme) verbunden.

Wenden wir abschließend die gleichen Argumentationsketten, die im Fall der Ausgangskonstellation ( $\times$ ) zur Identifizierung von (B) als der für den Übergang von ( $\times$ ) nach  $(d^*, k_n^*)$  optimalen Politik geführt haben, auf eine Ausgangskonstellation der Art ( $\times\times$ ) an (vgl. Abbildung 7), so zeigt sich, daß nun lediglich ein Spar-, Investitions- und Verschuldungsverhalten der Politikategorie (E) für eine optimale Anpassung an den konsummaximierenden Gleichgewichtspfad geeignet ist.

---

1) Es gilt  $f'' < 0$  und  $h' > 0$ ; vgl. Gleichungen (1.3) und (3.8).

Tabelle 4 zeigt, daß bei einem völligen Verzicht auf nationale Ersparnisse ( $s=0$ ) das gesamte Pro-Kopf-Einkommen konsumiert wird<sup>1)</sup>. Der mit der Verhaltensweise (E) einhergehende Abbau des nationalen Pro-Kopf-Kapitalstocks läßt sich durch die ökonomische Interpretation von  $p_1 < 1$  (vgl. (E 30)) rechtfertigen. Aus  $p_1 < 1$  kann geschlossen werden, daß die konsumtive Verwendung einer Pro-Kopf-Einkommenseinheit einen größeren Beitrag zur Maximierung des Integrals liefert als die mit der konsumtiven Verwendung konkurrierende Inanspruchnahme der Einkommenseinheit zur Aufstockung von  $k_n$ . Der völlige Sparverzicht führt gemäß (E 34) dazu, daß  $k_n$  entsprechend der exogenen Rate  $g$  sinkt.

Der den Rückgang von  $k_n$  begleitende Anstieg der Pro-Kopf-Verschuldung ( $d$ ) ist mittels der Kreditaufnahme im Ausland so zu gestalten, daß permanent die Bedingung für eine optimale Nutzung ausländischen Kapitals ( $f'=h$ ) erfüllt ist. Geometrisch kommt diese simultane Änderung von  $k_n$  und  $d$  durch die Bewegung entlang des E-Pfeiles in Abbildung 7 zum Ausdruck<sup>2)</sup>. Gemäß (E 33) impliziert die Bedingung  $f'=h$  die Forderung  $\dot{p}_2 = \ddot{p}_2 = 0$ . Die Bedingung  $\ddot{p}_2 = 0$  kann unter Verwendung von (E 33) wie folgt spezifiziert werden:

$$(46) \quad \ddot{p}_2 = (h' - f'')\dot{d} - f''\dot{k} = 0$$

Einsetzen von (E 34) und (E 35) in (46) sowie anschließende Umformulierungen liefern schließlich

$$(47) \quad b = -\frac{f'' g k_n}{h' - f''} + g d > 0.$$

1) Mit  $s=0$  folgt aus (3a):  $c=f(k_n+d)-r(d)d=y$ .

2) Hierbei verursacht der Anstieg von  $d$  eine Zunahme von  $h$ . Der Anstieg von  $d$  wird durch den Abbau von  $k_n$  übertroffen, so daß bei sinkender gesamtwirtschaftlicher Kapitalintensität eine Zunahme von  $f'$  die Zunahme von  $h$  begleitet.

(47) ist die Bestimmungsgleichung für jene Pro-Kopf-Auslandskreditaufnahme, die die Bedingung  $f'=h$  während der zweiten Phase des Anpassungsprozesses sichert<sup>1)</sup>.

An einer Politik des völligen Sparverzichts ( $s=0$ ) bei gleichzeitiger Zunahme der Auslandsverschuldung entsprechend den durch (47) bestimmten Kapitalimporten ist so lange festzuhalten, bis aufgrund der sukzessiven Reduktion der gesamtwirtschaftlichen Kapitalintensität ( $\dot{k}=\dot{k}_n+d<0$ ) die Grenzproduktivität des Kapitals auf das Niveau der natürlichen Wachstumsrate gestiegen und somit der durch  $f'=h=g$  charakterisierte Golden-Rule-Pfad erreicht ist. Ist dieser Pfad einmal erreicht, so ist Politik (E) durch die den konsummaximierenden Pfad erhaltende Politik (A) abzulösen.

### 3. Optimale Anpassungsprozesse bei begrenzten Kreditaufnahmemöglichkeiten

#### 3.1 Modelltheoretische Berücksichtigung und kontrolltheoretische Bedeutung begrenzter Kreditaufnahmemöglichkeiten

Im vorhergehenden Abschnitt III.2 wurde unter der Annahme, daß die betrachtete Volkswirtschaft in jedem Zeitpunkt in unbegrenztem Umfang Kapital importieren kann, jenes Spar-, Investitions- und Verschuldungsverhalten bestimmt, welches eine optimale Anpassung an den konsummaximierenden Steady-State-Pfad bewirkt. Die folgenden Ausführungen befassen sich wieder mit optimalen Anpassungsprozessen, allerdings jetzt unter der Annahme begrenzter Kreditaufnahmemöglichkeiten. Diesbezüglich ist zunächst zu klären, wie sich die Begrenzung der Kreditaufnahmemöglichkeiten ökonomisch

---

1) Mit  $s=0$  impliziert die Determinierung einer optimalen Pro-Kopf-Kreditaufnahme wegen  $s_1=s+b/y$  folgende optimale Investitionsquote:  $s_1=b/y>0$ .

begründen und modelltheoretisch berücksichtigen läßt. Darüber hinaus sind im Hinblick auf die Ausführungen im Abschnitt III.3.2 die Konsequenzen aufzuzeigen, die aus der Annahme begrenzter Kreditaufnahmemöglichkeiten für die kontrolltheoretische Lösung des dynamischen Optimierungsproblems resultieren.

Im Zusammenhang mit der Konstruktion der  $r(d)$ -Funktion wurde die Hypothese formuliert, daß die positive Abhängigkeit des Kreditzinses ( $r$ ) vom Niveau der Pro-Kopf-Auslandsverschuldung ( $d$ ) durch Risikoerwägungen potentieller Gläubiger erklärbar ist. Befürchtungen seitens der Gläubiger, ein Schuldnerland könne in Zahlungsschwierigkeiten geraten oder gar zahlungsunfähig werden, können jedoch nicht nur durch die reine Höhe der Verschuldung, sondern auch durch die das Tempo der Schuldenakkumulation beeinflussende Höhe der Auslandskreditaufnahme pro Kopf ( $b > 0$ ) hervorgerufen werden. Schlagen sich die in der Höhe der Kreditaufnahme begründeten Befürchtungen ebenfalls in Risikozuschlägen der Gläubiger bei der Kreditgewährung nieder, dann sieht sich ein Schuldnerland mit einem Zins konfrontiert, für den sich die Beziehung

$$(1)' \quad r = r(d,b) > 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial r}{\partial d} > 0 \text{ für } d \geq 0 \\ \frac{\partial r}{\partial b} > 0 \text{ für } b \geq 0 \end{array} \right.$$

angeben läßt.

Aus Gründen der modelltheoretischen Vereinfachung wollen wir im folgenden nicht unterstellen, daß die Gläubiger nur bei steigendem Kreditzins bereit sind, eine steigende Pro-Kopf-Kreditnachfrage zu befriedigen. Vielmehr sei von der Hypothese ausgegangen, daß erstens die Höhe von  $b$  bis zu einer Höchstgrenze  $\beta$  keinen Einfluß auf  $r$  aus-

übt und zweitens über diese Höchstgrenze hinaus selbst dann keine Kreditgewährung erfolgt, wenn der Schuldner bereit wäre, einen unendlich hohen Zins zu zahlen. Folglich finden die Risikoeinschätzungen der Gläubiger hinsichtlich des Tempos der Schuldenakkumulation ihren Ausdruck in einer vollständigen Kreditrationierung des Schuldners, sobald die kritische Schwelle  $\beta$  erreicht wird. Geometrisch lassen sich der geschilderte Zusammenhang zwischen  $b$  und  $r$  sowie die Begrenzung der Kreditaufnahmemöglichkeiten anhand der Abbildung 8 darstellen.

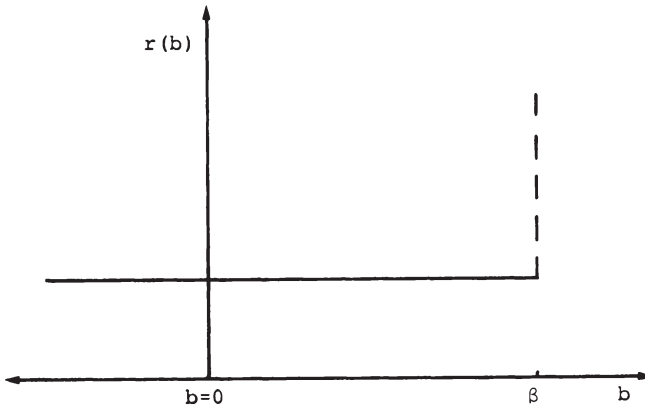


Abbildung 8

Abbildung 8 deutet auch an, daß die im folgenden verwendete Beziehung zwischen  $b$  und  $r$  als Spezialfall in (1)' enthalten ist: Für  $b \leq \beta$  gilt  $\partial r / \partial b = 0$  und für  $b > \beta$  würde  $\partial r / \partial b = \infty$  gelten.



Analytisch kann die Existenz einer Obergrenze ( $\beta$ ) für die Pro-Kopf-Auslandskreditaufnahme ( $b$ ) anhand der Restriktion

$$(48) \quad \beta - b \geq 0 \quad \text{mit } \beta > 0$$

dargestellt werden. Damit folgen wir formal dem Ansatz von BADE, der ebenfalls eine obere Grenze für die Pro-Kopf-Auslandskreditaufnahme berücksichtigt<sup>1)</sup>. Allerdings nennt BADE nicht Risikoüberlegungen potentieller Gläubiger, sondern lediglich "physical limitations on supply" als Ursache für die Beschränkung der Kreditaufnahme<sup>2)</sup>. HAMADA führt ohne Begründung eine Begrenzung der Kreditaufnahmemöglichkeiten durch die Aussage ein, daß die Relation zwischen Kreditaufnahme und Volkseinkommen einen kritischen Wert nicht überschreiten darf<sup>3)</sup>. Dieses Vorgehen interpretiert HANSON als einen Versuch "to incorporate the risk factor"<sup>4)</sup>. Diese Interpretation deckt sich mit den in dieser Arbeit vorgetragenen Argumenten zur Erklärung der Begrenzung der Kreditaufnahmemöglichkeiten.

Hinsichtlich der Konsequenzen der Annahme begrenzter Kreditaufnahmemöglichkeiten für die Lösung des dynamischen Optimierungsproblems ist zunächst zu konstatieren, daß aufgrund der vorausgesetzten Unabhängigkeit des Zinses ( $r$ ) vom Volumen der Pro-Kopf-Kreditaufnahme ( $b$ ) - vgl. Abbildung 8 - der Kreditzins weiterhin gemäß (1)

---

1) Vgl. BADE, R., Optimal Growth..., a.a.O., S. 549.

2) EBENDA, S. 549.

3) Vgl. HAMADA, K., Optimal Capital Accumulation..., a.a.O., S. 686.

4) HANSON, J.A., International Borrowing..., a.a.O., S. 619, FN 12.

lediglich eine Funktion der Pro-Kopf-Verschuldung ( $d$ ) ist. Da dann auch die Grenzkosten für die Inanspruchnahme des Auslandskapitals ( $h$ ) nur von  $d$  abhängen, wird durch die Bedingung (7)  $f'=g=h(d)$  der gleiche konsummaximierende Steady-State-Pfad ( $d^*, k_n^*$ ) determiniert wie im Modell mit unbegrenzten Kreditaufnahmemöglichkeiten.

Allerdings hat die nun zu beachtende Begrenzung der Kreditaufnahmemöglichkeiten Auswirkungen auf den Anpassungsprozeß an die Konstellation ( $d^*, k_n^*$ ): Ausgehend von alternativen Autarkiesituationen ( $d=0, k_n=k_n^a$ ) könnte nach Einführung internationaler Kapitalbewegungen nur dann eine unmittelbare Anpassung an die Bedingung für eine optimale Nutzung ausländischer Kapitalquellen ( $f'=h$ ) erfolgen, falls hierzu lediglich eine Pro-Kopf-Auslandskreditaufnahme in Höhe von  $b \leq \beta$  erforderlich wäre. Da sich unter diesen Umständen kein Unterschied zum Anpassungsprozeß bei unbegrenzten Kreditaufnahmemöglichkeiten ergäbe, soll im folgenden die Realisierung einer unmittelbaren Anpassung (Phase (1)) ausgeschlossen werden. Dies hat zur Folge, daß nunmehr der gesamte Anpassungsprozeß aus dem Pontrjaginschen Maximum-Prinzip der Kontrolltheorie abgeleitet werden muß.

Im Modell mit unbegrenzten Kapitalaufnahmemöglichkeiten bereitete die Lösung des dynamischen Optimierungsproblems keine besonderen Schwierigkeiten. Dies lag insbesondere daran, daß als Anfangsbedingung für die mittels des dynamischen Optimierungsansatzes zu bestimmende Phase (2) der Anpassung von einer ( $d, k_n$ )-Konstellation ausgegangen werden konnte, für die  $f'=h$  gilt. Wie PITCHFORD<sup>1)</sup> in einem

---

1) Vgl. PITCHFORD, J.D., Two State Variable Problems, in: PITCHFORD, J.D./TURNOVSKY, S.J. (Hrsg.), Applications of Control Theory to Economic Analysis, Amsterdam/New York/Oxford 1977, S. 128-154.

anderen ökonomischen Kontext gezeigt hat, resultiert die eindeutige Lösbarkeit eines zwei Zustandsvariablen umfassenden dynamischen Optimierungsproblems deshalb aus dem Vorliegen einer Anfangsbedingung, die durch eine der Gleichung  $f'=h$  äquivalente Gleichung gekennzeichnet ist, weil sich unter dieser Voraussetzung das durch zwei Zustandsvariablen geprägte dynamische Optimierungsproblem auf ein Problem mit einer Zustandsvariablen reduzieren läßt.<sup>1)</sup> Liegt eine derartige für die Problemlösung vorteilhafte Anfangsbedingung nicht vor, so ist es oft nicht möglich, einen optimalen Anpassungsprozeß eindeutig zu identifizieren. PITCHFORD kritisiert in diesem Zusammenhang das in der Literatur zur kontrolltheoretischen Analyse von ökonomischen Problemen mit zwei Zustandsvariablen häufig anzutreffende Vorgehen, die vollständige Lösbarkeit des in Frage stehenden Optimierungsproblems zu behaupten, ohne dafür eine ausreichende Begründung zu liefern<sup>2)</sup>. Als Erklärung und Bewertung dieser Vorgehensweise liest man bei PITCHFORD<sup>3)</sup>: "Very few journals accept papers involving a confession of failure to reach some form of solution. However, for those who have worked in this area it must be common experience to find that a sensible and interesting problem cannot be solved."

Im folgenden werden wir im Anschluß an die Formulierung des dynamischen Optimierungsproblems für den Fall begrenz-

---

1) Vgl. EBENDA, S. 132 ff. Zusätzlich ist erforderlich, daß die beiden Zustandsvariablen addierbar sind und die dynamische Entwicklung dieser Zustandsvariablen linear von den Kontrollvariablen abhängig ist (vgl. EBENDA, S. 129). Diese Anforderungen werden von dem hier zur Diskussion stehenden Modell erfüllt, denn es gilt neben  $k=k_n+d$  auch  $k_n=sy-gk_n$  und  $d=b-gd$ .

2) Vgl. EBENDA, S. 129.

3) EBENDA, S. 153.

ter Kreditaufnahmemöglichkeiten ausgehend von einer durch

$$(40a) \quad g \neq f'(k_n^a) > h(0) = r(0)$$

geprägten Autarkiesituation eine umfassende Lösung des Optimierungsproblems entwickeln. Hierdurch unterscheidet sich die Erörterung des vorliegenden dynamischen Optimierungsproblems vom Vorgehen im Rahmen der mit unserem Modell vergleichbaren Ansätze von HAMADA<sup>1)</sup> und BADE<sup>2)</sup>, da in diesen Arbeiten nur unzureichend deutlich wird, ob und wie man zu der jeweils angegebenen Lösung gelangt. PITCHFORD kommentiert beispielsweise HAMADA's Behauptung<sup>3)</sup>, daß ausgehend von beliebigen Anfangsbedingungen die Steady-State-Werte der relevanten Zustandsvariablen erreicht werden, mit folgendem Hinweis<sup>4)</sup>: "Maybe this is so, but it must be proved, and until it has been, doubt must remain about the solution obtained."

### 3.2 Dynamisches Optimierungsproblem, Optimalitätsbedingungen und Determinierung der Anpassungsprozesse

Aufgrund der Einführung einer Obergrenze für die Pro-Kopf-Auslandskreditaufnahme ist das durch (20), (11), (13) und (23)-(26) formulierte Optimierungsproblem durch die Restriktion (48) zu ergänzen, so daß sich nunmehr folgende

- 
- 1) Vgl. HAMADA, K., Optimal Capital Accumulation, a.a.O., S. 685-697.
  - 2) Vgl. BADE, R., Optimal Growth..., a.a.O., S. 544-552.
  - 3) Vgl. HAMADA, K., Optimal Capital Accumulation, a.a.O., S. 693.
  - 4) PITCHFORD, J.D., Two State Variable Problems, a.a.O., S. 145.

Aufgabe stellt:

$$(20) \quad \max_{s \downarrow(t), b \uparrow(t)} J = \int_0^T \left( (1-s) \{f(k_n+d) - r(d)d\} - c^* \right) dt$$

unter Beachtung von

$$(11) \quad \dot{k}_n = s \{f(k_n+d) - r(d)d\} - gk_n$$

$$(13) \quad \dot{d} = b - gd$$

$$(23) \quad s \leq 1$$

$$(24) \quad s \geq 0$$

$$(25) \quad s + \frac{b}{y} \geq 0$$

$$(48) \quad \beta - b \geq 0$$

$$(26) \quad k_n(0) = k_n^0, \quad k_n(T) = k_n^*$$

$$d(0) = d^0, \quad d(T) = d^*.$$

An die Stelle von (28) tritt jetzt die Lagrange-Funktion

$$(49) \quad L(s, b, k_n, d, p_1, p_2, \phi_1, \phi_2, \phi_3, \phi_4) \\ = H + \phi_1(1-s) + \phi_2 s + \phi_3 \left(s + \frac{b}{y}\right) + \phi_4(\beta - b) .$$

Setzt man (27) unter Verwendung von  $f(k_n+d) - r(d)d = y$  in (49) ein, so ergibt sich die zu (29) analoge Formulierung der Lagrange-Funktion:

$$(50) \quad L = (1-s)y - c^* + p_1(sy - gk_n) + p_2(b - gd) \\ + \phi_1(1-s) + \phi_2 s + \phi_3 \left(s + \frac{b}{y}\right) + \phi_4(\beta - b)$$

In Analogie zum Optimierungsansatz bei unbegrenzten Kreditaufnahmemöglichkeiten lassen sich aus (50) folgende

notwendige Optimalitätsbedingungen ableiten<sup>1)</sup>:

a)

$$(30) \quad \frac{\partial L}{\partial s} = y(p_1 - 1) - \phi_1 + \phi_2 + \phi_3 \stackrel{!}{=} 0$$

$$(51) \quad \frac{\partial L}{\partial b} = p_2 + \frac{\phi_3}{y} - \phi_4 \stackrel{!}{=} 0$$

b)

$$(32) \quad \dot{p}_1 = p_1(g - sf') - f'(1 - s - \phi_3 \frac{b}{y^2})$$

$$(33) \quad \dot{p}_2 = p_2 g - (f' - h)(1 - s + p_1 s - \phi_3 \frac{b}{y^2})$$

c)

$$(34) \quad \dot{k}_n = sy - gk_n$$

$$(35) \quad \dot{d} = b - gd$$

d)

$$(36) \quad \frac{\partial L}{\partial \phi_1} = 1 - s \geq 0, \quad \phi_1 \geq 0, \quad \frac{\partial L}{\partial \phi_1} \phi_1 = 0$$

$$(37) \quad \frac{\partial L}{\partial \phi_2} = s \geq 0, \quad \phi_2 \geq 0, \quad \frac{\partial L}{\partial \phi_2} \phi_2 = 0$$

$$(38) \quad \frac{\partial L}{\partial \phi_3} = s + \frac{b}{y} \geq 0, \quad \phi_3 \geq 0, \quad \frac{\partial L}{\partial \phi_3} \phi_3 = 0$$

$$(52) \quad \frac{\partial L}{\partial \phi_4} = \beta - b \geq 0, \quad \phi_4 \geq 0, \quad \frac{\partial L}{\partial \phi_4} \phi_4 = 0$$

e)

Zusätzlich zu den Bedingungen a)-d) sind bei der Suche nach dem optimalen Anpassungsprozeß die durch (26)

1) Um deutlich werden zu lassen, welche der Optimalitätsbedingungen sich gegenüber dem im Abschnitt III.2 diskutierten Ansatz nicht ändern, wird für unveränderte Bedingungen keine neue Numerierung eingeführt.

erfaßten Anfangs- und Endbedingungen sowie die Transversalitätsbedingung

$$(39) \quad H(T) = 0$$

zu beachten.

Durch die Einführung einer Höchstgrenze für die Pro-Kopf-Kreditaufnahme erweitert sich das Spektrum möglicher Politiken. Hinsichtlich der aus dem Abschnitt III.2.4 bekannten Politiken (A), (B) und (E) - vgl. Tabelle 4 - sind jeweils zwei Varianten zu unterscheiden. Die erste Variante impliziert, daß die Restriktion hinsichtlich der Pro-Kopf-Kreditaufnahme aktiv ist ( $\beta-b=0$ ), d.h. die Kreditaufnahmemöglichkeiten werden voll in Anspruch genommen; diese Verhaltensweise wird in Tabelle 5 mit  $A_1$ ,  $B_1$  bzw.  $E_1$  bezeichnet. Die zweite Variante ( $A_2$ ,  $B_2$  bzw.  $E_2$ ) unterstellt, daß die Restriktion bezüglich der Kontrollvariablen  $b$  inaktiv ist ( $\beta-b>0$ ) und somit das begrenzte Kreditaufnahmepotential nicht völlig ausgeschöpft wird; da für die Politiken  $A_2$ ,  $B_2$  und  $E_2$  die Kreditrationierung nicht aktiv ist, stimmt  $A_2$  mit  $A$ ,  $B_2$  mit  $B$  und  $E_2$  mit  $E$  überein (vgl. die entsprechenden Zeilen aus Tabelle 4 mit den relevanten Zeilen der Tabelle 5). Schließlich bleibt festzustellen, daß sich die Einführung einer Obergrenze  $\beta>0$  auf die bereits im Abschnitt III.2.4 vorgestellten Politiken (C), (D) und (F) nicht auswirkt, da diese Politiken die Wahl von  $b \leq 0$  implizieren.

Tabelle 5: Klassifizierung möglicher Politiken bei begrenzten Kreditaufnahmemöglichkeiten

Politik	1-s	s	$s_1 = s+b/y$	$\beta - b$	$\phi_1$	$\phi_2$	$\phi_3$	$\phi_4$
A <sub>1</sub>	+	+	+	0	0	0	0	+
A <sub>2</sub>	+	+	+	+	0	0	0	0
B <sub>1</sub>	0	+	+	0	+	0	0	+
B <sub>2</sub>	0	+	+	+	+	0	0	0
C	+	0	0	+	0	+	+	0
D	+	+	0	+	0	0	+	0
E <sub>1</sub>	+	0	+	0	0	+	0	+
E <sub>2</sub>	+	0	+	+	0	+	0	0
F	0	+	0	+	+	0	+	0

Für die in Tabelle 5 klassifizierten Verhaltensweisen lassen sich die Optimalitätsbedingungen a)-c) wie folgt spezifizieren<sup>1)</sup>:

Politik A<sub>1</sub>

$$(A_1 \ 30) \quad p_1 = 1$$

$$(A_1 \ 51) \quad p_2 > 0$$

$$(A_1 \ 32) \quad \dot{p}_1 = g - f' \stackrel{!}{=} 0$$

$$(A_1 \ 33) \quad \dot{p}_2 = p_2 g - (f' - h)$$

$$(A_1 \ 34) \quad \dot{k}_n = sy - gk_n$$

$$(A_1 \ 35) \quad \dot{d} = \beta - gd$$

Politik A<sub>2</sub>

$$(A_2 \ 30) \quad p_1 = 1$$

$$(A_2 \ 51) \quad p_2 = 0$$

$$(A_2 \ 32) \quad \dot{p}_1 = g - f' \stackrel{!}{=} 0$$

$$(A_2 \ 33) \quad \dot{p}_2 = h - f' \stackrel{!}{=} 0$$

$$(A_2 \ 34) \quad \dot{k}_n = sy - gk_n$$

$$(A_2 \ 35) \quad \dot{d} = b - gd$$

1) Zur Herleitung der folgenden Gleichungen und Ungleichungen vgl. Anhang III.



Politik B<sub>1</sub>

(B<sub>1</sub> 30)  $p_1 > 1$

(B<sub>1</sub> 51)  $p_2 > 0$

(B<sub>1</sub> 32)  $\dot{p}_1 = p_1(g-f')$

(B<sub>1</sub> 33)  $\dot{p}_2 = p_2g - (f'-h)p_1$

(B<sub>1</sub> 34)  $\dot{k}_n = y - gk_n$

(B<sub>1</sub> 35)  $\dot{d} = \beta - gd$

Politik B<sub>2</sub>

(B<sub>2</sub> 30)  $p_1 > 1$

(B<sub>2</sub> 51)  $p_2 = 0$

(B<sub>2</sub> 32)  $\dot{p}_1 = p_1(g-f')$

(B<sub>2</sub> 33)  $\dot{p}_2 = p_1(h-f') \stackrel{!}{=} 0$

(B<sub>2</sub> 34)  $\dot{k}_n = y - gk_n$

(B<sub>2</sub> 35)  $\dot{d} = b - gd$

## Politik C

(C 30)  $p_1 < 1$

(C 51)  $p_2 < 0$

(C 32)  $\dot{p}_1 = p_1g - f'$

(C 33)  $\dot{p}_2 = p_2g - (f'-h)$

(C 34)  $\dot{k}_n = -gk_n$

(C 35)  $\dot{d} = -gd$

## Politik D

(D 30)  $p_1 < 1$

(D 51)  $p_2 < 0$

(D 32)  $\dot{p}_1 = p_1g - f'$

(D 33)  $\dot{p}_2 = p_2g - (f'-h)$

(D 34)  $\dot{k}_n = sy - gk_n$

(D 35)  $\dot{d} = -sy - gd$

Politik E<sub>1</sub>

(E<sub>1</sub> 30)  $p_1 < 1$

(E<sub>1</sub> 51)  $p_2 > 0$

(E<sub>1</sub> 32)  $\dot{p}_1 = p_1g - f'$

(E<sub>1</sub> 33)  $\dot{p}_2 = p_2g - (f'-h)$

(E<sub>1</sub> 34)  $\dot{k}_n = -gk_n$

(E<sub>1</sub> 35)  $\dot{d} = \beta - gd$

Politik E<sub>2</sub>

(E<sub>2</sub> 30)  $p_1 < 1$

(E<sub>2</sub> 51)  $p_2 = 0$

(E<sub>2</sub> 32)  $\dot{p}_1 = p_1g - f'$

(E<sub>2</sub> 33)  $\dot{p}_2 = h - f' \stackrel{!}{=} 0$

(E<sub>2</sub> 34)  $\dot{k}_n = -gk_n$

(E<sub>2</sub> 35)  $\dot{d} = b - gd$

## Politik F

$$(F \ 30) \quad p_1 \geq 1 \quad \text{für} \quad \phi_1 \geq \phi_3$$

$$(F \ 51) \quad p_2 < 0$$

$$(F \ 32) \quad \dot{p}_1 = p_1 g - f'(p_1 - p_2) \quad , \quad p_1 - p_2 > 1$$

$$(F \ 33) \quad \dot{p}_2 = p_2 g - (\hat{f}' - h)(p_1 - p_2) \quad , \quad p_1 - p_2 > 1$$

$$(F \ 34) \quad \dot{k}_n = y - gk_n$$

$$(F \ 35) \quad \dot{d} = -y - gd$$

Aus der vorgenommenen Spezifizierung der Hamilton-Bedingungen (30)-(35) läßt sich jetzt der optimale Anpassungsprozeß an den konsummaximierenden Steady-State-Pfad ableiten. Da die diesbezüglichen Überlegungen notgedrungen relativ komplex sind, sei das weitere Vorgehen kurz vorgezeichnet:

In einem ersten Schritt muß die Verhaltensweise identifiziert werden, mit welcher der optimale Anpassungsprozeß beginnen soll. Zu diesem Zweck muß u.a. geklärt werden, unter welchen Voraussetzungen die Ablösung einer Politik durch eine andere mit den für eine Optimallösung notwendigen Hamilton-Bedingungen kompatibel ist.

Die Ableitungen dieser Voraussetzungen kann gleichzeitig als Vorarbeit für den zweiten Schritt betrachtet werden, denn auf dieser zweiten Stufe der Argumentation geht es um die Frage, von welcher Verhaltensweise die als optimal identifizierte Startpolitik ggf. abzulösen ist, um die Fortsetzung eines optimalen An-

passungsprozesses zu garantieren. Mit der Bestimmung der Startpolitik (1.Schritt) sowie der Reihenfolge von Politiken, die sich der Startpolitik bis zum Erreichen des Golden-Rule-Pfades anschließen sollen (2.Schritt), ist der optimale Anpassungsprozeß determiniert<sup>1)</sup>. Dieser formal hergeleitete Prozeß ist anschließend ökonomisch zu deuten.

### 1. Schritt

Im Hinblick auf die Determinierung der optimalen Startpolitik sei zunächst nochmals betont, daß die Politik ( $A_2$ ) mit (A), ( $B_2$ ) mit (B) und ( $E_2$ ) mit (E) identisch ist. Daher kann es nicht überraschen, daß auch die Spezifizierung der Bedingungen (30)-(35) die gleichen Informationen liefert wie die im Modell mit unbegrenzten Kreditaufnahmemöglichkeiten relevanten Bedingungen (A 30)-(A 35) bzw. (B 30)-(B 35) bzw. (E 30)-(E 35). Wertet man diese Informationen in gleicher Weise aus wie im Modell mit unbegrenzten Kreditaufnahmemöglichkeiten, dann gelangt man erstens zu dem Ergebnis, daß ( $A_2$ ) zur Anwendung gelangen sollte, wenn der durch  $f'=h=g$  charakterisierte Golden-Rule-Pfad bereits erreicht ist. Zweitens wird deutlich, daß ( $B_2$ ) die optimale Politik zur Anpassung an den Golden-Rule-Pfad darstellt, wenn eine  $(d, k_n)$ -Konstellation erreicht ist, für die  $f'=h$  und  $f'>g$  gilt. Schließlich zeigt sich drittens, daß eine durch  $f'=h$  und  $f'<g$  geprägte  $(d, k_n)$ -Konstellation den Einsatz der Politik ( $E_2$ ) erforderlich macht. Diese Resultate lassen sich in Abbildung 9 durch die Bezeichnung der  $(d^*, k_n^*)$ -Konstellation mit ( $A_2$ ) sowie die Berücksichtigung der Pfeile ( $B_2$ ) und ( $E_2$ ) verdeutlichen.

---

1) Die Bestimmung einer optimalen Reihenfolge von Teillösungen des dynamischen Optimierungsproblems wird in der Literatur zur Kontrolltheorie auch als "Syntheseproblem" bezeichnet. Vgl. z.B. PITCHFORD, J.D., Two State Variable Problems, a.a.O., S. 137; FEICHTINGER, G./HARTL, R.F., Optimale Kontrolle ökonomischer Prozesse, Berlin/New York 1986, S. 62.

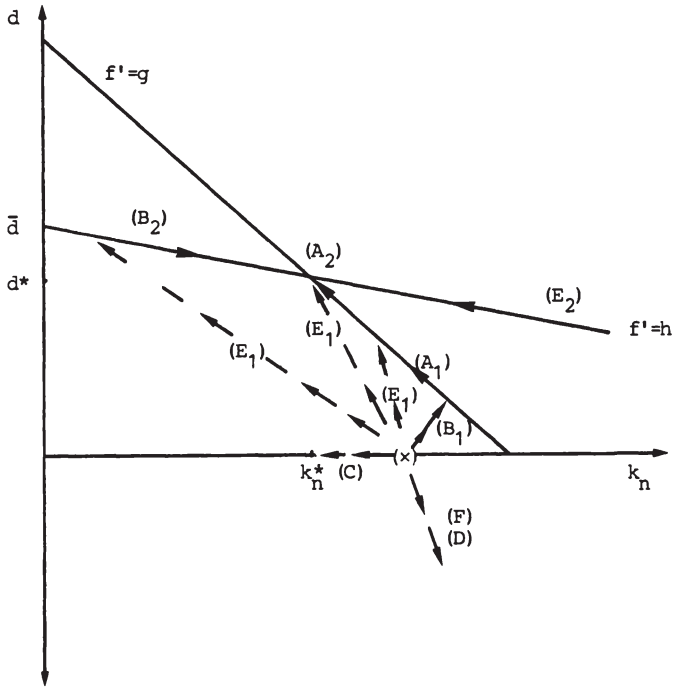


Abbildung 9

Hinsichtlich der Politik  $(A_1)$  läßt sich unter Beachtung von  $(A_1, 32)$  feststellen, daß diese Politik nur optimal sein kann, falls die optimale gesamtwirtschaftliche Kapitalintensität  $(k^*)$  bereits realisiert und somit  $f'=g$  gegeben ist.

Die Politiken  $(A_2)$ ,  $(A_1)$ ,  $(B_2)$  und  $(E_2)$  scheiden für den Beginn des optimalen Abpassungsprozesses aus, da sie nur dann optimale Verhaltensweisen darstellen, wenn Bedingungen vorliegen, die in der durch

$$(40a) \quad g \neq f'(k_n^a) > h(0) = r(0)$$

charakterisierten Autarkielage gerade nicht erfüllt sind.

Zur weiteren Eingrenzung einer geeigneten Startpolitik sollen anhand der Spezifikation der Hamilton-Bedingungen einige Mindestvoraussetzungen abgeleitet werden, die vor einem Wechsel von einer Politik zu einer anderen erfüllt sein müssen<sup>1)</sup>. Wie sich diese Voraussetzungen ableiten lassen, sei beispielhaft an einem denkbaren Übergang von Politik ( $B_1$ ) zu einer der anderen Politikategorien verdeutlicht:

Wie ( $B_1$  30) und ( $B_1$  51) verdeutlichen, ist ( $B_1$ ) nur eine optimale Politik, falls  $p_1 > 1$  und  $p_2 > 0$  gilt. Angenommen diese Optimalbedingungen seien erfüllt, dann kann beispielsweise ein Wechsel zu der durch  $p_1 = 1$  und  $p_2 = 0$  gekennzeichneten<sup>2)</sup> Politik ( $A_2$ ) nur vorgenommen werden, wenn während der Zeitspanne, in der ( $B_1$ ) angewendet wird  $\dot{p}_1 < 0$  und  $\dot{p}_2 < p$  gilt, da andernfalls die für die Anwendung von ( $A_2$ ) erforderlichen Werte  $p_1 = 1$  und  $p_2 = 0$  nicht erreicht werden können. Unter Beachtung von  $p_1 > 1 > 0$  zeigt ( $B_1$  32) an, daß  $\dot{p}_1 < 0$  während der Anwendung von Politik ( $B_1$ ) nur dann realisiert werden kann, wenn  $g < f'$  gilt. Eine notwendige Voraussetzung für den Wechsel von ( $B_1$ ) zu ( $A_2$ ) stellt also die Relation  $g < f'$  dar. ( $B_1$  33) offenbart unter Beachtung von  $p_2 > 0$  und  $p_1 > 1 > 0$ , daß mit  $\dot{p}_2 < 0$  nur zu rechnen ist, falls während der Anwendung der Politik ( $B_1$ )  $h < f'$  gilt. Eine weitere notwendige Voraussetzung für den Wechsel von ( $B_1$ ) nach ( $A_2$ ) liefert folglich die Relation  $h < f'$ .

1) Im Rahmen anderer ökonomischer Fragestellungen wurde der nun zum Tragen kommende Baustein zur Lösung dynamischer Optimierungsprobleme z.B. von VOUSDEN, N., International Trade and Exhaustible Resources: A Theoretical Model, in: International Economic Review, Vol. 15 (1974), S. 155 ff und PITCHFORD, J.D., Two State Variable Problems, a.a.O., S. 139 ff verwendet.

2) Vgl. ( $A_2$  30) und ( $A_2$  51).

Politik ( $A_1$ ) erfordert ebenfalls  $p_1=1$ , die Politiken (C), (D), ( $E_1$ ) und ( $E_2$ ) setzen sogar  $p_1 < 1$  voraus. Damit die durch  $p_1 > 1$  gekennzeichnete Politik ( $B_1$ ) von ( $A_1$ ), (C), (D), ( $E_1$ ) oder ( $E_2$ ) abgelöst werden kann, muß folglich wieder  $\dot{p}_1 < 0$  während der Anwendung von Politik ( $B_1$ ) gelten. ( $B_1$  32) zeigt abermals, daß  $\dot{p}_1 < 0$  unter Berücksichtigung von  $p_1 > 1 > 0$  die Relation  $g < f'$  voraussetzt. Da sich sowohl ( $B_1$ ) als auch ( $B_2$ ) durch  $p_1 > 1$  auszeichnen, erfordert ein Wechsel von ( $B_1$ ) zu ( $B_2$ ) keine bestimmte Relation zwischen  $g$  und  $f'$ . Hinsichtlich eines Wechsels von ( $B_1$ ) zu (F) kann keine vorauszusetzende Relation zwischen  $g$  und  $f'$  angegeben werden, da sich der mit (F) verbundene Wert für  $p_1$  nicht eindeutig bestimmen läßt.

Weiter ist nun zu prüfen, ob - wie für den Wechsel von ( $B_1$ ) nach ( $A_2$ ) - ein Übergang von ( $B_1$ ) zu den verbleibenden Politiken eine bestimmte Relation zwischen  $h$  und  $f'$  erforderlich macht: Die Politiken ( $B_2$ ) und ( $E_2$ ) sind durch  $p_2=0$ , die Politiken (C), (D) und (F) gar durch  $p_2 < 0$  gekennzeichnet. Damit die durch  $p_2 > 0$  beschriebene Politik ( $B_1$ ) von ( $B_2$ ), ( $E_2$ ), (C), (D) oder (F) ersetzt werden kann, muß während der Anwendung von ( $B_1$ )  $\dot{p}_2 < 0$  erfüllt sein. Dies ist, wie ( $B_1$  33) unter Beachtung von  $p_1 > 1 > 0$  und  $p_2 > 0$  erkennen läßt, nur möglich, falls die Relation  $h < f'$  vorliegt. Da sich sowohl ( $A_1$ ) als auch ( $E_1$ ) wie ( $B_1$ ) durch  $p_2 > 0$  auszeichnen, bedarf es keiner besonderen Relation zwischen  $h$  und  $f'$ , die vor einem Wechsel von ( $B_1$ ) zu ( $A_1$ ) oder ( $E_1$ ) existieren muß.

In gleicher Weise lassen sich für die anderen Politik-kategorien Voraussetzungen ableiten, die vor einem Politikwechsel erfüllt sein müssen. Diese Voraussetzungen

sind in Tabelle 6 zusammengefaßt. Allerdings weist Tabelle 6 nicht die erforderlichen Relationen zwischen  $g$  und  $f'$  bzw.  $h$  und  $f'$  aus, die für einen Wechsel von  $(A_2)$  zu einer anderen Politik notwendig sind, denn die mit  $(A)$  identische Politik  $(A_2)$  beschreibt das Spar-, Investitions- und Verschuldungsverhalten, welches auf dem Golden-Rule-Pfad gezeigt werden sollte, um die Fortentwicklung auf diesem Pfad zu sichern. Eine Ablösung dieser Politik steht verständlicherweise nicht zur Diskussion

Unter Beachtung der Informationen der Tabelle 6 ist jetzt zu prüfen, welche der verbliebenen Politiken  $(B_1)$ ,  $(C)$ ,  $(D)$ ,  $(E_1)$  und  $(F)$  für den Beginn des Anpassungsprozesses geeignet sind. Hierzu sei zunächst die Autarkielage näher spezifiziert, indem (40a) durch

$$(40b) \quad f'(k_n^a) > h(0) = r(0) \text{ mit } f'(k_n^a) > g$$

ersetzt wird. Auf Abbildung 9 übertragen beinhaltet (40b) eine sowohl unterhalb der  $(f'=h)$ -Kurve als auch unterhalb der  $(f'=g)$ -Kurve liegende Ausgangssituation; diese Autarkielage wird in Abbildung 9 mittels des Symbols  $(\times)$  kenntlich gemacht. Autarkiesituationen, die durch  $f'(k_n^a) > h(0) = r(0)$  und  $f'(k_n^a) < g$  geprägt sind, werden kurz am Ende dieses Abschnittes betrachtet.

Würde man ausgehend von der in Abbildung 9 mit  $(\times)$  bezeichneten Ausgangslage die Politik  $(D)$  anwenden, so ergäbe sich gemäß (D 35)  $\dot{d} < 0$  und gemäß (D 34) in Verbindung mit (D 35)  $\dot{k} = \dot{k}_n + \dot{d} < 0$ <sup>1)</sup>. Aus schon erörterten Gründen bewirkt einerseits die Reduktion von  $d$  eine Verringerung von  $h$ ;

1) Vgl. Pfeil  $(D)$  in Abbildung 9.

Tabelle 6: Voraussetzungen, die unter Optimierungs-  
gesichtspunkten vor einem Politikwechsel  
erfüllt sein müssen<sup>1)</sup>

zur von Politik Politik	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>	C	D	E <sub>1</sub>	E <sub>2</sub>	F
A <sub>1</sub>	-	h < f'	-	h < f'	h < f'	h < f'	-	h < f'	? h < f'
B <sub>1</sub>	g < f' -	g < f' h < f'	-	h < f'	g < f' h < f'	g < f' h < f'	g < f' -	g < f' h < f'	? h < f'
B <sub>2</sub>	g < f' -	g < f'	-	-	g < f' -	g < f' -	g < f' -	g < f' -	? -
C	g > f' h > f'	g > f' h > f'	g > f' h > f'	g > f' h > f'	-	-	- h > f'	- h > f'	? -
D	g > f' h > f'	g > f' h > f'	g > f' h > f'	g > f' h > f'	-	-	- h > f'	- h > f'	? -
E <sub>1</sub>	g > f' -	g > f' h < f'	g > f' -	g > f' h < f'	h < f'	h < f'	-	h < f'	? h < f'
E <sub>2</sub>	g > f' -	g > f' -	g > f' -	g > f' -	-	-	-	-	? -
F	? h > f'	? h > f'	? h > f'	? h > f'	? -	? -	? h > f'	? h > f'	? -

1) Ein Strich zeigt an, daß keine Voraussetzung erforderlich ist. Dem ?-Zeichen ist zu entnehmen, daß eine Voraussetzung nicht abgeleitet werden kann.



andererseits hat der Rückgang der gesamtwirtschaftlichen Kapitalintensität einen Anstieg von  $f'$  zur Folge. Da damit die schon in der Ausgangssituation herrschende positive Differenz zwischen  $f'$  und  $h$  bzw.  $f'$  und  $g$  größer werden würde, wird offensichtlich, daß Politik (D) eine Entfernung von der anzustrebenden Konstellation  $(d^*, k_n^*)$ , die sich durch  $f'=h=g$  auszeichnet, einleiten würde. Aus Tabelle 6 läßt sich gleichzeitig entnehmen, daß die weiterhin relevante Ungleichung  $f'>h$  lediglich eine Ablösung der Politik (D) durch (C) oder (F) erlauben würde. Da (C) und (F) - wie gleich zu sehen sein wird - ebenfalls zu keiner Annäherung an den die Eigenschaft " $f'=g=h$ " aufweisenden Steady-State-Pfad beitragen und damit die durch (D) eingeleitete Entfernung von  $(d^*, k_n^*)$  nicht korrigieren können, läßt sich (D) als geeignete Startpolitik ausschließen.

(F) ist als Startpolitik ebenfalls untauglich, denn auch diese Politik würde über  $\dot{d}<0$  (vgl. (F 35)) einen Rückgang von  $h$  sowie über  $\dot{k}_n<0$  (vgl. (F 34) in Verbindung mit (F 35)) einen Anstieg von  $f'$  herbeiführen und somit zu einer Entfernung von der durch  $f'=h=g$  geprägten Golden-Rule-Konstellation  $(d^*, k_n^*)$  beitragen<sup>1)</sup>. Da weiterhin die Relation  $f'>h$  anzutreffen wäre, käme gemäß Tabelle 6 nur eine Substitution von (F) durch die gleichfalls nicht zum Ziel führenden Politiken (C) oder (D) in Betracht.

Auch (C)<sup>2)</sup> kann als Startpolitik ausgeschlossen werden, denn wegen  $\dot{d}=0$  (vgl. (C 35) mit  $d=0$ ) und  $\dot{k}_n<0$  (vgl. (C 34)) wäre eine Reduktion von  $k$  und somit ein Anstieg von  $f'$  die unmittelbare Konsequenz. Abermals ist die Zunahme der

---

1) Die durch (F) ausgelöste Veränderung von  $d$  und  $k_n$  wird durch den (F)-Pfeil in Abbildung 9 angedeutet.

2) Vgl. Pfeil (C) in Abbildung 9.

positiven Differenz zwischen  $f'$  und  $h$  bzw.  $f'$  und  $g$  nicht durch die einzigen in dieser  $(d, k_n)$ -Region durchführbaren Politikwechsel zu (F) oder (D) rückgängig zu machen.

Den Politiken (D), (F) und (C) konnte eindeutig eine Entfernung von dem durch  $f'=h=g$  geprägten Golden-Rule-Pfad zugeschrieben werden. Obwohl dies im Hinblick auf die Politik ( $E_1$ ) nicht möglich ist, kann auch diese Verhaltensweise als Startpolitik ausgeschlossen werden. ( $E_1$  35) ist zu entnehmen, daß mit Politik ( $E_1$ ) ein Aufbau der Pro-Kopf-Verschuldung ( $\dot{d}>0$ ) und somit eine Erhöhung von  $h$  verknüpft ist. Gleichzeitig erkennt man an ( $E_1$  34), daß diese Zunahme von  $d$  von einer Reduktion des nationalen Pro-Kopf-Kapitalstocks ( $\dot{k}_n < 0$ ) begleitet wird, der Gesamteffekt auf die gesamtwirtschaftliche Kapitalintensität und die Grenzproduktivität des Kapitals ( $f'$ ) ist daher ungewiß. Demzufolge kann bei konstantem  $g$  und steigendem  $h$  nicht eindeutig geklärt werden, ob die in der Autarkielage existierenden Differenzen zwischen  $f'$  und  $g$  sowie zwischen  $f'$  und  $h$  durch die Politik ( $E_1$ ) abnehmen, zunehmen oder konstant bleiben.

Die drei ( $E_1$ )-Pfeile in Abbildung 9 deuten alternative Entwicklungen an, die durch ( $E_1$ ) ausgelöst werden können<sup>1)</sup>. Der mit dem geringsten Steigungsmaß und flacher<sup>2)</sup> als die ( $f'=g$ )-Kurve verlaufende ( $E_1$ )-Pfeil trifft - so wird hier unterstellt - über kurz oder lang auf die ( $f'=h$ )-Kurve. Bei Erreichen der ( $f'=h$ )-Kurve in einer Region des  $(d, k_n)$ -Diagramms, in der  $f'>g$  gilt, müßte fortan die Politik ( $B_2$ ) angewendet werden, da diese unter der Bedingung  $f'=h>g$  das optimale Verhalten darstellt. Der Tabelle 6 können wir jedoch entnehmen, daß ein Wechsel

1) Wegen  $\dot{d}>0$  und  $\dot{k}_n < 0$  verlaufen alle drei Pfeile von rechts unten nach links oben.

2) Das Vorliegen eines flacher als die ( $f'=g$ )-Kurve verlaufenden ( $E_1$ )-Pfeiles impliziert, daß die Reduktion von  $k_n$  den Anstieg von  $d$  übertrifft, daher  $k$  sinkt und somit  $f'$  ansteigt.

von  $(E_1)$  zu  $(B_2)$  die Existenz der Relation  $h < f'$  sowie der Relation  $g > f'$  vor dem Wechsel voraussetzt. Da die zweite, aus den Optimalitätsbedingungen abgeleitete Voraussetzung nicht gegeben ist, vielmehr während der Anwendung der Politik  $(E_1)$   $g < f'$  gilt, kann der Wechsel von  $(E_1)$  zu  $(B_2)$  nicht Teil eines optimalen Anpassungsprozesses an den Golden-Rule-Pfad sein.

Zu ähnlichen Ergebnissen führt die Betrachtung der Entwicklungen, die durch die verbleibenden zwei  $(E_1)$ -Pfeile wiedergegeben werden. Beide Pfeile verlaufen steiler als die  $(f'=g)$ -Kurve, demnach übersteigt die Zunahme von  $d$  den Rückgang von  $k_n$ , so daß  $k$  ansteigt und damit  $f'$  sinkt. Für den steilsten der drei  $(E_1)$ -Pfeile wird dabei angenommen, daß im Zuge der von einem Schuldenaufbau begleiteten Kapitalintensivierung über kurz oder lang die optimale Kapitalintensität ( $k^*$ ) und somit eine auf der  $(f'=g)$ -Kurve liegende  $(d, k_n)$ -Konstellation realisiert wird. Bei Erreichen der  $(f'=g)$ -Kurve in einer Region des  $(d, k_n)$ -Diagramms, in der  $f' > h$  gilt, müßte von nun an die Politik  $(A_1)$  verfolgt werden. Die hierzu notwendige Ablösung von  $(E_1)$  durch  $(A_1)$  erfordert gemäß Tabelle 6, daß vor der Ablösung  $g > f'$  gilt, eine Voraussetzung, die aufgrund der hier unterstellten Autarkiesituation nicht erfüllt ist. Folglich kann auch die Ablösung von  $(E_1)$  durch  $(A_1)$  nicht Ausdruck einer optimalen Anpassungsstrategie sein.

Hinsichtlich des mittleren der drei  $(E_1)$ -Pfeile läßt sich schließlich feststellen, daß die Politik  $(E_1)$  letztlich direkt durch die auf dem Golden-Rule-Pfad optimale Politik  $(A_2)$  ersetzt werden müßte. Wieder zeigt aber Tabelle 6, daß dieser Wechsel nur dann Teil einer optimalen Anpassung sein kann, falls vor diesem Politikwechsel neben  $h < f'$  auch  $g > f'$  gilt; letztere Voraussetzung ist abermals nicht erfüllt.

Nachdem deutlich geworden ist, daß ( $E_1$ ) keine optimale Startpolitik sein kann, bleibt zu zeigen, daß lediglich die Politik ( $B_1$ ) den Beginn einer optimalen Anpassung bilden kann. Wie durch den ( $B_1$ )-Pfeil in Abbildung 9 verdeutlicht wird, induziert die Politik ( $B_1$ ) gemäß ( $B_1$  34) und ( $B_1$  35) einen simultanen Anstieg von  $k_n$  und  $d$ <sup>1)</sup>. Die mit diesem simultanen Anstieg einhergehende Erhöhung der gesamtwirtschaftlichen Kapitalintensität ( $k$ ) verursacht einen Rückgang der Grenzproduktivität des Kapitals ( $f'$ ), so daß sich erstens die Differenz zwischen  $f'$  und  $g$  sowie zweitens bei steigendem  $h$  die Diskrepanz zwischen  $f'$  und  $h$  vermindert. Für die Analyse der weiteren Anpassungsprozesse ist es wichtig zu wissen, ob die Politik ( $B_1$ ) zuerst die Differenz zwischen  $f'$  und  $g$  oder jene zwischen  $f'$  und  $h$  völlig beseitigt. Im ersten (zweiten) Fall würde die optimale gesamtwirtschaftliche Kapitalintensität (optimale Nutzung ausländischer Kapitalquellen) realisiert, bevor eine optimale Nutzung ausländischer Kapitalquellen (die optimale gesamtwirtschaftliche Kapitalintensität) erreicht ist. Welches Ergebnis die Anwendung von ( $B_1$ ) hervorbringt, hängt wesentlich von der konkreten Autarkielage ab, von der innerhalb des durch (40b) abgesteckten Bereichs ausgegangen wird. So läßt z.B. der in Abbildung 9 festgelegte Autarkiepunkt keine Zweifel darüber entstehen, daß bei Anwendung von ( $B_1$ ) die ( $f'=g$ )-Kurve bei weiterhin

---

1) Wie schon bei der Erörterung der Politik ( $E_1$ ) wird auch jetzt implizit davon ausgegangen, daß  $\beta$  groß genug ist, um gemäß  $d=\beta-gd$  einen Anstieg von  $d$  zu induzieren. Hinsichtlich der Mindestgröße von  $\beta$  sei jetzt und im folgenden angenommen, daß  $\beta$  groß genug ist, um für alternative unter der ( $f'=h$ )-Kurve liegende ( $d, k_n$ )-Konstellationen einen Anstieg von  $d$  zu gewährleisten. Trifft man diese Annahme nicht, so könnte sich z.B. im Zuge einer anfänglichen Erhöhung von  $d$  eine Situation  $d=\beta-gd=0$  einstellen, die eine vollständige Anpassung an  $d^*$  unmöglich macht. Bezeichnet man in Abbildung 9 den Schnittpunkt zwischen der ( $f'=h$ )-Kurve und der Ordinate mit  $\bar{d}_1$ , so erfüllt  $\beta$  die Mindestanforderung, falls  $d=\beta-gd \geq 0$  und somit  $\beta \geq gd$  gilt. Zu erwähnen ist schließlich, daß auch hinsichtlich des Pro-Kopf-Einkommens ( $y$ ) angenommen wird, daß  $y$  groß genug ist, um einen Anstieg von  $k_n$  zu garantieren.

existierender Differenz zwischen  $f'$  und  $h$  erreicht wird.

## 2. Schritt

Die Identifikation von  $(B_1)$  als der optimalen Startpolitik für den Fall einer durch (40b) charakterisierten Autarkiesituation veranlaßt auf der zweiten Stufe der Argumentation zu der Frage, durch welche Politikreihenfolge die Verhaltensweise  $(B_1)$  im Verlauf des Anpassungsprozesses abzulösen und wie die gefundene Synthese optimaler Politiken ökonomisch zu interpretieren ist. Um die Bedeutung der konkreten Autarkiesituation für die Beantwortung dieser Fragen herauszustreichen, werden anhand der Abbildung 10 ausgehend von zwei verschiedenen Autarkiepunkten ( $\underline{k}_n^a$  bzw.  $\bar{k}_n^a$ ), die beide durch  $f' > h(0) = r(0)$  und  $f' > g$  geprägt sind, die erforderlichen Überlegungen angestellt.

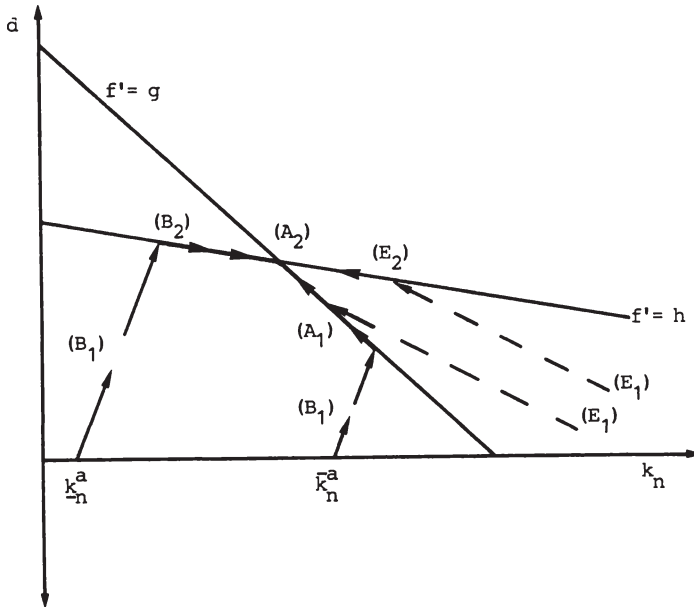


Abbildung 10

Ausgehend von  $k_n^a$  bewirkt die durch  $(B_1)$  ausgelöste Kapitalakkumulation zunächst eine Realisierung der Bedingung  $f'=h$ . Da weiterhin  $f'>g$  gilt, muß fortan die Politik  $(B_2)$  zum Einsatz kommen, um unter Wahrung von  $f'=h$  schließlich auch für die Verwirklichung der Bedingung  $f'=g$  zu sorgen. Vor der Ablösung von  $(B_1)$  durch  $(B_2)$  gilt  $h<f'$ , so daß die einzige für den Wechsel von  $(B_1)$  zu  $(B_2)$  erforderliche Voraussetzung (vgl. Tabelle 6) erfüllt ist. Führt die Anwendung der Politik  $(B_2)$  schließlich auch die Übereinstimmung zwischen  $f'$  und  $g$  herbei, dann ist  $(B_2)$  durch  $(A_2)$  zu substituieren. Da vor dem Übergang von  $(B_2)$  zu  $(A_2)$   $g<f'$  gilt, erfüllt der Wechsel die in Tabelle 3 geforderten Voraussetzungen.

Ökonomisch läßt sich die durch die Politikreihenfolge  $\{(B_1), (B_2), (A_2)\}$  charakterisierte Lösung des dynamischen Optimierungsproblems unter Rückgriff auf die mit den jeweiligen Politiken verbundenen Werte der Kozustandsvariablen folgendermaßen interpretieren:

$(B_1)$  reflektiert ein Spar-, Investitions- und Verschuldungsverhalten, welches sich durch eine extreme Bevorzugung der nationalen Spartätigkeit ( $s=1$ ) in Verbindung mit einer völligen Ausschöpfung der Kreditaufnahmemöglichkeiten ( $b=\beta$ ) auszeichnet. Durch diese Verhaltensweise wird nicht nur eine schnellstmögliche Akkumulation des nationalen Kapitalstocks und der Auslandsverschuldung, sondern auch eine schnellstmögliche Akkumulation<sup>1)</sup> des gesamten in der inländischen Volkswirtschaft eingesetzten Kapitalstocks erzielt.

Die vollständige Inanspruchnahme der Verschuldungsmöglichkeiten ist zum einen geboten, weil  $f'>h$  anzeigt,

---

1) Die die Kapitalakkumulation determinierende Investitionsquote  $s_1$  nimmt den größtmöglichen Wert  $s_1=1+\beta/y$  an.

daß die durch die Kreditaufnahme ermöglichte Erhöhung der Kapitalintensität *ceteris paribus* Produktionssteigerungen ( $f'\Delta d$ ) hervorruft, welche die Kosten der Kapitalintensivierung ( $h\Delta d$ ) übertreffen<sup>1)</sup>. Zum anderen verdeutlicht der durch Politik ( $B_1$ ) implizierte Wert der Ko-zustandsvariablen ( $p_2 > 0$ ), daß die Erhöhung der Pro-Kopf-Verschuldung einen positiven Beitrag zur Maximierung des Integrals  $J$  liefert<sup>2)</sup>.

Politik ( $B_1$ ) beinhaltet gemäß ( $B_1$ , 30)  $p_1 > 1$ . Wie an anderer Stelle<sup>3)</sup> schon erläutert wurde, läßt dieser Wert für die Konzustandsvariable  $p_1$  den Schluß zu, daß die Verwendung einer Pro-Kopf-Einkommenseinheit für die Erhöhung von  $k_n$  mehr zur Vergrößerung des zu maximierenden Integrals beisteuert als die alternative Verwendung dieser Einkommenseinheit für konsumtive Zwecke. Aus diesem Grund wird bei optimalem Verhalten der nationalen Kapitalakkumulation absolute Priorität gegeben.

Die der Politik ( $B_1$ ) folgenden Politiken ( $B_2$ ) und ( $A_2$ ) bedürfen keiner weiteren Interpretation, da ( $B_2$ ) mit ( $B$ ) sowie ( $A_2$ ) mit ( $A$ ) identisch ist. Der ökonomische Gehalt der Politiken ( $A$ ) und ( $B$ ) wurde an anderer Stelle schon ausführlich gewürdigt<sup>4)</sup>. Zu betonen ist hier lediglich der Umstand, daß mittels der Politik ( $B_2$ ) die im Zuge der Politik ( $B_1$ ) über ihren langfristigen Optimalwert  $d^*$  hinausgewachsene Pro-Kopf-Auslandsverschuldung wieder reduziert wird. Obwohl dieses unter restriktiven

---

1) Die hiermit einhergehenden Einkommenssteigerungen lassen sich erkennen, wenn man  $y=f(k_n+d)-r(d)$  partiell nach  $d$  differenziert:  $\partial y/\partial d=f'_n-h>0$ .

2) Es sei daran erinnert, daß  $p_2(\tau)$  *ceteris paribus* angibt, wie der Optimalwert des zu maximierenden Integrals ( $J_{opt}$ ) reagiert, wenn zum Zeitpunkt  $\tau$  eine infinitesimale Variation der Zustandsvariablen  $d$  erfolgt.

3) Vgl. S. 137 f. dieser Arbeit.

4) Zu ( $A$ ) vgl. Abschnitt III.1.3; zu ( $B$ ) vgl. Abschnitt III.2.4.

Prämisse zustande gekommene Ergebnis nicht überinterpretiert werden sollte, ist es doch bemerkenswert, daß für eine in der Autarkielage relativ kapitalarme Modellwirtschaft der optimale Verschuldungsgrad temporär ein vermeintlich exzessives Anwachsen der Auslandsverschuldung aufweisen kann.

Bestimmen wir nun den Prozeß, der ausgehend von  $\bar{k}_n^a$  in Abbildung 10 die optimale Anpassung an den konsummaximierenden Wachstumspfad bewirkt. Politik  $(B_1)$  induziert in diesem Fall zunächst die Realisierung der Bedingung  $f'=g$ . Da nunmehr  $f'=g$  in Verbindung mit  $f'>h$  gilt, sollte die unter diesen Umständen optimale Politik  $(A_1)$  die Politik  $(B_1)$  ersetzen. Der Wechsel von  $(B_1)$  zu  $(A_1)$  ist mit der in Tabelle 6 geforderten Voraussetzung kompatibel, da vor dem Wechsel tatsächlich  $g < f'$  gilt. Die Anwendung der Politik  $(A_1)$  bewirkt eine Aufwärtsbewegung entlang der  $(f'=g)$ -Kurve bis schließlich auch eine Übereinstimmung zwischen  $f'$  und  $h$  und somit die Steady-State-Konstellation  $(d^*, k_n^*)$  erreicht ist. Der nach Erreichen des Golden-Rule-Pfades notwendige Wechsel von  $(A_1)$  zu  $(A_2)$  erfolgt unter der für diesen Politikwechsel erforderlichen Voraussetzung  $h < f'$  (vgl. Tabelle 6).

Hinsichtlich der ökonomischen Interpretation der Politikreihenfolge  $\{(B_1), (A_1), (A_2)\}$  drängen sich folgende Überlegungen auf:

Zunächst ist zu konstatieren, daß die Vorteilhaftigkeit der Startpolitik  $(B_1)$  durch die gleichen Faktoren begründet wird wie im Fall der Ausgangslage  $k_n^a$ . Die durch  $(B_1)$  ausgelöste Akkumulation des nationalen Kapitalstocks und der Pro-Kopf-Verschuldung hat ausgehend von der hier unterstellten Ausgangssituation  $\bar{k}_n^a$  zunächst die Realisierung der optimalen Kapitalintensität  $(k^*)$  zur Folge, d.h.  $f'=g$  wird verwirklicht. Als nicht optimal muß allerdings die Zusammensetzung von  $k^*$  bezeichnet werden, da  $f'>h$  zu entnehmen ist, daß eine Fortsetzung der Schuldenakkumulation ceteris paribus Einkommenssteigerungen verursachen würde.



Nachdem eine durch  $f'=g>h$  geprägte  $(d, k_n)$ -Konstellation erreicht ist, erfolgt die optimale Steuerung des Anpassungsprozesses mittels Politik  $(A_1)$ . Diese Politik beinhaltet eine vollständige Ausschöpfung der Kreditaufnahmemöglichkeiten ( $b=\beta$ ) und daher eine Fortsetzung der Schuldenakkumulation. Dies ist sinnvoll, weil gemäß  $(A_1, 51)$  weiterhin  $p_2 > 0$  gilt und somit ein Anstieg von  $d$  hinsichtlich des Ziels, die Differenz zwischen dem maximalen Steady-State-Konsum ( $c^*$ ) und dem aktuellen Konsum ( $c$ ) im Zeitablauf zu minimieren, einen positiven Effekt hat. Um die optimale Kapitalintensität und damit die in  $(A_1, 32)$  geforderte Bedingung  $f'=g$  zu konservieren, muß die Zunahme der Pro-Kopf-Verschuldung ( $\dot{d} > 0$ ) mit einer gleich großen Verringerung des nationalen Pro-Kopf-Kapitalstocks ( $\dot{k}_n < 0$ ) Hand in Hand gehen<sup>1)</sup>. Dieser Substitutionsprozeß sollte zum Stillstand kommen, wenn der Anstieg von  $d$  die Grenzkosten  $h$  schließlich auf das Niveau  $h=f'=g$  gehoben hat. Da dann auch eine optimale Zusammensetzung des optimalen Pro-Kopf-Kapitalstocks gefunden und damit der Golden-Rule-Pfad erreicht ist, wird  $(A_1)$  durch die nunmehr adäquate Politik  $(A_2)$  ersetzt.

Abschließend sei zur Vervollständigung der Bestimmung optimaler Anpassungsprozesse angemerkt, daß für den Fall einer Autarkiesituation, welche durch

$$(40c) \quad f'(k_n^a) > h(0) = r(0) \quad \text{mit} \quad f'(k_n^a) < g$$

1) Aus  $\dot{k} = sy - gk_n + \beta - gd = 0$  folgt  $s = (-\beta + gk_n + gd)/y$ . Berücksichtigt man weiter, daß auf der  $(f'=g)$ -Kurve  $k^* = k_n + d$  gilt, dann setzt die mit  $(A_1)$  verbundene Sparquote  $s^n > 0$  implizit  $-\beta + gk^* > 0$  und somit  $\beta < gk^*$  voraus. Bedenkt man, daß  $gk^*$  die Pro-Kopf-Investitionen angibt, die erforderlich sind, um die optimale Kapitalintensität zu stabilisieren, dann zeigt  $\beta < gk^*$ , daß allein mittels einer Auslandskreditaufnahme die Erhaltung des optimalen Pro-Kopf-Kapitalstocks ( $k^*$ ) nicht möglich ist.

gekennzeichnet ist, unter Anwendung der dargelegten Technik die Politik ( $E_1$ ) als einzige geeignete Startpolitik identifiziert werden kann (vgl. die ( $E_1$ )-Pfeile in Abbildung 10). Diese Politik eines schnellstmöglichen Abbaus des nationalen Pro-Kopf-Kapitalstocks bei gleichzeitigem schnellstmöglichen Aufbau der Pro-Kopf-Verschuldung ist im Verlaufe der Anpassung an den konsummaximierenden Gleichgewichtspfad entweder durch ( $E_2$ ) oder ( $A_1$ ) zu ersetzen. Diese Politiken sind schließlich bei Erreichen des Golden-Rule-Pfades durch ( $A_2$ ) zu substituieren.

### 3.3 Wohlfahrtstheoretische Implikationen begrenzter Kreditaufnahmemöglichkeiten

Die vorangegangene Determinierung optimaler Anpassungsprozesse hat gezeigt, daß die Politiken ( $B_1$ ), ( $A_1$ ) und ( $E_1$ ), welche in einer durch  $f' > h$  geprägten Situation angewendet werden sollten<sup>1)</sup>, eine völlige Ausschöpfung der begrenzten Kreditaufnahmemöglichkeiten ( $b = \beta$ ) beinhalten. Hierdurch kommt zum Ausdruck, daß es für die Modellwirtschaft von Vorteil ist, die jeweilige optimale Akkumulation des nationalen Kapitalstocks von einem schnellstmöglichen Aufbau der Pro-Kopf-Verschuldung begleiten zu lassen, um so rasch wie möglich die Bedingung für eine optimale Inanspruchnahme des Auslandskapitals ( $f' = h$ ) zu realisieren. Wenn es aber

---

1) Vgl. die entsprechenden Pfeile unterhalb der ( $f' = h$ )-Kurve in Abbildung 10.

Teil der optimalen Strategie ist, sich einer durch  $f'=h$  gekennzeichneten  $(d, k_n)$ -Konstellation in kürzester Zeit anzupassen, dann kann davon ausgegangen werden, daß die aus der Kreditrationierung ( $b \leq \beta$ ) resultierende Begrenzung der Anpassungsgeschwindigkeit wohlfahrtsmindernd ist. Umgekehrt würde sich eine Zunahme der Anpassungsgeschwindigkeit positiv im Hinblick auf das Ziel, die Differenz zwischen  $c^*$  und  $c(t)$  im Zeitablauf zu minimieren, auswirken. Da sich das Tempo der Anpassung durch eine Zunahme von  $b$  steigern läßt, würde sich folglich eine exogene Erhöhung der Obergrenze für die Pro-Kopf-Kreditaufnahme ( $\beta$ ) als wohlfahrtssteigernd für das Schuldnerland erweisen.

Der positive Effekt einer Lockerung der Kreditrationierung wird im Übrigen formal dadurch deutlich, daß die Politiken  $(B_1)$ ,  $(A_1)$  und  $(E_1)$  mit  $\phi_4 > 0$  (vgl. Tabelle 5) verbunden sind. Der positive Wert dieses Lagrange-Multiplikators zeigt an, daß eine Zunahme von  $\beta$  den Optimalwert der zu maximierenden Hamilton-Funktion erhöht. Da die dynamische Optimierungsaufgabe "min R" bzw. "max J" mittels Anwendung des Pontrjaginschen Maximum-Prinzips durch eine Fülle statischer Optimierungsaufgaben im Sinne einer "Maximierung der Hamilton-Funktion zu jedem Zeitpunkt" ersetzt wurde, kann aus einem Anstieg des Optimalwertes der Hamilton-Funktion auch auf eine bessere Zielerreichung im Hinblick auf das dynamische Optimierungsproblem geschlossen werden.

#### 4. Wirtschaftspolitische Schlußfolgerungen

Die in den Abschnitten III.1-III.3 dargelegten wohlfahrtstheoretischen Betrachtungen eröffnen die Möglichkeit, einige wirtschaftspolitische Schlußfolgerungen im Hinblick auf das optimale Verschuldungsverhalten einer Volkswirtschaft zu erörtern.

Zu den Kernaussagen des volkswirtschaftlichen Optimierungskalküls zählt die Empfehlung, die Auslandsverschuldung so zu steuern, daß es zu einer Übereinstimmung der Grenzkosten der Auslandsverschuldung ( $h$ ) mit der Grenzproduktivität des Kapitals ( $f'$ ) kommt. Im Modell ohne Begrenzung der Kreditaufnahmemöglichkeiten wird die Optimalitätsbedingung  $h=f'$  unmittelbar nach Einführung internationaler Kapitalbewegungen verwirklicht, im Modell mit Begrenzung der Kreditaufnahmemöglichkeiten ist die Bedingung  $h=f'$  so schnell wie möglich anzustreben. Zu vermeiden ist gemäß beider Modellvarianten ein Niveau der Verschuldung, das die Relation  $f' < h$  impliziert. Es soll nun geprüft werden, ob das optimale Verhalten einer Schuldnation automatisch zustande kommt oder ob Eingriffe der wirtschaftspolitischen Instanzen erforderlich sind, um das gewünschte Verhalten zu generieren<sup>1)</sup>.

Zunächst sei von der Hypothese einer atomistischen Kreditnachfragestruktur ausgegangen. Demzufolge ergibt sich die Gesamtnachfrage des Schuldnerlandes nach Auslandskapital aus der Aggregation einer Vielzahl individueller Nachfragewünsche. Die einzelnen Kapitalimporteure lassen sich dabei

---

1) Die folgenden Ergebnisse spiegeln Überlegungen wider, die KEMP im Rahmen eines statischen Modellansatzes sowohl für eine Gläubiger- als auch für eine Schuldnation angestellt hat. Vgl. KEMP, M.C., *The Pure Theory of International Trade*, New York 1964, S. 192-207.

von der Vorstellung leiten, ihre Nachfrage nach Auslandskapital habe allein keinen Einfluß auf den Kreditzins. Unter diesen Umständen erscheint es für den individuellen Kreditnehmer attraktiv, so lange die Nutzung ausländischer Kapitalquellen auszudehnen, wie der Kreditzins  $r$  die Grenzproduktivität des Kapitals  $f'$  unterschreitet. Aus einzelwirtschaftlicher Sicht ist eine effiziente Inanspruchnahme des Auslandskapitals erreicht, wenn schließlich

$$(53) \quad f' = r$$

gilt<sup>1)</sup>.

Vergleicht man die einzelwirtschaftliche Leitlinie für die Inanspruchnahme ausländischer Kapitalquellen (53) mit der Optimalbedingung (6)  $f' = r'd + r = h$ , dann wird unter Berücksichtigung von  $r'd > 0$  deutlich, daß die durch (53) implizierte Grenzproduktivität des Kapitals kleiner und damit bei alternativen Werten des nationalen Pro-Kopf-Kapitalstocks ( $k_n$ ) die Pro-Kopf-Verschuldung ( $d$ ) größer ist, als dies die Optimalbedingung (6) anzeigt. Hieraus kann geschlossen werden, daß "Private borrowers, left to themselves ... tend to overborrow"<sup>2)</sup>. Dieser unter Wohlfahrtstheoretischem Gesichtspunkt exzessive Rückgriff auf ausländische Kapitalquellen liegt letztlich im Versäumnis der einzelnen Kreditnehmer begründet, zu erkennen, daß ihre Kapitalimporte in der Gesamtheit das Länderrisiko erhöhen und damit den Kreditzins in die Höhe treiben.

Nachdem herausgearbeitet wurde, daß die Existenz einer atomistischen Kreditnachfragestruktur nicht automatisch zu einem volkswirtschaftlich optimalen Verschuldungsver-

---

1) Vgl. BARDHAN, P.K., Optimum Foreign Borrowing, a.a.O., S. 121.

2) EBENDA, S. 121.

halten führt, bleibt zu zeigen, daß durch eine adäquate Besteuerung der Erträge, die das ausländische Kapital im Inland erwirtschaftet, eine übermäßige Auslandsverschuldung vermieden werden kann. Aus der Optimalbedingung

$$(6) \quad f' = r'd + r, \quad h = r'd + r$$

Läßt sich nach einigen Umstellungen die Beziehung

$$(54) \quad f' \left(1 - \frac{\epsilon}{\epsilon+1}\right) = r \quad \text{mit} \quad \epsilon = r' \frac{d}{r} = \frac{\partial r}{\partial d} \frac{d}{r} \geq 0$$

ableiten. (54) beinhaltet die wirtschaftspolitische Empfehlung, die Erträge des Auslandskapitals so zu besteuern, daß der im Eigentum der Ausländer befindliche Kapitalstock nicht gemäß seiner Grenzproduktivität ( $f'$ ), sondern mit einem geringeren Betrag ( $r$ ) entlohnt wird<sup>1)</sup>. Die Höhe des optimalen Steuersatzes  $\pi = \epsilon / (\epsilon + 1)$  wird entscheidend von der Elastizität ( $\epsilon$ ) der  $r(d)$ -Funktion beeinflusst. Diese Elastizität mißt den prozentualen Zinsanstieg der im Falle einer bestimmten prozentualen Erhöhung der Pro-Kopf-Verschuldung notwendig wird, um die Kreditgeber für das zunehmende Risiko zu entschädigen. Sollte - wie z.B. im Modell einer wachsenden, offenen Volkswirtschaft bei gegebenem Kreditzins - die Elastizität ( $\epsilon$ ) den Wert Null annehmen, dann kommt das volkswirtschaftlich optimale Ergebnis automatisch zustande, eine Besteuerung der Erträge des Auslandskapitals ist überflüssig<sup>2)</sup>.

---

1) Vor dem Hintergrund möglicher Steuereinnahmen ist der Vollständigkeit halber darauf hinzuweisen, daß der Staat die Steuereinnahmen in Form von Einkommenstransfers an die Bevölkerung verteilt, so daß  $y = f(k) - r(d)d$  weiterhin das Pro-Kopf-Einkommen des privaten Sektors angibt.

2) Vgl. auch: HANSON, J.A., Optimal International Borrowing.. a.a.O., S. 628.

Um für den Fall  $\epsilon > 0$  eine Vorstellung vom Ausmaß der optimalen Besteuerung zu vermitteln, sei die in (1) formulierte  $r(d)$ -Funktion

$$(1a) \quad r = r(0) + \lambda d + \mu d^2 \quad \text{mit } \lambda > 0, \mu \geq 0 \text{ für } d \geq 0$$

spezifiziert<sup>1)</sup>. Hierbei läßt sich  $r(0)$  wieder als modelltheoretisches Pendant zum LIBOR und  $\lambda d + \mu d^2$  als Risikozuschlag zum LIBOR (Spread) interpretieren<sup>2)</sup>.

Die eine optimale Nutzung ausländischen Kapitals anzeigende Gleichung (6) kann auf der Grundlage von (1a) wegen  $\partial r / \partial d = r' = \lambda + 2\mu d$  in der Form

$$(6a) \quad f' - \lambda d - 2\mu d^2 = r$$

notiert werden.

Die den optimalen Steuersatz  $\pi$  enthaltende Gleichung (54) läßt sich unter Beachtung von  $\pi = \epsilon / (1 + \epsilon)$  und  $\epsilon = (\partial r / \partial d)(d/r)$  zu

$$(54a) \quad f'(1 - \pi) = r \quad \text{mit } \pi = \frac{(\lambda + 2\mu d)d}{(\lambda + 2\mu d)d + r(0) + \lambda d + \mu d^2}$$

spezifizieren.

Zur weiteren Illustration wird zunächst von einem linearen Zusammenhang zwischen  $r$  und  $d$ , d.h. von  $\mu = 0$  ausgegangen. In diesem Fall wird der Spread durch  $\lambda d$

---

1) Vgl. HARBERGER, A.C., Lessons for..., a.a.O., S. 236.

2) Vgl. S. 91 f. dieser Arbeit.

angegeben. Mit  $\mu=0$  vereinfacht sich (6a) zu

$$(6b) \quad f' - \lambda d = r.$$

Diese Gleichung impliziert die Empfehlung, die Erträge des Auslandskapitals so zu besteuern, daß der Zins, mit dem die ausländischen Kreditgeber entgolten werden ( $r$ ), die Grenzproduktivität des Kapitals ( $f'$ ) im Ausmaß des Spread ( $\lambda d$ ) unterschreitet. Den hierfür erforderlichen Steuersatz  $\pi = \lambda d / \{2\lambda d + r(0)\}$  kann man mit  $\mu=0$  aus (54a) ermitteln.

Die vorgenommenen Überlegungen zur optimalen Besteuerung sind entsprechend zu modifizieren, wenn der vom Schuldner zu zahlende Kreditzins mit steigender Pro-Kopf-Verschuldung überproportional steigt ( $\mu > 0$ ). Gemäß (6a) und unter Berücksichtigung des nunmehr relevanten Risikozuschlages in Höhe von  $\lambda d + \mu d^2$  (vgl. (1a)) muß die Besteuerung eine Diskrepanz zwischen  $f'$  und  $r$  herbeiführen, die den relevanten Spread übersteigt.

Abschließend ist noch anzumerken, daß es selbst bei einer den Wert Null übersteigenden Elastizität ( $\epsilon > 0$ ) der Auf-erlegung eines optimalen Steuersatzes nicht bedarf, wenn die individuellen Kreditnehmer erstens ihr in der Gesamtheit zinssteigerndes Verhalten erkennen und zweitens aus dieser Erkenntnis den Schluß ziehen, sich unter Beachtung von (54) bzw. (54a) gemeinsam monopsonistisch verhalten. Ein solches Verhalten ist um so eher durchführbar, je geringer die Zahl der Kreditnachfrager eines Landes ist<sup>1)</sup>. Dieser Zusammenhang ist nicht zuletzt vor dem Hintergrund zu werten, daß die Auslandsverschuldung vieler

---

1) Vgl. BARDHAN, P.K., Optimum Foreign Borrowing, a.a.O., S. 121.



Entwicklungsländer auf Kreditaufnahmen der Regierungen und anderer öffentlicher Kreditnehmer sowie auf öffentlich garantierte Kreditaufnahmen zurückgeführt werden kann<sup>1)</sup>.

Ansatzpunkt der zweiten wirtschaftspolitischen Schlußfolgerung ist der im Abschnitt III.1.2 vorgenommene Vergleich zwischen dem Konsummaximum im Modell bei gegebenem Kreditzins mit dem maximalen Steady-State-Konsum im Modell bei verschuldungsdeterminiertem Kreditzins. Dieser Vergleich führte zu dem Ergebnis, daß die positive Abhängigkeit des Kreditzinses von der Pro-Kopf-Verschuldung wohlfahrtsmindernd wirkt. Es kann daher nicht überraschen, daß eine zinsreduzierende Abschwächung dieser Abhängigkeit, die in den Abbildungen 2 und 4<sup>2)</sup> in einer Abwärtsdrehung der  $r(d)$ -Funktion um den Ordinatenschnittpunkt zum Ausdruck kommen würde, von Vorteil für ein Schuldnerland ist.

---

1) Nach Schätzungen der Weltbank belief sich z.B. im Jahre 1981 der Anteil der öffentlichen oder öffentlich garantierten Schulden an der gesamten langfristigen Auslandsverschuldung der Entwicklungsländer auf ungefähr 80 Prozent. Vgl.: WORLD BANK, World Debt Tables, 1982-83 Edition, Washington D.C. 1983, S. viii.

2) Vgl. S. 89 und S. 100 dieser Arbeit.

Die exogene Zinsreduktion führt ceteris paribus zu einer Reduktion der Grenzkosten für die Nutzung des Auslandskapitals ( $h=r'd+r$ ). Diese Grenzkostenverminderung findet in Abbildung 11 ihren Ausdruck in einer Rechtsverschiebung der ( $f'=h$ )-Kurve, weil nach einem exogenen Rückgang von  $h$  eine Übereinstimmung zwischen  $f'$  und  $h$  bei gegebenen Werten von  $d$  nur durch einen höheren, die Grenzproduktivität des Kapitals ( $f'$ ) reduzierenden nationalen Pro-Kopf-Kapitalstock ( $k_n$ ) gewährleistet wird<sup>1)</sup>.

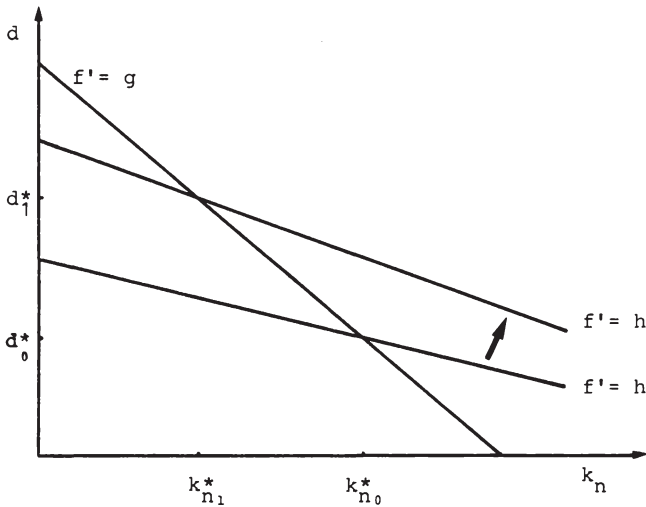


Abbildung 11

Abbildung 11 vergegenwärtigt im Sinne einer komparativ-statischen Analyse, daß der neue konsummaximierende Steady-State-Pfad ( $d_1^*, k_n^*$ ) dadurch charakterisiert ist,

1) Durch eine entsprechende bedingungstheoretische Argumentation ließe sich die Verlagerung der ( $f'=h$ )-Kurve auch als Aufwärtsverschiebung interpretieren.

daß sich im Vergleich zum alten Golden-Rule-Pfad  $(d_0^*, k_{n_0}^*)$  ein größerer (kleinerer) Teil des unveränderten Pro-Kopf-Kapitalstocks im Eigentum der Ausländer (Inländer) befindet, d.h. es gilt  $d_1^* > d_0^*$  und  $k_{n_1}^* < k_{n_0}^*$ . Der positive Wohlfahrtseffekt der Zinsverminderung wird nachvollziehbar, wenn man sich ausgehend von der alten Golden-Rule-Konstellation  $(d_0^*, k_{n_0}^*)$  zunächst die unmittelbaren Wirkungen und dann die Folgewirkungen des Zinsrückgangs vor Augen hält: Bei zunächst unveränderter Zusammensetzung des Pro-Kopf-Kapitalstocks induziert der Zinsrückgang unmittelbar einen Anstieg des Pro-Kopf-Einkommens, weil bei noch konstanter Pro-Kopf-Verschuldung die Pro-Kopf-Zinszahlungen an das Ausland schrumpfen; damit erhöhen sich ceteris paribus die Konsummöglichkeiten des Schuldnerlandes. Da nach dem exogenen Rückgang von  $r$  bzw.  $h$  die Konstellation  $(d_0^*, k_{n_0}^*)$  nunmehr durch  $f' > h$  gekennzeichnet ist, läßt sich ein weiterer Anstieg des Pro-Kopf-Konsums erzielen, wenn die nach dem Rückgang von  $h$  nicht mehr optimale Zusammensetzung des Pro-Kopf-Kapitalstocks in geeigneter Weise verändert wird. Eine Substitution des nationalen Pro-Kopf-Kapitalstocks durch eine im Vergleich zur Grenzproduktivität des Gesamtkapitals billige Pro-Kopf-Verschuldung erhöht das Pro-Kopf-Einkommen und somit die Konsummöglichkeiten. Diese lassen sich erst dann nicht mehr steigern, wenn der neue Golden-Rule-Pfad  $(d_1^*, k_{n_1}^*)$  erreicht ist.

Die Betrachtung der in den Modellzusammenhängen dieses Kapitels als exogen anzusehenden Zinsänderungen basiert implizit auf der durch die Darlegungen im Teil B gerechtfertigten Annahme, daß außer der Pro-Kopf-

Verschuldung (d) andere Faktoren das Länderrisiko und damit die Zinskonditionen beeinflussen. Die eine Zinsreduktion anzeigende Abwärtsdrehung der  $r(d)$ -Funktion könnte etwa durch eine das Länderrisiko reduzierende Entwicklung der Inlandsproduktion, der Exporterlöse und/oder der Währungsreserven verursacht sein.

Vor diesem Hintergrund stellt sich angesichts der unter der Annahme einer exogenen Zinsreduktion abgeleiteten positiven Wohlfahrtseffekte die Frage, ob ein Schuldnerland etwa durch eine exportfördernde Wirtschaftspolitik eine Verbesserung der Zinskonditionen anstreben sollte. Eine adäquate Erörterung dieser Problematik macht die explizite Berücksichtigung weiterer Zinsdeterminanten in der  $r(d, \dots)$ -Funktion erforderlich. Volkswirtschaftliche Optimierungsmodelle, die dieser Anforderung gerecht werden, sind im 4. und 5. Kapitel zu entwickeln. Die dabei zum Tragen kommenden Überlegungen bauen auf einer im folgenden Abschnitt IV zu formulierenden Verallgemeinerung des bisher verwendeten Optimierungsmodells auf.

#### IV. WOHLFAHRTSMAXIMIERENDE WACHSTUMS- UND VERSCHULDUNGS- PROZESSE UNTER BERÜCKSICHTIGUNG EINER SOZIALEN ZEIT- PRÄFERENZRATE

##### 1. Formulierung des dynamischen Optimierungsproblems und Ableitung der Optimalitätsbedingungen

Die im vorhergehenden Abschnitt erörterte optimale Politik einer Schuldernation findet ihren Ausdruck in einem Spar-, Investitions- und Verschuldungsverhalten, welches erstens im Zeitintervall  $[0, T]$  die Summe der Abweichungen zwischen dem angestrebten Pro-Kopf-Konsum ( $c^*$ ) und dem aktuellen Pro-Kopf-Konsum ( $c$ ) minimiert und zweitens nach Erreichen des konsummaximierenden Gleichgewichtspfades das Fortschreiten der Wirtschaft auf diesem Pfad dauerhaft und damit während eines unendlichen Zeitraumes sichert. Im folgenden soll der dynamische Optimierungsansatz so modifiziert werden, daß an die Stelle der Zielsetzung, einen konsummaximierenden Wachstumspfad zu ermitteln, das allgemeine Ziel tritt, die Wohlfahrt der Gesellschaft ( $W$ ) über einen unendlichen Zeithorizont zu maximieren. Hierbei wird insbesondere zu berücksichtigen sein, daß - anders als im bisherigen Modellrahmen - gegenwärtige Konsummöglichkeiten höher geschätzt werden als zukünftige. Um die Implikationen dieser Modellmodifizierung deutlich herausarbeiten zu können, seien wiederum unbegrenzte Kreditaufnahmemöglichkeiten unterstellt.

Analytisch läßt sich dieses Optimierungsproblem wie folgt beschreiben:

$$(55) \quad \max_{s(t), b(t)} W = \int_0^{\infty} e^{-\rho t} U(c(t)) dt$$

$$\text{mit: } c(t) = (1-s) \{f(k_n+d) - r(d)d\}$$

$$\rho > 0$$

unter Beachtung von

$$(11) \quad \dot{k}_n = s \{f(k_n+d) - r(d)d\} - gk_n$$

$$(13) \quad \dot{d} = b - gd$$

$$(23) \quad s \leq 1$$

$$(24) \quad s \geq 0$$

$$(25) \quad s + \frac{b}{y} \geq 0$$

$$(26a) \quad k_n(0) = k_n^0, \quad d(0) = d^0$$

Diese Formulierung des Optimierungsproblems unterscheidet sich von dem aus dem Abschnitt III bekannten Ansatz insbesondere durch das zu maximierende Integral. Dieses Zielkriterium soll kurz erläutert werden; dabei wird auch deutlich, daß der in (55) gewählte unendliche Zeithorizont das Fehlen einer Endbedingung in (26a) erklärt.

Der Pro-Kopf-Konsum  $c(t)$  ist für die zu maximierende gesellschaftliche Wohlfahrtsfunktion ( $W$ ) insofern von Bedeutung, als davon ausgegangen wird, daß der gesellschaftlich Nutzen  $U(t)$  zu jedem Zeitpunkt  $t$  durch  $c(t)$  determiniert wird und somit  $U=U\{c(t)\}$  gilt. Da der Pro-Kopf-Konsum  $c(t)$  gleichzeitig den Durchschnittskonsum in der betrachteten Volkswirtschaft anzeigt, beinhaltet  $U\{c(t)\}$  eine Orientierung der gesellschaftlichen Nutzenvorstellung am Durchschnittskonsum der Bevölkerung<sup>1)</sup>. Hinsichtlich des Zusammenhangs zwischen  $U(t)$  und  $c(t)$  wird folgende funktionale Beziehung vorausgesetzt:

---

1) Vgl. BURMEISTER, E./DOBELL, A.R., *Mathematical Theories...* a.a.O., S. 391.

$$(56) \quad U = U(c(t)) > 0 \quad \text{für } c(t) > 0$$

$$(57) \quad \frac{dU}{dc} = U' > 0, \quad \frac{d^2U}{dc^2} = U'' < 0 \quad \text{für } c > 0^1)$$

$$(58) \quad \lim_{c \rightarrow 0} U' = \infty, \quad \lim_{c \rightarrow \infty} U' = 0$$

(57) impliziert, daß die Funktion  $U(c)$  strikt konkav und monoton steigend ist; der stets positive Grenznutzen nimmt mit steigendem Pro-Kopf-Konsum ab. Wie an anderer Stelle gezeigt wird<sup>2)</sup>, impliziert die in (58) notierte Eigenschaft der zeitpunktbezogenen Nutzenfunktion ( $U'(0) = \infty$ ), daß der optimale Wachstumspfad zu keinem Zeitpunkt durch  $c(t) = 0$  gekennzeichnet ist<sup>3)</sup>.

Da gemäß (56)  $U(c)$  nicht explizit von der Zeit abhängt, resultiert zu alternativen Zeitpunkten aus einer quantitativ gleichen Güterversorgung der gleiche Nutzenbeitrag. Allerdings wollen wir von der Hypothese ausgehen, daß es einer Gesellschaft nicht gleichgültig ist, zu welchem Zeitpunkt bestimmte Nutzenbeiträge genossen werden können. Vielmehr sei angenommen, daß alternativen Nutzenbeiträgen ein um so geringeres Gewicht für die Wohlfahrt einer Gesellschaft beigemessen wird, je später dieser Nutzen wirksam wird. Von der Gegenwart ( $t=0$ ) aus betrachtet kommt die Minderschätzung der Zukunft dadurch zum Ausdruck, daß zukünftige Nutzenbeiträge mittels eines Diskontierungsfaktors  $\exp(-\rho t)$  auf die Gegenwart abdiskontiert werden.

---

1) Aus Gründen der Übersichtlichkeit wird der Zeitindex im folgenden wieder nur dann explizit berücksichtigt, wenn dies zu einem besseren Verständnis der Zusammenhänge beiträgt.

2) Vgl. S. 213 dieser Arbeit.

3) Vgl. allgemein z.B.: CASS, D., Optimum Growth..., a.a.O., S. 234.

Die Wohlfahrt der Gesellschaft (W) kann nun durch die Summe der abdiskontierten Nutzenbeiträge ausgedrückt werden. Diese Summe wird analytisch durch das Integral

$$(55a) \quad W = \int_0^{\infty} e^{-\rho t} U(c(t)) dt, \quad \rho > 0$$

wiedergegeben<sup>1)</sup>. Wie der von der sozialen Zeitpräferenzrate  $\rho$  abhängige exponentielle Diskontierungsfaktor  $\exp(-\rho t)$  anzeigt, erhalten die zukünftigen Nutzenbeiträge ein um so geringeres Gewicht, je weiter sie von der Ausgangsperiode entfernt liegen.

Hinsichtlich der Abdiskontierung zukünftiger Nutzen bedarf es einer ergänzenden Bemerkung: Aus der plausiblen Überlegung, daß Individuen zukünftige Nutzen abdiskontieren, weil sie gegenwärtige Vorteile höher einschätzen als zukünftige - möglicherweise unsichere - Vorteile, kann nicht zwingend gefolgert werden, daß eine Abdiskontierung auch im Zusammenhang mit einer gesellschaftlichen Wohl-

---

1) Ein Wohlfahrtsintegral der Form (55a) wird in vielen Beiträgen zur Theorie des optimalen Wachstums verwendet. Vgl. z.B. BURMEISTER, E./DOBELL, A.R., *Mathematical Theories...*, a.a.O., S. 392; BURMEISTER, E., *Capital Theory...*, a.a.O., S. 239; WAN, H.Y. Jr., *Economic Growth*, New York 1971, S. 295; INTRILIGATOR, M.D., *Mathematical Optimization...*, a.a.O., S. 407. Zur grundsätzlichen Problematik der Addierbarkeit der zeitpunktbezogenen Nutzenbeiträge vgl. DEATON, A./MUELLBAUER, J., *Economics and Consumer Behavior*, Cambridge (Mass.) 1980, S. 311 ff. Nicht unerwähnt bleiben soll, daß die Konvergenz des uneigentlichen Integrals vorausgesetzt wird; vgl. z.B. ARROW, K.J./KURZ, M., *Public Investment, The Rate of Return, and Optimal Fiscal Policy*, Baltimore/London 1970, S. 47 und INTRILIGATOR, M.D., *Mathematical Optimization...*, a.a.O., S. 407.



fahrtsfunktion der Art (55a) ihre Berechtigung hat<sup>1)</sup>. Denn eine Minderschätzung der Zukunft impliziert im Kontext der gesellschaftlichen Wohlfahrtsfunktion, insbesondere im Fall eines unendlichen Zeithorizontes, eine Diskriminierung zukünftiger Generationen<sup>2)</sup>. Ohne die Problematik einer angemessenen Berücksichtigung zukünftiger Generationen im Konzept der sozialen Wohlfahrtsfunktion intensiver zu diskutieren<sup>3)</sup>, sei das in (55a) zum Ausdruck kommende Vorgehen durch die im Hinblick auf politische bzw. wirtschaftspolitische Entscheidungsfindungen keineswegs unrealistische Hypothese gerechtfertigt "that near future generations are politically more important than far future generations."<sup>4)</sup>

Es sind nun noch zwei Argumente anzuführen, warum sich die Betrachtung über einen unendlichen Zeithorizont erstrecken soll<sup>5)</sup>. Erstens ist zu vermuten, daß die Wahl eines kürzeren Zeithorizontes  $T$  ( $T < \infty$ ) und damit die Vernachlässigung der dem Zeitpunkt  $T$  folgenden Nutzenbeiträge ein optimales Spar-, Investitions- und Verschuldungsverhalten zur Folge haben wird, das bis zum Zeitpunkt  $T$  einen höheren Wert des Wohlfahrtskriteriums  $W$  und somit eine geringere Kapitalbildung beinhaltet als das vergleichbare Verhalten im Fall eines unendlichen Betrachtungszeitraumes<sup>6)</sup>.

---

1) Vgl. DIXIT, A.K., *The Theory of...*, a.a.O., S. 113 f.

2) Vgl. WALTER, H., *Wachstums- und Entwicklungstheorie*, a.a.O., S. 56.

3) Vgl. hierzu: WAN, H.Y. Jr., *Economic Growth*, a.a.O., S. 274 f; BURMEISTER, E./DOBELL, A.R., *Mathematical Theories...*, a.a.O., S. 386 und S. 398 ff.

4) INTRILIGATOR, M.D., *Mathematical Optimization...*, a.a.O., S. 406.

5) Zu weiteren, im folgenden nicht diskutierten Aspekten hinsichtlich der Zweckmäßigkeit eines unendlichen Zeithorizontes im Vergleich zu einem endlichen Zeithorizont vgl.: WAN, H.Y. Jr., *Economic Growth*, a.a.O., S. 273; ARROW, K.J./KURZ, M., *Public Investment...*, a.a.O., S. 30.

6) Vgl. TU, P.N. van, *Introductory Optimization...*, a.a.O., S. 130.

Will man die hieraus resultierende Benachteiligung zukünftiger Generationen vermeiden, dann ist es angebracht, eine sehr lange Betrachtungsperiode bzw. den Grenzfall eines unendlichen Zeithorizontes zu wählen.

Zweitens müßte man sich bei endlichem Zeithorizont darüber Gedanken machen, in welchem Zustand das ökonomische System enden soll. Nimmt man beispielsweise an, daß die Gesellschaft am Ende der Betrachtungsperiode  $T$  der Nachfolgegeneration einen Pro-Kopf-Kapitalstock ( $k_T = k_n^T + d^T$ ) der Höhe  $k_T > 0$  vererben möchte, dann wird folgendes Problem offensichtlich: "As long as some  $k_T > 0$  is chosen, there is an implied consideration in the present  $T$ -year plan for the postplan period. So why not absorb the second  $T$ -year plan into the present one and just plan for twice  $T$ -years. But that just postpones the problem. We still must select  $k_{2T}$ . So why not plan for 3  $T$  years? But then, ... and so on. We seem forced to think about plans that are indefinitely long."<sup>1)</sup> Wählt man einen unendlichen Zeithorizont, dann läßt sich - wie (26a) verdeutlicht - das Problem vermeiden, geeignete Endbedingungen des ökonomischen Systems festlegen zu müssen.

Zur Lösung des dynamischen Optimierungsproblems ist zunächst mittels (55), (11) und (13) sowie unter Beachtung von  $y = f(k_n + d) - r(d)d$  die Hamilton-Funktion

$$(59) \quad \bar{H} = e^{-\rho t} U\{(1-s)y\} + p_1(sy - gk_n) + p_2(b - gd)$$

zu konstruieren. Da die entsprechend dem Pontrjaginschen

---

1) NEHER, P.A., Economic Growth..., a.a.O., S. 236.

Maximum-Prinzip zu jedem Zeitpunkt erforderliche Maximierung der Hamilton-Funktion unter Beachtung der Ungleichheitsrestriktionen (23), (24) und (25) erfolgen muß, bilden wir schließlich die Lagrange-Funktion

$$(60) \quad L = e^{-\rho t} U\{(1-s)y\} + p_1(sy - gk_n) + p_2(b - gd) + \phi_1(1-s) \\ + \phi_2 s + \phi_3(s + b/y).$$

Im Hinblick auf die ökonomische Interpretation der abzuleitenden Optimallösung ist es zweckmäßig, sowohl die Hamilton-Funktion (59) als auch die Lagrange-Funktion (60) mit  $\exp(\rho t)$ , dies ist der Kehrwert des Diskontierungsfaktors, zu multiplizieren. Auf diese Weise erhält man unter Berücksichtigung von

$$(61) \quad m_i(t) = e^{\rho t} p_i(t); \quad i = 1, 2$$

die sogenannte Hamilton-Funktion in laufenden Werten :

$$(62) \quad \bar{H} = e^{\rho t} H \\ = U\{(1-s)y\} + m_1(sy - gk_n) + m_2(b - gd)$$

Das Attribut "in laufenden Werten" bzw. der ebenfalls gebräuchliche Ausdruck "Momentanwert der Hamilton-Funktion" erklärt sich zum einen dadurch, daß in (62) nicht mehr wie in (60) der Gegenwartswert des Nutzens ( $\exp(-\rho t)U(t)$ ), sondern der laufende bzw. momentane Wert des Nutzens ( $U(t)$ ) des Zeitpunktes  $t$  betrachtet wird. Zum anderen wurde beim Übergang von (60) zu (62)  $p_i$  durch  $m_i$  ersetzt;  $p_i(t)$  gibt den marginalen Beitrag einer zum Zeitpunkt  $t$  erfolgenden Zustandsänderung zum Wohlfahrts-

integral (55) an. Da dieses Wohlfahrtsintegral der Summe der auf  $t=0$  abdiskontierten Nutzen entspricht, reflektiert auch  $p_i(t)$  einen Gegenwartswert. Demzufolge spiegelt  $m_i(t) = \exp(\rho t)p_i(t)$  den marginalen Beitrag der zum Zeitpunkt  $t$  erfolgenden Zustandsänderung zum Wohlfahrtsintegral aus der Sicht des Zeitpunktes  $t$  wider. Die Variablen  $m_i(t)$  sollen im folgenden auch als Kozustandsvariablen "in laufenden Werten" bzw. als "Momentanwerte" der Kozustandsvariablen bezeichnet werden.

Darüber hinaus ergibt sich unter zusätzlicher Berücksichtigung von

$$(63) \quad \psi_i = e^{\rho t} \phi_i, \quad i = 1, \dots, 3$$

die "Lagrange-Funktion in laufenden Werten":

$$(64) \quad \bar{L} = e^{\rho t} L \\ = U\{(1-s)y\} + m_1(sy - gk_n) + m_2(b - gd) \\ + \psi_1(1-s) + \psi_2 s + \psi_3(s+b/y).$$

Die für eine Optimallösung notwendigen Bedingungen sollen nun aus (64) abgeleitet werden:

a)

$$(65a) \quad \frac{\partial L}{\partial s} = e^{-\rho t} \frac{\partial \bar{L}}{\partial s} \stackrel{!}{=} 0$$

Da (65a) zu jedem Zeitpunkt und nicht nur für  $t \rightarrow \infty$  erfüllt sein muß, impliziert (65a) die Forderung

$$(65) \quad \frac{\partial \bar{L}}{\partial s} = y(m_1 - U') - \psi_1 + \psi_2 + \psi_3 \stackrel{!}{=} 0.$$

Aus dem gleichen Grund kann aus

$$(66a) \quad \frac{\partial \bar{L}}{\partial b} = e^{-\rho t} \frac{\partial \bar{L}}{\partial b} \stackrel{!}{=} 0$$

die Forderung

$$(66) \quad \frac{\partial \bar{L}}{\partial b} = m_2 + \frac{\psi}{y} \stackrel{!}{=} 0$$

abgeleitet werden.

b)

Die Spezifizierung der Hamilton-Bedingung

$$(67a) \quad \dot{p}_1 \stackrel{!}{=} - \frac{\partial \bar{L}}{\partial k_n} = -e^{-\rho t} \frac{\partial \bar{L}}{\partial k_n}$$

liefert zunächst

$$(67) \quad \dot{p}_1 = -e^{-\rho t} \{ U'(1-s)f' + m_1(sf'-g) - \psi_3 \frac{b}{y^2} f' \}.$$

Aus (61) läßt sich

$$(68) \quad \dot{p}_1 = e^{-\rho t} (\dot{m}_1 - \rho m_1)$$

ermitteln. Setzt man diesen Ausdruck auf der linken Seite von (67) ein, so erhält man nach wenigen Umstellungen eine Differentialgleichung für die erste "Kozustandsvariable in laufenden Werten" ( $m_1$ ), deren Erfüllung durch die Optimallösung gewährleistet sein muß:

$$(69) \quad \dot{m}_1 = m_1(g + \rho - sf') - f' \{ U'(1-s) - \psi_3 \frac{b}{y^2} \}.$$

In analoger Weise liefert die Spezifizierung der Hamilton-Bedingung

$$(70a) \quad \dot{p}_2 \stackrel{!}{=} - \frac{\partial \bar{L}}{\partial \bar{d}} = -e^{-\rho t} \frac{\partial \bar{L}}{\partial \bar{d}}$$

zunächst

$$(70) \quad \dot{p}_2 = -e^{-\rho t} \{ U' (1-s) (f' - h) + m_1 s (f' - h) - m_2 g - \psi_3 \cdot \frac{b}{y^2} (f' - h) \}.$$

Aus (61) folgt

$$(71) \quad \dot{p}_2 = e^{-\rho t} (\dot{m}_2 - \rho m_2).$$

Die für eine Optimallösung notwendige Differentialgleichung für die zweite "Kozustandsvariable in laufenden Werten" ( $m_2$ ) läßt sich aus (70) und (71) ermitteln:

$$(72) \quad \dot{m}_2 = m_2 (g + \rho) - (f' - h) \{ U' (1-s) + m_1 s - \psi_3 \frac{b}{y^2} \}$$

c)

Aus der Hamilton-Bedingung

$$(34a) \quad \frac{\partial \bar{L}}{\partial p_1} = e^{-\rho t} \frac{\partial \bar{L}}{\partial p_1} \stackrel{!}{=} \dot{k}_n \quad \text{bzw.}$$

$$(35a) \quad \frac{\partial \bar{L}}{\partial p_2} = e^{-\rho t} \frac{\partial \bar{L}}{\partial p_2} \stackrel{!}{=} \dot{d}$$

kann die Bewegungsgleichung für die Zustandsvariable  $k_n$  bzw.  $d$

$$(34) \quad \dot{k}_n = sy - gk_n \quad \text{bzw.}$$

$$(35) \quad \dot{d} = b - gd$$

abgeleitet werden.

d)

Die aufgrund der Beschränkung der Kontrollvariablen gemäß der Kuhn-Tucker-Theorie zu beachtenden komplementären Schlupfbedingungen lauten:

$$(36) \quad \frac{\partial L}{\partial \phi_1} = e^{-\rho t} \frac{\partial \bar{L}}{\partial \phi_1} = 1-s \geq 0, \quad \phi_1 \geq 0, \quad \frac{\partial L}{\partial \phi_1} \phi_1 = 0$$

$$(37) \quad \frac{\partial L}{\partial \phi_2} = e^{-\rho t} \frac{\partial \bar{L}}{\partial \phi_2} = s \geq 0, \quad \phi_2 \geq 0, \quad \frac{\partial L}{\partial \phi_2} \phi_2 = 0$$

$$(38) \quad \frac{\partial L}{\partial \phi_3} = e^{-\rho t} \frac{\partial \bar{L}}{\partial \phi_3} = s + \frac{b}{y} \geq 0, \quad \phi_3 \geq 0, \quad \frac{\partial L}{\partial \phi_3} \phi_3 = 0.$$

e)

Zusätzlich zu den Bedingungen a)- d) sind bei der Problemlösung die Anfangsbedingungen (26a) sowie die Transversalitätsbedingungen

$$(73) \quad \lim_{t \rightarrow \infty} p_i(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} e^{-\rho t} m_i(t) = 0, \quad i = 1, 2$$

zu beachten. Die Konstruktion geeigneter Transversalitätsbedingungen für dynamische Optimierungsprobleme mit unendlichem Zeithorizont ist nicht ohne Schwierigkeiten. So mußte beispielsweise ARROW noch 1968 konstatieren, daß "it is not yet known how to state the appropriate transversality conditions."<sup>1)</sup> Spätere Beiträge zur Kontroll-

---

1) ARROW, K.J., Applications of Control Theory to Economic Growth, in: Lectures in Applied Mathematics, Vol. 12 (Mathematics of the Decision Sciences - Part 2), Providence 1968, S. 93.

theorie<sup>1)</sup> führten u.a. zu dem Ergebnis, daß selbst dann, wenn sich geeignete Transversalitätsbedingungen formulieren lassen, die Erfüllung dieser Bedingungen nicht immer notwendig für eine Optimallösung ist.

Als Ansatzpunkt für die Erläuterung der Transversalitätsbedingungen (73) bietet es sich an, unter Beachtung der Tatsache, daß Transversalitätsbedingungen eine Aussage hinsichtlich des Endzustandes eines ökonomischen Systems ermöglichen sollen<sup>2)</sup>, zunächst jene Transversalitätsbedingungen zu interpretieren, die zu berücksichtigen wären, wenn das Maximum des Wohlfahrtsintegrals nicht über ein unendliches, sondern lediglich über ein endliches Zeitintervall  $[0, T]$  zu bestimmen wäre. In diesem Fall wären die Transversalitätsbedingungen

$$(74) \quad p_i(T) = e^{-\rho T} m_i(T) = 0, \quad i = 1, 2$$

zu beachten<sup>3)</sup>. Unter Berücksichtigung der allgemeinen Interpretation einer Kozustandsvariablen ließe sich für den hier relevanten Optimierungsansatz aus (74) folgende Schlußfolgerung ableiten: Das Spar-, Investitions- und Verschuldungsverhalten ist so zu gestalten, daß am Ende der Betrachtungsperiode  $T$  die Zustandsvariablen  $k_n$  und  $d$  solche Werte annehmen, daß ausgehend von diesen Werten

---

1) Vgl. z.B. ARROW, K.J./KURZ, M., Public Investment..., a.a.O., S. 46, BURMEISTER, E./DOBELL, A.R., Mathematical Theories..., a.a.O., S. 396, HALKIN, H., Necessary Conditions for Optimal Control Problems with Infinite Horizons, in: Econometrica, Vol. 42 (1974), S. 271 f, MICHEL, P., On the Transversality Condition in Infinite Horizon Optimal Problems, in: Econometrica, Vol. 50 (1982), S. 975 und S. 979 f.

2) Vgl. Anhang I.

3) Vgl. TU, P.N. van, Introductory Optimization..., a.a.O., S. 125.



der marginale Beitrag einer weiteren Variation der Zustandsvariablen auf das Wohlfahrtsintegral Null wäre.

Diese Interpretation ist im Falle eines unendlichen Zeithorizontes zu modifizieren, da ein Ende der Betrachtungsperiode ex definitione nicht existiert. Die Transversalitätsbedingungen (73) beinhalten nunmehr die Forderung, daß die Kozustandsvariablen  $p_i(t)$  bzw. die Gegenwartswerte der "Kozustandsvariablen in laufenden Werten"  $\exp(-\rho t)m_i(t)$  für  $t \rightarrow \infty$  gegen Null konvergieren<sup>1)</sup>. Das Spar-, Investitions- und Verschuldungsverhalten ist folglich so zu gestalten, daß der marginale Beitrag zur Maximierung des Wohlfahrtsintegrals einer im Unendlichen vorgenommenen Variation von  $k_n$  und  $d$  gegen Null geht.

Hinsichtlich der Bedeutung der Transversalitätsbedingungen (73) lassen sich weitere informative Zusammenhänge aufdecken, indem man zunächst feststellt, daß das durch (55), (11), (13), (23)-(25) und (26a) beschriebene Optimierungsproblem lediglich über den Diskontierungsfaktor  $\exp(-\rho t)$  explizit von der Zeit abhängt; dynamische Optimierungsprobleme dieser Art sowie das als notwendige Bedingung für eine Optimallösung fungierende Differentialgleichungssystem (34), (35), (69), (72) werden als autonom bezeichnet<sup>2)</sup>. Die Erfüllung der Transversalitätsbedingung (73) ist nun in jedem Fall gewährleistet, wenn man die Annahme trifft, daß die Optimal-

---

1) Vgl. beispielsweise RYDER, H., *Optimal Accumulation and Trade in an Open Economy of Moderate Size*, in: SHELL, K. (Hrsg.), *Essays on the Theory of Optimal Economic Growth*, Cambridge/Mass. 1967, S. 92, CASS, D./SHELL, K., *The Structure and Stability of Competitive Dynamical Systems*, in: CASS, D./SHELL, K. (Hrsg.), *The Hamiltonian Approach to Dynamic Economics*, New York/San Francisco/London 1976, S. 43.

2) Vgl. z.B. ARROW, K.J./KURZ, M., *Public Investment, ...*, a.a.O., S. 50, KAMIEN, M.I./SCHWARTZ, N.L., *Dynamic Optimization*, a.a.O., S. 88 und S. 159.

lösung des autonomen Optimierungsproblems mit unendlichem Zeithorizont eine Annäherung an eine stationäre Lösung des Differentialgleichungssystems ( $k_n^*, d^*, m_1^*, m_2^*$ ;  $\dot{k}_n = \dot{d} = \dot{m}_1 = \dot{m}_2 = 0$ ) impliziert: Streben  $m_1$  und  $m_2$  endlichen Steady-State-Niveaus zu, dann müssen wegen  $\rho > 0$  die Gegenwartswerte der "Kozustandsvariablen in laufenden Werten" für  $t \rightarrow \infty$  gegen Null konvergieren, die Transversalitätsbedingungen (73) werden folglich erfüllt.

Vor dem Hintergrund des aufgezeigten Zusammenhangs zwischen der Erfüllung der Transversalitätsbedingungen und der Annahme einer gegen ein Steady-State konvergierenden Optimallösung läßt sich der gelegentlich zu lesende Hinweis verstehen, daß bei Optimierungsproblemen mit unendlichem Zeithorizont die Formulierung von Transversalitätsbedingungen durch die Annahme einer sich einem Steady-State annähernden Optimallösung ersetzt wird<sup>1)</sup>. Unter Verwendung

---

1) Vgl. z.B. KAMIEN, M.I./SCHWARTZ, N.L., Dynamic Optimization, a.a.O., S. 88 und S. 159. Im Zusammenhang mit diesem Vorgehen sind zwei Bemerkungen angebracht: Erstens soll nicht unerwähnt bleiben, daß auch im Falle von Optimallösungen, die sich nicht einem Steady-State anpassen, Transversalitätsbedingungen der Form (73) erfüllt sein können; vgl. z.B. BENHABIB, J./NISHIMURA, K., The Hopf Bifurcation and the Existence and Stability of Closed Orbits in Multi-Sector Models of Optimal Economic Growth, in: Journal of Economic Theory, Vol. 21 (1979), S. 421-444. Zweitens impliziert die Annahme einer sich dem Steady-State anpassenden Optimallösung, daß das mit diesem Steady-State verknüpfte dynamische Gleichgewicht global stabil ist. Die Frage der globalen Stabilität insbesondere für Kontrollprobleme mit mehr als einer Zustandsvariablen wurde z.B. in folgenden Beiträgen behandelt: CASS, D./SHELL, K., The Structure and Stability..., a.a.O., S. 31-70; BROCK, W.A./SCHEINKMAN, J.A., The Global Asymptotic Stability of Optimal Control with Applications to Dynamic Economic Theory, in: PITCHFORD, J./TURNOVSKY, S. (Hrsg.), Applications of Control Theory to Economic

dieser Annahme soll im folgenden zunächst der optimale Steady-State-Pfad (IV.2) und anschließend die optimale Anpassung an diesen Pfad (IV.3) beschrieben werden.

## 2. Der wohlfahrtsmaximierende Steady-State-Pfad

In Anbetracht der wieder relevanten Annahme unbeschränkter Kreditaufnahmemöglichkeiten können wir abermals der Tabelle 4 entnehmen<sup>1)</sup>, welche Kategorien volkswirtschaftlichen Spar-, Investitions- und Verschuldungsverhaltens der Gesellschaft grundsätzlich zur Verfügung stehen. Im weiteren ist zunächst zu zeigen, daß mit Ausnahme der Verhaltensweisen bzw. Politiken (A) und (E) alle anderen Politiken nicht mit einem Steady-State vereinbar oder als Steady-State-Politiken nicht optimal sind:

Die Politiken (B) und (F) sind nicht optimal, da beide  $s=1$  und somit einen gleichgewichtigen Pro-Kopf-Konsum der Höhe Null ( $c^*=0$ ) implizieren. Aus ähnlichen Gründen kann (C) ausgeschlossen werden, denn diese Handlungsmöglichkeit bewirkt wegen  $s=s_1=b=0$  für  $t \rightarrow \infty$  gemäß

$$(C\ 34) \quad \dot{k}_n = -gk_n$$

$$(C\ 35) \quad \dot{d} = -gd$$

---

Fortsetzung der Fußnote 1) von S. 193.

Analysis, a.a.O., S. 173-208;  
 MAGILL, M.J.P., Some New Results on the Local Stability of the Process of Capital Accumulation, in: Journal of Economic Theory, Vol. 15 (1977), S. 174-210;  
 BROCK, W.A., The Global Asymptotic Stability of Optimal Control: A Survey of Recent Results, in: INTRILIGATOR, M.D. (Hrsg.), Frontiers of Quantitative Economics, Vol. III, Amsterdam 1977, S. 207-237. Um die ökonomische Analyse der zu behandelnden Probleme nicht in den Hintergrund zu drängen, wird im weiteren Verlauf dieser Arbeit die Problematik der globalen Stabilität nicht diskutiert.

1) Vgl. S. 129 dieser Arbeit.

einen völligen Abbau von  $k_n$  und  $d$ ; da damit auch das Inländerprodukt ( $y$ ) auf Null sinkt, wird jeglichem Konsum die Grundlage entzogen.

Die Verhaltensweise (D) ist mit einem Steady-State nicht vereinbar, da bei fortgesetzter Wahl dieser Verhaltensweise die Momentanwerte der Kozustandsvariablen  $m_1$  und  $m_2$  keinem endlichen Grenzwert zustreben und damit eine stationäre Lösung ( $\dot{m}_1 = \dot{m}_2 = \dot{k}_n = \dot{d} = 0$ ) nicht erreicht werden kann. Dies sei beispielhaft für  $m_1$  verdeutlicht: In Analogie zur der im Anhang II dargelegten Vorgehensweise läßt sich

$$(D 69) \quad \dot{m}_1 = m_1(g + \rho) - f'U', \quad m_1 < U'$$

ermitteln. Die Verhaltensweise (D) würde wegen  $s_1 = 0$  für  $t \rightarrow \infty$  gemäß

$$\left. \begin{aligned} (D 34) \quad \dot{k}_n &= sy - gk_n \\ (D 35) \quad \dot{d} &= -sy - gd \end{aligned} \right\} \dot{k} = \dot{k}_n + \dot{d} = -gk \leq 0$$

einen vollständigen Abbau des im Inland eingesetzten Kapitalstocks und somit aufgrund der produktionstheoretischen Zusammenhänge  $f'(0) = \infty$  bewirken. Damit würde  $m_1$  gemäß (D 69) über alle Grenzen sinken, eine stationäre Lösung  $\dot{m}_1 = 0$  wäre nicht erreichbar.

Die Verhaltensweisen (A) und (E) sind grundsätzlich mit einem gleichgewichtigen Wachstumspfad kompatibel. Sollte allerdings (E) die in einem Steady-State relevante Verhaltensweise sein, dann wäre dieser Gleichgewichtspfad wegen  $s=0$  und der hiermit implizierten Forderung  $\dot{k}_n = -gk_n \stackrel{!}{=} 0$  nur durch  $k_n = 0$  zu erfüllen. Im folgenden soll angenommen werden, daß der gleichge-

wichtige Wachstumspfad durch  $k_n > 0$  gekennzeichnet ist; damit verbleibt (A) als einzige Kategorie, die das mit einem gleichgewichtigen Wachstumspfad vereinbare Spar-, Investitions- und Verschuldungsverhalten einschließt<sup>1)</sup>.

Als Ansatzpunkt für die Beschreibung des optimalen Steady-State-Pfades spezifizieren wir nun die notwendigen Bedingungen a)-c) für die durch  $0 < s < 1$  und  $s_1 > 0$  gekennzeichnete Politik (A)<sup>2)</sup>:

$$(A\ 65) \quad m_1 = U'$$

$$(A\ 66) \quad m_2 = 0$$

$$(A\ 69) \quad \dot{m}_1 = m_1 (g + \rho - f')$$

$$(A\ 72) \quad \dot{m}_2 = m_1 (h - f') \stackrel{!}{=} 0$$

$$(A\ 34) \quad \dot{k}_n = sy - gk_n$$

$$(A\ 35) \quad \dot{d} = b - gd$$

Vor einer ökonomischen Interpretation der Optimalbedingungen (A 65) und (A 66) ist zunächst zu konstatieren, daß gemäß (A 69) die Steady-State-Eigenschaft  $\dot{m}_1 = 0$  mit  $m_1 = U' > 0$  nur zu realisieren ist, falls

$$(75) \quad f'(k) = g + \rho, \quad k = k_n + d$$

gilt. Da die Wachstumsrate der Arbeit ( $g$ ) sowie die Zeit-

---

1) Der Fall, in dem (E) die auf einem Steady-State-Pfad relevante Verhaltensweise darstellt, wird in der weiteren Erörterung nur am Rande gestreift.

2) Die Spezifizierung der notwendigen Bedingungen erfolgt in Analogie zum Vorgehen im Anhang II.

präferenzrate ( $\rho$ ) exogen gegeben sind, determiniert (75) eindeutig eine optimale Kapitalintensität ( $k^*$ ) auf dem Steady-State-Pfad. Vergleicht man (75) mit der die optimale Steady-State-Kapitalintensität im Modell ohne Diskontierung zukünftiger Nutzen- bzw. Konsumströme determinierenden Gleichung

$$(5) \quad f'(k) = g,$$

so wird offensichtlich, daß die nunmehr optimale Kapitalintensität geringer ist als der entsprechende Wert im Modell ohne Diskontierung. Denn bei positiver Zeitpräferenzrate ( $\rho > 0$ ) und identischen Produktionsbedingungen ist die durch (75) bestimmte Grenzproduktivität des Kapitals ( $f'$ ) größer als die durch (5) festgelegte Grenzproduktivität. Damit bestätigt sich für ein durch Kapitalbewegungen mit dem Rest der Welt verbundenes Land das aus dem Modell einer geschlossenen Volkswirtschaft bekannte Ergebnis<sup>1)</sup>, daß die Minderschätzung zukünftiger Konsummöglichkeiten zu Lasten der Kapitalbildung geht, weil eben diese Kapitalbildung jenen zukünftigen Konsum und somit jenen Nutzenstrom ermöglicht, der aus der Gegenwartsperspektive weniger wertvoll ist als ein vergleichbarer augenblicklicher Konsum- bzw. Nutzenstrom.

Die ökonomische Deutung der den optimalen Steady-State-Pfad charakterisierenden Beziehung  $f' = g + \rho$  läßt sich durch zwei Plausibilitätsüberlegungen vertiefen. Diese zielen darauf ab, alternative Steady-State-Pfade miteinander zu vergleichen.

---

1) Vgl. z.B. CASS, P., Optimum Growth..., a.a.O., S. 236. Festzuhalten ist auch, daß wie im Modell einer geschlossenen Volkswirtschaft der Steady-State-Pfad nicht von der Spezifizierung der Nutzenfunktion abhängt; (75) wäre somit auch relevant, wenn anstatt einer strikt konkaven Nutzenfunktion eine lineare Nutzenfunktion der Gestalt  $U(c) = c$  unterstellt würde und somit das Ziel zu verfolgen wäre, die Summe des abdiskontierten Pro-Kopf-Konsums über einen unendlichen Zeithorizont zu maximieren.

Im Rahmen der ersten Überlegung wollen wir annehmen, daß eine auf einem beliebigen Steady-State-Pfad wachsende Volkswirtschaft in einem Zeitpunkt einmalig über eine exogene Zuweisung von  $\Omega$  Pro-Kopf-Gütereinheiten verfügen kann. Weiter sei angenommen, daß der Volkswirtschaft zwei Wege offenstehen, das Gütergeschenk zu nutzen: Zum einen bestehe die Möglichkeit, die geschenkten Güter vollständig im Zuweisungszeitpunkt zu konsumieren; der Pro-Kopf-Konsum steigt dann einmalig um  $\Delta c_e = \Omega$  und nimmt in allen Folgeperioden wieder seinen ursprünglichen Steady-State-Wert an. Die alternative Verwendung der exogenen Güterzuweisung sei dadurch gekennzeichnet, daß erstens im Zuweisungszeitpunkt eine Erhöhung des nationalen Pro-Kopf-Kapitalstocks um  $\Delta k_n = \Omega$  vorgenommen und zweitens die Stabilisierung des Pro-Kopf-Kapitalstocks auf dem erhöhten Niveau in allen Folgeperioden mittels eigener Spartätigkeit und somit das Weiterwachsen der Wirtschaft auf einem kapitalintensiveren Steady-State-Pfad ermöglicht wird; der Pro-Kopf-Konsum ist entsprechend dieser Variante zwar im Zuweisungszeitpunkt, möglicherweise aber nicht in allen Folgeperioden unverändert. Bezeichnen wir mit  $\Delta c_p$  den Gegenwartswert der möglichen permanenten Änderung des Pro-Kopf-Konsums, dann sollte sich die Gesellschaft für eine investive Verwendung der Zuweisung und somit für den Übergang zu einem kapitalintensiveren Gleichgewichtspfad entscheiden, falls die Ungleichung

$$(76) \quad \Delta c_p = \frac{(f' - g)\Delta k_n}{\rho} > \Delta k_n = \Omega = \Delta c_e$$

bzw. wegen  $\Delta k_n > 0$  und  $\rho > 0$

$$(77) \quad f' > g + \rho$$

gegeben ist.

Zur Begründung dieser Aussage sei angemerkt, daß die rechte Seite der Ungleichung (76), d.h.  $\Delta k_n = \Omega = \Delta c_e$ , die einmalige Erhöhung des Pro-Kopf-Konsums ( $\Delta c_e$ ) bei konsumtiver Verwendung der Güterzuweisung verdeutlicht. Die linke Seite der Ungleichung (76) repräsentiert unter Berücksichtigung der Minderschätzung zukünftigen Konsums den Gegenwartswert der permanenten Konsumänderung ( $\Delta c_p$ ), die zu erwarten ist, wenn sich die Gesellschaft für den Übergang auf einen kapitalintensiveren Gleichgewichtspfad entscheidet. Die Änderung des Konsums resultiert dabei aus dem produktionsbedingten Anstieg des Pro-Kopf-Einkommens ( $f' \Delta k_n$ ) abzüglich der Erhöhung der Pro-Kopf-Ersparnis ( $g \Delta k_n$ ), die erforderlich ist, um den nationalen Pro-Kopf-Kapitalstock auf dem erhöhten Niveau zu stabilisieren. Da  $(f' - g) \Delta k_n$  während des gesamten Zeitraumes nach Übergang auf einen kapitalintensiveren Steady-State-Pfad realisiert werden kann, ist zur Vergleichbarkeit mit  $\Delta c_e$  der Gegenwartswert sämtlicher zukünftiger Konsumänderungen zu ermitteln; im hier relevanten Fall gleichbleibender zukünftiger Konsumänderungen erhält man den gesuchten Gegenwartswert ( $\Delta c_p$ ) mittels Division der dauernden Konsumänderung durch die soziale Zeitpräferenzrate  $\rho$ .

Da Ungleichung (77) aus (76) hervorgeht, läßt sich hinsichtlich der ersten Plausibilitätsüberlegung zusammenfassend festhalten, daß der Wechsel auf einen kapitalintensiveren Gleichgewichtspfad solange erstrebenswert ist, wie die Grenzproduktivität des Kapitals ( $f'$ ) die Summe aus Wachstumsrate der Arbeit ( $g$ ) und sozialer Zeitpräferenzrate ( $\rho$ ) übersteigt. Erst wenn



sukzessive Anhebungen von  $k_n$  ceteris paribus über einen Rückgang von  $f'$  schließlich zur Realisierung von  $f' = g + \rho$  geführt haben, läßt sich die mit einem Steady-State verbundene Wohlfahrtslage der Gesellschaft durch eine Fortsetzung der Kapitalintensivierung nicht mehr steigern. Vielmehr wird die nun folgende zweite Plausibilitätsüberlegung deutlich machen, daß ein mit  $f' < g + \rho$  verbundener Steady-State-Pfad einem durch  $f' = g + \rho$  charakterisierten Pfad unterlegen ist.

Im Rahmen der zweiten Überlegung soll geprüft werden, unter welchen Umständen der Übergang von einem beliebigen Steady-State-Pfad zu einem weniger kapitalintensiven Pfad von Vorteil ist. Zu diesem Zweck denken wir uns eine exogene Verminderung des nationalen Pro-Kopf-Kapitalstocks um  $\Delta k_n < 0$  und nehmen gleichzeitig an, daß erstens die dabei freigesetzten Pro-Kopf-Güter einheiten konsumiert werden können und zweitens in allen Folgeperioden das Wachstum auf dem weniger kapitalintensiven Gleichgewichtspfad fortgesetzt wird. In Analogie zu den ersten intuitiven Betrachtungen läßt sich zeigen, daß der Übergang auf einen weniger kapitalintensiven Pfad zu empfehlen ist, falls die Konstellation

$$(78) \quad -\Delta k_n + \frac{(f' - g)\Delta k_n}{\rho} > 0$$

bzw. wegen  $\Delta k_n < 0$  und  $\rho > 0$

$$(79) \quad f' < g + \rho$$

vorliegt. In (78) repräsentiert  $-\Delta k_n > 0$  den einmaligen positiven Konsumeffekt der Verminderung des nationalen Pro-Kopf-Kapitalstocks;  $(f' - g)\Delta k_n / \rho$  stellt abermals den

Gegenwartswert der permanenten Konsumänderung dar, die mit dem Übergang auf einen weniger kapitalintensiven Steady-State-Pfad verbunden ist. Solange der gesamte Konsumeffekt positiv ist und somit  $f' < g + \rho$  gilt, lohnt sich der Abbau des nationalen Pro-Kopf-Kapitalstocks. Sukzessive Verminderungen von  $k_n$  können die mit einem Steady-State verknüpfte Wohlfahrtslage der Gesellschaft erst dann nicht mehr steigern, wenn über einen produktions-theoretisch erklärbaren Anstieg von  $f'$  schließlich die Optimalbedingung  $f' = g + \rho$  verwirklicht ist.

Weitere Einblicke in die Eigenschaften des optimalen Steady-State-Pfades liefert die Interpretation von (A 72). Diese Optimalitätsbedingung zeigt, daß die im Steady-State zu erfüllende Forderung  $\dot{m}_2 = 0$  wegen  $m_1 > 0$  die Erfüllung der schon hinlänglich bekannten Bedingung

$$(6) \quad f'(k) = h(d) \quad h = r'(d)d + r(d)$$

voraussetzt. Verknüpft man nun (75) mit (6), so erhält man schließlich

$$(80) \quad f'(k) = g + \rho = h(d) \quad \text{mit } k = k_n + d.$$

Diese Bedingung, die wir als "modifizierte" Goldene Regel der Akkumulation<sup>1)</sup> für eine offene Volkswirtschaft bezeichnen wollen, impliziert einen bestimmten Wert für  $k$  und  $d$  und somit wegen  $k = k_n + d$  auch genau einen Wert für den nationalen Pro-Kopf-Kapitalstock ( $k_n$ ).

Um sich im folgenden wieder auf die Analyse einer Schuldernation konzentrieren zu können, sei angenommen, daß in der Autarkiesituation  $g + \rho > h(0)$  gilt. Unter diesen Voraussetzungen kann (80) bei gegebenen Werten von  $g$  und  $\rho$

---

1) Im Rahmen eines Modells für die geschlossene Volkswirtschaft wurde dieser Begriff von SHELL verwendet; vgl. SHELL, K., Optimal Programs of Capital Accumulation for an Economy in which there is Exogenous Technical Change, in: SHELL, K. (Hrsg.), Essays on the Theory..., a.a.O., S. 6.

wegen  $h'(d) > 0$  nur realisiert werden, falls nach Einführung internationaler Kapitalbewegungen die Pro-Kopf-Verschuldung ( $d$ ) auf einen positiven Wert ansteigt. Das Steady-State-Niveau der Pro-Kopf-Verschuldung übersteigt gemäß (80) wegen  $\rho > 0$  das durch

$$(7) \quad f'(k) = g = h(d)$$

determinierte Niveau im Modell ohne Diskontierung zukünftiger Nutzenströme. Folglich stimuliert die Minderschätzung zukünftiger Nutzenströme die Verschuldungsbereitschaft der Gesellschaft. Auch dieser Effekt der Diskontierung ist ökonomisch unmittelbar einleuchtend, wenn man bedenkt, daß eine umfangreichere Inanspruchnahme ausländischer Kreditquellen ceteris paribus einerseits die gegenwärtigen, hoch geschätzten Konsummöglichkeiten erhöht und andererseits aufgrund steigender Schuldendienstverpflichtungen die zukünftigen, weniger hoch geschätzten Konsummöglichkeiten reduziert.

Nachdem wir festgestellt haben, daß die Einführung einer positiven Zeitpräferenzrate in das volkswirtschaftliche Optimierungskalkül einerseits die optimale Steady-State-Kapitalintensität ( $k^*$ ) reduziert und andererseits die optimale Pro-Kopf-Verschuldung ( $d^*$ ) erhöht, kann wegen  $k = k_n + d$  letztlich auf einen im Vergleich zum Modell ohne Diskontierung geringeren nationalen Pro-Kopf-Kapitalstock ( $k_n^*$ ) geschlossen werden.

Zusammenfassend kann die Wirkung der Diskontierung zukünftiger Konsum- und Nutzenströme auf die optimalen Steady-State-Werte der Kapitalintensität, der Pro-Kopf-Verschuldung und des nationalen Pro-Kopf-Kapitalstocks

im  $(d, k_n)$ -Diagramm der Abbildung 12 verdeutlicht werden.

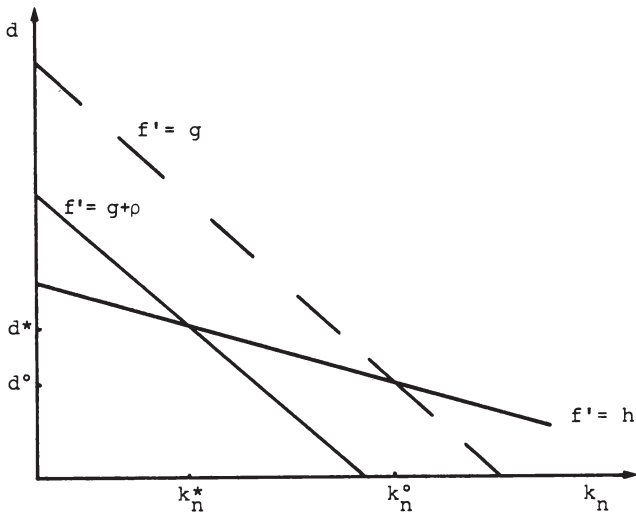


Abbildung 12 <sup>1)</sup>

Abbildung 12 enthält außer der  $(f'=h)$ -Kurve eine die Bedingung (75) repräsentierende  $(f'=g+\rho)$ -Kurve. Diese verläuft aus dem gleichen Grund wie die gestrichelt eingezeichnete  $(f'=g)$ -Kurve mit dem Steigungsmaß Eins<sup>2)</sup>.

1) Abbildung 12 gibt auch die Möglichkeit, kurz auf den Fall einzugehen, im dem (E) die optimale Steady-State-Verhaltensweise wäre. Unter Anwendung des im Anhang II genutzten Verfahrens läßt sich (69) zu  $m_1 = m_1(g+\rho) - f'U'$  mit  $m_1 < U'$  spezifizieren. Aus  $m_1 \neq 0$  folgt dann:  $m_1/U_1' = f'/(g+\rho) < 1$  bzw.  $f' < g+\rho$ . Diese Konstellation ist in einem Steady-State nur erfüllt, wenn es keinen Schnittpunkt zwischen der  $(f'=g+\rho)$ -Kurve und der  $(f'=h)$ -Kurve gibt; die  $(f'=h)$ -Kurve liegt dann soweit über der  $(f'=g+\rho)$ -Kurve, daß bei Realisierung von  $f'=h$  und  $k_n=0$  weiterhin  $f' < g+\rho$  gilt.

2) Vgl. S. 86 dieser Arbeit.

Allerdings liegt die  $(f'=g+\rho)$ -Kurve näher am Ursprung als die  $(f'=g)$ -Kurve, weil aufgrund der positiven Zeitpräferenzrate  $(\rho)$  die Bedingung  $f'=g+\rho$  eine geringere optimale Kapitalintensität impliziert als die Bedingung  $f'=g$ . Die optimale Steady-State-Konstellation  $(d^*, k_n^*)$  kommt durch den Schnittpunkt der  $(f'=h)$ -Kurve mit der  $(f'=g+\rho)$ -Kurve zum Ausdruck. Vergleicht man diese Steady-State-Konstellation mit jener, die im Modell ohne Berücksichtigung einer sozialen Zeitpräferenzrate<sup>1)</sup> maßgeblich ist  $(d^\circ, k_n^\circ)$ , dann bestätigen sich mit  $k^* < k^\circ$ ,  $d^* > d^\circ$  und somit  $k_n^* < k_n^\circ$  die abgeleiteten Resultate.

Die Charakterisierung des optimalen Steady-State-Pfades läßt sich vertiefen, indem man aus (A 34) für  $\dot{k}_n = 0$  unter Beachtung von  $f'=g+\rho$  die mit dem wohlfahrtsmaximierenden Steady-State-Pfad einhergehende Sparquote

$$(81) \quad s^* = \frac{f'k_n^*}{y^*} - \frac{\rho k_n^*}{y^*}$$

ermittelt und diese mit jener Sparquote

$$(12) \quad s^\circ = \frac{f'k_n^\circ}{y^\circ} \quad 2)$$

vergleicht, die im Modell ohne Diskontierung maßgeblich ist. (81) gibt unmittelbar zu erkennen, daß im Fall der Minderschätzung zukünftiger Konsummöglichkeiten die optimale Sparquote  $s^*$  um den Ausdruck  $\rho k_n^*/y^*$  kleiner ist als der Anteil der Zinseinkommen der Inländer am Volkseinkommen  $(f'k_n^*/y^*)$ , wohingegen im Modell ohne Dis-

---

1) Die Formulierung "ohne Berücksichtigung einer sozialen Zeitpräferenzrate" ist streng genommen unpassend, da im Abschnitt III implizit  $\rho=0$  angenommen wurde.

2) Vgl. S. 107 dieser Arbeit. Um anzudeuten, daß die optimalen Steady-State-Werte beider Modelle sich unterscheiden, werden in (12) die Optimalwerte durch eine "°" gekennzeichnet.

kontierung gemäß (12) der Anteil der Ersparnis am Volkseinkommen mit dem Anteil der Zinseinkommen der Inländer am Volkseinkommen übereinstimmen sollte.

Wie das Spar- so unterscheidet sich auch das Verschuldungsverhalten auf dem wohlfahrtsmaximierenden Steady-State-Pfad von jener Steady-State-Strategie, die im Modell ohne Diskontierung als optimal herausgearbeitet wurde. Um dies zu zeigen, leiten wir aus (A 35) für  $\dot{d}=0$  unter Beachtung von (80),  $h(d^*)=r'd^*+r$ ,  $b=\dot{D}/L$  und  $d=D/L$  jenes Kreditaufnahmeverhalten

$$(82) \quad \dot{D} = r'd^*D + rD - \rho D$$

ab, welches die Fortentwicklung der Volkswirtschaft auf dem wohlfahrtsmaximierenden Steady-State-Pfad sichert. Vergleichen wir nun die durch (82) implizierte Aussage mit jener, die im Modell ohne Diskontierung aus

$$(15) \quad \dot{D} = r'd^0D + rD \quad 1)$$

gewonnen wurde, dann wird deutlich, daß aus der Tatsache  $r'dD > 0$  im Unterschied zu (15) aus (82) nicht notwendigerweise die Ungleichung  $\dot{D} > rD$  folgt. Vielmehr ist wegen  $\rho D > 0$  nun nicht mehr auszuschließen, daß der optimale Steady-State-Pfad mit  $\dot{D} < rD$  verbunden sein kann. Da in diesem Fall die Zinszahlungen an das Ausland ( $rD$ ) die (Netto-)Zunahme der Auslandsverschuldung ( $\dot{D} > 0$ ) übersteigen würden, wäre die optimale Verschuldungsstrategie letztlich mit einem Netto-Ressourcentransfer vom Schuldner- an das Gläubigerland und folglich unter Beachtung der Zahlungsbilanzgleichung

---

1) Vgl. S. 108 dieser Arbeit. Zur Bedeutung der Symbolik vgl. die vorangegangene Fußnote.

$$(16) \quad \dot{D} = -T + rD$$

wegen  $\dot{D} - rD < 0$  mit einem dauerhaften Exportüberschuß ( $T > 0$ ) auf dem optimalen Steady-State-Pfad verbunden<sup>1)</sup>. Bedenkt man, daß dieses prinzipiell mögliche Ergebnis aus einem volkswirtschaftlichen Optimierungskalkül abgeleitet wurde, so drängen sich folgende Schlußfolgerungen auf: Zum einen zeigt sich, daß die Vorstellung, die Inanspruchnahme ausländischer Kreditquellen sollte einen dauerhaften Ressourcentransfer an das Schuldnerland ermöglichen, irreführend ist<sup>2)</sup>. Mit dieser Folgerung eng verbunden ist die Einsicht, daß der Nutzen der Auslandskreditaufnahme weder von der Richtung noch vom Ausmaß des dauerhaft erzeugten Ressourcentransfers abhängt<sup>3)</sup>.

Mit der nun folgenden ökonomischen Interpretation der Hamilton-Bedingungen (A 65) und (A 66) wollen wir gleichzeitig zur Analyse der optimalen Anpassung an den modifizierten Golden-Rule-Pfad überleiten, da diese Bedingungen - wie sich herausstellen wird - nicht nur auf dem modifizierten Golden-Rule-Pfad, sondern auch während des Anpassungsprozesses erfüllt sein müssen. Daher beziehen sich die folgenden Interpretationen nicht nur auf das optimale Steady-State-Wachstum, sondern auf den gesamten optimalen Wachstums- und Verschuldungsprozeß.

---

1) Vgl. hierzu die entsprechenden Ergebnisse, die im Modell ohne Diskontierung auf S. 108 f. dieser Arbeit erörtert wurden.

2) Vgl. OHLIN, G., Debt, Development and Default, a.a.O., S. 208.

3) Vgl. EBENDA, S. 208.

Eine anschauliche Interpretation von (A 65) läßt sich entwickeln, indem man zunächst einen Schritt auf dem Weg zur Ableitung von (A 65) zurückgeht. Dies führt zur Optimalitätsbedingung (65)<sup>1)</sup>. Aus (65) folgt im Fall der Politik (A) wegen  $\psi_1 = \psi_2 = \psi_3 = 0$  und nach Erweiterung mit  $\Delta s$  die Gleichung

$$(A\ 65)' \quad -U'y\Delta s + m_1y\Delta s = 0.$$

In dieser Gleichung, die sich materiell nicht von (A 65) unterscheidet, spiegelt  $\Delta s$  eine Variation der Sparquote wider.

Zur Illustration der durch (A 65)' implizierten ökonomischen Aussage unterstellen wir eine Erhöhung der Sparquote ( $\Delta s > 0$ ) in einem beliebigen Zeitpunkt  $t = \tau$ . Da unter dieser Annahme  $-y\Delta s$  einen unmittelbaren Rückgang des Pro-Kopf-Konsums anzeigt, wird durch  $-U'(\tau)y\Delta s$  in (A 65)' der unmittelbare Wohlfahrtsverlust widergespiegelt, den die Gesellschaft als Folge der Sparquotenerhöhung im Zeitpunkt  $t = \tau$  zu tragen hat.

Die Anhebung der Sparquote impliziert allerdings auch positive Wohlfahrtseffekte, weil die zum Zeitpunkt  $t = \tau$  im Ausmaß der Einschränkung des Pro-Kopf-Konsums eintretende Erhöhung des nationalen Pro-Kopf-Kapitalstocks ( $k_n$ ) um  $y\Delta s$  letztlich - über die dem Zeitpunkt  $t = \tau$  folgenden Einkommenssteigerungen - die zukünftigen Konsummöglichkeiten erhöht. Die Wohlfahrtswirkungen der Erhöhung von  $k_n$  um  $y\Delta s$  lassen sich angeben, wenn in Anlehnung an die allgemeine Interpretation der Kozustandsvariablen  $p_i$  bzw. des Momentanwertes der Kozustandsvariablen  $m_i$  eine ökonomische Deutung von  $p_1$  bzw.  $m_1$  vorgenommen wird:  $p_1(\tau)$  spiegelt den marginalen Beitrag einer

---

1) Vgl. S. 187 dieser Arbeit.



zum Zeitpunkt  $t=\tau$  stattfindenden Veränderung des nationalen Pro-Kopf-Kapitalstocks zu dem Wohlfahrtsintegral wider, welches gemäß (55) zu maximieren ist. Da dieses Wohlfahrtsintegral der Summe der auf  $t=0$  abdiskontierten Nutzen entspricht, gibt auch  $p_1(\tau)$  aus der Sicht der Gegenwart ( $t=0$ ) den marginalen Wohlfahrtsbeitrag der zum Zeitpunkt  $t=\tau$  erfolgenden Veränderung des nationalen Pro-Kopf-Kapitalstocks ( $k_n$ ) an. Folglich ist  $m_1(\tau) = \exp(\rho\tau)p_1(\tau)$  als der marginale Wohlfahrtsbeitrag einer zum Zeitpunkt  $t=\tau$  erfolgenden und aus der Sicht des Zeitpunktes  $t=\tau$  bewerteten Veränderung des nationalen Pro-Kopf-Kapitalstocks zu deuten. Der gesamte positive Wohlfahrts-effekt einer Sparquotenanhebung wird aus der Sicht der Periode  $t=\tau$  durch  $m_1 y \Delta s$  in (A 65)' erfaßt.

Vergleicht man nun den unmittelbaren Wohlfahrtseffekt aufgrund der Konsumeinschränkung in  $t=\tau$  ( $-U'(\tau)y\Delta s$ ) mit dem auf  $t=\tau$  bezogenen Wohlfahrtseffekt der Erhöhung des nationalen Pro-Kopf-Kapitalstocks ( $m_1(\tau)y\Delta s$ ), dann gelangt man zu der Schlußfolgerung, daß eine sukzessive Anhebung (Verringerung) der Sparquote per saldo wohlfahrtserhöhend wirkt, solange  $-U'(\tau)y\Delta s + m_1(\tau)y\Delta s > 0$  ( $-U'(\tau)y\Delta s + m_1(\tau)y\Delta s < 0$ ) ist. Der optimale Wert der Sparquote zum Zeitpunkt  $t=\tau$  ist offensichtlich dann gefunden, wenn  $-U'(\tau)y\Delta s + m_1(\tau)y\Delta s = 0$  gegeben ist. Genau diesen Sachverhalt bringt (A 65)' zum Ausdruck, wobei zu ergänzen ist, daß diese Bedingung nicht nur zum Zeitpunkt  $t=\tau$ , sondern für alle  $t \in [0, \infty]$  und damit während des gesamten Wachstums- und Verschuldungsprozesses erfüllt werden soll.

Auf der Grundlage der ausführlichen Veranschaulichung der Optimalbedingung (A 65)' kann schließlich eine ökonomische Deutung der Bedingung (A 65)  $U' = m_1$  vorgenommen werden: Aus der Sicht des Zeitpunktes  $t \in [0, \infty]$  stellt  $U'(c(t))$  den Wohlfahrtsbeitrag der letzten konsumtiv verwendeten Pro-Kopf-Einkommenseinheit dar;  $m_1(t)$  zeigt aus der Sicht des Zeitpunktes  $t$  an, welcher Wohlfahrtsbeitrag aus der letzten zur Erhöhung des nationalen Pro-Kopf-Kapitalstocks ( $k_n(t)$ ) verwendeten Pro-Kopf-Einkommenseinheit resultiert. (A 65) beinhaltet folglich die Forderung, die Entscheidung hinsichtlich der Steuervariablen  $s$  so zu treffen, daß in jedem Zeitpunkt, in dem die Handlungsmöglichkeit (A) zum Tragen kommt, der mit dieser Entscheidung verbundene nationale Pro-Kopf-Kapitalstock ( $k_n$ ) einen marginalen Wohlfahrtsbeitrag ( $m_1$ ) impliziert, der mit jenem Grenznutzen ( $U'$ ) übereinstimmt, welcher aus dem gleichzeitig ermöglichten Pro-Kopf-Konsum ( $c$ ) resultiert. Solange beispielsweise  $U' > m_1$  gilt, kann durch eine Reduktion der Sparquote und somit durch eine Umstrukturierung der Einkommensverwendung zugunsten des Konsums die Wohlfahrt der Gesellschaft erhöht werden.

Zur Interpretation von (A 66) läßt sich folgendes festhalten: Da der Momentanwert der Kozustandsvariablen  $m_2(t)$  aus der Sicht des Zeitpunktes  $t \in [0, \infty]$  den marginalen Wohlfahrtsbeitrag einer zum Zeitpunkt  $t$  eintretenden Veränderung der Zustandsvariablen ( $d$ ) angibt, beinhaltet die Optimalbedingung (A 66) mit  $m_2=0$  die Maxime, die unbegrenzten Kreditaufnahme-

möglichkeiten durch eine entsprechende Wahl der Steuervariablen  $b$  so in Anspruch zu nehmen, daß zu jedem Zeitpunkt eine Pro-Kopf-Verschuldung ( $d$ ) realisiert wird, von der aus eine weitere Variation von  $d$  ceteris paribus keine Wohlfahrtssteigerung bewirken würde. Die Kennzeichen dieser optimalen Steuerung des Verschuldungsprozesses werden greifbarer, wenn in Rechnung gestellt wird, daß die Bedingung  $m_2=0$  für alle  $t \in [0, \infty]$  die Forderung  $\dot{m}_2=0$  für den gesamten Akkumulationsprozeß und nicht nur für den Steady-State-Pfad beinhaltet. Folglich impliziert  $m_2=0$  unter Berücksichtigung von (A 72) letztlich die Bedingung

$$(6) \quad f'(k) = h(d) \quad \text{mit } h = r'(d)d + r(d) .$$

Bei unbegrenzten Kreditaufnahmemöglichkeiten ist durch eine geeignete Wahl der Steuervariablen  $b$  permanent für eine Übereinstimmung der Grenzproduktivität des Kapitals ( $f'$ ) mit den Grenzkosten der Inanspruchnahme ausländischen Kapitals ( $h$ ) zu sorgen.

Weitere mit  $m_2=0$  verbundene Schlußfolgerungen lassen sich aufdecken, wenn man aus (6) die bereits im Rahmen der Untersuchung konsummaximierender Wachstums- und Verschuldungsprozesse ermittelte Beziehung

$$(54) \quad f' \left(1 - \frac{\epsilon}{\epsilon+1}\right) = r \quad \text{mit } \epsilon = r' \frac{d}{r} = \frac{\partial r}{\partial d} \frac{d}{r} \geq 0 \quad 1)$$

ableitet. (54) ist abermals die wirtschaftspolitische Empfehlung zu entnehmen, zur Vermeidung einer übermäßigen Auslandsverschuldung die Erträge, welche das ausländische Kapital im Inland erwirtschaftet, so zu besteuern, daß der im Eigentum der Ausländer befindliche Kapitalstock nicht gemäß seiner Grenzproduktivität ( $f'$ ), sondern mit

---

1) Vgl. S. 173 dieser Arbeit.

einem geringeren Betrag ( $r < f'$ ) entlohnt wird. Der optimale Steuersatz  $\pi = \epsilon / (\epsilon + 1)$ , der von der Elastizität der  $r(d)$ -Funktion abhängt, stimmt mit jenem überein, der im konsummaximierenden Wachstumsmodell relevant ist.

### 3. Optimale Anpassungsprozesse

Die optimale Anpassung an den modifizierten Golden-Rule-Pfad soll anhand der Abbildung 13 verdeutlicht werden. Da hierbei teilweise auf Überlegungen des Abschnittes III.2 zurückgegriffen wird, werden sich die Erläuterungen auf das Notwendigste beschränken.

Ausgehend von alternativen Autarkiekonstellationen - vgl. beispielsweise  $k_n^a$  und  $\bar{k}_n^a$  in Abbildung 13 - sollte die Möglichkeit zur unbegrenzten Kreditaufnahme abermals so genutzt werden, daß unmittelbar nach Zulassung internationaler Kapitalbewegungen die Bedingung für eine optimale Inanspruchnahme ausländischer Kapitalquellen ( $f' = h$ ) realisiert wird. Als Ergebnis dieser ersten Phase der Anpassung können sich beispielsweise die in Abbildung 13 mit (x) und (xx) bezeichneten  $(d, k_n)$ -Konstellationen einstellen.

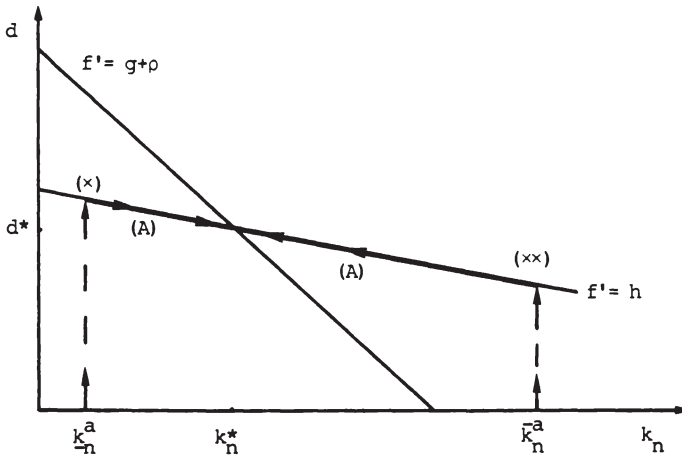


Abbildung 13

Die Bezeichnung der Pfeile entlang der ( $f'=h$ )-Kurve mit dem Symbol (A) beinhaltet die Behauptung, daß die Politik-kategorie (A) jenes Spar-, Investitions- und Verschuldungsverhalten einschließt, das unter Aufrechterhaltung der Bedingung  $f'=h$  eine optimale Anpassung an den Golden-Rule-Pfad ( $d^*, k_n^*$ ) herbeiführt. Im folgenden soll nicht nur die Richtigkeit dieser Behauptung überprüft, sondern auch eine Charakterisierung des optimalen Anpassungspfades vorgenommen werden.

Konzentrieren wir uns zu diesem Zweck auf die mit (x) gekennzeichnete ( $d, k_n$ )-Konstellation<sup>1)</sup>, dann läßt sich als erstes wiederum feststellen, daß die Verhaltensweisen (C), (D) und (F) in jedem Fall eine Abweichung von der ( $f'=h$ )-Kurve bewirken<sup>2)</sup> und daher nicht Teil einer optimalen Anpassungsstrategie sein können.

Zur weiteren Ausgrenzung ungeeigneter Politiken ist hervorzuheben, daß die unterhalb der ( $f'=g+\rho$ )-Kurve liegende ( $d, k_n$ )-Konstellation (x) durch  $f'=h$  und  $f'>g+\rho$  gekennzeichnet ist. Da die Relation  $f'>g+\rho$  anzeigt, daß der aktuelle Pro-Kopf-Kapitalstock ( $k$ ) den langfristig optimalen, durch  $f'=g+\rho$  geprägten Wert ( $k^*$ ) unterschreitet, erfordert ein optimaler Übergang von der ( $d, k_n$ )-Kombination (x) zur Kombination ( $d^*, k_n^*$ ) eine Kapitalintensivierung ( $\dot{k}>0$ ), so daß  $f'$  auf das Niveau  $g+\rho$  sinkt. Hierbei muß zur Aufrechterhaltung der Gleichung  $f'=h$  die mit einer Reduktion von  $f'$  verbundene Kapitalintensivierung von einem Rückgang von  $h$  und damit von einem Abbau der Pro-Kopf-Verschuldung ( $\dot{d}<0$ ) begleitet werden. Festzuhalten ist ferner, daß eine gesamtwirtschaftliche Kapitalintensivierung ( $\dot{k}>0$ ) bei gleichzeitigem Schuldenabbau ( $\dot{d}<0$ ) einen Anstieg des nationalen Pro-Kopf-Kapitalstocks ( $\dot{k}_n>0$ ) erfordert, der die Verminderung von  $d$  überkompensiert.

---

1) Alle folgenden Überlegungen können mutatis mutandis auf den Fall der Konstellation (xx) übertragen werden.

2) Vgl. S. 130 f. dieser Arbeit.

Zu prüfen ist jetzt, welche der Politiken (A), (B) und (E) dieses Akkumulationsmuster generiert und dabei gleichzeitig die Hamilton-Bedingungen (65), (66), (69), (72), (34) und (35) erfüllt.

Da die Verhaltensweise (E) sich gemäß Tabelle 4 durch  $s=0$  und somit durch

$$(E\ 34) \quad \dot{k}_n = -gk_n < 0$$

auszeichnet, induziert diese Politik anstatt der notwendigen Erhöhung von  $k_n$  einen Abbau des nationalen Pro-Kopf-Kapitalstocks. Damit ist (E) nicht geeignet, um von  $(\times)$  ausgehend einen Übergang zu  $(d^*, k_n^*)$  zu bewirken.

Die Verhaltensweise (B), die sich wegen  $s=1$  (vgl. Tabelle 4) durch einen völligen Konsumverzicht auszeichnet, kann ebenfalls ausgeschlossen werden. Dies wird deutlich, wenn die in (58) erfaßte Eigenschaft der Nutzenfunktion  $(U'(0)=\infty)$  in der für (B) relevanten Optimalitätsbedingung

$$(B\ 65) \quad m_1 > U'(c) = U'(0) = \infty^1$$

berücksichtigt wird; diese Optimalitätsbedingung kann von keinem Wert der Kozustandsvariablen  $m_1$  erfüllt werden.

Damit verbleibt (A) als einzige Politikategorie, die das Spar-, Investitions- und Verschuldungsverhalten implizieren kann, welches ausgehend von  $(d, k_n)$ -Kombinationen der Art  $(\times)$  eine optimale Anpassung an den modifizierten Golden-Rule-Pfad  $(d^*, k_n^*)$  induziert. Einige Charakteristika der optimalen Anpassung sind nun anhand der Hamilton-Bedingungen (A 65), (A 66), (A 69) und (A 72) herauszuarbeiten.

---

1) (B 65) erhält man, indem in (65)  $\psi_2 = \psi_3 = 0$  und  $\psi_1 > 0$ , diese Werte folgen aus Tabelle 4 in Verbindung mit (63), eingesetzt wird. Darüber hinaus ist wegen  $s=1$  der Grenznutzen  $U'(0)=\infty$  zu berücksichtigen.

Die für den Übergang von der  $(d, k_n)$ -Kombination  $(x)$  zur Kombination  $(d^*, k_n^*)$  erforderliche Erhöhung des nationalen Pro-Kopf-Kapitalstocks  $(k_n)$  muß durch eine entsprechende Wahl der Sparquote  $(s)$  so gesteuert werden, daß gemäß

$$(A\ 65) \quad m_1 = U'$$

zu jedem Zeitpunkt der marginale Wohlfahrtsbeitrag des Konsums  $(U')$  mit dem marginalen Wohlfahrtsbeitrag des nationalen Pro-Kopf-Kapitalstocks  $(m_1)$  übereinstimmt.

Die gleichzeitig notwendige Verminderung der Pro-Kopf-Verschuldung  $(d)$  ist durch die Festlegung der Pro-Kopf-Auslandskreditaufnahme bzw. -vergabe  $(b)$  so zu steuern, daß gemäß

$$(A\ 66) \quad m_2 = 0$$

der marginale Wohlfahrtsbeitrag der Pro-Kopf-Verschuldung  $(m_2)$  in jedem Zeitpunkt des Anpassungsprozesses den Wert Null annimmt. Da die Optimalitätsbedingung (A 66) - wie bei der Beschreibung des optimalen Steady-State-Pfades gezeigt wurde - die Konstellation  $f'=h$  impliziert, kommt durch (A 66) nochmals zum Ausdruck, daß die Anpassung an den optimalen Gleichgewichtspfad unter Aufrechterhaltung der Übereinstimmung zwischen der Grenzproduktivität des Kapitals und den Grenzkosten der Nutzung ausländischer Kapitalquellen erfolgen soll.

Weiter läßt sich eine Aussage hinsichtlich der Entwicklung des Pro-Kopf-Konsums auf dem Optimalpfad ableiten, wenn man berücksichtigt, daß die  $(d, k_n)$ -Kombination  $(x)$  durch  $f' > g + \rho$  gekennzeichnet ist und daher

$$(A 69) \quad \dot{m}_1 = m_1(g + \rho - f') < 0$$

gilt. Aus (A 65) erhält man durch Differentiation nach der Zeit

$$(83) \quad \dot{m}_1 = U''\dot{c} \quad \text{mit } U''\dot{c} = d\{U'(c(t))\}/dt.$$

Beachtet man die in (57) formulierte Eigenschaft der Nutzenfunktion ( $U'' < 0$ ), dann läßt sich aus (83) in Verbindung mit der aus (A 69) folgenden Information  $\dot{m}_1 < 0$  die Folgerung ziehen, daß der Pro-Kopf-Konsum während des optimalen Anpassungsprozesses zunimmt ( $\dot{c} > 0$ ). Die Bewegung entlang der ( $f' = h$ )-Kurve von links oben nach rechts unten zeichnet sich folglich nicht nur durch eine die Abnahme der Pro-Kopf-Verschuldung ( $d$ ) begleitende Zunahme des nationalen Pro-Kopf-Kapitalstocks ( $k_n$ ) und der Kapitalintensität ( $k$ ), sondern auch durch eine Steigerung des Pro-Kopf-Konsums ( $c$ ) aus.

Vor dem Hintergrund der gleichzeitigen Zunahme von  $k_n$  und  $c$  stellt sich die Frage, wie sich die Sparquote ( $s$ ) auf dem optimalen Wachstumspfad entwickelt. Um hinsichtlich dieser Frage zu einer Antwort zu gelangen, differenzieren wir die aus der Gleichung für den Pro-Kopf-Konsum

$$(3a) \quad c = (1-s)\{f(k_n + d) - r(d)d\}$$

herleitbare Gleichung

$$(84) \quad s = \frac{f(k_n + d) - r(d)d - c}{f(k_n + d) - r(d)d}$$

nach der Zeit. Dies führt unter Berücksichtigung der auf dem Optimalpfad erfüllten Bedingung  $f' = h$  schließlich zu

$$(85) \quad \dot{s} = \frac{1}{y}(cf'k_n/y - \dot{c}), \quad y = f(k_n + d) - r(d)d.$$



Da neben  $\dot{k}_n$  und  $\dot{c}$  auch alle anderen Größen in der Klammer von (85) nicht negativ sind, läßt sich die Entwicklung von  $s$  nicht eindeutig angeben. Damit bestätigt sich für das hier behandelte Modell der offenen Volkswirtschaft ein von CASS im Modell einer geschlossenen Volkswirtschaft abgeleitetes Ergebnis<sup>1)</sup>.

Abschließend ist noch anzumerken, das sich durch Differentiation von (A 72) nach der Zeit unter Berücksichtigung von  $f'=h$  und  $\dot{d}=b-gd$  die Gleichung

$$(86) \quad b = \frac{f''k_n}{h'-f''} + gd \gtrless 0$$

bestimmen läßt. (86) zeigt an, daß der beim Übergang von der Konstellation (x) zur Konstellation ( $d^*, k_n^*$ ) entlang der ( $f'=h$ )-Kurve erfolgende Abbau der Pro-Kopf-Verschuldung wegen  $f''<0, k_n^*>0$  und  $h'>0$  sowohl mit einer Auslandskreditvergabe ( $b<0$ ) als auch mit einer weiteren Auslandskreditaufnahme ( $b>0$ ) verknüpft sein kann.

Zusammenfassend läßt sich hinsichtlich der optimalen Anpassung einer in der Autarkielage ( $d=0$ ) relativ kapitalarmen Volkswirtschaft ( $k_n^a < k_n^* < k^*$ ) an den optimalen Steady-State-Pfad ( $k^*=k_n^*+d^*$ ) festhalten, daß die Auslandsverschuldung temporär das langfristig optimale Niveau übersteigt ( $d>d^*$ , vgl. Abbildung 13). Diesbezüglich werden die Ergebnisse bestätigt, die aus dem konsummaximierenden Ansatz abgeleitet wurden<sup>2)</sup>. Im Gegensatz zum konsummaximierenden Anpassungsprozeß ist die wohlfahrtsmaximierende Anpassung nicht durch eine schnellstmögliche Annäherung an den optimalen Steady-State-Pfad gekennzeichnet. Dies kommt vor allem dadurch zum Ausdruck, daß während der Anpassung nicht  $s=1$ , sondern  $s<1$  gewählt werden sollte.

---

1) Vgl. CASS, D., Optimum Growth..., a.a.O., S. 238.

2) Vgl. die Abschnitte III.2.4 und III.3.2 dieses Kapitels.

## V. ZUSAMMENFASSUNG UND AUSBLICK

Aufbauend auf der Hypothese, daß ein Anstieg der (Pro-Kopf)-Auslandsverschuldung *ceteris paribus* die Wahrscheinlichkeit von Schuldendienstproblemen größer werden läßt und somit einen Anstieg des vom Schuldnerland zu zahlenden Kreditzinses induziert, konzentrierten sich die Betrachtungen in diesem Kapitel auf grundlegende Aspekte optimaler Wachstums- und Verschuldungsprozesse im neoklassischen Ein-Sektoren-Modell einer offenen Volkswirtschaft. Die Analyse dieser Wachstums- und Verschuldungsprozesse umfaßte neben einer Beschreibung optimaler Steady-State-Pfade eine intensive Erörterung der Wachstumspfade, die eine optimale Annäherung an den optimalen Steady-State-Pfad beinhalten. Als Optimalitätskriterium wurde hierbei sowohl das Ziel der Konsummaximierung als auch das Ziel der Wohlfahrtsmaximierung unter Beachtung einer sozialen Zeitpräferenzrate gewählt.

Einige der wichtigsten Ergebnisse der Analyse lassen sich wie folgt zusammenfassen:

- (1) Sowohl von der positiven Abhängigkeit des Kreditzinses vom Ausmaß der Verschuldung als auch von einer quantitativen Begrenzung der Kreditaufnahme gehen negative Wirkungen auf die Wohlfahrt des Schuldnerlandes aus.
- (2) Ein sich selbst überlassener wettbewerblicher Selbststeuerungsmechanismus hat im allgemeinen eine nicht-optimale übermäßige Auslandsverschuldung zur Folge. Zur Realisierung der volkswirtschaftlich optimalen Auslandsverschuldung ist eine Besteuerung ausländischer Kapitalerträge in der Weise notwendig, daß der den Ausländern zufließende Zinssatz die

inländische Grenzproduktivität des Kapitals unterschreitet. Der optimale Steuersatz hängt hierbei vom Ausmaß des zinserhöhenden Effektes einer steigenden Auslandsverschuldung ab.

- (3) Der optimale Verschuldungsprozeß einer in der Autarkielage kapitalarmen Volkswirtschaft kann dadurch gekennzeichnet sein, daß die Höhe der Auslandsverschuldung temporär das langfristig optimale Niveau überschreitet.
- (4) Die Berücksichtigung einer positiven sozialen Zeitpräferenzrate im volkswirtschaftlichen Optimierungskalkül hat einerseits eine Dämpfung der gesamtwirtschaftlichen sowie der nationalen Kapitalbildung und andererseits eine Stimulierung der Verschuldungsbereitschaft zur Folge. Darüber hinaus ist aufgrund der Diskontierung zukünftiger Konsum- und Nutzenströme nicht auszuschließen, daß der optimale Steady-State-Pfad der Schuldnation mit einem Netto-Ressourcentransfer an das Ausland verbunden ist.
- (5) Schließlich ist festzuhalten, daß der wohlfahrtsmaximierende Wachstums- und Verschuldungsprozeß anders als der konsummaximierende Prozeß nicht durch eine schnellstmögliche Anpassung an den optimalen Steady-State-Pfad gekennzeichnet ist.

Vor dem Hintergrund der in diesem Kapitel aufgedeckten Zusammenhänge sind im folgenden 4. und 5. Kapitel neben der Auslandsverschuldung weitere Indikatoren potentieller Schuldendienstprobleme bzw. Zinsdeterminanten

in die modelltheoretische Analyse zu integrieren. Mit Blick auf die Charakterisierung eines optimalen Wachstums- und Verschuldungsprozesses ist die Berücksichtigung zusätzlicher Zinsdeterminanten deshalb von Interesse, weil sich zeigen wird, daß diese Determinanten teilweise durch das Schuldnerland beeinflusbar sind. Damit eröffnet sich die Möglichkeit, zu untersuchen, durch welche Wirtschaftspolitiken der Schuldner versuchen sollte, die Bedingungen der Kreditaufnahme zum eigenen Vorteil zu gestalten.

4. Kapitel: OPTIMALE AUSLANDSVERSCHULDUNG BEI  
VERSCHULDUNGS-, PRODUKTIONS- UND  
ERSPARNISDETERMINIERTEM KREDITZINS

I. AUSLANDSVERSCHULDUNG, PRODUKTION UND ERSPARNIS  
 ALS DETERMINANTEN DES KREDITZINSES

Erste wohlfahrtsökonomische Ansätze, die im Kontext wachstumstheoretischer Modelle neben dem Niveau der Auslandsverschuldung andere Determinanten des vom Schuldner zu zahlenden Kreditzinses berücksichtigen, wurden von HANSON (1974)<sup>1)</sup> und FEDER/REGEV (1975)<sup>2)</sup> formuliert. HANSON sieht das Verhältnis zwischen dem Auslandskapital bzw. dem durch ausländische Kreditgeber finanzierten Kapitalstock und dem nationalen Kapitalstock als Determinante des Länderrisikos und damit jenes Zinses, zu dem sich das betreffende Land ausländische Kreditmittel besorgen kann<sup>3)</sup>. FEDER/REGEV unterscheiden bei der Diskussion des Länderrisikos ausdrücklich zwischen dem Risiko möglicher Schuldendienstprobleme und dem Enteignungsrisiko, dem jener Kapitalstock ausgesetzt ist, der sich im Eigentum ausländischer Direktinvestoren befindet<sup>4)</sup>; das uns

---

1) HANSON, J.A., Optimal International Borrowing ..., a.a.O.

2) FEDER, G./REGEV, U., International Loans, ..., a.a.O.

3) Vgl. HANSON, J.A., Optimal International Borrowing ..., a.a.O., S. 616 und 620.

4) Vgl. FEDER, G./REGEV, U., International Loans, ..., a.a.O., S. 321.

interessierende Risiko potentieller Schuldendienstprobleme und somit die Verzinsung der externen Verschuldung wird in funktionaler Abhängigkeit vom Verhältnis zwischen Gesamtkapitalstock und Auslandsverschuldung gesehen<sup>1)</sup>. Sowohl der von HANSON als auch der von FEDER/REGEV verwendeten Zinsdeterminanten kann eine Nähe zu dem im 2. Kapitel von Teil B diskutierten Verhältnis zwischen dem externen Schuldenstand und dem Bruttoinlandsprodukt bescheinigt werden, da beide Determinanten das Verhältnis zwischen den produktiven Kapazitäten und dem Verschuldungsniveau als risiko- und damit zinsbeeinflussende Variable deutlich werden lassen.

Wir wollen im folgenden eine weitere Annäherung an empirisch bedeutsame Zinsdeterminanten vornehmen, indem wir im Unterschied zur Vorgehensweise von HANSON und FEDER/REGEV explizit die Relation zwischen Schuldenstand und Bruttoinlandsprodukt als zinsbeeinflussende Größe verwenden. Gleichzeitig wird den in empirischen Studien als bedeutungsvoll identifizierten makroökonomischen Variablen insofern Rechnung getragen, als wir in Erweiterung des HANSON- bzw. FEDER/REGEV-Modells stellvertretend für die Relation zwischen den Bruttoinvestitionen und dem Bruttoinlandsprodukt das modelltheoretisch leichter zu berücksichtigende Verhältnis zwischen der Ersparnis und dem Inländerprodukt als zusätzliche Zinsdeterminante in die Analyse einbeziehen. Ferner ist darauf hinzuweisen, daß das im folgenden zu entwickelnde Modell insofern eine Verallgemeinerung der Analysen von HANSON und FEDER/REGEV impliziert, als im Unterschied zu diesen Arbeiten nicht vom gesellschaftlichen Ziel der Konsummaximierung, sondern

---

1) Vgl. EBENDA, S. 322.

von dem der Wohlfahrtsmaximierung ausgegangen wird. Schließlich ist vorauszuschicken, daß im Gegensatz zu den Analysen von HANSON und FEDER/REGEV nicht nur eine Beschreibung des optimalen Steady-State-Pfades, sondern auch eine grundsätzliche Charakterisierung des optimalen Wachstums- und Verschuldungsprozesses erfolgt. Hierbei werden aber auch wir - anders als im vorangegangenen 3. Kapitel - keine eingehende Erörterung der optimalen Anpassungsprozesse an den optimalen Steady-State-Pfad vornehmen.

## II. DER ZUSAMMENHANG ZWISCHEN

### KREDITZINS UND DEN ZINSDETERMINANTEN

Übernimmt man die im 1. Kapitel eingeführten produktionstheoretischen Voraussetzungen<sup>1)</sup>, dann läßt sich die Relation zwischen dem Schuldenstand ( $D > 0$ ) und dem Bruttoinlandsprodukt ( $BIP = Q$ ) durch

$$(1) \quad \frac{D}{BIP} = \frac{D}{Q} = \frac{D/L}{Q/L} = \frac{d}{f(k_n + d)}$$

$$\text{mit } Q = F(K, L), \quad Q/L = f(k), \quad k = k_n + d$$

erfassen.

Der Anteil der Inländerersparnis ( $S$ ) am Inländerprodukt ( $Y$ ) wird wieder gemäß

$$(2) \quad s = \frac{S}{Y}$$

---

1) Vgl. S. 54 ff. dieser Arbeit.

als Sparquote ( $s$ ) bezeichnet.

Unter Verwendung von (1) und (2) kann man die funktionale Abhängigkeit des Kreditzinses ( $r$ ) von der Relation zwischen Schuldenstand und Produktion ( $d/f(k_n+d)$ ) sowie von der Sparquote ( $s$ ) durch

$$\begin{array}{l}
 r = r\left(\frac{d}{f(k_n+d)}, s\right) \\
 \text{mit} \\
 (3) \quad r_1 = \frac{\partial r}{\partial \{d/f(k_n+d)\}} > 0 \\
 \quad r_2 = \frac{\partial r}{\partial s} < 0
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{l} r = r\left(\frac{d}{f(k_n+d)}, s\right) \\ \text{mit} \\ (3) \quad r_1 = \frac{\partial r}{\partial \{d/f(k_n+d)\}} > 0 \\ \quad r_2 = \frac{\partial r}{\partial s} < 0 \end{array}} \right\} \text{für } d \geq 0$$

Ausdruck verliehen werden. Da die mittels (3) formulierte  $r(\cdot)$ -Funktion ausschließlich für  $d \geq 0$  relevant ist, werden die weiteren Überlegungen a priori auf den Fall einer Schuldnernation beschränkt. (3) reflektiert dann die Hypothese, daß der von einem Schuldnerland zu zahlende Zins ceteris paribus um so höher ist, je höher die externe Verschuldung im Vergleich zur Produktion und je geringer die Ersparnis in Relation zum Einkommen ist.

### III. DYNAMISCHER OPTIMIERUNGSANSATZ UND OPTIMALITÄTSBEDINGUNGEN

Der nun zu formulierende Optimierungsansatz stimmt bis auf die verwendete  $r(\cdot)$ -Funktion völlig mit jenem überein, der im Abschnitt IV des 3. Kapitels präsentiert wurde. Folglich können wir das dynamische Wohlfahrtsmaximierungsproblem durch nachstehenden kontrolltheoretischen Ansatz beschreiben:



$$(4) \quad \max_{\substack{s(t) \\ b(t)}} W = \int_0^{\infty} e^{-\rho t} U(c) dt$$

mit:  $U > 0$ ,  $U' > 0$ ,  $U'' < 0$  für  $c > 0$

$$\lim_{c \rightarrow 0} U' = \infty, \quad \lim_{c \rightarrow \infty} U' = 0$$

$$c = (1-s) \left( f(k_n+d) - r \left\{ \frac{d}{f(k_n+d)}, s \right\} d \right)$$

unter Beachtung von

$$(5) \quad \dot{k}_n = s \left( f(k_n+d) - r \left\{ \frac{d}{f(k_n+d)}, s \right\} d \right) - gk_n$$

$$(6) \quad \dot{d} = b - gd$$

$$(7) \quad s \leq 1$$

$$(8) \quad s \geq 0$$

$$(9) \quad s + \frac{b}{y} \geq 0$$

$$(10) \quad k_n(0) = k_n^0 \quad d(0) = d^0 \quad 1).$$

Um die wesentlichen Eigenschaften des Akkumulationsprozesses aufzudecken, der das in (4) formulierte konsumabhängige Wohlfahrtsintegral unter Beachtung der Differentialgleichungen (5) und (6), der Nebenbedingung (7), der Nicht-Negativitätsbedingungen (8) und (9) sowie der Anfangsbedingung (10) maximiert, wollen wir uns auf die Analyse des Lösungsbereiches beschränken, für den die Restriktionen (7)-(9) inaktiv sind und daher

---

1) Wieder ist darauf hinzuweisen, daß alle Variablen außer der als konstant angenommenen Zeitpräferenzrate ( $\rho$ ) sowie der Wachstumsrate der Arbeit ( $g$ ) von der Zeit ( $t$ ) abhängig sind; der Zeitindex wird aus Gründen der Übersichtlichkeit jetzt und im folgenden nicht notiert.

$s < 1$ ,  $s > 0$  und  $s + b/y > 0$  gilt. Damit konzentrieren wir uns von vornherein auf die Diskussion einer inneren Lösung des dynamischen Optimierungsproblems<sup>1)</sup>. Unter dieser Voraussetzung lassen sich ohne Formulierung eines Kuhn-Tucker-Ansatzes unter Anwendung des Pontrjaginschen Maximum-Prinzips die notwendigen Bedingungen einer Optimallösung (Hamilton-Bedingungen) unmittelbar aus der Hamilton-Funktion (H)

$$(11) \quad H(s, b, k_n, d, p_1, p_2) = e^{-\rho t} U\{(1-s)y\} + p_1(sy - gk_n) + p_2(b - gd)$$

oder aus der Hamilton-Funktion in laufenden Werten ( $\bar{H}$ )

$$(12) \quad \begin{aligned} \bar{H} &= e^{\rho t} H \\ &= U\{(1-s)y\} + m_1(sy - gk_n) + m_2(b - gd) \\ &\text{mit: } y = f(k_n + d) - r\{d/f(k_n + d), s\}d \\ m_i &= e^{\rho t} p_i, \quad i = 1, 2 \end{aligned}$$

ableiten. Entsprechend der im 3. Kapitel vorgestellten Technik erhalten wir folgende Optimalitätsbedingungen:

a) Die Hamilton-Bedingung  $\partial H / \partial s = e^{-\rho t} \partial \bar{H} / \partial s \stackrel{!}{=} 0$  impliziert die Forderung

$$(13) \quad \frac{\partial \bar{H}}{\partial s} = -U'\{y + (1-s)\frac{\partial r}{\partial s}d\} + m_1\{y - s\frac{\partial r}{\partial s}d\} = 0.$$

---

1) Erinnert sei daran, daß für den im Abschnitt IV des 3. Kapitels betrachteten Optimierungsansatz eine innere Lösung (Politik (A)) für den gesamten Akkumulationsprozeß als optimal herausgearbeitet wurde.

Aus der Hamilton-Bedingung  $\partial H/\partial b = e^{-\rho t} \partial \bar{H}/\partial b = 0$  folgt

$$(14) \quad \frac{\partial \bar{H}}{\partial b} = m_2 = 0 .$$

b) Die auf die Hamilton-Funktion (11) bezogene Hamilton-Bedingung  $\dot{p}_1 \stackrel{!}{=} -\partial H/\partial k_n$  impliziert unter Beachtung der in (12) dargelegten Zusammenhänge die Forderung

$$(15a) \quad \dot{m}_1 = - \frac{\partial \bar{H}}{\partial k_n} + \rho m_1 .$$

Die Ermittlung von  $\partial \bar{H}/\partial k_n$  führt dann schließlich zu folgender Differentialgleichung für die erste der Kozustandsvariablen in laufenden Werten:

$$(15) \quad \dot{m}_1 = m_1 \left\{ g + \rho - s \left( f' - \frac{\partial r}{\partial k_n} d \right) \right\} - \left( f' - \frac{\partial r}{\partial k_n} d \right) U' (1-s)$$

In analoger Weise läßt sich aus der Hamilton-Bedingung  $\dot{p}_2 \stackrel{!}{=} -\partial H/\partial d$  die Forderung

$$(16a) \quad \dot{m}_2 = - \frac{\partial \bar{H}}{\partial d} + \rho m_2$$

und somit schließlich folgende Differentialgleichung für die zweite der Kozustandsvariablen in laufenden Werten

$$(16) \quad \dot{m}_2 = m_2 (g + \rho) - \left( f' - \frac{\partial r}{\partial d} d - r \right) \{ U' (1-s) + m_1 s \}$$

herleiten.

c) Aus der Hamilton-Bedingung  $\partial H/\partial p_1 \stackrel{!}{=} \dot{k}_n$  bzw.  $\partial H/\partial p_2 = \dot{d}$  kann unter Beachtung der in (12) festgehaltenen Beziehungen schließlich die Bewegungsgleichung für die Zustandsvariable  $k_n$  bzw.  $d$

$$(17) \quad \dot{k}_n = sy - gk_n$$

bzw.

$$(18) \quad \dot{d} = b - gd$$

ermittelt werden.

- e) <sup>1)</sup> Gehen wir wieder von der Annahme aus, daß die Optimallösung des durch (4)-(10) beschriebenen autonomen dynamischen Optimierungsproblems mit unendlichem Zeithorizont einem Steady-State-Pfad zustrebt und somit eine Annäherung der Zustandsvariablen ( $k_n$  und  $d$ ) sowie der Kozustandsvariablen in laufenden Werten ( $m_1$  und  $m_2$ ) an eine stationäre Lösung des durch (15), (16), (17) und (18) gebildeten Differentialgleichungssystems erfolgt ( $k_n^*, d^*, m_1^*, m_2^*$ ;  $\dot{k}_n = \dot{d} = \dot{m}_1 = \dot{m}_2 = 0$ ), so wird diese Annahme durch die Transversalitätsbedingung

$$(19) \quad \lim_{t \rightarrow \infty} p_i(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} e^{-\rho t} m_i(t) = 0, \quad i = 1, 2$$

widergespiegelt. (19) beinhaltet wiederum die Forderung, den volkswirtschaftlichen Spar-, Investitions- und Auslandsverschuldungsprozeß so zu steuern, daß aus der Sicht der Gegenwart ( $t=0$ ) der marginale Wohlfahrtsbeitrag einer Veränderung des nationalen Pro-Kopf-Kapitalstocks und der Pro-Kopf-Auslandsverschuldung für  $t \rightarrow \infty$  gegen Null konvergiert.

---

1) Um die Vergleichbarkeit mit den vorhergehenden Anwendungen des Maximum-Prinzips zu gewährleisten, werden die nun zu formulierenden Transversalitätsbedingungen absichtlich unter e) festgehalten. Die bei den vorhergehenden Anwendungen unter d) genannten notwendigen Bedingungen einer Optimallösung resultieren aus der expliziten Berücksichtigung von Ungleichheitsrestriktionen bezüglich der Kontrollvariablen  $s$  und  $b$ . Da hier von dem Vorliegen einer inneren Lösung ausgegangen wird, entfällt die Notwendigkeit gemäß der Kuhn-Tucker-Theorie die Ungleichheitsrestriktionen (7)-(9) zu berücksichtigen.

Auch wenn wir uns auf die Charakterisierung der Optimallösung beschränken wollen, soll nicht unerwähnt bleiben, daß bei einer expliziten Problemlösung den in (10) notierten Anfangsbedingungen Rechnung getragen werden muß.

Zur Erleichterung der im folgenden Abschnitt vorzunehmenden ökonomischen Interpretation der Optimalitätsbedingungen seien diese zusammenfassend dargestellt.

$$(13) \quad -U' \left\{ y + (1-s) \frac{\partial r}{\partial s} d \right\} + m_1 \left\{ y - s \frac{\partial r}{\partial s} d \right\} = 0$$

$$(14) \quad m_2 = 0$$

$$(15) \quad \dot{m}_1 = m_1 \left\{ g + \rho - s \left( f' - \frac{\partial r}{\partial k_n} d \right) \right\} - \left( f' - \frac{\partial r}{\partial k_n} d \right) U' (1-s)$$

$$(16) \quad \dot{m}_2 = m_2 (g + \rho) - \left( f' - \frac{\partial r}{\partial d} d - r \right) \{ U' (1-s) + m_1 s \}$$

$$(17) \quad \dot{k}_n = s y - g k_n$$

$$(18) \quad \dot{d} = b - g d$$

Vorauszuschicken ist, daß aus (13) und (14) grundsätzliche Eigenschaften des optimalen Wachstums- und Verschuldungspfades abgeleitet werden können. Die Bedingungen (15) - (18) werden lediglich hinsichtlich ihrer Implikationen für den gleichgewichtigen Wachstumspfad ( $\dot{m}_1 = \dot{m}_2 = \dot{k}_n = \dot{d} = 0$ ) ausgewertet. Darüber hinaus sei angemerkt, daß zur Erleichterung eines Vergleichs der aus den Interpretationen folgenden Modellergebnisse mit den Resultaten

des im Abschnitt IV des 3. Kapitels vorgestellten Optimierungsmodells dieses als "wohlfahrtsmaximierendes Standardmodell" bezeichnet wird. Die Gegenüberstellung beider Modellergebnisse zeigt in erster Linie die Auswirkungen auf das volkswirtschaftlich optimale Verhalten eines Schuldnerlandes, die dadurch bedingt sind, daß potentielle Gläubiger bei der Festlegung der Zinskonditionen statt - wie im wohlfahrtsmaximierenden Standardmodell - das Niveau der Verschuldung ( $d$ ), die Relation zwischen dem Schuldenstand und dem Inlandsprodukt ( $D/Q=d/f(k_n+d)$ ) sowie die Sparquote ( $s$ ) als risiko- und damit zinsrelevant bewerten.

#### IV. ÖKONOMISCHE INTERPRETATION DER OPTIMALITÄTSBEDINGUNGEN

##### 1. Grundsätzliche Eigenschaften des Optimalpfades

Die Optimalitätsbedingung (13) beinhaltet die Aussage, daß der optimale Wert der Sparquote  $s^*(t)$  zu jedem Zeitpunkt  $t \in [0, \infty]$  erreicht ist, wenn ausgehend von dem jeweiligen Optimalwert  $s^*(t)$  durch eine Variation der Sparquote keine Änderung der intertemporalen

Wohlfahrtslage hervorgerufen werden kann, weil im Falle einer infinitesimalen Anhebung (Verminderung) der Sparquote die hierdurch hervorgerufene unmittelbare Konsumeinschränkung (Konsumerhöhung) einen unmittelbaren Nutzenverlust (Nutzenzuwachs) impliziert, der gerade so groß ist wie der Wohlfahrtsgewinn (Wohlfahrtsverlust), den die mit der Anhebung (Verminderung) der Sparquote einhergehende Aufstockung (Reduktion) des nationalen Pro-Kopf-Kapitalstocks  $k_n$  herbeiführt. Um diese wohlfahrtstheoretische Aussage zu deduzieren, wollen wir anhand der mit (13) äquivalenten Optimalitätsbedingung

$$(13)' \quad U' \left( -\{y + (1-s) \frac{\partial r}{\partial s} d\} \Delta s \right) + m_1 (y - s \frac{\partial r}{\partial s} d) \Delta s = 0$$

die Wohlfahrtswirkungen einer zu einem beliebigen Zeitpunkt  $t=\tau$  angenommenen Erhöhung der Sparquote ( $\Delta s > 0$ ) analysieren.

In (13)' reflektiert der Term  $-\{y + (1-s) (\partial r / \partial s) d\} \Delta s$  die aus einem direkten und aus einem indirekten Effekt zusammengesetzte Reduktion des Pro-Kopf-Konsums ( $\Delta c < 0$ ), die aus einer Erhöhung der Sparquote um  $\Delta s > 0$  resultiert. Der direkte negative Konsumeffekt, der bereits aus dem wohlfahrtsmaximierenden Standardmodell bekannt ist, wird durch  $-y \Delta s < 0$  angezeigt. Diese Konsumeinschränkung wird partiell durch einen indirekten positiven Konsumeffekt im Umfang von  $-(1-s) (\partial r / \partial s) d \Delta s > 0$  kompensiert. Dieser indirekte positive Konsumeffekt sowie dessen Kompensationswirkungen lassen sich wie folgt erklären: Zunächst ist zu erkennen, daß der Anstieg der Sparquote ceteris paribus in den Augen potentieller Gläubiger einen Abbau des Länderrisikos und somit gemäß  $\partial r / \partial s < 0$  (vgl. (3))

eine Verminderung jenes Kreditzinses ( $r$ ) bewirkt, der auf die ausstehende Pro-Kopf-Verschuldung ( $d$ ) zu zahlen ist. Die hieraus resultierende Verringerung der Zinszahlungen an ausländische Gläubiger kommt einer Erhöhung des Pro-Kopf-Einkommens in Höhe von  $-(\partial r/\partial s)d\Delta s$  gleich. Da ein Teil dieser Einkommenserhöhung gemäß  $(1-s)$  konsumtiven Verwendungen zufließt, wird dem direkten negativen Konsumeffekt ( $-y\Delta s < 0$ ) im Ausmaß von  $-(1-s)(\partial r/\partial s)d\Delta s > 0$  entgegengewirkt. Gehen wir von der plausiblen Annahme aus, daß der direkte negative Konsumeffekt den indirekten positiven Effekt überwiegt, dann beläuft sich die zusammengefaßte Reduktion des Pro-Kopf-Konsums wie eingangs behauptet auf  $-\{y+(1-s)(\partial r/\partial s)d\}\Delta s < 0$ .

Fragt man nun nach den Wohlfahrtswirkungen dieser zum Zeitpunkt  $t=\tau$  hervorgerufenen Konsumreduktion, so ist zu sagen, daß diese aus der Sicht des Zeitpunktes  $t=\tau$  in Gestalt des unmittelbaren konsumbedingten Nutzenverlustes gemäß  $U'(-\{y+(1-s)(\partial r/\partial s)d\}\Delta s)$  spürbar werden. Dieser Wohlfahrtsminderung, die durch den ersten Summanden in (13)' zum Ausdruck kommt, ist nun jene Wohlfahrtssteigerung gegenüberzustellen, die daraus resultiert, daß eine Erhöhung der Sparquote zum Zeitpunkt  $t=\tau$  der nationalen Kapitalbildung und somit über die dem Zeitpunkt  $t=\tau$  folgende Einkommensentwicklung den zukünftigen Konsummöglichkeiten zugute kommt.

Analytisch wird die marginale Wohlfahrtserhöhung der Sparquotenanhebung aus der Sicht des Zeitpunktes  $t=\tau$  durch den zweiten Summanden,  $m_1\{y-s(\partial r/\partial s)d\}\Delta s$ , in (13)' repräsentiert. Dieser Summand ist wie folgt zu interpretieren: Der Ausdruck  $\{y-s(\partial r/\partial s)d\}\Delta s > 0$  zeigt an, welche Aufstockung des nationalen Pro-Kopf-Kapitalstocks ceteris paribus durch den Anstieg der Sparquote möglich wird. Diese Aufstockung ist einerseits einem direkten



positiven Effekt im Umfang von  $y\Delta s > 0$  und andererseits einem indirekten positiven Effekt im Ausmaß von  $-s(\partial r/\partial s)d\Delta s > 0$  zuzuschreiben. Der indirekte Effekt läßt sich abermals damit erklären, daß der Anstieg der Sparquote eine Abschwächung des Länderrisikos, somit gemäß  $\partial r/\partial s < 0$  eine Verbesserung der Zinskonditionen mit der Folge verminderter Zinszahlungen an ausländische Gläubiger und damit letztlich einen Anstieg des Pro-Kopf-Einkommens um  $-(\partial r/\partial s)d\Delta s > 0$  bewirkt; da ein Teil dieses Einkommens gemäß der marginalen Sparquote  $s$  für die Akkumulation des nationalen Kapitalstocks verwendet wird, steigt der nationale Pro-Kopf-Kapitalstock bei einem Anstieg der Sparquote stärker, als dies ohne Berücksichtigung der zinsenkenden Wirkung einer steigenden Sparquote der Fall wäre. Den positiven Wohlfahrtsbeitrag einer durch den Anstieg der Sparquote zum Zeitpunkt  $t=\tau$  herbeigeführten Aufstockung des nationalen Pro-Kopf-Kapitalstocks erhält man schließlich, wenn die Erhöhung von  $k_n$ , also  $\{y-s(\partial r/\partial s)d\}\Delta s$ , mit  $m_1(\tau)$  multipliziert wird, da dieser Momentanwert der Konzustandsvariablen aus der Sicht des Zeitpunktes  $t=\tau$  den marginalen Wohlfahrtsbeitrag einer zum Zeitpunkt  $t=\tau$  eintretenden Veränderung der Zustandsvariablen  $k_n$  anzeigt.

Nachdem die negativen und die positiven Wohlfahrtswirkungen einer Erhöhung der Sparquote verdeutlicht sind, bedarf es nur noch weniger Überlegungen, um die vorausgeschickte Interpretation der Optimalitätsbedingung (13) vollständig nachvollziehbar zu machen. Zum einen ist folgendes zu bedenken: Ist zum Zeitpunkt  $t=\tau$  der konsumbedingte Wohlfahrtsverlust in Höhe von  $U'[-\{y+(1-s)(\partial r/\partial s)d\}\Delta s]$  kleiner (größer) als der mit der Aufstockung des nationalen Pro-Kopf-Kapitalstocks

verknüpfte Wohlfahrtsgewinn in Höhe von  $m_1\{y-s(\partial r/\partial s)d\}\Delta s$ ,  
d.h. es gilt

$$(13)'' \quad U' \left( -\{y+(1-s)\frac{\partial r}{\partial s}d\}\Delta s \right) + m_1\{y-s\frac{\partial r}{\partial s}d\}\Delta s \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} 0,$$

dann kann durch eine Fortsetzung (Rückgängigmachung) der Sparquotenerhöhung die Wohlfahrtsposition verbessert werden. Weitere Wohlfahrtssteigerungen sind erst dann nicht mehr realisierbar, wenn sich die positiven und negativen Wohlfahrtseffekte einer Variation der Sparquote gerade die Waage halten. Dies ist aber genau dann der Fall, wenn in (13)'' ein Gleichheitszeichen stehen würde und damit (13)' bzw. (13) erfüllt wäre. Schließlich ist zu betonen, daß (13) bzw. (13)' nicht nur zu einem beliebigen Zeitpunkt  $t=\tau$ , sondern für alle  $t \in [0, \infty]$  erfüllt sein muß, damit der gesamte Zeitpfad  $\underset{\rightarrow}{s}(t)$  der Steuervariablen  $s(t)$  als in optimaler Weise bestimmt angesehen werden kann.

Die vorausstehenden Erläuterungen haben implizit bereits deutlich gemacht, daß Änderungen der Sparquote ceteris paribus eine Veränderung des nationalen Pro-Kopf-Kapitalstocks herbeiführen ( $\{y-s(\partial r/\partial s)d\}\Delta s$ ), die dem Betrage nach größer ist als die entgegengesetzte Veränderung des Pro-Kopf-Konsums ( $-\{y+(1-s)(\partial r/\partial s)d\}\Delta s$ ); analytisch kann dies durch

$$\left| \{y-s\frac{\partial r}{\partial s}d\}\Delta s \right| > \left| -\{y+(1-s)\frac{\partial r}{\partial s}d\}\Delta s \right|$$

(20) bzw.

$$y - s\frac{\partial r}{\partial s}d > y + (1-s)\frac{\partial r}{\partial s}d$$

wiedergegeben werden. Das Auseinanderfallen der mengen-

mäßigen Veränderung ist darauf zurückzuführen, daß jede Variation der Sparquote zinsinduzierte Einkommensänderungen verursacht, so daß sich die Menge der Gütereinheiten ändert, die insgesamt für konsumtive und kapitalbildende Verwendungen zur Verfügung steht. Im Falle einer Sparquotenerhöhung ( $\Delta s > 0$ ) hat dies, wie gezeigt wurde, zur Konsequenz, daß einerseits die direkte Konsumreduktion ( $-y\Delta s < 0$ ) durch einen indirekten Konsumanstieg ( $-(1-s)(\partial r/\partial s)d\Delta s > 0$ ) partiell kompensiert und andererseits die gleichzeitig eintretende direkte Erhöhung des nationalen Pro-Kopf-Kapitalstocks ( $y\Delta s > 0$ ) durch eine indirekte Zunahme von  $k_n$  ( $-s(\partial r/\partial s)d\Delta s > 0$ ) verstärkt wird. Im Fall einer Verminderung der Sparquote führen analoge Überlegungen zu der Schlußfolgerung, daß die eintretende Gesamtreduktion von  $k_n$  dem Betrage nach größer ist als der gleichzeitig ermöglichte Anstieg des Pro-Kopf-Konsums (c).

Die Überlegungen hinsichtlich der Diskrepanz zwischen der induzierten  $k_n$ -Veränderung und der entgegengesetzten c-Veränderung lassen sich zu der Aussage verdichten, daß zwischen dem nationalen Pro-Kopf-Kapitalstock ( $k_n$ ) und dem Pro-Kopf-Konsum (c) ein Austauschverhältnis

$$(21) \theta = \frac{|\Delta k_n|}{|\Delta c|} = \frac{y - s \frac{\partial r}{\partial s} d}{y + (1-s) \frac{\partial r}{\partial s} d} > 1$$

existiert, welches zum Ausdruck bringt, daß die durch eine Variation der Sparquote hervorgerufene Veränderung des Pro-Kopf-Konsums um eine (Pro-Kopf-)Gütereinheit mit einer Veränderung von  $k_n$  um  $\theta > 1$  (Pro-Kopf-)Gütereinheiten Hand in Hand geht.

Unter Berücksichtigung des Austauschverhältnisses  $\theta > 1$  kann schließlich die Optimalitätsbedingung (13) in der Form

$$(13)''' \quad U' = \theta m_1, \quad \text{mit } U' > m_1, \quad \text{da } \theta > 1,$$

notiert werden. (13)''' impliziert die Forderung, in jedem Zeitpunkt des Wachstumsprozesses die Sparquote so festzulegen, daß der marginale Wohlfahrtsbeitrag der letzten konsumtiv verwendeten Pro-Kopf-Einkommenseinheit ( $U'$ ) genauso groß ist wie der marginale Wohlfahrtsbeitrag ( $\theta m_1$ ), der zu erzielen ist, wenn auf die konsumtive Verwendung dieser Einkommenseinheit verzichtet wird und stattdessen  $\theta$  Pro-Kopf-Einkommenseinheiten der Erhöhung von  $k_n$  zugute kommen.

Aus der in (13)''' festgehaltenen Ungleichung  $U' > m_1$  läßt sich der erste Hinweis dafür ableiten, daß eine Schuldner-nation angesichts des zinssenkenden Effektes einer steigenden Sparquote ( $\partial r / \partial s < 0$ ) im Vergleich zum Optimalpfad des wohlfahrtsmaximierenden Standardmodells - hier gilt gemäß (A 65)  $U' = m_1$  - die gesamtwirtschaftliche Ersparnis forcieren sollte. Denn für alternative Werte von  $m_1$  impliziert  $U' > m_1$  im Vergleich zur Bedingung  $U' = m_1$  bei identischer gesellschaftlicher Nutzenfunktion einen geringeren Pro-Kopf-Konsum und somit bei alternativen Werten des Pro-Kopf-Einkommens eine höhere Pro-Kopf-Ersparnis. Die Forcierung der Spartätigkeit sollte ceteris paribus um so ausgeprägter sein, je stärker der Kreditzins auf Veränderungen der Sparquote reagiert, d.h. je größer  $|\partial r / \partial s|$  ist. Denn unter diesen Umständen ist  $\theta$  und damit die Differenz zwischen  $U'$  und  $m_1$  relativ groß (vgl. (21) und (13)''').

Der Optimalitätsbedingung (14) ist unter zusätzlicher Beachtung von (16) wieder die Handlungsanweisung zu entnehmen, in jedem Zeitpunkt  $t \in [0, \infty]$  die Pro-Kopf-Auslands-

kreditaufnahme bzw. -vergabe (b) so zu steuern, daß permanent eine Übereinstimmung zwischen der Grenzproduktivität des Kapitals ( $f'$ ) und den Grenzkosten für die Inanspruchnahme ausländischer Kapitalquellen ( $h(d, k_n, s)$ ) erzielt wird. Diese Maxime läßt sich in zwei Schritten ermitteln: Erstens ist zu beachten, daß gemäß (14) der Momentanwert der zweiten Kozustandsvariablen  $m_2$  in jedem Zeitpunkt den Wert Null annehmen soll. erinnert man sich der ökonomischen Bedeutung von  $m_2$ , dann bringt  $m_2=0$  die Forderung zum Ausdruck, durch eine geeignete Wahl der Steuervariablen b in jedem Zeitpunkt t die Pro-Kopf-Auslandsverschuldung (d) so festzulegen, daß ausgehend von dem realisierten Wert der Zustandsvariablen d ceteris paribus eine Variation von d keine Auswirkungen auf das gemäß (4) zu maximierende Wohlfahrtsintegral und damit die Wohlfahrtslage der Gesellschaft verursacht. Zweitens ist zu bedenken, daß  $m_2=0$  für alle  $t \in [0, \infty]$  gegeben und somit permanent  $\dot{m}_2=0$  erfüllt sein muß. Mit  $m_2=\dot{m}_2=0$  folgt aus (16) wegen  $U'(1-s)+m_1s \neq 0$  unmittelbar die Gleichung

$$(22) \quad f'(k) = h(d, k_n, s) \quad \text{mit} \quad h(d, k_n, s) = \frac{\partial r}{\partial d} d + r \quad .$$

(22) spiegelt die geforderte Übereinstimmung zwischen der Grenzproduktivität des Kapitals und damit auch der Grenzproduktivität des Auslandskapitals ( $f'$ ) mit den Grenzkosten der Nutzung ausländischer Kapitalquellen (h) wider.

Durch einige Umstellungen läßt sich aus (22) die Gleichung

$$(23) \quad f' \left( 1 - \frac{\epsilon}{\epsilon + 1} \right) = r \quad \text{mit} \quad \epsilon = \frac{\partial r}{\partial d} \frac{d}{r} \geq 0$$

gewinnen. Schließt man ein koordiniert monopsonistisches

Verhalten der Kreditnachfrager eines Landes aus , dann deutet (23) wieder an, daß die volkswirtschaftlich optimale Nutzung ausländischer Kapitalquellen eine geeignete Besteuerung der Erträge erfordert, die auf den ausländischen Kapitaleinsatz zurückzuführen sind. Die optimale Besteuerung ist dabei so vorzunehmen, daß das einer ausländischen Kapitaleinheit zufließende Entgelt ( $r$ ) um  $f'\epsilon/(\epsilon+1)$  kleiner ist als der marginale Beitrag der letzten Kapitaleinheit zum inländischen Produktionsergebnis ( $f'$ ).

Gleichung (23) bzw. der in (23) enthaltene optimale Steuersatz  $\pi=\epsilon/(\epsilon+1)$  stimmt mit der im 3. Kapitel ermittelten Beziehung (54) bzw. mit dem dort relevanten optimalen Steuersatz formal überein<sup>1)</sup>. Trotz der formalen Übereinstimmung ist jedoch zu beachten, daß die in (23) relevante Elastizität ( $\epsilon$ ) sich auf eine andere  $r(\cdot)$ -Funktion bezieht als auf jene, die sowohl im Konsum- als auch im wohlfahrtsmaximierenden Standardmodell maßgeblich ist ( $\epsilon_s$ ). Sollte für alternative Werte der Pro-Kopf-Verschuldung ( $d$ ) ein Anstieg von  $d$  im Standardmodell einen größeren prozentualen Zinsanstieg zur Kompensation des steigenden Länderrisikos erfordern, als dies auf der Grundlage der  $r\{d/f(k_n+d),s\}$ -Funktion der Fall ist ( $\epsilon_s > \epsilon$ ) - etwa weil potentielle Gläubiger gemäß  $d/f(k_n+d)$  explizit berücksichtigen, daß ein Anstieg von  $d$  nicht nur schuldenerhöhend, sondern ceteris paribus auch produktionssteigernd wirkt - dann unterschreitet der optimale Steuersatz  $\pi=\epsilon/(\epsilon+1)$  jenen, der im Standardmodell von Bedeutung ist ( $\pi_s=\epsilon_s/(\epsilon_s+1)$ ). Die zur Erreichung des volkswirtschaftlichen Optimums erforderlichen wirtschaftspolitischen Eingriffe, mit dem Ziel eine übermäßige Inanspruchnahme von Auslandskapital zu verhindern, wären dann weniger ausgeprägt.

1) Vgl. S. 173 und S. 210 dieser Arbeit.

## 2. Charakterisierung des optimalen Steady-State-Pfades

Einen ersten Einblick in die Eigenschaften des optimalen Steady-State-Pfades ( $k_n^*, d^*, m_1^*, m_2^*$ ;  $\dot{k}_n = \dot{d} = \dot{m}_1 = \dot{m}_2 = 0$ ) gewinnt man, indem in (15)  $\dot{m}_1 = 0$  und gleichzeitig die aus (13) folgende Beziehung

$$(24) \quad \frac{U'}{m_1} = \frac{y - s \frac{\partial r}{\partial s} d}{y + (1-s) \frac{\partial r}{\partial s} d}$$

berücksichtigt wird. Nach einigen Umformulierungen erhalten wir schließlich

$$(25) \quad f'(k) = g + \rho + (g + \rho) \left( \frac{1-s}{y} \frac{\partial r}{\partial s} d \right) + \frac{\partial r}{\partial k_n} d \quad .$$

Diese für einen optimalen Steady-State-Pfad bezeichnende Bedingung bietet einen unmittelbaren Vergleich mit der entsprechenden für das wohlfahrtsmaximierende Standardmodell maßgeblichen Optimalitätsbedingung

$$(26) \quad f'(k) = g + \rho \quad (3.75)^1)$$

an. Zunächst ist darauf aufmerksam zu machen, daß (25) wegen  $\partial r / \partial s = r_2 < 0$  und  $\partial r / \partial k_n = -r_1 f' d / f^2 < 0$  sowie unter Beachtung der Annahme  $d > 0$  die Ungleichung  $f'(k^*) < g + \rho$  beinhaltet. Bei übereinstimmenden Werten von  $g$  und  $\rho$

---

1) Vgl. S. 196 dieser Arbeit. Wieder geben die einer Gleichung nachgestellten Ziffern an, in welchen Kapitel und unter welcher Nummer diese Gleichung zuerst formuliert wurde. In diesem Fall wird auf Gleichung 75 des dritten Kapitels verwiesen.

wird also durch die Bedingung (25), die als Spezialfall mit  $\partial r/\partial s = \partial r/\partial k_n = 0$  die Bedingung (26) einschließt, eine niedrigere optimale Grenzproduktivität des Kapitals und damit aufgrund der produktionstheoretischen Zusammenhänge ( $f'' < 0$ ) eine höhere optimale Kapitalintensität ( $k^*$ ) determiniert als durch (26). Folglich läßt die Berücksichtigung des über  $d/f(k_n + d)$  erfaßten nationalen Pro-Kopf-Kapitalstocks ( $k_n$ ) sowie der Sparquote ( $s$ ) neben der Pro-Kopf-Verschuldung ( $d$ ) als Determinanten des Kreditzinses eine ausgeprägtere Kapitalakkumulation als sinnvoll erscheinen. Diese Verstärkung der Kapitalakkumulation sollte ceteris paribus um so deutlicher sein, je größer die zinsmindernden Effekte einer Anhebung der Sparquote und des nationalen Pro-Kopf-Kapitalstocks, d.h. je größer  $|\partial r/\partial s|$  und  $|\partial r/\partial k_n|$  sind.

Aus (16) läßt sich unter Beachtung von  $m_2 = \dot{m}_2 = 0$  und  $U'(1-s) + m_1 s \neq 0$  die bereits formulierte, auch außerhalb eines optimalen Steady-State-Pfades zu erfüllende Bedingung

$$(22) \quad f'(k) = h(d, k_n, s) \quad \text{mit} \quad h(d, k_n, s) = \frac{\partial r}{\partial d} d + r$$

ermitteln. Diese läßt sich für den optimalen Steady-State-Pfad unter Beachtung von (25) wie folgt spezifizieren:

$$(27) \quad h(d, k_n, s) = g + \rho + (g + \rho) \left( \frac{1-s}{y} \frac{\partial r}{\partial s} d \right) + \frac{\partial r}{\partial k_n} d = f'(k)$$

$$\text{mit} \quad h(d, k_n, s) = \frac{\partial r}{\partial d} d + r$$

Zwar kann aufgrund des in diesem Modell geringeren Wertes für  $f'(k^*)$  hinsichtlich der



Höhe der Grenzkosten der Inanspruchnahme von Auslandskapital ( $h$ ) gemäß (27) eindeutig festgestellt werden, daß diese auf dem optimalen Steady-State-Pfad geringer sind als auf dem vergleichbaren Pfad des wohlfahrtsmaximierenden Standardmodells. Hieraus läßt sich jedoch wegen der unterschiedlichen  $r(\cdot)$ -Funktionen, die der Ermittlung der Grenzkosten zugrundeliegen, keine Aussage darüber ableiten, ob das optimale Steady-State-Niveau der Pro-Kopf-Verschuldung ( $d^*$ ) in diesem Modell größer, kleiner oder ebenso groß ist wie im wohlfahrtsmaximierenden Standardmodell.

Angesichts der Unbestimmtheit der Höhe von  $d^*$  im Vergleich zum Wert des wohlfahrtsmaximierenden Standardmodells können auch unter Berücksichtigung der Tatsache, daß  $k^*$  den Wert des Standardmodells übersteigt, aus der Definitionsgleichung  $k^* = k_n^* + d^*$  keine eindeutigen Schlußfolgerungen hinsichtlich der Höhe von  $k_n^*$  im Vergleich zum wohlfahrtsmaximierenden Standardmodell gezogen werden. Vermutet werden kann allerdings, daß die größere Kapitalintensität ( $k^*$ ) auch auf einen vergleichsweise höheren Wert des nationalen Pro-Kopf-Kapitalstocks ( $k_n^*$ ) zurückzuführen ist, weil ein höherer nationaler Pro-Kopf-Kapitalstock ceteris paribus nicht nur direkt über eine erhöhte Pro-Kopf-Produktion, sondern auch indirekt über verminderte Zinszahlungen einkommens- und somit konsumsteigernd wirkt<sup>1)</sup>.

Informationen hinsichtlich der Sparquote ( $s^*$ ) auf dem optimalen Steady-State-Pfad lassen sich gewinnen, wenn in (17) die Steady-State-Eigenschaft  $\dot{k}_n = 0$  und gleich-

---

1) In diesem Sinne argumentieren auch FEDER/REGEV; vgl. FEDER, G./REGEV, U., International Loans ..., a.a.O., S. 323.

zeitig der aus (25) bestimmbare Ausdruck

$$(28) \quad g = \frac{1}{1 + \frac{1-s}{y} \frac{\partial r}{\partial s} d} \left( f' - \frac{\partial r}{\partial k_n} d \right) - \rho$$

berücksichtigt wird; nach einigen Umformungen erhalten wir

$$(29) \quad s^* = \frac{f' k_n^*}{y^*} - \frac{\rho k_n^*}{y^*} + (\xi - 1) \frac{f' k_n^*}{y^*} - \xi \frac{\partial r}{\partial k_n} d^* \frac{k_n^*}{y^*}$$

$$\text{mit } \xi = \frac{1}{1 + \frac{1-s}{y} \frac{\partial r}{\partial s} d^*} > 1.$$

Gleichung (29) liefert für  $\partial r / \partial s = \partial r / \partial k_n = 0$  die optimale Steady-State-Sparquote des wohlfahrtsmaximierenden Standardmodells: Wegen  $\partial r / \partial k_n = 0$  verschwindet der vierte und wegen  $\partial r / \partial s = 0 \Rightarrow \xi = 1$  der dritte Summand auf der rechten Seite von (29); damit erhält man die in Gleichung (3.81)<sup>1)</sup> notierte optimale Steady-State-Sparquote des Standardmodells.

Da in dem hier zur Diskussion stehenden Modell von  $\partial r / \partial s < 0$  und  $\partial r / \partial k_n = -r_1 f' d / f^2 < 0$  und somit von  $(\xi - 1) f' k_n^* / y^* > 0$  und  $-\xi (\partial r / \partial k_n) d^* k_n^* / y^* > 0$  auszugehen ist, übersteigt die nunmehr relevante optimale Steady-State-Sparquote den entsprechenden Wert des Standardmodells. Die hierdurch angezeigte intensivere Spar-tätigkeit auf dem optimalen Steady-State-Pfad läßt sich im einzelnen wie folgt begründen: Zunächst ist wie im Rahmen des Standardmodells zu konstatieren, daß die Minderschätzung zukünftiger Konsummöglichkeiten gemäß  $\rho k_n^* / y^*$  die optimale Sparquote unter den Anteil der Zinseinkommen der Inländer am Volkseinkommen ( $f' k_n^* / y^*$ ) drückt. Im Unterschied zum wohlfahrtsmaximierenden Standardmodell wirken dieser Lähmung der optimalen Spar-

---

1) Vgl. S. 204 dieser Arbeit.

tätigkeit Kräfte entgegen, welche die optimale Ersparnis der Inländer stimulieren. Diese Stimulierung, die auf die zinssenkenden Effekte einer verstärkten Ersparnis sowie der dadurch intensivierten nationalen Kapitalbildung zurückzuführen ist, wird analytisch durch die beiden positiven Ausdrücke  $(\xi-1)f'_n k_n^*/y^*$  und  $-\xi(\partial r/\partial k_n)d^* k_n^*/y^*$  auf der rechten Seite von (29) widergespiegelt. Diese Ausdrücke gehen unter Beachtung der in (29) eingeführten Symbolik ( $\xi$ ) zu erkennen, daß die Sparquote auf dem optimalen Steady-State-Pfad ceteris paribus um so höher ist, je größer die zinssenkenden Effekte einer Anhebung der Sparquote und des nationalen Pro-Kopf-Kapitalstocks, d.h. je größer  $|\partial r/\partial s|$  und  $|\partial r/\partial k_n|$  sind.

Um Schlußfolgerungen hinsichtlich des Netto-Ressourcetransfers  $(\dot{D}-rD)$ <sup>1)</sup> an das auf dem optimalen Steady-State-Pfad wachsende Schuldnerland ableiten zu können, berücksichtigen wir in (18) die Steady-State-Eigenschaft  $\dot{d}=0$ , die Definitionen  $b=\dot{D}/L$  und  $d=D/L$  sowie den aus (27) bestimmbaren Ausdruck

$$(30) \quad g = \left(\frac{\partial r}{\partial d}d + r - \frac{\partial r}{\partial k_n}d\right)\xi - \rho.$$

Nach wenigen Umformulierungen erhält man:

$$(31) \quad \dot{D} - rD = \xi \frac{\partial r}{\partial d}d^*D + (\xi-1)rD - \xi \frac{\partial r}{\partial k_n}d^*D - \rho D.$$

Zunächst kann festgehalten werden, daß wie im wohlfahrtsmaximierenden Standardmodell<sup>2)</sup> die Minderschätzung zu-

1) Vgl. hierzu S. 108 f. dieser Arbeit.

2) Die mit (31) vergleichbare Gleichung lautet:

$$\dot{D} - rD = r'd^*D - \rho D \quad \text{mit } r' = \frac{\partial r}{\partial d} \quad (3.82);$$

vgl. S. 205 f. dieser Arbeit.

künftiger Konsummöglichkeiten gemäß  $\rho D$  den Netto-Ressourcentransfer negativ beeinflusst. Der negative Effekt wird jedoch in diesem Modell durch die zinsmindernde Wirkung einer steigenden Sparquote ( $\partial r/\partial s < 0$ ) und eines zunehmenden nationalen Pro-Kopf-Kapitalstocks ( $\partial r/\partial k_n < 0$ ) abgeschwächt. Analytisch zeigt sich dies dadurch, daß mit  $\xi > 1$  (wegen  $\partial r/\partial s < 0$ ) und  $\partial r/\partial k_n < 0$  die rechte Seite von (31) und somit  $\dot{D} - rD$  positiv beeinflusst wird. Zur Vervollständigung sei schließlich darauf hingewiesen, daß (31) mit  $\partial r/\partial s = \partial r/\partial k_n = 0$  als Spezialfall die im wohlfahrtsmaximierenden Standardmodell relevante Gleichung (3.82) beinhaltet.

#### V. WIRTSCHAFTSPOLITISCHE SCHLUSSFOLGERUNGEN

Es ist nun zu überlegen, ob das im vorhergehenden Abschnitt charakterisierte optimale Spar- und Verschuldungsverhalten automatisch als Ergebnis einer Vielzahl individueller Entscheidungen zustande kommt. Letztlich geht es dabei um die Frage, ob in einer dezentral organisierten Wirtschaft einzelwirtschaftliches Rationalverhalten das volkswirtschaftliche Optimum erzeugt.

Hinsichtlich der optimalen Inanspruchnahme ausländischer Kapitalquellen wurde bereits anhand der Gleichung

$$(23) \quad f' \left( 1 - \frac{\varepsilon}{\varepsilon + 1} \right) = r \quad \text{mit } \varepsilon = \frac{\partial r}{\partial d} \frac{d}{r} \geq 0$$

verdeutlicht, daß zur Realisierung des optimalen Verschuldungsverhaltens wie im wohlfahrtsmaximierenden Standardmodell eine die Auslandverschuldung dämpfende Besteuerung ausländischer Kapitalerträge notwendig ist.

Zu prüfen ist jetzt, ob der im Vergleich zum Standardmodell durch eine intensivere gesamtwirtschaftliche Spartätigkeit gekennzeichnete Optimalpfad automatisch auf der Grundlage dezentraler Sparentscheidungen angestrebt wird. Erinnerung sei daran, daß die intensivere optimale Spartätigkeit anhand der Gleichungen

$$(13)''' \quad U' = \theta m_1 \Rightarrow U' > m_1$$

$$\text{mit (21) } \theta = \frac{y - s \frac{\partial r}{\partial s} d}{y + (1-s) \frac{\partial r}{\partial s} d} > 1$$

$$(29) \quad s^* = \frac{f'k_n^*}{y^*} - \frac{\rho k_n^*}{y^*} + (\xi - 1) \frac{f'k_n^*}{y^*} - \xi \frac{\partial r}{\partial k_n} d^* \frac{k_n^*}{y^*}$$

$$\text{mit } \xi = \frac{1}{1 + \frac{1-s}{y} \frac{\partial r}{\partial s} d^*} > 1$$

wegen  $\theta > 1$ ,  $\xi > 1$  und  $\partial r / \partial k_n < 0$  festgestellt werden konnte.

Grundsätzlich ist zu der aufgeworfenen Problematik zu bemerken, daß das auf der Basis einer sozialen Wohlfahrtsfunktion der Gestalt (4) abgeleitete dynamische Optimum mit dem aus einer Vielzahl individueller Entscheidungen folgenden Ergebnis äquivalent ist, falls nachstehende Annahmen gegeben sind<sup>1)</sup>:

---

1) Zu den genannten Annahmen vgl. COOPER, R.N./SACHS, J.D., *Borrowing Abroad...*, a.a.O., S. 29 und SACHS, J.D., *Theoretical Issues...*, a.a.O., S. 9. Vgl. zu einer formalen Überprüfung dieser Äquivalenz: BECKER, R.A., *The Equivalence of a Fisher Competitive Equilibrium in an Multi-sectoral Model of Capital Accumulation*, Working Paper, Bloomington: Indiana University 1979; ABEL, A.B./BLANCHARD, O.J., *An Intertemporal Model of Saving and Investment*, in: *Econometrica*, Vol. 51 (1983), S. 675-692.

- (1) Gewinnmaximierende Produzenten und nutzenmaximierende Konsumenten treffen ihre Entscheidungen in vollständiger Konkurrenz bei vollkommener Voraussicht.
- (2) Die Gesellschaft setzt sich aus einer Vielzahl identischer Konsumenten zusammen. Unter dieser Voraussetzung kann angenommen werden, daß  $U(c)$  nicht nur den vom Pro-Kopf- oder Durchschnittskonsum abhängigen gesellschaftlichen Nutzen, sondern gleichzeitig den Nutzen eines repräsentativen Konsumenten angibt. Weiter sei unterstellt, daß der gesellschaftliche Zeithorizont mit dem individuellen und die soziale Zeitpräferenzrate mit der individuellen Zeitpräferenzrate übereinstimmt. Die genannten Voraussetzungen haben zur Konsequenz, daß die gesellschaftliche intertemporale Wohlfahrtsfunktion, wie sie etwa in (4) notiert ist, mit der intertemporalen Wohlfahrtsfunktion des repräsentativen Konsumenten identisch ist.
- (3) Konsumenten und Produzenten können den internationalen Kapitalmarkt zu gleichen Konditionen in Anspruch nehmen.
- (4) Die einzelwirtschaftlich relevanten Entscheidungsparameter stimmen mit jenen überein, die für die Volkswirtschaft als Ganzes relevant sind.

Im folgenden seien die sicher sehr restriktiven Annahmen (1)-(3) als erfüllt angenommen. Dies ermöglicht eine unverfälschte Analyse der Wirkungen, die aus einer Nichterfüllung der Annahme (4) resultieren. Von dieser

Nichterfüllung ist auszugehen, da nicht anzunehmen ist, daß einzelwirtschaftliche Entscheidungsträger die volkswirtschaftlich relevante Beziehung zwischen dem Kreditzins auf der einen und der Sparquote sowie dem nationalen Pro-Kopf-Kapitalstock auf der anderen Seite ( $\partial r/\partial s < 0$  und  $\partial r/\partial k_n < 0$ ) als entscheidungsrelevant betrachten. Der repräsentative Konsument wird sich vielmehr von der einzelwirtschaftlich rationalen Vorstellung leiten lassen, daß sein Sparverhalten und der von ihm akkumulierte Kapitalstock allein keinen Einfluß auf den Kreditzins hat. Selbst wenn der repräsentative Konsument vom Gegenteil ausgehen würde, gibt es aus einzelwirtschaftlicher Sicht keinen Anreiz die Kapitalbildung zu forcieren, um damit günstigere Zinskonditionen für die Volkswirtschaft als Ganzes herbeizuführen. Zusammenfassend läßt sich festhalten, daß die einzelwirtschaftliche Entscheidungssituation im Gegensatz zur volkswirtschaftlichen durch  $\partial r/\partial s = 0 \Rightarrow \theta = \xi = 1$  und  $\partial r/\partial k_n = 0$  gekennzeichnet ist.

Ohne explizit den dynamischen Optimierungsansatz für den repräsentativen Konsumenten zu formulieren und die entsprechenden Optimalitätsbedingungen abzuleiten, sei festgehalten, daß sich wiederum (13)''' und (29) bestimmen lassen. Allerdings ist in diesen Gleichungen nunmehr von  $\theta = \xi = 1$  (wegen  $\partial r/\partial s = 0$ ) und  $\partial r/\partial k_n = 0$  auszugehen. Damit implizieren die einzelwirtschaftlichen Entscheidungen jenes Sparverhalten, welches im Rahmen des wohlfahrtsmaximierenden Standardmodells als volkswirtschaftlich optimal identifiziert wurde<sup>1)</sup>. Dieses

---

1) Wie bereits gezeigt wurde, folgt mit  $\theta = \xi = 1$  und  $\partial r/\partial k_n = 0$  aus (13)''' die Gleichung (3.A 65) und aus (29) die Gleichung (3.81).

Sparverhalten ist für das in diesem Kapitel modellierte Schuldnerland, für das tatsächlich  $\partial r/\partial s < 0$  und  $\partial r/\partial k_n < 0$  relevant ist, nicht optimal; es wird zu wenig gespart.

Will man am Prinzip dezentraler Entscheidungen festhalten, dann sind zur Realisierung der volkswirtschaftlich optimalen Ersparnis wirtschaftspolitische Maßnahmen erforderlich, welche die Ersparnis und damit die nationale Kapitalbildung im Vergleich zum Konsum fördern. Grundsätzlich ist hier an eine Subventionierung der Ersparnis oder an eine Besteuerung des Konsums zu denken<sup>1)</sup>. Wie (13)'''' und (29) erkennen lassen, sollte diese Politik der Sparförderung um so deutlicher ausfallen, je stärker der Kreditzins auf Veränderungen der Sparquote und des nationalen Pro-Kopf-Kapitalstocks reagiert, d.h. je größer  $|\partial r/\partial s|$  und  $|\partial r/\partial k_n|$  sind. Denn hohe absolute Werte dieser Differentialquotienten, die einen vergleichsweise großen Einfluß der nationalen Kapitalbildung auf die gesamtwirtschaftliche Kreditwürdigkeit und folglich die Zinskonditionen für die Volkswirtschaft als Ganzes verdeutlichen, lassen darauf schließen, daß das auf der Grundlage unbeeinflußter einzelwirtschaftlicher Entscheidungen zustande kommende Sparverhalten in besonderem Maße vom volkswirtschaftlich optimalen Verhalten abweicht.

---

1) Unterstellt sei eine verteilungs- und allokatonsneutrale Finanzierung der Subventionen bzw. Verwendung der Steuereinnahmen.



5. Kapitel: OPTIMALE AUSLANDSVERSCHULDUNG UNTER  
BERÜCKSICHTIGUNG AUSSENWIRTSCHAFTLICHER  
DETERMINANTEN DES KREDITZINSES

I. SCHULDENDIENSTQUOTE UND RESERVE-IMPORT-QUOTE  
ALS DETERMINANTEN DES KREDITZINSES

Ziel der Erörterungen in diesem Kapitel ist die Charakterisierung optimaler Wachstums- und Verschuldungsprozesse unter der Annahme, daß die Relation zwischen den Währungsreserven und den Importausgaben (Reserve-Import-Quote) sowie die Relation zwischen den Schuldendienstverpflichtungen und den Exporterlösen (Schuldendienstquote) den Zins beeinflussen, zu dem sich die betrachtete Volkswirtschaft im Ausland verschulden kann.

Wie im Teil B ausführlich begründet wurde, kann eine hohe Reserve-Import-Quote als Indiz einer gesicherten Schuldendienstfähigkeit und gleichzeitig als Zeichen einer gefährdeten Schuldendienstbereitschaft gewertet werden. Folglich ist a priori nicht klar, ob eine relativ hohe Reserve-Import-Quote eine vergleichsweise niedrige oder eine hohe Wahrscheinlichkeit für das Eintreten von Schuldendienstproblemen signalisiert. Vor dem Hintergrund der im Teil B präsentierten empirischen Ergebnisse wird im folgenden von der Hypothese ausgegangen, daß die Wahrscheinlichkeit für das Eintreten von Schuldendienstproblemen um so größer und damit der Kreditzins um so höher ist, je geringer die Währungsreserven im Vergleich zu den Importausgaben sind.

Im Vergleich zur Analyse im 4. Kapitel, in der neben der Sparquote die Relation zwischen dem Schuldenstand und der Inlandsproduktion als Zinsdeterminante betrachtet wurde, rückt die Beachtung der Schuldendienstquote

einerseits die laufende Belastung der Wirtschaft mit Zins- und Tilgungszahlungen in den Mittelpunkt der Länderrisikoeinschätzung. Andererseits verdeutlichen die in der Schuldendienstquote erfaßten Exporterlöse die Einschätzung potentieller Kreditgeber, daß die Kreditwürdigkeit eines Landes nicht in der Inlandsproduktion schlechthin, sondern in der Produktion jener Güter sichtbar wird, mit denen Devisen erwirtschaftet werden können. Auf der Grundlage der im Teil B gewürdigten empirischen Studien wird im folgenden von der Hypothese einer positiven Abhängigkeit des Kreditzinses von der Schuldendienstquote ausgegangen.

Anzumerken ist, daß die Nichtberücksichtigung der nicht exportierten Inlandsproduktion als zinsbeeinflussende Größe die Vermutung potentieller Kreditgeber widerspiegelt, daß auch die Produktionskapazitäten, die zur Erzeugung von Nicht-Exportgütern bereitstehen, für die unmittelbare außenwirtschaftliche Leistungsfähigkeit und damit die Kreditwürdigkeit eines Landes von untergeordneter Bedeutung sind. Diese Vermutung ist vor allem dann begründet, wenn außerhalb der Exportgütersektoren installierte Produktionsanlagen nicht oder nicht hinreichend schnell in die Exportgüterindustrie überführt werden können, um dort zur Erzeugung der Güter beizutragen, welche die Bedienung der externen Schulden ermöglichen.

Um die Bedeutung der genannten Zinsdeterminanten für den optimalen Wachstums- und Verschuldungsprozeß eines Landes analysieren zu können, ist ein Modell einer offenen Volkswirtschaft zu konstruieren, das folgenden Anforderungen genügt: Erstens muß die Entwicklung von Währungsreserven und Importen explizit berücksichtigt werden.

Zweitens ist ausdrücklich zwischen einem Exportsektor und mindestens einem anderen Produktionsbereich zu unterscheiden. Hierbei ist es, angesichts der Forderung den Importen explizit Rechnung zu tragen, zweckmäßig und aus ökonomischen Gründen naheliegend, im Rahmen eines Zwei-Sektoren-Modells als Nicht-Exportgütersektor eine Importersatzgüterindustrie zu betrachten.

Auf der Grundlage eines Modells, das die genannten Anforderungen erfüllt, wird im folgenden die Problematik einer optimalen Auslandsverschuldung unter Berücksichtigung der Schuldendienstquote und der Reserve-Import-Quote als Determinanten des Kreditzinses zu diskutieren sein. Hierbei greifen wir auf einen Beitrag von FEDER/JUST<sup>1)</sup> zurück, in dem die Differenz zwischen den Exporteinnahmen und den Schuldendienstverpflichtungen sowie die Differenz zwischen den Währungsreserven und den Importausgaben als Einflußfaktoren des Kreditzinses Beachtung finden. Im Unterschied zu FEDER/JUST wollen wir explizit den Produktionsfaktor Arbeit in die Analyse einbeziehen<sup>2)</sup>. Dadurch wird es möglich, auch die Kennzeichen einer optimalen Allokation des Arbeitseinsatzes auf die Produktionsbereiche zu analysieren. Hinsichtlich der quantitativen Veränderung des Produktionsfaktors Arbeit wird wie in den vorangegangenen Kapiteln unterstellt, daß das Arbeitsangebot mit einer konstanten Rate wächst. Diese Erweiterung des Beitrages von FEDER/JUST - für die wir ein wachstumstheoretisches Zwei-Sektoren-Modell entwickeln, wie es für eine geschlossene Volkswirtschaft beispielsweise von

---

1) FEDER, G./JUST, R.E., Optimal International Borrowing..., a.a.O., S. 207-220.

2) FEDER/JUST betrachten explizit lediglich den Produktionsfaktor Kapital. Vgl. EBENDA, S. 211.

INADA<sup>1)</sup> und RYDER<sup>2)</sup> entworfen wurde<sup>3)</sup> - eröffnet die Möglichkeit, Parallelen zu den Ergebnissen der vorangegangenen Kapitel aufzuzeigen. Eine zusätzliche Ausweitung der Untersuchung von FEDER/JUST ist darin zu sehen, daß der betrachteten Volkswirtschaft auch die Möglichkeit gegeben sein soll, Teile der eigenen Exportgüterproduktion zu konsumieren.

Das weitere Vorgehen läßt sich wie folgt umreißen: Die Struktur der wachsenden, offenen Volkswirtschaft wird im Abschnitt II beschrieben. Auf der Grundlage dieser Modellstruktur erfolgt im Abschnitt III die Formulierung des dynamischen Optimierungsproblems sowie die Ableitung der notwendigen Optimalitätsbedingungen. Diese Bedingungen gilt es im Abschnitt IV ökonomisch zu interpretieren. Hierbei ist auch zu klären, ob die optimale Entwicklung der Volkswirtschaft durch einen sich selbst überlassenen wettbewerblichen Selbststeuerungsmechanismus automatisch induziert wird oder durch wirtschaftspolitische Eingriffe in diesen Mechanismus herbeigeführt werden muß.

- 
- 1) INADA, K.-I., Investment in Fixed Capital and the Stability of Growth Equilibrium, in: Review of Economic Studies, Vol. 33 (1966), S. 19-30.
  - 2) RYDER, H.E., Optimal Accumulation in a Two-Sector Neoclassical Economy with Non-Shiftable Capital, in: Journal of Political Economy, Vol. 77 (1969), S. 665-683.
  - 3) Die Arbeiten von INADA und RYDER basieren auf den für die neoklassische Zwei-Sektoren-Wachstumstheorie grundlegenden Beiträgen von UZAWA:  
 UZAWA, H., On a Two-Sector Model of Economic Growth, in: Review of Economic Studies, Vol. 29 (1962), S. 40-47.  
 UZAWA, H., On a Two-Sector Model of Economic Growth II, in: Review of Economic Studies, Vol. 30 (1963), S. 105-118.  
 UZAWA, H., Optimal Growth in a Two-Sector Model of Capital Accumulation, in: Review of Economic Studies, Vol. 31 (1964), S. 1-24.

II. STRUKTUR DES WACHSTUMSTHEORETISCHEN  
ZWEI-SEKTOREN-MODELLS

1. Produktion, Konsum, Investition und  
außenwirtschaftliche Verflechtungen

Betrachtet sei eine kleine, offene Zwei-Sektoren-Volkswirtschaft, in der in vollständiger Konkurrenz unter Einsatz der Produktionsfaktoren Kapital (K) und Arbeit (L) ein Exportgut A und ein Importsubstitutionsgut F produziert werden. Die Produktionstechnologie des F-Sektors sei durch die Gleichung (1)-(4) und die des A-Sektors durch (5)-(8) charakterisiert<sup>1)</sup>. Hierbei kennzeichnet  $K_j$ ,  $L_j$  bzw.  $k_j$  ( $j=F,A$ ) den Kapitaleinsatz, den Arbeits-einsatz bzw. die Kapitalintensität im Sektor j.

$$(1) \quad F = F(K_F, L_F)$$

$$(2) \quad \frac{F}{L_F} = f(k_F), \quad k_F = \frac{K_F}{L_F}$$

$$(3) \quad \left. \begin{array}{l} f(k_F) > 0 \\ \frac{\partial F}{\partial K_F} = \frac{\partial f(k_F)}{\partial k_F} = f'(k_F) > 0 \\ \frac{\partial^2 f(k_F)}{\partial k_F^2} = f''(k_F) < 0 \end{array} \right\} \text{für } k_F > 0$$

$$(4) \quad \lim_{k_F \rightarrow 0} f'(k_F) = \infty ; \quad \lim_{k_F \rightarrow \infty} f'(k_F) = 0$$

---

1) Anzumerken ist, daß alle Variablen zeitabhängig sind. Aus Vereinfachungsgründen wird der Zeitindex t nicht explizit notiert. Soweit im folgenden Größen erscheinen, die zeitunabhängig sind, wird ausdrücklich darauf hingewiesen.

$$(5) \quad A = A(K_A, L_A)$$

$$(6) \quad \frac{A}{L_A} = a(k_A) \quad , \quad k_A = \frac{K_A}{L_A}$$

$$(7) \quad \left. \begin{array}{l} a(k_A) > 0 \\ \frac{\partial A}{\partial K_A} = \frac{\partial a(k_A)}{\partial k_A} = a'(k_A) > 0 \\ \frac{\partial^2 a(k_A)}{\partial k_A^2} = a''(k_A) < 0 \end{array} \right\} \text{für } k_A > 0$$

$$(8) \quad \lim_{k_A \rightarrow 0} a'(k_A) = \infty \quad ; \quad \lim_{k_A \rightarrow \infty} a'(k_A) = 0$$

Die mittels (1)-(4) bzw. (5)-(8) festgehaltenen neo-klassischen Produktionsbedingungen sind in Analogie zu der im 1. Kapitel eingeführten linear-homogenen Produktionstechnologie des Ein-Sektoren-Modells zu interpretieren. Zur Terminologie sei gesagt, daß jetzt und im folgenden alle auf den sektoralen Arbeitseinsatz bezogenen Größen als Pro-Beschäftigten-Größen des jeweiligen Sektors bezeichnet werden. Beispielsweise ist der Gleichung (2) zu entnehmen, daß aufgrund der implizit unterstellten linearen Homogenität der Produktionsfunktion  $F(K_F, L_F)$  die Pro-Beschäftigten-Produktion im Sektor F ( $F/L_F$ ) lediglich eine Funktion des Pro-Beschäftigten-Kapitalstocks in diesem Sektor

( $\hat{=}$  sektorale Kapitalintensität in der F-Industrie:  $k_F = K_F/L_F$ ) ist. Im Unterschied hierzu werden im folgenden alle auf den gesamtwirtschaftlichen Arbeits-einsatz (L) bezogenen Größen als Pro-Kopf-Größen bezeichnet; hierbei wird vereinfachend angenommen, daß L mit der Bevölkerungszahl identisch ist.

Zur modelltheoretischen Berücksichtigung der im Abschnitt I angedeuteten Überlegung, außerhalb der Exportindustrie installierte Produktionsanlagen könnten nicht oder nicht hinreichend schnell in den Export-sektor übertragen werden, sei in Anlehnung an die Beiträge von INADA und RYDER angenommen, daß die bereits in einem Sektor genutzten Kapitalgüter nicht mehr zur Produktion in einem anderen Sektor eingesetzt werden können<sup>1)</sup>. Da damit die Aufteilung des gesamtwirtschaftlichen Kapitalstocks auf die Produktionsbereiche in jedem Zeitpunkt als unveränderbar angesehen werden muß, kann eine eventuell gewünschte Umstrukturierung des Kapitaleinsatzes nur im Zeitablauf über eine geeignete Allokation neuer Kapitalgüter angestrebt werden. Hierdurch wird der plausiblen Vermutung

---

1) Vgl. INADA, K.-I., Investment in Fixed Capital..., a.a.O., S. 19 und RYDER, H.E., Optimal Accumulation..., a.a.O., S. 666.

Rechnung getragen, "that there is considerably more flexibility in planning the allocation of new capital goods than of old capital goods that have already been designed and installed".<sup>1)</sup>

Im Unterschied zu den Rigiditäten hinsichtlich der Verwendbarkeit von Kapitalgütern, die bereits sektorspezifisch genutzt werden, wollen wir bezüglich des Produktionsfaktors Arbeit davon ausgehen, daß auch die bereits in einem bestimmten Sektor tätigen Arbeitskräfte jederzeit oder zumindest hinreichend schnell in dem anderen Sektor produktiv tätig werden können. INADA bemerkt treffend: "Both the assumptions of perfect shiftability and perfect unshiftability of factors between sectors may be extreme. But, as for capital, perfect unshiftability is, I believe, more realistic than perfect shiftability, while for labor, the inverse appears to be true."<sup>2)</sup> Dieser Einschätzung kann gerade im Hinblick auf Entwicklungsländerökonomien, die sich durch ein vergleichsweise großes Reservoir wenig qualifizierter Arbeitskräfte auszeichnen, zugestimmt werden.

Gehen wir zudem von einem stets vollbeschäftigten Arbeitsangebot ( $L$ ) aus, dann läßt sich aus

$$(9) \quad L = L_A + L_F$$

unter Verwendung von

$$(10) \quad l^A = \frac{L_A}{L} ; \quad l^F = \frac{L_F}{L}$$

---

1) RYDER, H.E., Optimal Accumulation ..., a.a.O., S. 665.

2) INADA, K.-I., Investment in Fixed Capital ..., a.a.O., S. 19.



die Gleichung

$$(11) \quad l^A = 1 - l^F, \quad 0 \leq l^F \leq 1$$

ableiten. Die unterstellte vollkommene Mobilität der Arbeit spiegelt sich darin wider, daß der Anteil der Beschäftigten im F-Sektor am gesamten Arbeitseinsatz ( $l^F$ ) jederzeit Werte zwischen Null und Eins annehmen kann.

Schließlich sei angenommen, daß das gesamte Arbeitsangebot gemäß

$$(12) \quad \frac{\dot{L}}{L} = g$$

mit der konstanten Rate  $g$  wächst.

Zur Beschreibung der Verwendungsmöglichkeiten der Produktion wollen wir als erstes von der Prämisse ausgehen, daß das Gut A sowohl inländischen Konsumbedürfnissen dienen als auch exportiert werden kann. Zur Illustration sei beispielsweise auf landwirtschaftliche Erzeugnisse und Produkte der Textil- und Bekleidungsindustrie verwiesen. Bezeichnen wir den exportierten Teil der A-Produktion als Exportquote ( $\eta$ ), dann kann der auf die Bevölkerung bzw. den gesamtwirtschaftlichen Arbeitseinsatz ( $L$ ) bezogene Konsum des Gutes A ( $C_A$ ), also der Pro-Kopf-Konsum ( $c_A = C_A/L$ ), unter Beachtung von (5), (6), (10) und (11) durch

$$(13) \quad c_A = \frac{C_A}{L} = \frac{(1-\eta)A(K_A, L_A)}{L} = (1-\eta)(1-l^F)a(k_A)$$

mit  $0 \leq \eta \leq 1$

ausgedrückt werden.

Hinsichtlich der Verwendung der F-Produktion wollen wir unterstellen, daß das Gut F sowohl für konsumtive als auch für investive Zwecke geeignet ist (composite good). Führen wir für den Anteil der investiv genutzten F-Produktion das Symbol  $\gamma$  ein, dann läßt sich der auf die gesamte Bevölkerungszahl bezogene Konsum des Gutes F (Pro-Kopf-Konsum des Gutes F) unter Beachtung von (1), (2) und (10) durch

$$(14) \quad c_F = \frac{C_F}{L} = \frac{(1-\gamma)F(K_F, L_F)}{L} = (1-\gamma)l^F f(k_F)$$

mit  $0 \leq \gamma \leq 1$

angeben.

Nehmen wir weiter an, daß der investiv verwertete Teil der heimischen F-Produktion durch den Import von Investitionsgütern (V) ergänzt werden kann, so lassen sich die gesamten Inlandsinvestitionen (I) unter Berücksichtigung von (1) durch

$$(15) \quad I = \gamma F(K_F, L_F) + V$$

erfassen. Zur Konstruktion von (15) ist erläuternd zu bemerken, daß die importierten Investitionsgütermengen V einem Import des Gutes F gleichkommen; dieser importierten Menge des Gutes F fehlt im Gegensatz zur eigenen F-Produktion die Eigenschaft, sowohl investiv als auch konsumtiv verwendbar zu sein. Die durch diese Konstruktion eingeführte Beschränkung des Imports auf die Einfuhr

von Investitionsgütern vereinfacht die Analyse, ohne die Modellergebnisse zu beeinflussen<sup>1)</sup>. Darüber hinaus impliziert die ausschließliche Berücksichtigung von Investitionsgüterimporten ein vereinfachtes Abbild der tatsächlichen Importstruktur vieler Entwicklungsländer<sup>2)</sup>.

Zur vollständigen Beschreibung der außenwirtschaftlichen Verflechtungen sei gesagt, daß die betrachtete Volkswirtschaft nicht nur Teile der A-Produktion exportieren und Investitionsgüter importieren, sondern darüber hinaus sich im Ausland verschulden und internationale Reserven akkumulieren kann. Bezeichnen wir

den Import von Kapitalgütern mit	$V,$
den Teil der exportierten A-Produktion (Exportquote) mit	$n,$
den in Einheiten des Gutes F ausgedrückten Weltmarktpreis des Exportgutes A mit	$P,$
den Bestand an internationalen Reserven in Einheiten des Gutes F mit	$Z,$
die Verzinsung dieser Reserve mit	$r_0,$
die Auslandsverschuldung in Einheiten des Gutes F mit	$D,$
sowie den auf diese Verschuldung zu zahlenden Kreditzins mit	$r(\cdot),$

dann kann bei Vernachlässigung unentgeltlicher Übertragungen der in Einheiten des Gutes F gemessene Leistungsbilanzsaldo (LB) durch

- 
- 1) Dies wird im Zusammenhang mit der Formulierung des dynamischen Optimierungsproblems kurz zu erläutern sein; vgl. FN 1) S. 272 dieser Arbeit. Vgl. auch: FEDER, G./JUST, R.E., Optimal International Borrowing..., a.a.O., S. 212.
  - 2) Vgl. WAGNER, N./KAISER, M./BEIMDIEK, F., Ökonomie der Entwicklungsländer, Stuttgart 1983, S. 72. Nach Angaben der WELTBANK belief sich 1985 beispielsweise der Anteil des Imports von Gütern des Maschinen- und Fahrzeugbaues sowie der elektrotechnischen Industrie an der gesamten Wareneinfuhr der Entwicklungsländer auf 30 Prozent. Vgl. WELTBANK, Weltentwicklungsbericht 1987, Washington, D.C. 1987, S. 249.

$$(16) \quad LB = P\eta A(K_A, L_A) - V + r_o Z - r(\cdot)D$$

ausgedrückt werden.

Zur Leistungsbilanzgleichung (16) können folgende Erläuterungen gegeben werden: Erstens zeigt die Herleitung von (16), daß im güterwirtschaftlichen Modell der Zwei-Sektoren-Wirtschaft V, Z und D bereits Mengen des Gutes F darstellen, wohingegen die Exporteinnahmen ( $P\eta A(K_A, L_A)$ ) erst aus der Multiplikation des Exportvolumens ( $\eta A(K_A, L_A)$ ) mit dem internationalen realen Austauschverhältnis (terms of trade, P) hervorgehen. Zweitens läßt es die realwirtschaftliche Perspektive sinnvoll erscheinen, nicht den Begriff "Währungsreserven", sondern den allgemeineren Begriff "internationale Reserven" zu gebrauchen. Der in Form von Einheiten des Gutes F angehäufte Reservebestand kann bei Bedarf zur Finanzierung von Importen oder Schuldendienstzahlungen eingesetzt werden. Da die betrachtete Volkswirtschaft als klein im Vergleich zum Rest der Welt angenommen wird, ist drittens festzuhalten, daß weder die terms of trade (P) noch die Verzinsung der internationalen Reserven ( $r_o$ ) durch Transaktionen des betrachteten Landes beeinflußt werden. Viertens ist anzumerken, daß für die durch die Auslandskreditaufnahme entstandenen Verbindlichkeiten gegenüber dem Rest der Welt der Begriff "Auslandsverschuldung D" verwendet wird, obwohl die Kreditaufnahme, falls sie zur Aufstockung der internationalen Reserven (Z) eingesetzt wird, gleichzeitig Forderungen gegenüber dem Rest der Welt entstehen läßt. Damit weichen wir im weiteren, wie im 1. Kapitel angekündigt wurde<sup>1)</sup>, von dem bisher im Sinne einer Nettogröße verwendeten Begriff der Auslandsverschuldung ab. Schließlich sei festgehalten,

---

1) Vgl. S. 54 dieser Arbeit.

daß die funktionale Abhängigkeit des Kreditzinses von den zu berücksichtigenden Indikatoren potentieller Schuldendienstprobleme aus systematischen Gründen erst im Abschnitt II.3 dieses Kapitels spezifiziert werden und daher vorläufig durch  $r(\cdot)$  erfaßt sein soll.

Nachdem die leistungsbilanzrelevanten Transaktionen beschrieben sind, müssen abschließend die kapitalbilanzwirksamen Vorgänge erläutert werden. Der auch Reserveänderungen erfassende Kapitalbilanzsaldo ( $\hat{=}$  Saldo der Kapitalbilanz im weiteren Sinne; KB) der betrachteten Volkswirtschaft läßt sich gemäß

$$(17) \quad KB = \dot{D} - \dot{Z}$$

als Differenz zwischen der Veränderung der Auslands-schulden ( $\dot{D}$ ) und der Variation der internationalen Reserven ( $\dot{Z}$ ) notieren<sup>1)</sup>.

Bedenken wir nun, daß gemäß

$$(18) \quad ZB = LB + KB = 0$$

der Zahlungsbilanzsaldo der Summe aus Leistungs- und

---

1) Zu beachten ist, daß der gegenüber den vorangegangenen Kapiteln in einem etwas anderen Sinne verwendete Begriff der Auslandsverschuldung (D) sich auch auf die Schreibweise des Kapitalbilanzsaldos auswirkt, denn im 1. Kapitel wurde im Unterschied zu (17)  $KB = \dot{D}$  notiert, da wir dort von der Prämisse ausgegangen waren, daß die nicht explizit berücksichtigten Reserveänderungen durch  $\dot{D}$  miterfaßt sind (vgl. S. 59 dieser Arbeit).

Kapitalbilanzsaldo entspricht und ex definitione immer den Wert Null annimmt, dann kann durch Einsetzen von (16) und (17) in (18) schließlich eine Gleichung für die Variation der internationalen Reserven

$$(19) \quad \dot{Z} = PnA(K_A, L_A) - V + r_o Z - r(\cdot)D + \dot{D}$$

abgeleitet werden. (19) bringt zum Ausdruck, daß etwa eine Reserveaufstockung ( $\dot{Z} > 0$ ) erfolgt, falls die Volkswirtschaft beispielsweise eine Zunahme der Verschuldung gegenüber dem Ausland eingeht ( $\dot{D} > 0$ ), die über jenes Volumen hinausgeht, welches zur Finanzierung eines etwaigen Leistungsbilanzdefizits  $(PnA(K_A, L_A) - V + r_o Z - r(\cdot)D < 0)$  notwendig ist.

Gehen wir zudem davon aus, daß sich die Veränderung der externen Schulden ( $\dot{D}$ ) entsprechend der Formulierung

$$(20) \quad \dot{D} = X - \delta D$$

als Differenz zwischen der Brutto-Auslandskreditaufnahme ( $X$ ) und den gemäß einer als konstant angenommenen Tilgungsrate  $\delta$  ( $0 \leq \delta \leq 1$ ) erfolgenden Tilgungszahlungen ( $\delta D$ ) definieren läßt, so können wir aus (19) nach wenigen Umstellungen die Gleichung

$$(21) \quad \dot{Z} = \{PnA(K_A, L_A) + r_o Z + X\} - \{V + (r(\cdot) + \delta)D\}$$

ermitteln. (21) zeigt an, daß beispielsweise eine Aufstockung der internationalen Reserven ( $\dot{Z} > 0$ ) einen Überschuß der außenwirtschaftlichen Mittelzuflüsse (erste geschweifte Klammer auf der rechten Seite von (21))

Über die Mittelabflüsse (zweite geschweifte Klammer auf der rechten Seite von (21)) erfordert. Hierbei resultieren die Mittelzuflüsse - in der Realität die Deviseneinnahmen - aus den Exporteinnahmen ( $P_A(K_A, L_A)$ ), der Verzinsung der Reserven ( $r \cdot Z$ ) und der Brutto-Auslandskreditaufnahme ( $X$ ); die Mittelabflüsse - in der Realität die Devisenausgaben - sind durch Güterimporte ( $V$ ) sowie Zins- und Tilgungszahlungen ( $(r(\cdot) + \delta)D$ ) verursacht.

Auf der Grundlage der in diesem Abschnitt formulierten Zusammenhänge zwischen Produktion, Konsumtion, Investition und den außenwirtschaftlichen Transaktionen wird im folgenden eine Charakterisierung der dynamischen Eigenschaften der Modellwirtschaft vorgenommen.

## 2. Kapital-, Reserve- und Schuldenakkumulation

Zur Beschreibung der dynamischen Eigenschaften der Modellwirtschaft sollen in diesem Abschnitt zunächst Gleichungen formuliert werden, welche die Veränderung der Pro-Kopf-Verschuldung ( $D/L$ ), der Pro-Kopf-Reserven ( $Z/L$ ), des Pro-Kopf-Kapitalstocks der F-Industrie ( $K_F/L$ ) sowie des Pro-Kopf-Kapitalstocks der A-Industrie ( $K_A/L$ ) im Zeitablauf anzeigen. Anschließend werden diese Gleichungen in eine Form gebracht, die im Hinblick auf das noch zu formulierende dynamische Optimierungsproblem zweckmäßiger ist.

Ansatzpunkt für die Formulierung jener Gleichung, die die Veränderung der Pro-Kopf-Verschuldung ( $\dot{d}$ ) angibt,

ist die Definitionsgleichung (20). Aus (20) folgt mit  $x = X/L$  und  $d = D/L$  sowie unter Berücksichtigung der Identitätsgleichung  $\dot{d} = \dot{D}/L - gd$  folgende Beziehung für die Veränderung der Pro-Kopf-Verschuldung:

$$(22) \quad \dot{d} = x - (g + \delta)d$$

Aus (21) läßt sich unter Beachtung von  $z = Z/L$ ,  $x = X/L$ ,  $v = V/L$ ,  $d = D/L$ ,  $\dot{z} = \dot{Z}/L - gz$  sowie der Gleichungen (6) und (10) nachstehende Formulierung für die Variation der Pro-Kopf-Reserven herleiten:

$$(23)' \quad \dot{z} = Pn1^A a(k_A) + (r_0 - g)z + x - v - (r(\cdot) + \delta)d$$

Um die Veränderung des Pro-Kopf-Kapitalstocks der F-Industrie und der A-Industrie analytisch zu beschreiben, ist es zunächst erforderlich, eine Vorstellung von der gesamtwirtschaftlichen Kapitalakkumulation ( $\dot{K}$ ) zu vermitteln. Abstrahieren wir wieder von einer Abnutzung der Produktionskapazitäten, so kann zur Erläuterung der Veränderung des Gesamtkapitalstocks wegen  $\dot{K} = I$  auf die bereits formulierte Gleichung

$$(15) \quad \dot{K} = I = \gamma F(K_F, L_F) + V, \quad 0 \leq \gamma \leq 1$$

verwiesen werden. Folglich hängt die Kapitalakkumulation von der investiv verwendeten heimischen F-Produktion ( $\gamma F(K_F, L_F)$ ) und dem Investitionsgüterimport ( $V$ ) ab.

Gehen wir nun davon aus, daß die durch neu produzierte und/oder importierte Kapitalgüter gespeiste gesamtwirtschaftliche Kapitalakkumulation gemäß einer Kapitalallokationsquote  $\alpha$  ( $0 \leq \alpha \leq 1$ ) dem F-Sektor und daher gemäß der Quote  $1-\alpha$  dem A-Sektor zugute kommen kann, dann läßt sich die sektorale Kapitalakkumulation durch



$$(24) \quad \dot{K}_F = \alpha \{ \gamma^F (K_F, L_F) + V \}$$

bzw.

$$(25) \quad \dot{K}_A = (1-\alpha) \{ \gamma^F (K_F, L_F) + V \}$$

darstellen.

Bezeichnen wir den auf den gesamtwirtschaftlichen Arbeitseinsatz bezogenen Kapitalstock des F-Sektors, also

$$(26) \quad k^F = \frac{K_F}{L}$$

als Pro-Kopf-Kapitalstock des F-Sektors<sup>1)</sup>, dann läßt sich aus (24) unter Berücksichtigung von (26), (2), (10),  $v=V/L$  und der Gleichung  $\dot{k}^F = \dot{K}_F/L - gk^F$  folgende Differentialgleichung für die Veränderung des Pro-Kopf-Kapitalstocks des F-Sektors bestimmen:

$$(27) \quad \dot{k}^F = \alpha \{ \gamma^F f(k_F) + v \} - gk^F$$

Bezeichnet man in analoger Weise den auf den gesamtwirtschaftlichen Arbeitseinsatz bezogenen Kapitalstock des A-Sektors, also

$$(28) \quad k^A = \frac{K_A}{L}$$

als Pro-Kopf-Kapitalstock des A-Sektors<sup>2)</sup>, dann kann aus (25) unter Beachtung von (28), (6), (10),  $v=V/L$  und der Beziehung  $\dot{k}^A = \dot{K}_A/L - gk^A$  folgende Gleichung für die

- 
- 1) Der Pro-Kopf-Kapitalstock des F-Sektors ( $k^F$ ) ist nicht zu verwechseln mit dem Pro-Beschäftigten-Kapitalstock des F-Sektors ( $\hat{K}_F$  Kapitalintensität im Sektor F,  $k_F = K_F/L_F$ ).
  - 2) Auch dieser Pro-Kopf-Kapitalstock darf nicht mit der sektoralen Kapitalintensität  $k_A$  verwechselt werden.

Variation des Pro-Kopf-Kapitalstocks des A-Sektors ermittelt werden:

$$(29)' \quad \dot{k}^A = (1-\alpha)\{\gamma 1^F f(k_F) + v\} - gk^A$$

Abschließend wollen wir erstens in (23)' unter Verwendung von (11) den Beschäftigungsquotienten  $1^A$  durch  $1-1^F$  und außerdem unter Verwendung der aus (6), (10), (28) und (11) ableitbaren Identitätsgleichung

$$(30) \quad k_A = \frac{K_A}{L_A} \frac{L}{L} = \frac{K_A}{L} \frac{L}{L_A} = \frac{k^A}{1^A} = \frac{k^A}{1-1^F}$$

die sektorale Kapitalintensität  $k_A$  durch  $k^A/(1-1^F)$  wiedergeben. Dadurch erhalten wir die mit (23)' inhaltlich übereinstimmende Gleichung

$$(23) \quad \dot{z} = P_n(1-1^F)a\left(\frac{k^A}{1-1^F}\right) + (r_0 - g)z + x - v - (r(\cdot) + \delta)d.$$

Zweitens wird die in (27)' und (29)' erscheinende sektorale Kapitalintensität  $k_F$  unter Berücksichtigung der aus (2), (10) und (26) ableitbaren Identitätsgleichung

$$(31) \quad k_F = \frac{K_F}{L_F} \frac{L}{L} = \frac{K_F}{L} \frac{L}{L_F} = \frac{k^F}{1^F}$$

durch  $k^F/1^F$  dargestellt. Auf diese Weise erhalten wir

$$(27) \quad \dot{k}^F = \alpha\{\gamma 1^F f\left(\frac{k^F}{1^F}\right) + v\} - gk^F$$

und

$$(29) \quad \dot{k}^A = (1-\alpha)\{\gamma 1^F f\left(\frac{k^F}{1^F}\right) + v\} - gk^A.$$

Die abgeleiteten Differentialgleichungen (22), (23), (27) und (29), welche die Veränderung der Pro-Kopf-Verschuldung ( $d$ ), der Pro-Kopf-Reserven ( $z$ ), des Pro-Kopf-Kapitalstocks des Sektors F ( $k^F$ ) und des Pro-Kopf-Kapitalstocks des Sektors A ( $k^A$ ) beschreiben, werden im Rahmen des zu formulierenden Optimierungsproblems als dynamische Nebenbedingungen zu berücksichtigen sein.

### 3. Der Zusammenhang zwischen Kreditzins und den Zinsdeterminanten

Um die durch die Risikoeinschätzung potentieller Kreditgeber bedingte Abhängigkeit des Kreditzinses von der Schuldendienstquote und der Reserve-Importquote analytisch darzustellen und damit die für dieses Modell relevante  $r(\cdot)$ -Funktion zu präzisieren, müssen zunächst in den bisher konstruierten Modellrahmen passende Formulierungen für die beiden Quoten gefunden werden.

Die Reserve-Import-Quote (RIQ) läßt sich unter Rückgriff auf die eingeführte Symbolik unmittelbar durch

$$(32) \quad \text{RIQ} = \frac{z}{v} = \frac{z/L}{v/L} = \frac{z}{v}$$

angeben.

Da die Schuldendienstquote als Relation zwischen den Schuldendienstverpflichtungen ( $r(\cdot) + \delta)D$  und den Exporteinnahmen ( $P_n A(K_A, L_A)$ ) definiert ist, würde es nahe liegen, das Verhältnis dieser Größen als Argument in der  $r(\cdot)$ -Funktion zu verwenden. Aus analytischen Gründen

ist dieses Vorgehen in dieser Form jedoch problematisch, weil damit letztlich  $r(\cdot)$  als Argument in der  $r(\cdot)$ -Funktion erscheinen würde. Um den Schuldendienstverpflichtungen als risiko- und damit zinsrelevante Variable dennoch Rechnung zu tragen, bietet es sich an, nicht die tatsächlichen Schuldendienstverpflichtungen  $(r(\cdot)+\delta)D$ , sondern eine Approximation dieser Schuldendienstverpflichtung  $(\bar{r}+\delta)D$  als Argument in die  $r(\cdot)$ -Funktion einfließen zu lassen; die Approximation stützt sich dabei auf "some perceived average rate of interest [ $\bar{r}$ , des Verf.], which lenders expect to prevail on the average".<sup>1)</sup> Schließen wir uns diesem pragmatischen Vorgehen an, dann läßt sich die als Zinsdeterminante zu berücksichtigende Schuldendienstquote (SDQ) mittels

$$(33)' \quad SDQ = \frac{(\bar{r} + \delta)D}{P\eta A(K_A, L_A)}$$

bzw. unter Berücksichtigung von  $d=D/L$ , (6), (10), (11) und (30) mittels

$$(33) \quad SDQ = \frac{(\bar{r} + \delta)d}{P\eta(1-l^F)a\left(\frac{k^A}{1-l^F}\right)}$$

darstellen; der Zähler von (33) gibt hierbei die Schuldendienstverpflichtungen pro Kopf und der Nenner die Exporteinnahmen pro Kopf wieder.

---

1) FEDER, G./JUST, R.E., Optimal International Borrowing ..., a.a.O., S. 211. Dieser als konstant angenommene erwartete Durchschnittszins wird im weiteren mit  $\bar{r}$  bezeichnet, um eine Verwechslung mit dem im 1. und 2. Kapitel als konstant unterstellten exogenen Kreditzins ( $\bar{r}$ ) zu vermeiden.

Mit (32) und (33) läßt sich der Kreditzins gemäß

$$r = r \left( \frac{P\eta(1-l^F)a\left(\frac{k^A}{1-l^F}\right)}{(\bar{r} + \delta)d}, \quad \frac{z}{v} \right)$$

mit

$$(34) \quad r_1 = \frac{\partial r}{\partial \left( \frac{P\eta(1-l^F)a\left(\frac{k^A}{1-l^F}\right)}{(\bar{r} + \delta)d} \right)} < 0$$

$$r_2 = \frac{\partial r}{\partial \left( \frac{z}{v} \right)} < 0$$

$$r(\cdot) > r_0, \quad r(\infty, \infty) = r_0.$$

als abnehmende Funktion des Kehrwertes der Schuldendienstquote<sup>1)</sup> ( $r_1 < 0$ ) und der Reserve-Import-Quote ( $r_2 < 0$ ) angeben. Die letzte Zeile in (34) besagt, daß der vom Schuldner zu zahlende Zins  $r(\cdot)$  die Verzinsung der internationalen Reserven  $r_0$  überschreitet und erst für sehr niedrige Schuldendienst- und sehr hohe Reserve-Import-Quoten eine Annäherung von  $r(\cdot)$  an  $r_0$  erfolgt.

---

1) Die Verwendung von  $1/SDQ$  als Argument in der  $r(\cdot)$ -Funktion erleichtert die im folgenden vorzunehmenden Differentiationen, ohne die Ergebnisse zu tangieren.

### III. DYNAMISCHER OPTIMIERUNGSANSATZ UND OPTIMALITÄTSBEDINGUNGEN

#### 1. Formulierung des dynamischen Optimierungsproblems

Um das dynamische Optimierungsproblem formulieren zu können, muß zunächst eine zeitpunktbezogene gesellschaftliche Nutzenfunktion angegeben werden. Diesbezüglich wollen wir davon ausgehen, daß der Nutzen der Gesellschaft in jedem Zeitpunkt ( $U(t)$ ) in folgender Weise vom Pro-Kopf-Konsum des Importsubstitutionsgutes ( $c_F(t)$ ) und vom Pro-Kopf-Konsum des Exportgutes ( $c_A(t)$ ) abhängt<sup>1)</sup>:

$$(35) \quad U = U(c_F, c_A)$$

$$(36) \quad \frac{\partial U}{\partial c_F} = U_F > 0, \quad \frac{\partial^2 U}{\partial c_F^2} = U_{FF} < 0 \quad \text{für } c_F > 0$$

$$(37) \quad \frac{\partial U}{\partial c_A} = U_A > 0, \quad \frac{\partial^2 U}{\partial c_A^2} = U_{AA} < 0 \quad \text{für } c_A > 0$$

$$(38) \quad \lim_{c_F \rightarrow 0} U_F = \infty, \quad \lim_{c_A \rightarrow 0} U_A = \infty$$

(36) und (37) zeigen, daß die in (35) notierte gesellschaftliche Nutzenfunktion strikt konkav und monoton steigend ist: Der stets positive Grenznutzen des Pro-Kopf-Konsums von Exportgütern bzw. Importersatzgütern nimmt mit steigendem Pro-Kopf-Konsum ab.

Setzt man in (35) für  $c_A$  bzw.  $c_F$  die im Abschnitt II.1 entwickelte Gleichung (13) bzw. (14) ein, dann läßt sich unter zusätzlicher Berücksichtigung von  $k_A = k^A / (1-l^F)$  und  $k_F = k^F / l^F$  (vgl. (30) und (31)) die gesellschaftliche Nutzenfunktion in der Form

$$(39) \quad U = U\left((1-\gamma)l^F f\left(\frac{k^F}{l^F}\right), (1-\eta)(1-l^F)a\left(\frac{k^A}{1-l^F}\right)\right)$$

notieren.

---

1) Der Zeitindex  $t$  wird im folgenden nicht explizit notiert.

Unterstellt man wieder, das gesellschaftliche Ziel bestehe darin, die Summe der abdiskontierten Nutzenbeiträge über einen unendlichen Zeithorizont zu maximieren, so kann das dynamische Optimierungsproblem für die Zwei-Sektoren-Wirtschaft in Analogie zu den bisherigen Problemformulierungen durch nachstehenden kontrolltheoretischen Ansatz beschrieben werden:

$$(40) \quad \max_{\substack{\gamma \quad \eta \quad x \quad v \quad 1^F \quad \alpha \\ \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow}} W = \int_0^{\infty} e^{-\rho t} U(c_F, c_A) dt, \quad \rho > 0$$

unter Beachtung der Differentialgleichungen

$$(23) \quad \dot{z} = P\eta(1-l^F)a\left(\frac{k^A}{1-l^F}\right) + (r_0 - g)z + x - v - (r(\cdot) + \delta)d$$

$$(22) \quad \dot{d} = x - (g + \delta)d$$

$$(27) \quad \dot{k}^F = \alpha\{\gamma l^F f\left(\frac{k^F}{1-l^F}\right) + v\} - gk^F$$

$$(29) \quad \dot{k}^A = (1-\alpha)\{\gamma l^F f\left(\frac{k^F}{1-l^F}\right) + v\} - gk^A$$

der Ungleichheitsrestriktionen

$$(41) \quad \gamma \geq 0, \quad (42) \quad 1-\gamma \geq 0$$

$$(43) \quad \eta \geq 0, \quad (44) \quad 1-\eta \geq 0$$

$$(45) \quad x \geq 0, \quad (46) \quad v \geq 0$$

$$(47) \quad 1^F \geq 0, \quad (48) \quad 1-l^F \geq 0$$

$$(49) \quad \alpha \geq 0, \quad (50) \quad 1-\alpha \geq 0$$

und der Anfangsbedingungen

$$(51) \quad k^F(0) = k_0^F, \quad k^A(0) = k_0^A, \quad d(0) = d_0, \quad z(0) = z_0.$$

Für die Steuerung des durch (23), (22), (27) und (29) angegebenen dynamischen Systems mit dem Ziel, das in (40) formulierte Wohlfahrtsintegral zu maximieren, stehen in jedem Zeitpunkt  $t \in [0, \infty]$  die

Kontroll- bzw. Steuervariablen

$\gamma$ ,  $\eta$ ,  $x$ ,  $v$ ,  $l^F$  und  $\alpha$

zur Verfügung. Folglich ist die Wohlfahrtsmaximierung über eine geeignete Wahl

des investiv verwendeten Anteils der

F-Produktion ( $\gamma$ ),

des exportierten Teils der A-Produktion ( $\eta$ ),

der (Pro-Kopf-)Brutto-Auslandskreditaufnahme ( $x$ ) und

des Pro-Kopf-Imports von Kapitalgütern ( $v$ )

sowie durch eine geeignete Allokation

des gesamtwirtschaftlichen Arbeitseinsatzes

(via Festlegung des Beschäftigungsquotienten  $l^F$ ) und

der neu produzierten und/oder importierten

Kapitalgüter (via Festlegung der Kapitalallokationsquote  $\alpha$ )

anzustreben. Hierbei können die Kontrollvariablen jedoch nicht völlig frei gewählt werden, sondern müssen den Restriktionen (41) - (50) genügen.

Anzumerken ist, daß die Wahl der Werte der Kontrollvariablen das gemäß (40) zu maximierende Wohlfahrtsintegral direkt und/oder indirekt beeinflusst: Zu einer direkten Beeinflussung kommt es entsprechend der unmittelbar in (39) und damit in (40) erscheinenden Kontrollvariablen ( $\gamma, l^F, \eta$ ). Der indirekte Einfluß aller Kontrollvariablen läßt sich daran festmachen, daß diese Variablen über die Differentialgleichungen (23), (22), (27) und (29) simultan auf die



Zustandsvariablen des Systems  $(z, d, k^F, k^A)$

einwirken. Die Höhe der Zustandsvariablen  $k^F$  bzw.  $k^A$  beeinflusst unmittelbar die F- bzw. die A-Produktion und damit letztlich den in (40) erfaßten Pro-Kopf-Konsum des Importsubstitutionsgutes ( $c_F$ ) bzw. des Exportgutes ( $c_A$ ).

Um die wesentlichen Eigenschaften des optimalen Akkumulationsprozesses herauszukristallisieren, wollen wir uns im folgenden auf die Diskussion des Bereiches der Optimallösung beschränken, für den die Restriktionen (41)-(50) inaktiv sind und daher  $0 < \gamma < 1$ ,  $0 < \eta < 1$ ,  $x > 0$ ,  $v > 0$ ,  $0 < l^F < 1$  und  $0 < \alpha < 1$  gilt. Folglich schließen wir aus, daß

die F-Produktion völlig konsumiert ( $\gamma=0$ ) oder investiert ( $\gamma=1$ ),

die A-Produktion vollkommen konsumiert ( $\eta=0$ ) oder exportiert ( $\eta=1$ ),

auf die Aufnahme von Auslandskrediten sowie auf Investitionsgüterimporte verzichtet ( $x=0$ ,  $v=0$ ),

eine völlige Spezialisierung auf die Produktion eines Gutes ( $l^F=0$ ,  $l^F=1$ ) angestrebt

sowie eine Konzentration der Investitionen auf einen der beiden Sektoren ( $\alpha=0$ ,  $\alpha=1$ ) vorgenommen

wird <sup>1)</sup>.

- 1) Die durch die Annahme inaktiver Restriktionen implizierte Konzentration auf die Analyse einer inneren Lösung des dynamischen Optimierungsproblems ermöglicht es nun, die auf S. 258 aufgestellte Behauptung, die Beschränkung der Wareneinfuhr (V) auf den Import von Investitionsgütern habe keinen Einfluß auf die Modellergebnisse, zu veranschaulichen. Zu diesem Zweck gehen wir für einen Moment vom Gegenteil aus und unterstellen, daß die Importe gemäß einer Quote  $\ell$  ( $0 < \ell < 1$ ) konsumtiv bzw. gemäß  $1-\ell$  investiv genutzt werden können. Mit  $\ell$  ist eine zusätzliche, allerdings redundante Kontrollvariable eingeführt. Denn solange  $l^F < 1$  und  $\gamma > 0$  unterstellt wird - solange folglich die heimische F-Produktion gesteigert (Anstieg von  $l^F$ ) und gleichzeitig der konsumierte Teil dieser Produktion erhöht werden kann (Verminderung von  $\gamma$ ) - ist eine eventuell gewünschte Steigerung des F-Konsums möglich, ohne daß hierfür importierte Mengen des Gutes F eingesetzt werden müßten. Die hier lediglich intuitiv verdeutlichte Redundanz der Kontrollvariablen  $\ell$  ließe sich durch eine explizite Berücksichtigung dieser Kontrollvariablen im dynamischen Optimierungsansatz bestätigen.

Angesichts der vorangegangenen Erläuterungen des dynamischen Optimierungsproblems führt uns die Anwendung des Pontrjaginschen Maximum-Prinzips zur Konstruktion der Hamilton-Funktion (H)

$$(52) \quad H = e^{-\rho t} U(c_F, c_A) + p_1 \dot{z} + p_2 \dot{d} + p_3 \dot{k}^F + p_4 \dot{k}^A$$

bzw. der Hamilton-Funktion in laufenden Werten ( $\bar{H}$ )

$$(53)' \quad \bar{H} = e^{\rho t} H \\ = U(c_F, c_A) + m_1 \dot{z} + m_2 \dot{d} + m_3 \dot{k}^F + m_4 \dot{k}^A \\ \text{mit } m_i = e^{\rho t} p_i, \quad i = 1, \dots, 4.$$

Dabei kennzeichnen  $p_i$  bzw.  $m_i$  die Kozustandsvariablen bzw. die Momentanwerte der Kozustandsvariablen ( $\hat{=}$  Kozustandsvariablen in laufenden Werten).

Setzt man nun in (53)' die Nutzenfunktion (39) sowie die Differentialgleichungen (23), (22), (27) und (29) ein, dann kann zur Ableitung der notwendigen Bedingungen einer Optimallösung (Hamilton-Bedingungen) von folgender Funktion ausgegangen werden:

$$(53) \quad \bar{H} = \bar{H}(\gamma, \eta, x, v, l^F, \alpha; \quad z, d, k^F, k^A; m_1, m_2, m_3, m_4) \\ = U \left( (1-\gamma) l^F f \left( \frac{k^F}{l^F} \right), (1-\eta) (1-l^F) a \left( \frac{k^A}{1-l^F} \right) \right) \\ + m_1 \left( p\eta (1-l^F) a \left( \frac{k^A}{1-l^F} \right) + (r_0 - g)z + x - v - (r(\cdot) + \delta)d \right) \\ + m_2 \left( x - (g + \delta)d \right) \\ + m_3 \left( \alpha \{ \gamma l^F f \left( \frac{k^F}{l^F} \right) + v \} - gk^F \right) \\ + m_4 \left( (1-\alpha) \{ \gamma l^F f \left( \frac{k^F}{l^F} \right) + v \} - gk^A \right)$$

mit  $r(\cdot)$  wie in (34) angegeben.

(53) gibt auch zu erkennen, warum aus Gründen der Zweckmäßigkeit bei der Entwicklung der Modellgleichungen gemäß (30) bzw. (31) die sektorale Kapitalintensität  $k_A$  durch  $k^A/(1-l^F)$  bzw. die sektorale Kapitalintensität  $k_F$  durch  $k^F/l^F$  substituiert wurde: Auf diese Weise kann die Hamilton-Funktion explizit in Abhängigkeit der Kontrollvariablen  $l^F$  und der Zustandsvariablen  $k^F$  und  $k^A$  formuliert werden; dies wird die folgenden partiellen Differentiationen erleichtern. Vorausgeschickt sei allerdings, daß nach erfolgter Differentiation zur Verdeutlichung der ökonomischen Interpretationen die Substitution wieder rückgängig gemacht und zudem  $1-l^F$  durch  $l^A$  ersetzt wird.

## 2. Ableitung der Optimalitätsbedingungen

Die Ableitung der notwendigen Bedingungen für eine Optimallösung liefert folgende Resultate<sup>1)</sup>:

- a) Aus der partiellen Differentiation der Hamilton-Funktion in laufenden Werten (53) lassen sich nachstehende Optimalitätsbedingungen ableiten:

$$\partial \bar{H} / \partial \gamma \stackrel{!}{=} 0 \text{ liefert mit (36)}$$

$$(54) \quad U_F = m_3 \alpha + m_4 (1 - \alpha) .$$

$$\partial \bar{H} / \partial \eta \stackrel{!}{=} 0 \text{ liefert mit (37)}$$

$$(55) \quad U_A = m_1 P \left( 1 - \frac{r_1}{r + \delta} \right) .$$

---

1) Die Systematisierung der Bedingungen in die Kategorien a)-c) und e) folgt dem bisherigen Vorgehen.

Aus  $\partial \bar{H} / \partial x \stackrel{!}{=} 0$  folgt unmittelbar

$$(56) \quad m_1 + m_2 = 0.$$

$\partial \bar{H} / \partial v \stackrel{!}{=} 0$  führt zu

$$(57) \quad m_3 \alpha + m_4 (1 - \alpha) = m_1 (1 - r_2 \frac{z}{v^2} d) \quad .$$

Aus  $\partial \bar{H} / \partial l^F \stackrel{!}{=} 0$  kann

$$(58) \quad f(k_F) - k_F f'(k_F) = P \frac{1 - \frac{r_1}{\bar{r} + d}}{1 - r_2 \frac{z}{v^2} d} \{a(k_A) - k_A a'(k_A)\}$$

ermittelt werden<sup>1)</sup>.

Schließlich liefert  $\partial \bar{H} / \partial \alpha \stackrel{!}{=} 0$  die Optimalitätsbedingung

$$(59) \quad (m_3 - m_4) \{ \gamma l^F f(k_F) + v \} = 0 \quad .$$

- b) Die auf die Hamilton-Funktion (52) bezogene Hamilton-Bedingung  $\dot{p}_1 \stackrel{!}{=} -\partial H / \partial z$  impliziert unter Beachtung von  $m_1 = \exp(\rho t) p_1$  und  $\bar{H} = \exp(\rho t) H$  (vgl. (53)') die Forderung

$$(60a) \quad \dot{m}_1 = - \frac{\partial \bar{H}}{\partial z} + \rho m_1 \quad .$$

---

1) Die vergleichsweise aufwendige Herleitung der Optimalitätsbedingung (58) kann anhand des Anhangs IV nachvollzogen werden. Diese Herleitung gibt auch das grundsätzliche Vorgehen zur Bestimmung von (54), (55), (56), (57) und (59) zu erkennen.

Die Ermittlung von  $\partial \bar{H} / \partial z$  führt schließlich zu folgender Differentialgleichung für die erste der Kozustandsvariablen in laufenden Werten:

$$(60) \quad \dot{m}_1 = m_1 (g + \rho - r_o + r_2 \frac{d}{2v})$$

Wendet man analoge Überlegungen auf die Hamilton-Bedingung  $\dot{p}_2 = -\partial H / \partial d$ ,  $\dot{p}_3 \stackrel{!}{=} -\partial H / \partial k^F$  bzw.  $\dot{p}_4 \stackrel{!}{=} -\partial H / \partial k^A$  an, dann läßt sich unter zusätzlicher Verwendung von (56) die Differentialgleichung

$$(61) \quad \dot{m}_2 = m_2 \left( g + \rho - \{r(\cdot) - r_1 \frac{p_{\eta 1}^A a(k_A)'}{(\bar{r} + \delta)d}\} \right),$$

unter zusätzlicher Verwendung von (54) die Differentialgleichung

$$(62) \quad \dot{m}_3 = m_3 (g + \rho) - \{m_3 \alpha + m_4 (1 - \alpha)\} f'(k_F)$$

bzw. unter zusätzlicher Verwendung von (55) die Differentialgleichung

$$(63) \quad \dot{m}_4 = m_4 (g + \rho) - a'(k_A) m_1 P \left( 1 - \frac{r_1}{\bar{r} + \delta} \right)$$

ableiten<sup>1)</sup>.

- c) Die Hamilton-Bedingung  $\partial H / \partial p_1 \stackrel{!}{=} \dot{z}$ ,  $\partial H / \partial p_2 = \dot{d}$ ,  $\partial H / \partial p_3 = \dot{k}^F$  bzw.  $\partial H / \partial p_4 = \dot{k}^A$  reproduziert die Differentialgleichung für die Zustandsvariable  $z$  (vgl. (23)),  $d$  (vgl. (22)),  $k^F$  (vgl. (27)) bzw.  $k^A$  (vgl. (29)).

---

1) Anhang V liefert eine ausführliche Herleitung von (63). Die Herleitung gibt auch das grundsätzliche Vorgehen zur Bestimmung von (60), (61) und (62) zu erkennen.

e) Die Transversalitätsbedingungen lassen sich durch

$$(64) \quad \lim_{t \rightarrow \infty} e^{-\rho t} m_i(t) = 0; \quad i=1, \dots, 4$$

angeben. (64) beinhaltet die Forderung den Reserve-, Schulden- und Kapitalakkumulationsprozeß so zu steuern, daß aus der Sicht der Gegenwart ( $t=0$ ) der marginale Wohlfahrtsbeitrag einer Veränderung der Pro-Kopf-Reserven ( $z$ ), der Pro-Kopf-Verschuldung ( $d$ ), des Pro-Kopf-Kapitalstocks der F-Industrie ( $k^F$ ) und des Pro-Kopf-Kapitalstocks der A-Industrie ( $k^A$ ) für  $t \rightarrow \infty$  gegen Null konvergiert. Die Transversalitätsbedingungen werden erfüllt, falls angenommen wird, daß die Lösung des dynamischen Optimierungsproblems einem Steady-State-Pfad zustrebt und somit eine Annäherung der Zustandsvariablen ( $z, d, k^F, k^A$ ) sowie der Momentanwerte der Kozustandsvariablen

( $m_1, m_2, m_3, m_4$ ) an eine stationäre Lösung ( $z^*, d^*, k^{F*}, k^{A*}; m_1^*, m_2^*, m_3^*, m_4^*$ ;  $\dot{z} = \dot{d} = \dot{k}^F = \dot{k}^A = \dot{m}_1 = \dot{m}_2 = \dot{m}_3 = \dot{m}_4 = 0$ ) des durch (23), (22), (27), (29) und (60) - (63) gebildeten Differentialgleichungssystems erfolgt.

Von dieser Annahme wird im folgenden wieder ausgegangen<sup>1)</sup>.

Zur Erleichterung der im nächsten Abschnitt vorzunehmenden Interpretationen seien die Optimalitätsbedingungen a)-c) zusammenfassend in Übersicht 1 dargestellt. Vorauszuschicken ist, daß sich aus den Optimalitätsbedingungen grundsätzliche und darüber hinaus speziell den optimalen Steady-State-Pfad betreffende Schlußfolgerungen ableiten lassen.

---

1) Der Vollständigkeit wegen sei bemerkt, daß bei einer expliziten Problemlösung den Anfangsbedingungen (51) Rechnung getragen werden muß.

Übersicht 1: Zusammenstellung der Optimalitätsbedingungen

a)

$$(54) \quad U_F = m_3 \alpha + m_4 (1 - \alpha)$$

$$(55) \quad U_A = m_1 P \left( 1 - \frac{r_1}{\bar{r} + \delta} \right)$$

$$(56) \quad m_1 + m_2 = 0$$

$$(57) \quad m_3 \alpha + m_4 (1 - \alpha) = m_1 (1 - r_2 \frac{z}{v r^d})$$

$$(58) \quad f(k_F) - k_F f'(k_F) = P \frac{1 - \frac{r_1}{\bar{r} + \delta}}{1 - r_2 \frac{z}{v r^d}} \{ a(k_A) - k_A a'(k_A) \}$$

$$(59) \quad (m_3 - m_4) \{ \gamma l^F f(k_F) + v \} = 0$$

b)

$$(60) \quad \dot{m}_1 = m_1 (g + \rho - r_0 + r_2 \frac{d}{v})$$

$$(61) \quad \dot{m}_2 = m_2 \left( g + \rho - \left\{ (r(\cdot) - r_1 \frac{P \eta l^A a(k_A)}{(\bar{r} + \delta) d} \right\} \right)$$

$$(62) \quad \dot{m}_3 = m_3 (g + \rho) - \{ m_3 \alpha + m_4 (1 - \alpha) \} f'(k_F)$$

$$(63) \quad \dot{m}_4 = m_4 (g + \rho) - a'(k_A) m_1 P \left( 1 - \frac{r_1}{\bar{r} + \delta} \right)$$

c)

$$(23) \quad \dot{z} = P \eta l^A a(k_A) + (r_0 - g) z + x - v - (r(\cdot) + \delta) d$$

$$(22) \quad \dot{d} = x - (g + \delta) d$$

$$(27) \quad \dot{k}^F = \alpha \{ \gamma l^F f(k_F) + v \} - g k^F$$

$$(29) \quad \dot{k}^A = (1 - \alpha) \{ \gamma l^F f(k_F) + v \} - g k^A$$

## IV. ÖKONOMISCHE INTERPRETATION DER OPTIMALITÄTSBEDINGUNGEN

## 1. Grundsätzliche Eigenschaften des Optimalpfades

## 1.1 Optimale Aufteilung der Importersatzgutproduktion auf Konsum und Investition

Die auf einem optimalen Wachstumspfad in jedem Zeitpunkt  $t \in [0, \infty]$  zu erfüllende Bedingung (54) geht aus  $\partial \bar{H} / \partial \gamma = 0$  hervor und beinhaltet daher folgende Aussage: Eine optimale Aufteilung ( $\gamma^*$ ) der heimischen F-Produktion auf Konsum und Investition ist in alternativen Zeitpunkten erreicht, wenn der soziale Grenznutzen des Pro-Kopf-Konsums des Gutes F ( $U_F$ ) und damit der marginale Beitrag des F-Konsums zur Maximierung des Wohlfahrtsintegrals ebenso groß ist wie der marginale Wohlfahrtsbeitrag einer investiven Verwendung der F-Produktion ( $m_3 \alpha + m_4 (1 - \alpha)$ ). Der marginale Wohlfahrtsbeitrag der investiven F-Verwendung, der gleichsam die Opportunitätskosten des F-Konsums repräsentiert, ergibt sich - unter Beachtung der grundlegenden Deutung des Momentanwertes einer Kozustandsvariablen - als gewichteter Durchschnitt des marginalen Wohlfahrtsbeitrages des Pro-Kopf-Kapitalstocks des Sektors F ( $m_3$ ) und des marginalen Wohlfahrtsbeitrages des Pro-Kopf-Kapitalstocks des Sektors A ( $m_4$ ); die Gewichtungsfaktoren sind hierbei durch die Kapitalallokationsquote  $\alpha$  determiniert.

## 1.2 Optimale Aufteilung der Exportgutproduktion auf Konsum und Export

Die aus  $\partial \bar{H} / \partial \eta = 0$  abgeleitete Optimalitätsbedingung (55) besagt, daß der Optimalpfad durch eine Aufteilung der A-Produktion auf Konsum und Export ( $\eta^*$ ) gekennzeichnet ist, die eine fortwährende Übereinstimmung des Grenznutzen des Pro-Kopf-Konsums des Gutes A ( $U_A$ ) und folglich des marginalen Beitrages des A-Konsums zur



Maximierung des Wohlfahrtsintegrals mit den Opportunitätskosten des A-Konsums ( $m_1 P(1-r_1/(\bar{r}+\delta))$ ) gewährleistet.

Zur Rechtfertigung der Deutung des Ausdrucks  $m_1 P(1-r_1/(\bar{r}+\delta))$  als Opportunitätskosten des Konsums von Exportgütern ist zu zeigen, daß dieser Term jenen marginalen Wohlfahrtsbeitrag anzeigt, auf den die Gesellschaft verzichten muß, weil die letzte Pro-Kopf-Einheit des Gutes A nicht exportiert, sondern konsumiert wird:

Würde durch eine entsprechende Anhebung der Exportquote ( $\partial \eta > 0$ ) diese Gütereinheit dem Export zugute kommen, so könnte ceteris paribus eine Aufstockung der in Einheiten des Gutes F gemessenen internationalen (Pro-Kopf-)Reserven (z) um  $P(1-r_1/(\bar{r}+\delta))$  realisiert werden. Diese Reserveaufstockung läßt sich in einen direkten (P) und einen indirekten Effekt ( $-Pr_1/(\bar{r}+\delta) > 0$ ) aufspalten. P gibt hierbei die Menge des Gutes F an, die durch den Verkauf einer zusätzlichen Einheit des Gutes A am Weltmarkt erzielt und direkt den Reserven zugeführt werden kann.

Der Term  $-Pr_1/(\bar{r}+\delta) > 0$  reflektiert die Reserveaufstockung, die dadurch ermöglicht wird, daß der Export einer zusätzlichen Einheit des Gutes A ceteris paribus die Schuldendienstquote vermindert: Gemäß der aus der  $r(\cdot)$ -Funktion (34) ableitbaren Zinsreagibilität

$$(65) \quad \frac{\partial r}{\partial \{ \eta l^A a(k_A) \}} = P \frac{r_1}{(\bar{r}+\delta) d} < 0$$

$$\text{mit } l^A = 1 - l^F \text{ und } k_A = k^A / (1 - l^F)$$

induziert eine Verminderung der Schuldendienstquote

eine Verringerung des Kreditzinses; der Zinsrückgang hat eine Reduktion der in Einheiten des Gutes F gemessenen Zinsverpflichtungen gegenüber ausländischen Gläubigern um

$$(66) \quad \frac{\partial r}{\partial \{\eta_1^A(k_A)\}} d = P \frac{r_1}{\bar{r} + \delta} < 0$$

zur Folge<sup>1)</sup>. Diese Reduktion schlägt sich ceteris paribus, d.h. bei unverändertem Import- und Verschuldungsverhalten mit umgekehrtem Vorzeichen in einer Erhöhung der internationalen Reserven  $(-Pr_1/(\bar{r} + \delta) > 0)$  nieder.

Um abschließend eine wohlfahrtstheoretische Bewertung der gesamten exportinduzierten Reserveerhöhung  $(P(1-r_1/(\bar{r} + \delta)))$  vorzunehmen, ist zu beachten, daß - entsprechend der allgemeinen Interpretation des Momentanwertes einer Kozustandsvariablen -  $m_1$  den marginalen Wohlfahrtsbeitrag einer Veränderung der Zustandsvariablen  $z$ , d.h. der Pro-Kopf-Reserven wiedergibt. Folglich spiegelt  $m_1 P(1-r_1/(\bar{r} + \delta))$  den Wohlfahrtsbeitrag wider, der der Gesellschaft durch die letzte konsumtiv genutzte Einheit des Gutes A entgeht.

Die dargelegte Deutung von (55) im Sinne einer Bedingung, welche die Übereinstimmung des sozialen Grenznutzens mit den Opportunitätskosten des A-Konsums fordert, bietet weitere Schlußfolgerungen an: Der Pro-Kopf-Konsum des Exportgutes A ist auf dem Optimalpfad ceteris paribus um so geringer, je größer  $|r_1|$  ist, d.h. je ausgeprägter die Zinsforderungen potentieller Kreditnehmer auf Ver-

---

1) Anzumerken ist erstens, daß die Veränderung der Exportmenge  $\partial \eta_1^A(k_A)$  annahmegemäß ausschließlich durch eine Anhebung der Exportquote bedingt ist, Zweitens ist darauf hinzuweisen, daß aufgrund der endlichen Interpretation der Marginalbedingungen " $\partial \eta_1^A(k_A) = 1$  Einheit des Gutes A" angenommen wird.

änderungen der Schuldendienstquote reagieren. Denn ein relativ hoher Wert für  $|r_1|$  impliziert wegen der geforderten Übereinstimmung der dann relativ hohen Opportunitätskosten ( $m_1 P(1-r_1/(\bar{r}+\delta))$ ) mit dem Grenznutzen ( $U_A$ ) des Exportgüterkonsums angesichts der unterstellten Nutzenfunktion ( $U_A > 0$ ,  $U_{AA} < 0$ ) einen vergleichsweise geringen Konsum von Exportgütern. Je bedeutender folglich die Schuldendienstquote für die Bewertung des Länderrisikos und damit die Zinsforderung der Kreditgeber ist, um so zurückhaltender sollte das betreffende Land in Bezug auf den Eigenverbrauch an Exportgütern sein.

### 1.3 Optimale Schulden- und Reserveakkumulation

Die mit  $\partial \bar{H} / \partial x = 0$  verknüpfte Bedingung (56) ist vor dem Hintergrund zu interpretieren, daß der Rückgriff auf ausländische Kapitalquellen auch der Aufstockung der internationalen Reserven dienen kann. Da  $m_1$  ( $m_2$ ) den marginalen Wohlfahrtsbeitrag einer Veränderung der Pro-Kopf-Reserven  $z$  (Pro-Kopf-Auslandsschulden  $d$ ) reflektiert, impliziert  $m_1 + m_2 = 0$  die Forderung, das Instrumentarium der Brutto-Auslandskreditaufnahme ( $x$ ) so zur Steuerung der Reservehaltung einzusetzen, daß der positive marginale Wohlfahrtsbeitrag ( $m_1 > 0$ ) dem Betrage nach gerade so groß ist wie der negative marginale Wohlfahrtsbeitrag der Auslandsverschuldung ( $m_2 < 0$ ). Die Tatsache, daß auf dem Optimalpfad  $m_1 > 0$  und damit wegen  $m_1 + m_2 = 0$  gleichzeitig  $m_2 < 0$  gilt, ergibt sich wegen  $U_A > 0$  und  $r_1 < 0$  aus (55).

Die durch (56) implizierte Aussage läßt sich konkretisieren, wenn beachtet wird, daß die Gewährleistung von  $m_1 + m_2 = 0$  die Realisierung von  $\dot{m}_1 + \dot{m}_2 = 0$  auf dem Optimalpfad voraussetzt. Damit läßt sich aus (60) und (61) unter Beachtung von  $m_1 = -m_2$  die Gleichung

$$(67)' \quad r(\cdot) - r_1 \frac{Pn1^A a(k_A)}{(\bar{r} + \delta)d} = r_0 - r_2 \frac{d}{v}$$

bzw. mit

$$-r_1 \frac{Pn1^A a(k_A)}{(\bar{r} + \delta)d} = \frac{\partial r}{\partial d} d > 0, \text{ aus (34)}$$

$$r_2 \frac{d}{v} = \frac{\partial r}{\partial z} d < 0, \text{ aus (34)}$$

die Gleichung

$$(67) \quad r(\cdot) + \frac{\partial r}{\partial d} d = r_0 - \frac{\partial r}{\partial z} d$$

ableiten.

Die linke Seite von (67) bzw. (67)' reflektiert die Grenzkosten für die Inanspruchnahme ausländischen Kapitals, die den Kreditzins  $r(\cdot)$  um  $(\partial r / \partial d)d > 0$  übersteigen. Der Term  $(\partial r / \partial d)d$  bringt hierbei jene Kreditverteuerung zum Ausdruck, die daraus resultiert, daß eine Zunahme der (Pro-Kopf-)Auslandsverschuldung ceteris paribus die Schuldendienstquote erhöht, folglich die Kreditwürdigkeit des Landes beeinträchtigt und somit einen Zinsanstieg für die Volkswirtschaft als Ganzes verursacht;  $(\partial r / \partial d)d$  ist ceteris paribus um so größer, je ausgeprägter die Zinsforderungen potentieller Gläubiger auf eine Variation der Schuldendienstquote reagieren, d.h. je größer  $|r_1|$  ist.

Die rechte Seite von (67) bzw. (67)' spiegelt den Grenzertrag der Reservehaltung wider. Dieser resultiert zum einen aus der Verzinsung der internationalen Reserven ( $r_0$ ). Darüber hinaus ist zu beachten, daß ein Anstieg der (Pro-Kopf-)Reserven ceteris paribus die Reserve-Import-Quote erhöht, folglich die Kreditwürdigkeit des Landes und damit gemäß  $(\partial r / \partial z)d < 0$  die Zinskonditionen für die Volkswirtschaft als Ganzes verbessert. Die durch die Erhöhung der Pro-Kopf-Reserven ausgelöste Zinsreduktion ist mit umgekehrtem

Vorzeichen  $(-\partial r/\partial z)d > 0$ ) als zusätzlicher Ertrag der Reservehaltung anzusehen.

Aus (67) bzw. (67)' ist folglich der Hinweis zu entnehmen, über eine adäquate Brutto-Auslandskreditaufnahme eine Relation zwischen den externen Schulden und der Reservehaltung zu verwirklichen, für die die Grenzkosten der Verschuldung mit dem Grenzertrag der Reservehaltung übereinstimmen. Solange beispielsweise  $r(\cdot) + (\partial r/\partial d)d < r_0 - (\partial r/\partial z)d$  gilt, lohnt sich die von einer Zunahme der Auslandsverschuldung begleitete Aufstockung der internationalen Reserven. (67)' bringt auch zum Ausdruck, daß sich auf dem Optimalpfad eine um so höhere Reservehaltung empfiehlt, je größer ceteris paribus  $|r_2|$  ist, d.h. je mehr Bedeutung der Reserve-Import-Quote für die Einschätzung des Länderrisikos und damit die Festlegung der Zinskonditionen zukommt. Die Reservehaltung lohnt sich überhaupt nicht, falls  $r_2=0$  vorliegt, denn dann gilt wegen (34)

$$(68) \quad r(\cdot) + \frac{\partial r}{\partial d}d > r(\cdot) \geq r_0 \quad .$$

Die den Kreditzins  $r(\cdot)$  übersteigenden Grenzkosten der Auslandsverschuldung  $(r(\cdot) + (\partial r/\partial d)d)$  sind in jedem Fall größer als die mit der Verzinsung der internationalen Reserven ( $r_0$ ) übereinstimmenden Grenzerträge der Reservehaltung, da gemäß (34)  $r_0$  höchstens so groß wie  $r(\cdot)$  sein kann. Sollten in dieser Situation noch Reserven gehalten werden, so sind diese abzubauen, um eine Annäherung an die Optimalitätsbedingung (67) bzw. (67)' zu erreichen.

#### 1.4 Optimaler Investitionsgüterimport

Die aus  $\partial \bar{H}/\partial v = 0$  ermittelte Bedingung (57) beinhaltet die Forderung den Pro-Kopf-Import ( $v$ ) auf dem Optimal-

pfad so zu wählen, daß der marginale Wohlfahrtsbeitrag importierter Investitionsgüter ( $m_3\alpha+m_4(1-\alpha)$ ) mit den Grenzkosten des Investitionsgüterimports ( $m_1(1-(r_2z/v^2)d)$ ) übereinstimmt.

Bezüglich der Interpretation von  $m_3\alpha+m_4(1-\alpha)$  kann auf die im Zusammenhang mit (54) vorgenommene Deutung des Terms  $m_3\alpha+m_4(1-\alpha)$  als marginaler Wohlfahrtsbeitrag der investiv genutzten F-Produktion verwiesen werden: Was den marginalen Wohlfahrtsbeitrag des Pro-Kopf-Kapitalstocks anbelangt, ist es unerheblich, ob dieses Sachkapital aus der heimischen oder aus der ausländischen Investitionsgüterproduktion stammt.

Die Interpretation des Terms  $m_1(1-(r_2z/v^2)d)$  als Grenzkosten des Investitionsgüterimports wird verständlich, wenn man den Wert jenes Reservevolumens ermittelt, welches ceteris paribus - d.h. bei unveränderten Exporteinnahmen und unverändertem Verschuldungsverhalten - aufgewendet werden muß, um den Import der letzten Investitionsguteinheit zu ermöglichen: Für den Import einer Einheit des Investitionsgutes müssen zunächst Reserven in gleicher Höhe eingesetzt werden. Darüber hinaus ist in Rechnung zu stellen, daß zusätzliche Importe ceteris paribus die Reserve-Import-Quote vermindern und folglich aufgrund der  $r(\cdot)$ -Funktion (34) gemäß

$$(69) \quad \frac{\partial r}{\partial v} = -r_2 \frac{z}{v^2} > 0$$

zu einer Zunahme des Kreditzinses führen. Da die hiermit einhergehende Zunahme der Zinsverpflichtungen gegenüber dem Ausland um  $(-r_2z/v^2)d > 0$  ceteris paribus durch einen Rückgriff auf die Reserven ausgeglichen werden muß, erfordert der Import einer zusätzlichen Investitionsguteinheit insgesamt den Einsatz von  $1-(r_2z/v^2)d$  Reservereinheiten. Der Wohlfahrtseffekt dieses Reservereeinsatzes läßt sich unter Beachtung der Interpretation von  $m_1$  durch  $m_1(1-(r_2z/v^2)d)$  angeben.

### 1.5 Optimale Arbeitsallokation und optimale Produktionsstruktur

Da die Optimalitätsbedingung (58) durch Nullsetzen der partiellen Ableitung  $\partial \bar{H} / \partial l^F$  hergeleitet wurde, liefert (58) Informationen hinsichtlich der optimalen Allokation des gesamten Arbeitskräftepotentials ( $l^{F*}, l^{A*} = 1 - l^{F*}$ ) auf die beiden Produktionssektoren. Zu beachten ist, daß wegen der ausgeschlossenen Transferierbarkeit einmal installierter Investitionsgüter die Bestimmung der optimalen Beschäftigungsquotienten  $l^{F*}$  und  $l^{A*}$  gleichzeitig die optimale Produktionsstruktur determiniert.

Die entsprechenden Informationen lassen sich ableiten, wenn man zunächst bedenkt, daß aufgrund der angenommenen linear-homogenen Produktionstechnologien die Grenzproduktivität der Arbeit im F-Sektor ( $GPL_F$ ) bzw. im A-Sektor ( $GPL_A$ ) gemäß

$$(70) \quad GPL_F = \partial F / \partial L_F = f(k_F) - k_F f'(k_F)$$

bzw.

$$(71) \quad GPL_A = \partial A / \partial L_A = a(k_A) - k_A a'(k_A)$$

der jeweiligen Differenz zwischen der Pro-Beschäftigten-Produktion ( $F/L_F = f(k_F)$  bzw.  $A/L_A = a(k_A)$ ) und dem Produkt aus Kapitalintensität und Grenzproduktivität des Kapitals ( $k_F f'(k_F)$  bzw.  $k_A a'(k_A)$ ) entspricht. Daher zeigt (58), daß die optimale Allokation des Arbeitseinsatzes im allgemeinen, d.h. für  $(1 - r_1 / (\bar{r} + \delta)) / (1 - (r_2 z / v^2) d) \neq 1$ , nicht durch eine Übereinstimmung der Grenzproduktivität der Arbeit im F-Sektor ( $GPL_F$ ) mit der zum Weltmarktpreis  $P$  in Einheiten des Gutes  $F$  umgerechneten Grenzproduktivität der Arbeit im A-Sektor ( $GPL_A$ ) gekennzeichnet ist. Da damit die optimale Allokation des Arbeitseinsatzes von jener abweichen kann, die sich bei vollkommener Konkurrenz und völliger Mobilität der Arbeit automatisch einstellt, werden eventuell wirtschaftspolitische Interventionen erforderlich, um die optimale Allokation zu realisieren. Die möglichen Unterschiede zwischen der durch

(58) charakterisierten volkswirtschaftlich optimalen Arbeitsallokation und dem Ergebnis der reinen wettbewerblichen Selbststeuerung sowie die gegebenenfalls erforderlichen wirtschaftspolitischen Eingriffe sollen im folgenden eingehender analysiert werden.

Bei vollständiger Konkurrenz wird der Produktionsfaktor Arbeit in beiden Sektoren entsprechend seiner Grenzproduktivität entlohnt. Darüber hinaus ist bei völliger Arbeitsmobilität davon auszugehen, daß die in gleichen Gütereinheiten ausgedrückten Reallohne beider Sektoren übereinstimmen. Bezeichnen wir den in Einheiten des Gutes F gemessenen Reallohn des F-Sektors mit  $w_F$ , den in Einheiten des Gutes A gezahlten Reallohn des A-Sektors mit  $w_A$ , so kann

$$(72) \quad w_F = GPL_F = P \cdot GPL_A = Pw_A$$

bzw. wegen (70) und (71)

$$(73) \quad f(k_F) - k_F f'(k_F) = P \{ a(k_A) - k_A a'(k_A) \}$$

formuliert werden.

Vergleichen wir nun (73) mit (58), dann zeigt sich, daß ein völlig freier Konkurrenzmechanismus die Erfüllung der Optimalitätsbedingung (58) und damit eine volkswirtschaftlich optimale Allokation des Arbeitseinsatzes immer dann erzeugt, falls  $r_1 = r_2 = 0$  gilt, folglich weder die Schuldendienstquote noch die Reserve-Import-Quote die Risikoeinschätzung und damit die Zinsforderung potentieller Gläubiger beeinflusst. Für die uns interessierenden Rahmenbedingungen  $r_1 < 0$  und  $r_2 < 0$  ist außer im Fall der Konstellation  $r_1 / (\bar{r} + \delta) = (r_2 z / v^2) d$  zu konstatieren ,



daß die reine wettbewerbliche Selbststeuerung zu einer gesamtwirtschaftlich nicht-optimalen Allokation des Arbeitseinsatzes führt.

Zu erklären ist das volkswirtschaftlich nicht-optimale Ergebnis der reinen Marktallokation dadurch, daß sowohl von der Exportproduktion (A) als auch von der Importersatzgüterproduktion (F) positive externe Effekte in Gestalt einer vorteilhaften Beeinflussung der Zinskonditionen ausgehen, die durch den Markt nicht honoriert werden. Zur Erläuterung der positiven externen Effekte bringen wir die Optimalitätsbedingung (58) mit (70) und (71) in die Form

$$(58)' \quad (1 - r_2 \frac{z}{v^2} d) GPL_F = P (1 - \frac{r_1}{r + \delta}) GPL_A .$$

Die linke Seite von (58)' gibt die volkswirtschaftliche Grenzproduktivität der im F-Sektor eingesetzten Arbeit an, die sich aus der direkten physischen Grenzproduktivität ( $GPL_F$ ) und der die positiven externen Effekte darstellenden indirekten Grenzproduktivität ( $-r_2(z/v^2)d GPL_F > 0$ ) zusammensetzt<sup>1)</sup>. Die positiven externen Effekte sind darauf zurückzuführen, daß das Gut F zur Substitution des Investitionsgüterimports eingesetzt und damit letztlich über eine Erhöhung der Reserve-Import-Quote zur Verbesserung der Zinskonditionen beitragen kann: Erhöht man beispielsweise den Arbeitseinsatz in der F-Industrie, dann ist der volkswirtschaftliche Ertragszuwachs nicht nur in dem durch  $GPL_F$  erfaßten direkten Produktionsanstieg, sondern auch darin zu sehen, daß diese Zusatzproduktion grundsätzlich der Substitution importierter Investitionsgüter dienen und

---

1) Vgl. zur Terminologie: SOHMEN, E., Allokationstheorie und Wirtschaftspolitik, Tübingen 1976, S. 232.

somit über einen Anstieg der Reserve-Import-Quote zu einer Einsparung von Zinszahlungen im Ausmaß von  $-(r_2 z/v^2) d GPL_F > 0$  führen kann.

In analoger Weise kann die rechte Seite von (58)' als die in Einheiten des Gutes F ausgedrückte volkswirtschaftliche Grenzproduktivität der Arbeit in der Exportindustrie gedeutet werden; auch diese läßt sich in eine direkte physische Grenzproduktivität ( $P GPL_A$ ) und eine die positiven externen Effekte zum Ausdruck bringende indirekte Grenzproduktivität ( $-P(r_1/(\bar{r}+\delta)) GPL_A$ ) aufspalten. Zur Illustration denken wir uns eine Erhöhung des Arbeitseinsatzes in der Exportindustrie. In diesem Fall ist wohlfahrtstheoretisch nicht nur die in Einheiten des Gutes F bewertete Mehrproduktion an A-Gütern ( $P GPL_A$ ), sondern darüber hinaus die Tatsache zu würdigen, daß diese Mehrproduktion prinzipiell exportiert und somit über eine Verringerung der Schuldendienstquote eine Einsparung von Zinszahlungen in Höhe von  $-Pr_1/(\bar{r}+\delta) GPL_A > 0$  zur Folge haben kann.

Die vorgenommene Deutung der beiden Seiten von (58)' gibt unmittelbar zu erkennen, daß die durch (58)' geforderte Übereinstimmung der in gleichen Gütereinheiten gemessenen volkswirtschaftlichen Grenzproduktivitäten im allgemeinen, d.h. für  $1-(r_2 z/v^2) d \neq 1-r_1/(\bar{r}+\delta)$ , im Gegensatz zur reinen Marktallokation ein Auseinanderfallen der direkten Grenzproduktivitäten ( $GPL_F \neq P GPL_A$ ) beinhaltet. Soll grundsätzlich an marktwirtschaftlichen Lenkungsmechanismen festgehalten werden, dann bedarf es korrigierender fiskalischer Eingriffe, um die volkswirtschaftlich optimale Arbeitsallokation herbeizuführen. Diesbezüglich ist beim Betrachten von (58)' zuerst daran zu denken, durch entsprechende Subventionszahlungen<sup>1)</sup>

---

1) Jetzt und im folgenden gehen wir von der Annahme aus, daß die Finanzierung aller Subventionen allokatons- und verteilungsneutral erfolgt.

dafür zu sorgen, daß der Produktionsfaktor Arbeit in beiden Sektoren nicht gemäß seiner direkten Grenzproduktivität ( $GPL_F$  bzw.  $P GPL_A$ ), sondern entsprechend seiner höheren volkswirtschaftlichen Grenzproduktivität entlohnt wird:

Den im F-Sektor Beschäftigten müßte zur Korrektur der zu niedrigen Marktentlohnung ( $GPL_F$ ) ein Subventionssatz in Höhe von  $-(r_2 z/v^2)d > 0$  (als Bruchteil von 1) auf die Marktentlohnung gewährt werden, so daß die Leistungen des Produktionsfaktors Arbeit in der F-Industrie mit dem volkswirtschaftlich optimalen Reallohn  $(1-(r_2 z/v^2)d)GPL_F$  entgolten werden. Der optimale Subventionssatz ist ceteris paribus um so größer, je ausgeprägter die Reaktion des Kreditzinses auf eine Variation der Reserve-Import-Quote, d.h. je größer  $|r_2|$  ist; dieses Ergebnis leuchtet unmittelbar ein, weil bei einem hohen Wert für  $|r_2|$  die positiven externen Effekte der F-Produktion groß sind. Hervorzuheben ist, daß die Subventionierung der im F-Sektor Beschäftigten, die im Vergleich zur unbeeinflussten Marktallokation ceteris paribus mehr Arbeitskräfte in den F-Sektor lenkt, als Importsubstitutionspolitik verstanden werden kann, weil ein Teil der durch den verstärkten Arbeitseinsatz bedingten Produktionssteigerung bei unverändertem Gesamtinvestitionsvolumen zu einer Substitution importierter durch selbsterstellte Investitionsgüter führt.

In analoger Weise müßte die Entlohnung der Arbeit in der Exportgüterindustrie durch Gewährung eines Subventionssatzes in Höhe von  $-r_1/(\bar{r}+\delta) > 0$  über das Niveau der in Einheiten des Gutes F bewerteten direkten Grenzproduktivität ( $P GPL_A$ ) angehoben werden, so daß den Beschäftigten der volkswirtschaftlich angemessene

Reallohn  $P(1-r_1/(\bar{r}+\delta))GPL_A$  zukommt. Der optimale Subventionssatz ist ceteris paribus um so höher anzusetzen, je größer  $|r_1|$  ist, d.h. je deutlicher potentielle Kreditgeber ihre Zinsforderungen an Veränderungen der Schuldendienstquote anpassen. Abschließend sei betont, daß die Subventionierung der Arbeitsentgelte in der Exportindustrie, die den Arbeitskräften ceteris paribus einen Anreiz gibt, vermehrt im Exportsektor tätig zu werden, eine Politik der Exportförderung impliziert, weil die durch den erhöhten Arbeitseinsatz verursachte Produktionssteigerung bei unveränderter Exportquote ( $\eta$ ) teilweise exportiert wird.

Die bisherige Illustration eventuell erforderlicher wirtschaftspolitischer Interventionen könnte zu der Schlußfolgerung verleiten, daß die wirtschaftspolitischen Instanzen zur Verwirklichung einer volkswirtschaftlich optimalen Allokation des gesamten Arbeitseinsatzes eine adäquate Subventionierung der sektoralen Arbeitsentgelte vornehmen und es ansonsten dem Marktmechanismus überlassen sollten, auf der Grundlage staatlich beeinflusster Faktorpreissignale für eine Übereinstimmung der subventionsmodifizierten Reallöhne beider Sektoren zu sorgen. Diese Schlußfolgerung ist insofern zu relativieren, als eine gleichzeitige Verfolgung einer Politik der Importsubstitution und der Exportförderung mittels Subventionierung der jeweiligen Arbeitsentgelte tatsächlich nur dann in Betracht kommt, wenn man implizit unterstellt, daß neben dem Importsubstitutions- und dem Exportgütersektor Produktionsbereiche existieren, die nicht-handelsfähige Güter erzeugen und daher ohne Bedeutung für die Kreditwürdigkeit des Landes sind. In diesem Fall wären bestimmte Mengen des Produktionsfaktors Arbeit aus der Produktion nicht-handelsfähiger in die Produktion handelsfähiger Güter zu lenken.

Hält man strikt am entworfenen Modell der Zwei-Sektoren-Wirtschaft fest, dann macht es keinen Sinn, gleichzeitig Subventionen an die Arbeitskräfte der F-Industrie und der A-Industrie zu zahlen. Zu fördern ist vielmehr der Arbeitseinsatz in dem Sektor, dem besondere Bedeutung im Hinblick auf die Kreditwürdigkeit eines Landes zukommt.

Die relevanten Zusammenhänge lassen sich anschaulich diskutieren, wenn in (58)' die Formulierung

$$(74) \quad \frac{1 - \frac{r_1}{\bar{r} + \delta}}{1 - r_2 \frac{z}{v^2} d} = 1 + \frac{r_2 \frac{z}{v^2} d - \frac{r_1}{\bar{r} + \delta}}{1 - r_2 \frac{z}{v^2} d} = 1 + \omega$$

$$\text{mit } \omega = \frac{r_2 \frac{z}{v^2} d - \frac{r_1}{\bar{r} + \delta}}{1 - r_2 \frac{z}{v^2} d} > 0 \quad \text{für } r_2 \frac{z}{v^2} d > \frac{r_1}{\bar{r} + \delta}$$

berücksichtigt wird. Aus (58)' folgt dann

$$(58)'' \quad \text{GPL}_F = P(1+\omega)\text{GPL}_A \quad .$$

Bei gegebenen terms of trade (P) läßt sich eine optimale Arbeitsallokation induzieren, wenn bei einem Verzicht auf Eingriffe in die Entlohnung der im F-Sektor tätigen Arbeitskräfte für den Fall  $\omega > 0$  eine Subventionierung und für den Fall  $\omega < 0$  eine Besteuerung der Marktentlohnung der im Sektor A Beschäftigten vorgenommen wird<sup>1)</sup>.

---

1) Jetzt und im folgenden unterstellen wir eine allokatons- und verteilungsneutrale Verwendung aller Steuereinnahmen.

Da  $\omega > 0$  vorliegt, falls  $(r_2 z / v^2) d > r_1 / (\bar{r} + \delta)$  gilt, ist unter Beachtung von  $r_2 < 0$  und  $r_1 < 0$  eine Subventionierung des Arbeitseinsatzes im Sektor A um so eher angezeigt, je größer  $|r_1|$  im Vergleich zu  $|r_2|$  ist. Folglich sollte die in der Subventionierung zum Ausdruck kommende Politik einer Exportförderung um so eher angestrebt werden, je größer die Bedeutung der Schuldendienstquote im Vergleich zur Reserve-Import-Quote als Determinante des Kreditzinses ist.

Bedenkt man, daß  $\omega < 0$  gilt, falls  $(r_2 z / v^2) d < r_1 / (\bar{r} + \delta)$  vorliegt, so ist eine Besteuerung der Marktentlohnung der im Sektor A eingesetzten Arbeitskräfte um so eher zu empfehlen, je größer  $|r_2|$  im Vergleich zu  $|r_1|$  ist. Demnach sollte eine steuerliche Benachteiligung des Arbeitseinsatzes im A-Sektor, die implizit eine relative Begünstigung des Arbeitseinsatzes im F-Sektor und damit eine Förderung des Importsubstitutionsgütersektors zur Folge hat, vor allem dann vorgenommen werden, wenn der Reserve-Import-Quote vergleichsweise große Bedeutung für die Determinierung des Kreditzinses beigemessen wird. Abschließend ist anzumerken, daß die Förderung des Arbeitseinsatzes im F-Sektor auch direkt zu erreichen ist, indem statt einer Besteuerung des Arbeitsentgeltes im A-Sektor eine Subventionierung der Arbeitsentlohnung im F-Sektor erfolgt. Den relevanten Subventionssatz  $(-\omega / (1 + \omega) > 0)$  erhält man, indem aus (58)" die Gleichung

$$(58)''' \quad \left(1 - \frac{\omega}{1 + \omega}\right) \text{GPL}_F = P \text{GPL}_A$$

hergeleitet wird. Besteuerung und Subventionierung liefern allokationstheoretisch das gleiche Ergebnis, solange man sich - wie hier geschehen - auf die Beschreibung einer Zwei-Sektoren-Wirtschaft beschränkt.

## 1.6 Optimale Investitionsgüterallokation

Die ausführlichen Erläuterungen zur Optimalitätsbedingung (58) werden das Verständnis der nun folgenden Interpretation der Optimalitätsbedingung (59) erheblich erleichtern. Da (59) aus  $\partial \bar{H} / \partial \alpha = 0$  abgeleitet wurde, können dieser Bedingung Hinweise auf die optimale Allokation neu produzierter und importierter Investitionsgüter auf die beiden Produktionssektoren entnommen werden.

Zunächst ist festzustellen, daß anhand von (15), (2) und (10) für den geschweiften Klammerausdruck in (59)  $\gamma^F f(k_F) + v = \dot{K}/L$  ermittelt werden kann. Demzufolge repräsentiert dieser Ausdruck die mit der gesamtwirtschaftlichen Pro-Kopf-Investition übereinstimmende Veränderung des Gesamtkapitalstocks pro Kopf. Diese kann im folgenden als positiv unterstellt werden, da sich naturgemäß nur für  $\dot{K}/L = I/L > 0$  die Frage nach einer optimalen Allokation dieser Investitionen auf die beiden Sektoren stellt. Unter Berücksichtigung von  $\gamma^F f(k_F) + v > 0$  vereinfacht sich (59) zu der Forderung

$$(59)' \quad m_3 = m_4 \quad .$$

Gemäß (59)' ist auf dem Optimalpfad die Aufteilung der Inlandsinvestitionen auf den F-Sektor und den A-Sektor so vorzunehmen, daß der marginale Beitrag einer Erhöhung von  $k^F$  zur Maximierung des Wohlfahrtsintegrals ( $m_3$ ) mit dem entsprechenden Wohlfahrtsbeitrag ( $m_4$ ) einer Erhöhung von  $k^A$  übereinstimmt.

Die Merkmale einer optimalen Allokation der Investitionsgüter lassen sich konkretisieren, wenn beachtet wird, daß die fortwährende Realisierung von  $m_3 = m_4$  gleichzeitig  $\dot{m}_3/m_3 = \dot{m}_4/m_4$  erfordert. Unter dieser Voraussetzung läßt sich aus (62) und (63) unter zusätzlicher Beachtung der aus (57) mit  $m_3 = m_4$  ableitbaren Beziehung  $m_3 = m_4 = m_1 (1 - (r_2 z/v^2) d)$  die Gleichung

$$(75) \quad f'(k_F) = P \frac{1 - \frac{r_1}{\bar{r} + \delta}}{1 - r_2 \frac{z}{v} d} a'(k_A)$$

ermitteln. Bedenken wir ferner, daß  $f'(k_F)$  die Grenzproduktivität des im Sektor F eingesetzten Sachkapitals ( $GPk_F$ ) und  $a'(k_A)$  die Grenzproduktivität des im Sektor A genutzten Kapitalstocks ( $GPk_A$ ) ist, dann erhalten wir aus (75) die Formulierung

$$(75)' \quad (1 - r_2 \frac{z}{v} d) GPk_F = P (1 - \frac{r_1}{\bar{r} + \delta}) GPk_A$$

und schließlich aufgrund der in (74) dargelegten Zusammenhänge die Gleichung

$$(75)'' \quad GPk_F = P(1+\omega) GPk_A \quad .$$

Die Analogie der äquivalenten Gleichungen (75), (75)' und (75)'' mit den die optimale Arbeitsallokation charakterisierenden Bedingungen (58), (58)' und (58)'' ist offensichtlich. Läßt sich nun zeigen, daß die in vollständiger Konkurrenz erfolgenden sektoralen Investitionsentscheidungen nicht automatisch jene Allokation neu produzierter und importierter Investitionsgüter beinhalten, die durch die Erfüllung der Bedingung (75), (75)' und (75)'' gekennzeichnet ist, dann sind die im Hinblick auf die optimale Arbeitsallokation aus (58), (58)' und (58)'' deduzierten wirtschaftspolitischen Schlußfolgerungen mutatis mutandis für die Verwirklichung einer optimalen Investitionsgüterallokation von Bedeutung.

In vollständiger Konkurrenz erfolgt die Entlohnung des Kapitals innerhalb eines jeden Sektors gemäß der jeweiligen Grenzproduktivität dieses Produktionsfaktors. Da wir annahmegemäß von einer völligen Konzentration der Inlandsinvestitionen auf einen der Produktionsbereiche abstrahieren, d.h. es wird  $\alpha \neq 0$  und  $\alpha \neq 1$  unterstellt, ist zudem davon auszugehen, daß trotz der nicht möglichen Reallokation



einmal investierter Kapitalgüter, die Entlohnung und folglich die Grenzproduktivität des Kapitals im F-Sektor ( $f'(k_F)$ ) mit der zum Weltmarktpreis P bewerteten Grenzproduktivitätsentlohnung im A-Sektor ( $Pa'(k_A)$ ) übereinstimmt. Denn wäre dies nicht der Fall, etwa weil der Realzins im Sektor A größer (kleiner) ist als der Realzins im Sektor F, dann würden sich sämtliche Investitionen auf den Sektor A (Sektor F) konzentrieren, d.h. es würde im Gegensatz zur getroffenen Annahme  $\alpha=0$  ( $\alpha=1$ ) gelten. Das Resultat der reinen wettbewerblichen Selbststeuerung läßt sich folglich durch

$$(76) \quad f'(k_F) = Pa'(k_A)$$

zusammenfassen.

Vergleichen wir nun (76) mit der die optimale Investitionsgüterallokation kennzeichnenden Bedingung (75), dann zeigt sich in Analogie zur Erörterung der optimalen Allokation des gesamtwirtschaftlichen Arbeitseinsatzes, daß die reine wettbewerbliche Selbststeuerung die volkswirtschaftlich optimale Investitionsgüterallokation lediglich für  $r_1=r_2=0$  und für  $r_1<0$  und  $r_2<0$  nur zufällig, d.h. bei Vorliegen der Konstellation  $r_1/(\bar{r}+\delta)=(r_2z/v^2)d$ , hervorbringt. Zu erklären ist dies dadurch, daß auf der Grundlage einzelwirtschaftlicher Entscheidungsprozesse lediglich die direkten Grenzprodukte des Sachkapitals ( $f'(k_F)$  und  $Pa'(k_A)$ ) nicht aber die indirekten, in Gestalt eingesparter Zinszahlungen auftretenden Grenzprodukte ( $-(r_2z/v^2)df'(k_F)>0$  und  $-P(r_1/(\bar{r}+\delta))a'(k_A)>0$ ) entlohnt werden.

In Analogie zu den wirtschaftspolitischen Schlußfolgerungen in Bezug auf die volkswirtschaftlich optimale Arbeitsallokation läßt sich hinsichtlich einer Korrektur der

nicht-optimalen einzelwirtschaftlichen Investitionsentscheidungen folgendes festhalten:

Die isolierte Betrachtung der linken Seite von (75)' legt die Empfehlung nahe, die Kapitalentlohnung im Importsubstitutionsgütersektor (F) durch Gewährung eines Subventionssatzes  $-(r_2 z/v^2)d$  auf die Marktentlohnung ( $GPK_F$ ) der volkswirtschaftlich angemessenen Verzinsung  $(1-(r_2 z/v^2)d)GPK_F$  anzupassen. Der hierdurch den einzelwirtschaftlichen Entscheidungsträgern gegebene Anreiz verstärkt im Sektor F zu investieren, kann als Importsubstitutionspolitik verstanden werden.

Eine isolierte Betrachtung der rechten Seite von (75)', läßt die Subventionierung der Sachkapitalverzinsung im Exportsektor (A) sinnvoll erscheinen. Anzuwenden wäre ein optimaler Subventionssatz in Höhe von  $-r_1/(\bar{r}+\delta)$  auf die marktmäßige Verzinsung  $P GPK_A$ . Die auf diese Weise im Vergleich zur reinen wettbewerblichen Selbststeuerung erfolgende Stimulierung der Investitionstätigkeit im Exportsektor kann als Politik einer Exportförderung aufgefaßt werden.

Ob im Rahmen des Zwei-Sektoren-Modells letztlich eine Politik der Importsubstitution oder eine Politik der Exportförderung die optimale Strategie darstellt, hängt wesentlich von der relativen Bedeutung der beiden Kreditwürdigkeitsdeterminanten ab. Eine Exportförderung ( $\omega > 0$  in (75)') kommt um so eher in Frage, je größer der Einfluß der Schuldendienstquote im Vergleich zum Einfluß der Reserve-Import-Quote auf die Determinierung des Kreditzinses, d.h. je größer  $|r_1|$  im Vergleich zu  $|r_2|$  ist. Umgekehrt ist eine Politik der Importsubstitution ( $\omega < 0$  in (75)') um so eher zu empfehlen, je größer  $|r_2|$  im Vergleich zu  $|r_1|$  ist.

1.7 Handelspolitische Maßnahmen zur  
simultanen Realisierung der optimalen  
Produktions-, Investitions- und Konsumstruktur

Vergleicht man die aus

$$(58)'' \quad GPL_F = P(1+\omega)GPL_A$$

abgeleiteten Erkenntnisse hinsichtlich der optimalen  
Arbeitsallokation bzw. der optimalen Produktionsstruktur  
mit den aus

$$(75)'' \quad GPK_F = P(1+\omega)GPK_A$$

gewonnenen Informationen hinsichtlich der optimalen  
Investitionsgüterallokation, so lassen sich folgende  
Parallelen aufzeigen:

Falls  $(r_2 z/v^2)d > r_1/(\bar{r}+\delta)$  und damit  $\omega > 0$  gilt,  
sollte nicht nur eine Subventionierung der Arbeits-  
entlohnung im Exportsektor im Ausmaß von  $\omega > 0$  auf  
die Marktentlohnung  $P GPL_A$ , sondern ferner eine  
gleich große Subventionierung der Marktverzinsung  
 $P GPK_A$  erfolgen.

Für  $(r_2 z/v^2)d < r_1/(\bar{r}+\delta)$  und somit  $\omega < 0$  verdeutlicht  
die mit (58)'' äquivalente Gleichung (58)''', daß  
zur Realisierung der optimalen Arbeitsallokation  
auf die Marktentlohnung im Importersatzgütersektor  
( $GPL_F$ ) ein Subventionssatz der Höhe  $-\omega/(1+\omega) > 0$   
gezahlt werden muß. Wie aus einer entsprechenden

Umformulierung von (75)" hervorgeht, ist zur Verwirklichung einer optimalen Investitionsgüterallokation gleichzeitig die Kapitalentlohnung im Sektor F durch Anwendung des Subventionssatzes  $-\omega/(1+\omega) > 0$  über das Niveau der Marktverzinsung ( $GPK_F$ ) anzuheben.

Angesichts dieser Zusammenhänge bietet es sich an, die optimale Subventionierung der Faktorentlohnung im zu fördernden Sektor über eine geeignete Manipulation der für die Produzenten entscheidungsrelevanten Güterpreise (Produzentenpreise) anzustreben. Denn: "A production ... subsidy ... may be equivalently decomposed into uniform ... subsidy on all factors of production ...; it does not matter whether one '... subsidizes' the gross value of output or the gross cost of factors"<sup>1)</sup>. Wie (58)" und (75)" erkennen lassen, sollte für  $\omega > 0$  bei gegebenen terms of trade (P) der reale Produzentenpreis für das Exportgut ( $\tilde{P}$ ) gemäß

$$(77) \quad \tilde{P} = P(1+\omega), \quad \omega > 0$$

durch eine entsprechende Subventionierung um  $\omega P$  über den Weltmarktpreis angehoben werden. Andererseits deutet (58)" an, daß für  $\omega < 0$  eine Subventionierung des Gutes F derart vorzunehmen ist, daß der reale Produzentenpreis für das Importsubstitutionsgut ( $1/\tilde{P}$ ) gemäß

$$(78) \quad \frac{1}{\tilde{P}} = \frac{1}{P} \left( 1 - \frac{\omega}{1+\omega} \right), \quad -\omega/(1+\omega) > 0$$

---

1) BHAGWATI, J.N./SRINIVASAN, T.N., Lectures on International Trade, Cambridge (Mass.)-London 1983, S. 150.

den Weltmarktpreis ( $1/P$ ) um  $-\omega/(1+\omega)P$  übersteigt.

Die Eignung einer angemessenen Steuerung der Produzentenpreise zur Realisierung sowohl einer optimalen Arbeitsallokation als auch einer optimalen Aufteilung neu produzierter und importierter Investitionsgüter wirkt unmittelbar die Frage auf, ob zur Erreichung einer optimalen Konsumstruktur eine Konsumtion zu Weltmarktpreisen ( $P$  bzw.  $1/P$ ) zugelassen werden sollte oder ob auch die einzelwirtschaftlichen Konsumententscheidungen erst durch geeignete wirtschaftspolitische Eingriffe das volkswirtschaftlich optimale Ergebnis herbeiführen. Um diese Frage zu beantworten, leiten wir aus den Optimalitätsbedingungen (54), (55) und (57) die Gleichung

$$(79)' \quad \frac{U_A}{U_F} = P \frac{1 - \frac{r_1}{\bar{r} + \delta}}{1 - r_2 \frac{z}{v^2} d}$$

bzw. mit (74) die Formulierung

$$(79) \quad \frac{U_A}{U_F} = P(1+\omega)$$

ab.

(79)' bzw. (79) ist zu entnehmen, daß die optimale Zusammensetzung des konsumierten Güterbündels im allgemeinen, d.h. für  $r_1/(\bar{r} + \delta) \neq (r_2 z/v^2) d$  bzw.  $\omega \neq 0$ , nicht durch eine Übereinstimmung der gesellschaftlichen Grenzrate der Substitution zwischen den Gütern (=umgekehrtes Verhältnis der gesellschaftlichen Grenznutzen) mit dem internationalen Austauschverhältnis dieser Güter ( $P$ ) charakterisiert ist.

Da bei vollständiger Konkurrenz, einzelwirtschaftlichem Rationalverhalten und freiem internationalen Güterhandel genau diese Übereinstimmung zustande kommen würde ( $U_A/U_F=P$ ), würde sich im Fall  $\omega>0$  bzw.  $\omega<0$  die nicht-optimale Konstellation  $U_A/U_F<P(1+\omega)$  bzw.  $U_A/U_F>P(1+\omega)$  ergeben. Aus  $U_A/U_F<P(1+\omega)$  kann aufgrund der Eigenschaften der unterstellten gesellschaftlichen Nutzenfunktion ( $U_A, U_F>0$ ;  $U_{AA}, U_{FF}<0$ ) auf einen im Vergleich zur optimalen Konsumstruktur zu hohen A-Konsum und einen zu niedrigen F-Konsum geschlossen werden; folglich wird von dem Exportgut A - dem wegen  $\omega>0$  vergleichsweise große Bedeutung im Hinblick auf die Kreditwürdigkeit des Landes zukommt - zuviel konsumiert. Liegt umgekehrt  $\omega<0$  und somit  $U_A/U_F>P(1+\omega)$  vor, so läßt sich festhalten, daß die Gesellschaft zuviel von dem im Fall  $\omega<0$  für die Kreditwürdigkeit des Landes bedeutenden Importsubstitutionsgut F konsumiert.

Da die Ausrichtung der Konsumentenentscheidung am gegebenen Weltmarktpreis ( $P$ ) für  $\omega\neq 0$  eine nicht-optimale Konsumstruktur zur Folge hat, ist daran zu denken, durch steuerpolitische Eingriffe den von den inländischen Konsumenten zu zahlenden Preis für das Gut A (Konsumentenpreis,  $\hat{P}$ ) bzw. das Gut F (Konsumentenpreis,  $1/\hat{P}$ ) so zu beeinflussen, daß die Wirtschaftssubjekte auf der Grundlage fiskalisch determinierter Preissignale eine durch  $U_A/U_F=\hat{P}=P(1+\omega)$  gekennzeichnete Zusammensetzung des konsumierten Güterbündels anstreben. Für  $\omega>0$  müßte eine Besteuerung des A-Konsums derart vorgenommen werden, daß der in Einheiten des Gutes F gemessene Konsumentenpreis des Exportgutes ( $\hat{P}$ ) gemäß

$$(80) \quad \hat{P} = P(1+\omega), \quad \omega > 0$$

nach Maßgabe des optimalen Steuersatzes  $\omega>0$  um  $\omega P$  über den Weltmarktpreis  $P$  liegt. Sollte hingegen  $\omega<0$  gegeben

sein, dann müßte eine Besteuerung der konsumtiven F-Verwendung in der Weise vorgenommen werden, daß der Konsumentenpreis des Importersatzgutes ( $1/\hat{P}$ ) gemäß

$$(81) \quad \frac{1}{\hat{P}} = \frac{1}{P} \left(1 - \frac{\omega}{1+\omega}\right), \quad -\omega/(1+\omega) > 0$$

nach Maßgabe des optimalen Steuersatzes  $-\omega/(1+\omega) > 0$  um  $-\omega/(1+\omega)P$  über dem Weltmarktpreis des Gutes F liegt.

Vergleichen wir nun die ermittelten Ergebnisse hinsichtlich einer optimalen Besteuerung des Güterkonsums mit den zuvor herausgearbeiteten Resultaten bezüglich einer optimalen Subventionierung der Güterproduktion, dann zeigt sich für  $\omega > 0$ , daß zur Realisierung einer volkswirtschaftlich optimalen Allokation der Arbeit und der neuen Investitionsgüter sowie zur Verwirklichung einer optimalen Konsumstruktur sowohl eine durch den Subventionsatz  $\omega$  geprägte Bezuschussung der A-Produktion (vgl. (77)) als auch eine entsprechend dem Steuersatz  $\omega$  vorzunehmende Besteuerung des A-Konsums (vgl. (80)) erforderlich ist. Folglich muß durch fiskalpolitische Eingriffe der Produzentenpreis  $\tilde{P}$  und der Konsumentenpreis ( $\hat{P}$ ) des Exportgutes A in gleichem Ausmaß über den gegebenen Weltmarktpreis P gehoben werden. Für  $\omega < 0$  wird analog deutlich, daß zur simultanen Verwirklichung der volkswirtschaftlich optimalen Arbeits- und Investitionsgüterallokation sowie der optimalen Konsumstruktur eine Subventionierung der F-Produktion gemäß des Subventionsatzes  $-\omega/(1+\omega)$  (vgl. (78)) und gleichzeitig eine Besteuerung des F-Konsums gemäß des Steuersatzes  $-\omega/(1+\omega)$  (vgl. (81)) erforderlich ist. Hieraus resultiert eine gleichmäßige Anhebung des Produzenten- und des Konsumentenpreises des Gutes F ( $1/\tilde{P}$  und  $1/\hat{P}$ ) über den Weltmarktpreis ( $1/P$ ).

Der Vergleich läßt erkennen, daß auf dem Optimalpfad für  $\omega \neq 0$  der Konsumenten- mit dem Produzentenpreis übereinstimmen ( $\tilde{P} = \hat{P}$ ,  $1/\tilde{P} = 1/\hat{P}$ ) und folglich ein einheitlicher Inlandspreis existieren muß, welcher seinerseits vom Weltmarktpreis ( $P$ ,  $1/P$ ) abweichen muß. Anstatt diese Abweichung durch zwei binnenwirtschaftspolitische Instrumente (Subventionierung der Produktion und Besteuerung des Konsums) herbeizuführen, bietet es sich an, auf eine handelspolitische Maßnahme zurückzugreifen. Denn: "under free trade a tariff [or a trade subsidy, d.Verf.] affects both consumption and production decisions equally (by changing the domestic prices faced by producers and consumers equally)"<sup>1)</sup>. Damit sind wir in der Lage für das von uns entwickelte Modell einer Zwei-Sektoren-Wirtschaft, die unter Einsatz der Produktionsfaktoren Arbeit und Kapital ein konsumierbares und investierbares Importsubstitutionsgut (F) sowie ein auch von den Inländern konsumierbares Exportgut (A) erzeugt, die nachstehenden handelspolitischen Empfehlungen zu formulieren:

Sollte die Reagibilität des Kreditzinses auf Variationen der Reserve-Import-Quote (wiedergegeben durch  $|r_2|$ ) die Reagibilität des Kreditzinses auf Veränderungen der Schuldendienstquote (wiedergegeben durch  $|r_1|$ ) in der Weise dominieren, daß  $(r_2 z/v^2) d < r_1 / (\bar{r} + \delta)$  und folglich  $\omega < 0$  gilt, dann läßt sich anhand der aus (78) und (81) ableitbaren Gleichung

$$(82) \quad \frac{1}{\tilde{P}} = \frac{1}{\hat{P}} = \frac{1}{P} \left(1 - \frac{\omega}{1+\omega}\right), \quad - \frac{\omega}{1+\omega} > 0$$

festhalten, daß zur Realisierung der optimalen Arbeits- und Investitionsgüterallokation sowie zur Verwirklichung der optimalen Konsumstruktur ein Zoll auf den Import

---

1) BAHGWATI, J.N./SRINIVASAN, T.N., Lectures on International Trade, a.a.O., S. 150.



von Investitionsgütern zu erheben ist. Der auf den Weltmarktpreis des Gutes F ( $1/P$ ) anzuwendende optimale Zollsatz  $-\omega/(1+\omega)$  induziert eine Behinderung der Investitionsgüterimporte. Dies hat für die betrachtete Volkswirtschaft Vorteile, wenn der Reserve-Import-Quote vergleichsweise große Bedeutung im Hinblick auf die Determinierung des Kreditzinses zukommt.

Der durch die Zollerhebung verursachte Anstieg des Inlandspreises des Gutes F induziert gegenüber der Freihandelsituation einerseits eine Zunahme des Arbeitseinsatzes und folglich der Produktion im Importersatzgütersektor und dämpft andererseits die konsumtive F-Verwendung, so daß mehr Güter aus der gestiegenen heimischen F-Produktion für investive Zwecke zur Verfügung stehen. Gleichzeitig hat der Anstieg des inländischen F-Preises zur Folge, daß der Anteil der dem F-Sektor zugute kommenden neu produzierten und importierten Investitionsgüter größer wird. Insgesamt zeigen die allokativen Wirkungen der zollbedingten Inlandspreiserhöhung beim Gut F, daß die Zollerhebung den Sektor F fördert und damit als Importsubstitutionspolitik verstanden werden kann. Die ökonomische Ratio dieser Importsubstitutionspolitik ist in dem Bestreben der Kreditwürdigkeitsaspekte berücksichtigenden Modellwirtschaft zu sehen, zur Unterstützung des Wachstumsprozesses ausländische Kapitalquellen in optimaler Weise zu nutzen.

Sollte hingegen die Reagibilität des Kreditzinses auf Variationen der Schuldendienstquote ( $|r_1|$ ) im Vergleich zur Reagibilität des Zinses auf Änderungen der Reserve-Import-Quote ( $|r_2|$ ) so bedeutend sein, daß  $(r_2 z/v^2)d > r_1/(\bar{r} + \delta)$  und daher  $\omega > 0$  gilt, so läßt sich

mittels der aus (77) und (80) hervorgehenden Gleichung

$$(83) \quad \tilde{P} = \hat{P} = P(1+\omega), \quad \omega > 0$$

erkennen, daß zur Verwirklichung der volkswirtschaftlich optimalen Allokation der Arbeitskräfte und der neu produzierten und importierten Investitionsgüter sowie zum Erreichen der optimalen Konsumstruktur eine Subventionierung der Exporte erfolgen sollte. Der auf den Weltmarktpreis der Exportgüter (P) zu gewährende optimale Subventionssatz ( $\omega$ ) stimuliert den Export des Gutes A. Dies ist für die betrachtete Volkswirtschaft vorteilhaft, falls die Schuldendienstquote einen relativ großen Einfluß auf die Zinskonditionen ausübt.

Der mit der Exportsubventionierung bei unveränderten terms of trade (P) einhergehende Anstieg des Inlandspreises des Exportgutes induziert im Vergleich zum völlig freien internationalen Güterhandel einerseits eine Zunahme des Arbeitseinsatzes und somit der Produktion im Exportsektor und lähmt andererseits den Eigenverbrauch an Exportgütern, so daß größere Mengen der gestiegenen A-Produktion exportiert werden können. Darüber hinaus stimuliert die Erhöhung des inländischen A-Preises die Investitionstätigkeit in der Exportgüterindustrie. Insgesamt verdeutlichen die allokativen Effekte der subventionsbedingten Inlandspreiserhöhung beim Gut A, daß die Subventionierung gänzlich dem Sektor A zugute kommt und daher als Exportförderungs politik deklariert werden kann. Auch diese Exportförderung läßt sich ökonomisch dadurch begründen, daß die betrachtete Volkswirtschaft unter Kenntnis der Mitverantwortung für die eigene Kreditwürdigkeit eine optimale Inanspruchnahme ausländischer Kapitalquellen anstrebt.

Die Erörterung der grundsätzlichen Schlußfolgerungen bezüglich des optimalen Akkumulationsprozesses der modellierten Zwei-Sektoren-Wirtschaft sollen durch einige Gedanken zur Bedeutung der als gegeben angenommenen terms of trade ( $P$ ) abgeschlossen werden. Wie intuitive Überlegungen sowie die Gleichungen (58) und (75) zeigen, ist auf dem Optimalpfad der Anteil der im Exportsektor einzusetzenden Arbeitskräfte am gesamten Arbeitspotential sowie der Anteil der dem Exportsektor zugute kommenden Investitionen an den gesamten Inlandsinvestitionen ceteris paribus um so größer, je größer der Weltmarktpreis der Exporte ( $P$ ) ist. Bestehen hinsichtlich dieses Preises aus der Sicht des Schuldnerlandes zu optimistische Erwartungen, d.h. übersteigen die für die Zukunft erwarteten die tatsächlichen Preise, dann induziert das aus dem Optimierungskalkül abgeleitete Verhalten eine Allokation der Ressourcen, die ex post als nicht-optimal bezeichnet werden muß<sup>1)</sup>. Insbesondere die sektorale Fehlallokation der Investitionen ist nachteilig, da die hierdurch entstandene nicht-optimale Kapitalstruktur auf Grund sektorspezifischer Produktionsanlagen erst über eine geeignete Verwendung neuer Investitionsgüter korrigiert werden kann.

## 2. Charakterisierung des optimalen Steady-State-Pfades

Neben der im vorhergehenden Abschnitt vorgenommenen Beschreibung grundsätzlicher Eigenschaften des optimalen Akkumulationsprozesses können spezielle Charakteristika des optimalen Steady-State-Pfades herausgearbeitet werden. Dabei ist zu beachten, daß der optimale Steady-State-Pfad

---

1) Vgl. die ähnliche Argumentation von COOPER/SACHS in COOPER, R.N./SACHS, J.D., *Borrowing Abroad:...*, a.a.O., S. 21.

als Teil des gesamten Optimalpfades auch durch die grundsätzlichen Eigenschaften charakterisiert ist.

Berücksichtigen wir in (60) neben der Steady-State-Eigenschaft  $\dot{m}_1=0$  den aus der  $r(\cdot)$ -Funktion (34) ableitbaren Zusammenhang  $r_2 d/v = (\partial r/\partial z)d$  und bedenken gleichzeitig, daß wegen  $U_A > 0$  und  $-r_1/(\bar{r}+\delta) > 0$  aus (55)  $m_1 > 0$  folgt, dann erhalten wir

$$(84) \quad g + \rho = r_0 - \frac{\partial r}{\partial z} d \quad .$$

In analoger Weise liefert (61) für  $\dot{m}_2=0$  mit  $m_2 = -m_1 \neq 0$  (wegen (56)) unter Beachtung der aus der  $r(\cdot)$ -Funktion (34) ableitbaren Formulierung  $-r_1 p n l^A(k_A)/(\bar{r}+\delta)d = (\partial r/\partial d)d$  die Steady-State-Beziehung

$$(85) \quad g + \rho = r(\cdot) + \frac{\partial r}{\partial d} d \quad .$$

Aus (84) und (85) läßt sich die bereits im Zuge der grundsätzlichen Schlußfolgerungen aufgestellte Optimalitätsbedingung (67) ableiten, welche besagt, daß ein optimales Verschuldungs- und Reserveakkumulationsverhalten durch eine Übereinstimmung der Grenzkosten der Auslandsverschuldung  $(r(\cdot) + (\partial r/\partial d)d)$  mit dem Grenzertrag der Reservehaltung  $(r_0 - (\partial r/\partial z)d)$  gekennzeichnet ist.

Verwenden wir in (62)  $m_3 = m_4$  (wegen (59)'), beachten zugleich, daß wegen  $U_F > 0$  aus (54)  $m_3 > 0$  und  $m_4 > 0$  folgt, dann liefert (62) für  $\dot{m}_3=0$

$$(86) \quad g + \rho = f'(k_F) \quad .$$

(86) impliziert, daß auf dem optimalen Steady-State-Pfad in der F-Industrie eine Kapitalintensität  $(k_F)$  realisiert

sein sollte, die mit einer Grenzproduktivität des im F-Sektor eingesetzten Kapitalstocks verbunden ist ( $f'(k_F)$ ), welche mit der Summe aus natürlicher Wachstumsrate ( $g$ ) und sozialer Zeitpräferenzrate ( $\rho$ ) übereinstimmt.

Eine vergleichbare Beschreibung der optimalen Steady-State-Kapitalintensität in der Exportgüterindustrie läßt sich geben, wenn aus (63) mit  $m_4 > 0$  und  $m_1 = m_4 / \{1 - (r_2 z / v^2) d\}$  (dieser Term folgt unter Beachtung von  $m_3 = m_4$  aus (57)) für  $\dot{m}_4 = 0$  die Gleichung

$$(87)' \quad g + \rho = P \frac{1 - \frac{r_1}{\bar{r} + \delta}}{1 - r_2 \frac{z}{v^2} d} a'(k_A)$$

$$\text{bzw. wegen (74): } \frac{1 - \frac{r_1}{\bar{r} + \delta}}{1 - r_2 \frac{z}{v^2} d} = 1 + \omega$$

$$(87) \quad g + \rho = P(1 + \omega) a'(k_A)$$

hergeleitet wird. Ob die mittels  $P$  bewertete Grenzproduktivität des Kapitals im Exportsektor ( $Pa'(k_A)$ ) auf dem optimalen Steady-State-Pfad größer, kleiner oder genauso groß ist wie  $g + \rho$ , hängt ceteris paribus von  $r_1$  und  $r_2$  ab: je größer (kleiner)  $|r_1|$  im Vergleich zu  $|r_2|$  ist, d.h. je mehr (weniger) Gewicht potentielle Gläubiger der Schuldendienstquote im Vergleich zur Reserve-Import-Quote bei der Einschätzung der Kreditwürdigkeit eines Schuldnerlandes geben, um so eher ist  $\omega > 0$  und damit  $Pa'(k_A) > g + \rho$ ; aufgrund der produktionstheoretischen Zusammenhänge läßt dies auf eine vergleichsweise hohe (niedrige) Kapitalintensität im Exportsektor schließen.

Weitere Eigenschaften des optimalen Steady-State-Pfades lassen sich aufzeigen, indem jeweils zwei der Gleichungen (85), (86) und (87) kombiniert werden.

Kombiniert man (86) mit (87), so läßt sich die bereits im Zuge der grundsätzlichen Schlußfolgerungen aufgestellte und ausführlich gewürdigte Optimalbedingung (75), (75)' bzw. (75)" herleiten, die Auskunft über die auf einem Optimalpfad zu erfüllende Beziehung zwischen den sektoralen Grenzproduktivitäten des Kapitals gibt.

Aus (85) und (86) kann die Bedingung

$$(88) \quad f'(k_F) = r(\cdot) + \frac{\partial r}{\partial d}d = g + \rho$$

ermittelt werden, die wir in Anlehnung an das Optimierungsmodell für die Ein-Sektoren-Volkswirtschaft<sup>1)</sup> als "modifizierte Goldene Regel der Kapitalakkumulation für den Importsubstitutionsgütersektor der offenen Zwei-Sektoren-Volkswirtschaft" bezeichnen wollen. Zur Realisierung des optimalen Steady-State-Wachstums ist folglich eine Gleichheit zwischen der mit  $g+\rho$  identischen Grenzproduktivität des Kapitals in der F-Industrie  $f'(k_F)$  mit den Grenzkosten der Auslandsverschuldung  $(r(\cdot) + (\partial r/\partial d)d)$  erforderlich. Diese Forderung leuchtet unmittelbar ein, wenn man beispielsweise bedenkt, daß eine durch Investitionsgüterimporte ermöglichte und ceteris paribus durch eine Zunahme der Verschuldung gegenüber dem Ausland finanzierte Erhöhung des Kapitalstocks im Sektor F zwar gemäß  $f'(k_F)$  Produktionssteigerungen aber gleichzeitig gemäß  $r(\cdot) + (\partial r/\partial d)d$  zusätzliche Zinsverpflichtungen induziert. Eine optimale Relation zwischen dem Kapitalstock im Sektor F und der Auslandsverschuldung (jeweils pro Kopf) ist dann verwirklicht, wenn sich die zusätzlichen Produktionserträge und die zusätzlichen Zinskosten gerade die Waage halten.

---

1) Vgl. Bedingung (3.80) auf S. 201 dieser Arbeit.

In Analogie zur Vorgehensweise im Ein-Sektoren-Modell ist zu konstatieren, daß das durch (88) charakterisierte volkswirtschaftlich optimale Verschuldungsverhalten sich nicht automatisch durch das Zusammenspiel einer Vielzahl einzelwirtschaftlicher Kreditaufnahme- und Investitionsentscheidungen einstellt. Zu erklären ist dies dadurch, daß individuelle Kreditnehmer den Einfluß der eigenen Auslandskreditaufnahme auf die Zinskonditionen - angezeigt durch  $(\partial r / \partial d)d$  - nicht erkennen und folglich nicht die Grenzkosten der Inanspruchnahme ausländischer Kapitalquellen  $(r(\cdot) + (\partial r / \partial d)d)$ , sondern lediglich den Kreditzins  $(r(\cdot))$  als entscheidungsrelevant ansehen. Unter diesen Umständen ist aus einzelwirtschaftlicher Sicht eine optimale Inanspruchnahme ausländischer Kapitalquellen erreicht, falls

$$(89) \quad f'(k_F) = r(\cdot) = g + \rho$$

gilt. Vergleichen wir nun (89) mit (88), dann folgt wegen der in beiden Gleichungen identischen sektoralen Grenzproduktivität des Kapitals  $f'(k_F) = g + \rho$  sowie unter Beachtung von  $(\partial r / \partial d)d > 0$ , daß der volkswirtschaftlich optimale Kreditzins  $(r(\cdot))$  in (88) geringer ist als jener Zins, der sich im Falle einer völlig freien wettbewerblichen Selbststeuerung einstellt  $(r(\cdot))$  in (89). Ein höherer Kreditzins läßt aufgrund der positiven Abhängigkeit des Zinses vom Ausmaß der Verschuldung den Schluß zu, daß die reine wettbewerbliche Selbststeuerung ceteris paribus eine zu umfangreiche Auslandsverschuldung zur Folge hat. Um unter Beibehaltung marktwirtschaftlicher Konkurrenzmechanismen das gemäßigte volkswirtschaftlich optimale Verschuldungsverhalten herbeizuführen, müßte gemäß

$$(88)' \quad f'(k_F) = r(\cdot)\{1 + \varepsilon\} = g + \rho; \quad \varepsilon = \frac{\partial r}{\partial d} \frac{d}{r(\cdot)} \geq 0$$

eine fiskalische Verteuerung des vom individuellen Kreditnehmer zu tragenden Zinses in der Weise induziert werden, daß dieser für jede geliehene Einheit ausländischen Kapitals nicht nur den Kreditzins  $r(\cdot)$  an ausländische Gläubiger, sondern darüber hinaus eine Steuer in Höhe von  $r(\cdot)\varepsilon$  an den Fiskus zu entrichten hätte. Der optimale Steuersatz ist hierbei mit der Verschuldungselastizität des Kreditzinses  $\varepsilon$  identisch.

Kombiniert man schließlich (85) und (87), so ergibt sich die Bedingung

$$(90) \quad P(1+\omega)a'(k_A) = r(\cdot) + \frac{\partial r}{\partial d}d = g + \rho,$$

die sich in Analogie zu (88) als "modifizierte Goldene Regel der Kapitalakkumulation für den Exportsektor der offenen Zwei-Sektoren-Wirtschaft" bezeichnen läßt. Das optimale Steady-State-Wachstum ist folglich durch eine Übereinstimmung der zum Inlandspreis  $P(1+\omega)$ <sup>1)</sup> bewerteten Grenzproduktivität des Kapitals im Exportsektor ( $a'(k_A)$ ) mit den Grenzkosten der Auslandsverschuldung ( $r(\cdot) + (\partial r/\partial d)d$ ) gekennzeichnet. Auch das auf diese Weise charakterisierte Verschuldungsverhalten wird durch völlig unbeeinflusste individuelle Kreditaufnahmeentscheidungen nicht erzeugt, da einzelwirtschaftlich rationales Verhalten eine Orientierung an der Maxime

$$(91) \quad P(1+\omega)a'(k_A) = r(\cdot) = g + \rho$$

nahelegt. Aus dem Vergleich von (91) mit (90) kann aber-

1) Jetzt und im folgenden wird demnach unterstellt, daß durch handelspolitische Maßnahmen der optimale Inlandspreis des Gutes A zustande kommt.



mals die Konsequenz gezogen werden, daß der aus einzelwirtschaftlichem Rationalverhalten resultierende gesamtwirtschaftlich zu umfangreiche Rückgriff auf ausländische Kapitalquellen gemäß

$$(90)' \quad P(1+\omega)a'(k_A) = r(\cdot)\{1 + \varepsilon\} = g + \rho; \quad \varepsilon = \frac{\partial r}{\partial d} \frac{d}{r} \geq 0$$

durch den im Zusammenhang mit (88)' bereits erläuterten steuerpolitischen Eingriff gedämpft werden sollte.

Die Beschreibung des optimalen Steady-State-Pfades läßt sich durch Überlegungen hinsichtlich der optimalen sektoralen Investitionstätigkeit abschließen. Zu diesem Zweck berücksichtigen wir zunächst in (27) neben dem Optimalitätscharakteristikum (86) die Definitionen  $k^F = K_F/L$  <sup>1)</sup> und  $\gamma l^F f(k_F) + v = \dot{K}/L$  <sup>2)</sup>; für die Steady-State-Eigenschaft  $\dot{k}^F = 0$  folgt dann nach wenigen Umformulierungen

$$(92) \quad \alpha \dot{K} = f'(k_F)K_F - \rho K_F.$$

Der optimale Steady-State-Pfad erfordert gemäß (92) ein Investitionsvolumen im F-Sektor ( $\alpha \dot{K}$ ), welches mit dem in diesem Sektor erwirtschafteten Kapitaleinkommen ( $f'(k_F)K_F$ ) abzüglich einer die Minderschätzung zukünftiger Konsummöglichkeiten reflektierenden Größe  $\rho K_F$  übereinstimmt.

In gleicher Weise kann für  $\dot{k}^A = 0$  aus (29) unter Beachtung von (86),  $k^A = K_A/L$  <sup>3)</sup> und  $\gamma l^F f(k_F) + v = \dot{K}/L$  die Formulierung

1) Vgl. Gleichung (26) auf S. 265.

2) Vgl. die Ausführungen auf S. 295.

3) Vgl. Gleichung (28) auf S. 265.

$$(93) \quad (1-\alpha)\dot{K} = P(1+\omega)a'(k_A)K^A - \rho K^A$$

ermittelt werden. (93) ist so zu deuten, daß auf dem optimalen Steady-State-Pfad im Exportsektor ein Investitionsvolumen  $((1-\alpha)\dot{K})$  realisiert werden sollte, welches so groß ist wie das um  $\rho K^A$  verminderte Kapitaleinkommen dieses Sektors  $(P(1+\omega)a'(k_A)K^A)$ .

## V. ZUSAMMENFASSUNG

Ein zentrales Ergebnis der vorangegangenen Analyse ist darin zu sehen, daß infolge der Abhängigkeit des Kreditzinses von der Schuldendienstquote und der Reserve-Import-Quote im allgemeinen, d.h. für  $\omega \neq 0$ , handelspolitische Eingriffe erforderlich sind, um simultan die volkswirtschaftlich optimale Produktionsstruktur, die optimale Konsumstruktur sowie die optimalen sektoralen Investitionsentscheidungen zu induzieren. Anhand der theoretischen Analyse läßt sich jedoch nicht eindeutig feststellen, ob diese handelspolitischen Eingriffe darauf abzielen sollen, die Außenhandelsbeziehungen durch eine Politik der Exportförderung zu intensivieren oder durch eine Politik der Importsubstitution einzuschränken.

Die positive Abhängigkeit des Kreditzinses von der Schuldendienstquote ( $r_1 < 0$ ) begründet isoliert betrachtet eine Subventionierung der Exporte. Diese Subventionierung fördert den Export in direkter und indirekter Weise. Eine direkte Förderung resultiert aus der Stimulierung der Exportproduktion bei gleichzeitiger Dämpfung des heimischen Exportgüterkonsums. Eine indirekte Förderung wirkt über eine Forcierung der Investitionen in der

Exportindustrie, da damit eine breitere Grundlage für die Produktion von Exportgütern geschaffen wird.

Die negative Abhängigkeit des Kreditzinses von der Reserve-Import-Quote ( $r_2 < 0$ ) läßt für sich genommen den Schluß zu, die betrachtete Volkswirtschaft solle zur Realisierung des volkswirtschaftlichen Optimums die Importe mit einem Zoll belegen. Dieser Importzoll fördert die investive Verwendung von im Inland produzierten Mengen des Gutes F über drei Kanäle: Zum einen stimuliert die zollbedingte Anhebung des Inlandspreises für das Gut F die Produktion dieses Gutes. Zum anderen hat dieser Preisanstieg eine Einschränkung des F-Konsums zur Folge. Schließlich erhöht der gestiegene Inlandspreis die Attraktivität von Investitionen in der F-Industrie. Eine Realisierung dieser Zusatzinvestitionen erweitert die zukünftigen Produktionsmöglichkeiten.

Ob im Rahmen eines Zwei-Sektoren-Modells bei simultaner Beachtung der zinsmindernden Wirkung einer sinkenden Schuldendienstquote und einer steigenden Reserve-Import-Quote eine Exportförderung oder eine Importsubstitution zu propagieren ist, hängt von der empirisch zu klärenden Frage ab, ob die Reagibilität des Kreditzinses auf Änderungen der Schuldendienstquote ( $|r_1|$ ) im Vergleich zur Reagibilität des Kreditzinses auf Variationen der Reserve-Import-Quote ( $|r_2|$ ) als relativ groß oder gering erachtet wird.

Wie schon in den vorangegangenen Kapiteln, so konnte auch im Rahmen des Zwei-Sektoren-Modells festgestellt werden, daß zur Vermeidung einer übermäßigen, volkswirtschaftlich nicht-optimalen Auslandsverschuldung

die Inanspruchnahme ausländischer Kreditquellen durch steuerpolitische Interventionen begrenzt werden sollte.

Der zinsreduzierende Einfluß einer hohen Reserve-Import-Quote hat auch zur Konsequenz, daß die volkswirtschaftlichen Erträge der Reservehaltung über die direkte Verzinsung dieser Reserven ( $r_0$ ) hinausgehen. Hierbei sind die volkswirtschaftlichen Erträge der Reservehaltung und damit die Anreize zur Reserveakkumulation um so größer, je höher die Reagibilität des Kreditzinses auf Variationen der Reserve-Import-Quote ( $|r_2|$ ) ist.

## 6. Kapitel: SCHLUSSBEMERKUNGEN

Unter Verwendung ausgewählter Indikatoren potentieller Schuldendienstprobleme als Determinanten des vom Schuldnerland zu zahlenden Kreditzinses haben wir die Problematik einer optimalen Auslandsverschuldung im Rahmen dynamischer Optimierungsmodelle erörtert. Die Komplexität der zu behandelnden Zusammenhänge ließ es sinnvoll erscheinen, in verschiedenen Modellvarianten bestimmte Teilaspekte der Problematik zu beleuchten. Einen Schwerpunkt bildeten hierbei die im 3. Kapitel diskutierten grundsätzlichen Merkmale optimaler Wachstums- und Verschuldungsprozesse für eine Volkswirtschaft, die aufgrund von Risikoerwägungen ausländischer Kreditgeber eine steigende Auslandsverschuldung nur unter Inkaufnahme steigender Kreditzinsen realisieren kann. Darüber hinaus haben diese Überlegungen, vor allem aber die Ausführungen im 4. und 5. Kapitel, deutlich gemacht, daß auch in dezentral organisierten Volkswirtschaften korrigierende Interventionen in den marktwirtschaftlichen Lenkungsmechanismus notwendig sind, um das volkswirtschaftlich optimale Verhalten individueller Entscheidungsträger herbeizuführen.

Die Konstruktion dynamischer Optimierungsmodelle ist vor dem Hintergrund des zentralen Gegenstandes wirtschaftswissenschaftlicher Forschung zu sehen:

"Economics being defined as the Science of optimal allocation of scarce resources having alternative uses both at a point of time and overtime."<sup>1)</sup> Insofern liefern

---

1) TU, P.N. van, Introductory Optimization ..., a.a.O., S. 9.

dynamische Optimierungsmodelle die methodische Grundlage für eine konsequente Erörterung der wirtschaftswissenschaftlichen Kernfrage. Hierbei muß man sich allerdings der Grenzen solcher Analysen bewußt sein. Erstens ist zu bedenken, daß alle Schlußfolgerungen im Rahmen der neoklassischen Wachstums- und Produktionstheorie abgeleitet wurden. Die kritische Würdigung dieser Theorie ist damit gleichsam für die in der vorliegenden Arbeit dargelegten Zusammenhänge relevant. So ist etwa daran zu erinnern, daß die neoklassische Wachstumstheorie als angebotsorientierte Wachstumstheorie vor allem die Wachstumsmöglichkeiten einer Volkswirtschaft aufzeigt. Zweitens hat insbesondere die Präsentation der aus den dynamischen Optimierungsansätzen abgeleiteten Aussagen erkennen lassen, daß diese Aussagen normativen Charakter haben und keinesfalls als Beschreibung realer Verhältnisse interpretiert werden können. Daher vermitteln die theoretischen Überlegungen vor allem eine Vorstellung davon, wie Wachstums- und Verschuldungsprozesse in ihren Grundzügen unter Berücksichtigung ökonomischer Kriterien gestaltet werden sollten. Nur am Rande war - gewissermaßen als Abfallprodukt der wohlfahrtstheoretischen Analyse - zu erkennen, welche Faktoren auf tatsächliche Wachstums- und Verschuldungsprozesse einwirken.

Sieht man von jener Aussage ab, die im Modell mit ausschließlich verschuldungsdeterminiertem Kreditzins hinsichtlich einer optimalen Besteuerung ausländischer Kapitalerträge getroffen wurde<sup>1)</sup>, so mußten wir uns bezüglich anderer wirtschaftspolitischer Maßnahmen mit der Formulierung qualitativer Schlußfolgerungen begnügen. So konnte etwa für den Fall einer negativen Abhängigkeit des Kreditzinses von der gesamtwirtschaftlichen Sparquote (4. Kapitel) lediglich gezeigt werden, daß eine Politik der Sparförderung bzw. Konsumdämpfung für das betrachtete Schuldnerland vorteilhaft ist. Bezüglich der Intensität dieser Politik konnten nur Tendenzaussagen festgehalten werden. Wie die Überlegungen

---

1) Vgl. S. 174 f. dieser Arbeit.

hinsichtlich einer unter Kreditwürdigkeitsaspekten optimalen Handelspolitik gezeigt haben (5. Kapitel), können ohne ergänzende empirische Untersuchungen selbst qualitative Aussagen nicht eindeutig formuliert werden.

Abschließend sei hervorgehoben, daß bei der Analyse von Problemen, die aus Änderungen ökonomischer Variablen im Zeitablauf resultieren, zwei prinzipielle Aspekte zu bedenken sind, die mit der Einführung des Zeitfaktors einhergehen:

- (1) "Even if future events are certain, current rational economic behavior must reflect the existence of a future that will generally differ from the present. This influence is called the 'pure role of time'."<sup>1)</sup>
- (2) "Recognizing that future events influence the current economic state, the fact that future events are not known with certainty adds another complexity. This influence is called the 'role of uncertainty'."<sup>2)</sup>

Von diesen beiden Aspekten haben wir in der vorangegangenen Analyse lediglich den reinen Zeitaspekt (pure role of time) beachtet. Der Unsicherheitsaspekt (role of uncertainty) wurde vernachlässigt, um die wesentlichen Merkmale optimaler Wachstums- und Verschuldungsprozesse bei potentiellen Schuldendienstproblemen so überschaubar wie möglich herauszuarbeiten. Falls sich die Unsicherheit der Zukunft anhand von Wahrscheinlich-

---

1) BURMEISTER, E., Capital Theory ..., a.a.O., S. 2.

2) Ebenda, S. 2.

keitsverteilungen charakterisieren läßt, kann dem Unsicherheitsaspekt durch den Übergang von deterministischen zu stochastischen Modellen der dynamischen Optimierung Rechnung getragen werden. Eine in diesem Sinne erfolgende Erweiterung der in dieser Arbeit entwickelten Überlegungen würde eine realistischere Beschreibung der volkswirtschaftlichen Entscheidungssituation implizieren und damit weitere Einblicke in die Thematik einer optimalen Auslandsverschuldung bei potentiellen Schuldendienstproblemen ermöglichen.



ANHANG

- Anhang I : Das Pontrjaginsche Maximum-Prinzip zur Lösung dynamischer Optimierungsprobleme
- Anhang II : Herleitung der Gleichungen (30)-(35) für die Politiken (A), (B) und (E); Teil C, 3. Kapitel, III.2.4
- Anhang III : Herleitung der Gleichungen (30)-(35) für die Politiken (A<sub>1</sub>)-(F); Teil C, 3. Kapitel, III.3.2
- Anhang IV : Ableitung der Optimalitätsbedingung (58) aus  $\partial \bar{H} / \partial l^F = 0$ ; Teil C, 5. Kapitel, III.2
- Anhang V : Herleitung der Optimalitätsbedingung (63); Teil C, 5. Kapitel, III.2

ANHANG I: DAS PONTRJAGINSCHE MAXIMUM-PRINZIP<sup>1)</sup>  
ZUR LÖSUNG DYNAMISCHER OPTIMIERUNGS-  
PROBLEME

Das Kernproblem der dynamischen Optimierung läßt sich in allgemeiner Form wie folgt umreißen:

Der Zustand eines sich im Zeitintervall  $[t_0, T]$  entwickelnden ökonomischen Systems sei zu jedem Zeitpunkt  $t \in [t_0, T]$  durch eine gewisse Anzahl sog. Zustandsvariablen  $x_i(t)$ ,  $i = 1 \dots n$ , gekennzeichnet. Die Zustandsvariablen  $x_i(t)$  können als Komponenten eines  $n$ -dimensionalen Spaltenvektors  $\underline{x}(t)$  aufgefaßt werden, der geometrisch als Punkt im  $n$ -dimensionalen Raum  $R^n$  zum Zeitpunkt  $t$  interpretiert werden kann. Nimmt man an, daß jede Zustandsvariable eine kontinuierliche Funktion der sich stetig verändernden Zeit ist, dann beschreibt der Vektor  $\underline{x}(t)$  eine Kurve im  $R^n$ , die als Trajektorie bezeichnet und mit dem Symbol  $\underline{x}(\dot{t})$  dargestellt werden soll.

Zu jedem Zeitpunkt  $t$  im relevanten Zeitintervall kann bezüglich einer gewissen Anzahl sog. Kontroll- bzw. Steuervariablen  $u_j(t)$ ,  $j = 1 \dots r$ , eine Entscheidung bezüglich des Wertes der jeweiligen Kontrollvariablen getroffen werden. Die Kontrollvariablen

---

1) Entwickelt wurde dieser Ansatz von L.S. PONTRJAGIN u.a., um dynamische Optimierungsprobleme einer Lösung näher zu bringen, die mit Hilfe der klassischen Variationsrechnung nicht gelöst werden konnten. Vgl. PONTRJAGIN, L.S./ BOLTJANSKIJ, V.G.,/GAMKRELIDZE, R.V./ MISCHENKO, E.F., Mathematische Theorie optimaler Prozesse, Übers. a.d. Russischen von HAHN, W./HERSCHEL, R., München 1964, S. 7. Die folgenden Ausführungen stützen sich im wesentlichen auf die Darstellungen von INTRILIGATOR, M.D., Mathematical ..., a.a.O., S. 292 ff. und LAMBERT, P.J., Advanced Mathematics ..., a.a.O., S. 165 ff.

$u_j(t)$  liefern die Komponenten eines  $r$ -dimensionalen Spaltenvektors  $\underline{u}(t)$ , der geometrisch als Punkt im  $r$ -dimensionalen Raum  $R^r$  zum Zeitpunkt  $t$  interpretiert werden kann. Für die einzelnen Kontrollvariablen soll lediglich gefordert werden, daß sie eine stückweise kontinuierliche Funktion der sich stetig verändernden Zeit sind. Damit beschreibt der Vektor  $\underline{u}(t)$  eine Kurve bzw. Kontrolltrajektorie im  $R^r$ , die mit Ausnahme möglicher Sprungstellen stetig verläuft. Diese Kontrolltrajektorie sei mit  $\underline{u}(\xi)$  bezeichnet. Der Wertebereich der Kontrollvariablen  $\underline{u}(t)$  kann dabei bestimmten Beschränkungen unterliegen, so daß auch die Kontrolltrajektorie  $\underline{u}(\xi)$  nicht beliebig gewählt werden kann, sondern vielmehr Element einer durch die Beschränkung des Wertebereiches der Kontrollvariablen determinierten Menge zulässiger Kontrolltrajektorien sein muß. Bezeichnet man mit  $\Gamma$  den möglichen Wertebereich der Kontrollvariablen und mit  $\Pi$  die Menge der zulässigen Kontrolltrajektorien - für diese Menge ist auch der Begriff "Kontrollmenge" gebräuchlich - dann läßt sich in knapper Form  $\underline{u}(t) \in \Gamma$  und  $\underline{u}(\xi) \in \Pi$  formulieren.

Zusammen mit den jeweiligen Werten der Zustandsvariablen bestimmen die gewählten Werte der Kontrollvariablen gemäß eines Systems von  $n$ -Differentialgleichungen  $\dot{x}_i(t) = f_i(x_1(t), \dots, x_n(t); u_1(t), \dots, u_r(t); t)$ ,  $i = 1 \dots n$ , die Veränderung der Zustandsvariablen im Zeitablauf<sup>1)</sup>. Interpretiert man  $\dot{x}_i(t)$  bzw.  $f_i(\dots)$  als die Komponenten des Spaltenvektors  $\dot{\underline{x}}(t)$  bzw.  $\underline{f}(\dots)$ , dann läßt sich in Vektorschreibweise der Zusammenhang zwischen den Zustandsvariablen

---

1) Diese Differentialgleichungen werden im Kontext dynamischer Optimierungsprobleme auch als Prozeß- oder Bewegungsgleichungen bezeichnet.

und den Kontrollvariablen einerseits und der Veränderung der Zustandsvariablen andererseits wie folgt festhalten:

$$(1) \quad \dot{\underline{x}}(t) = \underline{f}\{\underline{x}(t), \underline{u}(t), t\}.$$

Bei gegebenen Anfangswerten der Zustandsvariablen  $\underline{x}(t_0)$  ordnet das Differentialgleichungssystem (1) einer bestimmten zulässigen Kontrolltrajektorie  $\underline{u}(\underline{t})$  eine bestimmte Zustandstrajektorie  $\underline{x}(\underline{t})$  eindeutig zu. Diese Zustandstrajektorie sei als die zur zulässigen Kontrolltrajektorie zugehörnde Zustandstrajektorie bezeichnet. Der Zustandsvektor  $\underline{x}(T)$ , welcher durch die Wahl einer zulässigen Kontrolltrajektorie und der damit bestimmten zugehörnden Zustandstrajektorie erreicht werden kann, soll erreichbarer Zustandsvektor genannt werden.

Nehmen wir nun vereinfachend an, daß neben den Anfangswerten der Zustandsvariablen und dem Anfangszeitpunkt  $t_0 = 0$  auch der Endzeitpunkt  $T = T_e$  sowie die Endwerte der Zustandsvariablen  $\underline{x}(T_e)$  vorgegeben sind<sup>1)</sup>, dann besteht das mathematische Problem der dynamischen Optimierung darin, diejenige Kontrolltrajektorie  $\underline{u}^*(\underline{t})$  aus der Kontrollmenge  $\Pi$  und damit die zugehörnde Zustandstrajektorie  $\underline{x}^*(\underline{t})$  aus der Menge der möglichen Zustandstrajektorien zu bestimmen, welche bezüglich eines zu definierenden Optimalitätskriteriums beim Übergang von  $\underline{x}(0)$  nach  $\underline{x}(T_e)$  allen anderen Trajektorien überlegen ist.  $\underline{u}^*(\underline{t})$  bzw.  $\underline{x}^*(\underline{t})$  werden im folgenden auch als optimale Kontroll- bzw.

---

1) Die Annahme eines gegebenen Endzeitpunktes und gegebener Endwerte der Zustandsvariablen erleichtert die Veranschaulichung des dynamischen Optimierungsproblems. Bei der konkreten Anwendung der dynamischen Optimierungsansätze wird sich häufig herausstellen, daß die Bestimmung des Endzeitpunktes und/oder der Endwerte der Zustandsvariablen selbst Teil des Optimierungsproblems ist.

als optimale Zustandstrajektorie bezeichnet.

Für den Fall einer einzigen Zustandsvariablen läßt sich das Optimierungsproblem geometrisch anhand der Abbildung 1 verdeutlichen.

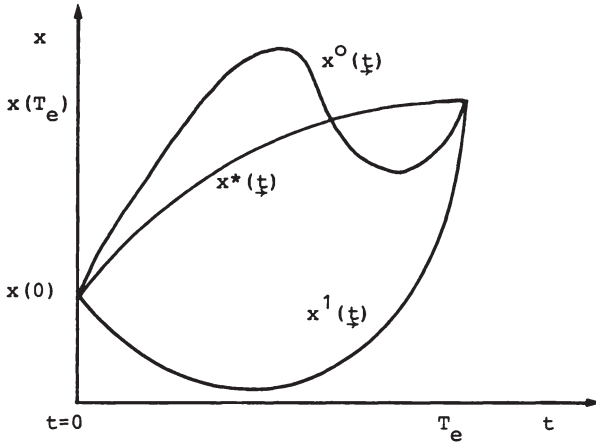


Abbildung 1 / Anhang I

Ausgehend von  $x(0)$  gibt es mehrere zulässige Kontrolltrajektorien und damit mehrere zugehörige Zustandstrajektorien, die den Zustand  $x(0)$  in den Zustand  $x(T_e)$  überführen; in Abb. 1 stellen  $x^0(t)$ ,  $x^1(t)$  und  $x^*(t)$  drei der möglichen Zustandstrajektorien dar. Zu suchen ist die

Kontrolltrajektorie  $\underline{u}^*(\underline{t})$  und somit die zugehörige Zustandstrajektorie  $\underline{x}^*(\underline{t})$ , die beim Übergang von  $x(0)$  nach  $x(T_e)$  ein noch festzulegendes Optimalitätskriterium am besten erfüllt.

Was das Optimalitätskriterium betrifft, wollen wir uns auf Probleme konzentrieren, bei denen entweder die Maximierung oder die Minimierung eines Integrals der Gestalt

$$(2) \quad J = \int_{t_0}^{t_1} F\{\underline{x}(t), \underline{u}(t), t\} dt$$

angestrebt wird.

Bedenken wir, daß mit der Wahl einer Kontrolltrajektorie  $\underline{u}(\underline{t})$  die zugehörige Zustandstrajektorie  $\underline{x}(\underline{t})$  eindeutig bestimmt ist, dann läßt sich für den Fall gegebener Anfangs- bzw. Endwerte der Zustandsvariablen im vorgegebenen Anfangs- bzw. Endzeitpunkt das dynamische Optimierungsproblem mathematisch folgendermaßen zusammenfassend formulieren:

$$(3) \quad \max_{\underline{u}(\underline{t})} J \text{ oder } \min_{\underline{u}(\underline{t})} J = \int_0^{T_e} F\{\underline{x}(t), \underline{u}(t), t\} dt$$

unter Beachtung von

$$\dot{\underline{x}}(t) = \underline{f}\{\underline{x}(t), \underline{u}(t), t\}$$

$$\underline{u}(t) \in \Gamma \quad \text{bzw.} \quad \underline{u}(\underline{t}) \in \Pi$$

$$\underline{x}(0), \underline{x}(T_e) \text{ gegeben.}$$

Zur Lösung des dynamischen Optimierungsproblems (3) wollen wir nun die Technik des Pontrjaginschen Maximum-Prinzips nutzen. Um die wesentlichen Charakteristika dieses Ansatzes

zur Lösung dynamischer Optimierungsprobleme in aller Klarheit herauszuarbeiten, soll zur Vereinfachung angenommen werden, daß der Wertebereich der Kontrollvariablen keinen Beschränkungen unterliegt; wir vernachlässigen also die Forderung  $\underline{u}(t) \in \Gamma$ .

In einem ersten Schritt sei für jede Zustandsvariable  $x_i(t)$  eine Hilfsvariable  $p_i(t)$ ,  $i=1\dots n$ , eingeführt, die auch als Kozustandsvariable bezeichnet wird. Die einzelnen Kozustandsvariablen können auch als Komponenten eines  $n$ -dimensionalen Zeilenvektors aufgefaßt werden.

Konstruiert man nun in einem zweiten Schritt die "Hamilton-Funktion"  $H\{\underline{x}(t), \underline{u}(t), \underline{p}(t), t\}$

$$(4) \quad H = F\{\underline{x}(t), \underline{u}(t), t\} + \underline{p}(t) \underline{f}\{\underline{x}(t), \underline{u}(t), t\} \text{ bzw.} \\ H = F\{x(t), u(t), t\} + \sum_{i=1}^n p_i(t) f_i\{x(t), u(t), t\},$$

dann läßt sich drittens das Maximum-Prinzip wie folgt charakterisieren: Falls eine Lösung  $\underline{x}^*(\underline{t})$  für das Optimierungsproblem (3) existiert, dann existiert zu jedem Zeitpunkt  $t$  ein Vektor der Kozustandsvariablen  $\underline{p}(t)$  derart, daß die Kontroll- und Zustandsvektoren der optimalen Kontrolltrajektorie  $\underline{u}^*(\underline{t})$  und der zugehörigen Zustandstrajektorie  $\underline{x}^*(\underline{t})$  die Funktion

$$(5) \quad \dot{Z} = H + \underline{p}(t)\dot{\underline{x}}(t)$$

zu jedem Zeitpunkt  $t$  im relevanten Zeitintervall maximieren (minimieren)<sup>1)</sup>. Das Maximum-Prinzip

---

1) Vgl. zu dieser Formulierung des Pontrjaginschen Maximum-Prinzips: LAMBERT, P.J., Advanced Mathematics ..., a.a.O., S. 173.

beinhaltet damit die fundamentale Aussage, daß das dynamische Optimierungsproblem (3) durch eine Fülle statischer Optimierungsprobleme ersetzt werden kann. Die Suche nach einem Maximum (Minimum) von (5) in Abhängigkeit von  $\underline{u}(t)$  und  $\underline{x}(t)$  liefert unmittelbar die notwendigen Bedingungen

$$(6) \quad \frac{\partial H}{\partial u_j} = 0, \text{ aus } \frac{\partial Z}{\partial u_j} = \frac{\partial H}{\partial u_j} \stackrel{!}{=} 0, \quad j = 1 \dots r$$

bzw. in Vektorschreibweise

$$\frac{\partial H}{\partial \underline{u}} = 0$$

$$(7) \quad \dot{p}_i = - \frac{\partial H}{\partial x_i}, \text{ aus } \frac{\partial Z}{\partial x_i} = \frac{\partial H}{\partial x_i} + \dot{p}_i \stackrel{!}{=} 0, \quad i=1 \dots n$$

bzw. in Vektorschreibweise

$$\dot{\underline{p}} = - \frac{\partial H}{\partial \underline{x}}.$$

Das in der Problemformulierung (3) berücksichtigte Differentialgleichungssystem  $\dot{\underline{x}}(t) = f\{\underline{x}(t), \underline{u}(t), t\}$  kann mit Hilfe der Hamilton-Funktion durch

$$(8) \quad \frac{\partial H}{\partial p_i} = \dot{x}_i, \quad i = 1 \dots n, \text{ bzw. in Vektorschreibweise}$$

$$\frac{\partial H}{\partial \underline{p}} = \dot{\underline{x}}$$

ausgedrückt werden. Die auch als Hamilton-Bedingungen bezeichneten Bedingungen (6), (7) und (8) stellen notwendige Bedingungen für eine Optimallösung des Problems (3) dar<sup>1)</sup>.

---

1) Vgl. EBENDA, S. 174.



Sind Endzeitpunkt und/oder die Endwerte der Zustandsvariablen nicht gegeben, dann bedarf es zusätzlich der Formulierung sog. Transversalitätsbedingungen<sup>1)</sup>, welche die Bestimmung von Endzeitpunkt und/oder Endzustand ermöglichen.

Die r-algebraischen Gleichungen der Bedingung (6) sowie die jeweils n-Differentialgleichungen der Bedingungen (7) und (8) bilden zusammen mit den Anfangsbedingungen  $\underline{x}(0)$  und den Endbedingungen  $\underline{x}(T_e)$  oder den Transversalitätsbedingungen die Grundlage für die Bestimmung der Optimallösungen  $\underline{u}^*(\underline{t})$ ,  $\underline{x}^*(\underline{t})$  und  $\underline{p}^*(\underline{t})$ . Anstatt diese Lösungen explizit zu ermitteln, ist es für viele dynamische Optimierungsprobleme zweckmäßiger, lediglich eine ökonomische Interpretation der durch (6) - (8) und die End- oder Transversalitätsbedingungen charakterisierten Optimallösung vorzunehmen<sup>2)</sup>. Hinsichtlich dieser Interpretationen sei schon an dieser Stelle darauf aufmerksam gemacht, daß die Kozustandsvariablen  $p_i(t)$ ,  $i=1\dots n$ , im ökonomischen Kontext aufschlußreiche Informationen liefern. Bezeichnen wir mit  $J^*$  den Optimalwert des Integrals in (3), dann läßt sich zeigen<sup>3)</sup>, daß

$$(9) \quad \frac{\partial J^*}{\partial x_i(t)} = p_i(t), \quad i = 1 \dots n,$$

gilt. Die Kozustandsvariable  $p_i(t)$  gibt also an,

- 
- 1) Auf die Formulierung dieser Transversalitätsbedingungen wird im Rahmen der konkreten Anwendung des Maximum-Prinzips eingegangen. Zur grundsätzlichen Problematik der Transversalitätsbedingungen vgl. z.B. TU, P.N. van, *Introductory Optimization ...*, a.a.O., S. 122 ff. und KAMIEN, M.I./SCHWARTZ, N.L., *Dynamic Optimization*, a.a.O., S. 143 ff.
  - 2) Vgl. u.a. TOUSSAINT, S., *Notwendige Optimalitätsbedingungen in der Kontrolltheorie*, in: SIEBERT, H. (Hrsg.), *Staatliche Allokationspolitik im marktwirtschaftlichen System*, Bd. 10 "Intertemporale Allokation", Frankfurt-Bern-New York-Nancy 1984, S. 651.
  - 3) Vgl. z.B.; KAMIEN, M.I./SCHWARTZ, N.L., *Dynamic Optimization*, a.a.O., S. 127.

wie sich der Optimalwert des Integrals verändert, wenn zum Zeitpunkt  $t \in [t_0, t_1]$  c.p. eine infinitesimale Variation der Zustandsvariablen  $x_1(t)$  erfolgt.

Zusammenfassend kann festgehalten werden, daß die Technik des Pontrjagischen Maximum-Prinzips zur Lösung eines dynamischen Optimierungsproblems der Gestalt (3) darin besteht, erstens die Hamilton-Funktion zu konstruieren und zweitens die Trajektorien bzw. Zeitpfade  $\underline{u}(t)$ ,  $\underline{x}(t)$  und  $\underline{p}(t)$  so zu wählen, daß die Bedingungen (6) - (8) zu jedem Zeitpunkt  $t$  erfüllt sind. Zusätzlich sind Anfangs-, End- und ggf. bestimmte Transversalitätsbedingungen zu beachten.

Bei der konkreten Anwendung der Technik des Maximum-Prinzips wird das ökonomische Optimierungsproblem meist so formuliert, daß die Maximierung des in der Problemformulierung (3) berücksichtigten Integrals anzustreben ist<sup>1)</sup>. Unter dieser Voraussetzung erhält man die Hamilton-Bedingung (6) aus der notwendigen Bedingung für ein Maximum der Hamilton-Funktion hinsichtlich der Kontrollvariablen  $u_j$ . Auch die Hamilton-Bedingungen (7) bzw. (8) können ohne Rückgriff auf eine Funktion der Gestalt (5) unmittelbar durch partielle Differentiation der Hamilton-Funktion (4) nach den Zustandsvariablen bzw. den Kozustandsvariablen abgeleitet werden.

---

1) So wurde z.B. in dieser Arbeit auf S. 112 das Ziel "min R" durch das Ziel "max (-R)  $\hat{=}$  max J; - R = J" ersetzt.

Abschließend ist darauf hinzuweisen, daß hier lediglich unter vereinfachenden Annahmen der Grundgedanke des Pontrjaginschen Maximum-Prinzips zur Lösung dynamischer Optimierungsprobleme präsentiert werden sollte. Bei der konkreten Anwendung des Lösungsansatzes zeigt sich, daß die erläuterte grundsätzliche Lösungstechnik entsprechend zu modifizieren und zu erweitern ist, wenn die jeweilige ökonomische Problemstellung dies erforderlich macht. Auch im Hauptteil dieser Arbeit wird auf eine Begründung der jeweiligen Modifikationen und Erweiterungen verzichtet und lediglich auf die einschlägige Literatur zur dynamischen Optimierung verwiesen.

ANHANG II: HERLEITUNG DER GLEICHUNGEN (30) - (35)  
FÜR DIE POLITIKEN (A), (B) UND (E)

Politik (A)

Mit  $\phi_1 = \phi_2 = \phi_3 = 0$  folgt aus (30) bzw. (31):

$$(A 30)' \quad y(p_1 - 1) \stackrel{!}{=} 0 \quad + \quad (A 30) \quad p_1 = 1$$

$$(A 31)' \quad p_2 \stackrel{!}{=} 0 \quad + \quad (A 31) \quad p_2 = 0$$

Mit  $\phi_3 = 0$ ,  $p_1 = 1$ ,  $p_2 = 0$  und unter Berücksichtigung der Tatsache, daß  $p_1 = 1$  und  $p_2 = 0$  im Zeitablauf gewährleistet sein soll und somit  $\dot{p}_1 = \dot{p}_2 = 0$  gelten muß, folgt aus (32) bzw. (33):

$$(A 32) \quad \dot{p}_1 = g - f' \stackrel{!}{=} 0$$

$$(A 33) \quad \dot{p}_2 = h - f' \stackrel{!}{=} 0$$

(A 34) und (A 35) folgen unmittelbar aus (34) und (35).

Politik (B)

Mit  $\phi_2 = \phi_3 = 0$ ,  $\phi_1 > 0$  folgt aus (30) bzw. (31):

$$(B 30)' \quad y(p_1 - 1) \stackrel{!}{=} \phi_1 \quad + \quad (B 30) \quad p_1 > 1$$

$$(B 31)' \quad p_2 \stackrel{!}{=} 0 \quad + \quad (B 31) \quad p_2 = 0$$

Mit  $\phi_3 = 0$  und  $s = 1$  folgt aus (32):

$$(B 32) \quad \dot{p}_1 = p_1(g - f')$$

Mit  $\phi_3=0$ ,  $p_2=0$ ,  $s=1$  und unter Berücksichtigung der Tatsache, daß  $p_2=0$  erhalten bleiben soll und somit  $\dot{p}_2=0$  gelten muß, folgt aus (33):

$$(B 33) \quad \dot{p}_2 = p_1(h-f') \stackrel{!}{=} 0$$

Mit  $s=1$  folgt aus (34):

$$(B 34) \quad \dot{k}_n = y - gk_n$$

(B 35) stimmt mit (35) überein.

### Politik (E)

Die Berücksichtigung von  $\phi_1=\phi_3=0$  und  $\phi_2>0$  in (30) bzw. (31) liefert:

$$(E 30)' \quad y(p_1-1) \stackrel{!}{=} -\phi_2 \quad \rightarrow \quad (E 30) \quad p_1 < 1$$

$$(E 31)' \quad p_2 \stackrel{!}{=} 0 \quad \rightarrow \quad (E 31) \quad p_2 = 0$$

Mit  $s=0$  und  $\phi_3=0$  folgt aus (32)

$$(E 32) \quad \dot{p}_1 = p_1g - f'$$

Mit  $s=\phi_3=p_2=0$  sowie unter Beachtung der Tatsache, daß  $p_2=0$  im Zeitablauf gewährleistet sein soll und somit  $\dot{p}_2=0$  gelten muß, folgt aus (33):

$$(E 33) \quad \dot{p}_2 = h - f' \stackrel{!}{=} 0$$

(E 35) stimmt mit (35) überein.

(E 34) folgt mit  $s=0$  aus (34).

ANHANG III: HERLEITUNG DER GLEICHUNGEN (30) - (35)  
FÜR DIE POLITIKEN (A<sub>1</sub>) - (F).

Politik (A<sub>1</sub>)

Mit  $\phi_1 = \phi_2 = \phi_3 = 0$  folgt aus (30):

$$(A_1 \ 30)' \quad y(p_1 - 1) \stackrel{!}{=} 0 \quad + \quad (A_1 \ 30) \quad p_1 = 1$$

Mit  $\phi_3 = 0$  und  $\phi_4 > 0$  folgt aus (51):

$$(A_1 \ 51)' \quad p_2 \stackrel{!}{=} \phi_4 \quad + \quad (A_1 \ 51) \quad p_2 > 0$$

Mit  $\phi_3 = 0$  und  $p_1 = 1$  sowie unter Berücksichtigung der Tatsache, daß  $p_1 = 1$  im Zeitablauf gewährleistet sein soll und somit  $\dot{p}_1 = 0$  gelten muß, folgt aus (32):

$$(A_1 \ 32) \quad \dot{p}_1 = g - f' \stackrel{!}{=} 0$$

Mit  $\phi_3 = 0$  und  $p_1 = 1$  folgt aus (33):

$$(A_1 \ 33) \quad \dot{p}_2 = p_2 g - (f' - h)$$

(A<sub>1</sub> 34) stimmt mit (34) überein. (A<sub>1</sub> 35) erhält man, indem in (35) der mit Politik A<sub>1</sub> verbundene Wert  $b = \beta$  eingesetzt wird.

Politik (A<sub>2</sub>)

Da (A<sub>2</sub>) mit Politik (A) identisch ist, kann auf die Herleitungen im Anhang II verwiesen werden.

Politik (B<sub>1</sub>)

Mit  $\phi_2 = \phi_3 = 0$  und  $\phi_1 > 0$  folgt aus (30):

$$(B_1 \ 30)' \quad y(p_1 - 1) \stackrel{!}{=} \phi_1 \quad \rightarrow \quad (B_1 \ 30) \quad p_1 > 1$$

Mit  $\phi_3 = 0$  und  $\phi_4 > 0$  erhält man aus (31):

$$(B_1 \ 31)' \quad p_2 \stackrel{!}{=} \phi_4 \quad \rightarrow \quad (B_1 \ 31) \quad p_2 > 0$$

Mit  $\phi_3 = 0$  und  $s = 1$  liefert (32) bzw. (33):

$$(B_1 \ 32) \quad \dot{p}_1 = p_1(g - f')$$

$$(B_1 \ 33) \quad \dot{p}_2 = p_2 g - (f' - h)p_1$$

Einsetzen von  $s = 1$  in (34) bzw.  $b = \beta$  in (35) liefert:

$$(B_1 \ 34) \quad \dot{k}_n = y - gk_n$$

$$(B_1 \ 35) \quad \dot{d} = \beta - gd$$

Politik (B<sub>2</sub>)

Da (B<sub>2</sub>) mit (B) identisch ist, kann auf die Herleitungen im Anhang II verwiesen werden.

Politik (C)

$\phi_1 = 0$ ,  $\phi_2 > 0$  und  $\phi_3 > 0$  lassen aus (30)

$$(C \ 30)' \quad y(p_1 - 1) \stackrel{!}{=} -(\phi_2 + \phi_3) \quad \text{bzw.}$$

$$(C \ 30) \quad p_1 < 1$$

folgen.

Mit  $\phi_3 > 0$  und  $\phi_4 = 0$  liefert (31):

$$(C \ 31)' \quad p_2 \stackrel{!}{=} -\phi_3 / y \quad \rightarrow \quad (C \ 31) \quad p_2 < 0 \quad ^1)$$

---

1) Der Übergang von (C 31)' und (C 31) setzt  $y > 0$  voraus.  
Hiervon soll jetzt und im folgenden ausgegangen werden.

Aus  $s=s_1=0$  folgt  $b=0$ . Einsetzen von  $s=b=0$  in (32) bzw. (33) liefert:

$$(C 32) \quad \dot{p}_1 = p_1 g - f'$$

$$(C 33) \quad \dot{p}_2 = p_2 g - (f'-h)$$

Einsetzen von  $s=0$  in (34) und  $b=0$  in (35) führt zu:

$$(C 34) \quad \dot{k}_n = -gk_n$$

$$(C 35) \quad \dot{d} = -gd .$$

### Politik (D)

Mit  $\phi_1=\phi_2=0$  und  $\phi_3>0$  folgt aus (30):

$$(D 30)' \quad y(p_1-1) \stackrel{!}{=} -\phi_3 \quad \rightarrow \quad (D 30) \quad p_1 < 1$$

Mit  $\phi_3>0$  und  $\phi_4=0$  erhält man aus (31):

$$(D 31)' \quad p_2 = -\phi_3/y \quad \rightarrow \quad (D 31) \quad p_2 < 0$$

Aus  $s_1=0$  folgt  $b=-sy$ . Berücksichtigt man diesen Wert für  $b$  und (D 30)' in (32), dann ergibt sich:

$$(D 32)' \quad \dot{p}_1 = p_1 g - f' \{p_1 s + 1 - s - y(p_1 - 1) sy/y^2\} \quad \text{bzw.}$$

$$(D 32) \quad \dot{p}_1 = p_1 g - f'$$

Verwendet man schließlich  $b=-sy$  und  $-\phi_3=y(p_1-1)$  in (33), dann erhält man:

$$(D 33)' \quad \dot{p}_2 = p_2 g - (f'-h) \{1 - s + p_1 s - y(p_1 - 1) sy/y^2\}$$

$$(D 33) \quad \dot{p}_2 = p_2 g - (f'-h)$$

(D 34) stimmt mit (34) überein; (D 35) erhält man durch Einsetzen von  $b=-sy$  in (35).



Politik (E<sub>1</sub>)

Mit  $\phi_1 = \phi_3 = 0$  und  $\phi_2 > 0$  folgt aus (30):

$$(E_1 \ 30)' \quad y(p_1 - 1) \stackrel{!}{=} -\phi_2 \quad \rightarrow \quad (E_1 \ 30) \quad p_1 < 1$$

Einsetzen von  $\phi_3 = 0$  und  $\phi_4 > 0$  in (31) ergibt

$$(E_1 \ 31)' \quad p_2 \stackrel{!}{=} \phi_4 \quad \rightarrow \quad (E_1 \ 31) \quad p_2 > 0$$

Mit  $s=0$  und  $\phi_3=0$  erhält man aus (32) bzw. (33):

$$(E_1 \ 32) \quad \dot{p}_1 = p_1 g - f'$$

$$(E_1 \ 33) \quad \dot{p}_2 = p_2 g - (f' - h)$$

Einsetzen von  $s=0$  in (34) und  $b=\beta$  in (35) liefert:

$$(E_1 \ 34) \quad \dot{k}_n = -gk_n$$

$$(E_1 \ 35) \quad \dot{d} = \beta - gd$$

Politik (E<sub>2</sub>)

Da diese Politik mit (E) identisch ist, kann auf die Herleitungen im Anhang II verwiesen werden.

Politik (F)

Mit  $\phi_1 > 0$ ,  $\phi_2 = 0$  und  $\phi_3 > 0$  folgt aus (30):

$$(F \ 30)' \quad y(p_1 - 1) \stackrel{!}{=} \phi_1 - \phi_3 \quad \text{und somit}$$

$$(F \ 30) \quad p_1 \stackrel{!}{\geq} 1, \text{ falls } \phi_1 \stackrel{!}{\geq} \phi_3.$$

Mit  $\phi_3 > 0$  und  $\phi_4 = 0$  erhält man aus (31):

$$(F \ 31)' \quad p_2 = -\phi_3 / y \quad \rightarrow \quad (F \ 31) \quad p_2 < 0$$

Aus  $s_1=0$  folgt wegen  $s=1$ , daß  $b=-y$  gilt. Verwendet man diesen Wert für  $b$ ,  $s=1$  und  $p_2=-\phi_3/y$  in (32), so erhält man

$$(F 32)'' \quad \dot{p}_1 = p_1 g - f'(p_1 - p_2 y^2 / y^2) \quad \text{bzw.}$$

$$(F 32)' \quad \dot{p}_1 = p_1 g - f'(p_1 - p_2)$$

Aus (F 30)' erhält man  $\phi_3 = \phi_1 - y(p_1 - 1)$  und aus (F 31)' resultiert  $\phi_3 = -p_2 y$ . Gleichsetzen dieser beiden Ausdrücke liefert schließlich:  $\phi_1 = y(p_1 - 1 - p_2) > 0$ . Wegen  $y > 0$  erfordert dies  $p_1 - p_2 > 1$ . Mit  $p_1 - p_2 > 1$  folgt aus (F 32)' die gesuchte Gleichung

$$(F 32) \quad \dot{p}_1 = p_1 g - f'(p_1 - p_2) .$$

Setzt man  $s=1$ ,  $b=-y$  und  $\phi_3 = -p_2 y$  in (33) ein, so ergibt sich

$$(F 33) \quad \dot{p}_2 = p_2 g - (f' - h)(p_1 - p_2), \quad p_1 - p_2 > 1 .$$

Einsetzen von  $s=1$  in (34) und  $b=-y$  in (35) liefert:

$$(F 34) \quad \dot{k}_n = y - g k_n$$

$$(F 35) \quad \dot{d} = -y - g d$$

ANHANG IV: ABLEITUNG DER OPTIMALITÄTSBEDINGUNG (58)  
AUS  $\partial \bar{H} / \partial 1^F = 0$

Die partielle Differentiation  $\partial \bar{H} / \partial 1^F$  läßt sich leichter nachvollziehen, wenn man sich der Zusammenhänge

$$(35) \quad U = U(c_F, c_A)$$

$$(13) \quad c_A = (1-\eta)(1-1^F)a(k_A)$$

$$(14) \quad c_F = (1-\gamma)1^F f(k_F)$$

$$(30) \quad k_A = k^A / 1^A = k^A / (1-1^F)$$

$$(31) \quad k_F = k^F / 1^F$$

$$r = r \left( \frac{p\eta(1-1^F)a\left(\frac{k^A}{1-1^F}\right)}{(\bar{r}+\delta)d}, \quad \frac{z}{v} \right)$$

$$(34) \quad r_1 = \frac{\partial r}{\partial \left( \frac{p\eta(1-1^F)a\left(\frac{k^A}{1-1^F}\right)}{(\bar{r}+\delta)d} \right)} < 0$$

$$r_2 = \frac{\partial r}{\partial \left( \frac{z}{v} \right)} < 0$$

erinnert. Darüber hinaus sind bei der Ermittlung von  $\partial \bar{H} / \partial 1^F$  die Angaben hinsichtlich der Produktionstechnologien ((1) - (4) und (5) - (8)) zu beachten.

Aus (53) läßt sich nun

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \bar{H}}{\partial 1^F} = & U_F (1-\gamma) \left\{ f(k_F) - 1^F \frac{k^F}{(1^F)^2} f'(k_F) \right\} \\
 & + U_A (1-\eta) \left\{ -a(k_A) + (1-1^F) \frac{k^A}{(1-1^F)^2} a'(k_A) \right\} \\
 & + m_1 \left\{ P\eta \left( -a(k_A) + (1-1^F) \frac{k^A}{(1-1^F)^2} a'(k_A) \right) - \frac{\partial r}{\partial 1^F} d \right\} \\
 & + m_3 \alpha \gamma \left\{ f(k_F) - 1^F \frac{k^F}{(1^F)^2} f'(k_F) \right\} \\
 & + m_4 (1-\alpha) \gamma \left\{ f(k_F) - 1^F \frac{k^F}{(1^F)^2} f'(k_F) \right\}
 \end{aligned}$$

ermitteln. Dieser Ausdruck läßt sich zu

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \bar{H}}{\partial 1^F} = & U_F (1-\gamma) \left\{ f(k_F) - k_F f'(k_F) \right\} \\
 & - U_A (1-\eta) \left\{ a(k_A) - k_A a'(k_A) \right\} \\
 & + m_1 \left\{ -P\eta \left( a(k_A) - k_A a'(k_A) \right) - \frac{\partial r}{\partial 1^F} d \right\} \\
 & + m_3 \alpha \gamma \left\{ f(k_F) - k_F f'(k_F) \right\} \\
 & + m_4 (1-\alpha) \gamma \left\{ f(k_F) - k_F f'(k_F) \right\}
 \end{aligned}$$

vereinfachen.

Berücksichtigen wir jetzt

$$\frac{\partial \bar{r}}{\partial 1^F} = -r_1 \frac{P\eta \{a(k_A) - k_A a'(k_A)\}}{(\bar{r} + \delta) d} > 0 \quad ,$$

dann folgt unter Berücksichtigung weiterer Umformungen:

$$\frac{\partial \bar{H}}{\partial 1^F} = \left\{ f(k_F) - k_F f'(k_F) \right\} \left\{ U_F (1-\gamma) + m_3 \alpha \gamma + m_4 (1-\alpha) \gamma \right\} \\ - \left\{ a(k_A) - k_A a'(k_A) \right\} \left\{ U_A (1-\eta) - m_1 P \eta \left( 1 - \frac{r_1}{\bar{r} + \delta} \right) \right\}$$

Nun setzen wir in diesen Ausdruck

$$(54) \quad U_F = m_3 \alpha + m_4 (1-\alpha)$$

$$(55) \quad U_A = m_1 P \left( 1 - \frac{r_1}{\bar{r} + \delta} \right)$$

ein. Dann ergibt sich

$$\frac{\partial \bar{H}}{\partial 1^F} = \{f(k_F) - k_F f'(k_F)\} \{m_3 \alpha + m_4 (1-\alpha)\} \\ - \{a(k_A) - k_A a'(k_A)\} \{m_1 P (1 - \frac{r_1}{\bar{r} + \delta})\} .$$

Einsetzen von

$$(57) \quad m_3 \alpha + m_4 (1-\alpha) = m_1 (1-r_2 \frac{z}{\bar{v}} d)$$

liefert unter Beachtung der Optimalitätsbedingung  $\partial \bar{H} / \partial 1^F = 0$  schließlich die Gleichung

$$(58) \quad f(k_F) - k_F f'(k_F) = P \frac{1 - \frac{r_1}{\bar{r} + \delta}}{1 - r \frac{z}{2\bar{v}^2} d} \{a(k_A) - k_A a'(k_A)\}.$$

ANHANG V: HERLEITUNG DER OPTIMALITÄTSBEDINGUNG (63)

Die auf die Hamilton-Funktion (52) bezogene Hamilton-Bedingung  $\dot{p}_4 = -\partial H/\partial k^A$  impliziert unter Beachtung von  $m_4 = \exp(\rho t)p_4$  und  $\bar{H} = \exp(\rho t)H$  die Forderung

$$(63a) \quad \dot{m}_4 = -\frac{\partial \bar{H}}{\partial k^A} + \rho m_4.$$

Unter Beachtung der im Anhang IV rekapitulierten Zusammenhänge läßt sich aus (53) zunächst

$$-\frac{\partial \bar{H}}{\partial k^A} = -\left( U_A (1-\eta) a'(k_A) + m_1 \{ P \eta a'(k_A) - \frac{\partial r}{\partial k^A} d \} - m_4 g \right)$$

ermitteln. Dieser Differentialquotient kann mit

$$\frac{\partial r}{\partial k^A} = P \eta a'(k_A) \frac{r_1}{(\bar{r} + \delta) d} < 0$$

wie folgt notiert werden:

$$-\frac{\partial \bar{H}}{\partial k^A} = -\left( U_A (1-\eta) a'(k_A) + m_1 P \eta a'(k_A) \left\{ 1 - \frac{r_1}{\bar{r} + \delta} \right\} - m_4 g \right)$$

Setzt man in diesen Ausdruck die bereits ermittelte Optimalitätsbedingung

$$(55) \quad U_A = m_1 P \left( 1 - \frac{r_1}{\bar{r} + \delta} \right)$$

ein, dann gelangt man zu

$$-\frac{\partial \bar{H}}{\partial k^A} = -a'(k_A)m_1P\left(1 - \frac{r_1}{\bar{r} + \delta}\right) + m_4g .$$

Verwenden wir nun diesen Ausdruck für  $-\partial \bar{H} / \partial k^A$  in (63a), so folgt schließlich

$$(63) \quad \dot{m}_4 = m_4(g + \rho) - a'(k_A)m_1P\left(1 - \frac{r_1}{\bar{r} + \delta}\right) .$$



LITERATURVERZEICHNIS

- ABBOTT, G.C., International Indebtness and the Developing Countries, London/New York 1979.
- ABEL, A.B./BLANCHARD, O.J., An Intertemporal Model of Saving and Investment, in: *Econometrica*, Vol. 51 (1983), S. 675-692.
- ARROW, K.J., Applications of Control Theory to Economic Growth, in: *Lectures in Applied Mathematics*, Vol. 12 (Mathematics of the Decision Sciences - Part 2), Providence 1968, S. 85-119.
- ARROW, K.J./KURZ, M., Public Investment, The Rate of Return, and Optimal Fiscal Policy, Baltimore/London 1970.
- AVRAMOVIC, D. et al., Economic Growth and External Debt, Baltimore 1964.
- BADE, R., Optimal Growth and Foreign Borrowing with Restricted Mobility of Foreign Capital, in: *International Economic Review*, Vol. 13 (1972), S. 544-552.
- BARDHAN, P.K., Optimum Foreign Borrowing, in: SHELL, K., (Hrsg.), *Essays on the Theory of Optimal Economic Growth*, Cambridge, Mass./London 1967, S. 117-128.
- BAZDARICH, M.J., Optimal Growth and the Stages in the Balance of Payments, in: *Journal of International Economics*, Vol. 8 (1978), S. 425-443.
- BECKER, R.A., The Equivalence of a Fisher Competitive Equilibrium and Perfect Foresight Competitive Equilibrium in a Multi-Sectoral Model of Capital Accumulation, Working Paper, Bloomington: Indiana University 1979.
- BENHABIB, J./NISHIMURA, K., The Hopf Bifurcation and the Existence and Stability of Closed Orbits in Multi-Sector Models of Optimal Economic Growth, in: *Journal of Economic Theory*, Vol. 21 (1979), S. 421-444.
- BHAGWATI, J.N./SRINIVASAN, T.N., *Lectures on International Trade*, Cambridge (Mass.)/London 1983.
- BROCK, W.A., The Global Asymptotic Stability of Optimal Control: A Survey of Recent Results, in: INTRILIGATOR, M.D. (Hrsg.), *Frontiers of Quantitative Economics*, Vol. III, Amsterdam/New York/Oxford 1977, S. 207-237.
- BROCK, W.A./SCHEINKMAN, J.A., The Global Asymptotic Stability of Optimal Control with Applications to Dynamic Economic Theory, in: PITCHFORD, J./TURNOVSKY, S., (Hrsg.), *Applications of Control Theory to Economic Analysis*, S. 173-208.

- BURMEISTER, E., *Capital Theory and Dynamics*, Cambridge (Mass.) 1980.
- BURMEISTER, E./DOBELL, A.R., *Mathematical Theories of Economic Growth*, London 1970.
- CASS, D., *Optimum Growth in an Aggregative Model of Capital Accumulation*, in: *Review of Economic Studies*, Vol. 32 (1965), S. 233-240.
- CASS, D./SHELL, K., *The Structure and Stability of Competitive Dynamical Systems*, in: CASS, D./SHELL, K. (Hrsg.), *The Hamiltonian Approach to Dynamic Economics*, New York/San Francisco/London 1976, S. 31-70.
- CATAQUET, H., *Country Risk Analysis: Art, Science, and Sorcery?*, in: KRÜMMEL, H.-J. (Hrsg.), *Internationales Bankgeschäft, Beihefte zu Kredit und Kapital*, Heft 8, Berlin 1985, S. 77-117.
- CHIANG, A.C., *Fundamental Methods of Mathematical Economics*, 3. Aufl., Singapore 1985.
- CLINE, W.R., *International Debt: Systemic Risk and Policy Response*, Cambridge (Mass.) 1984.
- COOPER, R.N./SACHS, J.D., *Borrowing Abroad: The Debtor's Perspective*, in: SMITH, G.W./CUDDINGTON, J.T. (Hrsg.), *International Debt and the Developing Countries*, Washington, D.C. 1985, S. 21-60.
- DEATON, A./MUELLBAUER, J., *Economics and Consumer Behavior*, Cambridge (Mass.) 1980.
- DEUTSCHE BUNDESBANK, *Geschäftsberichte für das Jahr 1983, 1984, 1985, 1986*.
- DEUTSCHE BUNDESBANK, *Monatsberichte der Deutschen Bundesbank*, 39. Jahrgang Nr. 1, Januar 1987.
- DIXIT, A.K., *The Theory of Equilibrium Growth*, Oxford 1982.
- DORNBUSCH, R., *External Debt, Budget Deficits and Disequilibrium Exchange Rates*, in: SMITH, G.W./CUDDINGTON, J.T. (Hrsg.), *International Debt and the Developing Countries*, Washington, D.C. 1985, S. 213-235.
- DORNBUSCH, R., *Real Interest Rates, Home Goods, and Optimal External Borrowing*, in: *Journal of Political Economy*, Vol. 91 (1983), S. 141-153.
- EATON, J./GERSOVITZ, M., *Debt with Potential Repudiation: Theoretical and Empirical Analysis*, in: *Review of Economic Studies*, Vol. 48 (1981), S. 289-309.

- EATON, J./GERSOVITZ, M., Poor-Country Borrowing in Private Financial Markets and the Repudiation Issue, Princeton Studies in International Finance, No. 47, June 1981.
- EDWARDS, S., LDC Foreign Borrowing and Default Risk: An Empirical Investigation, 1976-1980, in: The American Economic Review, Vol. 74 (1984), Supplementary Information, S. 726-734.
- FAHRMEIR, L./HÄUSSLER, W./TUTZ, G., Diskriminanzanalyse, in: FAHRMEIR, L./HAMMERLE, A. (Hrsg.), Multivariate statistische Verfahren, Berlin/New York 1984, S. 301-370.
- FEDER, G., Growth and External Borrowing in Trade Gap Economics of Less Developed Countries, in: Schweizer Institut für Aussenwirtschafts-, Struktur- und Marktforschung, St. Gallen (Hrsg.), Längerfristige Aspekte der internationalen Verschuldung von Entwicklungsländern. International Indebtness of LDCs: Long Term Aspects, Zürich 1981, S. 381-395.
- FEDER, G./JUST, R.E., An Analysis of Credit Terms in the Eurodollar Market, in: European Economic Review, Vol. 9 (1977), S. 221.243.
- FEDER, G./JUST, R.E., A Study of Debt Servicing Capacity Applying Logit Analysis, in: Journal of Development Economics, Vol. 4 (1977), S. 25-38.
- FEDER, G./JUST, R.E.; Optimal International Borrowing, Capital Allocation and Credit-Worthiness Control, in: Kredit und Kapital, Vol. 2 (1979), S. 207-220.
- FEDER, G./JUST, R./ROSS, K., Projecting Debt Servicing Capacity of Developing Countries, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis, Vol. 16 (1981), S. 651-669.
- FEDER, G./REGEV, U., International Loans, Direct Foreign Investment, and Optimal Capital Accumulation, in: The Economic Record, Vol. 51 (1975), S. 320-325.
- FEICHTINGER, G./HARTL, R.F., Optimale Kontrolle ökonomischer Prozesse, Berlin/New York 1986.
- FISCHER, S./FRENKEL, J.A., Investment, the Two-Sector Model and Trade in Debt and Capital Goods, in: Journal of International Economics, Vol. 2 (1972), S. 211-233.
- FISCHER, S./FRENKEL, J.A., Economic Growth and Stages of the Balance of Payments. A Theoretical Model, in: HORWICH, G./SAMUELSON, P.A. (Hrsg.), Trade, Stability and Macroeconomics - Essays in Honor of Lloyd A. Metzler, New York/London 1974, S. 503-521.

- FRANK, C.R./CLINE, W.R., Measurement of Debt Servicing Capacity - An Application of Discriminant Analysis, in: Journal of International Economics, Vol. 1 (1971), S. 327-344.
- GERSOVITZ, M., Banks' International Lending Decisions: What We Know and Implications for Future Research, in: SMITH, G.W./CUDDINGTON, J.T. (Hrsg.), International Debt and the Developing Countries, Washington, D.C. 1984, S. 61-78.
- GLISMANN, H.H./NUNNENKAMP, P., Entwicklungsländer am Rande einer Verschuldungskrise, Kieler Diskussionsbeiträge 91, Kiel 1983.
- HALKIN, H., Necessary Conditions for Optimal Control Problems with Infinite Horizons, in: Econometrica, Vol. 42 (1974), S. 267-272.
- HAMADA, K., Optimal Capital Accumulation by an Economy Facing an International Capital Market, in: Journal of Political Economy, Vol. 77 (1969), S. 685-697.
- HAMERLE, A./KEMÉNY, P./TUTZ, G., Kategoriale Regression, in: FAHRMEIR, L./HAMERLE, A. (Hrsg.), Multivariate statistische Verfahren, Berlin/ New York 1984, S. 211-256.
- HANSON, J.A., Optimal International Borrowing and Lending, in: American Economic Review, Vol. 64 (1974), S. 616-630.
- HANSON, J.A. /NEHER, P.A., The Neoclassical Theorem Once Again: Closed and Open Economies, in: American Economic Review, Vol. 57 (1967), S. 869-878.
- HARBERGER, A.C., Lessons for Debtor Country Managers and Policymakers, in: SMITH, G.W./CUDDINGTON, J.T. (Hrsg.), International Debt and the Developing Countries, Washington, D.C. 1985, S. 236-257.
- INADA, K.-I., Investment in Fixed Capital and the Stability of Growth Equilibrium, in: Review of Economic Studies, Vol. 33 (1966), S. 19-30.
- INADA, K.-I., On the Stability of Growth Equilibria in Two-Sector-Models, in: Review of Economic Studies, Vol. 31 (1964), S. 127-142.
- INADA, K.-I., On Neoclassical Models of Economic Growth, in: Review of Economic Studies, Vol. 32 (1965), S. 151-160.
- INTERNATIONAL MONETARY FUND (IMF), World Economic Outlook, Washington, D.C. 1984, April 1985, April 1986, October 1986, April 1987.

- INTRILIGATOR, M.D., *Mathematical Optimization and Economic Theory*, Englewood Cliffs 1971.
- KALETSKY, A., *The Costs of Default*, New York 1985.
- KAMIEN, M.I./SCHWARTZ, N.L., *Dynamic Optimization: The Calculus of Variations and Optimal Control in Economics and Management*, New York 1981.
- KATZ, M., *The Cost of Borrowing, the Terms of Trade, and the Determination of External Debt*, in: *Oxford Economic Papers, New Series, Vol. 34 (1982)*, S. 332-345.
- KEMP, M.C., *The Pure Theory of International Trade*, New York 1964.
- KHARAS, H.J./SHISHIDO, H., *Foreign Borrowing and Macroeconomic Adjustment to External Shocks*, in: *Journal of Development Economics, Vol. 25 (1987)*, S. 125-148.
- KING, B.B., *Notes on the Mechanics of Growth and Debt*, *World Bank Staff Occasional Papers, No. 6*, Baltimore 1968.
- KINDLEBERGER, C.P., *Economic Development*, New York/Toronto/London 1985.
- KRELLE, W., *Theorie des wirtschaftlichen Wachstums*, Berlin/Heidelberg/New York/Tokyo 1985.
- KRUGMAN, P., *International Debt Strategies in an Uncertain World*, in: SMITH, G.W./CUDDINGTON, J.T. (Hrsg.), *International Debt and the Developing Countries*, Washington, D.C. 1985, S. 79-100.
- KUHN, H.W./TUCKER, A.W., *Nonlinear Programming*, in: NEYMAN, J. (Hrsg.), *Proceedings of the Second Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability*, Berkeley (Ca.) 1951, S. 481-492.
- LAMBERT, P.J., *Advanced Mathematics for Economists: Static and Dynamic Optimization*. Oxford/New York 1985.
- MAGILL, M.J.P., *Some New Results on the Local Stability of the Process of Capital Accumulation*, in: *Journal of Economic Theory, Vol. 15 (1977)*, S. 174-210.
- MARION, N.P./SVENSSON, L.E.O., *Adjustment to Expected and Unexpected Oil Price Changes*, *Institute For International Economic Studies, Reprint Series No. 232*, Stockholm 1984.

- McCABE, J.L./SIBLEY, D.S., Optimal Foreign Debt Accumulation with Export Revenue Uncertainty, in: International Economic Review, Vol. 17 (1976), S. 675-686.
- McDONALD, D.C., Debt Capacity and Developing Country Borrowing: A Survey of the Literature, in: IMF Staff Papers, Vol. 29 (1982), S. 603-646.
- McFADDEN, D./ECKAUS, R./FEDER, G./HAJIVASSILIOV, V./O'CONNELL, S., Is There Life after Debt? An Econometric Analysis of the Creditworthiness of Developing Countries, in: SMITH, G./CUDDINGTON, J.T. (Hrsg.), International Debt and the Developing Countries, Washington, D.C. (1984), S. 179-209.
- MICHEL, P., On the Transversality Condition in Infinite Horizon Optimal Problems, in: Econometrica, Vol. 50 (1982), S. 975-985.
- NEHER, P.A., Economic Growth and Development: A Mathematical Introduction, New York 1971.
- NEHER, P.A., International Capital Movements along Balanced Growth Paths, in: The Economic Record, Vol. 46 (1970), S. 393-401.
- OHLIN, G., Debts, Development and Default, in: HELLEINER, G.K. (Hrsg.), A World Divided. The Less Developed Countries and the International Economy, Cambridge 1976, S. 207-223.
- O'BRIEN, R., Private Bank Lending to Developing Countries, World Bank Staff Papers No. 482, Washington, D.C. 1981.
- PHELPS, E.S., The Golden Rule of Accumulation: A Fable for Growthmen, in: American Economic Review, Vol. 51 (1961), S. 638-643.
- PHELPS, E.S., Second Essays on the Golden Rule of Accumulation, in: American Economic Review, Vol. 55 (1965), S. 793-814.
- PITCHFORD, J.D., Two State Variable Problems, in: PITCHFORD, J.D./TURNOVSKY, S.J. (Hrsg.), Applications of Control Theory to Economic Analysis, Amsterdam/New York/Oxford 1977, S. 128-154.
- PONTRJAGIN, L.S./BOLTJANSKIJ, V.G./GAMKRELIDZE, R.V./MISCHENKO, E.F., Mathematische Theorie optimaler Prozesse, Übers. a.d. Russischen von HAHN, W. und HERSCHEL, R., München 1964.

- RAMSEY, F.P., A Mathematical Theory of Savings, in: The Economic Journal, Vol. 38 (1928), S. 543-559.
- ROSE, K., Grundlagen der Wachstumstheorie, 4. Aufl., Göttingen 1984.
- RYDER, H., Optimal Accumulation and Trade in an Open Economy of Moderate Size, in: SHELL, K. (Hrsg.), Essays on the Theory of Optimal Economic Growth, Cambridge (Mass.) 1967, S. 87-116.
- RYDER, H.G., Optimal Accumulation in a Two-Sector Neo-classical Economy with Non-Shiftable Capital, in: Journal of Political Economy, Vol. 77 (1969), S. 665-683.
- SACHS, J., The Current Account and Macroeconomic Adjustment in the 1970s, in: Brookings Papers on Economic Activity, No. 1 (1981), S. 201-268.
- SACHS, J., LDC Debt in the 1980s: Risk and Reforms, in: WACHTEL, P. (Hrsg.), Crisis in the Economic and Financial Structure, Lexington 1982, S. 197-243.
- SACHS, J., Theoretical Issues in International Borrowing, Princeton Studies in International Finance, No. 54, July 1984.
- SACHS, J./COHEN, D., LDC Borrowing with Default Risk, in: KRÜMMEL, H.-J. (Hrsg.), Internationales Bankgeschäft, Beihefte zu Kredit und Kapital, Heft 8, Berlin 1985, S. 211-235.
- SHELL, K., Optimal Programs of Capital Accumulation for an Economy in which there is Exogenous Technical Change, in: SHELL, K. (Hrsg.), Essays on the Theory of Optimal Economic Growth, Cambridge (Mass.)/London 1967, S. 1-30.
- SOHMEN, E., Allokationstheorie und Wirtschaftspolitik, Tübingen 1976.
- SOLOMON, R., A Perspective on the Debt of Developing Countries, in: Brookings Papers on Economic Activity, No. 1 (1977), S. 479-510.
- SOLOW, R.M., Comment on the Golden Rule, in: Review of Economic Studies, Vol. 29 (1962), S. 255-257.
- TAKAGI, Y., Aid and Debt Problems in Less Developed Countries, in: Oxford Economic Papers, New Series, Vol. 33 (1981), S. 323-337.

- TOUSSAINT, S., Notwendige Optimalitätsbedingungen in der Kontrolltheorie, in: SIEBERT, H. (Hrsg.), Staatliche Allokationspolitik im marktwirtschaftlichen System, Bd. 10 "Intertemporale Allokation", Frankfurt/Bern/New York/Nancy 1984, S. 651-686.
- TU, P.N. van, Introductory Optimization Dynamics, Berlin/Heidelberg/New York/Tokyo 1984.
- UZAWA, H., On a Two-Sector Model of Economic Growth, in: Review of Economic Studies, Vol. 29 (1962), S. 40-47.
- UZAWA, H., On a Two-Sector Model of Economic Growth II, in: Review of Economic Studies, Vol. 30 (1963), S. 105-118.
- UZAWA, H., Optimal Growth in a Two-Sector Model of Capital Accumulation, in: Review of Economic Studies, Vol. 31 (1964), S. 1-24.
- VOUSDEN, N., International Trade and Exhaustible Resources: A Theoretical Model, in: International Economic Review, Vol. 15 (1974), S. 149-167.
- WAGNER, N./KAISER, M./BEIMDIEK, F., Ökonomie der Entwicklungsländer, Stuttgart 1983.
- WALTER, H., Wachstums- und Entwicklungstheorie, Stuttgart/New York 1983.
- WAN, H.Y. Jr., Economic Growth, New York 1971.
- WELTBANK, Weltentwicklungsbericht 1987, Washington, D.C., 1987.
- WORLD BANK, World Debt Tables, 1982-83 Edition, 1984-85 Edition, 1986-87 Edition.





## STAATLICHE ALLOKATIONSPOLITIK IM MARKTWIRTSCHAFTLICHEN SYSTEM

- Band 1 Horst Siebert (Hrsg.): Umwelallokation im Raum. 1982.
- Band 2 Horst Siebert (Hrsg.): Global Environmental Resouces. The Ozone Problem. 1982.
- Band 3 Hans-Joachim Schulz: Steuerwirkungen in einem dynamischen Unternehmensmodell. Ein Beitrag zur Dynamisierung der Steuerüberwälzungsanalyse. 1981.
- Band 4 Eberhard Wille (Hrsg.): Beiträge zur gesamtwirtschaftlichen Allokation. Allokationsprobleme im inter-medären Bereich zwischen öffentlichem und privatem Wirtschaftssektor. 1983.
- Band 5 Heinz König (Hrsg.): Ausbildung und Arbeitsmarkt. 1983.
- Band 6 Horst Siebert (Hrsg.): Reaktionen auf Energiepreissteigerungen. 1982.
- Band 7 Eberhard Wille (Hrsg.): Konzeptionelle Probleme öffentlicher Planung. 1983.
- Band 8 Ingeborg Kiesewetter-Wrana: Exporterlösinstabilität. Kritische Analyse eines entwicklungspolitischen Problems. 1982.
- Band 9 Ferdinand Dudenhöfer: Mehrheitswahl-Entscheidungen über Umweltnutzungen. Eine Untersuchung von Gleichgewichtszuständen in einem mikroökonomischen Markt- und Abstimmungsmodell. 1983.
- Band 10 Horst Siebert (Hrsg.): Intertemporale Allokation. 1984.
- Band 11 Helmut Meder: Die intertemporale Allokation erschöpfbarer Naturressourcen bei fehlenden Zukunftsmärkten und institutionalisierten Marktsubstituten. 1984.
- Band 12 Ulrich Ring: Öffentliche Planungsziele und staatliche Budgets. Zur Erfüllung öffentlicher Aufgaben durch nicht-staatliche Entscheidungseinheiten. 1985.
- Band 13 Ehrentraud Graw: Informationseffizienz von Terminkontraktmärkten für Währungen. Eine empirische Untersuchung. 1984.
- Band 14 Rüdiger Pethig (Ed.): Public Goods and Public Allocation Policy. 1985.
- Band 15 Eberhard Wille (Hrsg.): Öffentliche Planung auf Landesebene. Eine Analyse von Planungskonzepten in Deutschland, Österreich und der Schweiz. 1986.
- Band 16 Helga Gebauer: Regionale Umweltnutzungen in der Zeit. Eine intertemporale Zwei-Regionen-Analyse. 1985.
- Band 17 Christine Pfitzer: Integrierte Entwicklungsplanung als Allokationsinstrument auf Landesebene. Eine Analyse der öffentlichen Planung der Länder Hessen, Bayern und Niedersachsen. 1985.
- Band 18 Heinz König (Hrsg.): Kontrolltheoretische Ansätze in makroökonomischen Modellen. 1985.
- Band 19 Theo Kempf: Theorie und Empirie betrieblicher Ausbildungsplatzangebote. 1985.
- Band 20 Eberhard Wille (Hrsg.): Konkrete Probleme öffentlicher Planung. Grundlegende Aspekte der Zielbildung, Effizienz und Kontrolle. 1986.
- Band 21 Eberhard Wille (Hrsg.): Informations- und Planungsprobleme in öffentlichen Aufgabenbereichen. Aspekte der Zielbildung und Outputmessung unter besonderer Berücksichtigung des Gesundheitswesens. 1986.
- Band 22 Bernd Gutting: Der Einfluß der Besteuerung auf die Entwicklung der Wohnungs- und Baulandmärkte. Eine intertemporale Analyse der bundesdeutschen Steuergesetze. 1986.
- Band 23 Heiner Kuhl: Umweltressourcen als Gegenstand internationaler Verhandlungen. Eine theoretische Transaktionskostenanalyse. 1987.
- Band 24 Hubert Hornbach: Besteuerung, Inflation und Kapitalallokation. Intersektorale und internationale Aspekte. 1987.
- Band 25 Peter Müller: Intertemporale Wirkungen der Staatsverschuldung. 1987.
- Band 26 Stefan Kronenberger: Die Investitionen im Rahmen der Staatsausgaben. 1988.
- Band 27 Armin-Detlef Rieß: Optimale Auslandsverschuldung bei potentiellen Schuldendienstproblemen. 1988.

